

شکل دهی بهینه پرتو در رادار روزنه مصنوعی چرخشی زمین پایه به منظور بیشینه نمودن نسبت سیگنال به نویز در تصویر

سیدروح الله ثمره هاشمی*

استادیار گروه پژوهشی فیبر نوری، پژوهشگاه علوم و تکنولوژی پیشرفته و علوم محیطی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته کرمان
(دریافت: ۹۷/۰۷/۰۸؛ پذیرش: ۹۸/۰۲/۲۲)

چکیده

در این مقاله روشی برای شکل دهی پرتو دیجیتال بهینه در رادار روزنه مصنوعی چرخشی زمین پایه به منظور بیشینه شدن نسبت سیگنال به نویز (SNR) در تصویر ارائه گردیده است. در این روش با استفاده از یک آرایه از عناصر گیرنده، ضرایب مختلط وزن دهی کانال های مختلف گیرنده به منظور بیشینه شدن مقدار SNR با حل یک مسأله بهینه سازی و تجزیه مقادیر ویژه محاسبه می شود. مسأله بهینه سازی مذکور بر اساس مدل سازی داده در هر برد و تشکیل تصویر به روش فیلتر منطبق و محاسبه SNR در هر پیکسل تصویر بر حسب ضرایب وزن دهی کانال های گیرنده به دست آمده و در نهایت ضرایب بهینه هر برد به صورت بردار ویژه متناظر با بزرگترین مقدار ویژه یک ماتریس حاصل از هندسه و پارامترهای سامانه ارائه گردیده است. شبیه سازی ها، برتری روش پیشنهادی در افزایش SNR تصویر - به ویژه در برد های دور - در مقایسه با شکل دهی پرتو به روش های دیگر شکل دهی پرتو دیجیتال را نشان می دهد.

واژگان کلیدی

رادار روزنه مصنوعی، رادار روزنه مصنوعی چرخشی، شکل دهی پرتو دیجیتال، بهینه سازی، تجزیه مقادیر ویژه

۱- مقدمه

زمین پایه آن معرفی شده است [۶-۷]. یکی از کاربردهای سامانه زمین پایه، نصب آن بالای یک ارتفاع (دکل، ساختمان، کوه، بالن و ...) و تصویربرداری مناطق زمینی اطراف آن می باشد (شکل (۱)) [۸]. از مهم ترین ویژگی های این سامانه قابلیت پایش مداوم یک منطقه خاص است که می تواند در موارد امنیتی یا تشخیص اهداف متحرک یا تغییرات زمین به کار رود. یکی از محدودیت های این سامانه وابستگی حدتفکیک سمت به شعاع چرخش آنتن است که از نظر مکانیکی در افزایش آن محدودیت وجود دارد [۹]. لذا برای رسیدن به حد تفکیک لازم باید پهنا پرتو^۷ در سمت بزرگ در نظر گرفته شود. از طرفی برای پوشش عرض نوار وسیع^۸، لازم است پهنا پرتو در ارتفاع نیز زیاد باشد که این مسأله به کاهش بهره آنتن منجر خواهد شد و لذا برای تأمین نسبت سیگنال به نویز^۹ (SNR) لازم در تصویر باید توان ارسالی زیاد شود. از آنجا که یکی از موارد کاربرد سامانه زمین پایه در مناطق خاص مرزی است و در آن مناطق دسترسی به شبکه سراسری برق وجود ندارد، لذا در توان ارسالی رادار محدودیت وجود دارد و لازم است با روش های پردازشی تا حد ممکن توان دریافتی به ویژه در برد های دور را بالا برد. در صورتی که بتوان در

از حدود ۵ دهه قبل، رادار روزنه مصنوعی^۱ (SAR) به دلیل مزایای فراوان از جمله عدم وابستگی به وجود نور، تأثیرپذیری کم از شرایط جوی، حدتفکیک^۲ مستقل از فاصله و ... به عنوان مکمل سامانه های تصویربرداری نوری کاربردهای گوناگونی در حوزه های مختلف نظامی و غیرنظامی یافته است [۱]. ویژگی اصلی این سامانه قدرت تفکیک بالا در سمت^۳ است که از حرکت رادار حین ارسال سیگنال و شبیه سازی یک روزنه مصنوعی طولانی حاصل می شود [۲]. رادار روزنه مصنوعی چرخشی^۴ (CSAR) یکی از انواع SAR است که در آن رادار به جای حرکت خطی، حرکت چرخشی دارد [۳]. ناحیه تصویربرداری در CSAR یک ناحیه زمینی حول محور دوران است. در نوع دیگری از SAR چرخشی، پرتو رادار یک نوار حلقوی روی زمین حول مرکز دوران را پویش^۵ می کند. این سامانه، SAR گردشی^۶ (ROSAR) نامیده شده [۴] و نوع هواپایه (به ویژه با سکوی بالگرد [۴-۵]) و

* نویسنده مسئول: sr.hashemi@kgt.ac.ir

^۱ Synthetic Aperture Radar

^۲ Resolution

^۳ Azimuth

^۴ Circular SAR

^۵ Scan

^۶ Rotating SAR

^۷ Beamwidth

^۸ Wide Swath

^۹ Signal to Noise Ratio

در روش دوم، سیگنال دریافتی هر کانال پس از فشرده‌سازی در برد، با اعمال وزن‌های موردنظر با سیگنال فشرده‌شده کانال‌های دیگر ترکیب می‌شود و لذا محدودیت‌های روش اول از نظر طول پالس را ندارد. وزن‌های مورد استفاده برای ترکیب سیگنال مربوط به هر برد، طوری محاسبه می‌شوند که با توجه به هندسه مسأله، پرتو آنتن به سمت برد مورد نظر چرخش کند. با این روش وزن‌دهی، مانند این است که سیگنال هر برد با یک پرتو باریک اختصاص یافته به آن برد دریافت شده باشد [۲۰].

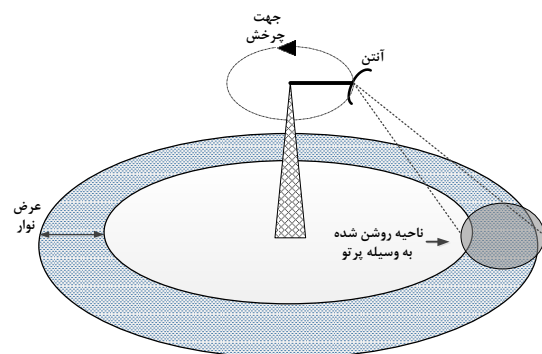
در هندسه هواپایه یا زمین‌پایه، محدودیت‌های هندسه فضاپایه در دستیابی همزمان به حد تفکیک سمت و عرض نوار وسیع وجود ندارد، اما می‌توان از فن HRWS برای بالا بردن SNR بهره برد. نتیجه کاربرد فنون فوق در هندسه ROSAR با توجه به اینکه اهداف واقع در برد یکسان روی یک دایره قرار دارند، به خوبی نتایج SAR خطی نخواهد بود. در واقع، در هندسه ROSAR پرتو آنتن باید حداکثر بهره خود را روی منحنی اهداف هم‌برد متمرکز کند، لذا در این مقاله روشی برای یافتن وزن‌های بهینه برای ترکیب سیگنال دریافتی کانال‌های مختلف گیرنده با توجه به هندسه آرایه و شکل پرتو دلخواه آن ارائه گردیده است. روش به کار برده شده در این مقاله، شکل‌دهی پرتو دیجیتال پس از فشرده‌سازی در برد است؛ یعنی با در نظر گرفتن یک فرستنده و یک آنتن آرایه‌ای در گیرنده، سیگنال دریافتی در کانال‌های مختلف گیرنده پس از فشرده‌سازی در برد و تصحیح مهاجرت برد^۶ (RCMC) با استفاده از وزن‌های بهینه محاسبه‌شده، ترکیب می‌گردد. تفاوت روش پیشنهادی در این مقاله با روش پیشین (DBF-RC) در این است که در روش مرسوم، وزن‌های مورد استفاده به‌منظور چرخش پرتو به سمت برد مورد نظر محاسبه می‌شوند، اما در روش پیشنهادی در این مقاله، در ابتدا ضمن مدل‌سازی ریاضی مسأله، رابطه مقدار SNR تصویر نهایی (پس از فشرده‌سازی در سمت) با وزن‌های مورد استفاده محاسبه شده است. با استفاده از این مدل‌سازی و با تعریف یک مسأله بهینه‌سازی، این وزن‌ها طوری محاسبه شده‌اند که مقدار SNR در هر برد بیشینه شود. با حل مسأله بهینه‌سازی تعریف‌شده، ضرایب وزنی مربوط به هر برد طوری محاسبه می‌شوند که ضمن چرخش پرتو، شکل آن نیز برای بیشینه شدن SNR بهینه شود. بنابراین نوآوری‌های روش پیشنهادی را می‌توان به‌صورت زیر فهرست نمود:

- ارائه یک روش شکل‌دهی پرتو دیجیتال در ارتفاع برای هندسه چرخشی

- مدل‌سازی جامع‌تر مسأله با در نظر گرفتن همه پارامترها از

جهت ارتفاع^۱ چندین پرتو باریک تشکیل داده و تشکیل تصویر در هر برد را با استفاده از آن پرتو باریک به انجام رساند، می‌توان توان سیگنال دریافتی را بهبود قابل توجهی داد. این هدف با استفاده از یک فرستنده و یک آرایه از عناصر گیرنده در جهت ارتفاع و بهره‌گیری از شکل‌دهی پرتو دیجیتال^۲ (DBF) میسر می‌گردد [۱۰].

شکل‌دهی پرتو دیجیتال در SAR تاکنون با اهداف مختلفی به کار گرفته شده است [۱۱]. یکی از این اهداف که بسیار مورد توجه قرار گرفته و به‌عنوان فناوری نسل آینده SARهای فضاپایه تلقی می‌شود، دستیابی به حدتفکیک بالا و نوار عرض^۳ (HRWS) است [۱۲-۱۸]. در این روش، از ترکیب DBF در ارتفاع و پرتوهای چندگانه در سمت استفاده می‌گردد، به این صورت که یک آنتن برای ارسال و یک آنتن آرایه‌ای بزرگ برای دریافت سیگنال استفاده می‌شود. با انتخاب یک فرکانس تکرار پالس^۴ (PRF) پایین و استفاده از چند زیردهانه در سمت، نرخ نمونه‌برداری سمت به‌صورت فضایی بالا می‌رود، لذا می‌توان به عرض نوار وسیع و حدتفکیک مناسب به‌صورت همزمان دست یافت. در جهت ارتفاع، از شیوه پردازش سیگنال با تخصیص چندین کانال برای تشکیل یک پرتو دیجیتال و دریافت سیگنال بازگشتی با بهره بالا استفاده می‌گردد. تاکنون چند روش برای تحقق این موضوع پیشنهاد شده است از جمله: (۱) پویس هنگام دریافت^۵ (SCORE) [۱۲ و ۱۹] و (۲) وزن‌دهی پس از فشرده‌سازی در برد (DBF-RC) [۲۰-۲۱]. در روش اول، سیگنال دریافتی از همه کانال‌ها به استفاده از یک وزن‌دهی متغیر با زمان ترکیب می‌گردد. وزن‌ها با توجه به حرکت مرکز پالس ارسالی روی زمین تغییر می‌کنند. این روش از نظر سخت‌افزاری ساده‌تر است اما در صورتی که عرض پالس ارسالی بیشتر از گستره ۳ dB پرتو آنتن باشد، تلفاتی در بهره دریافت به‌وجود خواهد آمد که روش‌هایی برای بهبود آن پیشنهاد شده است [۱۶، ۲۱ و ۲۳].



