

## آشکار سازی اهداف متحرک در رادارهای فرکانس پله‌ای با استفاده از DCFT

رضا محسنی<sup>۱</sup>، رضا منصوری<sup>۲\*</sup>

۱- استادیار ۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی شیراز

(دریافت: ۱۳۹۲/۰۴/۲۳، پذیرش: ۱۳۹۲/۰۸/۲۵)

### چکیده

یکی از پرکاربردترین سیگنال‌ها جهت دستیابی به حد تفکیک بالا در رادار، سیگنال فرکانس پله‌ای است. در این رادارها زمانی که هدف ساکن باشد، جهت دستیابی به حد تفکیک بالا از پردازش مبتنی بر DFT استفاده می‌شود. اما در حالتی که هدف متحرک باشد، به دلیل پخش شدگی طیف سیگنال برگشتی در حوزه فرکانس، دیگر DFT پردازش بهینه نبوده و باعث افت عملکرد آشکار سازی شده و دستیابی به حد تفکیک بالا را نیز با مشکل مواجه می‌کند. از آنجا که مدل سیگنال برگشتی از هدف متحرک در این رادارها شبیه یک سیگنال چیرپ می‌باشد، ما در این مقاله یک الگوریتم پردازشی جدید ارائه می‌کنیم که بر پایه جایگزینی DFT با DCFT (Discrete Chirp-Fourier Transform) می‌باشد و نشان می‌دهیم که الگوریتم پیشنهادی، افت عملکرد ناشی از سرعت هدف را جبران نموده و امکان دستیابی به حد تفکیک بالا را نیز فراهم می‌کند. همچنین بار محاسباتی این الگوریتم نیز محاسبه شده و با روش مرسوم مقایسه گردیده است.

### واژگان کلیدی

رادار فرکانس پله‌ای، تبدیل فوریه گسسته (DFT)، تبدیل فوریه چیرپ گسسته (DCFT)

### ۱. مقدمه

برد پخش خواهد شد و ثانیاً به خاطر داپلر ایجاد شده ناشی از حرکت هدف، دچار شیفت از سلول برد متناظر با مکان واقعی‌اش نیز می‌شود. پخش شدگی سیگنال برگشتی از هدف متحرک در چندین سلول برد که به خاطر نامناسب بودن پردازش DFT در این شرایط است باعث کاهش پیک دامنه خروجی آن می‌شود و هرچه سرعت افزایش یابد این کاهش بیشتر خواهد شد؛ چرا که پخش شدگی افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه در این شرایط پهنای طیفی سیگنال برگشتی، متناسب با سرعت هدف تغییر می‌یابد، لذا جهت جبران افت آشکار سازی ناشی از این مسئله، از تبدیل موجک<sup>۳</sup> [۱]، تبدیل فوریه کسری<sup>۴</sup> [۲] و نیز تصادفی کردن برخی پارامترهای سیگنال برای طراحی مناسب تابع ابهام به منظور بهبود آشکار سازی اهداف متحرک [۳ و ۴] به جای DFT استفاده شده است. در این مقاله ابتدا نشان داده می‌شود که سیگنال دریافتی از رادار فرکانس پله‌ای در حالتی که هدف متحرک باشد شبیه یک سیگنال چیرپ است و بر

روش متداول پردازش سیگنال برگشتی از هدف ساکن در رادار فرکانس پله‌ای (SFR<sup>۱</sup>) برای دستیابی به اطلاعات دامنه بر حسب برد با حد تفکیک بالا (HRRP<sup>۲</sup>)، استفاده از پردازش مبتنی بر DFT می‌باشد. دلیل این مسئله این است که تحت این شرایط، سیگنال برگشتی شبیه یک سیگنال سینوسی با فرکانس ثابت است که این فرکانس، متناسب با فاصله هدف می‌باشد و لذا برای تخمین فرکانس و در نتیجه، تعیین دقیق فاصله، از DFT استفاده می‌شود. وقتی که هدف متحرک باشد، آنگاه محتوای فرکانسی سیگنال برگشتی از آن، دیگر با زمان ثابت نبوده و لذا در این شرایط، دیگر DFT نخواهد توانست بر تغییرات زمانی سیگنال برگشتی منطبق شود. به همین خاطر وقتی که از DFT برای تشکیل HRRP هدف متحرک استفاده شود، خروجی DFT متناظر با هدف متحرک، اولاً در چندین سلول

<sup>3</sup> Discrete Fourier Transform

<sup>4</sup> Wavelet Transform

<sup>5</sup> Fractional Fourier Transform

\* رایانامه نویسنده پاسخگو: r.mansoori@sutech.ac.ir

<sup>1</sup> Stepped-Frequency Radar

<sup>2</sup> High Range Resolution Profile

فرض کنید سیگنال ارسالی مطابق رابطه زیر باشد:

$$X_t(t) = A_1 \cos(2\pi(f_0 + n\Delta f)t)P(t), \quad (2)$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1$$

که در آن:  $P(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq \tau \\ 0, & \text{else} \end{cases}$  می‌باشد، در این صورت

سیگنال دریافتی از یک هدف در فاصله R برابر خواهد بود با:

$$X_r(t) = A_2 \cos\left(2\pi(f_0 + n\Delta f)\left(t - \frac{2R}{c}\right)\right) \times P\left(t - \frac{2R}{c}\right), n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3)$$

که در رابطه فوق، فرکانس حامل اولیه، طول گام‌های فرکانسی، فاصله شعاعی هدف تا رادار، سرعت سیر نور در خلأ و تعداد پالس‌های ارسالی می‌باشد. حال از سیگنال فوق پس از انتقال به باند پایه یا همان خروجی گیرنده همدوس که به باند پایه منتقل شده، با فرکانس نمونه‌برداری شده و نمونه‌های I و Q مربوط به هر سلول فاصله با هم ترکیب می‌شوند. سیگنال دریافتی (پس از نمونه‌برداری) در سلول فاصله مربوط به هدف متحرک در پالس‌های متوالی به صورت زیر می‌باشد:

$$x_r[n] = A_2 \exp\left\{j2\pi\left(\frac{2f_0R}{c} + \frac{2\Delta fR}{f_s}nT\right)\right\} \quad (4)$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1$$

رابطه (۴) برای دو حالت که هدف ساکن باشد یا متحرک، قابل بررسی است؛ در ادامه به این بحث پرداخته خواهد شد.

