مجله علمی - پژوهشی "پدافند الکترونیکی و سایبری"
سال سوم، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۴، ص ۱۷- ۹

یک روش سریع محاسبه ضرب اسکالر خم بیضوی مناسب رمزنگاری خم بیضوی

عبدالرسول میرقدری[۱*]، سعید رحیمی[۲]
۱- دانشیار، دانشگاه جامع امام حسین(ع)
۲- دانشجوی دکتری، دانشگاه جامع امام حسین(ع)
(دریافت: ۹۲/۱۱/۲۴؛ پذیرش: ۹۴/۱۰/۲۲)

چکیده

دستگاه رمزنگاری خم بیضوی به‌دلیل کوتاه بودن طول کلید و امنیت سطح بالای آن، مطمئن‌ترین دستگاه رمزنگاری برای استفاده در رأی‌گیری الکترونیکی است. البته مشکل این دستگاه، زیاد بودن انجام محاسبات به‌دلیل پیچیدگی بالای عملیات محاسباتی روی خم بیضوی می باشد. عملیات ضرب یکی از زمان‌برترین عملیات دستگاه رمزنگاری خم بیضوی است که حدود ۸۵٪ زمان اجرای الگوریتم رمزنگاری را صرف می‌کند [۱]. به همین دلیل در این مقاله یک روش بهینه برای کاهش هزینه زمان عملیات ضرب ارائه می‌دهیم. روش پیشنهادی با بهبود در دو قسمت اصلی الگوریتم رمزنگاری یعنی قسمت‌های کنترلی و محاسباتی، دارای کارایی خوبی باینری می‌باشد. نتایج ارزیابی و مقایسه روش پیشنهادی با برخی الگوریتم‌های مطالعه‌شده، نشان می‌دهد که این روش نسبت به سایر الگوریتم‌ها، سریع‌تر بوده و عملکرد بسیار خوبی دارد.

واژه‌های کلیدی: ضرب اسکالر، رمزنگاری خم بیضوی، عملیات محاسباتی، رای‌گیری الکترونیکی

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر با پیشرفت فناوری اطلاعات و ارتباطات الکترونیکی و رشد قابل‌توجه فعالیت‌های الکترونیکی مانند دولت الکترونیکی، تجارت الکترونیکی، شهر الکترونیکی و اخیرا" رأی‌گیری الکترونیکی، زندگی روزمره مردم دستخوش تحول شگرف شده است. چندین کشور شروع به آزمایش و استفاده از انواع مختلف روش‌های رای‌گیری الکترونیکی نموده‌اند که شمارش سریع، امکان رأی‌گیری از راه دور و کاهش هزینه از جمله دلایل عمده آن است. با توجه به نیازمندی امنیتی رأی‌گیری الکترونیکی، رمزنگاری خم بیضوی[1] نقشی اساسی در تامین امنیت مراحل مختلف فرآیند رأی‌گیری الکترونیکی ایفا می‌کند. برای ایجاد امنیت رأی‌گیری الکترونیکی از پروتکل‌های رمزنگاری خم بیضوی استفاده می‌شود، زیرا کوتاه بودن طول کلید در سامانه‌های رمزنگاری اهمیت به‌سزایی دارد و سبب کاهش توان مصرفی، پهنای باند، میزان پردازش و حافظه مورد نیاز می‌شود. به‌دلیل کمبود این منابع در تجهیزات قابل‌حمل، از قبیل کارت‌های هوشمند، محدودیت‌هایی در استفاده از الگوریتم‌های رمزنگاری وجود دارد [۳-۱].

سامانه‌های رأی‌گیری معمولاً دارای سه مرحله می‌باشند. در مرحله اول رأی‌دهنده خود را معرفی و اصالت خود را ثابت می‌کند. مرحله بعدی، رای دادن فرد تایید هویت شده در مرحله قبل است که مجاز به رأی دادن می‌باشد. هم‌چنین مرحله آخر به شمارش آرا اختصاص دارد. در این مراحل معمولاً یک کانال عمومی تحت عنوان تابلوی اعلانات[1] وجود دارد که افراد به‌صورت عمومی پیام‌های خود را آنجا می‌گذارند (در-صورت عدم وجود چنین تابلویی در بعضی از روش‌ها افراد پیام‌ها را به‌طور مستقیم برای هم می‌فرستند که باز هم نیاز به عمومی کردن پیام‌ها دارد). علت استفاده از الگوریتم خم بیضوی[2] هم به وجود آمدن مسئله لگاریتم گسسته است که حل آن به حجم محاسباتی بالایی نیاز دارد و حمله به آن تقریبا" غیرممکن است. برای عمومی کردن پیام‌های خصوصی در روش خم‌های بیضوی از نوعی ضرب اسکالر استفاده می‌شود که پایه آن از یک خم بیضوی خاص است. بنابر این در روش خم‌های بیضوی ضرب اسکالر یک عمل اساسی است که نحوه پیاده‌سازی آن از نظر امنیت و هزینه اهمیت زیادی دارد. لذا با بررسی چند الگوریتم رایج برای انجام عملیات ضرب اسکالر روی خم بیضوی، یک ساختار بهینه برای پیاده‌سازی ضرب اسکالر ارائه می‌دهیم. در سال‌های اخیر تعداد زیادی پروتکل مبتنی بر ضرب اسکالر خم‌های بیضوی برای

رایانامه نویسنده پاسخگو: amrghdri@ihu.ac.ir

1- Bulletin board
2 -Elliptic curve algorithm

امنیت رای‌گیری الکترونیکی ارایه شده است که در ادامه اصول و الزامات رأی‌گیری الکترونیکی را به لحاظ روشن شدن موضوع، معرفی می‌نماییم .

۱-۱- الزامات رأی‌گیری الکترونیکی

برای انجام عملیات رأی‌گیری الکترونیکی به امنیت سطح بالایی نیاز داریم. به همین دلیل نیازهای امنیتی مطرح برای رأی‌گیری الکترونیکی از طریق اینترنت را تشخیص هویت، محرمانگی، اثبات‌پذیری، قابل‌اعتماد بودن و... در نظر می‌گیرند. در این بخش چند پارامتر معروف را که برای محک زدن سامانه‌های رأی‌گیری به کار می‌رود، به اجمال توضیح می‌دهیم.