شکل (۱): سامانه ROSAR زمین‌پایه

^۱ Elevation

^۲ Digital Beamforming

^۳ High-Resolution Wide-Swath

^۴ Pulse Repetition Frequency

^۵ Scan-On-Receive

^۶ Range Cell Migration Correction

دستگاه مختصات استوانه‌ای در مکان (r_a, θ_m, h) قرار گرفته است. اگر در یک چرخش 360° درجه تعداد N_p پالس ارسال شده و سرعت زاویه‌ای چرخش آنتن ثابت فرض شود، آنگاه زاویه سمت APC نسبت به محور x هنگام ارسال و دریافت پالس m ام به صورت $\theta_m = \frac{2\pi}{N_p}(m-1)$ می‌باشد. اگر تعداد N_x هدف نقطه‌ای در برد زمینی r_0 و در زوایای سمت ϕ_n ، $n = 1, \dots, N_x$ فرض شوند، آنگاه درایه m ام ستون برد r_0 در ماتریس داده دریافتی (پس از فشرده‌سازی در برد و RCMC) به صورت رابطه (۱) به دست می‌آید [۲۴]:

$$y_m = \sum_{n=1}^{N_x} kx_n \xi_{m,n} \exp\left(j \frac{4\pi}{\lambda} R_{m,n}\right) + w_m; \quad (1)$$

$$m = 1, \dots, N_p$$

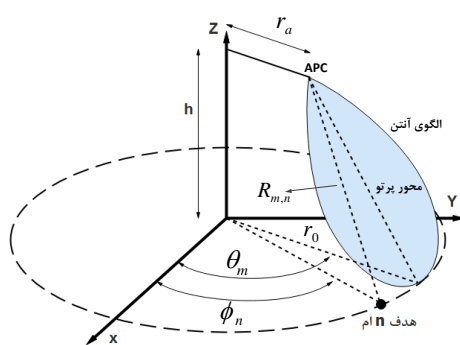
مقدار y_m در رابطه فوق برابر با داده دریافتی ناشی از اهداف واقع در برد r_0 هنگامی که APC در زاویه θ_m قرار دارد می‌باشد.

در رابطه (۱)، مطابق معادله رادار، ضریب k تابعی از توان ارسالی، طول موج و فاصله از هدف است. x_n بازتاب‌پذیری^۳ هدف واقع در برد r_0 و در زاویه ϕ_n ، فاصله $R_{m,n}$ از آن هدف، $\xi_{m,n}$ ضریب الگوی آنتن، λ طول موج و w_m مدل‌کننده نویز و اثرات اهداف بردهای دیگر (ناشی از گلبرگ‌های فرعی^۵ تابع PSF برد) است. مقدار $R_{m,n}$ با توجه به شکل (۲) به صورت زیر است:

$$R_{m,n} = \sqrt{h^2 + r_0^2 + r_a^2 - 2r_0r_a \cos(\phi_n - \theta_m)}; \quad (2)$$

$$m = 1, \dots, N_p, \quad n = 1, \dots, N_x.$$

برای محاسبه $\xi_{m,n}$ باید زاویه انحراف سمت و ارتفاع مکان هدف با توجه به محل APC محاسبه شود. نحوه محاسبه این متغیر در [۲۴] آمده است. با توجه به رابطه (۱) داده دریافتی از اهداف واقع در برد زمینی r_0 در یک پویا 360° درجه را می‌توان به صورت رابطه (۳) بیان کرد:



شکل (۲): هندسه تصویربرداری در سامانه SAR چرخشی زمین پایه

جمله شکل الگوی پرتو و بیان رابطه SNR تصویر با ضرایب وزن‌دهی کانال‌های گیرنده

ارائه یک راه‌حل بهینه برای بیشینه شدن مقدار SNR در مقایسه با راه‌حل‌های موجود.

خلاصه روش پیشنهادی به صورت زیر است:

۱- یک آنتن گیرنده آرایه‌ای در جهت ارتفاع با الگوی معلوم و فاصله مشخص در نظر گرفته شده است.

۲- بر اساس مدل‌سازی سیگنال سمت (پس از فشرده‌سازی در برد و RCMC) و با استفاده از فشرده‌سازی سیگنال سمت به روش فیلتر منطبق، رابطه پیکسل‌های مختلط تصویر با ضرایب وزن‌دهی در برد مورد نظر محاسبه شده است.

۳- با فرض یک هدف نقطه‌ای در برد مورد نظر، رابطه SNR در تصویر نهایی با ضرایب وزن‌دهی محاسبه شده است.

۴- یک مسأله بهینه‌سازی برای محاسبه ضرایب وزن‌دهی به منظور بیشینه‌شدن SNR تعریف و راه حل آن به صورت بردار ویژه متناظر با بزرگترین مقدار ویژه یک ماتریس (وابسته به هندسه و پارامترهای سامانه و الگوی تشعشعی عناصر آرایه) ارائه گردیده است.

جهت بررسی نتایج، شبیه‌سازی‌هایی برای پارامترهای متفاوت سامانه انجام و نتایج با روش DBF-RC [۲۰] مقایسه شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی، کارایی روش پیشنهادی در افزایش مقدار SNR را نشان می‌دهد.

این مقاله در ۴ بخش تنظیم شده است. پس از مقدمه، مدل‌سازی داده سمت و نیز تشکیل تصویر به روش فیلتر منطبق بیان خواهد شد. سپس، شکل‌دهی بهینه پرتو با استفاده از مدل‌سازی ارائه شده، انجام خواهد شد. در بخش سوم، برای بررسی روش پیشنهادی، شبیه‌سازی‌هایی انجام و نتایج، تشریح و مقایسه خواهد شد و در نهایت نتیجه‌گیری بیان می‌گردد. لازم به ذکر است در نوشتار این مقاله، حروف لاتین کوچک سیاه^۱ نشان‌دهنده بردار، حروف لاتین بزرگ سیاه نشان‌دهنده ماتریس و حروف لاتین معمولی نشان‌دهنده عدد اسکالر می‌باشند.

۲- مدل‌سازی

۱-۲- سیگنال سمت

در شکل (۲) هندسه سامانه SAR گردشی زمین‌پایه نشان داده شده است. در این شکل فرض شده مرکز فاز آنتن^۲ (APC) در

³ Range Bin

⁴ Reflectivity

⁵ Sidelobes

¹ Bold

² Antenna Phase Center

ضرب طرفین رابطه در F_{N_p} خواهیم داشت:

$$F_{N_p} \mathbf{y} = \Sigma_A F_{N_x} \mathbf{x} + F_{N_p} \mathbf{w} \Rightarrow \hat{\mathbf{y}} = \Sigma_A \hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{w}} \quad (۸)$$

که $\hat{\mathbf{y}}$ ، $\hat{\mathbf{x}}$ و $\hat{\mathbf{w}}$ به ترتیب تبدیل فوریه بردارهای \mathbf{y} ، \mathbf{x} و \mathbf{w} هستند که از ضرب ماتریس‌های F_{N_p} ، F_{N_x} و F_{N_p} در آن‌ها حاصل شده‌اند. با توجه به رابطه (۸) داریم:

$$\hat{y}_i = a_i \hat{x}_i + \hat{w}_i, \quad i = 1, \dots, N_p \quad (۹)$$

که \hat{y}_i ، \hat{x}_i و \hat{w}_i به ترتیب دام بردارهای \mathbf{y} ، \mathbf{x} و \mathbf{w} درایه نام قطر اصلی Σ_A است. با توجه به ساختار خاص ماتریس‌های F_{N_p} و F_{N_x} ، بردارهای \hat{y}_i ، \hat{x}_i و \hat{w}_i و نیز ضرایب a_i به ترتیب از فرکانس پایین به بالا مرتب شده‌اند.

۲-۲- تشکیل تصویر

در الگوریتم‌های معمول، برای تشکیل تصویر سمت از روش فیلتر منطبق (فشرده‌سازی در سمت) استفاده می‌شود [۲۵]. طبق رابطه (۹) برای تشکیل تصویر به روش فیلتر منطبق باید ضرایب فیلتر تشکیل تصویر برابر با a_i^* قرار داده شود:

$$\hat{\mathbf{x}}_i = a_i^* \hat{\mathbf{y}}_i = |a_i|^2 \hat{\mathbf{x}}_i + a_i^* \hat{\mathbf{w}}_i, \quad i = 1, \dots, N_p \quad (۱۰)$$

که $\hat{\mathbf{x}}_i$ درایه نام خروجی فیلتر منطبق حوزه فرکانس می‌باشد. طبق اصل فاز ایستادن^۶ (POSP)، فاز ضرایب a_i شبیه فاز سیگنال چیرپ^۷ و اندازه آن مشابه شکل پرتو آنتن در سمت می‌باشد. در صورتی تعداد سلول سمت مورد نظر در تصویر نهایی برابر با N_t باشد به طوری که $N_t < N_p$ ، لازم است از N_t نمونه فرکانس پایین $\hat{\mathbf{y}}$ برای تشکیل تصویر استفاده نموده و $N_p - N_t$ نمونه فرکانس بالا - که طبق رابطه (۱۰) و با توجه به روند نزولی $|a_i|$ ها نوبت بالاتری دارند- را حذف نمود. این عمل معادل فیلتر کردن پایین‌گذر و نمونه‌گهی^۸ می‌باشد [۲۴]. بنابراین طبق رابطه (۱۰):

$$\hat{\mathbf{x}}_i = a_i^* \hat{\mathbf{y}}_i = |a_i|^2 \hat{\mathbf{x}}_i + a_i^* \hat{\mathbf{w}}_i, \quad i = 1, \dots, N_t \quad (۱۱)$$

در نهایت با عکس تبدیل فوریه از بردار $\hat{\mathbf{x}}$ می‌توان به تخمینی از بردار \mathbf{x} دست یافت:

$$\hat{\mathbf{x}} = F_{N_t}^H \hat{\mathbf{x}} \quad (۱۲)$$

که $\hat{\mathbf{x}}$ تخمین (تصویر) بردار \mathbf{x} است.

