محله علمی- بژو، شی «ر**ادار**»

سال سوم، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴؛ ص ۴۴ –۲۲

تصویرسازی برمبنای مدل در رادار دهانه ترکیبی نواری گردشی زمینپایه

سید روحالله ثمره هاشمی'، سید علیرضا سیدین^۲* ۱-دانشجوی دکتری ۲-دانشیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد (دریافت: ۱۸/ ۱۰/ ۹۳، پذیرش: ۱۱/ ۰۳/ ۹۴)

چکیدہ

یکی از چالشهای رادار دهانه ترکیبی نواری گردشی زمین پایه، وابستگی حد تفکیک سمت به شعاع چرخش آنتن و محدودیت عملی در افزایش آن است. برای بهبود کیفیت تصویر در حوزه سمت، تصویرسازی بر مبنای مدل به سه روش فیلتر منطبق، فیلتر معکوس و فیلتر بهینه پیشنهاد و تحلیل شده است. جهت مقایسه، سه شاخص کیفیت براساس میزان نویز، اعوجاج و کل خطا در تصویر نهایی استخراج و نشانداده شده سه روش تصویر سازی معرفی شده است که هر کدام بر حسب یکی از این شاخصها بهینه می باشند. به منظور افزایش سرعت الگوریتم، ماتریس ضرایب در مدل ارائه شده با استفاده از ماتریس تبدیل فوریه با سطرهای جابه جاشده تجزیه قطری شده است و با بهره گیری از این خاصیت نشانداده شده الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم مشهور پستابش علاوه بر دقت از سرعت بالاتری برخوردار است.

واژگان کلیدی

رادار دهانه ترکیبی، رادار دهانه ترکیبی گردشی، تصویرسازی برمبنای مدل، تجزیه مقادیر تکین.

۱. مقدمه

از حدود ۶ دهه قبل، رادار دهانه ترکیبی (SAR)^۱ بهدلیل مزایای فراوان ازجمله عدم وابستگی به وجود نور، تأثیرپذیری کم از شرایط جوی، حد تفکیک^۲ مستقل از فاصله و ... بهعنوان مکمل سامانههای تصویربرداری نوری کاربردهای گوناگونی در حوزههای مختلف نظامی و غیرنظامی داشته است [۱]. ویژگی اصلی این سامانه قدرت تفکیک بالا در حوزه سمت^۳ است که از حرکت رادار حین ارسال سیگنال و شبیه سازی یک دهانه ترکیبی بسیار طولانی حاصل می شود [۲]. سکوی حامل رادار می تواند ماهواره، هواپیما یا په پاد باشد، اما سامانه های SAR با سکوی متحرک زمینی (مانند خودرو یا سکوی متحرک ریلی) نیز ساخته شده است [۱۹–۳]. یکی از انواع SAR

یک ناحیه حلقوی روی زمین را جاروب² میکند [۲۰]. تاکنون نمونههایی از این سامانه با کاربردهای گوناگون طراحی و ساخته شده است [۲۷-۲۰]. یکی از کاربردهای این سامانه، نصب آن بالای یک ارتفاع (دکل، ساختمان، کوه، بالن و ...) و تصویربرداری مناطق زمینی سامانه قابلیت پایش مداوم یک منطقه خاص است که میتواند در موارد امنیتی یا تشخیص تغییرات به کار رود. دریافت سیگنال از جاروبهای متوالی میتواند در تشخیص اهداف متحرک، افزایش حد تفکیک یا کاهش نویز لکهای^۲ با تغییر زاویه لوچی^۸ در هر جاروب [۸۸]، سهبعدیسازی تصویر با جاروب در ارتفاعهای مختلف، تشخیص تغییرات با استفاده از روشهای تداخل سنجی⁶ و ... به کار رود، ضمن این که این سامانه گزینه مناسب و مقرون به صرفهای برای یک SAR آزمایشگاهی است. تاکنون پژوهش هایی در موضوع پردازش سیگنال و الگوریتمهای تصویر سازی در این سامانه انجام

[°]رايانامه نويسنده پاسخگو: seyedin@um.ac.ir 1- Synthetic Aperture Radar

²⁻ Resolution

³⁻ Azimuth

⁴⁻ Ground-Based

⁵⁻ Beam

⁶⁻ Scan

⁷⁻ Speckle Noise8- Squint Angle

⁹⁻ Interferometry

www.SID.ir

شده که عمده آنها درزمینه ویژگیهای سیگنال سمت و تغییر الگوریتمهای تصویرسازی SAR با حرکت مستقیم برای تصویرسازی در سامانه با حرکت دورانی است که در برخی از آنها [۲۲، ۲۶ و ۲۹] الگوریتمهای حوزه زمان و در برخی [۲۰، ۳۰ و ۳۱] الگوریتمهای حوزه فرکانس ارائه شده است. همان طور که میدانیم یکی از دقیق ترین روشهای تصویرسازی، تصویرسازی برمبنای مدل^۱ است. در این روش، رابطه (مدل) داده دریافتی برحسب بازتاب پذیری^۲ اهداف استخراج شده و سپس با استفاده از رابطه معکوس، بردار تصویر تخمین زده می شود [۳۸-۳۲]. مدل کلی داده دریافتی

$$=Ax+w$$
 (1)

که y بردار تشکیل شده از ماتریس داده خام، x بردار بازتاب پذیری اهداف واقع در صحنه، w بردار نویز و A ماتریس سنجش ٔ و وابسته به هندسه مسأله و الگوی آنتـن^۵ مـیبـاشـد. در روشهای بر مبنای مدل، بردار x با استفاده از داده y و با معلوم بودن 4، با معیارها و روشهای مختلف تخمین زده میشود، درحالی که در روش های تشکیل تصویر مبتنی بر فشرده سازی، آنچه بهعنوان تصویر خروجی استخراج می شود همان $A^{H}y$ است و مسلماً با کاربرد روشهای دیگر تخمین میتوان دقت تصویر را بالاتر برد [۳۳]. تاکنون این روش تصویرسازی در SAR نواری³ [۳۴ –۳۳] و به ویژه در SAR تابش نقطهای^۷ [۳۸-۳۵] مورد استفاده قرار گرفته است، که علاوه بر نتایج بهتر در تصویرسازی نسبت به الگوریتمهای حوزه زمان یا فرکانس، قابلیتهای دیگری ازجمله تشکیل تصویر با برجسته کردن یک ویژگی ۸ خاص یا بخش بندی ۲ بهتر تصاویر را فراهم نموده است؛ اما على رغم اين مزايا، بهدليل حجم محاسبات بالا تنها دادههای با ابعاد محدود با این روش مورد پردازش قرار گرفتهاند. در این مقاله یک روش تصویرسازی ترکیبی از روش های مرسوم تصویرسازی و روشهای برمبنای مدل پیشنهاد و تحلیل شده است، بدین صورت که پردازش های حوزه برد به صورت معمول (فشردهسازی) و پردازشهای حوزه سمت برمبنای مدل انجام شده است. این شیوه تصویرسازی به دو دلیل ارائه شده است: اول این که در سامانه گردشی زمین پایه حد تفکیک سمت وابسته به شعاع چرخش آنتن است و در این زمینه محدودیت فیزیکی وجود دارد، لذا

y

⁹Segmentation

مجله علمی- پژوهشی «*راوال*»؛ سال سوم، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴

با روشهای برمبنای مدل میتوان کیفیت تصویر در بعد سمت را بهبود بخشید. دلیل دوم این است که با این شیوه مدل سازی به خاطر گردشی بودن سامانه، می توان ماتریس سنجش را با استفاده از ماتریس تبدیل فوریه گسسته (DFT)^{۱۰} با سطرهای جایه جاشده، قطری نمود. برای این منظور جابه جایی سطرهای ماتریس DFT به گونهای است که فرکانس های هر ستون آن به صورت صعودی مرتب می شوند و در این نوشتار این ماتریس را «ماتریس تـبـدیـل فـوریـه ویژه» و حاصل ضرب آن در یک بردار را «تبدیل فوریه ویژه» آن بردار مىنامىم. قطرى شدن ماتريس سنجش بەوسىلە ماتريس تبديل فوریه ویژه، با بهره گیری از الگوریتم تبدیل فوریه سریع (FFT) باعث می شود عملیات پر حجمی مانند معکوس سازی یا ضرب ماتریسی با سرعت بالاتر قابل پیادهسازی شود [۳۹] و لذا سرعت کلی الگوریتم در حد الگوریتمهای برپایه تبدیل فوریه (مانند RDA یا CSA) باشد. نکته دیگر این که در روشهای مرسوم تصویرسازی تنها پهنای پرتو اصلی آنتن را در تصویرسازی لحاظ میکنند و از تغییرات دامنه سیگنال ناشی از تغییرات الگوی آنتن چشم پوشی می کنند [۲ و ۴۰]، اما در روش ییشنهادی مدل داده با درنظر گرفتن الگوی کامل آنتن محاسبه شده است، لذا اثر الگوی کامل پرتو آنتن ازجمله گلبرگهای فرعی^{۱۲} در تصویرسازی گنجانـده شده که این مسأله نیز به دقت بیشتر الگوریتم منجر می شود. با توجه به مدل استخراجشده سه روش برای تشکیل تصویر حوزه سمت با تعداد سلول دلخواه ارائه شده است. سه روش تصویرسازی ارائه شده دارای این ویژگی هستند که تصویر نهایی با یک مرحله فیلتر کردن (ضرب ضرایب فیلتر در تبدیل فوریه داده و عکس تبدیل فوریه) بهدست می آید و بدین لحاظ ازنظر محاسبات بسیار سریع هستند. این سه روش، روشهای فیلتر منطبق (MF)^{۱۴}، شبه معکوس (PI) و فیلتر بهینه (OF) ^{۱۵} نام گذاری شدهاند. در هر کدام از سه روش فـوق شاخصهایی برای کیفیت تصویر خروجی با استفاده از مقادیر تکین^{۱۶} ماتریس سنجش به صورت نسبت توان نویز به سیگنال (NSR)^{۱۷}، توان اعوجاج به سیگنال (DSR)^{۱۸} و توان خطا (مجموع توان نویز و اعوجاج) به سیگنال (ESR)^{۱۹} تعریف و برحسب تعداد سلول های تصویر محاسبه شده است. در ادامه، نمودار بلوکی الگوریتم تصویرسازی به روش فوق ارائه و تعداد عملیات مميز شناور (FLOPS) ^{۲۰} محاسبه شده و با الگوريتم مشهور

- ¹⁷ Noise to Signal Ratio
- ¹⁸ Distortion to Signal Ratio
- ¹⁹Error to Signal Ratio

¹Model-Based

² Reflectivity ³ Raw Data

⁴Measurement

⁵ Antenna Pattern

⁶ Strip-map

⁷Spotlight

⁸ Feature

¹⁰Discrete Fourier Transform

¹¹ Fast Fourier Transform

¹² Side-lobes

 ¹³ Matched Filter
 ¹⁴ Pseudo Inverse

¹⁵ Optimum Filter

¹⁶ Singular Values

²⁰ Floating Point Operations

پستابش (BP) ^۱مقایسه گردیده است و درنهایت تشکیل تصویر با درنظر گرفتن یک صحنه فرضی به روشهای مذکور انجام و تحلیل شده است. لازم به ذکر است در روابط این نوشتار حروف لاتین کوچک برجسته^۲ نشاندهنده بردار، حروف لاتین بزرگ برجسته نشاندهنده ماتریس و حروف لاتین معمولی نشان دهنده اعداد میباشند.





شکل ۱. الف) رادار دهانه ترکیبی نواری گردشی و ناحیه تصویربرداری آن، ب) هندسه سامانه SAR گردشی

۲. مدلسازی سیگنال سمت در SAR گردشی زمین پایه

مدل داده حوزه سمت در SAR گردشی در یک دور گردش ۳۶۰ درجه را میتوان بهصورت رابطه (۱) بیان نمود که y بردار داده دریافتی از اهداف واقع در یک برد خاص و x بردار بازتاب پذیری اهداف واقع در آن برد است. اگر تعداد پالسهای دریافتی در یک جاروب ۳۶۰ درجه N_p فرض شود، بردار y ا $x > N_p$ خواهد بود. تعداد درایههای x برابر با تعداد اهداف زمینی نقطهای واقع در یک برد خاص و عملاً عددی بسیار بزرگ است که با نماد N_i نمایش داده میشود. مسأله اصلی در اینجا استخراج (تخمین) بردار x با است. از داده y و A معلوم میباشد. اگر پالسهای دریافتی صحنه پس از

نمونهبرداری در سطرهای یک ماتریس قرار داده شوند، v یک ستون از آن ماتریس پس از عملیات فشردهسازی در برد^T و تصحیحمهاجرت برد (RCMC)^{<math>†} خواهد بود [T]. با درنظر گرفتن شکل(۱- ب)و مختصات استوانهای، درصورتی که زاویه مکان مرکز فاز آنتنو مختصات استوانهای، درصورتی که زاویه مکان مرکز فار آفتر(APC)^{<math>h} هنگام ارسال پالس m ام را m و زاویه مکان هدف n ام را ϕ فرض کنیم به طوری که:</sup></sup>

$$\theta_m = \frac{2\pi}{N_p} (m-1), m = 1, \dots, N_p; \quad \phi_n = \frac{2\pi}{N_x} (n-1), n = 1, \dots, N_x \quad (Y)$$

آنگاه داده دریافتی هنگامی که APC در زاویه *θ* قرار دارد به صورت زیر خواهد بود:

$$y(\theta_m) = \sum_{n=1}^{N_x} x_n \xi_{m,n} \exp\left(j \frac{4\pi}{\lambda} R_{m,n}\right), \quad m = 1, \dots, N_p \quad (\Upsilon)$$