تشخیص هویت: با استفاده از دانگل (دانگل برای شخص مانند کارت شناسایی عمل می‌کند) و رمزگذاری بر پایه الگوریتم رمزنگاری خم بیضوی، تایید هویت رای‌دهنده انجام می‌گیرد.

محرمانگی آرا: با استفاده از پایگاه داده این مشکل قابل‌حل است. بدین‌صورت که پایگاه داده انتخابات باید از پایگاه داده رأی‌دهنده جدا باشد. با رأی دادن رأی‌دهنده، نام شخص رأی‌دهنده به‌همراه رأی او فرستاده نمی‌شود و تنها رأی در پایگاه داده انتخابات ثبت شده و یکی به شماره آرای داوطلب مورد نظر اضافه خواهد شد. ضمناً تا پایان زمان رأی‌گیری این پایگاه داده مانند یک جعبه بسته عمل نموده و برای هیچ کاربری قابل خواندن نیست.

انکارناپذیری: تأیید رأی داده‌شده هم در دانگل و هم در پایگاه داده ثبت شود تا رای دهنده نتواند رای خود را انکار نماید.

عدم تکرار رای: با تأیید رأی در دانگل و در پایگاه داده کاربر برای بار دوم نمی‌تواند رأی دهد.

تمامیت: تمام داده‌های مربوط به رای دهندگان بدون کم و کاست باید به مقصد برسند. اگر پایگاه داده هر استان و یا هر شهر جدا باشد و هر شخصی از محل زندگی خودش بتواند به پایگاه داده متصل شود، مسئله قطعی شبکه کمتر اتفاق می‌افتد و تمام داده‌های ارسالی به مقصد خواهند رسید.

قابلیت اطمینان: برای یک شهروند مهم است که رأی او تا رسیدن به مقصد محرمانه بماند.

برای اطمینان از حضور و کارکرد یک انسان پشت سیستم با ارائه تصویری که در آن از اعداد و حروفی استفاده شده که تنها توسط چشم انسان قابل‌خواندن است و ماشین یا نرم‌افزار نمی‌تواند آن‌ها را تشخیص دهد، می‌توان این مسئله را حل نمود.

تعریف کاربر مجاز در این سیستم: کاربری که دانگل دارد و نیز کلمه رمز واردشده توسط وی با رمز موجود در دانگل مطابقت داشته باشد را کاربر مجاز در سیستم گویند [۳ و ۴].

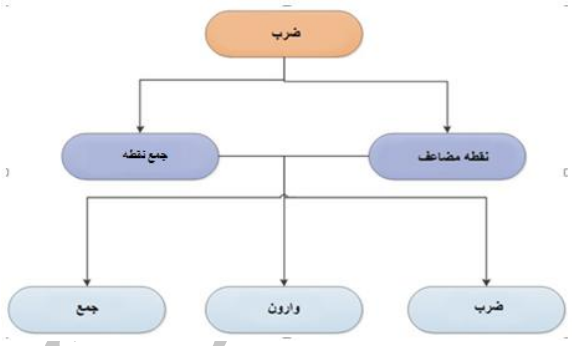
ضرب اسکالر خم بیضوی در رمزنگاری خم بیضوی نقش موثری دارد زیرا در اوایل با این فرض که پیدا کردن حداقل دو عامل اول بزرگ برای تجزیه یک عدد صحیح بزرگ مشکل است، رمزنگاری کلید عمومی را امن تلقی می‌کردند. اما در این روش طول کلید زیاد بود. برای رمزنگاری مبتنی بر خم بیضوی، فرض بر این است که پیدا کردن لگاریتم گسسته یک عنصر تصادفی از خم بیضوی با توجه به یک نقطه پایه عمومی شناخته‌شده غیرعملی می‌باشد. اندازه خم بیضوی تعیین‌کننده سختی مسئله است. مزیت اصلی الگوریتم خم بیضوی داشتن یک کلید با اندازه کوچک‌تر است که این موضوع به معنی کاهش ذخیره‌سازی و انتقال مورد نیاز می‌باشد. به این معنی که، یک سیستم رمزنگاری خم بیضوی می‌تواند همان سطح از امنیت را که سیستم RSA[1] (یکی از الگوریتم‌های رمزنگاری کلید عمومی) با ماژول‌های بزرگ و طول بلند کلید فراهم می‌کند را ایجاد کند. به‌عنوان مثال، یک کلید عمومی ۲۵۶ بیتی مبتنی بر خم بیضوی می‌بایست امنیت قابل‌مقایسه‌ای با یک رمز کلید عمومی ۳۰۷۲ بیتی مبتنی بر RSA داشته باشد. از سیستم رمزنگاری مبتنی بر خم بیضوی به‌عنوان یک راه‌کار مناسب برای رفع محدودیت‌های مذکور، استفاده می‌شود. رمزنگاری خم بیضوی بر اساس ساختاری جبری از خم‌های بیضوی بر روی میدان‌های متناهی طراحی شده است [۵]. از مزایای این سیستم نسبت به دیگر سامانه‌های رمزنگاری، می‌توان به مواردی چون دارا بودن بالاترین درجه محرمانگی به ازای هر بیت، نیاز به حافظه کمتر، توان مصرفی کمتر و کاهش پهنای باند مورد نیاز سیستم اشاره کرد [۵]. این موارد در انجام رأی‌گیری الکترونیکی نقش مهمی را ایفا می‌کنند. از مهم‌ترین و بارزترین ویژگی این رمزنگاری انجام عملیات ضرب اسکالر روی میدان‌های متناهی می‌باشد. ضرب اسکالر با اجرای عملیات نقطه مضاعف و تکرار جمع نقطه از خم بیضوی روی میدان متناهی $GF(2^n)$ محاسبه می‌شود. که اهمیت آن در رمزنگاری خم بیضوی را بارز می‌نماید.

