

تخمین زاویه ورود در حضور تزویج متقابل نامعلوم در آرایه دایروی یکنواخت با آنتن‌های جهتی

محمود فردوسی زاده نائینی^{۱*}، یعقوب اقبالی^۲، فرهاد مرادی^۳

۱- استادیار، ۲- دانشجوی دکتری، ۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه شاهد

(دریافت: ۹۷/۰۳/۰۲؛ پذیرش: ۹۷/۰۷/۱۵)

چکیده

در این مقاله، استفاده از آنتن‌های جهتی برای افزایش دقت تخمین زاویه ورود در حضور تزویج متقابل در آرایه دایروی یکنواخت پیشنهاد شده است. آرایه دایروی یکنواخت به دلیل توانایی در تخمین زاویه ورود به صورت یکنواخت در محدوده ۰ الی ۳۶۰ درجه از اهمیت بالایی برخوردار است. از طرفی با توجه به ساختار آرایه دایروی یکنواخت، در مقایسه با آرایه خطی یکنواخت، اثر تزویج در آن شدیدتر است. در این مقاله نشان خواهیم داد که استفاده از آنتن‌های جهتی، موجب بهبود دقت تخمین زاویه ورود می‌گردد. به منظور جبران اثر تزویج متقابل بر عملکرد تخمین زاویه ورود از کالیبراسیون خودکار استفاده می‌کنیم. در روش پیشنهاد شده، زاویه ورود و ضرایب تزویج با یک روند تکراری تخمین زده می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که استفاده از آنتن‌های جهتی و روش پیشنهادی جهت تخمین ضرایب تزویج، دقت تخمین زاویه ورود را در حضور تزویج متقابل به صورت قابل ملاحظه‌ای بهبود می‌بخشد.

واژگان کلیدی

زاویه ورود سیگنال، آرایه دایروی یکنواخت، آنتن‌های جهتی و تزویج متقابل

۱- مقدمه

این عنصر نشت می‌کند. شدت و فاز تزویج بین هر دو آنتن آرایه توسط عدد مختلطی موسوم به ضریب تزویج متقابل بیان می‌شود. ضریب تزویج متقابل بین هر دو آنتن، با فاصله آن‌ها نسبت عکس دارد. زمانی که آنتن‌ها بسیار نزدیک به هم قرار گرفته باشند، اثر تزویج قابل نظر نخواهد بود. معمولاً در صورتی که تزویج متقابل مشخص باشد، الگوریتم‌های تخمین زاویه ورود را می‌توان به‌گونه‌ای تغییر داد که اثر تزویج در آن‌ها در نظر گرفته شود [۲۳]. با این حال، تعیین ضرایب تزویج به عنوان پارامتر مشخص بسیار مشکل و در اکثر مواقع غیر عملی است [۲۴].

برای رفع مشکل تزویج متقابل بین آنتن‌های آرایه، دو دسته الگوریتم‌های کالیبراسیون آفلاین و کالیبراسیون آنلاین (خودکار) پیشنهاد شده است. در [۲۵-۲۸] دسته‌ای از الگوریتم‌ها که از روش‌های کالیبراسیون آفلاین استفاده می‌کنند، ارائه شده است. در این روش‌ها با ارسال سیگنال‌هایی در زاویه مشخص، ضرایب تزویج آنتن‌ها اندازه‌گیری شده و سپس در الگوریتم جهت‌یابی، اثر آن‌ها منظور می‌شود. استفاده از این دسته از روش‌ها، پرهزینه و زمان‌بر است. علاوه بر این، کالیبره کردن آرایه در بسیاری از مواقع عملی نیست [۲۴]. روش‌های کالیبراسیون خودکار به دلیل تخمین همزمان زاویه ورود و ضرایب تزویج، بدون نیاز به کالیبره

تخمین زاویه ورود سیگنال‌های باند باریک یک مسئله بسیار مهم در پردازش سیگنال آرایه‌ای است که در دهه‌های گذشته به دلیل کاربردهای گسترده آن در حوزه‌های مختلفی از قبیل رادار [۱-۲]، مکان‌یابی [۳] و ارتباطات سیار [۴]، توجه بسیار زیادی را از سوی محققین به خود جلب کرده است. روش‌های مرسوم برای تخمین زاویه ورود سیگنال به یک آرایه عبارتند از روش‌های مبتنی بر زیر فضا [۵-۷]، روش‌های مبتنی بر جهت‌دهی پرتو [۸-۱۰]، روش‌های مبتنی بر حسگری فشرده [۱۱-۱۴] و تخمین‌گر بیشینه شبیه‌نمایی [۱۵-۱۸]. این الگوریتم‌ها، در حالتی که مشخصات آرایه به صورت کامل در دسترس باشد، کارایی بسیار خوبی از خود نشان می‌دهند. با این حال در کاربردهای عملی، عوامل ناخواسته از قبیل تزویج متقابل، مشخصات آرایه را تحت تاثیر قرار می‌دهد [۱۹-۲۰]. به همین دلیل، عملکرد روش‌های ذکر شده در حضور تزویج متقابل بین آنتن‌های آرایه، به میزان قابل توجهی افت خواهد کرد [۲۱-۲۲].

منظور از تزویج متقابل آن است که سیگنال دریافتی در یک عنصر آرایه بر اثر عوامل مختلف، از قبیل انتشار مجدد سیگنال بر روی عنصر دیگر از آرایه القا می‌شود و به عبارتی بر روی سیگنال

* رایانامه نویسنده پاسخگو: mah.ferdosi@gmail.com

زاویه‌های ورود با استفاده از الگوریتم MUSIC تخمین زده می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که استفاده از آرایه با آنتن‌های جهتی حتی در حضور تزویج متقابل دقت تخمین زاویه ورود را بهبود می‌بخشد.

ساختار مقاله در ادامه به این صورت سازماندهی شده است. در بخش ۲، مسئله‌ی تخمین زاویه ورود برای یک آرایه دایروی یکنواخت با آنتن‌های جهتی مدل‌سازی می‌شود. در بخش ۳، تخمین زاویه ورود با روش MUSIC بررسی می‌شود. در بخش ۴، به مدل‌سازی و تخمین زاویه‌ی ورود در حضور تزویج متقابل پرداخته شده است. در بخش ۵، تخمین ماتریس تزویج با استفاده از یک آرایه دایروی یکنواخت با آنتن‌های جهتی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش ۶، نتایج شبیه‌سازی ارائه خواهد شد. در نهایت در بخش ۷، نتیجه‌گیری از کار انجام شده ارائه می‌شود.

۲- مدل‌سازی تخمین زاویه ورود برای آرایه با آنتن‌های جهتی

مطابق شکل (۱)، یک آرایه دایروی یکنواخت با N آنتن جهتی در نظر گرفته می‌شود. اگر K سیگنال باند باریک میدان دور به ترتیب از زاویه‌های افقی $\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_K]^T$ و زاویه‌های عمودی $\Theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K]^T$ توسط یک آرایه دایروی یکنواخت با شعاع r دریافت شود، سیگنال دریافتی در آنتن n ام، $x_n(t)$ و بردار دریافتی $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_N(t)]^T$ است که به صورت زیر مدل می‌شود [۳۶]:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} a(\phi_1, \theta_1) \\ \vdots \\ a(\phi_K, \theta_K) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ \vdots \\ s_K(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ \vdots \\ n_N(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$= \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t)$$

در رابطه (۱)، بردار سیگنال $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ بردار سیگنال ارسالی منابع مختلف و $\mathbf{n}(t) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ بردار نویز آنتن‌ها در لحظه t است. نویز آنتن‌های مختلف دارای توزیع گوسی با میانگین صفر و واریانس یکسان σ^2 در نظر گرفته می‌شوند. فرض بر این است که نویز آنتن‌های مختلف آرایه از یکدیگر مستقل هستند. همچنین نویز هر آنتن یک فرآیند تصادفی گوسی سفید است (لحظه‌های مختلف نویز نسبت به هم مستقل هستند). بردار پاسخ آرایه برای سیگنالی است که از راستای (θ_k, ϕ_k) وارد آرایه می‌شود و \mathbf{A} یک ماتریس $N \times K$ است که ستون‌های آن شامل بردار پاسخ آرایه منابع مختلف هستند. بردار پاسخ آرایه دایروی برای سیگنال ارسالی در راستای (θ_k, ϕ_k)

کردن آرایه، توجه بیشتری را به خود جلب کرده است [۲۹-۳۳]. در [۳۰]، الگوریتمی برای جبران اثر تزویج متقابل در آرایه خطی یکنواخت پیشنهاد شده است. در [۳۱] یک روش تخمین زاویه دو بعدی در حضور تزویج با استفاده از الگوریتم MUSIC^۱ برای آرایه مربعی یکنواخت پیشنهاد شده است.