۲-۳- شکل دهی بهینه پرتو

با توجه به مدل ارائه شده در بخش قبل، هدف از شکل دهی پرتو،

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (۳)$$

که بردار داده دریافتی واقع در سبب برد \mathbf{A} ، ماتریس ضرایب، بردار بازتاب پذیری اهداف و بردار نویز است. طبق رابطه (۱) هر کدام از درایه‌های \mathbf{A} به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$A_{m,n} = k \xi_{m,n} \exp\left(j \frac{4\pi}{\lambda} R_{m,n}\right); \quad (۴)$$

$$m = 1, \dots, N_p, \quad n = 1, \dots, N_x.$$

ستون m ام \mathbf{A} داده دریافتی از یک هدف نقطه‌ای با بازتاب پذیری واحد واقع در زاویه ϕ_n در یک چرخش ۳۶۰ درجه می‌باشد، بنابراین می‌توان گفت همه ستون‌های \mathbf{A} نسخه‌های نمونه برداری شده یک سیگنال پیوسته با جابه‌جایی^۱ متفاوت می‌باشند. بدین جهت تفاوت تبدیل فوریه ستون‌های \mathbf{A} تنها در یک اختلاف فاز است. با توجه به این مسأله در [۲۴] نشان داده شده که ماتریس \mathbf{A} را می‌توان با استفاده از ماتریس تبدیل فوریه گسسته^۲ (DFT) یکانی^۳ با سطرهای جابه‌جاشده تجزیه نمود:

$$\mathbf{A} = F_{N_p}^H \Sigma_A F_{N_x} \quad (۵)$$

که F_{N_x} و F_{N_p} ماتریس‌های DFT یکانی با سطرهای جابه‌جاشده به ترتیب با ابعاد $N_p \times N_p$ و $N_x \times N_x$ ، Σ_A یک ماتریس قطری با بعد $N_p \times N_x$ و $(.)^H$ نماد ترانپوز و مزدوج مختلط^۴ می‌باشد. با توجه به قطری بودن Σ_A می‌توان گفت اندازه قطر اصلی Σ_A برابر با مقادیر تکین^۵ \mathbf{A} است. منظور از ماتریس DFT یکانی با سطرهای جابه‌جاشده این است که مثلاً اگر D_N ماتریس تبدیل فوریه یکانی باشد به طوری که:

$$D_N(m, n) = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j \frac{2\pi}{N} (m-1)(n-1)}; \quad m, n = 1, \dots, N \quad (۶)$$

آنگاه ماتریس F_N به صورت زیر می‌باشد:

$$F_N(m, n) = \begin{cases} D_N\left(\frac{m+1}{2}, n\right) & \text{فرد } m \\ D_N\left(N - \frac{m}{2} + 1, n\right) & \text{زوج } m \end{cases} \quad (۷)$$

$$m, n = 1, \dots, N$$

در واقع سطرهای F_N همان سطرهای D_N هستند که به صورت یکی در میان از بالا و پایین برداشته شده‌اند. این نوع مرتب‌سازی باعث می‌شود فرکانس مربوط به سطرهای F_N از فرکانس پایین به بالا مرتب شود. حال با جایگذاری رابطه (۵) در رابطه (۳) و

^۱ Shift

^۲ Discrete Fourier Transform

^۳ Unitary

^۴ Transpose conjugate

^۵ Singular Values

^۶ Principle Of Stationary Phase

^۷ Chirp

^۸ Downsampling

$$E\{|\hat{\mathbf{w}}_1|^2\} = E\left\{\frac{1}{N_t} \sum_{m=1}^{N_t} \sum_{n=1}^{N_t} a_m^* a_n \mathbf{w}_m \mathbf{w}_n^*\right\} \quad (19)$$

$$= \frac{\sigma_w^2}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} |a_i|^2$$

حال با توجه به روابط (۱۷) و (۱۹) نسبت SNR در تصویر به‌دست می‌آید:

$$SNR = \frac{E\{|\hat{\mathbf{x}}_1|^2\}}{E\{|\hat{\mathbf{w}}_1|^2\}} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_w^2} \sum_{i=1}^{N_t} |a_i|^2 = \mu \sum_{i=1}^{N_t} |a_i|^2 \quad (20)$$

که پارامتر μ به‌صورت $\mu = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_w^2}$ تعریف می‌شود. بنابراین، برای پیشینه‌کردن مقدار SNR با استفاده از شکل‌دهی پرتو، باید الگوی آنتن و در نتیجه ضرایب a_i طوری شکل بگیرد که مقدار SNR رابطه فوق پیشینه شود.

۲-۴- محاسبه SNR بر حسب ضریب تحریک عناصر آرایه

با توجه به رابطه (۵) داریم:

$$\mathbf{F}_{N_p} \mathbf{A} = \mathbf{\Sigma}_A \mathbf{F}_{N_x} \quad (21)$$

بنابراین، حاصل ضرب ماتریس \mathbf{F}_{N_p} در ستون اول \mathbf{A} برابر با حاصل ضرب ماتریس $\mathbf{\Sigma}_A$ در ستون اول \mathbf{F}_{N_x} است، و از آنجا که درایه‌های ستون اول \mathbf{F}_{N_x} همگی $\frac{1}{\sqrt{N_x}}$ هستند، لذا ضرایب a_i (قطر اصلی $\mathbf{\Sigma}_A$) با استفاده از تبدیل فوری ستون اول ماتریس \mathbf{A} به‌دست می‌آیند:

$$\mathbf{a} = \sqrt{N_x} \mathbf{F}_{N_p} \boldsymbol{\gamma} \quad (22)$$

که \mathbf{a} بردار حاوی a_i ها ($i = 1, \dots, N_p$) و $\boldsymbol{\gamma}$ ستون اول \mathbf{A} است. طبق رابطه (۴) ستون اول ماتریس \mathbf{A} به‌صورت زیر است:

$$\boldsymbol{\gamma} = k \begin{bmatrix} \exp\left(j \frac{4\pi}{\lambda} R_{1,1}\right) \xi_{1,1} \\ \exp\left(j \frac{4\pi}{\lambda} R_{2,1}\right) \xi_{2,1} \\ \vdots \\ \exp\left(j \frac{4\pi}{\lambda} R_{N_p,1}\right) \xi_{N_p,1} \end{bmatrix} \quad (23)$$

از طرفی مقدار ضریب الگوی آنتن ($\xi_{m,n}$) در رابطه فوق را می‌توان به‌صورت رابطه زیر بیان کرد [۲۶]:

$$\xi_{m,n} = \xi_{m,n}^0 \xi_{m,n}^a \quad (24)$$

که $\xi_{m,n}^0$ ضریب عنصر^۴ (مقدار $\xi_{m,n}$ با فرض وجود تنها یک عنصر) و $\xi_{m,n}^a$ ضریب آرایه^۵ می‌باشد. بنابراین، طبق روابط (۲۳) - (۲۴) داریم:

محاسبه SNR بر حسب پارامترهای مدل و سپس یافتن رابطه آن با ضریب تحریک عناصر آرایه است. در این بخش در ابتدا با توجه به روابط (۱۱) و (۱۲) مقدار SNR محاسبه می‌گردد. در صورتی که یک هدف نقطه‌ای در برد زمینی r_0 و زاویه $\phi_n = 0$ در نظر گرفته شود، بردار \mathbf{x} را می‌توان به‌صورت زیر نمایش داد:

$$\mathbf{x} = [\alpha' \ 0 \ \dots \ 0]^T \quad (13)$$

به طوری که α' یک عدد مختلط تصادفی و نشان‌دهنده بازتاب‌پذیری هدف نقطه‌ای و $(\cdot)^T$ نماد ترانپوز است. بردار تبدیل فوری $\hat{\mathbf{x}}$ یعنی $\hat{\mathbf{x}}$ به‌صورت زیر است:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{F}_{N_x} \mathbf{x} = \frac{\alpha'}{\sqrt{N_x}} [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T \quad (14)$$

می‌توان ضریب $\frac{1}{\sqrt{N_x}}$ را در α' ادغام نموده و آن را α نامید. میانگین متغیر تصادفی α صفر و واریانس آن σ_x^2 فرض می‌شود. با توجه به رابطه (۱۱) درایه‌های خروجی فیلتر منطبق در حوزه فرکانس به‌صورت زیر می‌باشند:

$$\hat{\mathbf{x}}_i = \alpha |a_i|^2 + a_i^* \mathbf{w}_i, \quad i = 1, \dots, N_t \quad (15)$$

نقطه پیشینه اندازه تصویر بردار \mathbf{x} یعنی $\hat{\mathbf{x}}$ مطابق رابطه (۱۲) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\hat{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{f}_1^H \alpha [|a_1|^2 \ \dots \ |a_{N_t}|^2]^T = \frac{\alpha}{\sqrt{N_t}} \sum_{i=1}^{N_t} |a_i|^2 \quad (16)$$

که \mathbf{f}_1 ستون اول ماتریس \mathbf{F}_{N_t} است. بنابراین، توان سیگنال در نقطه پیشینه به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$E\{|\hat{\mathbf{x}}_1|^2\} = \frac{\sigma_x^2}{N_t} \left(\sum_{i=1}^{N_t} |a_i|^2 \right)^2 \quad (17)$$

که $E\{\cdot\}$ نماد امید ریاضی^۲ است. در ضمن با توجه به روابط (۱۲)- (۱۲) مقدار نویز در نقطه پیشینه سیگنال را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\hat{\mathbf{w}}_1 = \mathbf{f}_1^H [a_1^* \mathbf{w}_1 \ \dots \ a_{N_t}^* \mathbf{w}_{N_t}]^T = \frac{1}{\sqrt{N_t}} \sum_{i=1}^{N_t} a_i^* \mathbf{w}_i \quad (18)$$

بردار \mathbf{w} یک بردار تصادفی مختلط با میانگین صفر و ماتریس کوواریانس $\sigma_w^2 \mathbf{I}$ در نظر گرفته می‌شود، که \mathbf{I} نماد ماتریس همانی^۳ است- و چون $\hat{\mathbf{w}}$ از ضرب ماتریس یکانی \mathbf{F}_{N_p} در \mathbf{w} به‌دست آمده است، بنابراین، خواص آماری آن مانند \mathbf{w} است، لذا توان نویز در نقطه اوج سیگنال را می‌توان به‌صورت زیر محاسبه نمود:

⁴ Element Factor
⁵ Array Factor

¹ Transpose
² Expectation
³ Identity Matrix

همچنین:

$$G_{m,n} = \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} [L_l \sin(\Phi_{m,1}) \cos(\Theta_{m,1}) + H_k \sin(\Theta_{m,1})] \right\}; \quad (29)$$

$$m = 1, \dots, N_p; \quad n = 1, \dots, N_e;$$

$$k = \left\lfloor \frac{n}{N_h} \right\rfloor; \quad l = n - N_h(k - 1);$$

بنابراین، با توجه به روابط (۲۵) و (۲۷) خواهیم داشت:

$$\gamma = \Gamma_0 G z \quad (30)$$

با جایگذاری رابطه فوق در رابطه (۲۲) و با ادغام ضریب ثابت در ماتریس Γ_0 خواهیم داشت:

$$a = F_{N_p} \Gamma_0 G z = Q z \quad (31)$$

که ماتریس Q با بعد $N_p \times N_e$ به صورت $Q \triangleq F_{N_p} \Gamma_0 G$ تعریف می‌شود. با توجه به رابطه (۳۱):

$$a_i = q_i^T z = z^T q_i \quad (32)$$

که q_i^T سطر i ام ماتریس Q است. بنابراین:

$$|a_i|^2 = a_i^* a_i = z^H q_i^* q_i^T z = z^H P^{(i)} z; \quad i = 1, \dots, N_p \quad (33)$$

که q_i^* مزدوج مختلط بردار q_i و ماتریس $P^{(i)}$ یک ماتریس با تقارن هرمیتی^۱ و با بعد $N_e \times N_e$ و رتبه^۲ یک به صورت $P^{(i)} \triangleq q_i^* q_i^T$ تعریف می‌شود. حال با جایگذاری $|a_i|^2$ از رابطه فوق در رابطه (۲۰) خواهیم داشت:

$$SNR = \mu \sum_{i=1}^{N_t} |a_i|^2 = \mu \sum_{i=1}^{N_t} z^H P^{(i)} z = \mu z^H P z \quad (34)$$

که $P = \sum_{i=1}^{N_t} P^{(i)}$ است.

۲-۵- حل مسأله بهینه‌سازی

برای بیشینه‌شدن مقدار SNR در تصویر باید ضریب تحریک عناصر آرایه (بردار z) طوری انتخاب شود که مقدار SNR رابطه (۳۴) بیشینه شود. از بردار z حاصل، برای وزن‌دهی داده کانال‌های مختلف گیرنده قبل از ترکیب آن‌ها استفاده می‌شود، بنابراین، اندازه و فاز این وزن‌ها نسبت به یکدیگر اهمیت دارد نه مقدار مطلق آن‌ها؛ به عبارت دیگر اگر بردار z مربوط به همه بردارها در عدد ثابتی ضرب شود، در نتیجه حاصل از شکل‌دهی پرتو تفاوتی حاصل نخواهد شد. لذا برای مقایسه عادلانه SNR در روش‌های مختلف شکل‌دهی پرتو، بردار z در همه روش‌ها با نرم

$$\gamma = k \begin{bmatrix} \exp(j \frac{4\pi}{\lambda} R_{1,1}) \xi_{1,1}^0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(j \frac{4\pi}{\lambda} R_{2,1}) \xi_{2,1}^0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \exp(j \frac{4\pi}{\lambda} R_{N_p,1}) \xi_{N_p,1}^0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \xi_{1,1}^a \\ \xi_{2,1}^a \\ \vdots \\ \xi_{N_p,1}^a \end{bmatrix} = \Gamma_0 \begin{bmatrix} \xi_{1,1}^a \\ \xi_{2,1}^a \\ \vdots \\ \xi_{N_p,1}^a \end{bmatrix} \quad (25)$$

قطر اصلی ماتریس قطری Γ_0 همان ستون اول A با فرض تنها یک عنصر است. با فرض یک آرایه صفحه‌ای شامل $N_e = N_h \times N_v$ عنصر گیرنده مطابق شکل (۳) - که N_h تعداد عنصرهای افقی و N_v تعداد عنصرهای عمودی است - خواهیم داشت [۲۶]:

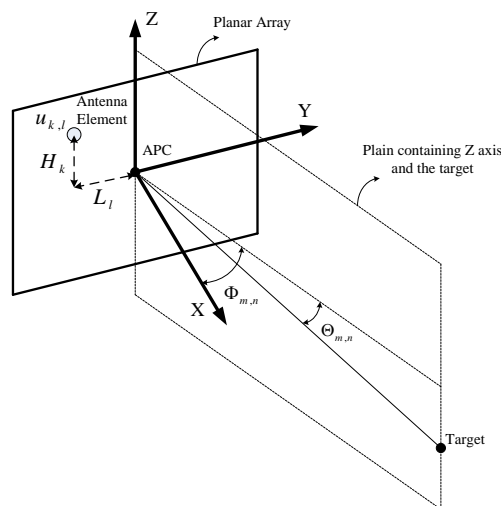
$$\xi_{m,n}^a = \sum_{k=1}^{N_v} \sum_{l=1}^{N_h} u_{kl} \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} [L_l \sin(\Phi_{m,n}) \cos(\Theta_{m,n}) + H_k \sin(\Theta_{m,n})] \right\} \quad (26)$$

با مختصات در نظر گرفته‌شده در شکل (۳)، ضریب تحریک عنصر واقع در مختصات دکارتی $(0, L_l, H_k)$ و $\Phi_{m,n}$ و $\Theta_{m,n}$ زوایای سمت و ارتفاع هدف نسبت به APC می‌باشند. با توجه به رابطه (۲۶) داریم:

$$\begin{bmatrix} \xi_{1,1}^a \\ \xi_{2,1}^a \\ \vdots \\ \xi_{N_p,1}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{N_v} \sum_{l=1}^{N_h} u_{kl} \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} [L_l \sin(\Phi_{1,1}) \cos(\Theta_{1,1}) + H_k \sin(\Theta_{1,1})] \right\} \\ \sum_{k=1}^{N_v} \sum_{l=1}^{N_h} u_{kl} \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} [L_l \sin(\Phi_{2,1}) \cos(\Theta_{2,1}) + H_k \sin(\Theta_{2,1})] \right\} \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^{N_v} \sum_{l=1}^{N_h} u_{kl} \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} [L_l \sin(\Phi_{N_p,1}) \cos(\Theta_{N_p,1}) + H_k \sin(\Theta_{N_p,1})] \right\} \end{bmatrix} = G z \quad (27)$$

که G یک ماتریس $N_p \times N_e$ و برداری با بعد $N_e \times 1$ حاوی ضرایب تحریک u_{kl} می‌باشد، به طوری که:

$$z_i = u_{k,l}; \quad i = 1, \dots, N_e; \quad k = \left\lfloor \frac{i}{N_h} \right\rfloor; \quad l = i - N_h(k - 1) \quad (28)$$

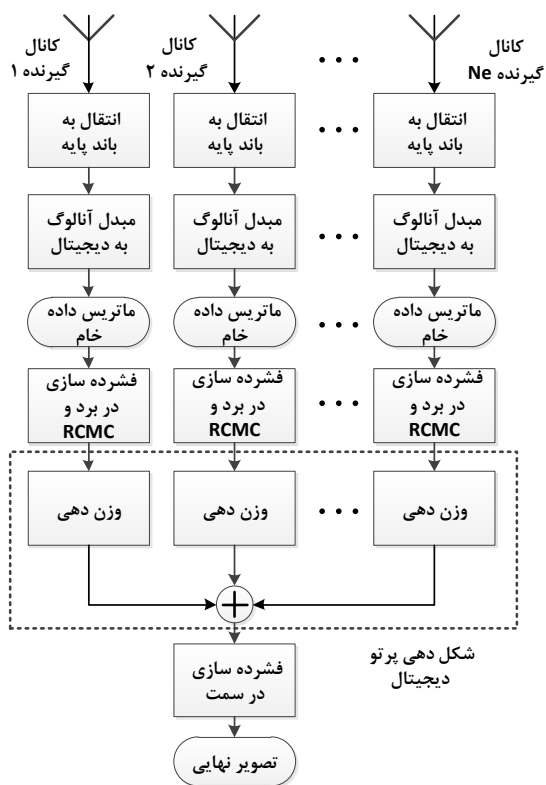


شکل (۳): هندسه آرایه صفحه‌ای و هدف

¹ Hermitian Symmetry

² Rank

با بزرگترین مقدار ویژه آن استخراج شود. از آنجا که تعداد کانال‌های گیرنده (N_e) عدد خیلی بزرگی نیست و در ضمن همه بردارها و مقادیر ویژه ماتریس P مورد نیاز نیست، می‌توان با برخی روش‌های سریع، بردار ویژه متناظر با بزرگترین مقدار ویژه را بدون تجزیه مقادیر ویژه ماتریس با سرعت بالا محاسبه نمود [۲۸]. جدول (۱) حجم محاسبات لازم در الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد. این جدول با توجه به مراحل اجرای الگوریتم RDA [۲] و اینکه تعداد عملیات جمع و ضرب لازم برای هر ضرب مختلط برابر ۶ و برای هر تبدیل فوریه با طول N با استفاده از الگوریتم FFT برابر با $5N \log_2 N$ است [۲۹]، محاسبه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، بخش اصلی از نظر حجم محاسبات، فشرده‌سازی در برد و RCMC در N_e کانال پردازشی است. در صورتی که تعداد کانال پردازشی کم باشد، می‌توان حجم محاسبات این الگوریتم را مانند الگوریتم RDA از مرتبه $O(N^2 \log_2 N)$ در نظر گرفت.



شکل (۴): الگوریتم تشکیل تصویر در روش پیشنهادی

۳- شبیه‌سازی

در ادامه شبیه‌سازی‌هایی برای بررسی نقش شکل‌دهی پرتو در بهبود SNR تصویر انجام شده است. جهت مقایسه، نتایج حاصل از روش پیشنهادی با الگوریتم مرجع شکل‌دهی پرتو دیجیتال پس از فشرده‌سازی در برد (DBF-RC) [۲۰] و نیز حالت بدون

واحد در نظر گرفته خواهد شد. درباره نرم واحد این بردار در پیوست (۱) توضیح داده شده است. بنابراین، برای بیشینه شدن SNR باید بردار \mathbf{z} بهینه در مسأله زیر محاسبه شود:

$$\mathbf{z}^0 (\text{for max. SNR}) = \arg \max_{\mathbf{z}} \{\mathbf{z}^H \mathbf{P} \mathbf{z}\} \text{ s.t.: } \mathbf{z}^H \mathbf{z} = 1 \quad (۳۵)$$

از آنجا که ماتریس P حاصل جمع $P^{(l)}$ ها و هر یک از $P^{(l)}$ ها یک ماتریس مثبت نیمه معین^۱ (PSD) است، بنابراین، ماتریس P نیز PSD است و لذا بردار \mathbf{z}^0 بهینه همان بردار ویژه^۲ متناظر با بزرگترین مقدار ویژه^۳ ماتریس P می‌باشد [۲۷].

