

## تحلیل الگوی تشعشی آرایه آنتن با چندگانگی فرکانس مبتنی بر مدولاسیون مجذور فرکانس موج پیوسته

مرضیه عسگری<sup>۱</sup>، سیدحسین محسنی ارمکی<sup>۲\*</sup>، محسن فلاح<sup>۳</sup>

۱-دانشجوی کارشناسی ارشد ۲و۳-استادیار، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(دریافت: ۱۳۹۴/۱۰/۱۹، پذیرش: ۱۳۹۴/۰۳/۱۹)

### چکیده

با توجه به هزینه سنگین تغییر دهنده‌های فاز در آنتن‌های آرایه فازی، روش‌های متنوعی جهت هدایت الگوی تشعشی آرایه آنتن بدون استفاده از تغییردهنده فاز معرفی شده است. یکی از این روش‌ها، آرایه آنتن مبتنی بر تنوع فرکانس تحریک عناصر است. در این ساختار عناصر آرایه با فرکانس‌های متفاوت، با اختلاف اندک تحریک می‌شوند. الگوی تشعشی حاصل از این آرایه، نسبت به زمان، فاصله و زاویه متناوب می‌باشد. جهت پیاده‌سازی آرایه مذکور ساختارهای گوناگونی وجود دارد که ساده‌ترین آن‌ها استفاده از یک منبع تولید سیگنال پیوسته با شیب فرکانسی خطی همراه با خطوط تاخیر است. در این مقاله، ساختار جدید یک نمونه آرایه با چندگانگی فرکانس براساس رفتار فرکانسی مرتبه دو معرفی و مورد تحلیل و شبیه‌سازی واقع می‌شود. همچنین الگوی تشعشی این آرایه با آرایه با چندگانگی فرکانسی مبتنی بر رژیم فرکانسی خطی مقایسه شده و برتری تغذیه آرایه با رفتار فرکانسی مرتبه دو نسبت به رفتار فرکانسی خطی از نظر سرعت و دقت بیشتر در جاروب فضا، مورد توجه قرار می‌گیرد.

### واژگان کلیدی

آرایه آنتن با چندگانگی فرکانس، جاروب فضا، مدولاسیون مجذور فرکانس موج پیوسته.

### ۱. مقدمه

یک رادار، متعلق به تغییردهنده‌های فاز است. بنابراین در سال‌های اخیر نگرش‌های جدیدی به سمت روش‌های دیگر هدایت بیم آنتن ایجاد شده است. یکی از این روش‌ها، جاروب الکترونیکی بیم آنتن با فن آوری چندگانگی فرکانس یا FDA<sup>۲</sup> است.

ایده اولیه آرایه FDA، نشأت گرفته از آرایه آنتن با مدولاسیون زمانی<sup>۳</sup> است که توسط شانکس در سال ۱۹۶۱ معرفی شد [۱]. ایشان در مقاله خود تئوری جاروب الکترونیکی را با استفاده از روش‌های مدولاسیون زمانی را بیان و معادلات اساسی و روابط مربوط به آن را ارائه نموده‌اند. بدین ترتیب یک روش جاروب الکترونیکی بدون استفاده از تغییردهنده فاز بیان نهاده شد. با توجه

جاروب الکترونیکی الگوی تشعشی، یکی از اهداف مهم آرایه آنتن‌ها می‌باشد. در آرایه آنتن‌های معمولی به منظور نیل به مقصود فوق از تغییر دهنده‌های فاز<sup>۱</sup> در اتصال با عناصر تشعشی استفاده می‌گردد. بدین ترتیب که با کنترل و تنظیم فاز تغییردهنده‌های فاز می‌توان الگوی تشعشی را به سمت مورد نظر هدایت نمود. روش مورد نظر دارای مزایای بسیار و کاربردهای فراوان در رادارهای مبتنی بر آرایه فازی است. از مهم‌ترین نقایص تغییر دهنده‌های فاز، افت عبوری است که جهت کاهش آن بایستی از زیر لایه‌های گران قیمت استفاده نمود. با احتساب موضوع فوق، بیشترین هزینه بخش آنتن

<sup>۱</sup> Frequency Diverse Array

<sup>۲</sup> Time-Modulated Array Antenna

\*رایانامه نویسنده پاسخگو: mohseni@ee.iust.ac.ir

<sup>۱</sup> Phase shifter

حسب اصول ریاضی آنالیز کردند. همچنین آن‌ها در تلاش خود شباهت بین جاروب فرکانسی و آرایه با چندگانگی فرکانس مبتنی بر LFM CW را نیز نشان دادند. در ادامه، ایگر، مقاله‌ای در سال ۲۰۱۳ منتشر نمود [۹] که در آن به بررسی مفصل آرایه با چندگانگی فرکانس مبتنی بر LFM CW پرداخته و ضمن به دست آوردن روابط ریاضی مرتبط، شبیه‌سازی و پیاده‌سازی آزمایشگاهی یک نمونه از آرایه آنتن فوق را ارائه نموده است. وانگ در سال ۲۰۱۵ ضمن مرور ویژگی آرایه FDA چند قابلیت این آرایه را معرفی نموده است [۱۱]. او در مقاله خود ثابت نموده است که شدت و مکان حداکثر الگوی تشعشعی آرایه مذکور تابع تعداد عناصر و مقدار افزایش فرکانس است، به گونه‌ای که می‌توان در حالت‌های مختلف آن را کنترل نمود. بدین ترتیب ایجاد الگویی که در نقطه‌ای از فضا متمرکز شده باشد دور از دسترس نیست.

آرایه FDA مفهوم جدیدی است که بیشتر مراجع در زمینه تئوری و شبیه‌سازی آن فعالیت نموده‌اند. مراجع بسیار اندکی جهت ساخت این آرایه وجود دارد در تمام مراجع فرض بر این است که منبع تولید فرکانس‌های چندگانه را می‌توان توسط میکسرها یا DDS<sup>۶</sup> پیاده‌سازی نمود. ایگر در سال ۲۰۱۳ پیاده‌سازی نمونه آزمایشگاهی آرایه را ارائه نموده است [۹]. ایشان مفهوم آرایه با چندگانگی فرکانس مبتنی بر LFM CW، به‌عنوان روشی ساده و ارزان برای پیاده‌سازی این آرایه معرفی نموده است. در روش مذکور، از یک منبع تولید سیگنال که بطور خطی فرکانس آن افزایش می‌یابد استفاده شده است. عناصر تشعشعی هم توسط خطوط با تاخیر ثابت به منبع فوق اتصال می‌یابند.

در این مقاله، یک روش پیاده‌سازی جدید آرایه FDA بر مبنای پیشنهاد ایگر بیان شده که افزایش فرکانس منبع تولید سیگنال دارای رفتار مرتبه دو می‌باشد. این رفتار مزایایی خاصی به آرایه می‌دهد که در ادامه مورد بحث واقع خواهد شد.