در [۳۲-۳۳] دو الگوریتم کالیبراسیون خودکار برای آرایه دایروی پیشنهاد شده است. در این دو روش به صورت همزمان زاویه‌های ورود و ضرایب تزویج با استفاده از ساختار فضایی ماتریس تزویج متقابل تخمین زده می‌شوند. با این حال، هر دو روش نیاز به اطلاعات پیشین دارند که در عمل در دسترس نیست. در [۳۴]، یک روش برای تخمین تزویج متقابل و زاویه ورود در فضای باریکه^۲ پیشنهاد شده است که نیاز به دانستن تعداد ضرایب تزویج غیر صفر دارد. در [۳۵]، یک الگوریتم تکراری که قابلیت اعمال به آرایه با ساختارهای مختلف را دارد، پیشنهاد شده است. الگوریتم پیشنهاد شده قادر است به صورت همزمان زاویه‌ی ورود و ماتریس تزویج متقابل را تخمین بزند.

روش‌های اشاره شده برای تخمین زاویه ورود در حضور تزویج متقابل، بر پایه آرایه با آنتن‌های همه جهته استوار هستند. با این نحوه مدل‌سازی، اثر تزویج متقابل به صورت یک ماتریس ثابت که به جهت ورود سیگنال وابسته نیست، در نظر گرفته می‌شود. در حالی که در کاربردهای عملی، آنتن‌ها دارای الگوی تشعشعی جهتی هستند.

از آن جا که آرایه دایروی توانایی تخمین زاویه ورود سیگنال در محدوده ۰ تا ۳۶۰ درجه را به صورت یکنواخت دارد، برای کاربردهای عملی مناسب است. با توجه به ساختار هندسی آرایه دایروی، اثر تزویج در آن شدیدتر از آرایه خطی یکنواخت است. بنابراین، ارائه روش‌هایی برای هر چه بهتر برطرف کردن اثر تزویج متقابل در آرایه دایروی یکنواخت ضروری است.

در این مقاله، روشی برای تخمین زاویه ورود در یک آرایه دایروی یکنواخت با استفاده از آنتن‌های جهتی که در آن ضرایب تزویج بین آنتن‌ها نامعلوم است، پیشنهاد می‌دهیم. در روش پیشنهادی، برای رفع مشکل تزویج متقابل، از کالیبراسیون خودکار استفاده می‌شود. با استفاده از یک آرایه با آنتن‌های جهتی، روش ترتیبی که به صورت تکراری زاویه‌های ورود و تزویج متقابل بین آنتن‌ها را تخمین می‌زند، پیشنهاد می‌دهیم. ابتدا با نادیده گرفتن اثر تزویج متقابل، تخمین اولیه‌ای از زاویه‌های ورود به دست می‌آید. سپس به صورت تکراری ماتریس تزویج متقابل از حل یک مسئله بهینه‌سازی محدب پیشنهاد شده در [۳۵] و

1- Multiple Signal Classification
2- Beam domain

در رابطه (۴)، $g(\cdot)$ یک تابع غیر منفی و متناوب با دوره تناوب 2π است. بدیهی است به‌ازای هر $\phi_k \in [0, 2\pi]$ چنانچه $g_1(\phi_k) = g_2(\phi_k) = \dots = g_N(\phi_k) = 1$ در نظر گرفته شود، آن‌گاه پاسخ آرایه با حالتی که آنتن‌ها همه جهته هستند، یکسان خواهد شد.

از آن‌جا که بردار پاسخ آرایه، پاسخ دامنه و فاز آنتن‌های آرایه را در جهت‌های مختلف نمایش می‌دهد، بهره $g(\cdot)$ ، بهره ولتاژ یا جریان نسبت به آنتن همه جهته است. معمولاً مشخصات آنتن‌ها، بر حسب توان تشعشی یا دریافتی در راستای خاصی نسبت به یک آنتن همه جهته مشخص می‌گردند. اگر الگوی توان یک آنتن با بهره خطی $G(\phi)$ نسبت به آنتن همه‌جهته نشان داده شود، آن‌گاه $g(\phi) = \sqrt{G(\phi)}$ خواهد بود.

برای بررسی تأثیر الگوی جهتی بر دقت تخمین زاویه ورود، لازم است که یک مدل برای الگوی تشعشی آنتن‌ها مشخص شود. در ادامه، مدل ارائه‌شده برای الگوی تشعشی آنتن و تأثیر استفاده از آنتن‌های جهتی در دقت تخمین زاویه ورود مورد بررسی قرار می‌گیرد [۳۶].

در حالت کلی الگوی بهره یک آنتن می‌تواند شکل‌های متفاوتی داشته باشد ولی برای مدل‌سازی آن باید از یک رابطه مشخص استفاده کرد. در [۳۶] از $(1 + \cos(\phi))^m$ به صورت تقریبی برای مدل‌سازی الگوی بهره یک آنتن جهتی استفاده شده است. که در آن، m پارامتری است که میزان جهتی بودن را کنترل می‌کند. در شکل (۲)، الگوی بهره به‌ازای مقادیر مختلف m نشان داده شده است. مشخص است که با افزایش m میزان جهتی بودن الگوی تشعشی آنتن افزایش می‌یابد و به عبارتی عرض لوب اصلی کاهش می‌یابد. الگوی تشعشی نرمالیزه شده برای یک آرایه دایروی با N آنتن به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود [۳۶]:

$$G_n(\phi) = \frac{D}{2^m} \left(1 + \cos \left(\phi - \frac{2\pi(n-1)}{N} \right) \right)^m \quad (5)$$

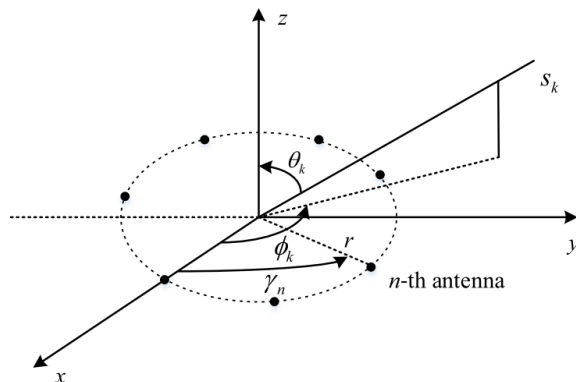
$n = 1, 2, \dots, N$

در رابطه فوق، $n = 1, 2, \dots, N$ شماره آنتن را نشان می‌دهد. با توجه به یکسان بودن آنتن‌ها و با استفاده از رابطه (۵)، D میزان جهتی بودن آنتن بوده و از رابطه (۶) به‌دست می‌آید [۳۶]:

$$D = \frac{2^{2m+2} \pi}{2\pi \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (1 + \sin(\theta))^m (1 + \cos(\phi))^m \sin(\theta) d\theta d\phi} \quad (6)$$

با توجه به رابطه (۶)، واضح است با انتخاب $m = 0$ ، بهره آنتن برابر $D = 1$ خواهد شد که معادل یک آنتن همه جهته است.

