

جهت‌یابی منابع همبسته آکوستیکی با آرایه خطی تودرتو بر مبنای حل اسپارس

عباس اسدزاده^۱، سید محمد علوی^{۲*}، محمود کریمی^۳، هادی امیری^۴

۱- دانشجوی دکتری، ۲- دانشیار، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، ۳- استاد، دانشگاه شیراز،

۴- استادیار، دانشگاه تهران

(دریافت: ۹۷/۹/۲۵، پذیرش: ۹۸/۳/۲۸)

چکیده

جهت‌یابی منابع آکوستیکی در بسیار از کاربردهای صنعتی و نظامی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. الگوریتم‌های زیادی تاکنون برای حل این مساله پیشنهاد شده‌اند اما شرایط گوناگون و پیچیده‌ای که محیط واقعی به فرضیات مساله اعمال می‌نماید باعث شده که همچنان در برخی شرایط، راه حلی برای جهت‌یابی منابع آکوستیکی به صورت پایدار و بادقت دلخواه وجود نداشته باشد یکی از این موارد، یافتن جهت منابع آکوستیکی، در محیط‌های پرنعکاس مانند آب‌های کم عمق دریا است. در این شرایط منابع مجازی زیادی به وجود می‌آیند که در واقع کپی منابع مستقل بوده و قابل شناسایی و حذف نیستند. زمانی که تعداد این انعکاس‌ها از تعداد حسگرهای آرایه بیشتر شود، فرضیات روش‌های مرسوم جهت‌یابی، اقناع نشده و قابل به‌کارگیری نمی‌باشند. در این شرایط با مساله تعداد منابع، بیشتر از تعداد حسگرها (فرومعین)، روبرو هستیم. یک ایده مهم برای مقابله با این تاثیر چند مسیری، افزایش درجه آزادی آرایه سوناری است که می‌تواند بر مبنای آرایه‌های اسپارس حل شود. در واقع با به‌کارگیری آرایه MRA تعداد حسگرهای آرایه واقعی، به‌طور مجازی افزایش یافت به‌طوری‌که مساله به شرایط عادی (فرامعین) برگردد در این ایده ماتریس منیفولد آرایه طوری اصلاح گردید که متناسب با آرایه‌های غیریکنواخت اسپارس باشد. شبیه‌سازی‌ها به‌خوبی عملکرد الگوریتم را در حضور منابع همبسته، قابلیت‌های تفکیک زاویه‌ای و میزان خطای کمتر را تایید می‌نماید به‌طوری‌که با ۶ حسگر واقعی در آرایه، الگوریتم توانست ۱۲ منبع اعم از همبسته و مستقل را جهت‌یابی کند در عین حال روش ارائه‌شده از روش‌های مقایسه شده بهتر بوده و بسیار به حد CRLB نزدیک می‌شود.

کلیدواژه‌ها: اسپارس، جهت‌یابی، منابع همبسته، پدیده چندمسیری، فرومعین

۱. مقدمه

تجزیه مقدارویژه ماتریس کواریانس داده دریافتی بهره می‌گیرد، نیاز به تعداد زیادی از مقدار لحظه‌ای (بلوک داده زمانی) برای رسیدن به کارایی بالا دارد و همچنین در زمانی که منابع به دلیل اثر انتشار چندمسیری، بسیار همبسته یا همدوس هستند، غیرقابل به‌کارگیری می‌باشند. علاوه بر آن، این روش‌ها کارایی بسیار خوبی در شرایط فرضی نویز گوسی از خود نشان می‌دهند [۴].

روش ML^۴ نیاز به شکل تحلیلی از PDF^۵ دارد که همواره این مقدار در دسترس نیست [۵-۷]. برای غلبه بر این مشکل که روش‌های تخمین DOA مبتنی بر کواریانس نمونه به مقادیر خارج از محدوده حساس هستند، یک ایده به‌دست آوردن مقادیر کسری آماری مرتبه پایین در مقابل کواریانس

تخمین جهت ورودی (DOA^۱) منابع باند باریک از مهم‌ترین مباحث در پردازش سیگنال آرایه‌ای است. پردازش آرایه حسگری در فرآیندهای مختلفی همچون آشکارسازی سیگنال‌های منتشره، تخمین پارامترهای یک سیگنال، همچون جهت ورود سیگنال به آرایه و حتی تخمین خود شکل موج سیگنال، سودمند می‌باشد. حوزه‌های کاربرد آن نیز می‌تواند شامل رادار، سونار، سامانه‌های پایش وضعیت، مخابرات تجاری، اکتشافات ژئوفیزیکی، سامانه‌های مخابراتی باشد. بسیاری از الگوریتم‌های تخمین DOA با قدرت تفکیک بالا در دهه اخیر پیشنهاد شده‌اند. روش‌هایی از نوع تخمین زیرفضا، نظیر MUSIC^۲ [۱، ۲] و ESPRIT^۳ [۳] که از

*ایانامه نویسنده پاسخگو: malavi@yahoo.com

1- Direction of Arrival
2- Multiple Signal Classification
3- Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques

4- Maximum Likelihood
5- Probability Density Functions

فاکتور تنسور مختلط نامنفی رتبه کامل پیشنهاد شده است [۱۵]. روش‌های در حال ظهور، تخمین DOA با آرایه‌های تنک را پیشنهاد می‌نمایند [۱۶، ۱۷]. روش تنک در مقایسه با شمای زیرفضا، مزایای فراوانی از خود نشان داده است که پایداری بهتر در برابر نویز و حفظ کارایی با تعداد نمونه محدود و در حضور منابع همبسته، از مزیت‌های آن می‌باشد. از مزایای دیگر آرایه‌های تنک مقابله با اثر تزویج متقابل بین آنتن‌های آرایه است. در [۱۸] انواع آرایه‌های تنک مثل شبه آرایه، آرایه حداقل افزونگی و آرایه تودر تو برای این منظور بررسی شده‌اند و آرایه MRA^v عملکرد بهتری از خود نشان داد.

سونارها بر مبنای امواج آکوستیکی کار می‌کنند که انتشار این امواج در دریا بشدت تابع شرایط محیطی است. یکی از ابعاد مترتب بر مساله، وجود چند مسیرگی و تداخل است [۱۹]. در واقع تعداد زیادی منبع مجازی تولید می‌شود، به طوری که تعداد منابع می‌تواند از تعداد حسگرهای آرایه بیشتر شود. در این حالت، فرضیات اکثر الگوریتم‌های فعلی، نقض شده و سامانه از کار می‌افتد. یک راه جالب برای مقابله با این اثر، افزایش درجه آزادی آرایه است.

در سال‌های اخیر برای دستیابی به افزایش قابل توجه درجه آزادی، دو روش آرایه‌های غیرخطی و شبه آرایه‌ها معرفی شده است. آرایه تودر تو که یک آرایه غیرخطی معمولی است به علت داشتن فرم بسته به‌ازای یک پیکربندی آرایه می‌تواند با یک تعداد حسگر مشخص، نسبت به آرایه خطی یکنواخت درجه آزادی بیشتری فراهم کند [۲۰]. مشهور است که روش‌های زیرفضای معمول برای تشخیص زیرفضای سیگنال یا نویز با دقت مناسب به اسنپ شات بزرگ از داده‌ها نیاز دارند و در شرایط سیگنال به نویز پایین به شدت کارایی خود را از دست می‌دهند. پیشرفت‌های اخیر در روش اسپارس باعث افزایش چشمگیر به‌کارگیری روش اسپارس در الگوریتم‌های جهت‌یابی شده است. روش‌هایی مانند یادگیری بیزین اسپارس (SBL^A) خصوصیات عالی مانند مقاوم بودن به نویز، نیاز به اسنپ شات پایین و تعداد کور منابع از خود نشان داده است. به هر حال دو اشکال اساسی این روش‌ها کاهش روزه دید آرایه و خطای مدل‌سازی زیاد می‌باشد. در [۲۰] برای حل این مشکلات از وارینانس نویز به‌عنوان بخشی از جهت سیگنال مطلوب که اطلاعی از آن موجود نیست، استفاده شد و سپس این مقایر توسط روش استنتاج بیزین یادگیری شد. همچنین برای غلبه بر خطای مدل‌سازی، روش پالایش شبکه‌بندی جدیدی پیشنهاد شد [۲۰].