۲-۶- الگوریتم تشکیل تصویر

مطابق توضیحات فوق، پس از محاسبه ضریب تحریک بهینه عناصر در هر برد (ضرایب وزن‌دهی بهینه در الگوریتم DBF) با توجه به هندسه و پارامترهای مسأله، الگوریتم شکل (۴) جهت تشکیل تصویر و شکل‌دهی پرتو به کار گرفته می‌شود. در این الگوریتم، سیگنال دریافتی در هر کانال گیرنده پس از انتقال به باند پایه و تبدیل به دیجیتال، یک ماتریس داده خام تشکیل می‌دهد. سپس عملیات فشرده‌سازی در برد و RCMC انجام می‌شود. در ادامه، عملیات DBF با اعمال وزن‌های لازم به داده هر کانال و جمع آن‌ها صورت می‌گیرد. برای انجام عملیات DBF در صورتی که فرض کنیم ماتریس داده در هر کانال دارای N_r ستون برد باشد -که N_r تعداد سلول‌های برد در تصویر است- برای هر ستون برد یک بردار وزن بهینه \mathbf{z} با ابعاد $1 \times N_e$ مطابق روند گفته‌شده در بخش قبل محاسبه خواهد شد. برای تشکیل ستون برد n ام در ماتریس داده پس از DBF لازم است ترکیب خطی ستون برد n ام از N_e کانال پردازشی با استفاده از درایه‌های بردار بهینه \mathbf{z} مربوط به آن برد محاسبه شود. این عمل معادل آن است که یک ماتریس با استفاده از N_e ستون برد تشکیل شده و در بردار \mathbf{z} ضرب شود. شکل (۵) نحوه انجام این عملیات را نشان می‌دهد. در نهایت عملیات فشرده‌سازی در سمت با توجه به سیگنال مرجع هر ستون برد صورت می‌گیرد.

از نظر حجم محاسبات، الگوریتم فوق غیر از عملیات DBF (ضرب در وزن‌ها و جمع) مانند الگوریتم تشکیل تصویر برد-داپلر^۴ (RDA) است [۲]. محاسبه بردارهای وزن بهینه \mathbf{z} قبل از شروع تصویربرداری و با توجه به هندسه و پارامترهای سامانه صورت می‌گیرد که حجم محاسبات آن در الگوریتم تشکیل تصویر دخیل نیست. برای محاسبه بردار \mathbf{z} مربوط به ستون برد n ام باید ماتریس P با ابعاد $N_e \times N_e$ متناظر با برد n ام ($n = 1, \dots, N_r$) مطابق روند پیش گفته محاسبه شده و سپس بردار ویژه متناظر

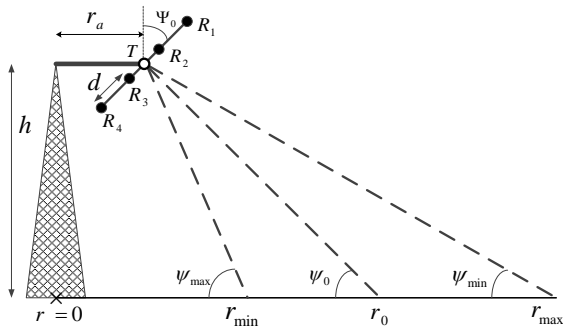
^۱ Positive Semi-Definite

^۲ Eigen Vector

^۳ Eigen Value

^۴ Range-Doppler Algorithm

حالتی که تنها یک کانال گیرنده داریم (Single) از طریق شبیه سازی محاسبه شده و بر حسب تعداد سلول سمت نمایش داده شده است.



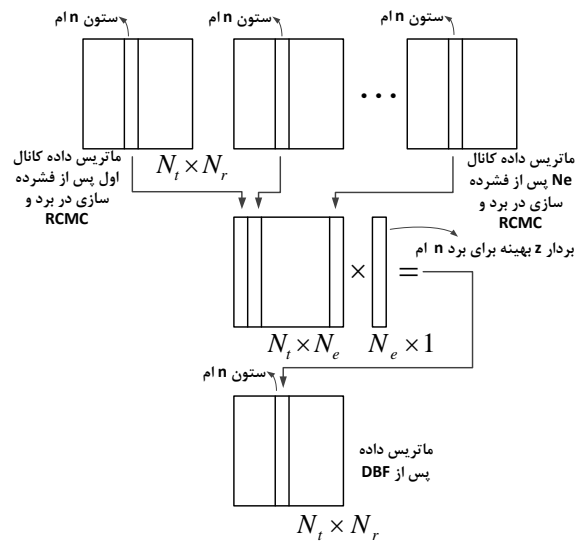
شکل (۶): هندسه تصویربرداری و آرایه

جدول (۲): پارامترهای سامانه مورد استفاده در شبیه سازی

مقدار	نماد	پارامتر
۱ متر	r_a	شعاع چرخش آنتن
۱۰۰ متر	h	ارتفاع آنتن
۹۰ درجه	Φ_B	پهنای پرتو سمت آنتن فرستنده و گیرنده
۴۵ درجه	Θ_B	پهنای پرتو ارتفاع آنتن فرستنده و گیرنده
۴۵ درجه	ψ_0	زاویه نشیب محور پرتو
۶۷/۵ درجه	ψ_{max}	زاویه نشیب نزدیک ترین برد
۲۲/۵ درجه	ψ_{min}	زاویه نشیب دورترین برد
۱۰۱ متر	r_0	برد زمینی مرجع
۲۰۰ متر	$\Gamma_{max}-\Gamma_{min}$	عرض نوار
۱۰۰۰	N_p	تعداد پالس در یک چرخش
۰/۰۳ متر	λ	طول موج

برای این شبیه سازی یک آرایه خطی از عناصر گیرنده با تعداد هشت عنصر ($N_h = 1, N_v = 8$) در نظر گرفته شده است. سپس ماتریس P با توجه به هندسه آرایه و داده های جدول (۲) و روند گفته شده در بخش ۲-۴ به دست آمده و بردار ویژه متناظر با بزرگترین مقدار ویژه آن به عنوان ضرایب تحریک بهینه آرایه محاسبه می گردد. شکل (۷) مقدار SNR تصویر را در روش پیشنهادی در مقایسه با روش DBF-RC و نیز حالت تک کانال (Single) بر حسب تعداد سلول سمت در برد مرجع (مرکز پرتو) نشان می دهد. همانطور که مشخص است روش پیشنهادی و نیز DBF-RC بر روش Single برتری محسوسی دارند و این به دلیل بهره بالاتر آنتن با متمرکز شدن پرتو به وسیله آرایه است. نکته دیگری که از این شکل می توان نتیجه گرفت این است که برای N_t بزرگتر از ۶۰۰، مقدار SNR افزایش چندانی نخواهد داشت چون با انتخاب N_e پایین، بخشی از توان سیگنال حذف می شود

آرایه مقایسه شده است.



شکل (۵): نحوه اعمال وزن دهی و ترکیب داده در الگوریتم پیشنهادی

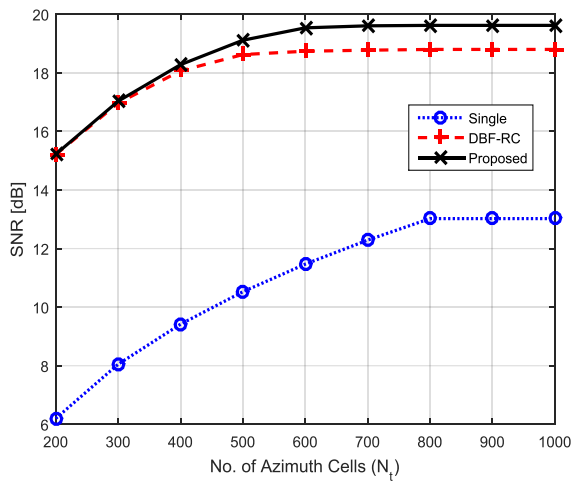
جدول (۱): تعداد محاسبات لازم در الگوریتم پیشنهادی

مرحله	تعداد محاسبات
فشرده سازی در برد و RCMC	$N_e(10N_t N_r \log_2 N_r + 6N_t N_r)$
عملیات DBF	$8N_t N_r N_e$
فشرده سازی در سمت	$10N_t N_r \log_2 N_t + 6N_t N_r$
جمع	$10N_t N_r (N_e \log_2 N_r + \log_2 N_t) + 8N_t N_r N_e + 6N_t N_r$

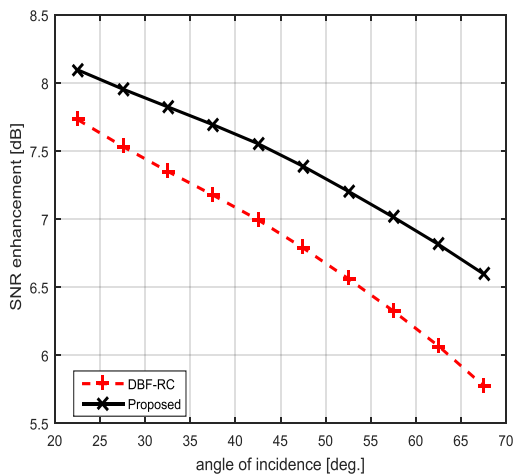
لازم به ذکر است در همه شبیه سازی ها یک فرستنده و یک آرایه خطی از عناصر گیرنده در جهت ارتفاع در نظر گرفته شده است. شکل (۶) هندسه مسأله و نحوه چیدمان عناصر آرایه ای فرضی با ۴ عنصر گیرنده (دوایر توپر: R_1 تا R_4) و یک فرستنده (دایره توخالی: T) را نشان می دهد. در این شکل، خط عمود بر راستای آرایه (محور پرتو تک تک عناصر) با زمین زاویه نشیب ψ_0 را می سازد. در ضمن زاویه نشیب در نزدیک ترین و دورترین برد به ترتیب برابر با ψ_{min} و ψ_{max} و فاصله بین عناصر به صورت $d = \frac{\lambda}{2}$ در نظر گرفته شده است. سایر پارامترهای شبیه سازی در جدول (۲) نشان داده شده است. ضمناً الگوی یک طرفه سمت و ارتفاع هر کدام از عناصر گیرنده تابع sinc با پهنای ۳ dB برابر مقادیر ذکر شده در جدول (۲) در نظر گرفته شده است.