## ۲. ساختار آرایه FDA

آرایه آنتن با گوناگونی فرکانسی، یک مفهوم تازه و جدید جاروب الکترونیکی است. عناصر یک آرایه مطابق شکل ۱ می‌توانند با شکل موج‌های مشابه یا متفاوت تحریک شوند. در این طراحی، برای سادگی شکل موج‌ها یکسان فرض خواهد شد. مهم‌ترین تفاوت FDA با سایر آرایه‌ها آن است که مقدار اندکی افزایش فرکانس نسبت به فرکانس حامل در طول عناصر آرایه به‌جای اختلاف فاز به‌کار می‌رود. استفاده از افزایش فرکانس در طول آرایه، تولید الگوی تشعشعی میدان دوری می‌نماید که تابعی از فاصله، زمان و زاویه

به این‌که در گزارش ارائه شده از افزایش اندک فرکانس در عناصر آرایه استفاده شده است، ایده اولیه آرایه آنتن مبتنی بر چندگانگی فرکانس بدون نیاز به تغییردهنده فاز پایه‌ریزی شد. با توجه به پیشرفت‌های جدید در پردازش سیگنال‌های دیجیتال، استفاده از گوناگونی فرکانس در تئوری آرایه‌ها جلب توجه بیشتری نمود. آنتونیک و همکارانش در سال ۲۰۰۶ ساختار کلی برای رادار آرایه با گوناگونی فرکانسی را معرفی نمودند [۲]. آنها نشان دادند وقتی یک افزایش فرکانس در میان عناصر آرایه اعمال شود، الگوی تشعشعی به‌دست‌آمده وابسته به فاصله<sup>۱</sup> هدف از آنتن است. آن‌ها همچنین نشان دادند که چگونه زاویه جاروب با افزایش فرکانس، تغییر و ایجاد زاویه جاروب ظاهری می‌نماید.

در یک مقاله دیگر [۳]، آنتونیک و همکارانش استفاده از گوناگونی شکل موج چند موده<sup>۲</sup> را توضیح دادند. آنها بخصوص بر روی استفاده از آرایه با چندگانگی فرکانس در رادارهای SAR<sup>۳</sup> و MTI<sup>۴</sup> تاکید کرده و یک ساختار برای آرایه با چندگانگی فرکانس ارائه کردند که بتواند هر دوی این وظایف را انجام دهد. سکمن و همکارانش [۴] در سال ۲۰۰۷، یک آرایه با چندگانگی فرکانس را با الگوی تشعشعی متناوب نسبت به فاصله و زاویه معرفی کردند. آن‌ها در مقاله خود وضعیت تناوبی الگوی تشعشعی را در سه عرصه زمان، زاویه و فاصله بررسی نموده و به ارائه مدلی برای تعیین مکان و زاویه هدف در آرایه با چندگانگی فرکانس پرداختند. هوانگ و همکارانش [۵]، در سال ۲۰۰۸، یک آرایه با چندگانگی فرکانس متشکل از ۸ عنصر وصله‌ای ریزنوار را با نرم‌افزار CST Microwave Studio شبیه‌سازی نمودند و الگوی تشعشعی آن را به صورت تئوری در حالت‌های مختلف استخراج کردند. نتایج تحقیق آن‌ها اثبات نمود که میزان افزایش فرکانس در میان عناصر آرایه، سرعت جاروب آرایه با چندگانگی فرکانس را تعیین می‌کند.

مسئله اصلی در آرایه با چندگانگی فرکانس، مسئله پیاده‌سازی آن است. در سال‌های ۲۰۰۶ تا ۲۰۰۸، تحقیقات بسیاری درباره مسئله پیاده‌سازی آرایه با چندگانگی فرکانس انجام گرفته است. همچنین برخی از روش‌ها توسط محققان معتبر منتشر شده و به‌طور انحصاری به ثبت رسیده‌اند [۶-۷]. در بین روش‌های ارائه شده، آرایه با چندگانگی فرکانس مبتنی بر موج پیوسته مدوله شده با فرکانس خطی<sup>۵</sup> (LFMCW)، به‌عنوان روشی ساده و ارزان برای پیاده‌سازی این آرایه شناخته شده است. ایگر و همکارانش در دسامبر ۲۰۰۹، در مقاله خود [۸]، یک آرایه با چندگانگی فرکانس مبتنی LFM CW را بررسی کردند. در این کار آنها مفهوم آرایه با چندگانگی فرکانس را بر

<sup>۱</sup> range

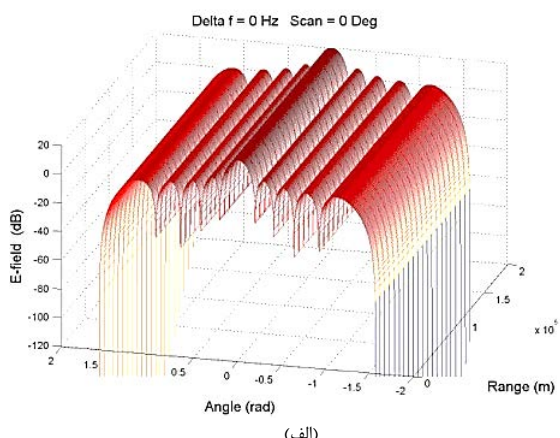
<sup>۲</sup> multi-mode waveform diversity

<sup>۳</sup> synthetic aperture radar

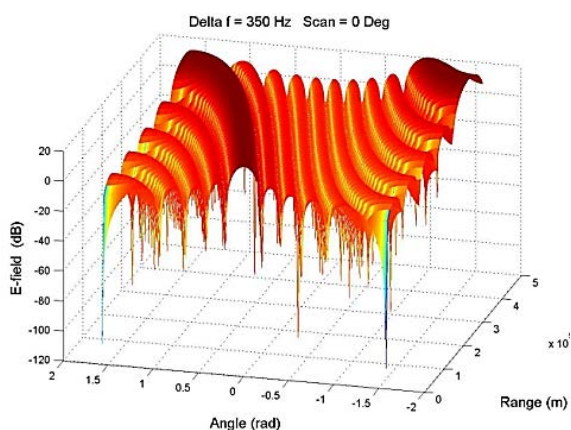
<sup>۴</sup> moving target indication

<sup>۵</sup> linear frequency modulated continuous waveform

<sup>۶</sup> Direct Digital Synthesizer



(الف)



(ب)

شکل ۲. ضریب آرایه یک مجموعه آنتن ۲۰ عنصره که فاصله آن به فاصله نیم طول موج قرار دارند (الف)  $\Delta f = 0$  Hz (ب)  $2\Delta f = 350$  Hz است

### ۳. تحلیل آرایه FDA مبتنی بر رژیم فرکانسی

#### مرتبه ۲

جهت تحقق آرایه FDA ساده ترین روش این است که هر عنصر به یک مولد سیگنال متصل و اختلاف فرکانس مولدها  $\Delta f$  باشد. چنین ساختاری از لحاظ اقتصادی بسیار پرهزینه و کاربرد آن برای آرایه‌های با تعداد عناصر زیاد غیرممکن است. روش پیشنهادی دیگر، استفاده از خطوط تاخیر و یک منبع فرکانسی مدوله‌شده‌زمانی مطابق شکل ۳ است. جاروب فرکانس نسبت به زمان می‌تواند از توابع مختلفی استفاده نماید که نوع خطی آن در مراجع [۸] و [۹] مورد بحث و تحلیل واقع شده است. هدف ما در این مقاله تحلیل الگوی آرایه با استفاده از جاروب مرتبه دو است. بدین لحاظ ساختار آرایه با چندگانگی فرکانس به صورت نشان داده شده در شکل ۳، در نظر گرفته شده است. در شکل مذکور مبدأ مختصات در سمت چپ آرایه تنظیم می‌گردد.