رتبه دوم است مانند ¹ROC-MUSIC [۸]، ²FLOM-MUSIC [۹]، ³TCM-MUSIC [۱۰]. روش‌های بر مبنای مقادیر کسری آماري رتبه پایین در مقابل مقادیر خارج از محدوده پایدار هستند، اما به ابعاد نمونه بزرگ جهت دستیابی به کارایی رضایت بخش نیاز دارند [۱۱]. جهت محدود کردن اثر مقادیر خارج از محدوده، تابع‌های غیرخطی بدون حافظه در [۵ و ۹] استفاده شده‌اند، که ممکن است تخمین DOA دقیق‌تری نسبت به روش‌های برپایه مقدار کسری رتبه پایین مهیا سازند. اگرچه کارایی آن‌ها ممکن است با افزایش رتبه زیرفضای سیگنال کاهش یابد.

قاعده تجزیه زیرفضا در [۸] بر پایه حداقل سازی l_p -norm ماتریس خطای درونیایی شده باقی مانده با $1 \leq p \leq 2$ است. مزیت تجزیه زیرفضای l_p -norm از این واقعیت برگرفته می‌شود که l_p -norm با $p < 2$ حساسیت کمتری از مقادیر خارج از محدوده نسبت به معیار فروبینوس متداول نشان می‌دهد [۸]. این مسئله تایید شده است که روش l_p -MUSIC در روش‌های از نوع زیرفضای استاندارد و چندین شمای مقاوم در برابر داده‌های خارج از رده موجود در ترم‌های کارایی دقت و قدرت تفکیک بهتر عمل می‌کند. توجه کنید که رویکرد حداقل‌سازی l_p -norm به‌صورت گسترده‌ای در مساله ارائه سیگنال تنک مخصوصاً هنگامی که $p = 1$ است [۱۲، ۱۳] استفاده می‌شود.

متداول‌ترین الگوریتم زیرفضا برای مقابله با چند مسیرگی الگوریتم SS-MUSIC است [۱۴] که مبنای مقایسه بسیار از الگوریتم‌هاست نقطه ضعف این الگوریتم این است که با افزایش تعداد منابع همبسته کارایی خود را از دست می‌دهد همچنین در سیگنال به نویز پایین کارایی خوبی ندارد.

همچنین برای غلبه بر اثر انعکاس‌ها در جداسازی منابع از هم، محققین از کانولوشن مخلوطی^۴ به‌جای کانولوشن لحظه‌ای استفاده می‌کنند اما کانولوشن مخلوطی با تقریب باند باریک مدل می‌شود و برای محیط‌های داری انعکاس معتبر نیستند زیرا در این شرایط طول فیلتر مخلوط‌کننده از طول پنجره^۵ STFT بزرگتر می‌شود. برای حل این مساله در [۱۵] روش بهینه^۶ CNTF2D پیشنهاد شده است که می‌تواند منابعی که در محیط پرنعکاس فرومعیع مخلوط شده‌اند را جداسازی نماید. در این روش برای مدل‌سازی ماتریس کوواریانس طیفی منابع، واپیچش دوبعدی

1- Robust Covariation-based MUSIC

2- Fractional Lower Order Moment MUSIC

3- Kendall's Tau Covariance Matrix

4- Convolutional Mixture

5- Short-Time Fourier Transform

6- Complex Nonnegative Tensor Factor 2D Deconvolution

7- Minimum Redundancy arrays

8- Sparse Bayesian Learning

۲. آرایه تو در تو

برای تخمین DOA از آرایه‌های هیدروفونی در سونارها استفاده می‌شود. در روش‌های قدیمی به‌خصوص در سونارهای به‌منظور تخمین جهت از یک آرایه خطی یکنواخت (ULA^۶) استفاده می‌شد. در [۲۴] انواع شبه آرایه معرفی شده است. روش‌های مشهور مانند آرایه با حداقل افزونگی (MRA)، آرایه با حداقل حفره (MHA^۷)، آرایه تودرتو، شبه آرایه و آرایه سوپر تودرتو و بسیاری حالات مختلف دیگر که در همه آنها با N المان فیزیکی به آرایه مجازی از مرتبه N^2 می‌رسیم. شبه آرایه و آرایه تودرتو نوعی از آرایه‌های تنک (اسپارس) با هندسه ساده هستند که دارای فرمول فرم بسته برای چینش آرایه‌اند ولی مانند MRA و MHA پارامترهای بهینه ندارند. آرایه تو در تو در واقع ترکیب یک آرایه خطی یکنواخت چگال با فاصله حسگرها به اندازه نصف طول موج و یک آرایه خطی یکنواخت تنک با فاصله حسگرها به اندازه $(N+1)/2$ طول موج می‌باشد. شبه آرایه‌ها نوع دیگری از خانواده آرایه‌های اسپارس هستند که دارای فرمول مشخص برای تعیین مکان حسگرها می‌باشند و در واقع ترکیب دو آرایه تنک با فواصل حسگری M و N واحد از هم می‌باشند [۲۴].

همچنان که ذکر شد یکی از روش‌ها، استفاده از آرایه تو در تو است [۲۵] که موجب افزایش درجه آزادی (DOF^8) در تخمین DOA می‌شود. با استفاده از این روش می‌توان به‌طور مجازی تعداد حسگرهای آرایه را افزایش داد و با منابع همبسته مقابله نمود. یک ULA با N حسگر می‌تواند حداکثر تا $N-1$ منبع با استفاده از روش‌های متداول زیرفضا نظیر MUSIC را حل نماید [۲۶]. یک رویکرد مناسب برای دستیابی به $O(N^2)$ درجه آزادی با استفاده از N حسگر بر پایه آرایه تو در تو، در [۲۷] ارائه گردیده است. آرایه تو در تو به کمک ترکیب دو یا چند ULA با افزایش فاصله به‌دست می‌آید. به دلیل خاصیت غیریکنواختی، آرایه به‌دست‌آمده به‌صورت موثر درجه آزادی بیشتری نسبت به آرایه تنکی دارد که موجب می‌شود آرایه تو در تو بتواند منابع بیشتری نسبت به تعداد حسگرها تشخیص دهد [۲۸، ۲۹].

در شکل (۱) یک نمونه آرایه تو در تو با N_1 حسگر داخلی و N_2 حسگر خارجی با فواصل به ترتیب d_i و d_o از یکدیگر را نشان می‌دهد. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، آرایه تو در تو دارای دو دسته ULA است که در آن $S_i = \{md_i, m = 1, \dots, N_1\}$ و $S_o = \{n(N_1 + 1)d_i, n = 1, \dots, N_2\}$ مطابق با

در چند سال گذشته، موضوع جهت‌یابی منابع در شرایطی که تعداد حسگرها از منابع سیگنالی کمتر باشند، به‌شدت موردتوجه قرار گرفته است [۲۱]. یکی از هدف‌های مهم روش‌های جهت‌یابی منابع، جهت‌یابی دقیق منابع قرار گرفته‌شده در محیط با حضور نویزهای مختلف و در شرایط چندمسیره بودن محیط^۱ می‌باشد. حل این مسائل با استفاده از روش اسپارس^۲ موردتوجه این مقاله می‌باشد.