۳-۱- شبیه سازی الگوریتم پیشنهادی و مقایسه

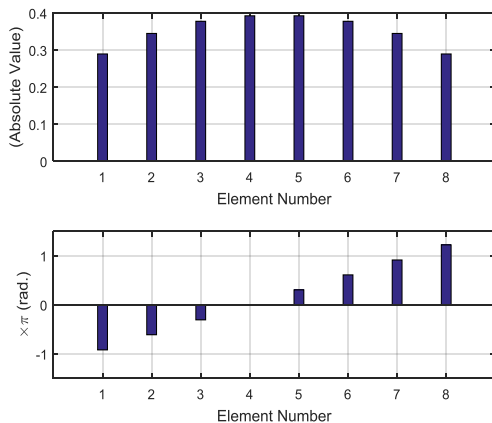
در ابتدا برای مقایسه نتایج، مقدار SNR در برد مرجع (r_0) برای سه روش پیشنهادی (Proposed)، الگوریتم مرجع (DBF-RC) و



شکل (۸): مقدار SNR تصویر بر حسب تعداد سلول سمت برای آرایه با ۸ عنصر در برد دور (زاویه برخورد ۶۷/۵ درجه)



شکل (۹): افزایش SNR در دو روش شکل دهی پرتو نسبت به حالت تک کانال بر حسب زاویه برخورد

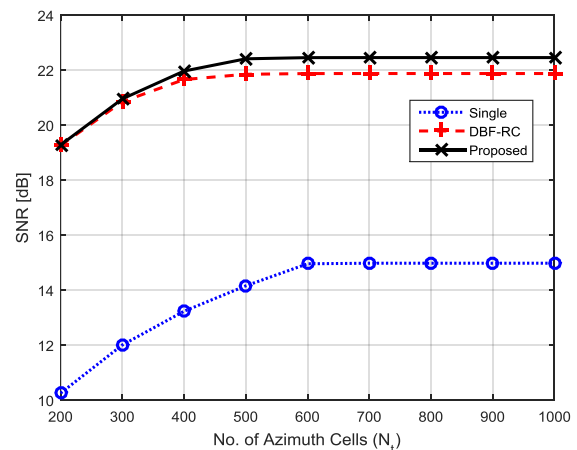


شکل (۱۰): اندازه و فاز ضرایب وزن دهی کانال‌های گیرنده در روش پیشنهادی برای برد دور (زاویه برخورد ۶۷/۵ درجه)

اما در N_t های بزرگتر کل انرژی سیگنال دریافتی در تصویر متمرکز خواهد شد.

در شکل (۸) همان نمودار قبل اما برای دورترین برد رسم شده است. مشخص است که در این برد روش پیشنهادی بر روش DBF-RC برتری بیشتری دارد.

در شکل (۹) مقدار افزایش SNR در دو روش پیشنهادی و DBF-RC نسبت به حالت تک کانال بر حسب زاویه برخورد محور پرتو (در واقع بر حسب برد) رسم شده است. روش پیشنهادی همواره بر الگوریتم DBF-RC برتری دارد و این برتری در بردهای دور به حدود ۱ dB می‌رسد. دلیل برتری روش پیشنهادی بر روش DBF-RC به ویژه در بردهای دورتر این است که در روش DBF-RC فقط مرکز پرتوی باریک حاصل از آرایه روی برد مورد نظر قرار می‌گیرد و به دلیل منحنی بودن مکان هندسی اهداف هم‌برد، اهداف دیگر توان کمتری دریافت می‌کنند اما در روش پیشنهادی علاوه بر چرخش پرتو، پهنای آن نیز طوری تنظیم می‌شود که اهداف واقع در آن برد بیشترین توان را دریافت کنند. این مسأله در شکل (۱۱-۱۰) نیز مشهود است. در این شکل، اندازه و فاز ضرایب وزن دهی چهار کانال گیرنده (بردار z) برای دورترین برد (زاویه برخورد ۶۷/۵ درجه) حاصل از روش پیشنهادی و روش DBF-RC رسم شده است. فاز خطی این ضرایب نشان‌دهنده چرخش محور پرتو از برد r_0 به سمت برد مورد نظر است. اما اندازه ضرایب در روش پیشنهادی برخلاف روش DBF-RC دچار یک روند کاهشی شده است که نشانه افزایش پهنای پرتو در ارتفاع و کاهش گلبیگ‌های فرعی است که باعث پوشش بیشتر اهداف هم‌برد واقع روی دایره و افزایش SNR در آن برد خواهد شد.



شکل (۷): مقدار SNR تصویر بر حسب تعداد سلول سمت برای آرایه با ۸ عنصر در برد مرجع (مرکز پرتو)

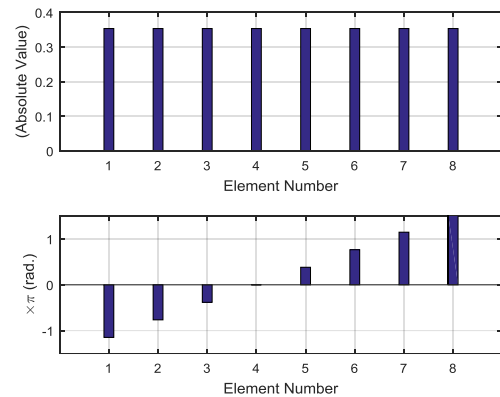
تصویر بین زاویه نشیب $22/5$ و $67/5$ درجه (برد زمینی $r_{min} = 42.4m$ تا $r_{max} = 242.2m$ معادل برد مایل $108/2$ متر تا $261/3$ متر) در نظر گرفته شده و سایر پارامترهای شبیه‌سازی مطابق پارامترهای جدول (۲) تنظیم شده است. ابعاد تصویر این محدوده به صورت 200 پیکسل در برد و 800 پیکسل در سمت در نظر گرفته شده است. بازتاب‌پذیری اهداف صحنه (بردارهای x در بردهای مختلف) با استفاده از یک تصویر مختلط SAR واقعی [۳۰] که دارای برد پویای کافی و فاز تصادفی است، لحاظ شده است. در شکل (۱۳-الف) بازتاب‌پذیری اهداف کل صحنه بر حسب برد مایل و زاویه سمت نشان داده شده است. لازم به ذکر است که در صورت نمایش تصاویر SAR بدون استفاده از یک تبدیل مناسب، به دلیل برد پویای زیاد تصاویر، اهداف دارای بازتاب‌پذیری کم به صورت کاملاً تیره دیده خواهند شد. به همین دلیل برای نمایش بهتر تصاویر SAR، تبدیلات مختلفی پیشنهاد شده است [۳۱-۳۴]. در این مقاله برای نمایش تصاویر از تبدیل پیشنهاد شده در [۳۴] استفاده شده، بدین صورت که در ابتدا برای کاهش برد پویا از تبدیل توان استفاده می‌گردد:

$$J(m, n) = I(m, n)^\gamma \quad (36)$$

که $J(m, n)$ تصویر پس از تبدیل، $I(m, n)$ تصویر اولیه و $\gamma \in (0, 1)$ توان تبدیل است که در [۳۴] برابر با 0.7 در نظر گرفته شده است. سپس مقدار میانگین تصویر (η) محاسبه می‌گردد. در نهایت، پیکسل‌های واقع در بازه $[0, 2.5\eta]$ به صورت خطی به بازه $[0, 1]$ و پیکسل‌های بزرگتر از 2.5η همگی به 1 (سفید) نگاشت می‌شوند.

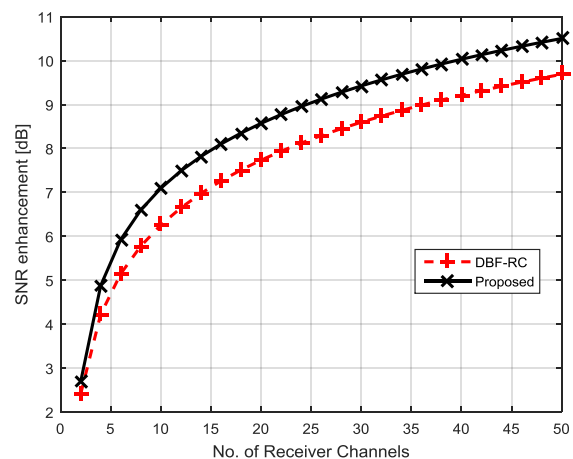
برای تشکیل تصویر از یک آرایه با 8 عنصر در جهت ارتفاع ($N_h = 1, N_v = 8$) استفاده گردیده است. برای اعمال الگوریتم پیشنهادی در هر برد، ماتریس P تشکیل و بردار ویژه متناظر با بزرگترین مقدار ویژه آن به عنوان ضریب تحریک عناصر آرایه انتخاب گردیده و سپس تشکیل تصویر بر اساس الگوریتم فیلتر منطبق انجام شده است. در شکل (۱۳) بخش‌های (ب) تا (د) نتیجه تشکیل تصویر بر اساس روش پیشنهادی و نیز روش‌های تک‌کانال گیرنده و DBF-RC آمده است. همانطور که مشاهده می‌شود، کیفیت تصویر حاصل از روش‌های DBF-RC و روش پیشنهادی از تصویر تک‌کانال بالاتر است و با دقت در تصویر بردهای دور (ستون‌های سمت راست) برتری روش پیشنهادی بر روش DBF-RC نیز تا حدی مشخص است.

در شکل (۱۴) بزرگنمایی گوشه بالا و سمت راست تصاویر شکل (۱۳) جهت مقایسه بهتر رسم شده است. این بخش از تصویر مربوط به بردهای دورتر است که نویز بیشتری دارد.



شکل (۱۱): اندازه و فاز ضرایب وزن‌دهی کانال‌های گیرنده در روش DBF-RC برای برد دور (زاویه برخورد $67/5$ درجه)

در شکل (۱۲) افزایش SNR نسبت به حالت بدون آرایه برای روش‌های مختلف شکل‌دهی پرتو بر حسب تعداد کانال گیرنده نشان داده شده است. این نمودار نیز برای برد دور (زاویه برخورد $67/5$ درجه) شبیه‌سازی شده است. انتظار داریم که با افزایش تعداد کانال‌های گیرنده، بهره شکل‌دهی پرتو و در نتیجه مقدار SNR افزایش یابد. همانطور که مشاهده می‌شود، روش پیشنهادی نسبت به الگوریتم DBF-RC برتری دارد و این برتری با افزایش تعداد کانال بیشتر می‌شود که در تعداد کانال 50 ، این برتری به حدود 1 dB می‌رسد. در ضمن در تعداد کانال زیاد با افزایش دوبرابری تعداد کانال (مثلاً از 20 به 40)، مقدار SNR حدود $1/5$ dB افزایش می‌یابد.