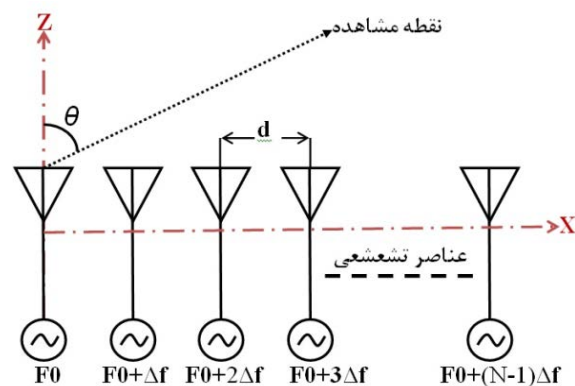
است. وابستگی به فاصله الگوی تشعشی بسیار مهم است زیرا می‌توان در فواصل متفاوت، دامنه الگوی تشعشی بیشینه یا کمینه داشت و این مسأله منجر به کشف چند هدف به طور همزمان در فواصل مختلف می‌شود، گرچه وابستگی به فاصله ممکن است باعث مشکلات افزایش حجم محاسبات گردد. ضریب آرایه در آرایه آنتن معمولی با N عنصر تشعشی مطابق رابطه ذیل قابل حصول است.

$$AF = \frac{\sin\left(\frac{N\Psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)} \Psi = \frac{2\pi}{\lambda} ds \quad (1)$$

که  $\Psi$  اختلاف فاز هر عنصر نسبت به عنصر قبلی ناشی از اختلاف مسیر عناصر تا نقطه مشاهده،  $\theta$  زاویه بین بردار فاصله با محور تراز آنتن و  $d$  فاصله بین عناصر است. اگر شکل موج تشعشع شده از هر عنصر آرایه مشابه بوده و افزایش فرکانس به میزان  $\Delta f$  هرتز در طول عناصر به کار می‌رود. اختلاف فاز ناشی از طول مسیر بین دو عنصر متوالی از رابطه (۱) به دست می‌آید. در این حالت می‌توان ثابت نمود در چنین آرایه‌ای  $\Delta\Psi = kdsin\theta_a$  جهت حداکثر گلبزرگ اصلی در راستای زاویه ظاهری  $\theta_a$  است [۲].

$$\theta_a = \arcsin\left\{\frac{f_0 \sin\theta}{f} - \frac{\Delta f \sin\theta}{f} + \frac{\Delta f R_0}{fd}\right\} \quad (2)$$

مطابق رابطه (۲) در آرایه FDA جهت بیم اصلی تابعی متناوب از فاصله، زمان و زاویه است. شکل ۲ ضریب آرایه سه بعدی یک آرایه بیست عنصره با شیفت فرکانسی صفر و شیفت فرکانسی ۳۵۰ هرتز را نشان می‌دهد [۲]. این ویژگی باعث می‌شود که چنانچه این آرایه در رادار مورد استفاده قرار گیرد در یک سمت مشخص چندین هدف قابل رویت باشد و یا این‌که اگر آنتن در معرض سیگنال تداخلی قرار گیرد، محل و مکان تداخل‌گر در صفر الگوی تشعشی واقع شود.



شکل ۱. چیدمان عناصر در آرایه با چندگانگی فرکانس که فرکانس هر عنصر به اندازه نسبت به عنصر ماقبل افزایش یافته است

شکل فازوری خروجی منبع تولید سیگنال به صورت زیر قابل بیان است:

$$W = ae^{j\left(\omega_0 t + \frac{m}{3}t^3 + \varphi_0\right)} \quad (۶)$$

که در آن  $a$  دامنه شکل موج و  $\varphi_0$  جمله فازی ثابت است.

تأخیر اعمال شده به هر عنصر آنتن، فرکانس لحظه‌ای منحصر به فردی را در آن به وجود می‌آورد. با استفاده از (۶)، شکل موج لحظه‌ای در هر عنصر، آنتن را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$W_n = a_n e^{j\left[\omega_0(t-t_n) + \frac{m}{3}(t-t_n)^3\right]} \quad (۷)$$

که در این معادله جمله فاز ثابت صفر فرض شده است ( $\varphi_0=0$ ).  $t_n$  مقدار تأخیر در هر آنتن است که در آن  $n$  شاخص هر آنتن بوده و از صفر شروع شده و تا  $N-1$  افزایش می‌یابد. عناصر تأخیر، ایده‌آل فرض شده‌اند، به طوری که هیچ‌گونه اتلاف یا اعوجاجی ندارند (در عمل ممکن است از تلفات یا تقسیم‌های توانی نامساوی بین عناصر آنتن برای کاهش گلبه‌های فرعی در الگوی میدان دور استفاده شود). بنابراین الگوی میدان دور یک آرایه FDA را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$E_A = \sum_{n=0}^{N-1} \left[ \frac{a_n}{R_n} f_e \left( \omega_0 + m(t-t_n)^2 \right) \right] \quad (۸)$$

$$e^{j\left[\omega_0(t-t_n) + \frac{m}{3}(t-t_n)^3\right]} e^{-j[k_n(t)R_n]} e^{-jn\delta}$$

که در آن:

$a_n$ : وزن هر عنصر آنتن

$R_n = R_0 - nd \sin\theta$  که در مخرج مقدار  $R_0$  برای آن در نظر گرفته می‌شود.

$\theta$ : زاویه محور عمود بر آنتن با نقطه مشاهده

$\omega_0$ : فرکانس شروع

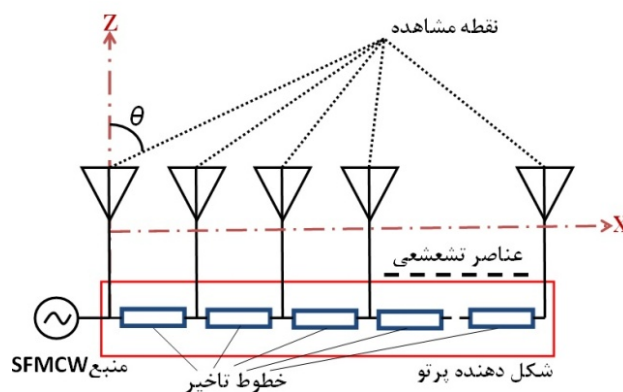
$m$ : پارامتر مربوط به رژیم فرکانسی، چنانکه در معادله ۳ تعریف شد.