همچنین از روش‌هایی که می‌تواند در افزایش درجه آزادی آرایه موثر باشد آرایه تودرتو است [۲۲]. با استفاده از این روش می‌توان به‌طور مجازی تعداد حسگرهای آرایه را افزایش داد و با منابع همبسته مقابله نمود. یکی از اثرات منابع همبسته تخریب ماتریس کوواریانس سیگنال آرایه از فرم نرمال خود است برای بازسازی آن یک ماتریس کارا بنام توپلیتز^۳ وجود دارد که در این مقاله از این ماتریس هم استفاده شده است. در [۲۳] روش L1-SCV آرایه شده است که در آن با تولید بردار هموار شده خاصی بنام^۴ SCV و میانگین‌گیری از قطره‌های فرعی پایین مثلثی ماتریس کوواریانس عملکرد خوبی نسبت به سیگنال‌های همبسته ایجاد نموده است اما این روش در آرایه‌های MRA^۵ دچار خطا شده و تعداد زیادی جهت غیرواقعی علاوه بر جهت‌های واقعی نشان می‌دهد.

در بخش دوم آرایه تودرتو معرفی شده و خاصیت آن بیان می‌شود در بخش سوم مدل سیگنال و فرضیات حل مساله ذکر شده است. در بخش چهارم روش پیشنهادی تشریح شده است که با ابداع یک ماتریس نگاه اصلاح شده، مخصوص آرایه‌های اسپارس توانایی این نوع الگوریتم‌ها را در یافتن تعداد اهداف بیشتر با تعداد حسگر کمتر، ارتقاء داده است. به عبارتی به علت عدم تطبیق ماتریس نگاه آرایه در روش‌های اخیر خطای تشخیص منابع غیر واقعی در آنها وجود دارد به‌خصوص وقتی سیگنال‌های همبسته در محیط موجود باشد تعداد این خطاها بیشتر است. اما روش پیشنهادی با معرفی ماتریس نگاه منطبق با آرایه اسپارس و نیز حل معادله به‌دست‌آمده بر مبنای اسپارس، این عیب را بخوبی برطرف کرده است. در بخش پنجم شبیه‌سازی‌های مختلفی از عملکرد آرایه به نمایش گذاشته شد و در نهایت بخش ششم بحث و نتیجه‌گیری در مورد روش پیشنهادی بیان شده است.

- 1- Multipath Environment
- 2- Sparse
- 3- Toeplitz
- 4- Smoothed Covariance Vector
- 5- Minimum Redundant Array

- 6- Uniform Linear Array
- 7- Minimum Hole Arrays
- 8- Degree Of Freedom

که ماتریس \hat{R} تخمین ماتریس کواریانس با دریافت T نمونه از سیگنال است.

۴. روش پیشنهادی

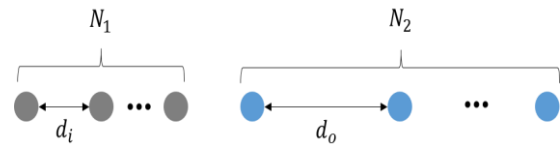
برای استفاده از آرایه‌های غیرخطی^۱ ایده جدیدی ارائه خواهد شد، تا بتوان در این حالت به جواب‌های درست و بدون پیک‌های اضافی (تشخیص اشتباه اهداف غیر واقعی یا آژیر غلط) در مقایسه با روش‌های اخیر برسیم. برای حل چنین مسئله‌ای نیاز به یک ایده جدید و ابداعی در این زمینه داریم. این ایده باید به نحوی باشد تا بتواند پیک‌های درست تشخیص داده شده توسط این روش را حفظ نماید و درعین حال بتواند پیک‌های ناخواسته و اضافی به وجود آمده (آژیر غلط) به دلیل استفاده از آرایه غیرخطی را از بین ببرد. با دقت در ماتریس کواریانس به دست آمده از سیگنال با بردار هدایت $a(\theta)$ در شرایط آرایه خطی، مشاهده می‌شود که بر روی قطرهای مجاور قطر اصلی این ماتریس درایه‌هایی به وجود می‌آید که از نظر اختلاف فاصله حسگرها یکسان می‌باشد، همین‌طور درایه‌های قطرهای فرعی مثلث‌های بالا و پایین این ماتریس، مزدوج مختلط^۲ هم می‌باشد. به‌طور مثال برای یک آرایه خطی ۴ حسگری با حضور یک منبع، ماتریس کواریانس شکلی مانند ماتریس (۵) خواهد داشت.

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & e^{j2\pi d \sin \theta} & e^{j2\pi 2d \sin \theta} & e^{j2\pi 3d \sin \theta} \\ e^{-j2\pi d \sin \theta} & R_2 & e^{j2\pi d \sin \theta} & e^{j2\pi 2d \sin \theta} \\ e^{-j2\pi 2d \sin \theta} & e^{-j2\pi d \sin \theta} & R_3 & e^{j2\pi d \sin \theta} \\ e^{-j2\pi 3d \sin \theta} & e^{-j2\pi 2d \sin \theta} & e^{-j2\pi d \sin \theta} & R_4 \end{bmatrix} \quad (5)$$

که در این ماتریس، درایه‌های موجود بر روی قطر اصلی، اعدادی حقیقی هستند و همان‌طور که مشاهده می‌شود، درایه‌های روی قطرهای فرعی همگی از یک جنس بوده و دارای یک اختلاف فاصله حسگری منظم می‌باشند، پس عملیات میانگین‌گیری از درایه‌های قطرهای و قرار دادن آن به جای تمامی درایه‌های آن قطر، معادل با قرار دادن یک درایه از آن قطر در همه درایه‌ها می‌باشد. یعنی به‌ازای آرایه خطی ۴ حسگری که مجموعه اختلافات فاز حسگرها نسبت به هم $d = [-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3]$ را به وجود می‌آورد، تمامی اختلاف فازها، در ماتریس کواریانس تولید می‌شود.

مشکل اینجاست که اگر از آرایه غیرخطی استفاده شود دیگر تمامی قطرهای فرعی این ماتریس با هم برابر نبوده و بر روی قطر فرعی این ماتریس، اختلافات فاز غیر یکسانی از فاصله حسگرها ایجاد خواهد شد. برای مثال اگر از آرایه ۶ حسگری تودرتو با

شکل (۱) قرار دارد. نکته مهم درباره این چینش، این است که این مجموعه دارای $1 - 2N_2(N_1 + 1)$ درجه آزادی می‌باشد. می‌توان نشان داد مجموعه‌ای از آرایه‌های خطی وجود دارد که حداکثر دقت برای تعداد مشخصی از المان‌ها را به ما می‌دهد. این کار توسط حداقل‌گیری تعداد فضاهای خالی اضافی موجود در آرایه انجام می‌گیرد [۳۰]. آرایه حداقل تلفات در [۲۴، ۳۱] ارائه شد که وظیفه‌اش ایجاد بزرگ‌ترین آرایه خطی است که حداقل تلفات ممکن را داشته باشد. برای به دست آوردن این آرایه‌ها به‌ازای هر تعداد ممکن، نمی‌توان از فرمول خاصی تبعیت کرد و به همین خاطر در [۳۲] این محاسبات به‌ازای تعداد مختلف حسگرهای آرایه، به دست آمده است. استفاده از این آرایه برای افزایش درجه آزادی آرایه، در این مقاله مورد نظر قرار گرفته است.