در ادامه مقاله، محاسبات ضرب اسکالر خم بیضوی و برخی الگوریتم‌های آن را در بخش دوم مطرح می‌نماییم. در بخش سوم روشی بهبودیافته برای ضرب اسکالر و ساختار الگوریتم بهینه پیشنهادی را ارائه می‌دهیم. در بخش چهارم مقایسه و ارزیابی الگوریتم پیشنهادی و نتیجه‌گیری را در بخش پنجم ارائه می‌نماییم.

1- Rivest Shamir Adleman

۲- کارهای مرتبط با ضرب اسکالر خم بیضوی

ضرب و معکوس‌سازی، عملیاتی هستند که منابع زیادی در رمزنگاری خم بیضوی مصرف می‌کنند. اگر چه معکوس‌سازی، حافظه و زمان زیادتری نسبت به ضرب نیاز دارد اما ممکن است که با انتخاب مختصات مناسب نقطه روی خم، برای همه ضرب‌های اسکالر تنها از یک معکوس‌ساز استفاده شود و الگوریتم‌های ضرب بهینه شوند [۱].



شکل (۱). طراحی سلسله مراتبی یک موتور رمزنگاری خم بیضوی

در شکل (۱) طراحی سلسله مراتبی یک موتور رمزنگاری خم بیضوی نشان داده شده است. تمام فرایند طراحی به سه سطح تقسیم شده است. سطح پایین سه عملیات محاسباتی پایه میدان متناهی را نشان می‌دهد؛ با استفاده از ترکیب این سه عملیات پایه یعنی جمع، ضرب و معکوس‌سازی می‌توان عملیات سطح دوم یعنی عملیات جمع نقطه و مضاعف کردن نقطه را انجام داد. اما هسته اصلی عملیات در سیستم رمزنگاری، عملیات ضرب نقطه است که در بالاترین سطح قرار دارد [۵ و ۶].

الگوریتم‌های ضرب نقطه عبارت kP را محاسبه می‌کنند که k یک عدد مثبت صحیح است و P نقطه‌ای روی خم بیضوی است. این عملیات شکل پایه یک رمزنگاری کلید عمومی با استفاده از خم بیضوی را نشان می‌دهد. برای پیاده‌سازی محاسبه ضرب اسکالر اعداد بزرگ در ECC[1] یا همان رمزنگاری خم بیضوی، از بهبود این سه لایه به‌منظور افزایش سرعت انجام محاسبات، کاهش توان مصرفی و کاهش مساحت پیاده‌سازی سخت‌افزاری استفاده می‌شود. با توجه به این مطلب یکی از زمان‌برترین عملیات در خم بیضوی، عملیات ضرب است.

۲-۱- برخی الگوریتم‌های رایج برای عملیات ضرب

در اینجا برخی الگوریتم‌های ارایه شده تا کنون را به‌طور اجمال مرور می‌کنیم.

1- Elliptic curve cryptoghraphy

۲-۱-۱- الگوریتم عملیات جمع و دوبرابر کردن نقطه

یک روش استاندارد برای انجام ضرب نقطه‌ای، الگوریتم عملیات جمع و دوبرابر کردن نقطه [۲] در مرجع [۷] است. در این الگوریتم همه بیت‌ها در نمایش باینری k از چپ به راست انتقال داده می‌شوند. برای هر صفر، یک عملیات نقطه مضاعف و برای هر ۱، یک عملیات نقطه مضاعف و به دنبال آن یک عملیات جمع نقطه انجام می‌شود. در نهایت از آنجایی‌که برای n بیت تصادفی عدد k متوسط n/2 بیت یک داریم، کل عملیات برای یک ضرب نقطه‌ای کامل برابر n مضاعف کردن و n/2 جمع است.

۲-۱-۲- الگوریتم باینری

یکی دیگر از متداول‌ترین روش‌ها برای محاسبه ضرب اسکالر، Q = kP روش باینری[3] می‌باشد. این روش که روش مضاعف کردن و جمع‌کردن نیز نامیده می‌شود [۸] در شبه‌کد ذیل نشان داده شده است.

$INPUT: k \in [1, n-1]; P \in E\ GF(2^n);$

$OUTPUT: Q = kP;$

$, Q \leftarrow o;$

$For\ i = o\ to\ n-1\ do$

$If\ \mathrm{k}_i = 1\ then$

$Q \leftarrow Q + P;$

$P \leftarrow 2P;$

$Return\ Q$

شکل (۲). شبه‌کد الگوریتم مضاعف و جمع‌کردن [۸]

در این روش بیت‌های k از راست به چپ اسکن می‌شوند. مطابق این روش هرگاه k_i =۱ باشد، جمع نقطه‌ای انجام می‌شود، یعنی هزینه محاسبات به تعداد بیت‌های غیر صفر یا وزن همینگ بستگی دارد. برای عدد تصادفی k به طول nبیت در نمایش باینری، متوسط تعداد عملیات جمع نقطه‌ای $n/2$ می‌باشد. چون وزن همینگ تأثیر مستقیمی روی عملکرد ECC می‌گذارند، کاهش آن مورد توجه قرار گرفته است [۹].

۲-۱-۳- الگوریتم بازکدگذاری

با توجه به اهمیت کاهش وزن همینگ عدد k و همچنین با توجه به اینکه هزینه تفریق نقطه‌ای تقریباً با هزینه جمع نقطه‌ای برابر می‌باشد، استفاده از نمایش علامت‌دار عدد مورد توجه قرار گرفته است [۸]. یک نمایش کاربردی رقم علامت‌دار، k فرم

2- Double and add
3- Binary

غیرمجاور[1] نمایش کانونی می‌باشد. الگوریتم ضرب اسکالر به کمک نمایش NAF عدد k در شکل (۳) نشان داده شده است [۹].