$t_n$ : تأخیر تا آنتن  $n$ ام

$$k_n(t) = \frac{\omega_0 + m(t-t_n)^2}{c}$$

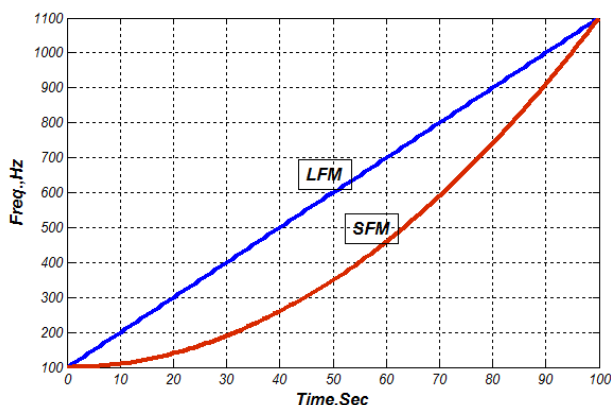
$\delta$ : اختلاف فاز بین آنتن‌های متوالی

$f_e\left(\omega_0 + m(t-t_n)^2\right)$ : الگوی تشعشعی عنصر در آنتن  $n$ ام و در



شکل ۳. ساختار آرایه با چندگانگی فرکانس مبتنی بر رژیم فرکانسی مرتبه دو

مطابق شکل ۳ تغذیه آرایه توسط مولدی است که فرکانس آن مطابق رفتار شکل ۴ نسبت به زمان افزایش می‌یابد. متناسب با خطوط تأخیر هر عنصر با فرکانس و فاز خاصی تحریک می‌شود. در شکل مذکور، تغییرات فرکانس در منبع تغذیه آرایه، به صورت خطی (مرتبه ۱) و مجذور (مرتبه ۲) نشان داده شده است.



شکل ۴. رژیم فرکانسی خطی و مجذور مولد سیگنال قابل اعمال به آرایه با چندگانگی فرکانس عناصر

بنابراین، با فرض این که تغییرات فرکانس با زمان، چنان که در شکل ۴ نشان داده شده است، به صورت مرتبه دو است، می‌توان فرکانس لحظه‌ای شکل موج را به صورت زیر نوشت:

$$\omega = \omega_0 + mt^2 \quad (۳)$$

که در آن  $\omega_0$  فرکانس شروع و  $m$  یک پارامتر طراحی است.

$$m = \frac{\omega - \omega_0}{t^2} \quad (۴)$$

از معادله (۳) می‌توان فاز شکل موج را به صورت زیر استخراج نمود.

$$\varphi = \int \omega dt = \omega_0 t + \frac{m}{3}t^3 + \varphi_0 \quad (۵)$$

با بسط رابطه (۷) داریم:

$$\begin{aligned} \varphi = & (\omega_0 t - n\omega_0 T + \frac{m}{3} t^3 - \frac{m}{3} n^3 T^3 - mnt^2 + \\ & mn^2 t T^2 - \frac{\omega_0}{c} R_0 + \frac{\omega_0}{c} nd \sin \theta - \frac{m}{c} t^2 R_0 + \\ & \frac{m}{c} t^2 nd \sin \theta - \frac{m}{c} n^2 T^2 R_0 + \frac{m}{c} n^3 T^2 d \sin \theta + \\ & \frac{2m}{c} ntTR_0 - \frac{2m}{c} n^2 t T d \sin \theta \end{aligned} \quad (12)$$

حال می‌توان جملات (۱۲) را بر اساس وابستگی به  $n$  دسته‌بندی کرد. در نتیجه، جملات وابسته به  $n$  در  $\Sigma$  باقی می‌مانند. در حالی که می‌توان جملات دیگر را به خارج از  $\Sigma$  انتقال داد.

$$\begin{aligned} \varphi = & \omega_0 t + \frac{m}{3} t^3 - \frac{\omega_0}{c} R_0 - \frac{m}{c} t^2 R_0 + \\ & n(-\omega_0 T - \frac{m}{3} n^3 T^3 - mt^2 T + mnt T^2 + \\ & \frac{\omega_0}{c} d \sin \theta + \frac{m}{c} t^2 d \sin \theta - \frac{m}{c} n T^2 R_0 + \\ & \frac{m}{c} n^2 T^2 d \sin \theta + \frac{2m}{c} t T R_0 - \frac{2m}{c} nt T d \sin \theta) \end{aligned} \quad (13)$$

با بازنویسی معادله (۱۰) به کمک رابطه (۱۳) به عبارت زیر خواهیم رسید:

$$E_A = \frac{1}{R_0} \exp \left( j \left( \omega_0 t + \frac{m}{3} t^3 - \frac{\omega_0}{c} R_0 - \frac{m}{c} t^2 R_0 \right) \right) \times \sum_{n=0}^{N-1} \exp \left( j n \left( -\omega_0 T - \frac{m}{3} n^3 T^3 - mt^2 T + mnt T^2 + \frac{\omega_0}{c} d \sin \theta + \frac{m}{c} t^2 d \sin \theta - \frac{m}{c} n T^2 R_0 + \frac{m}{c} n^2 T^2 d \sin \theta + \frac{2m}{c} t T R_0 - \frac{2m}{c} nt T d \sin \theta \right) \right) \quad (14)$$

جمله بیرون  $\Sigma$ ، سیگنال CW در نقطه مشاهده است. توجه کنید که فرکانس لحظه‌ای این سیگنال CW هم با گذشت زمان تحت تأثیر قرار می‌گیرد و جملات درون جمع اثر مدولاسیون دامنه را تشکیل می‌دهند. برای ساده کردن معادله آخر، باید چند متغیر دیگر ایجاد کرد:

$$U(t) = \frac{1}{R_0} e^{j \left( \omega_0 t + \frac{m}{3} t^3 - \frac{\omega_0}{c} R_0 - \frac{m}{c} t^2 R_0 \right)} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \varphi(n, t) = & -\omega_0 T - \frac{m}{3} n^3 T^3 - mt^2 T + mnt T^2 + \\ & \frac{\omega_0}{c} d \sin \theta + \frac{m}{c} t^2 d \sin \theta + \frac{m}{c} n^2 T^2 d \sin \theta - \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{m}{c} n T^2 R_0 + \frac{2m}{c} t T R_0 - \frac{2m}{c} nt T d \sin \theta$$

فرکانس  $\omega_0 + m(t - t_n)^2$  برای سهولت محاسبات، دامنه تحریک همه عناصر آنتن  $n=1$  در نظر گرفته می‌شود. همچنین فرکانس‌ها یکسان و برابر با واحد است. در مرحله بعد، تأخیر بین منبع و آنتن  $ln$  برابر با  $nT$  قرار داده می‌شود.