شکل (۱۲): مقدار افزایش SNR نسبت به حالت تک‌کانال بر حسب تعداد کانال گیرنده در برد دور (زاویه برخورد $67/5$ درجه)

۲-۳- تشکیل تصویر در بردهای مختلف

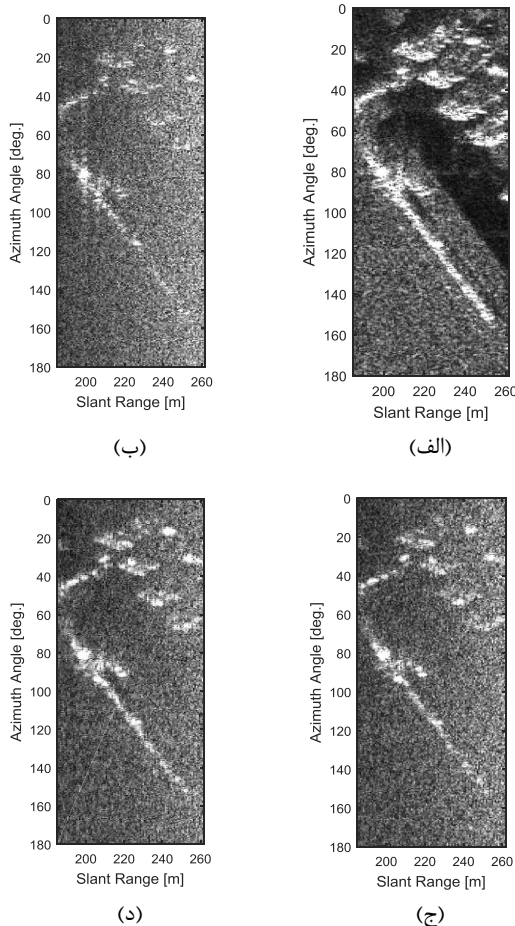
برای نشان دادن کارایی روش پیشنهادی، یک سناریوی تشکیل تصویر شبیه‌سازی شده است. در این سناریو، محدوده تشکیل

معیار فوق در روش‌های تک‌کانال و DBF-RC نسبت به روش پیشنهادی به صورت رابطه (۳۸) حاصل شده است:

$$10 \log \left(\frac{\varepsilon_{(DBF-RC)}}{\varepsilon_{(proposed)}} \right) = 1.8dB \quad (38)$$

$$10 \log \left(\frac{\varepsilon_{(single)}}{\varepsilon_{(proposed)}} \right) = 3.8dB$$

به عبارت دیگر، خطای میانگین مربعات (MSE) تصویر حاصل از روش DBF-RC و روش تک‌کانال به ترتیب به اندازه ۱/۸ dB و ۳/۸ dB بیشتر از MSE تصویر روش پیشنهادی است. البته باید توجه نمود که این معیار به تصویر اولیه و نیز میزان نویز وابسته است و تابع مستقیم مقدار SNR نیست.

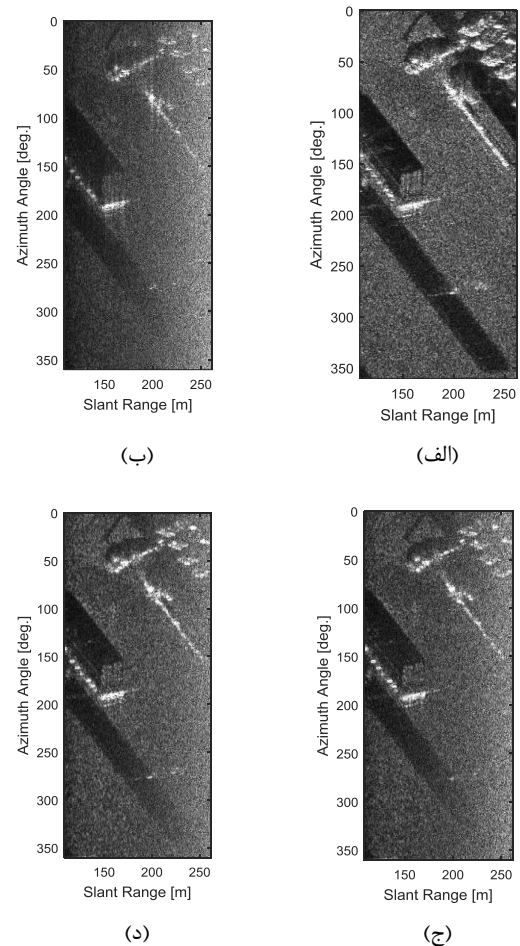


شکل (۱۴): تصویر بزرگنمایی شده گوشه بالا و سمت راست صحنه بر حسب زاویه سمت و برد مایل: (الف) تصویر اولیه، (ب) تصویر با استفاده از یک کانال گیرنده، (ج) تصویر روش DBF-RC و (د) تصویر با استفاده از روش پیشنهادی

۴- نتیجه‌گیری

یک روش شکل‌دهی پرتو برای بیشینه‌شدن مقدار SNR تصویر در رادار روزنه مصنوعی چرخشی زمین پایه ارائه گردید. بدین

همانطور که از مقایسه این تصاویر بر می‌آید، روش پیشنهادی توانسته SNR بهتری در تصویر ایجاد کند.



شکل (۱۳): تصویر صحنه بر حسب زاویه سمت و برد مایل: (الف) تصویر اولیه، (ب) تصویر با استفاده از یک کانال گیرنده، (ج) تصویر با استفاده از روش DBF-RC و (د) تصویر با استفاده از روش پیشنهادی

ضمناً قسمت‌های تیره شکل (۱۴) بخش (الف) در بخش‌های (ب) تا (د) به دلیل وجود نویز، تیرگی (تمایز) خود را تا حدی از دست داده‌اند.

جهت مقایسه کمی تصاویر، از معیار خطای میانگین مربعات (MSE) به صورت زیر استفاده شده است:

$$\varepsilon = \frac{1}{N_r N_t} \sum_{m=1}^{N_t} \sum_{n=1}^{N_r} (|I_{out}(m, n)| - |I_{in}(m, n)|)^2 \quad (37)$$

که I_{out} تصویر نرمال شده خروجی الگوریتم، I_{in} تصویر نرمال شده ایده‌آل، N_r تعداد سلول‌های برد و N_t تعداد سلول‌های سمت است. I_{out} می‌تواند هر کدام از تصاویر نرمال شده بخش‌های (ب) تا (د) شکل (۱۳) باشد و I_{in} تصویر نرمال شده شکل (۱۳-الف) است. در شبیه‌سازی انجام شده، نتیجه محاسبه

- European, pp. 317,328, 8-12 Sept. 1986.
- [5] H. Klausing and W. Keydel, "Feasibility of a synthetic aperture radar with rotating antennas (ROSAR)," 1990.
- [6] Y. Luo, H. Song, R. Wang, Y. Deng, F. Zhao, and Z. Xu, "Arc FMCW SAR and Applications in Ground Monitoring," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 52, no. 9, pp. 5989-5998, Sept. 2014.
- [7] H. Lee, J.-H. Lee, K.-E. Kim, N.-H. Sung, and S.-J. Cho, "Development of a Truck-Mounted Arc-Scanning Synthetic Aperture Radar," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 52, no. 5, pp. 2773-2779, May 2014.
- [8] S. R. Samareh Hashemi and S. A. Seyedin, "Fast Imaging in Ground-Based Circular Strip-Map Synthetic Aperture Radar," *Journal of Radar*, vol. 3, no. 1, pp. 57-72, 2015. (In Persian)
- [9] A. Broquetas, R. De Porrata, L. Sagues, X. Fabregas, and L. Jofre, "Circular synthetic aperture radar (C-SAR) system for ground-based applications," *Electronics Letters*, vol. 33, no. 11, pp. 988-989, 22 May 1997.
- [10] M. Younis, C. Fischer, and W. Wiesbeck, "Digital beamforming in SAR systems," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 41, no. 7, pp. 1735-1739, July 2003.
- [11] W. Wang, "Multi-Antenna Synthetic Aperture Radar," CRC Press, 2013.
- [12] M. Suess, B. Grafmuller, and R. Zahn, "A novel high resolution, wide swath SAR system," *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 2001.
- [13] N. Gebert, G. Krieger, and A. Moreira, "Digital beamforming for HRWS-SAR imaging: system design, performance and optimization strategies," 2006 IEEE International Symposium on Geoscience and Remote Sensing, 2006.
- [14] N. Gebert, G. Krieger, and A. Moreira, "Digital Beamforming on Receive: Techniques and Optimization Strategies for High-Resolution Wide-Swath SAR Imaging," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 45, no. 2, pp. 564-592, April 2009.
- [15] G. Krieger, M. Younis, N. Gebert, S. Huber, F. Bordonni, A. Patyuchenko, et al., "Advanced concepts for high-resolution wide-swath SAR imaging," 8th European Conference on Synthetic Aperture Radar, 2010.
- [16] F. Feng, H. Dang, X. Tan, G. Li, and C. Li, "An improved scheme of digital beam-forming in elevation for spaceborne SAR," *IET International Radar Conference*, 2013.
- [17] F. He, X. Ma, Z. Dong, and D. Liang, "Digital Beamforming on Receive in Elevation for Multidimensional Waveform Encoding SAR Sensing," *Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE*, vol. 11, no. 12, pp. 2173-2177, Dec. 2014.
- [18] S. X. Zhang, M. D. Xing, X. G. Xia, L. Zhang, R. Guo, Y. Liao, and Z. Bao, "Multichannel HRWS SAR imaging based on range-variant channel calibration and multi-Doppler-direction restriction ambiguity suppression," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 52, no. 7, pp. 4306-4327, 2014.
- [19] F. Bordonni, M. Younis, E. M. Varona, and G. Krieger "Adaptive scan-on-receive based on spatial spectral estimation for high-resolution, wide-swath Synthetic Aperture Radar," *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 2009.
- [20] K. Schuler, M. Younis, R. Lenz, and W. Wiesbeck, "Array design for automotive digital beamforming radar