$INPUT: k \in [1, n-1] in\ NAF;\ P \in E\ GF(2^n);$

$OUTPUT: Q = kP;$

$, Q \leftarrow o;$

$For\ i = n\ to\ 0\ do$

$Q \leftarrow 2Q;$

$If\ ki = 1\ then$

$Q \leftarrow Q + P;$

$Elseif\ ki = -1 then$

$Q \leftarrow Q - P;$

$Return\ Q;$

شکل (۳). الگوریتم ضرب اسکالر به کمک نمایش NAF [۱۰]

در این الگوریتم برای عدد تصادفی k به طول nرقم، متوسط تعداد جمع نقطه‌ای n/ ۳ مـی‌باشـد. برای افزایش بازدهـی روش NAF اصلاحاتی روی آن انجام‌شـده است. یکی از این اصـلاحات، روش ضرب پنجره‌ای است که در ادامه معرفی می‌گردد.

۲-۱-۴- الگوریتم پنجره‌ای

در روش پنجره‌ای بیت‌های عدد k به دسته‌هـایی با طول w بیت تقسیم می‌شوند. با دسته‌بندی بیـت‌هـای k مـی‌تـوان تعداد عملیات جمع نقطه‌ای و در نتیجه هزینه محاسبات را کاهش داد. یکی از این الگوریتم‌های اصلاح‌شده که اخیراً توسط چـان ایـن و همکاران[2] در مرجع [۱۱] ارائه شده است، در شبه‌کد زیـر نشـان داده می‌شود.

در این روش هر دسته با طول w به‌صورت یک رقم در مبنای t نمایش داده می‌شود. در این الگوریتم زمانی که $u_i \neq 0$ باشد، بـا توجه به مقدار u عملیات جمع نقطه‌ای و یا عملیات تفریق نقطه‌ای انجام می‌شود. اما عملیات مضاعف کردن نقطه‌ای برای همه مقادیر u_i انجام مـی‌شـود. در ایـن الگـوریتم مراحـل ۴.۱و ۴.۲ بـه‌طـور هم‌زمان انجام می‌شوند لذا تنها هزینه محاسبات مربوط به مرحلـه ۴.۱ که بیشتر یا مسـاوی مرحلـه ۴.۲ مـی‌باشـد در نظـر گرفتـه می‌شود. در این سـاختار از ضـرب‌کننـده اسـتاندارد بـرای انجـام عملیات ضرب در میدان گالوا استفاده شده است [۱۱].

$INPUT: w;\ k \in [1, n-1];\ P \in GF(2^n);$

$OUTPUT: Q = kP;$

$1. Use\ algorithm\ 1 (in\ appendix)$

$to\ compute\ \rho' = kpartmod\ \delta;$

$2. Use\ algorithm\ 2\ (in\ appendix)$

$to\ compute\ TNAFw(\rho') = \sum_{i=0}^{l-1} u_i \tau^i$

$3. For\ u \in U = \{1,3,5, \dots, 2^{w-1} - 1\}, let\ Qu \leftarrow \infty;$

$4. For\ i = l - 1\ to\ 0\ do$

$4.1. If\ ui \neq 0\ then$

$Let\ u\ satisfy\ au = ui\ or\ a_{-u} = -u_i;$

$If\ u > 0\ then\ Qu \leftarrow Qu + P;$

$Else\ Q - u \leftarrow Q - u - P;$

$4.2. P \leftarrow \tau P;$

$5. Compute\ Q \leftarrow Q + \sum_{u \in U} uiQu\ ;$

$6. Return\ Q;$

شکل (۴). شبه‌کد الگوریتم ضرب اسکالر با استفاده از روش پنجره‌ای [۱۱]

۲-۱-۵- الگوریتم کاراتسوبا- افمن

روش کاراتسوبا- افمن یکی از روش‌های تسـریع ضـرب اعـداد صحیح می‌باشد. در ایـن روش بـا فـرض اینکـه A و B بـه فـرم دودویی و با طول 2^n بیت نمایش داده شوند می‌توان نوشت:

کـــه در آن A, B بـــه ترتیـــب بـــه دو بخـــش مســـاوی A^H, A^L, B^H, B^L تقسیم شده‌اند که بیانگر بیت‌هـای بـاارزش‌تـر و بیت‌های کم‌ارزش‌تر A و B می‌باشند.

$$A = \sum_{i=0}^{2n-1} a_i 2^i =$$

$$2^n \left(\sum_{i=0}^{n-1} a_{i+n}\, 2^i\right) + \sum_{i=0}^{n-1} a_i 2^i = A^H 2^n + A^L \quad (۱)$$

$$B = \sum_{i=0}^{2n-1} b_i 2^i =$$

$$2^n \left(\sum_{i=0}^{n-1} b_{i+n}\, 2^i\right) + \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i = B^H 2^n + B^L$$

از این‌رو حاصل‌ضرب C=AB را می‌توان به‌صورت زیر نمایش داد :

$$\begin{aligned} C = AB &= (A^H 2^n + A^L)(B^H 2^n + B^L) \\ &= 2^{2n}(A^H B^H) + 2^n(A^H B^L + A^L B^H) + A^L B^L \\ &= 2^{2n}(A^H B^H) + 2^n[(A^H + A^L)(B^H + B^L) \\ &\quad - A^H B^H - A^L B^L] + A^L B^L \end{aligned} \quad (۲)$$

روش کاراتسوبا- افمن ضرب اعداد 2n بیتی را به سه ضرب اعداد n بیتی تبدیل می‌کند که سریع‌تر از ضرب استاندارد

1- Non Adjacent Form

2 -Chan Yin et al.

می‌باشد [۱۲و۱۳].

۳- الگوریتم پیشنهادی برای محاسبه ضرب اسکالر خم بیضوی

با توجه به این‌که استفاده از ساختار موازی باعث افزایش سرعت انجام عملیات ضرب اسکالر می‌شود و درنتیجه تأثیر زیادی روی بازده الگوریتم منحنی بیضوی به‌اصطلاح ECC دارد، در این مقاله به انجام عملیات به‌صورت موازی در مرحله دوم و سوم از شکل اول پرداخته‌شده است که در ادامه مورد بررسی قرار می‌گیرد. درواقع در ساختار پیشنهادی، از روش باز کدگذاری کانونی برای تضمین کمترین رقم‌های غیرصفر، و از الگوریتم ضرب پنجره‌ای برای کاهش تعداد عملیات جمع نقطه‌ای و مضاعف نقطه‌ای و از ساختار موازی برای عملیات جمع نقطه‌ای و عملیات مضاعف نقطه‌ای و همچنین در عملیات مربوط به میدان گالوا، برای افزایش سرعت عملیات ضرب اسکالر و مقاومت در برابر حملات تحلیل توان، استفاده شده است.