شکل (۱): آرایه تو در تو با N_1 حسگر داخلی و N_2 حسگر خارجی با فواصل به ترتیب d_i و d_o از یکدیگر

۳. مدل سیگنال

فرض کنید که D سیگنال غیر همبسته به آرایه با $M = N_1 + N_2$ حسگر با زوایای $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D$ می‌رسد. تعداد M مشاهده در آرایه را می‌توان به‌صورت زیر مدل کرد:

$$x(t) = As(t) + n(t) \quad (1)$$

که t اندیس زمان، $x(t) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ ، $s(t) \in \mathbb{C}^{D \times 1}$ و $n(t) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ به ترتیب سیگنال دریافتی، شکل موج سیگنال ارسالی و نویز سفید گوسی است. ماتریس $A = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_D)] \in \mathbb{C}^{M \times D}$ ماتریس هدایت سیگنال است که

$$a(\theta_d) = [e^{j2\pi \frac{p_1}{\lambda} \sin(\theta_d)}, e^{j2\pi \frac{p_2}{\lambda} \sin(\theta_d)}, \dots, e^{j2\pi \frac{p_M}{\lambda} \sin(\theta_d)}]^T \quad (2)$$

که در (۲)، p_1, p_2, \dots, p_M محل قرارگیری حسگرها و θ_d زاویه منبع d ام است. بدین ترتیب ماتریس کواریانس به شکل (۳) قابل نمایش خواهد بود.

$$R = E\{x(t)x^H(t)\} = AR_s A^H + \sigma_n^2 I_M \quad (3)$$

که عملگر $E\{\cdot\}$ امید ریاضی، I_M ماتریس همانی $M \times M$ ، σ_n^2 نشانگر توان نویز است و $R_x = E\{x(t)x^H(t)\}$ کواریانس ماتریس سیگنال ارسالی است. در عمل ماتریس کواریانس از رابطه (۴) به دست می‌آید

$$\hat{R} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x(t)x^H(t) \quad (4)$$

1- Non Linear Array (NLA)
2- Conjugate

در این ماتریس، اندیس اول r مربوط به عدد قطر می باشد یعنی برای درایه های روی قطر اول از عبارت $r_{1,j}$ و برای درایه های روی قطر منهای یک از عبارت $r_{-1,j}$ استفاده می کنیم. با اعمال عملگر SVD^۱ بر روی ماتریس \hat{R} که همان تجزیه مقادیر ویژه منفرد است، ماتریس های U و V که بردارهای ویژه چپ و راست \hat{R} هستند حاصل می شود. همچنین، ماتریس قطری جدیدی بنام S به دست خواهد آمد، که می توان روی میانگین درایه های این ماتریس تغییر ایجاد کرد و به جای درایه های قطر اصلی، میانگین به دست آمده یعنی \bar{S} را قرار داده شود. ماتریس S ماتریس قطری، شامل مقادیر ویژه \hat{R} است. علت این کار مقابله با اثر منابع همبسته و مقاومت در برابر نویز است که بعد از محاسبه آن به روش توپلنتز، باید به زیرفضای نویز و زیرفضای سیگنال دسترسی پیدا شود و میانگین گیری اعمال گردد.

$$[U, S, V] = svd(\hat{R})$$

$$S = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s_2 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & s_M \end{bmatrix} \quad (9)$$

سپس از تمامی قطرهای مثبت (قسمت بالا مثلثی با اندیس های مثبت در رابطه (۱۱)) و منفی (قسمت پایین مثلثی با اندیس های منفی در رابطه (۱۱)) این ماتریس (به جز قطر اصلی) میانگین گیری می کنیم و به جای تمامی درایه های آن قطر، میانگین به دست آمده را قرار می دهیم.

$$r = \frac{1}{M - |i|} \sum_{i=-M+1}^{M-1} r_{i,j} \quad (10)$$

در انتها، با جمع کردن ماتریس های به دست آمده در روابط (۹) و (۱۰) به ماتریس R_x مطابق ماتریس (۱۱) خواهیم رسید.

$$R_x = \begin{bmatrix} \bar{S} & r'_1 & r'_2 & \dots & r'_{M-1} \\ r''_{-1} & \bar{S} & r'_1 & \dots & r'_{M-2} \\ r''_{-2} & r''_{-1} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \bar{S} & r'_1 \\ r''_{-M+1} & r''_{-M+2} & \dots & r''_{-1} & \bar{S} \end{bmatrix} \quad (11)$$

با این الگوریتم ماتریس کوواریانس آرایه \hat{R} به R_x تبدیل شد، که دارای مرتبه M می باشد و برای سیگنال های هم دوس می تواند مورد استفاده قرار گیرد. اکنون با روش های با مبنای تنک به

فاصله های $[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]$ استفاده شود، مشاهده می شود که مجموعه اختلافات $[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]$ به وجود آمده و درایه های متناظر با این اختلافات، در درون ماتریس کواریانس تولید خواهند شد؛ ولی این درایه ها به صورت پراکنده و نامنظم در این ماتریس قرار خواهند گرفت. ایده ما این است که اگر بتوانیم درایه های مربوط به عبارات $e^{j2\pi k d \sin \theta}$ و $-11 \leq k \leq 11$ را از ماتریس کواریانس بیرون آورده و آن ها را در یک ماتریس 12×12 قرار دهیم، آنگاه ماتریس ابداعی جدیدی خواهیم داشت که درایه های قطر فرعی این ماتریس، تمامی عبارات تولید شده ناشی از اختلافات حسگری را به طور منظم در خود جای داده است. به طور کلی، با اجرای این عمل، نتایجی مشابه با آرایه ۱۲ حسگری با ۶ حسگر واقعی به دست خواهد آمد که چنین ماتریسی قدرت تفکیک ۱۱ سیگنال را خواهد داشت.

$$R_K = \begin{bmatrix} \bar{R} & e^{j2\pi d \sin \theta} & e^{j2\pi 2d \sin \theta} & \dots & e^{j2\pi 11d \sin \theta} \\ e^{-j2\pi d \sin \theta} & \bar{R} & e^{j2\pi d \sin \theta} & \ddots & \vdots \\ e^{-j2\pi 2d \sin \theta} & e^{-j2\pi d \sin \theta} & \bar{R} & \ddots & e^{j2\pi d \sin \theta} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & e^{j2\pi d \sin \theta} \\ e^{-j2\pi 11d \sin \theta} & \dots & e^{-j2\pi 2d \sin \theta} & e^{-j2\pi d \sin \theta} & \bar{R} \end{bmatrix} \quad (6)$$

برای تخمین جهت منابع، بعد از به دست آوردن ماتریس کواریانس طبق رابطه (۶)، لازم است از روش توپلنتز برای محاسبه آن استفاده شود. ابتدا فرض می کنیم ماتریس رابطه (۶) به صورت پارامتری به فرم \hat{R} ماتریسی از سایز $M \times M$ باشد [۳۳].

$$\hat{R} = \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} & \dots & r_{1,M} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} & \dots & r_{2,M} \\ r_{3,1} & r_{3,2} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & r_{M-1,M-1} & r_{M-1,M} \\ r_{M,1} & r_{M,2} & \dots & r_{M,M-1} & r_{M,M} \end{bmatrix} \quad (7)$$

سپس معادله (۷) را می توان در فرم قطری به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$\hat{R} = \begin{bmatrix} r_{0,1} & r_{1,1} & r_{2,1} & \dots & r_{M-1,1} \\ r_{-1,1} & r_{0,2} & r_{1,2} & \dots & r_{M-2,2} \\ r_{-2,1} & r_{-1,2} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & r_{0,M-1} & r_{1,M-1} \\ r_{-M+1,1} & r_{-M+2,2} & \dots & r_{-1,M-1} & r_{0,M} \end{bmatrix} \quad (8)$$

پس از انجام محاسبات و در نظر گرفتن فرضیات لازم حل مساله جهت‌یابی بر مبنای اسپارس^۱، منجر به حل بهینه‌سازی مطابق رابطه (۱۸) خواهد شد.