طبق رابطه (۲) تعریف می‌شود [۳۶].



شکل (۱): آرایه دایروی یکنواخت با N آنتن.

$$\mathbf{a}(\theta_k, \phi_k) = \begin{bmatrix} g_1(\theta_k, \phi_k) e^{\frac{2j\pi r}{\lambda} \sin(\theta_k) \cos(\phi_k - \gamma_1)} \\ \vdots \\ g_N(\theta_k, \phi_k) e^{\frac{2j\pi r}{\lambda} \sin(\theta_k) \cos(\phi_k - \gamma_N)} \end{bmatrix} \quad (2)$$

در رابطه (۲)، λ طول موج سیگنال ارسالی و $g_1(\theta_k, \phi_k), g_2(\theta_k, \phi_k), \dots, g_N(\theta_k, \phi_k)$ اعداد حقیقی هستند که بهره آنتن‌ها را در راستای (θ_k, ϕ_k) نشان می‌دهند. همچنین $\gamma_n = (n-1) \frac{2\pi}{N}, n = 1, 2, \dots, N$ مکان قرارگیری آنتن‌ها را در آرایه، مطابق شکل (۱) نشان می‌دهد.

بدون از دست دادن کلیت مسئله فرض می‌شود که زاویه ورود عمودی همه منابع 90° درجه هستند $(\theta_k = 90^\circ, k = 1, 2, \dots, K)$ یعنی منابع و آنتن‌ها در یک صفحه یکسان قرار گرفته‌اند. بنابراین، با این فرض پاسخ آرایه در رابطه (۲)، به صورت رابطه (۳) اصلاح می‌شود.

$$\mathbf{a}(\phi_k) = \begin{bmatrix} g_1(\phi_k) e^{\frac{2j\pi r}{\lambda} \cos(\phi_k - \gamma_1)} \\ \vdots \\ g_N(\phi_k) e^{\frac{2j\pi r}{\lambda} \cos(\phi_k - \gamma_N)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

با فرض این‌که الگوی بهره تمام N آنتن آرایه یکسان بوده و بیشینه بهره هر یک از آنتن‌ها در راستای مرکز آرایه باشد، پاسخ آرایه بر اساس رابطه (۴) بیان می‌شود.

$$\mathbf{a}(\phi_k) = \begin{bmatrix} g(\phi_k) e^{\frac{2j\pi r}{\lambda} \cos(\phi_k)} \\ \vdots \\ g \left(\phi_k - \frac{2(N-1)\pi}{N} \right) e^{\frac{2j\pi r}{\lambda} \cos \left(\phi_k - \frac{2(N-1)\pi}{N} \right)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$\text{diag}(\mathbf{p})$ یک ماتریس قطری است که در قطر اصلی آن اعضای بردار \mathbf{p} قرار گرفته‌اند. در عمل، امکان محاسبه دقیق ماتریس همبستگی بردار سیگنال دریافتی وجود ندارد. با فرض ارگادیک بودن سیگنال ارسالی، ماتریس همبستگی را می‌توان با استفاده از M مشاهده زمانی مختلف از بردار خروجی آرایه، طبق رابطه (۹) تقریب زد:

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{M} \sum_{t=1}^M \mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t) \quad (9)$$

تجزیه ویژه ماتریس همبستگی آرایه که با استفاده از مشاهده آنتن‌های آرایه تقریب زده می‌شود را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

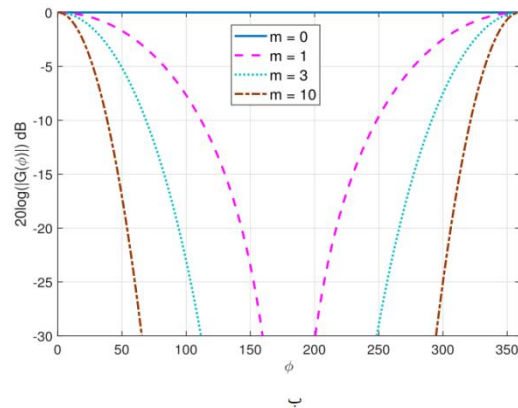
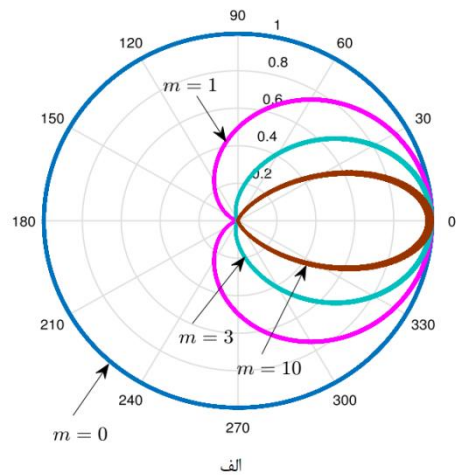
$$\hat{\mathbf{R}}_x = \mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{U}^H = \mathbf{U}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{U}_s^H + \sigma^2 \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)، \mathbf{U} شامل بردارهای ویژه و ماتریس $\mathbf{\Lambda}$ و یک ماتریس قطری است که درایه‌های روی قطر اصلی آن شامل مقادیر ویژه ماتریس $\hat{\mathbf{R}}_x$ هستند. همچنین ستون‌های ماتریس \mathbf{U}_s و \mathbf{U}_n به ترتیب شامل بردارهای ویژه تشکیل دهنده زیرفضای سیگنال و زیر فضای نویز هستند. درایه‌های روی قطر اصلی ماتریس $\mathbf{\Lambda}_s$ مقادیر ویژه فضای سیگنال را نشان می‌دهند.

بردار پاسخ آرایه در راستای منابع بر زیرفضای نویز عمود است یعنی $\mathbf{U}_n^H \mathbf{a}(\phi_k) = \mathbf{0}$ ، لذا در الگوریتم MUSIC، با فرض این که تعداد منابع ارسال کننده سیگنال مشخص باشد، زاویه‌های ورود از طریق پیدا کردن مکان K بیشینه محلی بزرگ تابع زیر تخمین زده می‌شود [۳۶].

$$f(\phi) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\phi) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{a}(\phi)} \quad (11)$$

برای یافتن بیشینه محلی این تابع، مقدار تابع $f(\phi)$ برای مقادیر مختلف $\phi \in [0, 2\pi]$ با فواصل گسسته به حد کافی کوچک محاسبه شده و در نهایت K بیشینه محلی یافته می‌شود. در یک آرایه با آنتن‌های جهتی یا همه جهته، اطلاعات زاویه ورود با استفاده از پاسخ فاز آنتن‌های آرایه به دست می‌آید. پاسخ فاز آرایه با استفاده از موقعیت آنتن‌ها مشخص می‌شود. در آرایه خطی یکنواخت برای جلوگیری از ایجاد لوب‌های جعلی و ابهام در تخمین زاویه ورود، فاصله آنتن‌ها کمتر از $\lambda/2$ در نظر گرفته می‌شود. در حالی که در آرایه دایروی تا زمانی که تعداد آنتن‌ها مناسب انتخاب شود، مشکل ابهام فاز به وجود نخواهد آمد. هرچند در بسیاری از کاربردها، به جهت هزینه پایین، اندازه کوچک و پیچیدگی کمتر، مطلوب است که از تعداد آنتن‌های کم استفاده شود.



شکل (۲): تقریبی از الگوی تشعشی آنتن جهتی برای مقادیر مختلف m در $\theta = 90$ الف) مختصات قطبی، ب) مختصات کارترین.