$$tn = nT \quad (9)$$

در نتیجه، تأخیر بین عناصر  $T$  تعریف شده که یک پارامتر بحرانی برای طراحی مجموعه آنتن است. نکته جالب توجه آن است که برخلاف آرایه FDA مبتنی بر LFM CW که در آن اختلاف فرکانس بین عناصر آرایه مقدار ثابتی بود، در اینجا اختلاف فرکانس بین عناصر آرایه ثابت نیست و در گذر زمان و با افزایش اندیس آنتن‌ها، اختلاف فرکانس نیز افزایش می‌یابد. مثلاً با فرض آن که تأخیر بین عناصر آنتن  $T$  باشد، طبق رابطه (۳) خواهیم داشت:  $\omega_1 = \omega_0 + mT^2$ ,  $\omega_3 = \omega_0 + 9mT^2$ ,  $\omega_2 = \omega_0 + 4mT^2$ ,

$$\Delta f_1 = \frac{1}{2\pi} (\omega_1 - \omega_0) = \frac{1}{2\pi} mT^2 \quad \text{بنابراین داریم:}$$

$$\Delta f_2 = \frac{1}{2\pi} (\omega_2 - \omega_1) = \frac{1}{2\pi} 3mT^2$$

$$\Delta f_3 = \frac{1}{2\pi} (\omega_3 - \omega_2) = \frac{1}{2\pi} 5mT^2 \quad \dots ,$$

مشاهده می‌شود که با گذر زمان و افزایش اندیس آنتن‌ها، اختلاف فرکانس بین آن‌ها نیز افزایش می‌یابد. از طرف دیگر، پیش‌تر اشاره شد که میزان افزایش فرکانس در میان عناصر آرایه، سرعت جاروب آرایه با چندگانگی فرکانس را تعیین می‌کند [۶]. بنابراین انتظار می‌رود که در اینجا با گذشت زمان سرعت جاروب فضا توسط آرایه و احتمالاً سایر ویژگی‌های آرایه بهبود یابد که در بخش شبیه‌سازی این مسأله نمود خواهد یافت.

حال، با فرض صفر بودن  $\delta$  می‌توان رابطه (۸) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$E_A = \sum_{n=0}^{N-1} \left[ \frac{a_n}{R_n} f_e \left( \omega_0 + m(t - t_n)^2 \right) \right] \quad (10)$$

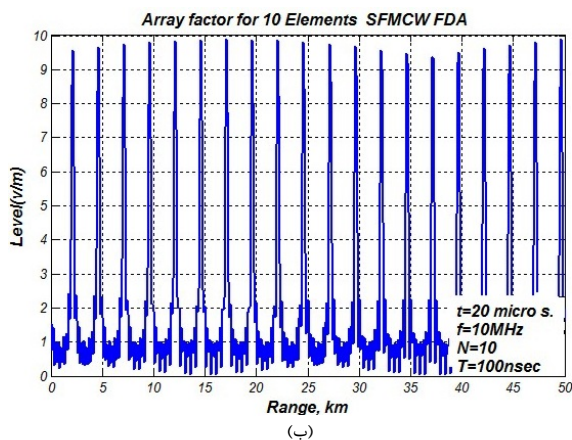
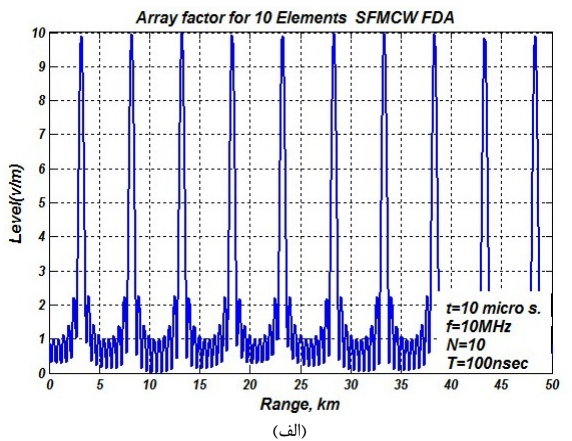
$$e^{j \left[ \omega_0 (t - t_n) + \frac{m}{3} (t - t_n)^3 \right]} e^{-j [k_n(t) R_n]}$$

فاز رابطه (۱۰) را می‌توان اینگونه نوشت:

$$\varphi = \omega_0 (t - nT) + \frac{m}{3} (t - nT)^3 - \left[ \frac{\omega_0 + m(t - nT)^2}{c} \right] [R_0 - nd \sin(\theta)] \quad (11)$$

#### ۴. شبیه‌سازی

به عنوان مثال، یک آرایه FDA مبتنی بر رژیم فرکانسی مرتبه دو، متشکل از ۱۰ عنصر آنتن در فرکانس ده مگاهرتز، در محیط MATLAB شبیه‌سازی شده است. در این شبیه‌سازی مقدار  $m$  برابر با  $1.885 \times 10^6$  در نظر گرفته شده است. فاصله بین عناصر نصف طول موج، تأخیر بین عناصر صد نانوثانیه و زاویه مشاهده ۱۰ درجه خارج از محور تراز آرایه می‌باشد. شکل ۵، الگوی تشعشی این آرایه را نسبت به فاصله در لحظه  $t=10 \mu s$  و  $t=20 \mu s$  نشان می‌دهد. چنان‌که در شکل مشاهده می‌شود، دوره تناوب آرایه نسبت به فاصله در  $t=10 \mu s$  حدود ۵ کیلومتر می‌باشد. البته چنان‌که انتظار می‌رفت، برخلاف FDA مبتنی بر LFMCW که در آن دوره تناوب الگوی تشعشی آن نسبت به فاصله ثابت است، در این آرایه، دوره تناوب الگوی تشعشی نسبت به فاصله، به زمان بستگی دارد و با افزایش زمان، کاهش می‌یابد. برای درک بهتر این مسأله، در شکل ۵، الگوی تشعشی این آرایه در لحظه  $t=20 \mu s$  نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که دوره تناوب الگوی تشعشی نسبت به فاصله، به حدود دو ونیم کیلومتر کاهش یافته و بنابراین، با افزایش زمان، سرعت جاروب فضا افزایش یافته است.



شکل ۵. الگوی تشعشی آرایه SFMCW نسبت به فاصله در زمان ثابت (الف)  $t=10 \mu s$  (ب)  $t=20 \mu s$

با استفاده از روابط (۱۵) و (۱۶) در معادله (۱۴) خواهیم داشت:

$$E_A = U(t) \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn\phi(n,t)} \quad (17)$$

حال می‌توان روی رابطه (۱۶) تمرکز کرد.

$$\begin{aligned} \phi(n,t) = & -\omega_0 T - \frac{m}{3} n^3 T^3 - m t^2 T + m n t T^2 + \\ & \frac{\omega_0}{c} d \sin \theta + \frac{m}{c} t^2 d \sin \theta + \frac{m}{c} n^2 T^2 d \sin \theta - \\ & \frac{m}{c} n T^2 R_0 + \frac{2m}{c} t T R_0 - \frac{2m}{c} n t T d \sin \theta \end{aligned} \quad (18)$$

برای ساده‌تر شدن عبارت فوق، باید فرض‌هایی را در نظر بگیریم. فرض اول آن است که  $R_0 M \gg \frac{1}{3} n T c$ . بنابراین می‌توان از  $\frac{1}{2} n T c$  در مقابل  $R_0$  صرف‌نظر کرد.