که x_n بازتاب پذیری هدف الم، m_n ضریب الگوی دوط رف آنتن (n, n, n) که n_n بازتاب پذیری هدف الم، $n_n = \lambda$ ضریب الگوی دوط رف m_n (ارسال و دریافت) در محل هدف الم، λ طول موج و n_n فاصله APC از هدف الم است. به دلیل دورانی بودن نوار، محاسب فاصله ΔPC از هدف آمر است. به دلیل دورانی بودن زوار، محاسب آمره الم از هدف آمر المیت اساسی دارد و در پیوست (آ) آمده است. مطابق شکل (۱ – ب) مقدار m_n به صورت زیر است:

$$R_{m,n} = \sqrt{h^2 + r_0^2 + r_a^2 - 2r_0r_a\cos(\phi_n - \theta_m)};$$

$$m = 1, \dots, N_p, \ n = 1, \dots, N_x.$$
(f)

که r_0 برد زمینی اهداف موردنظر، r_a شعاع چرخش آنتن و h ارتفاع آن میباشد. بنابراین درایههای ماتریس A به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$\boldsymbol{A}_{m,n} = \boldsymbol{\xi}_{m,n} \exp\left(j \frac{4\pi}{\lambda} \boldsymbol{R}_{m,n}\right); \ m = 1, \dots, N_p, \ n = 1, \dots, N_x. \quad (\Delta)$$

با توجه به اتصال 2 برد و سمت، مقدار Λ در پهنای باند سیگنال متغیر است، اما درمورد سیگنالهای باند باریک میتوان از تغییر فاز رابطه فوق و نیز تغییر دامنه آن (ناشی از تغییرات الگوی آنتن در اثر تغییر فرکانس) چشمپوشی نمود [۴۰]. بدین ترتیب ستون n ام ماتریس A، سیگنال دریافتی از هدف نقطهای نرمال (با بازتابپذیری واحد) واقع در زاویه p در یک جاروب ۳۶۰ درجه است و بنابراین ستونهای این ماتریس نسخههای نمونهبرداری شده از یک سیگنال پیوسته منتقل می مینوان با انتقال ترارین در اندر اید ماتریس آن این ماتریس آن این این با می می در از می ماتریس آن این ماتریس آن این ماتریس آن می می باشند. در پیوست (ب) نشان در این ماتریس آن این ماتریس آن این ماتریس آن می ماتریس آن ماتریس آن ماتریس آن این ماتریس آن این ماتریس آن می با انتقال این ماتریس آن می می باشند. در پیوست (ب) نشان داده شده، ماتریس آن این ماتریس آن این ماتریس آن می با انتقال ای می می باشند. در پیوست (ب) نشان

¹Back-Projection

² Bold

³Range Compression

⁴Range-Cell Migration Correction

⁵ Antenna Phase Center

⁶Coupling

⁷ Shift

F با سطرهای جابجا شده- که آن را تبدیل فوریه ویژه نامیده و نشان مىدهيم- تجزيه قطرى نمود. بنابراين مىتوان ماتريس A را بهصورت زیر نمایش داد:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{F}_{N_p}^H \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{A}} \boldsymbol{F}_{N_x} \tag{(6)}$$

که $N_x imes N_x$ و $N_x imes N_x$ ماتریسهای تبدیل فوریه ویژه با ابعاد F_{N_x} و میباشند. Σ_A یک ماتریس قطری است که اندازه قطر $N_p \times N_p$ اصلى آن حاوى مقادير تكين A است. طبق رابطه فوق داريم:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{F}_{N_{p}} \boldsymbol{A} \boldsymbol{F}_{N_{x}}^{H} \tag{(Y)}$$

درایههای قطر اصلی Σ_A را a_i) a_i که در $i = 1, ..., N_p$) مینامیم که در حالت کلی مختلط هستند و $|a_i|$ روند نزولی دارد؛ به عبارت دیگر Σ_A ها برابر با مقادیر تکین A می باشد. در شکل (۲–الف) اندازه $|a_i|$ با توجه به روابط (۵) و (۷) و مشخصات سامانه نمونه جدول ۱ رسم شده است. در شکل (۲–ب) $|a_i|$ ها مرتب شده به صورت نزولی و نيز مقادير تكين A حاصل تجزيه مقادير تكين (SVD) رسم شدهاند. همان طور که مشاهده می شود این دو نمودار تقریباً به طور کامل بر هم منطبق هستند. با جایگذاری رابطه فوق در رابطه (۱) خواهیم داشت:

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}_{N_p}^H \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{A}} \mathbf{F}_{N_x} \mathbf{x} + \mathbf{w} \tag{A}$$

با ضرب ماتریس تبدیل فوریه ویژه در y داریم:

$$\boldsymbol{F}_{N_p}\boldsymbol{y} = \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{F}_{N_x}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{F}_{N_p}\boldsymbol{w} \Longrightarrow \boldsymbol{y} = \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{w}$$
(9)

که y، x و w به ترتیب تبدیل فوریههای ویژه x، y و w هستند \dot{y} که از ضرب ماتریس.های F_{N_x} ، F_{N_y} ، در آن.ها حاصل شدهاند. با توجه به قطری بودن Σ_A ، میتوان رابطه زیر را استخراج نمود:

$$\mathbf{y}_{i} = a_{i} \mathbf{x}_{i} + \mathbf{w}_{i}, \ i = 1, \dots, N_{p}$$
 (1.)

ویژگیهای سامانه مقدار نماد ویژگیهای سیگنال مقدار نماد ۳ cm λ طول موج ۱m شعاع چرخش آنتن r_a ۸۰/۵ MHz BW ۱۰۰ m پهنای باند h ارتفاع آنتن ۳۰ deg. T_p ·/Δ μs پهنای پالس $\Phi_{\scriptscriptstyle R}$ پهنای پرتو سمت آنتن* ۱A• Hz PRF فركانس تكرار پالس ۴۰ deg. $\Theta_{\scriptscriptstyle B}$ پهناي پرتو ارتفاع آنتن* ۱۵ rpm ۴۵ deg. سرعت چرخش آنتن زاویه خراش محور پرتو ω_a ψ. تعداد اهداف نقطهای در برد معین ٧٢٠ N_p تعداد پالس در یک جاروب ۳۶۰ درجه 144. N_x * الگوی یکطرفه سمت و ارتفاع آنتن تابع sinc با پهنای dB ۳ برابر مقادیر ذکرشده در جدول درنظر گرفته شده است.

جدول ۱. ویژگیهای سیگنال و سامانه نمونه

از رابطه (۱۰) مشخص است ضرایب a_i مانند یک فیلتر روی y درایه های \dot{x}_i عمل کرده و پس از جمع شدن با نویز، بردار \dot{y} ساخته می شود.

مجله علمی- پژوهشی «*رادار*»؛ سال سوم، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴



شکل ۲. الف) نمایش اندازه ماتریس با توجه به دادههای جدول ۱ و ب) مقایسه اندازه قطر اصلی و مقادیر تکین با ترتیب نزولی

www.SID.ir

¹ Singular Value Decomposition

۳. تصویرسازی برمبنای مدل

در این بخش بر اساس مدل استخراجشده، سه روش تصویرسازی معرفی و در هر روش شاخصهایی برای کیفیت تصویـر بـر حسـب مقادير تكين ماتريس ضرايب محاسبه مىشود. سپس الگوريتم كـلـى تصويرسازي ارائه و حجم محاسبات اين الگوريتم استخراج مي گردد.

MF). روش فيلتر منطبق (MF)

در روشهای معمول تشکیل تصویر، برای تشکیل تصویر حوزه سمت از روش فیلتر منطبق (فشردهسازی در سمت) استفاده میشود [۴۰]. براساس این روش، برای تخمین بردار x باید ماتـریـس در بردار ضرب شود. از آن جا که حد تفکیک سامانه در سمت A^H محدود است، بازتاب پذیری همه اهداف (درایههای x) را نمی توان بازسازی نمود، بهعبارت دیگر تعداد اهداف قابل تفکیک در سمت بەصورت زير است:

$$N_a = \frac{2\pi}{\Delta\theta} \tag{11}$$

که $\Delta heta$ حد تفکیک زاویهای در سمت است و با رابطه تقریبـی زیـر محاسبه می شود [۲۱]:

$$\Delta \theta = \frac{\lambda}{4r_a sin\left(\frac{\Phi_B}{2}\right)} \tag{11}$$

و Φ_B پهنای پرتو آنتن در سمت است. براین اساس N_a تعداد اهداف قابل تفکیک در سمت به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$N_a = \frac{8\pi r_a sin\left(\frac{\Phi_B}{2}\right)}{\lambda} \tag{17}$$

 $N_{
m t}$ که در حالت کلی $N_a << N_{
m x}$ اگر تعداد سلولهای سمت تصویـر نامیده شود، باید N_t ≥ N_t انتخاب شود. حال میتوان برای تـخـمـیـن بردار x ماتریس B با ابعاد $N_p imes N_t$ را مطابق روند تشکیل ماتریس x، تشکیل داد (پیوست (ج)). تصویر (تخمین) بردار x با $N_{
m t}$ درایه به Aنام \hat{x} بهصورت زیر قابل دستیابی است: \hat{x}

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{B}^H \mathbf{y} = \mathbf{B}^H \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}^H \mathbf{w}$$
(14)

مشابه آنچه درباره A گفته شد، ستون nام B داده دریافتی در یک جاروب ۳۶۰ درجه با N_p پالس از یک هدف نقطهای نرمال واقع در زاویه $\phi_n = 1, \dots, N_t$ و $\phi_n = \frac{2\pi}{N_t} (n-1)$:زاویه ϕ_n است که اینبار: ϕ_n ضرب $\overset{}{N}_{t}$ در y مقدار بازتاب پذیری $\overset{}{N}_{t}$ هدف واقع در زوایای $m{B}^{H}$ $N_p \ge N_t \ge N_a$ حاصل خواهد شد. طبق رابطه (۶) درصورتی که خواهد شد. خواهيم داشت:

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{F}_{N_p}^H \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{B}} \boldsymbol{F}_{N_t}$$
(1 $\boldsymbol{\Delta}$)

 $(i = 1, ..., N_t) \ b_i$ یک ماتریس قطری با درایههای قطر اصلی Σ_B است و $|b_i|$ ها با مقادیر تکین **B** برابر است. با توجه به ساختار ماتریس B در پیوست (ج) نشان داده شده، مقدار b_i ها با N_t نمونه Bاول a_i ها برابر است:

 $a_i = b_i, i = 1, \dots, N_t$ (19)

بنابراین با توجه به روابط (۱۴) و (۱۵) خواهیم داشت:

با

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{F}_{N_{t}}^{H} \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{B}}^{H} \boldsymbol{F}_{N_{p}} \boldsymbol{F}_{N_{p}}^{H} \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{A}} \boldsymbol{F}_{N_{x}} \boldsymbol{x} + \boldsymbol{F}_{N_{t}}^{H} \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{B}}^{H} \boldsymbol{F}_{N_{p}} \boldsymbol{w}$$
$$= \boldsymbol{F}_{N_{t}}^{H} \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{B}}^{H} \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{A}} \dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{F}_{N_{t}}^{H} \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{B}}^{H} \boldsymbol{w} = \boldsymbol{F}_{N_{t}}^{H} \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{B}}^{H} \left(\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{A}} \dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{w} \right)$$
(1Y)

$$\Rightarrow \dot{\hat{x}} = \Sigma^H_B \left(\Sigma_A \dot{x} + \dot{w} \right)$$
که $\dot{\hat{x}}$ تبدیل فوریه ویژه \hat{x} است.
با توجه به روابط (۱۶) و (۱۷) داریم:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{i} = |a_{i}|^{2} \dot{\mathbf{x}}_{i} + a_{i}^{*} \dot{\mathbf{w}}_{i}, \ i = 1, \dots, N_{t}$$
(1A)

بنابراین می توان گفت ضرب کردن B^H در y معادل ضرب کردن (y_i) ضرایب فیلتر منطبق (a_i^*) در N_t نمونه اول تبدیل فوریه ویژه آن است که با توجه به روند نزولی $|a_i|$ ها، این نمونهها دارای بیشترین SNR هستند. حد تفکیک بهتر معادل استخراج تعداد بیـشـتـری از ا ها و غلبه نویز در \hat{x}_i ها با $|a_i|$ ها و غلبه نویز در \hat{x}_i ها با \hat{x}_i i بزرگ، با افزایش N_t نمی توان حد تفکیک را بهبود بخشید. برای استخراج تعداد بیشتری از \dot{x}_i ها با توجه به رابطه (۱۳) لازم است علاوه بر افزایش ،N_t، تعداد اهداف قابل تفکیک (،Na) با افزایش شعاع چرخش و پهنای پرتو، افزوده شود که این مسأله باعث افزایش پهنای باند ضرایب a_i خواهد شد. در شکل ۳ مدل سیگنال دریافتی و نیز تصویرسازی نشان داده شده است. در این شکل بلوکهای *DFT و *IDFT به معنى تبديل فوريه ويژه و معكوس آن هستند. در بخـش (ب) این شکل، برای تصویرسازی به روش MF باید مقدار ضریب فیلتر *f_i* برابر با ۱ قرار داده شود. در شکل ۴ تصویر حاصل از یک هدف نقطهای در بعد سمت برای سامانه نمونه جدول ۱ و به ازای و $N_t = FA$ و $N_t = FA$ رسم شده است. همان طور که مشاهده $N_t = TAA$ می شود، افزایش N_t تأثیری در افزایش حد تفکیک نداشته است.