۳- تخمین زاویه ورود با استفاده از الگوریتم MUSIC

برای تخمین زاویه ورود، روش‌های متعددی پیشنهاد شده است. یکی از روش‌های متداول تخمین زاویه ورود که دارای دقت بسیار مناسبی است، الگوریتم MUSIC نام دارد. الگوریتم MUSIC بر پایه‌ی محاسبه ماتریس همبستگی بردار سیگنال دریافتی از آرایه استوار است. ماتریس همبستگی بردار سیگنال دریافتی آرایه از رابطه (۷) به دست می‌آید.

$$\mathbf{R}_x = E \{ \mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t) \} = \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (7)$$

در این رابطه، \mathbf{R}_s ماتریس همبستگی بردار منابع است. با فرض این که سیگنال منابع مختلف از یکدیگر مستقل باشند، ماتریس \mathbf{R}_s قطری بوده و به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_s &= E \{ \mathbf{s}(t) \mathbf{s}^H(t) \} = \text{diag}(\mathbf{p}) \\ &= \text{diag} \left([p_1, p_2, \dots, p_K]^T \right) \end{aligned} \quad (8)$$

در رابطه (۸)، p_k توان منبع k ام را نشان می‌دهد و

$$C = \begin{bmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & \dots & c_{N/2} & c_{N/2-1} & \dots & c_1 \\ c_1 & c_0 & c_1 & \dots & c_{N/2-1} & c_{N/2} & \dots & c_2 \\ c_2 & c_1 & c_0 & \dots & c_{N/2-2} & c_{N/2-1} & \dots & c_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_2 & c_3 & c_4 & \dots & \dots & \dots & c_0 & c_1 \\ c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_{N/2-1} & c_{N/2-2} & \dots & c_0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

با توجه به رابطه (۱۴)، ماتریس ناشی از اثر تزویج متقابل دارای ساختار توپلیتز است. چنانچه تعداد آنتن‌های آرایه زوج باشد، آن‌گاه تعداد ضرایب تزویج متمایز $L = \frac{N}{2} + 1$ بوده و ماتریس تزویج از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۶]:

$$c = \text{Toeplitz}\{c_0, c_1, \dots, c_{L-1}, c_{L-2}, \dots, c_1\} \quad (15)$$

اگر تعداد آنتن‌های آرایه فرد باشد، در صورتی که فاصله هر دو آنتن متمایز آرایه (i, j) از نصف کمان آرایه بیشتر باشد یا به عبارت دیگر $|i - j| \geq \frac{N+1}{2}$ ، آن‌گاه $C_{i,j} = C_{N, |i-j|}$ خواهد بود و ماتریس تزویج برای آرایه دایروی یکنواخت به صورت زیر اصلاح می‌شود.

$$C = \begin{bmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & \dots & c_{(N-1)/2} & c_{(N-1)/2} & \dots & c_1 \\ c_1 & c_0 & c_1 & \dots & c_{(N-3)/2} & c_{(N-1)/2} & \dots & c_2 \\ c_2 & c_1 & c_0 & \dots & c_{(N-5)/2} & c_{(N-3)/2} & \dots & c_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_2 & c_3 & c_4 & \dots & \dots & \dots & c_0 & c_1 \\ c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_{(N-1)/2} & c_{(N-3)/2} & \dots & c_0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

برای تعداد آنتن فرد، تعداد ضرایب تزویج متمایز $L = \frac{N+1}{2}$ بوده و در این حالت ماتریس تزویج از رابطه (۱۷) به دست می‌آید:

$$c = \text{Toeplitz}\{c_0, c_1, \dots, c_{L-1}, c_{L-1}, c_{L-2}, \dots, c_1\} \quad (17)$$

در شکل (۳)، برای یک آرایه با $N = 8$ آنتن، اثر تزویج متقابل بین آنتن شماره یک با دیگر آنتن‌های آرایه نشان داده شده است. از آنجا که ضرایب تزویج متقابل بین دو آنتن مختلف با فاصله دو آنتن از یکدیگر رابطه عکس دارد، بنابراین، می‌توان رابطه زیر را نوشت:

$$1 = c_0 > |c_1| > \dots > |c_{L-1}| \geq 0 \quad (18)$$

در یک آرایه دایروی با N آنتن همه جهته، ابهام در شعاع مثال اگر $N = 4$ انتخاب شود، ابهام در شعاع بالاتر از $r = \lambda / 2\sqrt{2}$ رخ خواهد داد که در این شعاع فاصله آنتن‌ها $d = \lambda / 2$ است. اگر از یک آرایه با شعاع کمتر از $r = \lambda / 2\sqrt{2}$ استفاده شود، ابهام فاز از بین خواهد رفت، از طرفی کاهش شعاع آرایه منجر به تقویت اثر تزویج خواهد شد. از آنجا که آنتن‌های جهتی دارای بهره‌های متفاوتی در جهت‌های مختلف هستند، مشکل ابهام فاز با استفاده از اطلاعات بهره آنتن‌ها قابل حل است [۳۶]. این مزیت منجر به افزایش دقت تخمین خواهد شد. بنابراین، با استفاده از آنتن‌های جهتی می‌توان شعاع دایره را به منظور کاهش اثر تزویج متقابل افزایش داد.

۴- تخمین زاویه ورود در حضور تزویج متقابل

رابطه (۱)، مدل بردار سیگنال دریافتی آرایه را در حالت ایده‌آل نمایش می‌دهد. در حضور تزویج متقابل، بردار سیگنال دریافتی آرایه به صورت رابطه (۱۲) مدل می‌شود:

$$x(t) = CA s(t) + n(t) = C \sum_{k=1}^K a(\phi_k) s_k(t) + n(t) \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)، $C \in \mathbb{C}^{N \times N}$ ماتریس تزویج متقابل است. ماتریس تزویج متقابل برای یک آرایه با N آنتن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1N} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{N1} & C_{N2} & \dots & C_{NN} \end{bmatrix} \quad (13)$$

در رابطه (۱۳)، C_{ij} میزان تزویج سیگنال دریافتی آنتن i ام روی سیگنال دریافتی توسط آنتن j ام را نشان می‌دهد. تزویج متقابل بین هر دو آنتن یک آرایه به فاصله بین دو آنتن از یکدیگر وابسته است ($C_{ij} = C_{ji}$).

برای آرایه دایروی یکنواخت با تعداد آنتن‌های زوج، در صورتی که فاصله هر دو آنتن متمایز (i, j) از نصف کمان آرایه بیشتر باشد یا به عبارت دیگر $|i - j| \geq \frac{N}{2}$ ، آن‌گاه $C_{i,j} = C_{N, |i-j|}$ خواهد بود. در این حالت با تعریف $C_{i,j} \square C_{|i-j|}$ ماتریس تزویج برای آرایه دایروی یکنواخت به صورت رابطه (۱۴) اصلاح می‌شود:

بنابراین، در این حالت، تابع چگالی طیف فضایی الگوریتم MUSIC به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(\phi) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\phi) \mathbf{C}^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{C} \mathbf{a}(\phi)} \quad (23)$$

در حضور تزویج متقابل، زاویه‌های ورود با استفاده از مکان K قله بزرگ از تابع $f(\phi)$ به دست می‌آید. به این تابع چگالی طیف فضایی گفته می‌شود. در صورتی که ماتریس تزویج C معلوم باشد، زاویه‌های ورود به راحتی با استفاده از رابطه (۲۳) و مشخص کردن K بیشینه محلی این تابع قابل محاسبه است. اما در صورتی که ماتریس تزویج معلوم نباشد، باید روشی به دست آورد که بتواند زاویه‌های ورود و ماتریس تزویج را به صورت توأم تخمین بزند. در بخش بعد به معرفی راه‌کار پیشنهادی برای دستیابی به این هدف خواهیم پرداخت.