در الگوریتم ارائه‌شده توسط زین چان این و همکاران [۱]، با موازی نمودن عملیات جمع‌کردن نقطه‌ای و دو برابر کردن نقطه‌ای و استفاده از روش بازکدگذاری، سرعت انجام عملیات ضرب اسکالر افزایش قابل‌توجهی نموده است. اما برای انجام عملیات در میدان گالوا از ضرب‌کننده‌ی استاندارد استفاده شده است که یکی از نقاط ضعف الگوریتم ارائه‌شده توسط زین چان این است. در این مقاله برای کاهش زمان اجرای الگوریتم ضرب اسکالر پنجره‌ای ارائه‌شده توسط زین چان این و همکاران [۱۱] و افزایش بازده عملیات در میدان گالوا ساختاری جدید برای پیاده‌سازی این الگوریتم ارائه می‌دهیم.

۳-۱- ساختار پیشنهادی و محاسبات میدان گالوا

عملیات جمع نقطه‌ای و مضاعف نقطه‌ای، توسط عملیات جمع، ضرب و مجذور کردن در میدان گالوا انجام می‌شود. در میدان $GF(2^m)$ هزینه‌ی محاسبه‌ی عملیات مجذور کردن در مقایسه با هزینه‌ی محاسبه‌ی عملیات ضرب کردن قابل صرف‌نظر می‌باشد[۱۴]. لذا نحوه‌ی پیاده‌سازی عملیات ضرب در میدان گالوا تأثیر زیادی روی بازده ECC دارد. یک روش افزایش بازده عملیات ضرب در میدان گالوا استفاده از ساختارهای موازی می‌باشد. یکی از ساختارهای موازی برای انجام عملیات ضرب استفاده از ساختار کاراتسوبا - افمن می‌باشد که با توجه به ساختار ارائه شده در مراجع [۱۲و۱۳] برای روش کاراتسوبا - افمن به بررسی نحوه‌ی پیاده‌سازی عملیات ضرب میدان گالوا در ساختار پیشنهادی می‌پردازیم.

با فرض اینکه عناصر $A(x), B(x) \in GF(2m)$ و $p(x)$ چندجمله‌ای ساده نشدنی باشد، آنگاه در ساختار پیشنهادی عملیات ضرب در میدان گالوا در دو مرحله انجام می‌شود:

- مرحله ضرب چندجمله‌ای‌های $A(x)$ و $B(x)$ با رابطه $C'(x) = A(x)B(x)$
- مرحله کاهش با استفاده از چندجمله‌ای ساده نشدنی $P(x)$ با رابطه $C(x) = C'(x) \bmod P(x)$

در ساختار پیشنهادی در مرحله ضرب چندجمله‌ای‌ها از ضرب‌کننده باینری کاراتسوبا – افمن [۹] مطابق شبه‌کد آن استفاده شده است.

$nput: A, B \in (GF(2^m);$
$output: C = AB;$
$K = \lfloor \log_2 m \rfloor;$
$D = m - 2^k;$
$If\ d = o$ آنگاه
$C = AB;$
$Else$
$For\ i = o\ to\ d - 1\ do$
$Parallel\ begin$
$\mathrm{MAi} = A_i^L + A_i^H;$
$\mathrm{MBi} = B_i^L + B_i^H;$
$Parallel\ end$
$End\ for$
$Parallel\ begin$
$Mul(C^L, A^L, B^L);$
$Mul(C^H, A^H, B^H);$
$Mul(M, MA, MB);$
$Parallel\ end$
$For\ i = o\ to\ d - 1\ do$
$Mi = Mi - Ci^L - Ci^H$
$End\ for$
$For\ i = o\ to\ d - 1\ do$
$C_{(k+i)} = C_{(k+i)} + Mi;$
$End\ for$
$End\ if$
$Return\ C;$

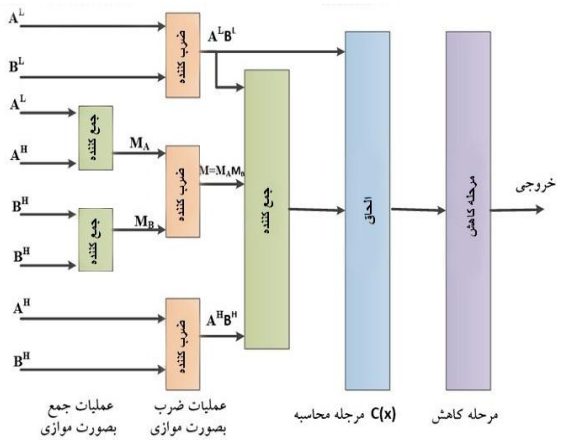
شکل (۵). ساختار الگوریتم کاراتسوبا– افمن [۱۴]

ضرب‌کننده‌های میدان متناهی می‌توانند با توجه به بیت‌های تولیدشده در هر سیکل ساعت در سه دسته ضرب‌کننده‌های