## ۲-۱. حالت هدف ساکن

زمانی که هدف ساکن باشد، فاصله هدف تا رادار ثابت خواهد بود که این موضوع را می‌توان با جایگزینی در رابطه (۴) تعبیر نمود (که فاصله شعاعی اولیه هدف تا رادار است)، لذا داریم:

$$x_r[n] = A_2 \exp\left\{j2\pi\left(\frac{2f_0R_0}{c} + \frac{\Delta f}{f_s} \frac{2R_0}{c} nT\right)\right\} \quad (5)$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1$$

این اساس، یک الگوریتم پردازشی جدید پیشنهاد شده که ایده آن جایگزینی DFT با DCFT<sup>۱</sup> جهت دستیابی به حد تفکیک بالا است. دلیل این مسئله این است که پایه‌های تبدیل DCFT سیگنال‌های چیرپ با شیب‌ها و فرکانس‌های مرکزی متفاوت می‌باشند. لذا در این شرایط DCFT پردازش منطبق بر سیگنال دریافتی بوده و می‌تواند عملکرد آشکارسازی را بهبود دهد که نتایج شبیه‌سازی نیز مؤید این موضوع می‌باشند. هرچند همان‌طور که در این مقاله نشان داده شده، توانایی آشکارسازی اهداف متحرک در رادار فرکانس پله‌ای در صورت استفاده از DCFT به جای DFT بهبود می‌یابد، اما از DCFT در سایر کاربردها هم که سیگنال برگشتی به صورت چیرپ می‌باشد می‌توان استفاده نمود؛ مثلاً در SAR<sup>۲</sup> و ISAR<sup>۳</sup> برای بهبود تشکیل تصویر و جلوگیری از گسترده شدن هدف متحرک در تصویر تشکیل‌شده، می‌توان پردازش مبتنی بر DCFT را با پردازش مبتنی بر DFT جایگزین نمود.

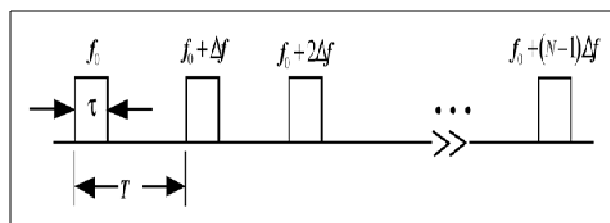
## ۲. اصول پردازش سیگنال رادار فرکانس پله‌ای به

### کمک DFT و تشکیل HRRP به کمک آن

استفاده از شکل موج با فرکانس پله‌ای یا SF در رادارهای HRR توسط راتنبرگ<sup>۵</sup> در سال ۱۹۶۸ پیشنهاد گردید [۵]؛ اما شروع تحقیقات در خصوص استفاده عملی از این رادارها به دهه ۸۰ بر می‌گردد [۶]. شکل موج ارسالی در رادار فرکانس پله‌ای، مطابق شکل ۱ شامل گروهی از N پالس می‌باشد که فرکانس حامل این پالس‌ها پی‌درپی در یک روند خطی تغییر داده می‌شود و فرم تغییرات فرکانس حامل به صورت زیر است [۷]:

$$f_n = f_0 + n\Delta f, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

همان‌طور که در شکل مشخص است، اگر از سیگنال دریافتی در خروجی گیرنده همدوس با فرکانس نمونه‌برداری شود و سپس نمونه‌های مربوط به هر سلول فاصله در N پالس متوالی کنار هم قرار داده شده و پردازش شوند می‌توان به حد تفکیک کمتر از عرض پالس دست یافت [۷ و ۸].



شکل ۱. سیگنال رادار فرکانس پله‌ای [۷]

<sup>4</sup> Smearing

<sup>5</sup> Ruttenburg

<sup>1</sup> Discrete Chirp Fourier Transform

<sup>2</sup> Synthetic Aperture Radar

<sup>3</sup> Inverse Synthetic Aperture Radar

$$x_r[n] = A_2 \exp \left\{ j 2\pi \left[ \frac{2f_0 R_0}{c} + \left( \frac{2f_0 v \Delta f}{f_d} \frac{2R_0}{f_s} \right) nT + \frac{\Delta f}{T} \frac{2vnT}{c} nT \right] \right\} nT \quad (8)$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1$$

پیش از ادامه بحث، توجه به پیش‌فرض‌هایی که در پردازش مدنظر قرار گرفته‌اند ضروری به‌نظر می‌رسد. پیش‌فرض نخست این است که هدف تنها در راستای شعاعی دارای حرکت بوده و با سرعت ثابت یا به رادار نزدیک و یا از آن دور می‌شود. دومین پیش‌فرض این است که دامنه‌های مربوط به سیگنال برگشتی از هدف در یک سلول فاصله  $(c\tau/2)$  در  $N$  پالس متوالی ثابت است. و پیش‌فرض آخر هم این است که هدف متحرک در طول  $N$  پالس در داخل یک سلول فاصله  $(c\tau/2)$  قرار داشته و از آن خارج نمی‌شود.

مطابق رابطه (۸)، زمانی که هدف متحرک است، دو ترم  $f_d$  و ترمی که موجب پخش شدن (*spread*) در حوزه فرکانس می‌شود نیز به ترم فاز سیگنال برگشتی اضافه می‌شوند. ترم  $f_d$  فرکانس داپلر ناشی از حرکت هدف می‌باشد که همانند یک شیفت فرکانسی ثابت با فرکانس مطلوب  $f_s$  جمع شده و این امر باعث یک شیفت از فاصله واقعی هدف می‌شود. این شیفت فاصله برابر است با:

$$R_s = \frac{cT}{2\Delta f} f_d = \frac{vTf_0}{\Delta f} \quad (9)$$

نسبت این شیفت فاصله به حد تفکیک در برد، یا در واقع تعداد سلول فاصله‌ای که به‌واسطه داپلر هدف شیفت می‌یابد عبارت است از:

$$L = \frac{R_s}{\delta R} = \frac{2vf_0NT}{c} = \frac{2vNT}{\lambda} = f_d NT \quad (10)$$

ترم عامل پخش شدن در حوزه فرکانس  $(2vn\Delta f/c)$ ، اثر توأمان سرعت هدف و تغییرات فرکانس را بر فاز سیگنال دربر می‌گیرد. به‌عبارتی، سیگنال دریافتی از هدف متحرک، به‌دلیل پرش فرکانس، به‌جای یک مؤلفه، شامل  $N$  مؤلفه فرکانسی می‌باشد (البته فقط یک نمونه از هر کدام از این مؤلفه‌های فرکانسی در یک مجموعه  $N$  پالسی وجود دارد). این گسترش فرکانسی  $(2vn\Delta f/c)$  زمانی که توسط DFT پردازش می‌شود منجر به گسترش مکانی  $vNT$  می‌گردد. گسترش مکانی مذکور موجب تضعیف حد تفکیک و دقت فاصله‌سنجی و همچنین تلفات در توان سیگنال می‌شود. این گسترش مکانی ناشی از سرعت هدف، از نظر تعداد سلول فاصله برابر است با:

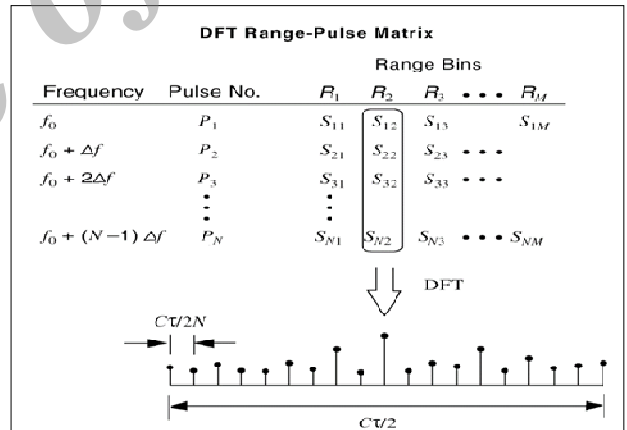
$$P = \frac{vNT}{\delta R} = \frac{2vN^2 T \Delta f}{c} \quad (11)$$

حال  $N$  نمونه فوق که مربوط به یک سلول فاصله در پالس متوالی است کنار هم قرار داده شده و پردازش DFT برای دستیابی به نتایج مورد نیاز روی این نمونه‌ها طبق رابطه زیر اعمال می‌شود:

$$X_{DFT}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_r[n] \times \exp \left\{ -j 2\pi \frac{kn}{N} \right\} \quad (6)$$

وقتی هدف ساکن باشد مطابق رابطه (۵)، فرکانس  $f_s$  به فاصله هدف مربوط است و بنابراین با محاسبه این فرکانس، فاصله هدف با دقت خوبی محاسبه می‌گردد. بدین منظور با قرار دادن نمونه‌های سیگنال مربوط به پالس‌های متوالی در یک بردار و محاسبه DFT آن، فرکانس تخمین زده شده و از روی آن HRRP (یا به‌عبارتی اطلاعات فاصله با حد تفکیک بالا) به‌دست می‌آید.

اعمال DFT روی سیگنال برگشتی موجب می‌شود که عرض سلول فاصله  $c\tau/2$  به  $N\tau\Delta f$  قسمت مختلف با حد تفکیک  $\frac{c}{2} \left( \frac{1}{N\Delta f} \right)$  تقسیم گردد. نحوه عملکرد الگوریتم بیان‌شده برای حالتی که  $\Delta f = \frac{1}{\tau}$  باشد در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲. الگوریتم دستیابی به [V]HRRP

## ۲-۲. حالت هدف متحرک

زمانی که هدف دارای حرکت با سرعت ثابت باشد آنگاه تغییرات  $R$  به‌صورت زیر خواهد بود:

$$R = R_0 + vt \quad (7)$$

که در رابطه فوق،  $R_0$  فاصله شعاعی اولیه هدف تا رادار و  $v$  سرعت شعاعی هدف می‌باشد. با جایگذاری  $R$  فوق در رابطه (۴) به رابطه (۸) برای سیگنال دریافتی خواهیم رسید:

از DCFT برای پردازش سیگنال برگشتی از هدف متحرک با ترم فاز رابطه (۱۲) می‌باشد، ارائه شده است. برای محاسبه DCFT سیگنال دریافتی ارائه شده در رابطه (۸) به صورت زیر عمل می‌شود [۹ و ۱۰]:

$$X_{DCFT}(k, l) = \sum_{n=0}^{N-1} x_r[n] \exp\left\{-j2\pi\left(l\frac{n^2}{N^2} + k\frac{n}{N}\right)\right\}; \quad (13)$$

$$0 \leq k, l \leq N-1$$

به کمک این روش، هم می‌توان سرعت هدف و هم مکان آن در سلول حد تفکیک درشت‌بافت را با دقت بالایی به دست آورد (هر چه  $N$  بزرگتر باشد دقت افزایش می‌یابد، اما بازه‌ای که می‌توان اهداف متحرک را آشکارسازی نمود به دلیل کاهش  $V_{max}$  کاهش خواهد یافت). مقادیر دقت سرعت‌سنجی (حد تفکیک سرعت) و سرعت‌های مینیمم و ماکزیمم اهداف متحرک و سرعت به دست آمده از مقدار به دست آمده برای نرخ چیرپ مربوط به هدف متحرک در خروجی DCFT به ترتیب به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\delta V = \frac{c}{2\Delta f TN^2} \quad (14)$$

$$V_{min} = \delta V \quad (15)$$

$$V_{max} = N \times \delta V = \frac{c}{2\Delta f TN} \quad (16)$$

$$V_{et} = \frac{c \times l}{2\Delta f TN^2} \quad (17)$$

در روابط فوق،  $c$  سرعت سیر نور در خلأ،  $\Delta f$  طول گام فرکانسی،  $T$  زمان تکرار پالس،  $N$  تعداد پالس‌های ارسالی و  $l$  نرخ چیرپ متناظر با مکان پیک در خروجی DCFT می‌باشد؛ همچنین منظور از  $\delta V$  حد تفکیک سرعت می‌باشد. باید توجه نمود که DCFT نمی‌تواند اهداف با سرعت بیشتر از  $V_{max}$  را آشکارسازی کند و تنها قادر به آشکارسازی اهدافی است که سرعت‌شان در بازه  $0 \leq V \leq V_{max}$  باشد. منظور از  $V_{et}$  نیز در روابط فوق، سرعت تخمین زده شده می‌باشد.