۵- تخمین ماتریس تزویج با استفاده از آرایه دایروی یکنواخت با آنتن‌های جهتی

با فرض استفاده از یک آرایه با آنتن‌های جهتی، برای تخمین ماتریس تزویج، از تبدیل پیشنهاد شده در [۳۵] استفاده می‌شود:

$$\mathbf{ca}(\phi_k) = \mathbf{T}_k \mathbf{c}, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (24)$$

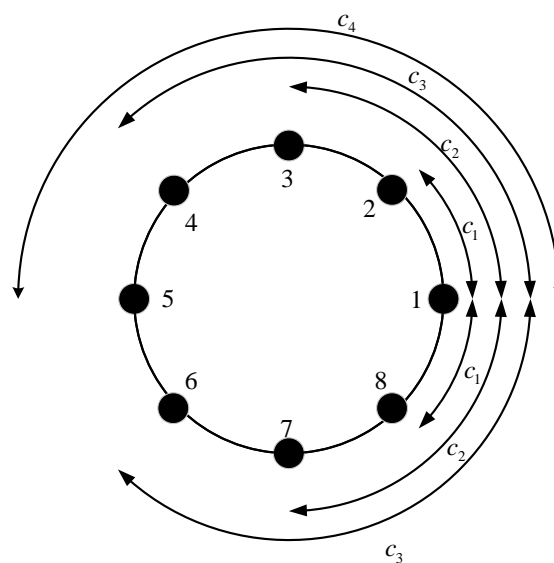
در رابطه (۲۴)، ماتریس تبدیل نام دارد که با استفاده از درایه‌های بردار $\mathbf{a}(\phi_k)$ ساخته می‌شود و $\mathbf{c} = [c_0, c_1, \dots, c_{L-1}]^T$ است. با جایگذاری رابطه (۱۹) در (۲۴)، رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\mathbf{ca}(\phi_k) = (c_0 \mathbf{E}_0 + c_1 \mathbf{E}_1 + \dots + c_{L-1} \mathbf{E}_{L-1}) \mathbf{a}(\phi_k) = [\mathbf{E}_0 \mathbf{a}(\phi_k) \quad \dots \quad \mathbf{E}_{L-1} \mathbf{a}(\phi_k)] \begin{bmatrix} c_0 \\ \vdots \\ c_{L-1} \end{bmatrix} \quad (25)$$

با مقایسه رابطه (۲۴) با (۲۵)، ستون ℓ ام از ماتریس \mathbf{T}_k به صورت $\mathbf{E}_\ell \mathbf{a}(\phi_k)$ ساخته می‌شود. با توجه به این که ماتریس همبستگی با استفاده از مشاهده‌های محدود تخمین زده می‌شود، بنابراین، مقدار رابطه (۲۲) همواره مخالف صفر خواهد بود. مشابه آنچه در [۳۵] برای آرایه با آنتن‌های تمام جهتی پیشنهاد شده در اینجا نیز با استفاده از حل مسئله کمینه‌سازی (۲۶) می‌توان ماتریس تزویج را تخمین زد.

$$\min_{\mathbf{c} \in \mathbb{R}^{N \times N}} \sum_{k=1}^K \mathbf{a}^H(\phi_k) \mathbf{C}^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{C} \mathbf{a}(\phi_k) \quad (26)$$

مسئله (۲۶) با استفاده از تبدیل معرفی شده در (۲۴) به صورت رابطه (۲۷) قابل بازنویسی است.



شکل (۳): تزویج متقابل بین آنتن شماره یک با بقیه آنتن‌های آرایه.

در حالت کلی می‌توان ماتریس تزویج متقابل را به صورت رابطه (۱۹) نمایش داد:

$$\mathbf{C} = c_0 \mathbf{E}_0 + c_1 \mathbf{E}_1 + \dots + c_{L-1} \mathbf{E}_{L-1} \quad (19)$$

در رابطه (۱۹)، \mathbf{E}_ℓ یک ماتریس $M \times M$ است که درایه i, j ام آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$[\mathbf{E}_\ell]_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{if } [\mathbf{C}]_{i,j} = c_\ell \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

تجزیه ویژه ماتریس همبستگی آرایه در حضور تزویج متقابل که با استفاده از مشاهده آنتن‌های آرایه تقریب زده می‌شود را می‌توان مشابه رابطه (۱۰)، به صورت زیر نمایش داد:

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{M} \sum_{t=1}^M \mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t) = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^H = \mathbf{U}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{U}_s^H + \sigma^2 \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \quad (21)$$

در رابطه (۲۱)، \mathbf{U} شامل بردارهای ویژه ماتریس $\hat{\mathbf{R}}_x$ و $\mathbf{\Lambda}$ یک ماتریس قطری است که درایه‌های روی قطر اصلی آن شامل مقادیر ویژه ماتریس $\hat{\mathbf{R}}_x$ است. ستون‌های ماتریس \mathbf{U}_s و \mathbf{U}_n به ترتیب شامل بردارهای ویژه تشکیل دهنده زیرفضای سیگنال و زیر فضای نویز در حضور تزویج متقابل هستند.

در حضور تزویج متقابل ستون‌های ماتریس \mathbf{U}_s و بردار $\mathbf{ca}(\phi_k)$ در یک فضای یکسان قرار دارند. این فضا به بردارهای ویژه زیرفضای نویز (\mathbf{U}_n) عمود است.

$$\|\mathbf{U}_n^H \mathbf{ca}(\phi_k)\|_2^2 = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (22)$$

الگوریتم ۱

ورودی: $\mathbf{x}(t), t = 1, \dots, M$ ، تعداد منابع K و تعداد تکرار

N_{itr} الگوریتم

خروجی: $\hat{\boldsymbol{\phi}} = [\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \dots, \hat{\phi}_K]^T$

مقداردهی اولیه: $\mathbf{C}^{(0)} = \mathbf{I}$ و $\mathbf{i} = 0$

مرحله ۱:

الف. تخمین ماتریس کواریانس بردار سیگنال دریافتی با استفاده از M نمونه زمانی

ب. تجزیه ویژه ویژه ماتریس همبستگی و یافتن بردارهای ویژه تشکیل دهنده زیر فضای نویز

پ. محاسبه تابع چگالی طیف فضایی با استفاده از رابطه (۲۳) به ازای زاویه‌های مختلف در محدوده صفر الی ۳۶۰ درجه با گام یک صدم درجه

ت. مشخص کردن مکان K قله بزرگ از تابع چگالی طیف فضایی و تخمین اولیه زاویه منابع با استفاده از آن $\hat{\boldsymbol{\phi}}^{(0)}$

ث. تشکیل بردارهای هادی به ازای زاویه‌های تخمین زده شده

ج: $\mathbf{i} = \mathbf{i} + 1$

مرحله ۲:

شروع حلقه: تا زمانی که $\mathbf{i} \leq N_{itr}$ است، ادامه بده

الف. تخمین ضرایب تزویج با استفاده از حل مسئله کمینه‌سازی (۲۸) و تشکیل ماتریس تزویج $\mathbf{C}^{(i)}$

ب. محاسبه تابع چگالی طیف فضایی با استفاده از رابطه (۲۳) به ازای زاویه‌های مختلف در محدوده صفر الی ۳۶۰ درجه با گام یک صدم درجه

پ. تخمین زاویه منابع با استفاده از مکان K قله بزرگ از تابع چگالی طیف فضایی $\hat{\boldsymbol{\phi}}^{(i)}$