فرضی دیگر و مهم‌تر را می‌توان به این صورت بیان کرد که در رابطه (۱۸)، جملات وابسته به  $\sin(\theta)$  را طوری کنار هم قرار دهیم که عبارت زیر به دست آید:

$$\begin{aligned} \phi(n,t)_0 = & \frac{d\omega_0}{c} \sin \theta + \\ & \frac{m d}{c} \sin \theta (n^2 T^2 + t^2 - 2n t T) = \\ & \frac{d\omega_0}{c} \sin \theta + \frac{m d}{c} \sin \theta (t - n T)^2 \end{aligned} \quad (19)$$

در اینجا جمله  $n T$  ثابت است و برای هر عنصر آنتن، زمان به میزان  $n T$  تأخیر یافته است. نادیده گرفتن  $n T$  در محاسبات منجر می‌شود که در زوایای مشاهده بزرگ‌تر، پالس‌ها تغییر شکل دهند. به ویژه ممکن است موقعیت صفرها و مقدار پیک لوب‌های فرعی به دلیل این فرض تغییر کند، اما این تغییر شکل‌ها با در نظر گرفتن شبیه‌سازی‌ها حداقل است.

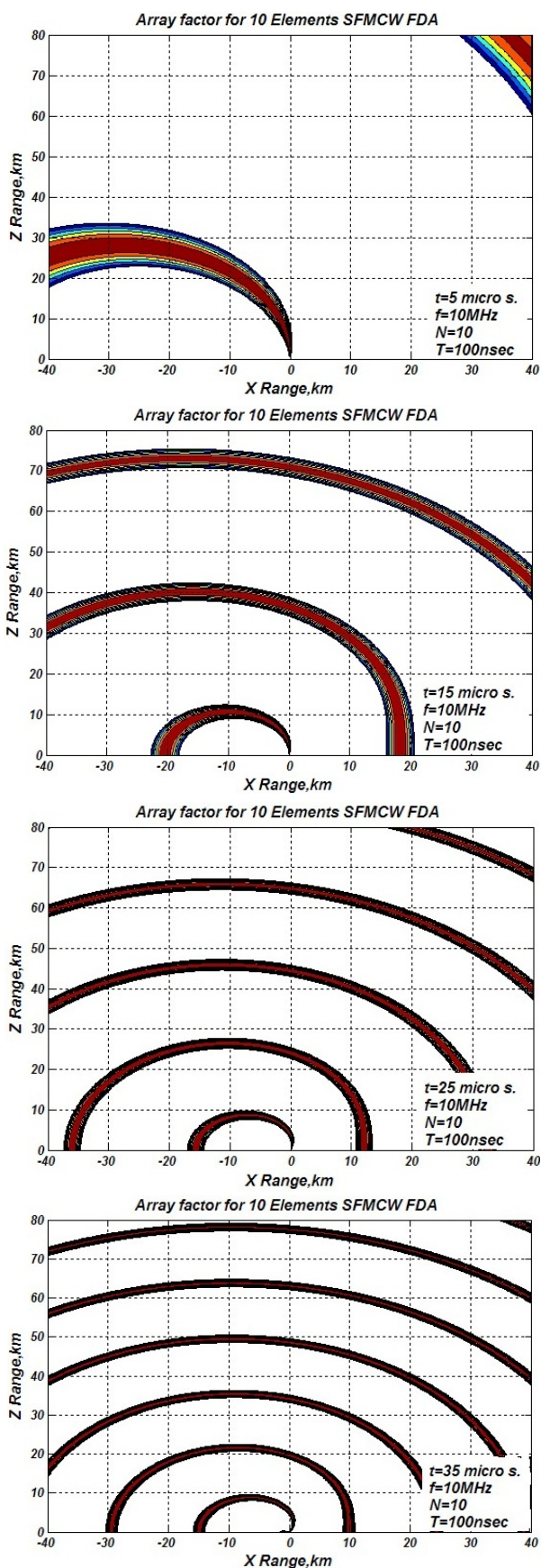
با استفاده از دو فرض آخر، می‌توان (۱۸) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \phi(n,t) = & \frac{-n m T^2}{c} R_0 + \frac{\omega_0 + m t^2}{c} (-c T + d \sin \theta) + \\ & \frac{m t T}{c} (c n T + 2 R_0) \end{aligned} \quad (20)$$

بنابراین، با جای‌گذاری رابطه (۲۰) در معادله (۱۷) خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} E_A \cong & \frac{1}{R_0} e^{j\left(\omega_0 t + \frac{m}{3} t^3 - \frac{\omega_0}{c} R_0 - \frac{m}{c} t^2 R_0\right)} \times \\ & \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn\left(\frac{-n m T^2}{c} R_0 + \frac{\omega_0 + m t^2}{c} (-c T + d \sin \theta) + \frac{m t T}{c} (c n T + 2 R_0)\right)} \end{aligned} \quad (21)$$

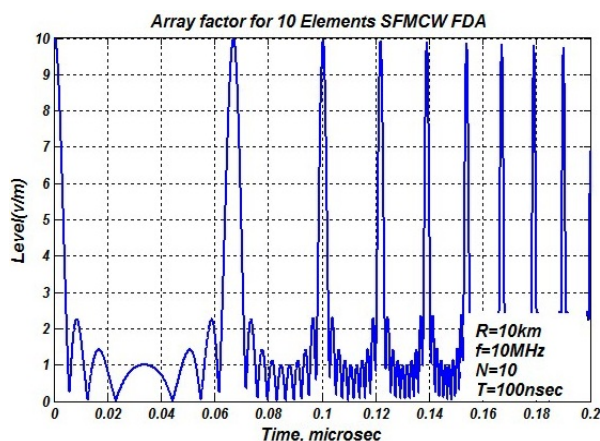
حال می‌توان با توجه به رابطه (۲۱)، این آرایه را شبیه‌سازی کرده و تناوب آن نسبت به زمان و فاصله را مشاهده کرد.



شکل ۷. الگوی تشعشی دو بعدی آرایه SFMCW در زمان‌های مختلف

شکل ۶ الگوی تشعشی این آرایه را نسبت به زمان در فاصله R=10km نشان می‌دهد. چنان‌که در شکل مشاهده می‌شود، با گذشت زمان، نقاط حداکثر منحنی به شدت به یکدیگر نزدیک می‌شوند و در واقع مؤید همین مطلب است که با گذشت زمان، جاروب فضا با سرعت بیشتری اتفاق می‌افتد. الگوی تشعشی دو بعدی این آرایه در زمان‌های مختلف در شکل ۷ رسم شده است.