منظور در ابتدا مدل داده و نیز تصویر حاصل از روش فیلتر منطبق بر اساس یک پارامتر (a_i) وابسته به مشخصات سامانه و پرتو آنتن ارائه گردید و سپس مقدار SNR هر پیکسل تصویر با استفاده از آن پارامتر محاسبه شد. سپس با در نظر گرفتن یک آنتن آرایه‌ای، ارتباط مقدار SNR تصویر با ضرایب تحریک عناصر آرایه استخراج گردید. برای بیشینه‌شدن مقدار SNR یک مسأله بهینه‌سازی تعریف و راه حل آن ارائه گردید. بر این اساس الگوریتم شکل‌دهی پرتو دیجیتال پیشنهاد شد که ضرایب وزن‌دهی کانال‌های مختلف گیرنده همان ضرایب تحریک بهینه محاسبه‌شده با حل مسأله بهینه‌سازی می‌باشند. نتایج شبیه‌سازی‌ها از موفقیت روش پیشنهادی در بیشینه‌کردن مقدار SNR تصویر حکایت دارد. ضرایب تحریک بهینه حاصل از روش پیشنهادی، هم‌شکل و هم‌جهت پرتو را برای افزایش مقدار SNR تغییر می‌دهند به طوری که در بردهای دور از مرکز پرتو، مقدار SNR می‌تواند نسبت به روش تک‌کانال افزایش چند برابری (بسته به هندسه مسأله و تعداد عناصر آرایه) داشته باشد. نسبت به الگوریتم DBF-RC، افزایش SNR در الگوریتم پیشنهادی در شبیه‌سازی انجام‌شده در بردهای دور به حدود ۱ dB رسید که نشان از کاهش حدود ۲۵٪ توان ارسالی در کیفیت تصویر برابر است. لازم به ذکر است شکل‌دهنده پرتو (ضرایب تحریک) به‌طور کامل به الگوی تشعشعی عناصر وابسته بوده و با تغییر الگوی تشعشعی، ضرایب تحریک بهینه نیز تغییر خواهند نمود. از این منظر می‌توان روش پیشنهادی را برای تشکیل پرتو بهینه با استفاده از هر عنصر دلخواه یا به عبارتی اصلاح الگوی تک‌عنصر در تشکیل تصویر به کاربرد. این روش اگرچه برای SAR چرخشی زمین‌پایه ارائه شده، اما می‌تواند برای SAR با حرکت خطی نیز تعمیم داده شود.

۵- سپاسگزاری

این پژوهش تحت قرارداد شماره ۳۲۳۹ به وسیله پژوهشگاه علوم و تکنولوژی پیشرفته و علوم محیطی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته کرمان حمایت شده است.

۶- مراجع

- [1] J. C. Curlander and R. N. McDonough, "Synthetic aperture radar- Systems and signal processing," New York: John Wiley & Sons, Inc, 1991.
- [2] I. G. Cumming and F. H. Wong, "Digital processing of synthetic aperture radar data," Artech House, 2005.
- [3] M. Soumekh, "Reconnaissance with slant plane circular SAR imaging," *Image Processing, IEEE Transactions on*, vol. 5, pp. 1252-1265, 1996.
- [4] H. Klausing, N. Bartsch, and C. Boesswetter, "A MM-Wave SAR-Design for Helicopter Application (ROSAR)," *Microwave Conference*, 1986. 16th

z_i با هم ترکیب شده و بردار داده \mathbf{y} قبل از فشرده‌سازی در سمت شکل می‌گیرد:

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^{N_e} z_i(\mathbf{x}_i + \mathbf{w}_i) \quad (۲پ)$$

بردار \mathbf{y} را می‌توان به صورت زیر نیز بیان کرد:

$$\mathbf{y} = (\mathbf{X} + \mathbf{W})\mathbf{z} \quad (۳پ)$$

که \mathbf{X} و \mathbf{W} ماتریس‌های $N_t \times N_e$ هستند که از کنار هم چین بردارهای \mathbf{x}_i و \mathbf{w}_i به عنوان ستون نام آن‌ها تشکیل شده‌اند. بردار \mathbf{z} نیز همان بردار وزن $1 \times N_e$ مربوط به شکل‌دهی پرتو است که از ضرایب z_i تشکیل شده است (شکل ۵). حال می‌توان بردار \mathbf{y} را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\mathbf{y}^H \mathbf{y} = \mathbf{z}^H (\mathbf{X} + \mathbf{W})^H (\mathbf{X} + \mathbf{W}) \mathbf{z} = \mathbf{z}^H (\mathbf{X}^H \mathbf{X} + \mathbf{W}^H \mathbf{W} + \mathbf{X}^H \mathbf{W} + \mathbf{W}^H \mathbf{X}) \mathbf{z} \quad (۴پ)$$

با توجه به تصادفی و مستقل بودن بردارهای نویز در کانال‌های مختلف (\mathbf{w}_i ها)، خواهیم داشت:

$$E\{\mathbf{y}^H \mathbf{y}\} = \mathbf{z}^H E\{\mathbf{X}^H \mathbf{X}\} \mathbf{z} + \mathbf{z}^H E\{\mathbf{W}^H \mathbf{W}\} \mathbf{z} \quad (۵پ)$$

حال می‌توان مقدار SNR در داده قبل از فشرده‌سازی در سمت را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$SNR = \frac{\mathbf{z}^H E\{\mathbf{X}^H \mathbf{X}\} \mathbf{z}}{\mathbf{z}^H E\{\mathbf{W}^H \mathbf{W}\} \mathbf{z}} = \frac{\mathbf{z}^H E\{\mathbf{X}^H \mathbf{X}\} \mathbf{z}}{N_t \sigma_w^2 (\mathbf{z}^H \mathbf{z})} \quad (۶پ)$$

که σ_w^2 واریانس هر کدام از درایه‌های ماتریس \mathbf{W} است. رابطه فوق را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$SNR = \frac{1}{N_t \sigma_w^2} \frac{\mathbf{z}^H E\{\mathbf{X}^H \mathbf{X}\} \mathbf{z}}{\|\mathbf{z}\|^2} = \frac{1}{N_t \sigma_w^2} \mathbf{z}'^H E\{\mathbf{X}^H \mathbf{X}\} \mathbf{z}' \quad (۷پ)$$

که \mathbf{z}' برابر با $\frac{\mathbf{z}}{\|\mathbf{z}\|}$ و بنابراین یک بردار با نرم واحد است. با مقایسه رابطه فوق با رابطه (۳۴)، می‌توان نتیجه گرفت در مقایسه مقدار SNR پس از شکل‌دهی پرتو به روش‌های مختلف با مدل ارائه‌شده در این نوشتار، باید بردار ضرایب وزن دارای نرم یکسان (واحد) باشد.

system," IEEE International Radar Conference, 2005.

- [21] S. Huber and M. Younis, A. Patyuchenko, and G. Krieger, "A novel digital beam-forming concept for spaceborne reflector SAR Systems," 2009 European Radar Conference (EuRAD), 2009.
- [22] E. Varona, "Adaptive digital beam-forming for high-resolution wide-swath SAR system," MA dissertation, Universitat Politecnica, De Catalunya, Spain, 2009.
- [23] S. R. Samareh Hashemi, "Optimal Imaging in Ground-Based Circular Strip-Map Synthetic Aperture Radar," Ph.D. Thesis, Ferdowsi University of Mashhad, 2015. (In Persian)
- [24] S. R. Samareh Hashemi and S. A. Seyedin, "Model-Based Image Formation in Ground-Based Circular Strip-Map Synthetic Aperture Radar," Journal of Radar, vol. 3, no. 2, pp. 23-44, 2015. (In Persian)
- [25] M. Soumekh, "Synthetic aperture radar signal processing with MATLAB algorithms," John Wiley & Sons, 1999.
- [26] C. A. Balanis, "Antenna Theory Analysis and Design," 3rd Edition, John Wiley & Sons, 2005.
- [27] R. A. Horn and C. R. Johnson, "Matrix analysis," Cambridge university press, 2012.
- [28] P. Comon and G. H. Golub, "Tracking a few extreme singular values and vectors in signal processing," Proceedings of the IEEE, vol. 78, pp. 1327-1343, 1990.
- [29] Y. Liao, M. Xing, L. Zhang and Z. Bao, "A novel modified Omega-K algorithm for circular trajectory scanning SAR imaging using series reversion," EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, vol. 2013, p. 64, 2013.
- [30] Available at: <http://www.sandia.gov/radar/complex-data/>
- [31] M. Lambers, H. Nies, and A. Kolb, "Interactive dynamic range reduction for SAR images," IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, vol. 5, pp. 507-511, 2008.
- [32] A. Gavrovska and I. Reljin, M. Samčović, A. Milivojević, G. Zajić, and V. Starovoirov, "High dynamic range mapping for synthetic aperture radar images," Telfor Journal, vol. 10, pp. 56-61, 2018.
- [33] S. Hisanaga, K. Wakimoto, and K. Okamura, "Tone mapping and blending method to improve SAR image visibility," IAENG International Journal of Computer Science, vol. 38, pp. 289-294, 2011.
- [34] A. Reigber and O. Hellwich, "RAT (Radar Tools): A free SAR image analysis software package," in Proceedings of Eusar, pp. 997-1000, 2004.

پیوست (۱)

همانطور که در متن مقاله گفته شد، در روش شکل‌دهی پرتو دیجیتال با استفاده از چند کانال گیرنده، سیگنال‌های دریافتی از کانال‌های مختلف با توجه به وزن مربوط به هر کانال با هم ترکیب می‌شوند. فرض کنید بردار داده پس از فشرده‌سازی در برد و RCMC مربوط به برد r_0 در کانال گیرنده نام به صورت زیر باشد:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{x}_i + \mathbf{w}_i, \quad i = 1, \dots, N_e \quad (۱پ)$$

که بردار سیگنال ($1 \times N_t$) و بردار نویز است. به منظور شکل‌دهی پرتو دیجیتال بردارهای \mathbf{y}_i به وسیله ضرایب وزن‌دهی

Optimal Beamforming for Maximization of the Image SNR in Ground-Based Circular Synthetic Aperture Radar

S. R. Samare Hashemi*

*Graduate University of Advanced Technology

(Received: 30/09/2018, Accepted: 12/05/2019)

Abstract

In this paper a method for optimal digital beamforming in ground-based circular synthetic aperture radar in order to maximize the image signal to noise ratio (SNR) is proposed. In this method to maximize the image SNR, an array of receiver elements is used and the complex weighting coefficients of receiver channels are computed by solving an optimization problem and eigenvalue decomposition. The optimization problem is formed based on data modeling in each range and matched filter image formation and SNR computation in each image pixel versus excitation coefficients. Finally, optimal weighting coefficients of each range are computed as the eigenvector corresponding to the largest eigenvalue of a matrix related to the geometry and parameters of the system. Simulations illustrate the superiority of the proposed method in increasing image SNR over other digital beamforming methods, especially at long ranges.

Keywords: Synthetic Aperture Radar (SAR), Circular Synthetic Aperture Radar (CSAR), Digital Beamforming, Optimization, Eigenvalue Decomposition