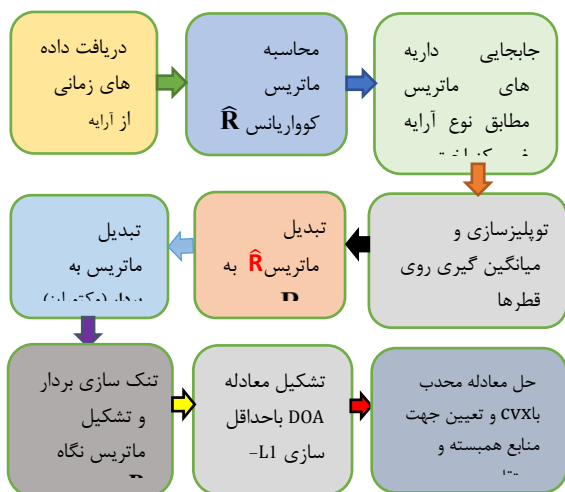
$$\min_{\tilde{\mathbf{r}}} \frac{1}{2} \|\hat{\mathbf{y}}_r - \tilde{\mathbf{B}}_r \tilde{\mathbf{r}} - \sigma_n^2 \mathbf{e}_r\|_2 + \mu \|\tilde{\mathbf{r}}\|_1 \quad (18)$$

که در رابطه (۱۸)، μ پارامتری است که بین $l_1 - norm$ و $l_2 - norm$ تعادل برقرار می‌کند. توجه کنید که σ_n^2 همانند یک پارامتر نامشخص عمل می‌کند. در نهایت با تعریف $\mathbf{C} \triangleq [\tilde{\mathbf{B}}_r, \mathbf{e}_r]$ و $\boldsymbol{\eta} \triangleq [\tilde{\mathbf{r}}^T, \sigma_n^2]^T$ قابل بازنویسی است

$$\min_{\boldsymbol{\eta}} \frac{1}{2} \|\hat{\mathbf{y}}_r - \mathbf{C}\boldsymbol{\eta}\|_2 + \mu \|\boldsymbol{\eta}\|_1 \quad (19)$$

رابطه (۱۹) یک مسئله محدب نسبت به $\boldsymbol{\eta}$ است و در نتیجه به کمک ابزار CVX قابل حل می‌باشد.

ایده جدید بدین صورت توجیه می‌شود که با قرار دادن حسگرها به صورت غیرخطی، حسگرهایی مجازی در بین ۶ حسگر موجود، بوجود می‌آیند که عبارات نمایی حاصل از آن مکان‌ها را برای ما تولید می‌کنند. در حقیقت ۶ حسگر موجود، مانند ۱۲ حسگر که به صورت خطی چیده شده‌اند عمل می‌کنند. حال اگر به جای آرایه‌ی تودرتو، آرایه غیرخطی دیگری را استفاده کنیم که درجه آزادی بیشتری به ما می‌دهد، می‌توانیم منابع بیشتری را تفکیک و شناسایی کنیم. استفاده از آرایه با حداقل تلفات MRA که چینش آرایه‌ای [۰، ۱، ۶، ۹، ۱۱، ۱۳] را دارد، می‌تواند به ما قدرت تفکیکی معادل با ۱۳ سیگنال را بدهد. بلوک دیاگرام روش پیشنهادی به صورت شکل (۲) است:



شکل (۲): بلوک دیاگرام روش پیشنهادی

نقطه قوت این روش جهت‌یابی منابع همبسته با تعداد کم حسگر می‌باشد یعنی در محیط زیرآب که شرایط فوق وجود دارد

ادامه حل مساله می‌پردازیم. برای حل مسئله به روش تنک باید از دیکشنری جدیدی استفاده کرد که شامل آرایه خطی با ۱۲ حسگر باشد.

در این مرحله، ماتریس \mathbf{R}_x را برداری می‌کنیم.

$$\mathbf{y} = \text{vec}(\mathbf{R}_x) = (\mathbf{A}^* \odot \mathbf{A})\mathbf{r} + \sigma_n^2 \mathbf{e} \quad (12)$$

که $\text{vec}(\cdot)$ ، $(\cdot)^*$ و \odot به ترتیب نمایانگر عملگر برداری ساز، مزدوج مختلط و ضرب Khatri-Rao است، $\mathbf{r} = [\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_D^2]^T$ و \mathbf{e} بردار شده ماتریس \mathbf{I}_M است. برای سادگی فرمول‌ها ماتریس \mathbf{B} تعریف می‌شود.

$$\mathbf{B} = [\mathbf{b}(\theta_1), \mathbf{b}(\theta_2), \dots, \mathbf{b}(\theta_D)] \triangleq \mathbf{A}^* \odot \mathbf{A} \quad (13)$$

که $\mathbf{b}(\theta_d) = \mathbf{a}^*(\theta_d) \otimes \mathbf{a}(\theta_d)$ است و \otimes نمایانگر ضرب کرونکر است. بنابراین، رابطه (۱۲) به شکل رابطه (۱۴) قابل باز نویسی است.

$$\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{r} + \sigma_n^2 \mathbf{e} \quad (14)$$

به دلیل حضور سطرهای تکرار شونده در \mathbf{B} اطلاعات زائد در رابطه (۱۴) وجود دارد. اطلاعات تکراری به علت ضرب کرونکر به وجود می‌آیند و ترکیب خطی از پایه‌های مستقل می‌باشند بنابراین، با حذف آنها کاهش دقت در محاسبات رخ نمی‌دهد. در نتیجه با استخراج المان‌هایی از \mathbf{y} که بیانگر سطرهای یکتاست، بردار \mathbf{y}_r با کاهش ابعاد به صورت (۱۵) قابل محاسبه خواهد بود

$$\mathbf{y}_r = \mathbf{B}_r \mathbf{r} + \sigma_n^2 \mathbf{e}_r \quad (15)$$

مطابق با نمایش تنک می‌توان به صورت زیر رابطه (۱۶) را بازنویسی نمود. ابعاد ماتریس \mathbf{r} از 12×1 به 180×1 تغییر داده می‌شود که فقط ۱۲ المان آن مقدار دارد و بقیه صفر است و نیز ماتریس \mathbf{B}_r از 12×12 به 12×180 تغییر می‌کند تا حاصل ضرب همان ماتریس 12×1 را نتیجه دهد

$$\mathbf{y}_r = \tilde{\mathbf{B}}_r \tilde{\mathbf{r}} + \sigma_n^2 \mathbf{e}_r \quad (16)$$

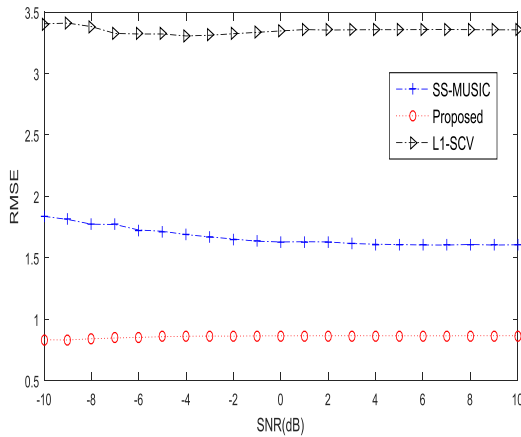
که در آن، $\tilde{\mathbf{B}}_r = [\mathbf{b}_r(\theta_1), \mathbf{b}_r(\theta_2), \dots, \mathbf{b}_r(\theta_K)]$ و $K \gg D$ است و $\tilde{\mathbf{r}}$ یک بردار تنک است که در تمام المان‌ها به جز المان‌های مربوط به θ_d صفر است.