به منظور محاسبه حد تفکیک  $\delta R$  در راستای برد و  $R_{et}$  مکان هدف در راستای برد با دقت بالا (در سلول با حد تفکیک درشت‌بافت) به صورت روابط (۱۸)، (۱۹) و (۲۰) می‌باشند:

$$\delta R = \frac{c}{2N\Delta f} \frac{\tau\Delta f = c\tau/2}{N} \quad (18)$$

$$R_e = \frac{c\tau}{2} \left[ \frac{f_0 \times l}{\tau\Delta f^2 N^2} \right] - \frac{cf_0 \times l}{2\Delta f^2 N^2} + \frac{c \times k}{2\Delta f N} \quad (19)$$

بنابراین، موقعیت یک هدف نقطه‌ای در صورت متحرک بودن، به اندازه  $L$  سلول شیفت نموده و درون  $P$  سلول گسترده می‌شود. در شکل ۳ اثرات تغییر سرعت هدف بر خروجی DFT نشان داده شده است. نتایج شبیه‌سازی حاصل از اعمال DFT روی نمونه‌های برگشتی از هدف در پالس‌های مختلف و در سلول، فاصله‌ای است که از برد  $3000m$  شروع شده و تا برد  $3300m$  ادامه دارد (چرا که پس از نمونه‌برداری از سیگنال برگشتی هر پالس با فرکانس  $\frac{1}{\tau}$ ، حد تفکیک درشت‌بافت حاصل شده برابر با  $\frac{c\tau}{2} = 300m$  خواهد شد). پارامترهای فرض شده در این شکل نیز به ترتیب:

$$N = 128, f_0 = 3GHz, \Delta f = \frac{1}{\tau} = 0.5MHz, T = \frac{1}{PRF} = 1ms$$

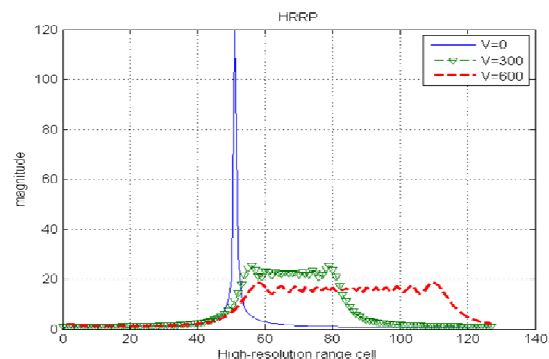
و  $c = 3 \times 10^8 m/s$  هستند، همچنین  $R_0 = 3120m$  اهداف هم  $v = 0m/s, 300m/s, 600m/s$  می‌باشد.

### ۳. الگوریتم پیشنهادی مبتنی بر DCFT

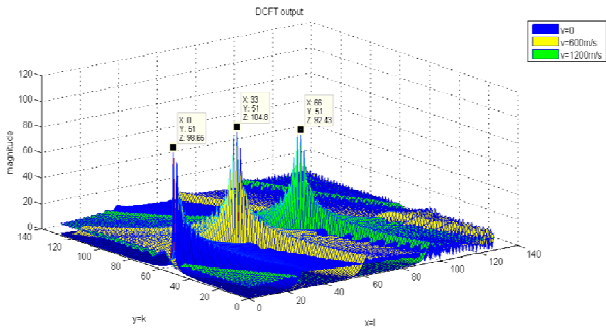
وقتی هدف متحرک است، با بازنویسی ترم فاز رابطه (۸) داریم:

$$\phi_n = 2\pi \left\{ \frac{2v\Delta f T}{c} n^2 + \left( \frac{2\Delta f R_0}{c} + \frac{2vf_0 T}{c} \right) n + \frac{2f_0 R_0}{c} \right\} \quad (12)$$

همان‌طور که در بخش‌های قبل توضیح داده شد، وجود ترم درجه دوم در فاز، این سیگنال را شبیه یک سیگنال چیرپ نموده و باعث می‌شود که محتوای فرکانسی سیگنال برگشتی با زمان تغییر نماید و لذا در این شرایط، دیگر DFT روش پردازشی مناسب نخواهد بود. در این شرایط اگر به جای DFT از تبدیل دیگری استفاده کنیم که پایه‌های آن سیگنال‌های چیرپ یا LFM باشند می‌توان به عملکرد آشکارسازی مطلوب دست یافت. تبدیلی که این خاصیت را داشته و در پردازش سیگنال‌های دیجیتال استفاده می‌شود DCFT است. به این خاطر در این مقاله روش پردازشی جدیدی که مبتنی بر استفاده

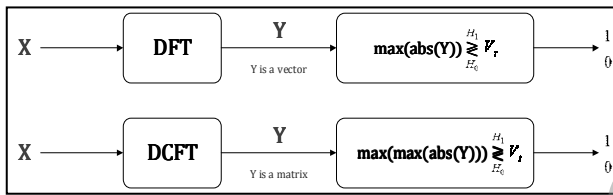


شکل ۳. HRRP تشکیل شده برای سیگنال برگشتی از هدف در دو حالت هدف ساکن و متحرک  $f_0 = 3GHz, \Delta f = \frac{1}{\tau} = 0.5MHz, T = \frac{1}{PRF} = 1ms$  و  $c = 3 \times 10^8 m/s, R_0 = 3120m, N = 128$  ( $v = 0m/s, 300m/s, 600m/s$ )



شکل ۴. خروجی DCFT پس از اعمال روی سیگنال برگشتی از هدف در دو حالت هدف ساکن و متحرک (  $T = \frac{1}{PRF} = 1ms$  ،  $\Delta f = \frac{1}{\tau} = 0.5MHz$  ،  $c = 3 \times 10^8 m/s$  و  $R_0 = 3120m$  ،  $N = 128$  ،  $f_0 = 3GHz$  ).

و در صورت بزرگتر بودن مقدار ماکزیمم از سطح آستانه، حضور هدف تشخیص داده می‌شود. ساختار آشکارسازها برای روش‌های مبتنی بر DFT و DCFT در شکل ۵ آورده شده‌اند.



شکل ۵. الگوریتم‌های آشکارسازی هدف متحرک

## ۵. نتایج شبیه‌سازی

در اینجا به منظور مقایسه عملکرد دو آشکارساز، دو دسته منحنی احتمال آشکارسازی بر حسب SNR برای یک  $P_{fa}$  که بر اساس پارامترهای داده‌شده در جدول ۱ شبیه‌سازی شده و به دست آمده‌اند، آورده شده است. در دسته منحنی شکل ۶ سعی شده تا عملکرد آشکارسازها با تغییرات سرعت، مورد مقایسه قرار گیرد. همان‌طور که از منحنی‌های ارائه‌شده در شکل می‌توان دریافت، با افزایش سرعت هدف، عملکرد آشکارساز مبتنی بر DFT خیلی سریع افت می‌کند، ولی آشکارساز مبتنی بر DCFT بر خلاف DFT تقریباً در مقابل تغییرات سرعت مقاوم بوده و خوب عمل می‌نماید. هر چند انتظار می‌رود که برای سرعت صفر، منحنی احتمال آشکارسازی دو آشکارساز بر هم منطبق شود ولی عملکرد آشکارساز مبتنی بر DCFT نسبت به DFT حدود 1dB تلفات پردازشی دارد که دلیل آن هم وجود پیک‌هایی غیر از پیک اصلی در خروجی DCFT است (منظور از گین یا تلفات پردازشی، میزان اختلاف SNR‌های لازم برای رسیدن به  $P_d = 0.9$  در دو منحنی احتمال آشکارسازی است)، که این احتمال آشکارسازی را کاهش می‌دهد. ولی در سایر سرعت‌ها عملکرد آشکارساز مبتنی بر DCFT با وجود این پیک‌های فرعی بهتر

$$R_{et} = \begin{cases} R_e & ; R_e \geq 0 \\ \frac{c\tau}{2} - |R_e| & ; R_e < 0 \end{cases} \quad (20)$$