مشاهده می‌گردد که پدیده خمیدگی بیم که در FDA مبتنی بر LFM CW وجود داشت [۸]، در FDA مبتنی بر رژیم فرکانسی مرتبه دو نیز ظاهر شد که امکان تشخیص همزمان چندین هدف را فراهم می‌کند. همچنین در این شکل نیز به وضوح دیده می‌شود که با گذشت زمان، نقاط حداکثر الگوی تشعشی به یکدیگر نزدیک‌تر شده و امکان جاروب دقیق‌تر و سریع‌تر فضا را محیا می‌سازد.



شکل ۶. الگوی تشعشی آرایه SFMCW نسبت به زمان در فاصله ثابت R=10km

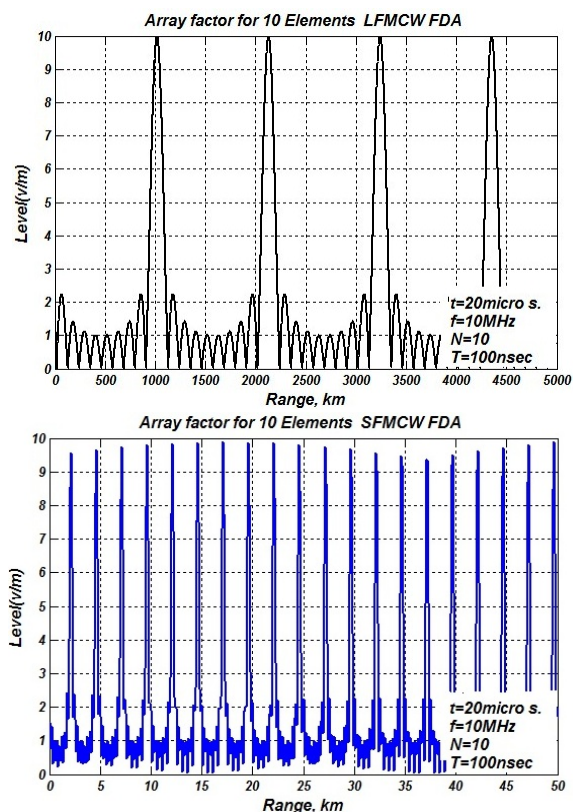
#### ۴-۱. مقایسه رفتار FDA درجه دو با FDA مبتنی بر LFM CW

به منظور ارزیابی آرایه SFMCW پیشنهاد شده بهترین راه، مقایسه عملکرد آن با آرایه LFM CW در شرایط مشابه است. در مثال بخش قبل، کل پهنای باند جاروب یا اختلاف فرکانس کل روی دهانه آرایه طبق رابطه (۱) برابر است با:

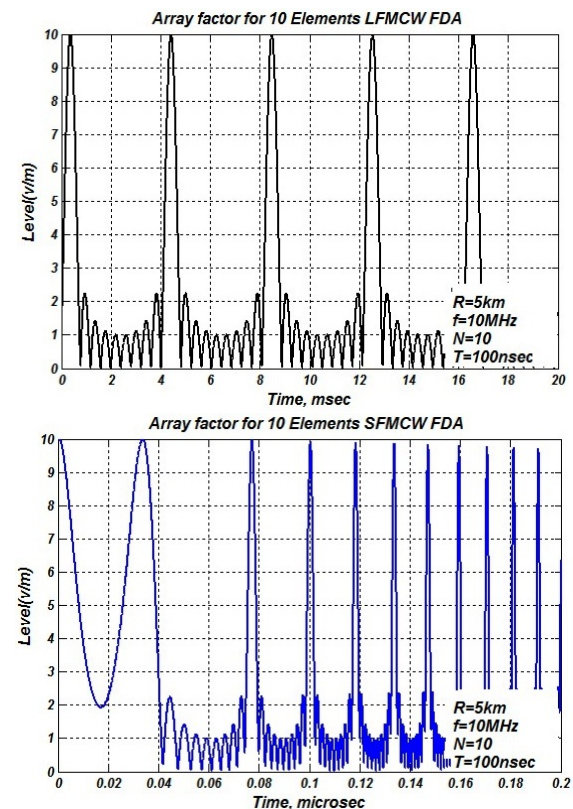
$$BW = m(N-1)^2 T^2 / 2\pi = 1.885 \times 10^{16} \times 81 \times 10^{-14} / 2\pi = 2430 \text{Hz}$$

برای داشتن این اختلاف فرکانس روی دهانه آرایه FDA مبتنی بر LFM CW، طبق رابطه اختلاف فرکانس در این نوع آرایه  $\Delta\omega = (m \times (N-1) \times T)$  مقدار m به صورت زیر به دست می‌آید:

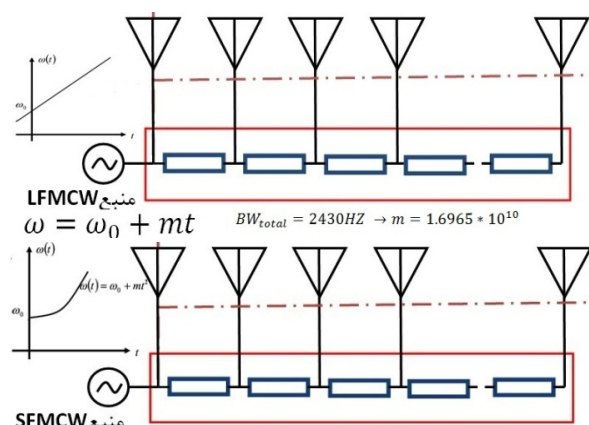
$$m = \frac{BW_{total} \times 2\pi}{(N-1) \times T} = \frac{2430 \times 2\pi}{9 \times 10^{-14}} = 1.6965 \times 10^{10}$$



شکل ۹. مقایسه الگوی تشعشی FDA مبتنی بر SFMCW و آرایه FDA مبتنی بر LFM CW و مقایسه دوره تناوب آن‌ها نسبت به فاصله



شکل ۱۰. مقایسه الگوی تشعشی FDA مبتنی بر SFMCW با FDA مبتنی بر LFM CW و مقایسه دوره تناوب آن‌ها نسبت به زمان



شکل ۸. ساختار آرایه FDA مبتنی بر SFMCW و آرایه FDA مبتنی بر LFM CW متناظر با آن

حال با داشتن مقدار  $m$  می‌توان آرایه FDA مبتنی بر LFM CW متناظر را نیز شبیه‌سازی کرد. شکل ۸، این دو آرایه متناظر را نمایش می‌دهد. آرایه FDA مبتنی بر LFM CW متناظر نیز متشکل از ۱۰ عنصر آنتن در فرکانس ده مگاهرتز در نظر گرفته شده است. همچنین فاصله بین عناصر نصف طول موج، تأخیر بین عناصر صد نانوثانیه و زاویه مشاهده ۱۰ درجه خارج از محور تراز آرایه می‌باشد. شکل ۹، الگوی تشعشی این دو نوع آرایه را نسبت به فاصله در لحظه  $t=20 \mu s$  نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل ۹ مشاهده می‌شود، در آرایه FDA مبتنی بر رژیم فرکانسی مرتبه دو، دوره تناوب نسبت به فاصله حدود دو و نیم کیلومتر است در حالی که در آرایه FDA مبتنی بر LFM CW متناظر آن، دوره تناوب نسبت به فاصله بیش از ده هزار کیلومتر می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در حالت آرایه FDA مبتنی بر رژیم فرکانسی مرتبه دو، فضا با دقت بیشتری جاروب می‌شود. همچنین شکل ۱۰، الگوی تشعشی دو آرایه مذکور را نسبت به زمان و در فاصله ۵ کیلومتری نشان می‌دهد.