(PI) روش شبهمعکوس (PI).

درصورتی که از نویز چشم پوشی شود، می توان مدل تصویرسازی را به صورت شکل (۳– ب) درنظر گرفت که در آن $f_i = \frac{1}{|a_i|^2}$ است. در این مدل، اثر ضرب شدن a_i های کوچک در طیف خنشی شده و f_i بنابراین طیف گستردهتر و حد تفکیک بهتر خواهد شد. ضرب این

معادل ضرب شبه معکوس ماتریس B در γ است، لذا این روش، روش شبه معکوس (PI) نامیده شده است. در شکل ۵، PSF سامانه در دو روش تصویر سازی MF و PI به ازای ۸۸۸ = N_t و ۴۸۰ و داده های PSF جدول ۱ رسم شده است. در جدول ۲ مشخصات اصلی تـابـع شامل پهنای Bb ۳ گلبرگ اصلی (حد تفکیک)، نسبت قله به گلبرگ فرعی (PSLR) و نسبت گلبرگ فرعی تجمعی (ISLR) (با تـعـریف فرعی (PSLR) و نسبت گلبرگ فرعی تجمعی (RLC) (با تـعـریف ارائه شده در [۴۱]) برای دو روش تصویر سازی MF و PI و به ازای دو مقدار N_t ارائه شده است. همان طور که مشاهده می شود در روش PI افزایش N_t از ۸۸۸ به ۴۸۰ حد تفکیک از ۱/۱ درجه به ۷/۰ درجه با افزایش N_t از ۸۸۸ به ۲۸۰ حد تفکیک از ۱/۱ درجه به ۷/۰ درجه تغییر چندانی نکرده و تنها مقدار RLC و RLC کاهش یافته است. تغییر چندانی نکرده و تنها مقدار RLC و RLC کاهش یافته است. نکته دیگر این که مقدار RLC و RLC در روش IP در مقایسه با نکته دیگر این که مقدار RLC و RLC در روش IP در مقایسه با



شکل ۳. مدلسازی سامانه: الف) سیگنال دریافتی و ب) تصویرسازی

جدول ۲. مشخصات تابع PSF در دو روش تصویرسازی MF و PI

ISLR	PSLR	پهنای گلبرگ اصلی (B ۳)	روش تصویرسازی	
-r• dB	-rv dB	۱/۵°	$N_t = \text{TAA}$	ME
-48 dB	-40 dB	۱/۵°	$N_t = \text{Fr}$	IVII
-11 dB	-18 dB	۱/۱°	$N_t = \text{TAA}$	DI
-11 dB	-18 dB	۰/۷ [°]	$N_t = F \Lambda \cdot$	PI







و Nr = ۲۸۸ برای دو انتخاب NF در تصویرسازی MF برای دو انتخاب PSF و Nr = ۲۸۸ و Nr = ۴۸۰ و Nr = ۴۸۰

عملیات پردازش سیگنال برای رسیدن به تصویر تخمینی x در روش PI با توجه به روابط (۱۵) و (۱۷) به صورت زیر است:

$$\begin{split} \widetilde{\mathbf{x}} &= \left(\mathbf{B}^{H}\mathbf{B}\right)^{-1} \widehat{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{B}^{H}\mathbf{B}\right)^{-1} \mathbf{B}^{H} \left(\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{w}\right) \\ &= \mathbf{F}_{N_{t}}^{H} \left(\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{B}}^{H}\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{B}}\right)^{-1} \mathbf{F}_{N_{t}} \mathbf{F}_{N_{t}}^{H} \mathbf{\Sigma}_{\mathbf{B}}^{H} \left(\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{A}} \dot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{w}}\right) \\ &= \mathbf{F}_{N_{t}}^{H} \mathbf{\Sigma}_{\mathbf{B}}^{\dagger} \left(\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{A}} \dot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{w}}\right) \end{split}$$
(19)

که $N_{t} \times N_{x}$ یک ماتریس قطری با ابعاد $N_{x} \times N_{x}$ و درایههای قطر اصلی ۱ میباشد. با توجه به رابطه (۲۰) تبدیل فوریه ویژه تصویر (\dot{x}) دو بخش سیگنالی و نویزی دارد. بخش سیگنالی آن N_{t} نمونه اول تبدیل فوریه ویژه x است. بخش نویزی آن، N_{t} نمونه اول تبدیل فوریه ویژه w است که با وزنهای $\frac{1}{a_{i}}$ فیلتر شدهاند. در شکل ۶ مدل سادهشده این روش تصویرسازی نشان داده شده است. مشخص است که با افزایش N_{t} میتوان به تقریب دقیقتری از x دست یافت، اما سدلیل وجود نویز و روند نزولی a_{t} ها، همان طور که از رابطه (۲۰) و شکل ۶ مشخص است، در i های بزرگ نمونه ای نویز به شدت تقویت شده و این مسأله باعث افت SNR خواهد شد؛ لذا این روش



شکل ۶. مدل ساده شده تصویرسازی در روش PI

PI و MF و MF. بررسی نویز و اغتشاش در تصویرسازی MF

در ابتدا لازم است مقدار SNR در داده اولیه محاسبه شود. مطابق رابطه (۱)، برای محاسبه SNR باید توان بخش سیگنال (Ax) به توان نویز (w) تقسیم شود. درایه *i* ام بردار x_i) مختلط تصادفی با میانگین صفر و واریانس $\sigma_{x,i}^2$ و ناوابسته به دیگر درایهها فرض میشود. ناوابسته بودن ix ها با توجه به فاز تصادفی و مستقل هر کدام از آنها اثبات میشود [۲۴]. درایههای w نیز با میانگین صفر، ناوابسته و با واریانس یکسان σ_w^2 درنظر گرفته میشوند. با این فرضیات خواهیم داشت:

$$SNR_{in} = \frac{E\left\{ \mathbf{x}^{H} \mathbf{A}^{H} \mathbf{A} \mathbf{x} \right\}}{E\left\{ \mathbf{w}^{H} \mathbf{w} \right\}}$$
$$= \frac{E\left\{ \sum_{i=1}^{N_{x}} \sum_{k=1}^{N_{x}} \mathbf{x}_{i}^{*} \left(\mathbf{A}^{H} \mathbf{A} \right)_{ik} \mathbf{x}_{k} \right\}}{N_{p} \sigma_{w}^{2}}$$
(71)

$$=\frac{\sum_{i=1}^{N_x}\sigma_{\boldsymbol{x},i}^2\left(\boldsymbol{A}^H\boldsymbol{A}\right)_{ii}}{N_p\sigma_{\boldsymbol{w}}^2}$$



شکل ۵. تابع PSF در تصویرسازی MF و PI الف) Nt = 288 و ب) *Nt* = ۴۸۰ (

 \boldsymbol{y} ماتریس $\boldsymbol{B}^{H} = \left(\boldsymbol{B}^{H} \boldsymbol{B} \right)^{-1} \boldsymbol{B}^{H}$ برابر با شبهمعکوس \boldsymbol{B} است که در \boldsymbol{y} ضرب میشود. Σ_{B}^{+} نیز شبهمعکوس Σ_{B} و برابر با Σ_{B}^{H} است که درایههای است. این ماتریس یک ماتریس قطری $N_{r} \times N_{t}$ است که درایههای قطر اصلی آن برابر با معکوس درایههای قطر اصلی Σ_{B} هستند. با توجه به مساوی بودن N_{t} نمونه اول قطر اصلی Σ_{A} با نمونههای قطر اصلی Σ_{B} خواهیم داشت:

$$\vec{\mathbf{x}} = \mathbf{F}_{N_{t}}^{H} \boldsymbol{\Sigma}_{B}^{\dagger} \boldsymbol{\Sigma}_{A} \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{F}_{N_{t}}^{H} \boldsymbol{\Sigma}_{B}^{\dagger} \dot{\mathbf{w}}$$

$$= \mathbf{F}_{N_{t}}^{H} \left(\mathbf{I}_{N_{t} \times N_{x}} \dot{\mathbf{x}} + \boldsymbol{\Sigma}_{B}^{\dagger} \dot{\mathbf{w}} \right)$$

$$\Rightarrow \dot{\vec{\mathbf{x}}} = \mathbf{I}_{N_{t} \times N_{x}} \dot{\mathbf{x}} + \boldsymbol{\Sigma}_{B}^{\dagger} \dot{\mathbf{w}}$$
(7.)

که $\{\cdot\}$ عملگر امید ریاضی است. ستون *i* ام *A* سیگنال دریافتی از هدف نرمال واقع در زاویه (i - 1) در یک چرخش ۳۶۰ درجه است، بنابراین $(A^H A)_{ii}$ برابر با توان این سیگنال بوده و می توان نتیجه گرفت درایههای قطر اصلی $A^H A$ همگی مساوی هستند:

۳.

$$\left(\boldsymbol{A}^{H}\boldsymbol{A}\right)_{ii} = \frac{tr\left\{\boldsymbol{A}^{H}\boldsymbol{A}\right\}}{N_{x}} = \frac{\sum_{k=1}^{N_{p}} \lambda_{\boldsymbol{A},k}}{N_{x}} \tag{(YY)}$$

 $\lambda_{A,k} \circ A^{H}A \circ A^{H}A$ محاصل جمع درایههای قطر اصلی $A^{H}A \circ A^{H}A$ و $\lambda_{A,k} \circ A^{H}A$ مقدار ویژه k ام $A^{H}A$ است. در ضمن میدانیم که حداکثر، N_{p} تا از این مقادیر ویژه غیر صفر هستند. با جایگذاری رابطه فوق در رابطه (۲۱) خواهیم داشت:

$$SNR_{in} = \frac{\sum_{k=1}^{N_p} \lambda_{A,k}}{N_p} \frac{\sum_{i=1}^{N_x} \sigma_{x,i}^2}{N_x \sigma_w^2} = \overline{\lambda_A} \frac{\overline{\sigma_x^2}}{\sigma_w^2} = \mu \overline{\lambda_A} \quad (\Upsilon\Upsilon)$$

 $\sigma_{x,i}^2$ میانگین $\overline{\lambda_A} = 1, \dots, N_p$ ها $(k = 1, \dots, N_p)$ میانگین $\overline{\lambda_A}$ میان. $\overline{\sigma_x^2} = 1, \dots, N_x$ ($i = 1, \dots, N_x$) می شود. $i = 1, \dots, N_x$ ($i = 1, \dots, N_x$) است. متغیر μ نیز به صورت نسبت $\frac{\overline{\sigma_x^2}}{\sigma_w^2}$ تعریف می شود. از طرف دیگر قبلاً گفته شد که $|a_i|$ ها برابر با مقادیر تکین A و جذر مقادیر ویژه $A^H A$ هستند، بنابراین داریم:

$$\lambda_{A,k} = \left| a_k \right|^2, \ k = 1, \dots, N_p \tag{(Yf)}$$

با توجه به رابطه (۱۸)، در تصویرسازی MF درایههای تبدیل فوریه ویژه تصویر بدون در نظر گرفتن نویز بهصورت $x_i^{i} = |a_i|^2 x_i$ میباشند در صورتی که در حالت آرمانی باید بهصورت $x_i^{i} = \varepsilon x_i$ باشند که \mathcal{Z} یک ضریب ثابت غیرصفر است. میتوان رابطه (۱۸) را بهصورت زیر بازنویسی نمود:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}_{i} = \varepsilon \dot{\boldsymbol{x}}_{i} + \left(\left| a_{i} \right|^{2} - \varepsilon \right) \dot{\boldsymbol{x}}_{i} + a_{i}^{*} \dot{\boldsymbol{w}}_{i}, \quad i = 1, \dots, N_{t} \quad (\Upsilon \Delta)$$

سمت راست عبارت فوق سه بخش مجزا دارد که بخش اول آن ($\mathbf{\dot{x}}:\mathbf{\ddot{x}}$) سمت راست عبارت فوق سه بخش مجزا دارد که بخش اول آن ($\mathbf{\dot{x}}:\mathbf{\ddot{x}}$) سیگنال مطلوب، بخش دوم آن ($\mathbf{\dot{x}}:(\mathbf{\ddot{x}}-\mathbf{c})$)) اعوجاج و بخش سوم آن ($\mathbf{\dot{x}}:\mathbf{\ddot{x}}_{i}$) نویز است. با استفاده از رابطه فوق میتوان نسبت توان نویز به توان سیگنال مطلوب (NSR) را محاسبه نمود:

$$NSR(MF) = \frac{E\left\{\sum_{i=1}^{N_{t}} \left|a_{i}^{*}\vec{w}_{i}\right|^{2}\right\}}{E\left\{\sum_{i=1}^{N_{t}} \varepsilon^{2} \left|\dot{x}_{i}\right|^{2}\right\}}$$

$$= \frac{\sigma_{w}^{2} \sum_{i=1}^{N_{t}} \left|a_{i}\right|^{2}}{N_{t} \varepsilon^{2} \overline{\sigma_{x}^{2}}} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{t}} \lambda_{B,i}}{N_{t} \varepsilon^{2} \mu} = \frac{\overline{\lambda_{B}}}{\varepsilon^{2} \mu}$$

$$(YF)$$

مجله علمی- پژوهشی «*رادار*»؛ سال سوم، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴

که $\overline{A_{B}}$ میانگین مقادیر ویژه $B^{H}B$ یا همان $_{i,B}$ ها ($_{i,N,r}$) است. طبق رابطه (۱۶) مقدار a_{i} و a_{i} به ازای N_{i} ..., N_{i} است. طبق رابطه (۱۶) مقدار a_{i} و a_{i} ما ما ول برابر هستند. در ماست و بنابراین $A_{A,k}$ و $A_{A,k}$ در N_{i} نمونه اول برابر هستند. در محاسبه رابطه بالا از این قضیه استفاده شده که با فرض ناوابسته بودن درایههای w_{i} در زیاوابسته و واریانس آنها برابر با $\overline{\sigma_{x}^{2}}$ خواهد بود. در ضمن واریانس هر کدام از i_{i} ها برابر با $\overline{\sigma_{x}^{2}}$ خواهد بود. در ضمن واریانس هر کدام از i_{i} ها برابر با توان است که این دو مسأله در پیوست (د) اثبات شده اند. نسبت توان اعواجاج به توان سیگنال مطلوب (DSR) به صورت زیر حاصل می شود:

$$DSR(MF) = \frac{E\left\{\sum_{i=1}^{N_{t}} \left| \left(\varepsilon - |a_{i}|^{2}\right) \dot{\mathbf{x}}_{i} \right|^{2}\right\}}{E\left\{\sum_{i=1}^{N_{t}} \varepsilon^{2} |\dot{\mathbf{x}}_{i}|^{2}\right\}}$$

$$= \frac{\overline{\sigma_{\mathbf{x}}^{2}} \sum_{i=1}^{N_{t}} \left(\varepsilon - \lambda_{\mathbf{B},i}\right)^{2}}{N \varepsilon^{2} \overline{\sigma^{2}}} = \left(1 - \frac{\overline{\lambda_{\mathbf{B}}}}{\varepsilon}\right)^{2} + \frac{V_{\lambda_{\mathbf{B}}}}{\varepsilon^{2}}$$
(YY)

که $\frac{\sum_{i=1}^{N_t} \left(\overline{\lambda_B} - \lambda_{B,i}\right)^2}{N_t}$ واریانس $N_{\lambda_B} = \frac{\sum_{i=1}^{N_t} \left(\overline{\lambda_B} - \lambda_{B,i}\right)^2}{N_t}$ (ESR) جمع NSR و NSR و DSR (SR به نسبت توان خطا به توان سیگنال (ESR) دست یافت: ESR(MF) = NSR(MF) + DSR(MF)

$$=\frac{\overline{\lambda_{B}}}{\varepsilon^{2}\mu} + \left(1 - \frac{\overline{\lambda_{B}}}{\varepsilon}\right)^{2} + \frac{V_{\lambda_{B}}}{\varepsilon^{2}}$$
(YA)

با مشتق گیری از رابطه (۲۸) نسبت به ع مشخص می شود کمینه ESR(MF) در ع زیر رخ می دهد:

$$\varepsilon = \frac{V_{\lambda_{B}}}{\overline{\lambda_{B}}} + \overline{\lambda_{B}} + \frac{1}{\mu} \tag{(19)}$$

دراینصورت مقدار DSR ،NSR و ESR (کمینه) بـهصـورت زیـر حاصل خواهد شد:

$$NSR(MF) = \frac{\overline{\lambda_{B}}}{\left(\frac{V_{\lambda_{B}}}{\overline{\lambda_{B}}} + \overline{\lambda_{B}} + \frac{1}{\mu}\right)^{2} \mu},$$

$$DSR(MF) = \frac{\left(\frac{V_{\lambda_{B}}}{\overline{\lambda_{B}}} + \frac{1}{\mu}\right)^{2} + V_{\lambda_{B}}}{\left(\frac{V_{\lambda_{B}}}{\overline{\lambda_{B}}} + \overline{\lambda_{B}} + \frac{1}{\mu}\right)^{2}},$$

$$ESR(MF) = \frac{\frac{V_{\lambda_{B}}}{\overline{\lambda_{B}}} + \frac{1}{\mu}}{\frac{V_{\lambda_{B}}}{\overline{\lambda_{B}}} + \frac{1}{\mu} + \overline{\lambda_{B}}}$$
(7.)

www.SID.ir

در اینجا مشخص است هرچه $\overline{A_B}$ در برابر $\frac{1}{\mu} + \frac{Z_{A_B}}{B}$ بزرگتر باشـد، خطای نسبی در تصویر کوچکتر خواهد بود. شکل (۲- الف) مـقـدار شاخصهای DSR ،NSR و ESR را بر حسب N_t و بهازای دادههای جدول ۱ و SNR_{in} = 5 dB (رابطه (۲۳)) نشان میدهد. همان طور ک مشاهده میشود عامل محدودکننده در افزایش تـعـداد سـلـولهـای تصوير (N_t)، اعوجاج است.

در مورد تصویرسازی PI با توجه به رابطه (۲۰) داریم:

$$\dot{\vec{x}}_i = \dot{x}_i + \frac{1}{a_i} \vec{w}_i, i = 1, \dots, N_t$$
 (71)

PI که \dot{x}_i درایه i ام *تبدیل* فوریه ویژه تصویر تشکیل شده به روش \dot{x}_i است. همانند روش MF مى توان مقدار NSR را محاسبه نمود:

$$NSR(PI) = \frac{E\{\sum_{i=1}^{N_t} \left| \frac{1}{a_i} \dot{w}_i \right|^2\}}{E\{\sum_{i=1}^{N_t} \left| \dot{x}_i \right|^2\}} = \frac{\sigma_w^2 \sum_{i=1}^{N_t} \frac{1}{\lambda_{B,i}}}{N_t \sigma_x^2} = \frac{1}{\mu} (\overline{\lambda_B}) \quad (\text{TT})$$



شکل ۷. شاخصهای DSR ،NSR و ESR در روشهای مختلف تصویرسازی: الف) MF، ب) OF، ج) OF و د) مقایسه ESR در سه روش مذکور

که $(\overline{\frac{1}{\lambda_{B}}})$ میانگین $\frac{1}{\lambda_{B,i}}$ ها $(i = 1, ..., N_{t})$ ها $(\overline{\frac{1}{\lambda_{B}}})$ میانگین $\overline{\frac{1}{\lambda_{B,i}}}$ میانگین N_{t} ها، مقدار $(\frac{1}{\lambda_{B}})$ به شدت افـزایـش N_{t} یافته و همین مسأله باعث غلبه نویز در تصویر خواهد شد. با توجه به رابطه (۳۱)، مشخص است که مقدار اعوجاج صفر است؛ چون با چشم پوشی از نویز، سیگنال حاصل شده همان سیگنال مطلوب (x) است. نسبت توان خطا به توان سیگنال در روش PI بـهصورت زير خواهد بود:

$$ESR(PI) = NSR(PI) = \frac{1}{\mu}(\frac{1}{\lambda_B})$$
 (TT)

در شکل (V- V) مقدار شاخص مذکور بر حسب N_t و با توجه به دادههای جدول ۱ و SNR_{in} = 5 dB رسم شده است. هـمانطورکه مشاهده می شود با افزایش تعداد سلول های سمت در تصویر، مـقـدار N_t نویز به شدت افزایش پیدا می کند. درصورتی که بزر گترین مقدار برای رسیدن به یک ESR مشخص مد نظر باشد، می توان با استفاده از این شکل مقدار N_t را محاسبه نمود؛ مثلاً معلوم است برای داشتن ESR كمتر از dB - بايد مقدار Nt كمتر از ۳۱۰ انتخاب شود.



www.SID.ir

۳-۴. تصویرسازی به روش فیلتر بهینه

٣٢

فیلتر منطبق برای بیشینه کردن مقدار SNR به کار می رود [۴۳]، به عبارت دیگر در روش MF مقدار NSR کمینه است، اما این مسأله باعث می شود سیگنال بازیابی شده با سیگنال اصلی (به دلیل ضربه ای نبودن تابع PSF) تفاوت داشته و اعوجاج ایجاد شود. روش PI توان اعوجاج را صفر کرده و بنابراین مقدار DSR کمینه است، اما استفاده از فیلتر معکوس باعث تقویت نویز خواهد شد. در این جا، هدف، یافتن فیلتری برای تصویر سازی است که در آن توان نسبی خطای تصویر (ESR) کمینه گردد. با توجه به رابطه (۱۸) و شکل (۳- ب) تصویر سازی به روش فیلتر بهینه (OF) به صورت زیر است:

$$\dot{\tilde{x}}_{i} = f_{i} \dot{\hat{x}}_{i} = f_{i} |a_{i}|^{2} \dot{x}_{i} + f_{i} a_{i}^{*} \dot{w}_{i}, i = 1, \dots, N_{t}$$
 (74)

که \tilde{x}_i ها $(I_i = I_i, ..., N_i)$ درایههای تصویر در روش فیلتر به ینه \tilde{x}_i ها درایههای تبدیل فوریه ویژه آن و f_i ها ضرایب فیلتر (OF)، \tilde{x}_i ها در روش MF مقدار f_i برابر با یک و در روش IP برابر با $\frac{1}{\lambda_{B,i}}$ قرار داده شد. مقدار ESR با توجه به رابطه (۳۴) به صورت زیر است:

$$=\frac{E\left\{\sum_{i=1}^{N_{t}}\left|f_{i}a_{i}^{*}\vec{w}_{i}\right|^{2}\right\}+E\left\{\sum_{i=1}^{N_{t}}\left|\left(1-f_{i}\left|a_{i}\right|^{2}\right)\vec{x}_{i}\right|^{2}\right\}}{E\left\{\sum_{i=1}^{N_{t}}\left|\vec{x}_{i}\right|^{2}\right\}}$$
(7b)

ESR(OF)

$$=\frac{\sigma_{w}^{2}\sum_{i=1}^{N_{t}}\left|f_{i}a_{i}^{*}\right|^{2}+\overline{\sigma_{x}^{2}}\sum_{i=1}^{N_{t}}\left|1-f_{i}\left|a_{i}\right|^{2}\right|^{2}}{N_{t}\overline{\sigma_{x}^{2}}}$$

مقدار *f_i ک*ه به ازای آن (ESR(OF کمینه میگردد با مشــتـقـگـیـری بهصورت زیر بهدست میآید:

$$f_{i}(opt.) = \frac{1}{|a_{i}|^{2} + \frac{1}{\mu}} = \frac{1}{\lambda_{B,i} + \frac{1}{\mu}}, \quad i = 1, \dots, N_{t}$$
(79)

که (.*fi*(opt) مقدار *fi* در فیلتر بهینه است. با جایگذاری (.*fi*(opt در رابطه (۳۵) خواهیم داشت:

$$NSR\left(OF\right) = \frac{1}{\mu N_{t}} \sum_{i=1}^{N_{t}} \frac{\lambda_{\boldsymbol{B},i}}{\left(\lambda_{\boldsymbol{B},i} + \frac{1}{\mu}\right)^{2}},$$

$$DSR(OF) = \frac{1}{\mu N_t} \sum_{i=1}^{1} \frac{\mu}{(\lambda_{B,i} + \frac{1}{\mu})^2},$$
 (7V)

$$ESR(OF) = \frac{1}{\mu N_t} \sum_{i=1}^{N_t} \frac{1}{\lambda_{\boldsymbol{B},i} + \frac{1}{\mu}}$$

$$\tilde{\boldsymbol{x}} = \left(\boldsymbol{B}^{H}\boldsymbol{B} + \frac{1}{\mu}\boldsymbol{I}\right)^{-1}\hat{\boldsymbol{x}} = \left(\boldsymbol{B}^{H}\boldsymbol{B} + \frac{1}{\mu}\boldsymbol{I}\right)^{-1}\boldsymbol{B}^{H}\boldsymbol{y} \quad (\text{\rasslash})$$

که I ماتریس واحد^۲ است. با مقایسه این رابطه با روابط (۱۴ و ۱۹) معلوم می گردد با فرض μ بزرگ این تخمین به تخمین IP و با فرض μ کوچک به تخمین MF تبدیل می شود. مشکل اصلی روش OF لزوم معلوم بودن μ است. این متغیر را می توان با دانستن مشخصات محیط (هدف) و نویز محاسبه نمود. در ضمن می توان با است. ای اطلاعات دریافتی آن را تخمین زد. با توجه به رابطه (۹) داریم:

$$diag\left(\dot{y}\dot{y}^{H}\right) = \begin{bmatrix} \lambda_{A,1} |\dot{x}_{1}|^{2} + |\dot{w}_{1}|^{2} \\ \lambda_{A,2} |\dot{x}_{2}|^{2} + |\dot{w}_{2}|^{2} \\ \vdots \\ \lambda_{A,N_{p}} |\dot{x}_{N_{p}}|^{2} + |\dot{w}_{N_{p}}|^{2} \end{bmatrix}$$
((°9)

 $\lambda_{A,i}$ که بردار (yy^{H}) (yy^{H}) است. از آنجا که رشته $\lambda_{A,i}$ روند نزولی دارد، در صورتی که تعداد پالس ها به اندازه کافی بزرگ (yy^{H}) باشد $(N_{p} >> N_{t})$ در $N_{p} - N_{t}$ در ایه آخر این بردار، مؤلفه های نویز (σ_{w}^{2}) باشد $(N_{p} >> N_{t})$ در $N_{p} - N_{t}$ در ایه آخر این بردار، مؤلفه های نویز (σ_{w}^{2}) غالب بوده و می توان با میانگین گرفتن از این در ایه ها توان نویز (τ_{w}) را تخمین زد. ضمناً جمع کل در ایه های بردار فوق (توان بردار (τ_{w}) و کم تقریباً برابر $\sigma_{w}^{2} + N_{p}\sigma_{w}^{2} + N_{p}\sigma_{w}$ و کم کردن $2 C_{w}$ از توان (τ_{w}) می توان مقدار τ_{x} مقدار τ_{x} می توان مقدار τ_{x}

¹⁻ Circulant Matrix 2- Identity Matrix

۳- تقریب به دلیل جایگزینی متوسط گیری به جای امید ریاضی است و هرچه تعداد پالسها بیشتر باشد این تقریب دقیقتر است