ت. تشکیل بردارهای هادی به ازای زاویه‌های تخمین زده شده

ث: $\mathbf{i} = \mathbf{i} + 1$

اگر $\|\hat{\boldsymbol{\phi}}^{(i)} - \hat{\boldsymbol{\phi}}^{(i-1)}\|_2 \leq \varepsilon$

خروج از حلقه

اتمام حلقه

$$\min_{\mathbf{c} \in \mathbb{R}^L} \sum_{k=1}^K \mathbf{c}^H \mathbf{T}_k^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{T}_k \mathbf{c} \quad (27)$$

$$\text{subject to: } [\mathbf{T}_k]_\ell = \mathbf{E}_\ell \mathbf{a}(\phi_k), c_0 = 1, k = 1, \dots, K$$

که در رابطه (۲۷)، $[\mathbf{T}_k]_\ell$ ستون ℓ ام از ماتریس \mathbf{T}_k را نشان می‌دهد. مسئله بهینه‌سازی (۲۷) را می‌توان به صورت درجه دوم زیر نمایش داد [۳۵]:

$$\min_{\tilde{\mathbf{c}} \in \mathbb{R}^L} \text{Trace}(\tilde{\mathbf{c}}^H \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{c}}) \quad (28)$$

$$\text{subject to: } \mathbf{Q} = \text{blkdiag}(\mathbf{Q}_1, \dots, \mathbf{Q}_K), \tilde{\mathbf{c}} = \mathbf{1}_K \otimes \mathbf{c}$$

$$[\mathbf{T}_k]_\ell = \mathbf{E}_\ell \mathbf{a}(\phi_k), \ell = 1, \dots, L, c_0 = 1$$

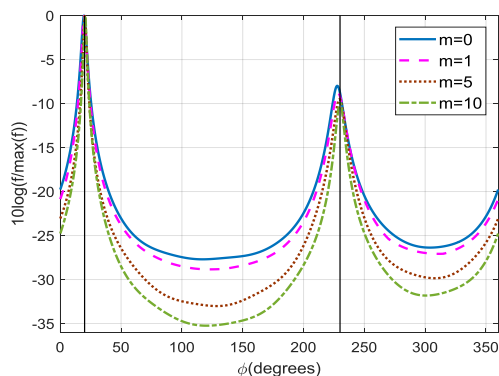
در رابطه (۲۸)، $\mathbf{1}_K$ یک بردار تمام یک به طول K ، $\mathbf{Q} = \{\mathbf{Q}_k = \mathbf{T}_k^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{T}_k\}_{k=1}^K$ یک ماتریس قطری بلوکی $KL \times KL$ است. با حل مسئله کمینه‌سازی (۲۸)، ضرایب ماتریس تزویج به دست می‌آید.

در الگوریتم پیشنهاد شده ابتدا با صرف نظر از اثر تزویج متقابل، زاویه‌های ورود با استفاده از الگوریتم MUSIC تخمین زده می‌شوند. پس از به دست آمدن تخمین اولیه زاویه‌های ورود با حل مسئله کمینه‌سازی (۲۸)، تخمین ماتریس تزویج متقابل به دست می‌آید. حال با داشتن تقریب اولیه‌ای از ماتریس تزویج، مجدداً توسط الگوریتم MUSIC رابطه (۲۳) زاویه‌های ورود تخمین زده می‌شوند. دو مرحله تخمین جهت و تخمین ماتریس تزویج به صورت یک در میان تکرار می‌شود تا در هر بار تکرار به دقت بهتری از زاویه ورود برسیم. روش پیشنهادی زمانی متوقف خواهد شد که $\|\hat{\boldsymbol{\phi}}^{(i)} - \hat{\boldsymbol{\phi}}^{(i-1)}\|_2 \leq \varepsilon$ باشد یا تعداد تکرارهای الگوریتم به حداکثر مقدار خود برسد که ε سطح آستانه توقف است که توسط کاربر مشخص می‌شود و i گام تکرار الگوریتم را نشان می‌دهد. روش پیشنهاد شده به صورت شبه کد در الگوریتم ۱ آمده است.

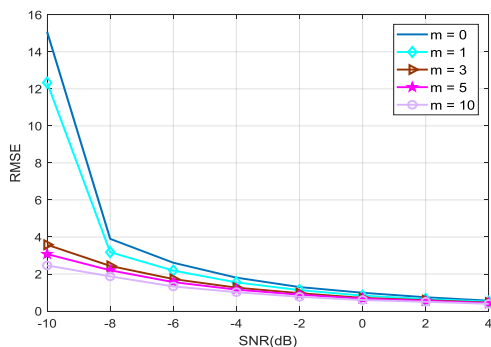
۶- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، عملکرد روش پیشنهادی برای تخمین زاویه ورود با استفاده از شبیه‌سازی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. همچنین نتایج روش پیشنهاد شده را با حالتی که آرایه شامل آنتن‌های همه جهتی است، مقایسه می‌کنیم. در تمام شبیه‌سازی‌ها، تعداد منابع $K = 2$ ، تعداد آنتن‌های آرایه $N = 8$ ، زاویه عمودی منابع ۹۰ درجه و گام جستجوی زاویه در الگوریتم MUSIC برابر $۰/۱$ درجه فرض شده است. برای تخمین زاویه ورود، یک آرایه دایروی یکنواخت با شعاع $r = \lambda/2$ و فرکانس $f = 1.5 \text{ GHz}$ در نظر گرفته می‌شود.

زده می‌شوند.

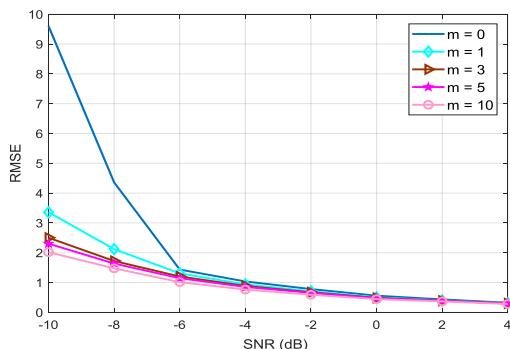


شکل (۴): تابع چگالی طیف فضایی نرمالیزه شده بر حسب زاویه برای یک آرایه با $N = 8$ آنتن، دو منبع با زاویه‌های $[20 \ 230]$ ، $M = 500$ و $SNR = 0$ dB در حضور تزویج متقابل نامعلوم شدید.



شکل (۵): RMSE بر حسب SNR به‌ازای یک آرایه با $N = 8$ آنتن، دو منبع سیگنال با زاویه‌های $[20 \ 230]$ و $M = 500$ در حضور تزویج متقابل نامعلوم شدید.

در شکل (۶)، با در نظر گرفتن اثر تزویج ضعیف بین آنتن‌های آرایه، منحنی RMSE بر حسب SNR رسم شده است.



شکل (۶): RMSE بر حسب SNR به‌ازای یک آرایه با $N = 8$ آنتن، دو منبع سیگنال با زاویه‌های $[20 \ 230]$ و $M = 500$ در حضور تزویج متقابل نامعلوم ضعیف.

تعداد مشاهده‌ها برای تخمین ماتریس همبستگی مشابه شکل (۵) در نظر گرفته شده است. نتایج به‌دست‌آمده در شکل (۶)، نشان می‌دهد روش پیشنهادی دقت تخمین زاویه را به میزان قابل توجهی بهبود می‌بخشد.

ریشه متوسط مربع خطا به عنوان معیار ارزیابی عملکرد دقت روش پیشنهاد شده مورد استفاده قرار می‌گیرد که به صورت رابطه (۲۹) تعریف می‌شود:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N_{MC} \times K} \sum_{k=1}^K \sum_{e=1}^{N_{MC}} (\phi_k - \hat{\phi}_{k,e})^2} \quad (29)$$

در رابطه (۲۹)، $\hat{\phi}_{k,e}$ تخمین ϕ_k در e امین تکرار از شبیه‌سازی مونت کارلو است. تعداد تکرارهای آزمایش مونت کارلو برابر $N_{MC} = 500$ فرض شده است.