همان‌گونه که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، در آرایه FDA مبتنی بر LFM CW، دوره تناوب نسبت به زمان حدود  $3/7$  میلی‌ثانیه می‌باشد، در حالی که در آرایه FDA مبتنی بر رژیم فرکانسی مرتبه دو متناظر آن، دوره تناوب نسبت به زمان، در ابتدا فقط  $0/04$  میکروثانیه است و با گذر زمان کم‌تر و کم‌تر نیز می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در حالت آرایه FDA مبتنی بر رژیم فرکانسی مرتبه دو، فضا با سرعت بیشتری جاروب می‌گردد.

در انتها، برای مقایسه هر چه بهتر این دو نوع آرایه، الگوی تشعشی دویعدی آن‌ها، در لحظه ۵۰ میکروثانیه در شکل ۱۱ رسم

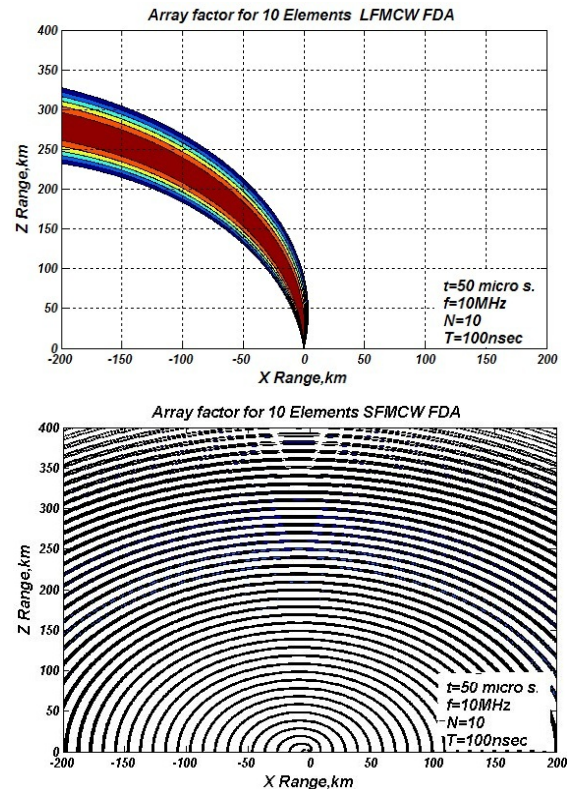


مرتبه دو می توان تحول بزرگی در نحوه جاروب فضا به وجود آورد.

## ۶. مراجع

- [1] H. Shanks, "A new technique for electronic scanning," IRE Transactions on Antennas and Propagation, Vol.9, No.2, pp.162-166, March 1961.
- [2] P. Antonik, M. C. Wicks, H. D. Griffiths, C. J. Baker, "Frequency diverse array radars," IEEE Conference on Radar, pp. 24-27, April 2006.
- [3] P. Antonik, M. C. Wicks, "Waveform diversity: Past, present, and future," IET International Conference on Radar Systems, pp.1-5, 2007.
- [4] M. Secmen, S. Demir, A. Hizal, T. Eker, "Frequency Diverse Array Antenna with Periodic Time Modulated Pattern in Range and Angle," IEEE Radar Conference, pp. 427-430, 2007.
- [5] H. Jingjing, T. Kin-Fai, C. J. Baker, "Frequency diverse array with beam scanning feature," Antennas and Propagation Society International Symposium, pp.1-4, 2008.
- [6] P. Antonik, M.C. Wicks, H. D. Griffiths, C. J. Baker, "Multi-mission multi-mode waveform diversity," IEEE Conference on Radar, pp.24-27, 2006.
- [7] C. Wicks Michael, P. Antonik, "Frequency Diverse Array with Independent Modulation of Frequency, Amplitude and Phase," US patent 7319427, Jan. 2008.
- [8] T. Eker, S. Demir, A. Hizal, "Design and Implementation of Frequency Diverse Array (FDA) using Linear Frequency Modulated Continuous Waveform (LFMCW)," ISMOT 2009, India, Dec. 2009.
- [9] T. Eker, S. Demir, A. Hizal, "Exploitation of Linear Frequency Modulated Continuous Waveform (LFMCW) for Frequency Diverse Arrays," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol.61, No.7, pp.3546-3553, July 2013.
- [10] L. Gang, Y. Shiwen, C. Yikai, N. Zaiping, "A novel beam scanning technique in time modulated linear arrays," Antennas and Propagation Society International Symposium, 1-5, 2009.
- [11] W. Wang, "Frequency Diverse Array Antenna: New Opportunities," IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol.57, No.2, pp.145-152, 2015.

شده است. در مجموع به نظر می رسد که به وسیله آرایه FDA مبتنی بر رژیم فرکانسی مرتبه دو، می توان فضا را با دقت و سرعت بیشتری



شکل ۱۱. مقایسه الگوی تشعشی دوبعدی آرایه FDA مبتنی بر LFM CW با آرایه FDA مبتنی بر SFM CW

جاروب کرد.

## ۵. نتیجه گیری

آرایه با چندگانگی فرکانس، با حذف تغییردهنده های فاز، تبدیل به راه حلی ارزان برای هدایت بیم به جهت دلخواه، شده است. مسأله اصلی در آرایه با چندگانگی فرکانس، مسئله پیاده سازی آن است. اگرچه در بین روش هایی که تا به حال برای پیاده سازی آرایه با چندگانگی فرکانس ارائه شده است، آرایه با چندگانگی فرکانس مبتنی بر LFMCW، به عنوان روشی ساده، امکان پذیر و ارزان برای پیاده سازی این آرایه شناخته شده است، ولی شبیه سازی های صورت گرفته در این مقاله، گواه آن است که استفاده از مولد فرکانس مرتبه دو جهت تغذیه آرایه با چندگانگی فرکانس، سرعت و دقت بالاتری را برای جاروب فضا ارائه می دهد. به گونه ای که با گذشت زمان، فاصله زمانی تکرار نقاط پیک الگوی تشعشی در فواصل مشخص، کم تر و کم تر شده و لذا سرعت جاروب فضا بالاتر می رود و از طرفی، فاصله فیزیکی نقاط حداکثر از یکدیگر کم تر و کم تر شده و لذا جاروب فضا با دقت بیشتری صورت می گیرد. بنابراین با پیاده سازی مولد فرکانس