۵-۳. مقایسه با تخمین کمینه خطای میانگین مربعی (MMSE)⁽

در پیوست (ه) نشاندادهشده تخمین MMSE تصویر بـهصـورت زیر است:

$$\breve{\boldsymbol{\chi}} = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{x}'} \boldsymbol{D}^{H} \left(\boldsymbol{D} \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{x}'} \boldsymbol{D}^{H} + \sigma_{\boldsymbol{w}}^{2} \boldsymbol{I} \right)^{-1} \boldsymbol{y}'$$
(**)

که \tilde{x} تخمین MMSE بردار x (با N نمونه)، بردارهای x و y عکس تبدیل فوریه ویژه N نمونه اول \dot{x} و y. x^{2} ماتریس کوواریانس x و ماتریس مربعی D یک ماتریس چرخشی است که مقادیر تکین آن همان مقادیر تکین B هستند. با مقایسه روابط (۳۸ و ۴۰) مشخص است درصورتی که x^{2} به صورت $I_{x}^{\overline{o}}$ در نظر گرفته شود، تخمین OF معادل تخمین MMSE خواهد بود. در پیوست (ه) نشان داده شده، درصورتی که x^{2} قطری باشد، x^{2} نیز قطری و قطر اصلی تخمین OF معادل تخمین آفکر ماست، بنابراین اگر داده شده، درصورتی که ماتریس مساوی باشد، تخمین (ه مات ان نسخه نمونه کاهی شده⁷ قطر اصلی x^{2} است، بنابراین اگر درایه های x ناوابسته و با واریانس مساوی باشند، تخمین OF و OF یکسان خواهند بود. از آن جا که MSE از نظر نُرم خطا مسته است، استا راه به مساوی باشد، مناد معادل از مناد مساوی درایه مای تخلی نوم خطای OF بزرگتر یا مساوی خطای MMSE است. نکته مهم این است که OF مانند IP و MS بهینه است (۵۹]، در حالت کلی نُرم خطای OF بزرگتر یا مساوی بهینه است است استه است. نکته مهم این است که OF مانند IP و MS

تخمین MMSE نیاز به عملیات ضرب و معکوس ماتریس داریم که حجم محاسبات بسیار بیشتری دارد. در شکل ۸ خطای تصویرسازی به روش های OF، PI، MF و MMSE برای داده های جدول ۱ و برحسب N_t به ازای چند حالت فرضی Cx رسم شده است. در ردیـف بالای این شکل، قطر اصلی Cx (قطری) رسم شده است. این نمودار واریانس بازتاب پذیری اهداف مفروض در برد معین و زوایای مختلف را نشان می دهد. در شکل (۸- الف)، این نمودار یکنواخت و فرض شده است. همان طور که گفته شد در این حالت SNR_{in} = 0dB خطای MMSE و OF برابر و کمینه است. مشخص است بهدلیل نویز زیاد، خطای MF به کمینه نزدیک و خطای PI بالاتر از خطای سایر روش هاست. در شکل (۸- ب)، قطر اصلی Cx غیر یکنواخت و SNR_{in} = 5dB در نظر گرفته شده است. مشاهده می شود که خطای OF به میزان بسیار اندکی از خطای کمینه (MMSE) بیشتر شده و روش PI در *N_t* های پایین بر روش MF برتری یافته است. در شکل (۸- ج)، واریانس بازتاب پذیری اهداف با تغییرات زیاد و N_t فرض شده است. در اینجا خطای OF فرض شده است. در اینجا خطای SNR_{in} = 10dB به تدریج از خطای کمینه فاصله اندکی گرفته است و در ضمن در های کوچک روش PI به OF نزدیک شده است. N_t



x شکل ۸. شاخص ESR در روش های مختلف تصویرسازی (ردیف پایین) و به ازای واریانس های مختلف درایه های x (ردیف بالا): (الف) واریانس درایه های x یکنواخت و BB = SNR_{in} = 0 dB (ردیف بالا): (Id واریانس درایه های x با تغییرات زیاد و SNR_{in} = 10 dB واریانس درایه های x با تغییرات زیاد و BS SNR_{in} = 10 dB

1- Minimum Mean Square Error

2- Down-Sampled

۳-۶. الگوریتم کلی تصویرسازی

شکل ۹ نمودار بلوکی الگوریتم تصویرسازی پیشنهادی در این سامانه را نشان میدهد. بلوک شماره ۱ ماتریس داده خام حوزه زمان ناشی از چرخش ۳۶۰ درجه آنتن با N_p پالس است. فرض میشود هر یالس دریافتی پس از نمونهبرداری در یک سطر این ماتـریـس قـرار می گیرد. اگر تعداد نمونههای هر پالس (تعداد سبدهای برد) را N_r در نظر بگیریم، بُعد این ماتریس $N_p \times N_r$ خواهد بود. این ماتریس پس از FFT دوبعدی در ماتریس داده مرجع ضرب می شود. داده مرجع (بلوک۳)، داده حوزه فرکانس دوبعدی یک هدف نقطهای واقع در مرکز ناحیه تصویربرداری (بدون درنظر گرفتن مدولاسیون سمت) است که جهت فشردهسازی در برد و RCMC در داده دریافتی ضرب می شود [۲۱، ۳۰، ۴۰]. مقدار RCM باقیمانده با این روش در سامانه گردشی زمین پایه به حدی است که بهراحتی می توان از آن در برابر حدتفکیک در برد چشمپوشی نمود [۲۰ و ۲۱]. پس از IFFT در برد، y خروجی بلوک ۵ ماتریسی است که هر ستون آن تبدیل فوریه بردار مربوط به یک برد خاص از صحنه می باشد. با تخمین μ و استفاده از روابط (۳۰، ۳۳ و ۳۷) و نمودارهایی مشابه نمودارهای شکل ۷ می توان تعداد سلول سمت لازم (*N*_t) را با توجه به میران ESR مطلوب انتخاب نمود و سپس تعداد سطرها را به . *N*_t. کاهـش داد. بدین منظور پس از IFFT در برد، به روش گفته شده در پیوست (ب) ، سطرهای ماتریس حاصل بهترتیب SNR مرتب شده و سپس سطر آخر (که از کمترین SNR برخوردارند) حذف می شونـ د $N_p - N_t$ (بلوک۶). ضرایب فیلتر تصویرسازی در ستونهای متناظر ماتریس بلوک ۷ قرار گرفتهاند. اگر ماتریس بلوک ۷ را Z بنامیم درایههای این ماتریس در هر کدام از روشهای PI، MF و OF به صورت زیر خواهند بود:

$$Z_{i,k} (MF) = a_{i,k}^{*}; \ Z_{i,k} (PI) = \frac{1}{a_{i,k}};$$
$$Z_{i,k} (OF) = \frac{a_{i,k}^{*}}{|a_{i,k}|^{2} + \frac{1}{\mu_{k}}};$$
(*1)

$$(l = 1, ..., N_r, k = 1, ..., N_r)$$

 $(e_{1},e_{2},e_{$

شکل ۹. نمودار بلوکی تشکیل تصویر در سامانه

مجله علمی- پژوهشی «*رادار*»؛ سال سوم، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴

که در آن، $a_{i,k}$ مقدار تکین *i*ام ماتریس A متناظر با برد kام (حاصل از تجزیه با ماتریس تبدیل فوریه ویژه) و μ_k متغیر μ متناظر با آن برد میباشد. پس از اعمال فیلتر تصویرسازی، مجدداً N_i سطر داده به صورت عکس حالت قبل جابهجا می شوند (بلوک۹) و سپس برای تشکیل تصویر نهایی یک مرحله IFFT در سمت (ستونها) انجام می گیرد.

تعداد عمليات مميز شناور (FLOPS) لازم براى انجام يک FFT مختلط با طول N برابر با $5Nlog_2N$ عملیات و برای یک ضرب مختلط ۶ عملیات است [۳۰]. با توجه به این موضوع تعداد FLOPS لازم در اجرای هر کدام از بلوکهای نمودار شکل ۹ در جدول ۳ محاسبه شده است. عملیات لازم برای اجرای بلوکهای ۶ و ۹ شامل جابجایی داده بوده و نسبت به ضرب و جمع عملیات بسیار کمتری لازم دارد. با توجه به جدول ۳ تعداد کل عملیات لازم در این سامانه حداکثر برابر با $N_{n}N_{r}$ است. اگر $10N_{n}N_{r}\log_{2}(N_{n}N_{r}) + 12N_{n}N_{r}$ است. $O(N^2 log_2 N)$ فرض شود، تعداد کل عملیات از مرتبه $N_p = N_r = N$ خواهد بود. عمليات لازم براى الگوريتم پستابش (BP) از مرتبه O(N³) است [۴۶]، بنابراین در این سامانه کاهش قابل ملاحظهای در تعداد عمليات نسبت به الگوريتم BP وجود دارد. درصورت استفاده از الگوریتم MMSE برای تصویرسازی سمت، بهازای هر سبد برد یک عملیات محاسبه معکوس و ضرب ماتریسی لازم است. با تـوجـه بـه اینکه تعداد عملیات لازم برای محاسبه معکوس ماتریس از مرتبه است [\mathbb{TT}]، تعداد کل عملیات از مرتبه $O(N^4)$ خواهد بود. از $O(N^3)$ طرف دیگر درصورتی که حافظه لازم برای ذخیره یک عدد مختلط را ۲ کلمه ٔ فرض کنیم، برای ذخیره داده بلوکهای ۳ و ۷ در شکل ۹ بهترتيب به $2N_p N_r$ کلمه و $2N_t N_r$ کلمه نياز است. اگر از روش MMSE برای تصویرسازی استفاده شود، در بلوک ۷، 2N²N, کلمه مورد نیاز خواهد بود که از این نظر نیز افزایش چشم گیری نسبت به روشهای PI ، MF و OF دارد.

رجع

¹Word

جدول ۳. تعداد عملیات ممیز شناور لازم در اجرای هر بلوک سامانه شکل ۹

۱۰	٨	۵	۴	٢	شماره بلوک
$5N_tN_rlog_2(N_t)$	$6N_tN_r$	$5N_pN_rlog_2(N_r)$	$6N_pN_r$	$5N_pN_rlog_2(N_pN_r)$	تعداد عمليات

۴. نتایج شبیهسازی

جهت بررسی و مقایسه الگوریتمهای تصویرسازی فوق، تشکیل تصویر برای یک صحنه فرضی و به ازای دادههای جدول ۱ انجام شده است.

ناحیه مورد نظر شامل یک نوار حلقوی با عرض حدود ۱۱۵ متر، از برد زمینی ۵۸ تا ۱۷۴ متر (زاویه خراش ۳۰ تا ۶۰ درجه) میاشد شکل (۱۰-الف). با توجه به حدتفکیک ۱/۸۶ متر در برد مایل و هندسه مسأله، فاصله بين دورترين و نزديکترين هدف در برد مايـل برابر با ۴۶ سلول برد خواهد بود. در هر برد، ۱۴۴۰ هدف نقطهای با فاصله زاویه ای ۰/۲۵ درجه در نظر گرفته شده است. حدت ف.ک...ک سمت در این سامانه با توجه به رابطه (۱۲) برابر با ۱/۶۶ درجه و بنابراین تعداد اهداف قابل تفکیک در ۳۶۰ درجه برابر ۲۱۷ است، يعنى قابليت تشكيل تصوير همه اهداف صحنه وجود ندارد. در شكل (۱۰-ب) سطح مقطع راداری (RCS) ^۱ اهداف فرضی واقع در ناحیه مورد نظر رسم شده است که در اینجا تنها اهداف بین زاویه صفر تا ۲۳ درجه رسم شدهاند. بازتاب پذیری هر هدف به صورت یک عدد مختلط با اندازه جذر RCS آن هدف و فاز تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه $[0,2\pi]$ در نظر گرفته شده است. هر سطر ماتریس داده خام با فرض ارسال یک پالس با مدولاسیون LFM با پهنای باند و عرض مندرج در جدول ۱ و محاسبه سیگنال باند پایه دریافتی از هـمـه اهداف با توجه به تأخیر، اندازه و فاز بازتاب پذیری و ضریب الگوی آنتن در محل هدف ساخته شده است. این ماتریس دارای ۷۲۰ سطر (متناظر با ارسال ۷۲۰ پالس در یک جاروب ۳۶۰ درجه) و ۴۶ ستون متناظر با ۴۶ سلول برد میباشد. تصویرسازی مطابق الگوریتم شکل ۹ انجام شده است. پس از ضرب ماتریس داده خام در داده مرجع در حوزه فرکانس دوبعدی و انجام فشردهسازی در برد و RCMC و انتقال به حوزه برد- داپلر و کاهش تعداد سطرها به مقدار مورد نظر با حذف سطرهای با SNR پایین، برای تشکیل تصویر اهداف در هر برد، باید ماتریس متناظر با برد مورد نظر مطابق رابطه (۵) تشکیل شده و با استفاده از آن تصویرسازی انجام گیرد. تصویرسازی برای دو سیگنال ورودی، رابطه (۲۳)) و دو N_t مختلف به سه SNR) SNR_{in} روش PI ، MF و OF انجام شده و با روش BP [۴۷] مقایسه شده است. لازم به ذکر است مقدار SNR_{in} متناظر با برد در زاویه خراش ۴۵ درجه (محور پرتو) در نظر گرفته شده است. در ابتدا تصویرسازی با فرض BB \cdot ه $N_t = 8$ و $N_t = 8$ انجام شده، یعنی فاصله بین SNR_{in} = \cdot dB با فرض سلولهای سمت تصویر برابر با ۱ درجه در نظر گرفته شده است. در