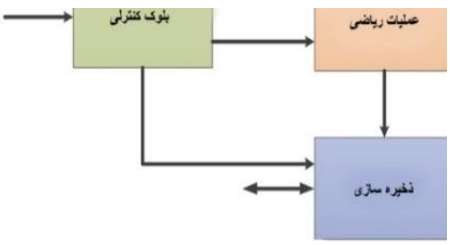
سریال، موازی، سریال- موازی قرار گیرند. با توجه به این سه دسته در الگوریتم پیشنهادی از ضرب کننده‌های موازی استفاده می‌کنیم [۱۸]. الگوریتم شکل (۵) مطابق رابطه (۲) عمل می‌کند و پس از محاسبهٔ $M_A = A^H + A^L , M_B = B^H + B^L$ به‌صورت هم‌زمان، هر سه عملیات ضرب را به‌صورت هم‌زمان انجام می‌دهد تا حاصل $C^L = A^L B^L , C^H = A^H B^H$ و $M = M_A M_B$ به‌دست آید. سپس حاصل $M = M - C^H - C^L$ را محاسبه نموده و در آخرین مرحله $C = 2^m C^H + 2^{\frac{m}{2}} M + C^L$ را محاسبه می‌کند. بعد از محاسبه $C'(x) = A(x)B(x)$ توسط الگوریتم شکل (۵)، برای جلوگیری از افزایش طول حاصل، عمل کاهش انجام می‌شود، یعنی C(x)mod P(x) و C(x) محاسبه می‌شود. با داشتن P(x) تنها با استفاده از گیت XOR می‌توان مرحله کاهش را انجام داد. ساختار ضرب‌کننده دودویی کارتسوبا- افمن ترکیبی بهبودیافته در شکل (۶) نشان داده شده است.

۳-۲- طراحی بلوک کنترلی متناسب با الگوریتم پیشنهادی

در ادامه قصد داریم قسمت دیگری از رمزنگار خم بیضوی را بهبود دهیم. شکل (۷)، طراحی سطح بالای یک رمزنگاری خم بیضوی را نشان می‌دهد که از سه بلوک عملکردی بزرگ شامل بلوک عملیات ریاضی، بلوک کنترلی و بلوک ذخیره‌سازی تشکیل شده است.

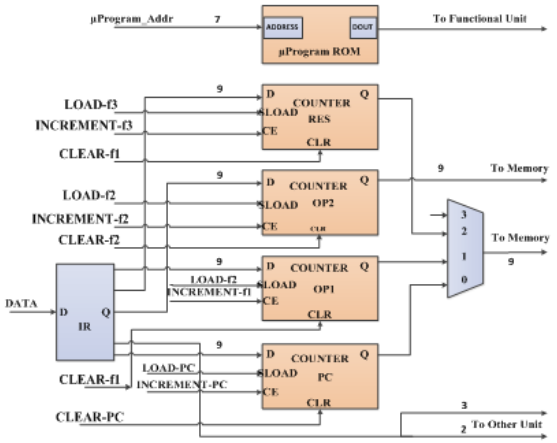


شکل (۶). ساختار ضرب‌کننده دودویی کارتسوبا- افمن بهبودیافته [۱۴و۱۵].



شکل (۷). طراحی سطح بالای یک رمزنگاری خم بیضوی [۱۷]

در بلوک عملیات ریاضی، عملیات محاسباتی شامل مضاعف کردن نقطه، جمع نقطه و ضرب اسکالر انجام می‌گیرد که در بخش قبلی روش بهبودیافته‌ای برای انجام بهینه ضرب اسکالر در این بلوک ارائه شد. اما بلوک دیگری که در بحث رمزنگاری خم بیضوی اهمیت دارد بلوک کنترلی است که عملیات بلوک قبلی یا عملیات محاسباتی را کنترل می‌کند، به همین دلیل در این بخش می‌خواهیم ساختاری برای این بلوک ارائه دهیم که متناسب با بلوک قبلی و در جهت بهبود آن باشد [۱۷]. البته با راه‌کارهایی که در این بلوک و بلوک قبل ارائه شد می‌توان گفت عملکرد بلوک ذخیره‌سازی نیز بهبود می‌یابد. در شکل (۸) بلوک پیشنهادی بهبودیافته برای بخش کنترلی ساختار رمزنگاری خم بیضوی نمایش داده شده است.



شکل (۸). بلوک پیشنهادی بهبودیافته برای بخش کنترلی ساختار رمزنگاری خم بیضوی [۱۳]

در ادامه اجزای استفاده‌شده در بلوک پیشنهادی تشریح می‌شود [۱۲و۱۳]. ثبات دستورات یا IR ۳۲ بیت دستوراتی که از حافظه اصلی فرستاده‌شده است را به ۴ قسمت تقسیم می‌کند. شمارنده برنامه یا PC ترتیب برنامه اجراشده را کنترل می‌کند. از f1 و f2 برای نگهداری آدرس دو عملگر استفاده می‌شود. شمارنده RES آدرس نتیجه عملیات را نگه می‌دارد.

سیگنال‌های ورودی به واحد کنترلی به‌صورت زیر است:

START: برای شروع عملیات از این سیگنال استفاده می‌کند.

RESET: برای بازنشاندن پردازشگر، از این سیگنال استفاده می‌شود.

DONE: سیگنال نشان‌دهنده پایان عملیات انجام‌گرفته در واحد می‌باشد.

BUSY: برای مواقعی است که اجرای یک دستورالعمل شروع می‌شود.

LOAD-f1, LOAD-f2, LOAD-f3: این سه سیگنال برای توانا ساختن بارگذاری هر سه شمارنده f1, f2, f3 است که در

شمارنده اول ۹ بیت آدرس عملگر اول، در شمارنده دوم ۹ بیت آدرس عملگر دوم، و در شمارنده سوم که شمارنده RES است ۹ بیت آدرس نتیجه قرار می‌گیرد.

LOAD-PC: برای سیگنال شمارنده برنامه استفاده می‌شود.

INCREMENT-f1, INCREMENT-f2, INCREMENT-f3: شمارنده‌های افزایشی برای زمانی استفاده می‌شود که یک کلمه جدید از عملگرهای (f1, f2, f3) از حافظه فراخوانی می‌شود. به این مفهوم که با فراخوانی عملگرها این شمارنده‌ها افزایش می‌یابند.

Clear F1/F2/F3: برای پاک کردن مقادیر F1, F2, RES استفاده می‌شوند.

WE-CU: توانایی ارسال سیگنال برای واحد کنترلی.

µProgram-FU: سیگنال‌های خروجی از ROM که به واحد functional متصل می‌شوند. این سیگنال‌ها توسط واحد کنترل برای کنترل واحد functional و ثبات‌ها استفاده می‌شوند.