شبیه‌سازی برای دو حالت تزویج شدید و تزویج ضعیف صورت می‌گیرد. در حالت اول با در نظر گرفتن تزویج شدید بین آنتن‌های آرایه و در مرحله دوم با فرض ضعیف بودن تزویج متقابل، به بررسی عملکرد روش پیشنهاد شده و مقایسه آن با نتایج آرایه با آنتن‌های همه جهتی می‌پردازیم.

از آنجا که تعداد آنتن‌های آرایه زوج فرض شده است، ماتریس تزویج با استفاده از رابطه (۱۵) ساخته می‌شود. برای تشکیل ماتریس تزویج، فرض می‌شود که هر آنتن از دو سمت با دو آنتن دیگر تزویج متقابل دارد، به عبارت دیگر

$$C_{i,j} = \begin{cases} c_{|i-j|} & \text{if } |i-j| < 2 \\ 0 & \text{if } |i-j| > 2 \end{cases}$$

به صورت $c = [1, 0.6325 + 0.3514i, 0.3514 + 0.2192i, 0, 0]$ در حالت تزویج ضعیف به صورت $c = [1, 0.0915 + 0.0835i, 0.057 + 0.052i, 0, 0]$ در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که تعداد تکرارهای الگوریتم $N_{itr} = 50$ و شرط توقف $\epsilon = 10^{-2}$ انتخاب شده است.

در شکل (۴)، تابع چگالی طیف فضایی نرمالیزه شده بر حسب زاویه، مطابق رابطه (۲۳) در حضور تزویج شدید برای تعداد مشاهده $M = 500$ و $SNR = 0$ dB نشان داده شده است. در حالتی که آنتن‌های آرایه جهتی هستند، مکان قله‌ها با خطای کمتری نسبت به یک آرایه با آنتن‌های همه جهته تخمین زده می‌شوند. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش میزان پارامتر جهتی آنتن‌ها، زاویه‌ها با دقت بهتری تخمین زده می‌شوند.

شکل (۵)، به مقایسه منحنی RMSE در حضور تزویج شدید برای یک آرایه با آنتن‌های جهتی با آرایه‌ای که از آنتن‌های همه جهته برای تخمین زاویه ورود استفاده می‌کند، پرداخته است. نتایج به‌دست‌آمده در شکل (۵)، نشان می‌دهد که روش پیشنهادی در مقایسه با حالتی که از آنتن‌های همه جهته برای تخمین زاویه ورود استفاده شود، عملکرد به‌مراتب بهتری را به ویژه در SNRهای پایین از خود نشان می‌دهد. همچنین با افزایش میزان جهتی بودن آنتن‌ها، زاویه‌ها با دقت بهتری تخمین

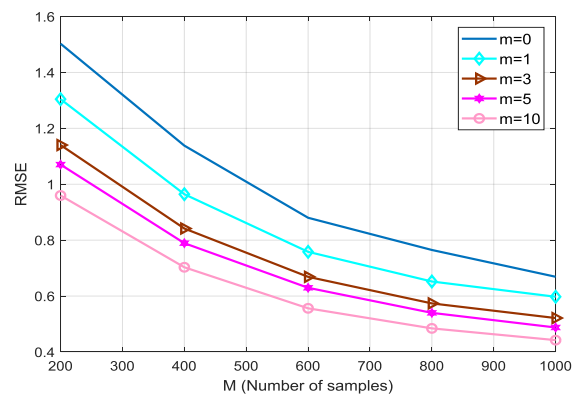
زاویه ورود را تحت تاثیر قرار می‌دهد. در این مقاله، به منظور افزایش دقت تخمین زاویه‌ای در حضور تزویج متقابل در آرایه‌های دایروی، استفاده از آنتن‌های جهتی پیشنهاد داده شد. معمولاً در کاربردهای عملی، آنتن‌ها دارای الگوی تشعشی جهتی هستند. بنابراین، انتخاب الگوی تشعشی مناسب برای آنتن‌های آرایه، می‌تواند دقت تخمین زاویه ورود را افزایش دهد. این امر به‌ویژه در حضور عوامل ناخواسته مانند تزویج، ضروری است. به همین منظور در این مقاله، یک روش ترتیبی برای تخمین زاویه ورود و تزویج متقابل با استفاده از آنتن‌های جهتی پیشنهاد داده شد. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که استفاده از یک آرایه با آنتن‌های جهتی، دقت تخمین زاویه ورود را حتی در حضور تزویج متقابل به میزان قابل توجهی بهبود می‌بخشد.

۸- مراجع

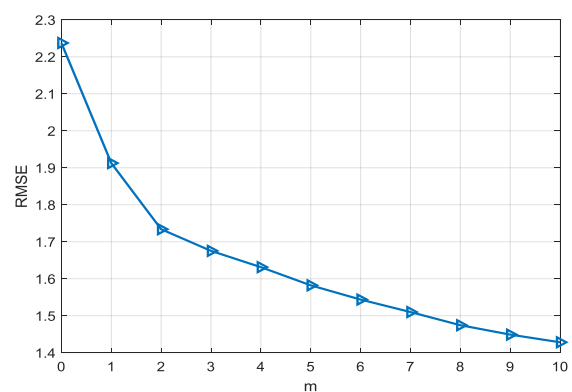
- [1] S. A. Mousavi, M. Farhang, and M. A. Masnadi Shirazi, "A Comparison of the tracking performance of cognitive co-located MIMO and phased-array radars," *Journal of Radar*, vol. 5, no. 3, pp. 51-60, 2017. (in Persian)
- [2] M. Abidi, Y. Norouzi, and O. Salimi, "Passive localization of secondary surveillance radar interrogators," *Journal of Radar*, vol. 3, no. 4, pp. 11-23, 2016. (in Persian)
- [3] A. Gholipour, B. Zakeri, and Kh. Mafinezhad, "Near-field source localization in non-homogeneous environments," *Journal of Radar*, vol. 4, no. 1, pp. 49-56, 2016. (in Persian)
- [4] H. Krim and M. Viberg, "Two decades of array signal processing research," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 13, no. 4, pp. 67-94, 1996.
- [5] R. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, 1986.
- [6] D. Zhang, Y. Zhang, G. Zheng, C. Feng, and J. Tang, "Improved DOA estimation algorithm for co-prime linear arrays using root-music algorithm," *Electronics Letters*, vol. 53, no. 18, pp. 1277-1279, 2017.
- [7] G. Liu, H. Chen, X. Sun, and R. C. Qiu, "Modified MUSIC Algorithm for DOA Estimation with Nyström Approximation," *IEEE Sensors Journal*, vol. 16, no. 12, pp. 4673-4674, June 2016.
- [8] J. Capon, "High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis," *Proceedings of the IEEE*, vol. 57, no. 8, pp. 1408-1418, 1969.
- [9] X. Zhang, Z. He, B. Liao, X. Zhang, and W. Peng, "Robust Quasi-Adaptive Beamforming Against Direction-of-Arrival Mismatch," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 54, no. 3, pp. 1197-1207, 2018.
- [10] X. Wang and M. Amin, "Design of optimum sparse array for robust MVDR beamforming against DOA mismatch," *7th International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP)*, pp. 1-5, 2017.
- [11] D. Malioutov, M. Cetin, and A. S. Willsky, "A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 8, pp. 3010-3022, 2005.
- [12] C. Zhou, Y. Gu, Y. D. Zhang, Z. Shi, T. Jin, and X. Wu, "Compressive sensing-based coprime array direction-of-

در شکل (۷)، منحنی RMSE به‌ازای تعداد مشاهده‌های مختلف در $SNR = 0dB$ تحت اثر تزویج شدید محاسبه شده است. نتایج به‌دست‌آمده، نشان می‌دهد که روش پیشنهاد شده عملکرد به مراتب بهتری در حضور تزویج متقابل نسبت به آرایه با آنتن‌های همه جهتی دارد. همچنین با توجه به نتایج شکل (۷)، می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش پارامتر جهت‌دهی آنتن‌های آرایه، دقت تخمین زاویه افزایش خواهد یافت.