شکل ۱۱ نتیجه تصویرسازی نشان داده شده است. تعداد سلولهای تصویر در سمت ۴ برابر کمتر از تعداد اهداف در سمت است، اما تصویر اهداف آشکار شده است. مقایسه بخش (الف) و (ب) این شکل نشان میدهد تصویر MF نسبت به تصویر PI دارای نویز کمتر اما تداخل بین سلولی بیشتر (گلبرگهای فرعی بیشتر) در سمت است و نسبت به تصویر BP (بخش- د)) داری کیفیت بالاتری است. تصویر OF (بخش (ج)) نسبت به تصویر PI دارای گلبرگهای فرعی بزرگتر اما نویز کمتر است و در مجموع بهینه است. افزایش نویز در بردهای دورتر بهدلیل کاهش SNR، در همه این تصاویر قابل مشاهده است. در بخش (ه)، ستون سوم (نیمرخ سمت) تصاویر بخـشهای (الف) تا (د) رسم شده است. دو هدف نقطهای نزدیک به هم در این برد، در زوایای ۱۰/۷۵ و ۱۱/۷۵ درجه قرار گرفته و یک درجه از هـم فاصله دارند. این دو هدف در تمام تصاویر بخشهای (الف) تا (د) در یک سلول ادغام شدهاند. در شکل (۱۱- و)، مقدار *µ*واقعی و نیز مقدار تخمینی آن از روش ذکر شده در بند ۳-۴ مقاله به ازای بردهای مختلف رسم شده است. این نمودار دقت مقدار تخمینی این متغیر (استفاده شده در تصویرسازی OF) را نشان میدهد. در شکل ۱۲همان تصاویر و نمودارهای شکل ۱۱ اما با SNR_{in} = 10dB رسم شده است. مقایسه بخشهای این دو شکل نشان میدهـد افـزایـش SNR داده به کاهش نویز تصاویر (به ویژه در تصویر PI) منجر شده است و در شکل (۱۲ - هـ) دو هدف نقطهای واقع در سبد برد سوم در دو سلول مجاور آشکار شدهاند. در شکل (۱۲- و) مقدار μ نسبت به شکل (۱۱- و) به میزان I۰dB افزایش یافته است. شکل ۱۳ نتایج تصویرسازی به ازای SNR_{in} = ۱۰ dB و ۲۸۰ = N_t را نشان میدهد. با این ،۸٫ فاصله بین سلولهای سمت تصویر به ۷۵/۰ درجـه خـواهـد رسید. مقایسه بخشهای مختلف در شکل ۱۳ و شکل ۱۲ نشان میدهد اضافه کردن تعداد سلولهای تصویر کمک چندانی به بهبود کیفیت تصاویر MF و BP نکرده، جز آن که تعداد سلول های سمت بیشتر شده است. تصویر PI بهدلیل افزایش تعداد سلولهای سمت و وارد شدن مقادیر ویژه کوچک در فرایند تشکیل تصویر و در نتیجه تقویت نویز، به شدت نویزی شده است و برای داشتن یک تصویر قابل قبول به SNR_{in} بالاتری نیاز دارد. در تصویر OF مشخص است با وارد شدن μ در تصویرسازی، افزایش نویز بهخوبی مهار شده و در ضـمـن تفکیک در سمت بهبود قابل ملاحظهای یافته است. در شکل (۱۳- هـ) دو هدف نقطهای واقع در سبد برد سوم (به ویژه در تصویـر OF) از هم تفکیک شدهاند.

¹⁻ Radar Cross Section

مجله علمی- پژوهشی «*راوار*»؛ سال سوم، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴



شکل ۱۰. شبیهسازی یک صحنه فرضی: (الف) هندسه صحنه، (ب) RCSاهداف واقع در ناحیه تصویربرداری



شکل ۱۱. نتایج تصویرسازی با SNRin = 0dB و $N_t = 360$ (ب) MF. (ب) PI. (ج) OF. (د) BP. (هـ) سبد برد سوم تصاویر، (و) μ واقعی و تخمینی SNRin = 0. (د) بنتایج تصویر سازی با

تصویرسازی برمبنای مدل در رادار دهانه ترکیبی نواری گردشی زمین پایه؛ سید علیرضا سیدین و سید روحالله ثمره هاشمی



شکل ۱۲. نتایج تصویرسازی با SNRin =10dB و $N_t = 360$ (ب) MF. (ب) OF. (ج) OF. (ج) هـ) سبد برد سوم تصاویر، (و) μ واقعی و تخمینی NF. نتایج تصویرسازی با



شکل ۱۳. نتایج تصویرسازی با SNRin =10dB و $N_t = 480$: (الف) MF. (ب) PI. (ج) OF. (د) BP، (هـ) سبد برد سوم تصاویر، (و) μ واقعی و تخمینی

۵. نتیجهگیری

در این مقاله تصویرسازی برمبنای مدل در رادار دهانه ترکیبی نواری گردشی به چند روش مختلف پیشنهاد و تحلیل گردید و نشان داده شد کاربرد این روش درعین برخورداری از دقت بالا از سرعت بالایی نیز برخوردار است. در ابتدا، بهدلیل اهمیت تفکیک پذیری حوزه سمت، مدل داده دریافتی در حوزه سمت به صورت یک رابط ه خطی استخراج و ماتریس ضرایب (سنجش) تشریح شد. سپس نشان داده شد بهدلیل گردشی بودن هندسه مسأله می توان این ماتریس را با استفاده از ماتریسهای DFT نرمال با سطرهای جابهجا شده قطری نمود. براین اساس مدل ساده و کارآمدی جهت تخمین تصویر با تعداد سلول سمت دلخواه استخراج گردید. از ویژگیهای این مدل قابلیت انتخاب تعداد سلول سمت تصویر است که با حذف دادههای با کمترین SNR انجام می گیرد. با استفاده از این مدل داده، سه روش مختلف تصویرسازی براساس فیلتر منطبق (MF)، فیلتر معکوس (PI) و فیلتر بهینه (OF)، استخراج شده و شاخصهای سه گانه بررسی کیفیت تصویر شامل نسبت توان نویز به سیگنال (NSR)، نسبت توان اعوجاج به سیگنال (DSR) و نسبت توان خطا به سیگنال (ESR) معرفی و در هر کدام از روشهای تصویرسازی به صورت تحلیلی محاسبه گردید. بر اساس این شاخص ها نشان داده شد روش تصویرسازی MF به دلیل کمینه بودن توان نویز، در SNRهای متوسط و پایین از کارایی خوبی برخوردار است. روش PI از نظر توان اعوجاج بهينه است اما براي افزايش تعداد سلول سمت (افزايش حـد تفکیک) به دلیل تقویت نویز نیاز به داده با SNR بالا دارد. در صورت در اختیار داشتن متوسط بازتاب پذیری صحنه و توان نویز، می توان روش OF را به کار برد که از نظر توان خطا (نویز و اعوجاج) به ینه است. همچنین نشان داده شد در تصویرسازی به روش MF زیاد کردن تعداد سلولهای تصویر، کمکی به بهبود حد تفکیک نکرده و تنها در کاهش مقدار ISLR و PSLR مؤثر است؛ برعکس در روش PI بالابردن تعداد سلولهای تصویر باعث بهبود حد تفکیک می شود اما بر ISLR و PSLR اثری ندارد و البته نویز را به شدت افزایش میدهد. در ضمن نشان داده شد در حالتی که بازتاب پذیری اهـداف مورد نظر ناوابسته و با واریانس یکسان درنظر گرفته شود، روش تصویر سازی OF معادل تخمین MMSE بوده و از نظر نرم خطا بهینه خواهد بود. سپس الگوریتم کامل تصویرسازی ارائه شده و تعداد عملیات ممیز شناور لازم جهت پیادهسازی روشهای تصویرسازی

مجله علمی- پژوهشی «*رادار*»؛ سال سوم، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴

فوق محاسبه گردید و نشان داده شده در روشهای MF و OF و PI م MF و OF تعداد عملیات لازم از مرتبه (ON²log₂N) است که در مقایسه با الگوریتم BP از تعداد عملیات به مراتب کمتری بهره می برد و ضمناً حجم عملیات و حافظه مورد استفاده در پیادهسازی آنها در مقایسه با روش MMSE بسیار پایین تر است. به وسیله شبیه سازی های انجام شده جهت تصویر سازی از یک صحنه مفروض، نشان داده شد تمویر سازی به روش OF همواره بهترین نتیجه را در بر داشته و نتیجه روش IP می تروش MMSE با به مواره بهترین نتیجه را در بر داشته و تصویر سازی به روش MF همواره بهترین نتیجه را در بر داشته و تصویر سازی به روش MF همواره بهتر از روش پس تابش (BP) است که این بهبود بهدلیل لحاظ کردن الگوی کامل سمت و ارتفاع آنتن در مدل سیگنال حاصل می شود.

۶. مراجع

- A. Moreira, P. Prats-Iraola, M. Younis, G. Krieger, I. Hajnsek, and K. P. Papathanassiou, "A tutorial on synthetic aperture radar," Geoscience and Remote Sensing Magazine, IEEE, vol. 1, no. 1, pp. 6-43, March 2013.
- [2] I. G. Cumming and F. H. Wong, Digital processing of synthetic aperture radar data, Artech house, 2005.
- [3] M. Crosetto, O. Monserrat, G. Luzi, M. Cuevas-Gonzalez, and N. Devanthery, "A Noninterferometric Procedure for Deformation Measurement Using GB-SAR Imagery," Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE, vol. 11, no. 1, pp. 34-38, Jan. 2014.
- [4] M. A. Sletten, "Demonstration of SAR Distortion Correction Using a Ground-Based Multichannel SAR Test Bed," Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 51, no. 5, pp. 3181-3190, May 2013.
- [5] K. Takahashi, M. Matsumoto, and M. Sato, "Continuous Observation of Natural-Disaster-Affected Areas Using Ground-Based SAR Interferometry," Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, IEEE Journal of, vol. 6, no. 3, pp. 1286-1294, June 2013.
- [6] L. Pipia, X. Fabregas, A. Aguasca, and C. Lopez-Martinez, "Polarimetric Temporal Analysis of Urban Environments With a Ground-Based SAR," Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 51, no. 4, pp. 2343-2360, April 2013.
- [7] D. Tarchi, F. Oliveri, and P. F. Sammartino, "MIMO Radar and Ground-Based SAR Imaging Systems: Equivalent Approaches for Remote Sensing," Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 51, no. 1, pp. 425-435, Jan. 2013.
- [8] N. J. Marechal, S. S. Osofsky, and R. M. Bloom, "Demonstration of W-band SAR Imagery with a Ground Based System Having 7.5 GHz of Bandwidth Obtained with a Stepped Chirp Waveform," Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on, vol. 49, no. 4, pp. 2522-2532, October 2013.

- [20] S. R. Samareh Hashemi, S. A. Seyedin, "Fast Imaging in Ground-Based Circular Strip-Map Synthetic Aperture Radar," Journal of Radar, vol. 3, no.1, pp.57,72, 2015.
- [21] Y. Luo, H. Song, R. Wang, Y. Deng, F. Zhao, and Z. Xu, "Arc FMCW SAR and Applications in Ground Monitoring," Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 52, no. 9, pp. 5989-5998, Sept. 2014.
- [22] L. Hoonyol, L. Jae-Hee, K. Kwang-Eun, S. Nak-Hoon, and C. Seong-Jun, "Development of a Truck-Mounted Arc-Scanning Synthetic Aperture Radar," Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 52, no. 5, pp. 2773-2779, May 2014.
- [23] M. Mohammadpoor, R. S. A. Raja Abdullah, A. Ismail, and A. F. Abas, "A circular synthetic aperture radar for on-the-ground object detection," Progress in Electromagnetics Research, vol. 122, p. 269, 2012.
- [24] R. S. A. Raja Abdullah, M. Mohammadpoor, A. Ismail, A. F. Abas, "A Multistatic Circular Synthetic Aperture Radar for small Object Detection," Radar Conference (RADAR), 2011 IEEE, pp. 262-266, 23-27 May 2011.
- [25] D. S. Garmatyuk and R. M. Narayanan, "Ultra-wideband continuous-wave random noise arc-SAR," Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 40, no. 12, pp. 2543-2552, Dec. 2002.
- [26] A. Broquetas, R. De Porrata, L. Sagues, X. Fabregas, and L. Jofre, "Circular synthetic aperture radar (C-SAR) system for ground-based applications," Electronics Letters, vol. 33, no. 11, pp. 988-989, 22 May 1997.
- [27] H. Klausing, N. Bartsch, and C. Boesswetter, "A MM-Wave SAR-Design for Helicopter Application (ROSAR)," Microwave Conference, 1986. 16th European, pp. 317-328, 8-12 Sept. 1986.
- [28] W. Wang, "Multi-Antenna Synthetic Aperture Radar," CRC Press, 2013.
- [29] M. Bara, L. Sagues, F. Paniagua, A. Broquetas, and X. Fabregas, "High-speed focusing algorithm for circular synthetic aperture radar (C-SAR)," Electronics Letters, vol. 36, no. 9, pp. 828-830, 27 Apr. 2000.
- [30] Y. Liao, M. Xing, Z. Lei , and Z. Bao, "A novel modified Omega-K algorithm for circular trajectory scanning SAR imaging using series reversion," EURASIP Journal of Advances in Signal Processing, 2013.
- [31] J. Min and K. Young Soo, "Migration technique for rotor synthetic aperture radar," Electronics Letters, vol. 33, no. 7, pp. 630-631, 27 Mar. 1997.
- [32] M. Bertero and P. Boccacci, "Introduction to Inverse Problems in Imaging," CRC Press, 1998.
- [33] R. D. West, "Model-Based Stripmap Synthetic Aperture Radar Processing," PhD diss. Utah State University, 2011.
- [34] J. Gunther, et al "Maximum likelihood synthetic aperture radar image formation for highly nonlinear flight tracks," Digital Signal Processing Workshop and IEEE Signal Processing Education Workshop (DSP/SPE), IEEE, 2011.