مساله تخمین DOA معادل با پیدا کردن محل‌های مقادیر غیرصفر داخلی در $\tilde{\mathbf{r}}$ است. بنابراین، مساله حداقل‌سازی مقید در (۱۷) قابل فرمول‌نویسی است:

$$\min_{\tilde{\mathbf{r}}} \|\tilde{\mathbf{r}}\|_0 \quad \text{subject to} \quad \mathbf{y}_r = \tilde{\mathbf{B}}_r \tilde{\mathbf{r}} + \sigma_n^2 \mathbf{e}_r \quad (17)$$

که $\|\cdot\|_0$ بیانگر $l_0 - norm$ بردار می‌باشد.

نمودار شکل (۴) با حضور چهار منبع در زوایای $[-20, 10, 35]$ و در شرایط همدوسی زوایای $(35, 10)$ ، $(-40, -20)$ با تکرار مونت کارلو برابر با ۵۰۰ بار به دست آمده است. این زوایا، در شرایط بلوک نمونه برداری ثابت (Snapshot Number = ۱۰۰۰) نمونه و به ازای شرایط مختلف سیگنال به نویز (SNR) به دست آمده است. SNR از $[-10, 10]$ با فاصله یک پلکان اضافه می شود.



شکل (۴): نمودار RMSE (۴ سیگنال همدوس)

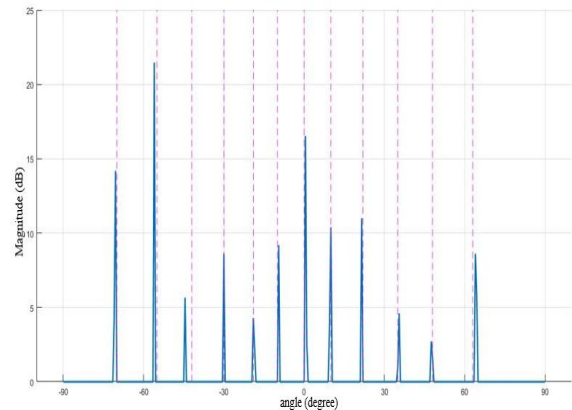
نمودار شکل (۴) نشان دهنده این مطلب است، روش L1-SCV که در مقدمه معرفی شده است و ادعای حل منابع همدوس در شرایط فرامعین را دارد، عملکرد مناسبی نداشته و اختلاف فاحشی با زوایای اصلی تولید کرده است. در این مورد نیز روش ابداعی از روش SS-Music بهتر عمل کرده است که نشان دهنده قدرت این روش در حل منابع همدوس در شرایط فرامعین می باشد. علت برتری روش پیشنهادی در این سناریو دقت جهت یابی با خطای کمتر از یک درجه در سیگنال به نویزهای ۱۰- تا ۱۰+ دسیبل است.

در شبیه سازی بعد با مقایسه آرایه خطی ۶ حسگری و آرایه خطی ۶ حسگری MRA، به بررسی مسئله منابع همبسته در شرایط فرامعین خواهیم پرداخت، تنها روش در دسترس که می تواند با روش ابداعی مقایسه شود، روش SS-Music می باشد که از مبنای زیر فضا برای حل مسائل استفاده می کند. با به کارگیری ۱۰ منبع با زوایای $[50, 35, 22, 10, 0, -10, -19, -30, -45, -60]$ که منابع $(1, 3)$ ، $(2, 6)$ ، $(7, 9)$ ، $(8, 10)$ همدوس می باشند (عدد مونت کارلو = ۵۰۰) به دست آمده است. این زوایای به دست آمده در شرایط بلوک نمونه برداری ثابت (SnapshotNumber = ۱۰۰۰) نمونه و به ازای شرایط مختلف سیگنال به نویز (SNR) به دست آمده است.

و عمده الگوریتم های فعلی با شکست مواجه اند (وجود چند مسیری در زیر آب باعث به وجود آمدن تعداد زیادی منبع مجازی می شود که از تعداد حسگرهای آرایه بیشتر خواهد شد این فرض شرط الگوریتم های زیادی را نقض می کند) و نیز هزینه آرایه با افزایش حسگرها به شدت اضافه می شود استفاده از این روش بسیار جذابیت دارد.

۵. شبیه سازی

به منظور ارزیابی روش پیشنهادی، ابتدا در حالت آرایه ی MRA تنها با ۶ حسگر واقعی با وجود ۱۲ مولد سیگنال آکوستیکی، شبیه سازی شد. در این شبیه سازی از ۱۲ منبع دوبه دو همدوس با زوایای $[63, 48, 35, 22, 10, 0, -10, -19, -30, -42, -55, -70]$ که سیگنال های منابع $(1, 9)$ ، $(2, 10)$ ، $(5, 6)$ ، $(8, 7)$ ، $(4, 12)$ و $(3, 11)$ با هم همبسته هستند، استفاده شده است. نتیجه شبیه سازی الگوریتم در شکل (۳) نشان می دهد که ۱۲ منبع دو به دو همبسته به درستی جهت یابی شدند و پیک اضافی هم وجود ندارد.



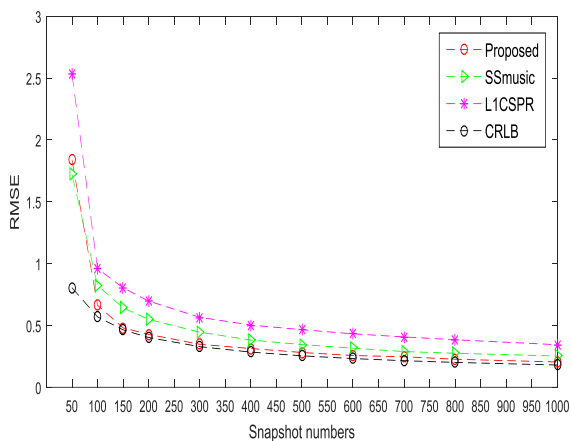
شکل (۳): جهت یابی ۱۲ سیگنال دوبه دو همدوس، با آرایه ۶ حسگری MRA

در نمودارهای بعدی مقایسه با معیار RMSE^۱ بین روش ابداعی ارائه شده و الگوریتم های مدعی و نوین در این حوزه پرداخته شده است. در این معیار، مجموع مربعات تفاضل زوایای تخمینی به دست آمده از نمودار اصلی طبق رابطه (۲۰) به دست خواهد آمد.

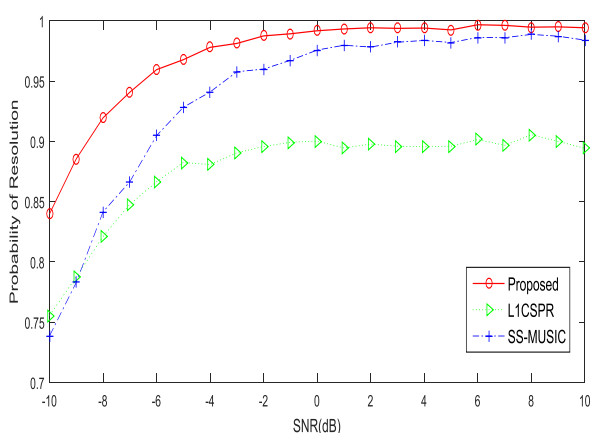
$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{KN_{mc}} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{N_{mc}} (\theta_{k,i} - \theta_k)^2} \quad (20)$$

می‌رسد و بوضوح از روش‌های مقایسه شده خطای کمتری دارد و قیق تر است.