در روابط (۱۸)، (۱۹) و (۲۰)،  $\tau$  عرض پالس،  $f_0$  فرکانس مرکزی اولیه و  $R_e$  نیز یک تخمین از مکان هدف می‌باشد که باید برای به دست آوردن مقدار صحیح آن، در رابطه (۲۰) قرار داده شود. برای به دست آوردن  $R_0$  باید  $R_{et}$  به دست آمده در رابطه (۲۰) را با مکان سلول حد تفکیک درشت‌بافتی که پردازش DCFT روی داده‌های به دست آمده از آن در پالس‌های مختلف اعمال شده جمع گردد. همچنین اپراتور  $|a|$  بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از عدد داخل اپراتور را برمی‌گرداند. همان‌طور که در شکل ۴ قابل مشاهده است، یکی از مشکلاتی که FTDC از آن رنج می‌برد، وجود پیک‌های بزرگ در مجاورت پیک اصلی است که موجب کاهش قدرت آشکارسازی سیگنال مربوط به هدف متحرک در حضور نویز در این روش می‌شود؛ لیکن با این وجود باز هم در حالتی که هدف متحرک باشد از قدرت آشکارسازی بالاتری نسبت به DFT برخوردار می‌باشد. شکل ۴ خروجی DCFT یک هدف با سه سرعت مختلف را نشان می‌دهد. پارامترهای به کار گرفته شده برای شبیه‌سازی این شکل به ترتیب زیر هستند.

$$N = 128, f_0 = 3GHz, \Delta f = \frac{1}{\tau} = 0.5MHz, T = \frac{1}{PRF} = 1ms$$

$$c = 3 \times 10^8 m/s \text{ و } R_0 = 3120m$$

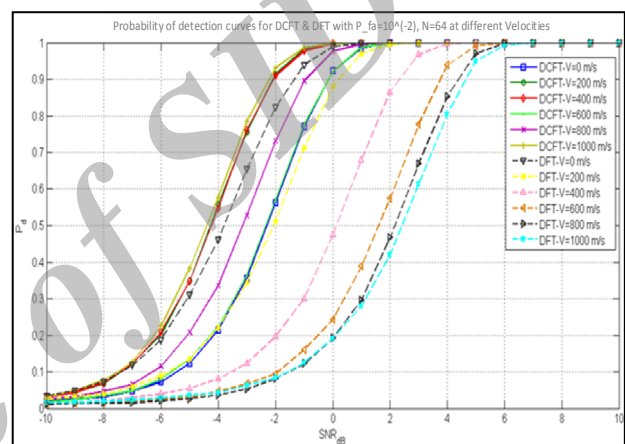
## ۴. معرفی ساختار آشکارساز

در این بخش به منظور اثبات کارایی تبدیل DCFT جهت کشف اهداف متحرک در رادارهای فرکانس پله‌ای، یک الگوریتم آشکارسازی ساده بر پایه این تبدیل پیشنهاد داده و عملکرد آن را با آشکارساز مشابهی که از تبدیل DFT استفاده می‌کند مقایسه می‌کنیم. آشکارسازهای به کار گرفته شده در این مقاله بر اساس یافتن ماکزیمم مقدار خروجی واحد پردازش عمل می‌کنند، دلیل انتخاب آشکارساز مبتنی بر ماکزیمم‌گیر این است که در تبدیل DCFT چون پیک‌های فرعی قوی‌ای در کنار پیک اصلی حضور دارد چنانچه بخواهیم همه خروجی‌های DCFT را با سطح آستانه به دست آمده مقایسه کنیم این کار موجب افت عملکرد آشکارسازی در این شرایط خواهد شد و از این رو ما الگوریتم مبتنی بر ماکزیمم‌گیری را مورد استفاده قرار دادیم. زمانی که از DFT برای پردازش استفاده شود، آشکارسازی بر اساس یافتن ماکزیمم مقدار خروجی DFT در کلیه فرکانس‌ها انجام می‌گیرد و زمانی که از DCFT برای پردازش استفاده شود، یک ماکزیمم‌گیری دو بعدی در صفحه  $(k, l)$  انجام می‌گیرد؛ سپس خروجی ماکزیمم محاسبه شده در هر یک از الگوریتم‌ها با سطح آستانه‌ای که برای آن آشکارساز به دست آمده مقایسه می‌شود

در مقابل تغییرات تعداد پالس‌های ارسالی (N) مورد بررسی قرار گیرد. همان‌طور که در شکل مشهود است، با افزایش N، عملکرد آشکارساز مبتنی بر DFT سیر نزولی داشته و عملکردش بدتر می‌شود و برای تغییر N از ۱۶ به ۱۲۸ حدود ۱/۵dB تلفات پردازشی به‌وجود می‌آید. البته این رفتار را می‌توان برای Nهای مختلف به‌صورت زیر توجیه نمود، برای افزایش N=۱۶ تا N=۱۲۸ دلیل افت عملکرد این است که با افزایش N اثر ناشی از سرعت هدف یا همان پخش شدن واضح‌تر می‌شود و توان به‌جای اینکه در یک پیک قرار بگیرد در چند سلول فرکانس پخش می‌شود و موجب تضعیف دامنه‌اش شده و عملکرد آشکارسازی افت می‌کند. البته اثرات این پخش‌شدگی برای تغییرات N از ۱۶ تا ۶۴ به‌دلیل اینکه مقدار تغییر N خیلی زیاد نیست چشمگیر نمی‌باشد اما با تغییر N از ۶۴ به ۱۲۸ چون تغییر N چشمگیر است، افت عملکرد محسوس می‌باشد. دلایل دیگری نیز برای مقاومت در مقابل افت عملکرد در تغییرات N از ۱۶ تا ۶۴ هم وجود دارد که ممکن است در نگاه اول به چشم نیاید اما در نتیجه حاصله اثرگذار بوده و آن هم مربوط به خود DFT است؛ چرا که در این تبدیل، ما یک سری بین DFT<sup>۱</sup> داریم که تعداد این بین‌ها برابر با N می‌باشد. وقتی هدف دارای سرعت باشد، این هدف در چندتا از این بین‌ها مشاهده می‌شود، که این معادل با پخش شدن سیگنال برگشتی از هدف متحرک در چند سلول HRRP است. حال زمانی که N کوچک باشد به‌دلیل کم بودن تعداد این بین‌ها، سیگنال برگشتی از هدف به‌جای اینکه در چند بین مشاهده شود تنها در یک بین