- [9] P. J. Ferrer, C. Lopez-Martinez, A. Aguasca, L. Pipia, J. M. Gonzalez-Arbesu, X. Fabregas, and J. Romeu, "Transpolarizing Trihedral Corner Reflector Characterization Using a GB-SAR System," Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE, vol. 8, no. 4, pp. 774-778, July 2011.
- [10] L. Pipia, X. Fabregas, A. Aguasca, C. Lopez-Martinez, S. Duque, J. J. Mallorqui, and J. Marturia, "Polarimetric Differential SAR Interferometry: First Results With Ground-Based Measurements," Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE, vol. 6, no. 1, pp. 167-171, Jan. 2009.
- [11] G. Luzi, L. Noferini, D. Mecatti, G. Macaluso, M. Pieraccini, C. Atzeni, A. Schaffhauser, R. Fromm, and T. Nagler, "Using a Ground-Based SAR Interferometer and a Terrestrial Laser Scanner to Monitor a Snow-Covered Slope: Results From an Experimental Data Collection in Tyrol (Austria)," Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 47, no. 2, pp. 382-393, Feb. 2009.
- [12] L. Noferini, M. Pieraccini, D. Mecatti, G. Macaluso, G. Luzi, and C. Atzeni, "DEM by Ground-Based SAR Interferometry," Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE, vol. 4, no. 4, pp. 659-663, Oct. 2007.
- [13] C. Byung-Lae, K. Young-Kyun, P. Hyung-Geun, K. Young-Soo, "Automobile-based SAR/InSAR system for ground experiments," Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE, vol. 3, no. 3, pp. 401-405, July 2006.
- [14] Z. Zheng-Shu, W.-M. Boerner, and M. Sato, "Development of a ground-based polarimetric broadband SAR system for noninvasive ground-truth validation in vegetation monitoring," Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 42, no. 9, pp. 1803-1810, Sept. 2004.
- [15] G. Nico, D. Leva, G. Antonello, and D. Tarchi, "Ground-based SAR interferometry for terrain mapping: theory and sensitivity analysis," Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 42, no. 6, pp. 1344-1350, June 2004.
- [16] D. Leva, G. Nico, D. Tarchi, J. Fortuny-Guasch, and A. J. Sieber, "Temporal analysis of a landslide by means of a ground-based SAR Interferometer," Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 41, no. 4, pp. 745-752, April 2003.
- [17] M. Pieraccini, G. Luzi, and C. Atzeni, "Terrain mapping by ground-based interferometric radar," Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 39, no. 10, pp. 2176-2181, Oct. 2001.
- [18] L. Cazzani, C. Colesanti, D. Leva, G. Nesti, C. Prati, F. Rocca, and D. Tarchi, "A ground-based parasitic SAR experiment," Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 38, no. 5, pp. 2132-2141, Sep. 2000.
- [19] D. R. Sheen, N. P. Malinas, D. W. Jr. Kletzli, T. B. Lewis, and J. F. Roman, "Foliage transmission measurements using a ground-based ultrawide band (300-1300 MHz) SAR system," Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 32, no. 1, pp. 118-130, Jan. 1994.

مجله علمی- پژوهشی «*رادار*»؛ سال سوم، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴

باید زاویه سمت و ارتفاع هدف در این دستگاه محاسبه شود. در این شکل دستگاه 'Y'Z' دستگاه مختصات اولیه ای است که مختصات مکل دستگاه 'X'Y'Z' دستگاه مختصات اولیه ای است که مختصات معدف هدف در این دستگاه 'X'Y'Z' دستگاه مختصات اولیه ای است که مختصات معدف برای تبدیل دستگاه 'Y'Z' دستگاه یا که مختصات اولیه ای است که مختصات معدف h در جهت محور 'Z انتقال پیدا می کند. در این صورت مختصات هدف در دستگاه حدید ($(p_n), (p_n), (p_n),$

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi_0) & 0 & -\sin(\psi_0) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\psi_0) & 0 & \cos(\psi_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_0 \cos(\phi_n) - r_a \\ r_0 \sin(\phi_n) \\ -h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_0 \cos(\phi_n) \cos(\psi_0) - r_a \cos(\psi_0) + h \sin(\psi_0) \\ r_0 \sin(\phi_n) \\ r_0 \sin(\phi_n) \end{bmatrix} (1 - \frac{1}{2})$$

$$\begin{bmatrix} r_0 \cos(\phi_n) \sin(\psi_0) - r_a \sin(\psi_0) - h \cos(\psi_0) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\psi_0) & 0 & \cos(\psi_0) \end{bmatrix}$$

داشت: مرتيب Φ_n و Θ_n بناميم خواهيم داشت XYZ را به ترتيب

$$\Phi_{n} = \arctan\left(\frac{y_{t}}{x_{t}}\right) =$$

$$\arctan\left(\frac{r_{0}\sin(\phi_{n})}{r_{0}\cos(\phi_{n})\cos(\psi_{0}) - r_{a}\cos(\psi_{0}) + h\sin(\psi_{0})}\right)$$

$$\Theta_{n} = \arcsin\left(\frac{z_{t}}{\sqrt{x_{t}^{2} + y_{t}^{2} + z_{t}^{2}}}\right) = (Y - \psi)$$

$$\operatorname{arcsin}\left(\frac{r_{0}\cos(\phi_{n})\sin(\psi_{0}) - r_{a}\sin(\psi_{0}) - h\cos(\psi_{0})}{\sqrt{h^{2} + r_{0}^{2} + r_{a}^{2} - 2r_{0}r_{a}\cos(\phi_{n})}}\right)$$

X'Y'Z' درصورتی که محور پرتو (محور X) نسبت به دستگاه اولیه 'Z' کا در زاویه $\Theta_{\rm m}$ قرار داشته باشد (شکل (۱ – ب))، آنگاه در رابطه بالا به جای $\varphi_{\rm n}$ باید $\Theta_{\rm n}$ قرار گیرد. با محاسبه زوایای $\Phi_{\rm n}$ و $\Theta_{\rm n}$ می توان ضریب $\pi_{m,\pi}$ را محاسبه نمود. به عنوان مثال درصورتی که الگوی دوطرفه سمت و ارتفاع آنتن به صورت $\sin c^2$ و پهنای پرتو dB ت سمت و ارتفاع به ترتیب $\Phi_{\rm B}$ و $\Theta_{\rm C}$ در نظر گرفته شود، مقدار سمت و ارتفاع در زاویه $\Theta_{\rm B}$ و هدف نقطهای در زاویه $\varphi_{\rm n}$ قرار دارد (شکل (۱ – ب))، به صورت زیر خواهد بود:

$$\xi_{m,n} = \left[sinc\left(\frac{0.886\Phi_{mn}}{\Phi_{B}}\right) sinc\left(\frac{0.886\Theta_{mn}}{\Theta_{B}}\right) \right]^{2} \qquad (\Upsilon - \psi)$$

- [35] M. Cetin and W. C. Karl, "Feature-enhanced synthetic aperture radar image formation based on nonquadratic regularization," Image Processing, IEEE Transactions on, vol. 10, no. 4, pp. 623-631, Apr. 2001.
- [36] M. Cetin, W. C. Karl, and D. A. Castanon, "Feature enhancement and ATR performance using nonquadratic optimization-based SAR imaging," Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on, vol. 39, no. 4, pp. 1375-1395, Oct. 2003.
- [37] B. Sun and H. Jin "Feature Enhanced Synthetic Aperture Radar Image Formation," Electronic Measurement and Instruments, 2007. ICEMI '07. 8th International Conference on, pp. 803-809, Aug. 16 -July 18 2007.
- [38] S. Samadi, M. Cetin, and M. A. Masnadi-Shirazi, "Multiple Feature-Enhanced SAR Imaging Using Sparsity in Combined Dictionaries," Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE, vol. 10, no. 4, pp. 821-825, July 2013.
- [39] P. J. Davis, "Circulant Matrices," 2nd edition, AMS Chelsea Publishing, 1994.
- [40] M. Soumekh, "Synthetic aperture radar signal processing with MATLAB algorithms," John Wiley & Sons, 1999.
- [41] S. Holm, P. Valand, and K. Eldhuset, "Performance of Cesar ERS-1 SAR Processor," IGARSS, vol. 91, pp. 291-294, 1991.
- [42] C. Oliver and Q. Shaun, "Understanding synthetic aperture radar images," Sci. Tech. Publishing, 2004.
- [43] A. B. Carlson, P. Crilly, and J. Rutledge, "Communication systems," McGraw-Hill, 2002.
- [44] K. Irwin and S. R. Simanca, "On circulant matrices," Notices of the AMS 59, no. 3, pp. 368-377, 2012.
- [45] S. M. Kay, "Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory," Prentice Hall, 1993.
- [46] L. Yun, H. Wen, T. Weixian, and W. Yirong, "Extension of Range Migration Algorithm to Squint Circular SAR Imaging," Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE, vol. 8, no. 4, pp. 651-655, July 2011.
- [47] H. Cantalloube, E. Colin-Koeniguer, and H. Oriot, "High resolution SAR imaging along circular trajectories," Geoscience and Remote Sensing Symposium, IGARSS 2007. IEEE International. IEEE, pp. 850-853, 2007.
- [48] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, and S. H. Nawab, "Signals and systems," 2nd Edition, Prentice-Hall, 1996.

پیوست (الف). محاسبه ضریب الگوی آنتن در محل هدف برای محاسبه ضریب $\xi_{m,n}$ در محل هدف باید زاویه سمت و ارتـفاع هدف نسبت به آنتن محاسبه شود. در شکل (پ- ۱) مبدأ مختصات در دستگاه XYZ مرکز فاز آنتن و محور X، محور پرتو آنتن است؛ لذا

که در آن، Φ_{mn} و Θ_{mn} به صورت زیر می باشد: $r_0 \sin(\phi_n - \theta_m)$ $\Phi_{\rm m} = \arctan$ $\overline{r_{\scriptscriptstyle 0}\cos(\phi_{\scriptscriptstyle n}-\theta_{\scriptscriptstyle m})\cos(\psi_{\scriptscriptstyle 0})-r_{\scriptscriptstyle a}\cos(\psi_{\scriptscriptstyle 0})+h\,\sin(\psi_{\scriptscriptstyle 0})}$ (ڀ ۴) $\Theta_{mn} = \arcsin\left(\frac{r_0\cos(\phi_n - \theta_m)\sin(\psi_0) - r_a\sin(\psi_0) - h}{r_a\sin(\psi_0) - h}\cos(\psi_0)\right)$ $\sqrt{h^2 + r_0^2 + r_a^2 - 2r_0r_a\cos(\phi_n - \theta_m)}$ $r_0 \sin(\phi_n)$



شکل ب ۱. انتقال دستگاه مختصات به محل APC

ييوست (ب). ساختار ماتريس

در صورتی که ماتریس سنجش A با ابعاد N_p × N_x به وسیله ماتریس DFT نرمال تجزیه شود خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{\Gamma}_{A} = \boldsymbol{D}_{N_{p}} \boldsymbol{A} \boldsymbol{D}_{N_{x}}^{H} \tag{(a)}$$

که ماتریسهای $\mathbf{D}_{N_{r}}$ و $\mathbf{D}_{N_{r}}$ ماتریسهای DFT نرمال و $\mathbf{D}_{N_{r}}$ حاصل تجزیه A بهوسیله این ماتریسها است. براساس این رابطه برای رسیدن به ۲٫ باید از ستونهای A تبدیل فوریه (DFT) گرفته و سپس از سطرهای ماتریس حاصل تبدیل فوریه معکوس (IDFT) گرفته شود. همان طور که قبلاً گفته شد ستون های A نسخهای

90

 $q_1 e^{-j(N_x-1)\varphi_0}$

 $q_2 e^{-j2(N_\chi - 1)\varphi_0}$

 $q_{(N_p-1)}e^{-j(N_x-1)(N_p-1)\varphi_0}$

 q_0

 $q_1 e^{-j2\varphi_0}$

 $q_2 e^{-j4\varphi_0}$

... []]]

...

...

 $q_{-3}e^{j6\varphi_0}$

 $q_{-2}e^{j4\varphi_0}$

 $q_{-1}e^{j2\varphi_0}$

...

...

 $q_{(-N_p)}e^{j(N_x-1)N_p\varphi_0}$

 $q_{-3}e^{j3(N_{\chi}-1)\varphi_0}$

 $q_{-2}e^{j2(N_x-1)\varphi_0}$

 $q_{-1}e^{j(N_{\chi}-1)\varphi_0}$

نمونهبردارى شده يك سيگنال واحد با انتقال متفاوت هستند، بنابراين پس از تبدیل فوریه گرفتن از آنها، تفاوت ستونهای ماتریس حاصل تنها یک اختلاف فاز خواهد بود. هنگام تبدیل فوریه گرفتن از نسخه نمونه برداری شده یک سیگنال پیوسته، نمونه های دو نیم طیف در کنار یکدیگر ظاہر می شوند شکل (پ-۲). هـ چـه فـرکـانـس نمونهبرداری (در اینجا N_p) بزرگتر باشد، درهمرفتگی طیفی کمتر خواهد بود [۴۸]. بنابراین ماتریس D_{Np}A را می توان به صورت رابطه (پ- ۶) نمایش داد.