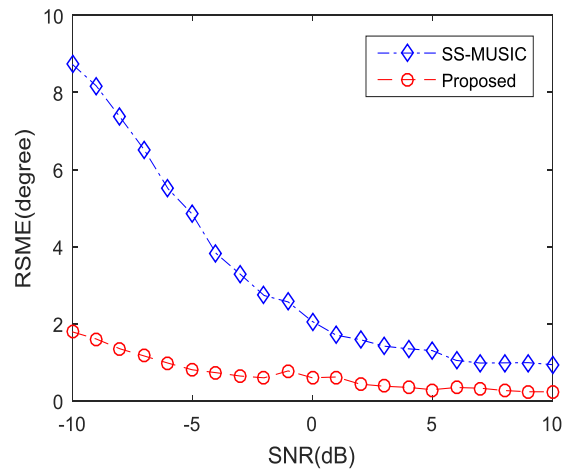
در آخرین شبیه‌سازی، در حالت غیر همبسته، جهت تشخیص دقت این روش در حالتی که منابع مستقل از هم می‌باشند، روش خود را با دو روش دیگر مقایسه می‌کنیم و نمودار احتمال صحت را مطابق شکل ۷ به دست می‌آوریم. روش اول روش SS-Music [۱۴] می‌باشد که در حالت آزایی‌های تودرتو ۶ حسگری به کار گرفته شده است و روش دوم روش L1-CSPR بوده که این روش نیز از آزایی تودرتو ۶ حسگری استفاده کرده است تا بتواند در شرایط منابع بیشتر از حسگرها، مسئله جهت‌یابی را حل کند. این نمودار با حضور هشت منبع در زوایای [۰، ۱۷، ۳۵، ۵۰، ۱۵، -۲۹، -۴۰، -۶۰] در شرایط منابع مستقل و با عدد مونت‌کارلوی ۵۰۰ به دست آمده است. زوایای به دست آمده در شرایط بلوک نمونه‌برداری ثابت (Snapshot Number = ۱۰۰۰) نمونه و به‌ازای شرایط مختلف سیگنال به نویز (SNR) به دست آمده است.



شکل (۶): RMSE ۸ سیگنال مستقل به‌ازای نمونه‌های زمانی مختلف



شکل (۷): نمودار احتمال صحت ۸ سیگنال مستقل



شکل (۸): نمودار RMSE ۱۰ سیگنال هم‌دوس

نمودار شکل (۵) نیز نشان‌دهنده قدرت روش ابداعی در مقایسه با روش SS-Music در شرایط منابع سیگنالی بیشتر از حسگرها می‌باشد که جزو روش‌های پرکاربرد در زمینه‌ی جهت‌یابی در شرایط چند مسیری مانند زیرآب است. با مقایسه شکل‌های (۴) و (۵) اثر سیگنال هم‌دوس در ماتریس \bar{R} افزایش یافته و پس از پردازش‌های بعدی در روش پیشنهادی تا حدی خنثی شده ولی خطای جهت‌یابی در شرایط شکل (۵) از شکل (۴) هنوز بیشتر است این اثر در روش SS-Music بسیار مشهود بوده و خطای جهت‌یابی این روش در شرایط شکل (۵) نسبت به شکل (۴) بسیار افزایش یافته است. امتیاز روش پیشنهادی در این شبیه‌سازی جهت‌یابی با خطای کمتر از دو درجه در حضور ۱۰ منبع همبسته است که به‌خصوص در سیگنال به نویزهای کمتر از -۵ dB صد در صد بهبود دارد.

در سناریوی بعدی، نمودار، قدرت روش پیشنهادی را به‌ازای تغییر در نمونه‌برداری بررسی خواهد شد. به‌ازای شرایط سیگنال به نویز برابر با صفر، و به‌ازای هشت سیگنال مستقل با زوایای [۰، ۱۷، ۳۵، ۵۰، -۱۵، -۲۹، -۴۰، -۶۰] و به‌ازای اعداد مختلف نمونه‌برداری (۲۰۰، ۳۰۰، ۴۰۰، ۵۰۰، ۶۰۰، ۷۰۰، ۸۰۰، ۱۰۰۰) در شرایط فرمعی با عدد مونت‌کارلوی ۵۰۰ به حل مسئله پرداخته شد.

همان‌طور که در شکل (۶) مشخص است، به‌ازای اعداد نمونه‌برداری بزرگ‌تر از ۵۰، روش ارائه‌شده از تمامی روش‌ها بهتر بوده و در مواقعی، بسیار به نمودار CRLB نزدیک می‌شود که نشان از دقت بالای این روش دارد.

برتری روش پیشنهادی نزدیکی به حد کرامر راتو بوده و این نمودار نشان داده است که با نمونه‌برداری بیش از ۱۰۰ نمونه، در شرایط این شبیه‌سازی، خطای جهت‌یابی به کمتر از نیم درجه

- [2] H. Krim and M. Viberg, "Two decades of array signal processing research: the parametric approach," *IEEE signal processing magazine*, vol. 13, no. 4, pp. 67-94, 1996.
- [3] R. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE transactions on antennas and propagation*, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, 1986.
- [4] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques," *IEEE Transactions on acoustics, speech, and signal processing*, vol. 37, no. 7, pp. 984-995, 1989.
- [5] R. J. Kozick and B. M. Sadler, "Maximum-likelihood array processing in non-Gaussian noise with Gaussian mixtures," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 48, no. 12, pp. 3520-3535, 2000.
- [6] R. J. Kozick and B. M. Sadler, "Robust subspace estimation in non-Gaussian noise," in *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2000. ICASSP'00. Proceedings. 2000 IEEE International Conference on*: IEEE, vol. 6, pp. 3818-3821, 2000.
- [7] D. D. Lee and R. L. Kashyap, "Robust maximum likelihood bearing estimation in contaminated Gaussian noise," *IEEE Transactions on signal processing*, vol. 40, no. 8, pp. 1983-1986, 1992.
- [8] W.-J. Zeng, H.-C. So, and L. Huang, "Sell _ SS-MUSIC: Robust Direction-of-Arrival Estimator for Impulsive Noise Environments," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 61, no. 17, pp. 4296-4308, 2013.
- [9] P. Tsakalides and C. L. Nikias, "The robust covariation-based MUSIC (ROC-MUSIC) algorithm for bearing estimation in impulsive noise environments," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 44, no. 7, pp. 1623-1633, 1996.
- [10] T.-H. Liu and J. M. Mendel, "A subspace-based direction finding algorithm using fractional lower order statistics," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, no. 8, pp. 1605-1613, 2001.
- [11] S. Visuri, H. Oja, and V. Koivunen, "Subspace-based direction-of-arrival estimation using nonparametric statistics," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, no. 9, pp. 2060-2073, 2001.
- [12] X. Jiang, W.-J. Zeng, H.-C. So, A. M. Zoubir, and T. Kirubarajan, "Beamforming via Nonconvex Linear Regression," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 64, no. 7, pp. 1714-1728, 2016.
- [13] F. Wen and H. C. So, "Robust multi-dimensional harmonic retrieval using iteratively reweighted HOSVD," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 22, no. 12, pp. 2464-2468, 2015.