است در DFT برای تغییر سرعت از ۰ تا ۱۰۰۰ m/s به‌میزان 6dB تلفات پردازشی ایجاد می‌شود و در حالت استفاده از DCFT، برای سرعت‌های ۰ و ۶۰۰ m/s این آشکارساز دارای بدترین عملکرد بوده و برای سرعت‌های ۲۰۰ m/s، ۴۰۰ m/s و ۱۰۰۰ m/s دارای بهترین عملکرد می‌باشد که برای تغییرات بین بهترین عملکرد و بدترین عملکرد حدود ۲dB می‌باشد که نشان‌دهنده مقاوم‌تر بودن آشکارساز مبتنی بر این تبدیل در مقابل تغییرات سرعت نسبت به آشکارساز مبتنی بر DFT می‌باشد.

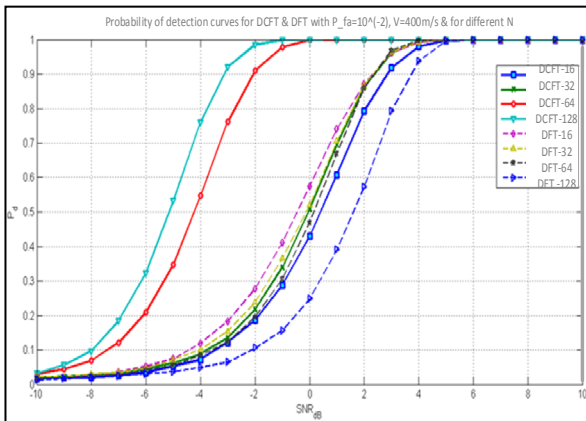
در دسته منحنی‌های شکل ۷ سعی شده تا عملکرد آشکارسازها



شکل ۶. منحنی‌های احتمال آشکارسازی خروجی آشکارسازهای مبتنی بر DCFT و DFT برای سرعت‌های مختلف

جدول ۱. پارامترهای رادار فرکانس پله‌ای که در شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته‌اند

برای سرعت‌های مختلف	برای تعداد پالس‌های مختلف	
ms	ms	زمان تکرار پالس (T)
KHz	KHz	فرکانس تکرار پالس (PFR)
$3030m = (3000 + 30)$	$3030m = (3000 + 30)$	فاصله اولیه هدف تا رادار ( $R_0$ )
0.15MHz	0.15MHz	طول گام فرکانس پله‌ای ( $\Delta f$ )
2μs	2μs	عرض پالس (τ)
3GHz	3GHz	کمترین فرکانس ارسال شده ( $f_0$ )
$3 \times 10^8 m/s$	$3 \times 10^8 m/s$	سرعت سیر نور (c)
$10^{-2}$	$10^{-2}$	احتمال هشدار کاذب ( $P_{fa}$ )
۶۴	۱۶, ۳۲, ۶۴, ۱۲۸	تعداد پالس ارسالی (N)
۰, ۲۰۰, ۴۰۰, ۶۰۰, ۸۰۰, ۱۰۰۰	۴۰۰	سرعت شعاعی هدف (v(m/s))



شکل ۷. منحنی‌های احتمال آشکارسازی خروجی آشکارسازهای مبتنی بر DCFT و DFT برای N های مختلف

حقیقی به دست آمده برای این الگوریتم را برای مقایسه با تعداد جمع و ضرب‌های حقیقی لازم برای الگوریتم پیاده‌سازی سریع DCFT مورد استفاده قرار می‌دهیم. تعداد جمع و ضرب‌های حقیقی مورد نیاز برای پیاده‌سازی الگوریتم FFT به کمک نسخه اصلاح شده الگوریتم split-radix (چنانچه از الگوریتم‌های دوم یا سوم ارائه شده در مقاله استفاده شود) به ترتیب به صورت زیر می‌باشد.

$$A(N) = \frac{8}{3}N \log_2 N - \frac{16}{9}N - \frac{2}{9}(-1)^{\log_2 N} + 2 \quad (21)$$

$$M(N) = \frac{10}{9}N \log_2 N - \frac{76}{27}N - \frac{2}{9}(-1)^{\log_2 N} \log_2 N + \frac{22}{27}(-1)^{\log_2 N} + 6 \quad (22)$$

که در روابط فوق، عبارات  $A(N)$  و  $M(N)$  به ترتیب نشان‌دهنده تعداد جمع‌ها و ضرب‌های حقیقی می‌باشند. الگوریتم‌های مختلفی برای محاسبه سریع DCFT<sup>2</sup> (FCFT<sup>3</sup>) ارائه شده است [۱۵-۱۸]. ما در این مقاله از الگوریتم ارائه شده در مقاله [۱۹] که از کمترین بار محاسباتی نسبت به سایر الگوریتم‌های ارائه شده برای محاسبه FCFT برخوردار است، استفاده نموده‌ایم. در مقاله یادشده دو الگوریتم مبتنی بر روش تجزیه radix-a و روش تجزیه split-radix-۲/(۲a) ارائه شده است که ما تنها به میزان بار محاسباتی مربوط به الگوریتم مبتنی بر روش تجزیه split-radix-۲/(۲a) اشاره می‌کنیم. در الگوریتم مبتنی بر روش تجزیه split-radix-۲/(۲a) زمانی که  $N=2^m$  و  $a=2$  باشند، آنگاه با مقادیر اولیه  $M(۸)$ ،  $M(۱۶)$ ،  $A(۸)$ ،  $A(۱۶)$  می‌توان تعداد ضرب‌ها و جمع‌های حقیقی مورد نیاز برای محاسبه سریع FCFT را از رابطه (۲۳) و (۲۴) به دست آورد:

مشاهده شده و این باعث می‌شود تمام انرژی سیگنال برگشتی در یک بین قرار گیرد، که این یک نتیجه مطلوب است. البته محل قرار گرفتن سیگنال برگشتی در این بین هم در مقدار دامنه سیگنال برگشتی که در HRRP نمایش داده می‌شود تاثیرگذار است. مثلاً چنانچه سیگنال برگشتی در پیک بین DFT قرار گیرد دامنه ذکر شده، ماکزیمم مقدارش را خواهد داشت و چنانچه در جایی غیر از پیک بین DFT قرار گیرد مقدار دامنه ذکر شده کاهش خواهد یافت. در آشکارساز مبتنی بر DCFT با افزایش N، عملکرد آشکارساز نیز بهبود می‌یابد و این بهبود آشکارسازی به گونه‌ای است که با افزایش N از ۱۶ به ۱۲۸ حدود ۶ dB گین پردازشی حاصل می‌شود. ذکر این نکته در اینجا لازم است که N دارای یک حد بالاست که براساس رابطه (۱۶) و در صورت مشخص بودن مقدار می‌توان این حد بالا را به دست آورد و در صورت تجاوز N از این حد بالا، آشکارساز با افت عملکرد روبرو خواهد شد.

#### ۶. بررسی الگوریتم پیشنهادی از لحاظ بار محاسباتی

FFT<sup>۱</sup> راهی برای محاسبه سریع DFT با نتایجی یکسان است. چنانچه از رابطه مربوط به تعریف DFT (همان رابطه (۶)) برای پیاده‌سازی DFT، N نقطه‌ای استفاده شود دارای بار محاسباتی  $O(N^2)$  می‌باشد [۱۱]؛ حال آنکه FFT می‌تواند DFT مشابه را بسته به اینکه N را چگونه بتوان فاکتوریزه نمود با بار محاسباتی حدوداً  $O(N \log_2 N)$  محاسبه نماید (منظور از بار محاسباتی تعداد عملیات ریاضی مختلط است، که هر ضرب مختلط متناظر با چهار ضرب حقیقی و دو جمع حقیقی است و هر جمع مختلط نیز متناظر با دو جمع حقیقی می‌باشد و نیز  $O(\cdot)$  تنها نشان‌دهنده یک حد بالا است).

بسته به اینکه N را چگونه بتوان فاکتوریزه نمود الگوریتم‌های مختلفی برای محاسبه FFT ارائه گردیده است، یکی از شناخته شده ترین این الگوریتم‌ها، الگوریتم Cooley-Tukey است [۱۲]. از سال ۱۹۶۸ که الگوریتم split-radix [۱۳] برای محاسبه FFT ارائه شد، این الگوریتم دارای کمترین تعداد مجموع ضرب و جمع‌های حقیقی مورد نیاز (زمانی که  $N=2^m$  باشد) بوده است  $4N \log_2 N - 6N + 8$  برای  $(N > 1)$ . تا اینکه در سال ۲۰۰۷ جانسون فریگو<sup>۲</sup> [۱۴] موفق شد نسخه اصلاح شده‌ای از split-radix را ارائه کند که به میزان  $5/6$ ، به مجموع ضرب و جمع‌های حقیقی کمتری برای محاسبه FFT نیاز دارد  $\frac{34}{9}N \log_2 N - \frac{124}{27}N - 2 \log_2 N - \frac{2}{9}(-1)^{\log_2 N} \log_2 N + \frac{16}{27}(-1)^{\log_2 N} + 8$  برای  $(N > 1)$ . از همین رو ما در این مقاله تعداد جمع و ضرب‌های

<sup>2</sup> Johnson-Frigo

<sup>3</sup> Fast Chirp Fourier Transform

<sup>1</sup> bin

<sup>2</sup> Fast Fourier Transform



جدول ۳. تعداد ضرب‌های حقیقی مورد نیاز برای پیاده‌سازی تبدیل‌های

DFT و DCFT

N	پیاده‌سازی مستقیم DFT	پیاده‌سازی به کمک FFT split-radix	پیاده‌سازی مستقیم DCFT	پیاده‌سازی به کمک FCFT split-radix-2/4
۱۶	۱۰۲۴	۳۲	۱۶,۳۸۴	۹۶
۳۲	۴,۰۹۶	۹۴	۱۳۱,۰۷۲	۵۲۸
۶۴	۱۶,۳۸۴	۲۵۲	۱,۰۴۸,۵۷۶	۲,۴۰۰
۱۲۸	۶۵,۵۳۶	۶۴۲	۸,۳۸۸,۶۰۸	۱۰,۲۲۴

### ۷. نتیجه‌گیری

در این مقاله یک الگوریتم جدید جهت پردازش سیگنال در رادارهای فرکانس پله‌ای ارائه گردید که دارای قدرت آشکارسازی به مراتب بهتری نسبت به روش مرسوم جهت کشف اهداف متحرک است. ایده اصلی این الگوریتم بر پایه جایگزینی تبدیل DFT با تبدیل DCFT می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان داد که الگوریتم مبتنی بر DFT با افزایش سرعت هدف از صفر تا ۱۰۰۰ m/s با حدود ۶dB تلفات مواجه می‌شود که با افزایش سرعت هدف، این تلفات نیز افزایش می‌یابد در حالی که برای الگوریتم مبتنی بر DCFT این تلفات کمتر بوده و در حدود ۲dB است. همچنین نشان داده شد که افزایش تعداد پالس‌ها (N) نیز می‌تواند افت عملکرد برای DFT به همراه داشته باشد در حالی که برای الگوریتم پیشنهادی وضعیت بر عکس می‌باشد. البته نشان داده شد که این دستیابی به کیفیت آشکارسازی بهتر که برای پردازش مبتنی بر DCFT ایجاد می‌شود به بهای افزایش بار محاسباتی آن است. اما مزیت عمده‌ای که DCFT دارد این است که مشابه با DFT روش محاسبه سریع آن وجود داشته و می‌تواند با تعداد محاسبات نسبتاً کمی پیاده‌سازی شود به نحوی که پیاده‌سازی سریع DCFT یعنی همان FCFT دارای بار محاسباتی کمتری نسبت به تحقق مستقیم DFT می‌باشد. بر این اساس می‌توان چنین نتیجه‌گیری نمود که الگوریتم مبتنی بر FCFT با برخورداری از بار محاسباتی قابل قبول نسبت به DFT از قدرت آشکارسازی بیشتری برخوردار بوده و لذا جایگزین مناسبی برای آشکارسازی اهداف متحرک در رادار فرکانس پله‌ای می‌باشد.