سمت راست این عبارت بالا شامل دو ماتریس است که ماتریس اول مربوط به نیم طیف اول و ماتریس دوم مربوط به نیم طیف دوم است. ستون اول این ماتریسها تبدیل فوریه سیگنال دریافتی از هدف q_i نرمال واقع در زاویه 0 در یک چرخش کامل است که با رشته نشان داده شده است. ستونهای بعدی تبدیل فوریه نسخه منتقل شده همان سیگنال قبلی هستند، بنابراین تنها یک فاز خطی $\frac{2\pi}{N}$ (بسته به جهت انتقال) به آنها اضافه شده است. مقدار ϕ_0 برابر با است، به همین دلیل سطرها حالت گردشی دارند. برای رسیدن به ۲ باید ماتریس فوق در $D_{N_{a}}^{H}$ ضرب شود، یا به عبارت دیگر از سطرهای آن عكس تبديل فوريه گرفته شود.



q_3

 q_{-2}

 q_{-1}

 $q_{-3}e^{j3\varphi_0}$

 $q_{-2}e^{j2\varphi_0}$

 $q_{-1}e^{j\varphi_0}$

¹Aliasing

با توجه به مساوی بودن اندازه نمونههای هر سطر ماتریـسهـای فوق و وجود فاز خطی، عکس تبدیل فوریه سطرهای D_{Np}A بهصورت تابع ضربه منتقلشده^۱ خواهد بود:

$$T_{A} = D_{N_{p}}AD_{N_{x}}^{*} =
 \begin{bmatrix}
 q_{0}\delta(n-1) + q_{(-N_{p})}\delta(n+N_{p}-1) \\
 q_{1}\delta(n-2) + q_{(-N_{p}+1)}\delta(n+N_{p}-2) \\
 \vdots \\
 q_{(N_{p}-1)}\delta(n-N_{p}) + q_{-1}\delta(n)
 \end{bmatrix}, n = 1,...,N_{x}$$

که n شماره ستون و $\delta(n)$ تابع ضربه گسسته متناوب است:

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = kN_x, \ k \in \mathbb{Z} \\ 0 & otherwise \end{cases}$$
 (A (\downarrow)

بنابراین هر کدام از سطرهای Λ مجموع دو سیگنال ضربه منتقل شده هستند و به همین دلیل در قطری شدن ماتریس A به وسیله ماتریس DFT اندکی تقریب وجود دارد. با توجه به شکل (پ- ۲) هرچه مقدار \P بزرگتر انتخاب شود، اختلاف اندازه 0 و $_{N-}$ و در سطر اول و نیز اختلاف دامنه ضربه ها در سایر سطرها بیشتر شده و عملاً در هر سطر یک سیگنال ضربه وجود خواهد داشت، اما برای تجزیه قطری A لازم است میزان انتقال سیگنال ضربه در هر مساوی شماره آن سطر باشد. در سیگنال های فیزیکی معمولاً η های ماتریس قطری با قطر اسلی و روند نزولی باید اولاً η ها به ترتیب فرکانسی صعودی زیر هم قرار گیرد، ثانیاً میزان انتقال آن ها با شماره سطر تنظیم شود. بدین منظور میتوان درماتریس DFT نرمال، جای سطرها را به صورت زیر عوض نمود:

$$\boldsymbol{F}_{m,n} = \begin{cases} \boldsymbol{D}_{\frac{m+1}{2},n} & m \text{ is odd} \\ \boldsymbol{D}_{N-\frac{m}{2}+1,n} & m \text{ is even} \end{cases}; m, n = 1, \dots, N \quad (9)$$

که D ماتریس DFT نرمال، F ماتریس DFT نرمال با سطرهای جابهجاشده و N بعد این ماتریسها است. در حقیقت سطرهای F همان سطرهای D هستند که بهطور یک درمیان یکی از بالا و یکی از پایین برداشته و زیر هم چیده شدهاند. بدین صورت پس از ضرب F در یک بردار، در بردار حاصل، فرکانسها براساس میزان نزدیکی به

صفر مرتب خواهند شد. ماتریس Σ_A حاصل از رابطه زیر با تقریب بسیار خوبی قطری بوده و اندازه درایههای قطر اصلی آن روند نزولی خواهد داشت:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{F}_{N_{p}} \boldsymbol{A} \boldsymbol{F}_{N_{x}}^{H} \tag{(1.-)}$$

پیوست (ج). ماتریس B و مقادیر تکین آن

ماتریس B که برای تصویرسازی با تعداد سلول سمت دلخواه مورد استفاده قرار می گیرد، دقیقاً مانند ماتریس سنجش A شکل می گیرد، با این تفاوت که تعداد اهداف برابر با N_i در نظر گرفته می شود؛ به عبارت دیگر ستون امام B سیگنال دریافتی از هدف نقطهای نرمال واقع در زاویه ($(n-1) \frac{2\pi}{N_t}$ در یک چرخش کامل با N_p پالس می باشد. با این حساب سطرهای B همان سطرهای A هستند که از N_x به N_x این حساب سطرهای B ممان سطرهای A مستند که از روس از نمونه کاهی شدهاند. با توجه به آنچه در پیوست (ب) آمد، پس از ضرب ماتریس تبدیل فوریه ویژه و تشکیل ماتریس قطری به صورت زیر:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{B}} = \boldsymbol{F}_{N_{p}} \boldsymbol{B} \boldsymbol{F}_{N_{t}}^{H} \tag{11-}$$

قطر اصلی Σ_B (بهدلیل نمونه کاهی حوزه زمان) مساوی N_i نمونه ولم اول قطر اصلی Σ_A خواهد بود (رابطه (۱۶)). البته بهدلیل تفاوت ابعاد ماتریسهای A و B، نسبت ضرایب a_i و b_i و b_i یک ضریب ثابت خواهد بود که این ضریب در محاسبات تأثیری ندارد.

پیوست (د). محاسبه ماتریس کوواریانس و توان بردارهای 🗴

$$\dot{w}$$
 به \dot{w} ردار \dot{x} تبدیل فوریه ویژه بردار x است که بهصورت زیـر بـهدسـت
بیآید:
(پ- ۱۲) (پ- ۱۲)

بنابراین ماتریس کوواریانس آن به صورت زیر خواهد بود:

 $C_{x} = E\left\{\mathbf{\dot{x}}\mathbf{\dot{x}}^{H}\right\} = E\left\{\mathbf{F}_{N_{x}}\mathbf{x}\mathbf{x}^{H}\mathbf{F}_{N_{x}}^{H}\right\} = \mathbf{F}_{N_{x}}\mathbf{C}_{x}\mathbf{F}_{N_{x}}^{H} \quad (1\ensuremath{\cdot}\en$

$$E\left\{\left|\dot{\boldsymbol{x}}_{i}\right|^{2}\right\} = E\left\{\dot{\boldsymbol{x}}_{i}\dot{\boldsymbol{x}}_{i}^{*}\right\} = E\left\{\boldsymbol{f}_{i}^{T}\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{H}\boldsymbol{f}_{i}^{*}\right\} = \boldsymbol{f}_{i}^{T}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{f}_{i}^{*}$$
$$= \sum_{k=1}^{N_{x}}\left|\boldsymbol{F}_{N_{x}}\left(i,k\right)\right|^{2}\boldsymbol{C}_{x}\left(k,k\right) = \frac{1}{N_{x}}\sum_{k=1}^{N_{x}}\sigma_{x,k}^{2} = \overline{\sigma_{x}^{2}}^{(1)^{k}-\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

¹⁻ Shifted Delta Function

^۲ که در آن f_i^T سطر i ام ماتریس F_{N_x} F_{N_x} ترانهاده و مزدوج مختلط آن (σ_x^2 , h سطر i ام قبطر اصلی Cx(k, k) (بر با σ_x^2)، و Cx(k, k) ماتریس F_{N_x} است. بدین ترتیب در حالت کلی $F_{N_x}(i,k)$ مؤلفه های \dot{x} وابسته اما با واریانس یکسان خواهند بود. در مورد نویز داریم:

$$C_{w} = E\left\{\vec{w}\vec{w}^{H}\right\} = E\left\{F_{N_{p}}\vec{w}\vec{w}^{H}F_{N_{p}}^{H}\right\}$$
$$= F_{N_{p}}C_{w}F_{N_{p}}^{H} = F_{N_{p}}\sigma_{w}^{2}IF_{N_{p}}^{H} = \sigma_{w}^{2}I$$
(\\\\Delta - \varphi\))

که $C_w \in C_w$ و W میباشند. از آنجا \mathcal{W} و \mathcal{W} میباشند. از آنجا که درایههای \mathcal{W} بهصورت ناوابسته و با واریانس σ_w^2 فرض شدهاند، بنابراین درایههای \mathcal{W} نیز ناوابسته و با همان واریانس خواهند بود.

ییوست (ہ). تخمین MMSE تصویر

با توجه به رابطه (۹) داریم:
$$\dot{y}' = \Sigma \dot{x}' + \dot{w}'$$
 (۱۶– (۱۶– (۱۶–

که \dot{y} ، \dot{x} و \dot{w} به ترتیب N_t نمونه اول \dot{y} ، \dot{x} و \dot{w} هستند و $\underline{2}$ ، MMSE استون اول $\underline{\Sigma}_{B}$ است. با توجه به رابطه فوق تخمین Nt خطی⁷ (LMMSE) از \dot{x} به صورت زیر خواهد بود [43]:

$$\dot{\vec{x}} = C_{\vec{x}} \Sigma^{H} \left(\Sigma C_{\vec{x}} \Sigma^{H} + \sigma_{w}^{2} I \right)^{-1} \dot{y}^{T} \qquad (1 \gamma - \varphi)$$

 $\sigma_{w}^{2}I$ و \mathbf{X} ماتریس کوواریانس \mathbf{x} و \mathbf{I} از \mathbf{x} ، \mathbf{x} ماتریس کوواریانس \mathbf{x} و \mathbf{I} از \mathbf{x} ماتریس کوواریانس \mathbf{x} و LMMSE ماتریس کوواریانس \mathbf{x} و \mathbf{x} = \mathbf{x} \mathbf{x} \mathbf{x} = \mathbf{x} $\mathbf{$

$$\dot{\mathbf{x}} = F_{N_t} C_x F_{N_t}^H \Sigma^H F_{N_t} F_{N_t}^H \left(\Sigma F_{N_t} C_x F_{N_t}^H \Sigma^H + \sigma_w^2 I \right)^{\perp} F_{N_t} \mathbf{y}' (19 - \mathbf{y})$$

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{x}} &= \mathbf{F}_{N_{t}}^{H} \dot{\mathbf{x}} \\ &= \mathbf{F}_{N_{t}}^{H} \mathbf{F}_{N_{t}} \mathbf{C}_{x} \mathbf{F}_{N_{t}}^{H} \mathbf{\Sigma}^{H} \mathbf{F}_{N_{t}} \mathbf{F}_{N_{t}}^{H} \left(\mathbf{\Sigma} \mathbf{F}_{N_{t}} \mathbf{C}_{x} \mathbf{F}_{N_{t}}^{H} \mathbf{\Sigma}^{H} + \sigma_{w}^{2} \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{F}_{N_{t}} \mathbf{y}' \\ &= \mathbf{C}_{x} \mathbf{F}_{N_{t}}^{H} \mathbf{\Sigma}^{H} \mathbf{F}_{N_{t}} \left(\mathbf{F}_{N_{t}}^{H} \mathbf{\Sigma} \mathbf{F}_{N_{t}} \mathbf{C}_{x} \mathbf{F}_{N_{t}}^{H} \mathbf{\Sigma}^{H} \mathbf{F}_{N_{t}} + \sigma_{w}^{2} \mathbf{F}_{N_{t}}^{H} \mathbf{I} \mathbf{F}_{N_{t}} \right)^{-1} \mathbf{y}' \end{aligned}$$

 $Z^{-1}Y^{-1}X^{-1} = (XYZ)^{-1} \text{ (line in the second s$

که همان رابطه (۴۰) است. برای محاسبه $C_{x'}$ با فرض معلوم بودن $C_{x'}$

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{F}_{N_t,N_x} \boldsymbol{x} \Longrightarrow \boldsymbol{C}_{\dot{\boldsymbol{x}}} = \boldsymbol{F}_{N_t,N_x} \boldsymbol{C}_x \boldsymbol{F}_{N_t,N_x}^H \qquad (\Upsilon \Upsilon \downarrow)$$

که $oldsymbol{F}_{N_{t},N_{x}}$ ماتریسی شامل N_{t} سطر اول $oldsymbol{F}_{N_{t},N_{x}}$ است. از طرف دیگر:

$$\dot{\mathbf{x}}' = F_{N_t} \mathbf{x}' \Longrightarrow C_{\mathbf{x}'} = F_{N_t} C_{\mathbf{x}'} F_{N_t}^H \tag{(YW)}$$

با توجه به روابط (پ ۲۲) و (پ ۲۳) خواهیم داشت:

 $F_{N_t}C_xF_{N_t}^H = F_{N_t,N_x}C_xF_{N_t,N_x}^H \Longrightarrow C_{x'} = F_{N_t}^HF_{N_t,N_x}C_xF_{N_t,N_x}^HF_{N_t}$ (۲۴ پ) با دقت در ساختار ماتریس $F_{N_t}^HF_{N_t,N_x}$ به راحتی میتوان استنتاج نمود در صورتی که Cx قطری باشد، C_x نیز قطری بوده و قطر اصلی آن نسخه نمونه کاهی شده قطر اصلی Cx خواهد بود.

¹ Transpose

² Complex Conjugate

³ Linear Minimum Mean Square Error