در شکل (۸) منحنی RMSE در حضور تزویج شدید، به‌ازای مقادیر مختلف پارامتر جهت‌دهی در $SNR = 0dB$ و تعداد مشاهده $M = 500$ رسم شده است. می‌توان نتیجه گرفت که افزایش مقدار پارامتر جهتی آنتن‌ها منجر به کاهش خطا و بهبود دقت تخمین زاویه ورود می‌گردد.



شکل (۷): RMSE برحسب تعداد مشاهده به‌ازای یک آرایه با $N = 8$ آنتن، دو منبع سیگنال با زاویه‌های $[20 \ 230]$ و $SNR = 0dB$ در حضور تزویج متقابل نامعلوم شدید.



شکل (۸): RMSE برحسب پارامتر جهت‌دهی آنتن‌ها به‌ازای یک آرایه با $N = 8$ آنتن، دو منبع سیگنال با زاویه‌های $[20 \ 230]$ و $M = 500$ در حضور تزویج متقابل شدید.

۷- نتیجه‌گیری

در کاربردهای عملی، عوامل ناخواسته مانند تزویج متقابل بین آنتن‌های آرایه، عملکرد الگوریتم‌های پیشنهاد شده برای تخمین

- [24] M. Wang, X. Ma, S. Yan and C. Hao, "An Autocalibration Algorithm for Uniform Circular Array with Unknown Mutual Coupling," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 15, pp. 12-15, 2016.
- [25] J. Pierre and M. Kaveh, "Experimental performance of calibration and direction-finding algorithms," In Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Processing (ICASSP), pp. 1365-1368, 1991.
- [26] C. M. S. See, "Sensor array calibration in the presence of mutual coupling and unknown sensor gains and phases," *Electronics Letters*, vol. 30, no. 5, pp. 373-374, 1994.
- [27] C. M. S. See, "Method for array calibration in high-resolution sensor array processing," *IEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation*, vol. 142, no. 3, pp. 90-96, 1995.
- [28] B. C. Ng and C. M. S. See, "Sensor-array calibration using a maximum likelihood approach," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, no. 6, pp. 827-835, 1996.
- [29] B. Friedlander and A. J. Weiss, "Direction finding in the presence of mutual coupling," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 39, no. 3, pp. 273-284, 1991.
- [30] F. Sellone and A. Serra, "A novel online mutual coupling compensation algorithm for uniform and linear arrays," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 55, no. 2, pp. 560-573, 2007.
- [31] Z. F. Ye and C. Liu, "2-D DOA estimation in the presence of mutual coupling," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 56, no. 10, pp. 3150-3158, 2008.
- [32] M. Lin and L. Yang, "Blind calibration and DOA estimation with uniform circular arrays in the presence of mutual coupling," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 5, pp. 315-318, 2006.
- [33] C. Qi, Y. Wang, Y. Zhang, and H. Chen, "DOA estimation and self-calibration algorithm for uniform circular array," *Electronics Letters*, vol. 41, no. 20, pp. 1092-1094, 2005.
- [34] J. L. Xie, Z. S. He, and H. Y. Li, "A fast DOA estimation algorithm for uniform circular arrays in the presence of unknown mutual coupling," *Progress in Electromagnetics Research C*, vol. 21, pp. 257-271, 2011.
- [35] A. M. Elbir, "A Novel Data Transformation Approach for DOA Estimation with 3-D Antenna Arrays in the Presence of Mutual Coupling," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 16, pp. 2118-2121, 2017.
- [36] B. R. Jackson, S. Rajan, B. J. Liao, and S. Wang, "Direction of Arrival Estimation Using Directive Antennas in Uniform Circular Arrays," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 63, no. 2, pp. 736-747, 2015.
- arrival estimation," *IET Communications*, vol. 11, no. 11, pp. 1719-1724, 2017.
- [13] X. Yang, C. C. Ko, and Z. Zheng, "Direction-of-arrival estimation of incoherently distributed sources using Bayesian compressive sensing," *IET Radar, Sonar & Navigation*, vol. 10, no. 6, pp. 1057-1064, 2016.
- [14] M. Hawes, L. Mihaylova, F. Septier, and S. Godsill, "Bayesian Compressive Sensing Approaches for Direction of Arrival Estimation with Mutual Coupling Effects," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 65, no. 3, pp. 1357-1368, 2017.
- [15] L. Lu and H. C. Wu, "Novel Robust Direction-of-Arrival-Based Source Localization Algorithm for Wideband Signals," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 11, no. 11, pp. 3850-3859, 2012.
- [16] L. Lu and H. C. Wu, "Robust Expectation Maximization Direction-of-Arrival Estimation Algorithm for Wideband Source Signals," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 60, no. 5, pp. 2395-2400, 2011.
- [17] L. Lu, H. C. Wu, and S. C. H. Huang, "Robust Novel EM-Based Direction-of-Arrival Estimation Technique for Wideband Source Signals," *International Conference on Communications and Mobile Computing*, pp. 72-76, 2010.
- [18] I. Ziskind and M. Wax, "Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 36, no. 10, pp. 1553-1560, 1988.
- [19] P. Ioannides and C. A. Balanis, "Mutual coupling in adaptive circular arrays," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, pp. 403-406, 2004.
- [20] B. Liao and S. C. Chan, "Adaptive beamforming for uniform linear arrays with unknown mutual coupling," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 11, pp. 464-467, 2012.
- [21] I. J. Gupta and A. A. Ksienski, "Effect of mutual coupling on the performance of adaptive arrays," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 31, no. 5, pp. 785-791, 1983.
- [22] T. Su, K. Dandekar, and H. Ling, "Simulation of mutual coupling effect in circular arrays for direction-finding applications," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 26, no. 5, pp. 331-336, 2000.
- [23] C. C. Yeh, M. L. Leou, and D. R. Ucci, "Bearing estimations with mutual coupling present," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 37, no. 10, pp. 1332-1335, 1989.

DoA Estimation in the Presence of the Unknown Mutual Coupling Using a UCA with Directive Antennas

M. Ferdosizade Naeiny^{*}, Y. Eghbali, F. Moradi

Shahed University

(Received: 23/05/2018, Accepted: 07/10/2018)

Abstract

In this paper, a method is proposed to compensate the effect of mutual coupling in a Uniform Circular Array (UCA) with directional antennas. UCA is a suitable array geometry, because it leads to uniform precision of Direction of Arrival (DoA) estimation over the entire range of azimuth angles in $[0,360]$ degree. However, the mutual coupling effect of a UCA can be much stronger than that of a uniform linear array (ULA). In this paper, we will show that using directive antennas will improve the accuracy of direction of arrival estimation. In order to reduce the effect of mutual coupling on the performance of direction of arrival estimation, an auto-calibration method will be proposed. In the proposed algorithm, direction of arrival and mutual coupling matrix are estimated using an iterative method. Simulation results show that a UCA with application of the proposed algorithm has a better performance in comparison to the array with isotropic antennas at the presence of mutual coupling.

Keywords: Signal Direction of Arrival, Uniform Circular Array, Directive Antenna and Mutual Coupling

^{*} Corresponding author E-mail: mah.ferdosi@gmail.com