$$A(N=2^m) =$$

$$\frac{(A(16) + M(16)) + 3(A(8) + M(8)) + 76}{32 \times 7} 4^m \quad (23)$$

$$\frac{40(A(8) + M(8)) - 10(A(16) + M(16)) + 290}{27 \times 7 \times 5} (-3)^m$$

$$- \frac{20}{5} 2^m + 2$$

$$M(N=2^m) = \frac{M(16) + 3M(8) + 44}{16 \times 7} 4^m \quad (24)$$

$$- \frac{80M(8) - 20M(16) + 324}{27 \times 7 \times 5} (-3)^m - \frac{24}{5} 2^m + 4$$

حال به منظور مقایسه، میزان بار محاسباتی تعداد جمع‌ها و ضرب‌های حقیقی مورد نیاز برای محاسبه FFT و FCFT به کمک الگوریتم مبتنی بر split-radix، به ترتیب در جدول‌های ۲ و ۳ ارائه شده است. همان‌طور که نتایج ارائه شده در جداول ۲ و ۳ نشان می‌دهند دستیابی به کیفیت آشکارسازی بهتر که برای پردازش مبتنی بر DCFT ایجاد می‌شود به بهای افزایش بار محاسباتی آن است. برای مثال اگر مجموع تعداد ضرب‌ها و جمع‌های حقیقی را به عنوان ملاک مقایسه بار محاسباتی در نظر بگیریم روش‌های سریع محاسبه (FCFT) DCFT نسبت به روش (FFT) DFT در  $N=16$  حدود  $3/5$  برابر بار محاسباتی بیشتری نیاز دارد و این اختلاف بار محاسباتی با افزایش N افزایش می‌یابد. اما مزیت عمده‌ای که DCFT دارد این است که مشابه با DFT روش محاسبه سریع آن وجود داشته و می‌تواند با تعداد محاسبات نسبتاً کمی پیاده‌سازی شود به نحوی که پیاده‌سازی سریع DCFT یعنی همان FCFT دارای بار محاسباتی کمتری نسبت به تحقق مستقیم DFT می‌باشد.

جدول ۲. تعداد جمع‌های حقیقی مورد نیاز برای پیاده‌سازی تبدیل‌های

DFT و DCFT

N	پیاده‌سازی مستقیم DFT	پیاده‌سازی به کمک FFT split-radix	پیاده‌سازی مستقیم DCFT	پیاده‌سازی به کمک FCFT split-radix-2/4
۱۶	۹۹۲	۱۴۴	۱۵,۸۷۲	۵۱۶
۳۲	۴,۰۳۲	۳۷۲	۱۲۹,۰۲۴	۲,۲۵۲
۶۴	۱۶,۲۵۶	۹۱۲	۱,۰۴۰,۳۸۴	۹,۰۶۰
۱۲۸	۶۵,۲۸۰	۲,۱۶۴	۸,۳۵۵,۸۴۰	۳۷,۳۴۰



## ۸. مراجع

- [11] Oppenheim, A. V., Schafer, R. W. and Buck, J. R., "Computation of the discrete fourier transform," in Discrete-time signal processing, New Jersey, Prentice-Hall, pp. 629-692, 1999.
- [12] Cooley, J. W. and Tukey, J. W., "An algorithm for the machine computation of the complex Fourier series," Mathematics of Computation, Vol. 19, pp. 297-301, 1965.
- [13] Yavne, R., "An economical method for calculating the discrete Fourier transform," in Proceeding AFIPS Fall Joint Computer Conference, New York, 1968.
- [14] Johnson, S. G. and Frigo, M., "A modified split-radix FFT with fewer arithmetic operations," IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 55, No. 1, pp. 111-119, 2007.
- [15] Ikram, M. Z., Abed-Meraim, K. and Hua, Y., "Fast quadratic phase transform for estimating the parameters of multicomponent chirp signals," Digital signal processing, Vol. 7, No. 2, pp. 127-135, 1997.
- [16] Bi, G., Wei, Y., Li, G. and Wang, C., "Radix-2 DIF fast algorithms for polynomial time-frequency transforms," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 42, No. 4, pp. 1540-1546, 2006.
- [17] Bi, G. and Wei, Y., "Split-Radix algorithms for arbitrary order of polynomial time frequency transforms," IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 55, No. 1, pp. 134-141, 2007.
- [18] Wei, Y. and Bi, G., "Fast algorithm for polynomial time-frequency transform," Signal Processing, Vol. 87, No. 5, pp. 789-798, 2007.
- [19] Ju, Y. and Bi, G., "Generalized fast algorithms for the polynomial time-frequency transform," IEEE Transaction on Signal Processing, Vol. 55, No. 10, pp. 4907-4915, 2007.
- [1] Clark, M. E., "High range resolution radar techniques and the wavelet transform," in IEE Seminar on Time-scale and Time-Frequency Analysis and Applications (IET conference), London, Feb. 2000.
- [2] Jin-liang, B., Mei-guo, G. and Cheng-fa, X., "Method of stepped frequency signal processing based on fractional fourier transform," in 9th International Conference on Signal Processing, ICSP, Beijing, Oct. 2008.
- [3] Axelsson, S. R., "Analysis of random step frequency radar and comparison with experiments," IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 45, No. 4, pp. 890-904, 2007.
- [4] Liu, Y., Meng, H., Li, G. and Wang, X., "Range-velocity estimation of multiple targets in randomised stepped-frequency radar," Electronics Letters, IET, Vol. 44, No. 17, 2008.
- [5] Ruttenberge, K. and Chanzit, L., "High range resolution by means of pulse to pulse frequency shifting," in IEEE Eascon Record, pp. 47-51, 1968.
- [6] Lizuka, K., Freundorfer, A. P., Wu, K. H., Mori, H., Ogura, H. and Van-Khai, N., "Step-frequency radar," Journal of Applied Physics, Vol. 56, No. 9, pp. 2572-2583, 1984.
- [7] Taylor, J. D., Ultra-wideband radar technology, Boca Raton, Florida: CRC Press LLC, 2001.
- [8] Levanon, N., "Stepped-frequency pulse-train radar signal," IEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation, Vol. 149, No. 6, pp. 297-309, 2002.
- [9] Xia, X. G., "Discrete chirp-fourier transform and its application to chirp rate estimation," IEEE Transaction on Signal Processing, Vol. 48, No. 11, pp. 3122-3133, 2000.
- [10] Guo, X., Sun, H. B., Wang, S. L. and Liu, G. S., "Comments on discrete chirp-fourier transform and its application to chirp rate estimation," IEEE Transaction on Signal Processing, Vol. 50, No. 12, pp. 3115-3116, 2002.