۳-۳- مقایسه و ارزیابی الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم پیشین

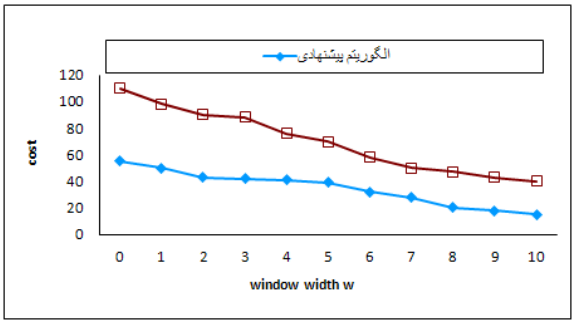
برای محاسبه هزینه محاسبات از فرمول‌های آمده در مراجع [۱۱و ۱۲] استفاده می‌کنیم این فرمول‌ها برای میدان گالوا $GF(2^m)$ و با پنجره w ارائه شده‌اند.

$$Cost1 = d + (2^{w-2} - 1)A + \frac{m}{w+1}A + md \qquad (۳)$$

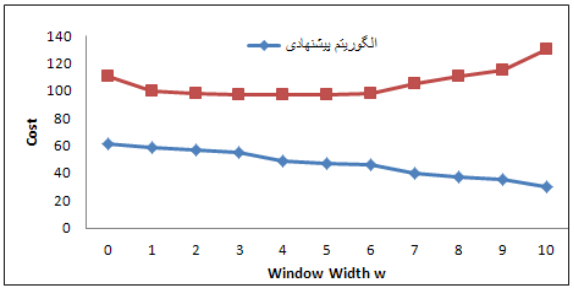
$$Cost2 = \frac{m}{w+1}A + \sum_{j=1}^{v}\frac{I_j}{w_j + I}A \qquad (۴)$$

به ترتیب A هزینه محاسبه عملیات جمع نقطه‌ای و D هزینه محاسبه مضاعف کردن نقطه‌ای است. این دو هزینه در دستگاه مختصات استاندارد باهم برابر و در سایر دستگاه‌ها هزینه محاسبه جمع نقطه‌ای دو برابر هزینه محاسبه مضاعف نقطه‌ای است [۱۱]. حال می‌توان نتیجه گرفت عملیات جمع نقطه‌ای به هزینه عملیات ضرب در میدان گالوا و وزن همینگ عملگرها در این میدان بستگی دارد. روش کاراتسوبا– افمن برای عملیات ضرب در میدان گالوا طول عملگرها نصف می‌شود، در نتیجه وزن همینگ و هزینه محاسبات عملیات جمع‌کردن نقطه‌ای و عملیات مضاعف نقطه‌ای، نصف خواهد شد. چون درروش پیشنهادی از الگوریتم ضرب اسکالر استفاده‌شده است لذا هزینه را از رابطه (۴) به‌دست می‌آوریم که هزینه محاسبه عملیات جمع نقطه‌ای نصف هزینه الگوریتم پیشنهادی در ساختار [۱۱] است.

برای اندازه‌گیری محاسبات از نرم‌افزار متلب و کدهایی در محیط C++ استفاده شده است. این برنامه طول m =۱۶۰ را در نظرگرفته و هزینه محاسبات را برای w در دستگاه‌های مختلف مختصات با شکل‌های ذیل نشان داده است [۱۱و۱۲].در شکل‌های (۹ و ۱۰) هزینه پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی ضرب اسکالر با واحد کنترلی بهبودیافته با الگوریتم ارائه‌شده در مرجع [۱۱] در دستگاه مختصات استاندارد و تصویری نمایش داده شده است.



شکل (۹). مقایسه هزینه الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم مرجع [۱۱] در دستگاه مختصات



شکل (۱۰). مقایسه هزینه الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم مرجع [۱۲] در دستگاه مختصات

شکل‌های فوق نشان می‌دهند که روش پیشنهادی از الگوریتم‌های مطرح‌شده در مراجع [۱۱ و ۱۲] بهتر عمل می‌کند و بازدهی بیشتری دارد. یکی از دلائل اصلی آن این است که درروش پیشنهادی به دلیل استفاده از ساختار موازی عملیات مضاعف نقطه‌ای و عملیات جمع نقطه‌ای به‌صورت هم‌زمان انجام می‌گیرد و در الگوریتم پیشنهادی به دلیل اینکه تقریباً این دو عملیات هزینه مساوی دارند، در پیاده‌سازی‌های صورت گرفته فقط هزینه عملیات جمع نقطه‌ای در نظر گرفته‌شده است، از طرف دیگر به علت بهبودهایی که در واحد کنترلی انجام‌گرفته است، نتیجه نشان داده‌شده در نمودارها توجیه‌پذیر می‌باشد. در ادامه زمان موردنیاز برای اجرای هر عملیات موجود روی خم بیضوی در الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهیم.

در جدول (۱) از متوسط زمان استفاده کرده‌ایم به این دلیل که انتخاب نقاط دیگر روی خم برای ارزیابی زمان موجب تغییر در مقادیر فوق می‌شود. با استفاده از این طرح پیشنهادی بهبودیافته در ساختار پروتکل‌های رای گیری الکترونیکی مبتنی بر ضرب اسکالر خم بیضوی می‌توان فرآیند رای‌گیری الکترونیکی را با اطمینان و امن انجام داد.