۶. نتیجه‌گیری

در اکثر روش‌های مربوط به جهت‌یابی منابع در محیط‌های چندمسیره، در گذشته به شرایط فرومغین مسئله توجهی نشده بود و به‌طور عمده سعی در حل مسائل در شرایط آرایه‌های خطی را داشتند که در آن‌ها تعداد منابع سیگنالی کمتر مساوی با تعداد حسگرهای آرایه خطی می‌باشد. حل منابع همدوس در شرایط زیرآب که تعداد منابع سیگنالی بیشتر از حسگرها باشند، از نوآوری خاصی برخوردار است. پیچیدگی انتشار امواج محیط زیرآب که جزو شرایط حل مسئله است، کار را برای حل چنین مسائلی بیش‌ازپیش سخت می‌کند. استفاده از آرایه غیرخطی کمک قابل‌توجهی به ما در حل مسائل فرومغین نمود و با انتخاب آرایه MRA از بین آرایه‌های غیرخطی، توانستیم به درجه آزادی ۱۳ برای یک آرایه ۶ حسگری برسیم در حالی که در روش‌های معمول با ۶ حسگر می‌توان حداکثر به درجه آزادی ۵ دست یافت. استفاده از ماتریس توپلیتز برای از بین بردن همدوسی منابع نیز در کاهش همدوسی بین منابع و افزایش دقت تصمیم‌گیری روش در تشخیص زوایا تاثیر به‌سزایی داشت. در نهایت با به‌کارگیری روش حل بر مبنای تنک با آرایه ۶ حسگری حداکثر ۱/۸ درجه خطا در سیگنال به نویز ۱۰- دسیبل ظاهر شد که در مقایسه با روش‌های معمول این مقدار خطا به ۹ درجه می‌رسد. همچنین دقت بهتر از ۰/۵ درجه مطابق سناریوی شکل (۶) و نزدیک حد کرامر راثو حاصل شد و نیز در سیگنال به نویز صفر دسیبل به پیک‌های تمیز و دقیق در تشخیص زوایا بدون تشخیص اشتباه، مطابق شکل (۳) به‌دست آمد. به‌طور خلاصه مشکل عمده در زیرآب بوجود آمدن تعداد زیادی منابع ناخواسته است که کپی منابع واقعی هستند و قابل تشخیص نمی‌باشند از طرفی نمی‌توان تعداد حسگرهای آرایه را به‌راحتی در زیرآب افزایش داد زیرا هم مشکلات نصب و آب‌بندی دارند و هم بسیار گران قیمت هستند. دست آورد اصلی این مقاله، معرفی الگوریتم جدیدی است که می‌تواند با تعداد حسگرهای کم در شرایط زیرآب، که سیگنال‌های همبسته الگوریتم‌های معمول را از کار می‌اندازند، کارایی خود را حفظ کند و با دقت، تعداد زیادی منبع را جهت‌یابی نماید. در کارهای آتی پیشنهاد می‌شود این الگوریتم در آرایه‌های غیرخطی مورد تحقیق و بررسی قرار گیرد. همچنین پیشنهاد می‌شود روش‌های بهینه تعیین ضریب μ در رابطه (۱۹) تحقیق گردد.

۷. مراجع

- [1] R. Zekavat and R. M. Buehrer, *Handbook of position location: Theory, practice and advances*. John Wiley & Sons, 2011.

- [24] C.-L. Liu and P. Vaidyanathan, "Cramér–Rao bounds for coprime and other sparse arrays, which find more sources than sensors," *Digital Signal Processing*, vol. 61, pp. 43-61, 2017.
- [25] H. Huang, B. Liao, C. Guo, and J. Huang, "Sparse representation based DOA estimation using a modified nested linear array," in *Radar Conference (RadarConf18):IEEE*, pp. 0919-0922, 2018.
- [26] P. Stoica and A. Nehorai, "MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 37, no. 5, pp. 720-741, 1989.
- [27] P. Pal and P. Vaidyanathan, "Nested arrays: A novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 58, no. 8, pp. 4167-4181, 2010.
- [28] K. Han and A. Nehorai, "Improved source number detection and direction estimation with nested arrays and ULAs using jackknifing," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 61, no. 23, pp. 6118-6128, 2013.
- [29] P. P. Vaidyanathan and P. Pal, "Sparse sensing with co-prime samplers and arrays," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 2, pp. 573-586, 2011.
- [30] A. Moffet, "Minimum-redundancy linear arrays," *IEEE Transactions on antennas and propagation*, vol. 16, no. 2, pp. 172-175, 1968.
- [31] J. Arsac and A. DANJON, "NOUVEAU RESEAU POUR LOBSERVATION RADIOASTRONOMIQUE DE LA BRILLANCE SUR LE SOLEIL A 9 350 MC-S," *COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SEANCES DE L ACADEMIE DES SCIENCES*, vol. 240, no. 9, pp. 942-945, 1955.
- [32] J. Leech, "On the Representation of $1, 2, \dots, n$ by Differences," *Journal of the London Mathematical Society*, vol. s1-31, no. 2, pp. 160-169, 1956.
- [33] X. Zhang, X. Liu, H. Yu, and C. Liu, "Improved MUSIC algorithm for DOA estimation of coherent signals via toeplitz and fourth-order-cumulants," *International Journal of Control and Automation*, vol. 8, no. 10, pp. 261-272, 2015.
- [14] T.-J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 33, no. 4, pp. 806-811, 1985.
- [15] W. Woo, S. Dlay, A. Al-Tmeme, and B. Gao, "Reverberant signal separation using optimized complex sparse nonnegative tensor deconvolution on spectral covariance matrix," *Digital Signal Processing*, vol. 83, pp. 9-23, 2018.
- [16] D. L. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Transactions on information theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289-1306, 2006.
- [17] E. J. Candes, "The restricted isometry property and its implications for compressed sensing," *Comptes rendus mathematique*, vol. 346, no. 9-10, pp. 589-592, 2008.
- [18] E. BouDaher, F. Ahmad, M. G. Amin, and A. Hoorfar, "Mutual coupling effect and compensation in non-uniform arrays for direction-of-arrival estimation," *Digital Signal Processing*, vol. 61, pp. 3-14, 2017.
- [19] M. R. Mousavi and M. Kaveh, "Covert and Secure Underwater Acoustic Communication using Merkle Hash Tree and Dolphin histle," *Journal of Electronical & Cyber Defence*, vol. 6, No.2, pp. 135-146, 2017. (In Persian).
- [20] F. Chen, J. Dai, N. Hu, and Z. Ye, "Sparse Bayesian learning for off-grid DOA estimation with nested arrays," *Digital Signal Processing*, vol. 82, pp. 187-193, 2018.
- [21] Z. Q. He, Z. P. Shi, L. Huang, and H. C. So, "Underdetermined DOA Estimation for Wideband Signals Using Robust Sparse Covariance Fitting," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 22, no. 4, pp. 435-439, 2015.
- [22] C. Zhou, Y. Gu, X. Fan, Z. Shi, G. Mao, and Y. D. Zhang, "Direction-of-arrival estimation for coprime array via virtual array interpolation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 66, no. 22, pp. 5956-5971, 2018.
- [23] J. Cai, D. Bao, and P. Li, "DOA estimation via sparse recovering from the smoothed covariance vector," *Journal of Systems Engineering and Electronics*, vol. 27, no. 3, pp. 555-561, 2016.

Coherent Acoustic Source DOA Estimation by Nested Array Based on Sparse Solution

A. Asadzadeh, S. M. Alavi*, M. Karimi, H. Amiri

*Imam Hossein Comprehensive University

(Received: 16/12/2018, Accepted: 05/03/2019)

ABSTRACT

Direction finding of acoustic sources has special importance in military and industrial applications. Lots of algorithms are proposed for solving this problem but, as the complicated conditions of environment enter the problem, a common method with arbitrary precision does not exist for all situations. One of these cases is finding the direction of acoustic sources in multi reflection media such as shallow waters. In this case, many virtual sources are born which are copies of independent sources and are neither detectable nor removable. When the number of these reflections are more than the number of array sensors, the assumptions of customary direction-finding methods are not satisfied and therefore these methods are no longer applicable. In this case, we are facing a problem that the number of signal sources are more than the number of sensors. An important idea for handling this multipath phenomenon, is to increase the degree of freedom of the sonar array which can be solved based on the sparse arrays. Actually, employing the MRA array, will increase the number of real array sensors virtually so that the problem will return to the ordinary conditions. In this idea, the array manifold matrix is modified to be proportional to the sparse non-uniform array. Simulations confirm the function of the proposed algorithm in the presence of correlated sources that have low error and high angular resolution so that, by 6 real array sensors, this algorithm could find the direction of 12 sources whether independent or correlated. This algorithm is very close to CRLB limit and is better than all compared methods.

Keywords: Sparse, Direction finding, Coherent sources, Multipath phenomena, Underdetermined

* Corresponding Author Email: Malavi@ihu.ac.ir