جدول(۱). متوسط زمان اجرای الگوریتم پیشنهادی با توجه به نوع عملیات روی میدان متناهی

مراحل اجرایی	متوسط زمان اجرای الگوریتم پیشنهادی	
عملیات	طول کلید =۱۳۱	طول کلید = ۱۶۳
Finite Field Addition	۳۸ ns	۴۴ns
Finite Field Multiplication	۳/۳۳ µs	۳/۶۳ µs
Finite Field Inversion	۴۵/۳ µs	۵۳ µs
Point Addition	۵۴/۴ µs	۵۹ µs
Point Doubling	۶۰ µs	۶۵/۲ µs
Point Multiplication	۱۰ ms	۱۶/۵ ms
Encryption	۲۳ ms	۲۸ ms
Decryption	۱۳ ms	۱۷/۴ ms

۴- نتیجه‌گیری

در انتخابات الکترونیکی، پروتکل انتخاباتی به رأی‌دهنده این امکان را می‌دهد تا با بالاترین ضریب امنیتی و حفاظتی و با آسان‌ترین روش رأی خود را به‌صورت الکترونیکی ارائه کند. بنا-براین برای ایجاد امنیت و کاهش هزینه در رأی‌گیری الکترونیکی از الگوریتم رمزنگاری خم بیضوی با پیاده‌سازی بهینه ضرب اسکالر روی میدان متناهی استفاده می‌گردد. در نتیجه ساختاری بهینه پیشنهاد گردید که بتواند روی اجرای الگوریتم‌هایی که ضرب اسکالر در خم بیضوی را انجام می‌دهند بهبود ایجاد کند. در الگوریتم پیشنهادشده، در دو بخش محاسباتی و کنترلی هسته اصلی رمزنگار خم بیضوی اصلاحاتی انجام شد که درنهایت باعث بهبود عملکرد رمزنگار خم بیضوی شد. در ارزیابی و شبیه‌سازی انجام‌گرفته، الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم‌های مورداستفاده برای ضرب اسکالر خم بیضوی، دارای هزینه کمتر و زمان اجرای بهتر است.

۵- مراجع

[1] A. Rezai and P . Keshavarzi, "A New Finite Field Multiplication Algorithm to Improve Elliptic Curve Cryptosystem Implementations," Journal of Information Systems and Telecommunication vol. 1, no. 2, pp. 119-129, 2013.

[2] Certification Report, "Philips P5CC036V1C and P5CC009V1C Secure Smart Card Controller," Version 1.0, 19 October 2004 (Confidential Document), https://www.bsi.bund.de/.

[3] S. Sis´o G`odia, "An electronic voting platform with elliptic curve cryptography," Treball Final de Carrera, Francesc Seb´e Feixas, July 2011.

[4] A.-G. Tsahkna, "E -voting: Lessons from Estonia," published online 29 June 2013.

[5] A. Woodbury, D. Bailey, and C. Paar, "Elliptic Curve Cryptography on Smart Cards without Coprocessors," 4th Smart Card Research and Advanced Applications (CARDIS 2000), Conference, Bristol, UK, September 2000.

[6] A. Khaled and M. Al-Kayali, "Elliptic curve cryptography and Smart card," SANS Institute InfoSec Reading Room, SANS Institute, 17 February 2004.

[7] I. Blake, G. Seroussi, and N. Smart, "Elliptic Curves in Cryptography," London, Mathematical Society Lecture Note Series: 265, 1st Edition, Cambridge University Press, United Kingdom, 1999. ISBN: 0521653746.

[8] D. dankerson, "Guide to Elliptic Curve cryptography," spring, vol. 4, pp. 130-138, 2004.

[9] G. M. Dormale, "High-speed hardware implementation of elliptic curve cryptography," Journal of systems architecture, vol. 53, pp. 72-84, 2007.

[10] F. Henriquez, et al, "Cryptographic Algorithms on Reconfigurable Hardware," Springer, pp. 77-89, 2006.

[11] X. Yin and et al, "Window algorithm of scalar multiplication based on interleaving," IEEE, International Conference on Communications, Circuits and Systems (ICCCAS), pp. 308-321, 2011.

[12] S. M. Shohdy, "Hardware Implementation of Efficient Modified Karatsuba multiplier used in elliptic curves," International Journal of Network Security, vol. 11, no. 3, pp. 138-145, 2010.

[13] N. A. Saqib, et al, "A Parallel Architecture for fast computation of elliptic curve scalar multiplication over GF(2^m)," 15th international parallel and distributed processing symposium,

USA, vol. 4, p. 144, 2004.

[14] Y. Dan, et al, "High-performance hardware architecture of elliptic curve cryptography processor over GF(2^{163})," Journal of Zhejiang University Science A, vol. 10, no. 2, pp. 301-310, 2009.

[15] J. H. Zhang, et al, "Hardware Implementation on improved Montgomery modular multiplication algorithm," IEEE conference on communication and mobile computing, vol. 3, pp. 370-377, 2009.

[16] K. Okeya and K. Sakurai, "Efficient elliptic curve cryptosystems from a scalar multiplication algorithm with recovery of the y-coordinate on a Montgomery form elliptic curve, CHES 2001, LNCS 2162 126141, Springer-Verlag, 2001.

[17] X. Yin, et al, "Window algorithm of scalar multiplication based on interleaving," IEEE, International Conference on Communications, Circuits and Systems (ICCCAS), pp. 308-321, 2013.

[18] S. M. Shohdy, "Hardware Implementation of Efficient Modified Karatsuba multiplier used in elliptic curves," International Journal of Network Security, vol. 11, no. 3, pp. 138-145, 2012.

Journal Of Electronical & Cyber Defence
Vol. 3, No. 3, 2016, Serial No.11

A Fast Method for Computation of Scalar Multiplication of Elliptic Curve Suitable for Elliptic Curve Cryptography System

A. Mirghadri*, S. Rahimi

*Imam Hossein University

(Received: 13/02/2014, Accepted: 12/01/2016)

ABSTRACT

Elliptic curve cryptography system due to the short key length and high level of security is most important encryption system for use in electronic voting. The problem with this system is a lot of computation time due to the complexity of computational operations on elliptic curve is over. Multiplication of elliptic curve cryptography system is time consuming operations that about 85% of the time spent implementing the encryption algorithm stems. Hence, we propose an optimal method to reduce the cost of providing time of multiplication operations. The proposed method improved in two main parts, the parts of the control and computing encryption algorithm, has the good performance. The result of evaluation and comparison of the proposed method with some conserned algorithms, shows that this method compared to other algorithms, is faster and very good performance.

Keywords: Scalar Multiplication, Elliptic curve cryptography, Computational operations, Electronic voting

* Corresponding Author Email: amrghdri@gmail.com