

## بررسی جریان لایه مرزی با استفاده از داده‌های حاصل از جریان سنج سیم داغ و به کارگیری شبکه عصبی

احسان ایزد پناه<sup>۴</sup>

دانشکده مکانیک  
دانشگاه یزد

وحیده دشتی<sup>۳</sup>

مجمع دانشگاهی مکانیک و هوافضا  
دانشگاه صنعتی مالک اشتر

مرضیه بابایی ربیعی<sup>۲</sup>

دانشکده مکانیک  
دانشگاه یزد

مجتبی دهقان منشادی<sup>۱</sup>

مجمع دانشگاهی مکانیک و هوافضا  
دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/۰۴/۲۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۰۹/۲۹)

### چکیده

در این تحقیق به علت اهمیت لایه مرزی در مکانیک سیالات و نقش آن در کاربردهای متعدد، مطالعه جریان لایه مرزی مورد توجه قرار گرفته است. در این راستا، در یک مقطع از جریان عبوری از یک صفحه تخت، با استفاده از داده‌های حاصله از جریان سنج سیم داغ، پارامترهای توربولانسی نظیر شدت توربولانس، مقیاس طولی کولموگرو، نرخ اضمحلال و تغییرات پروفیل سرعت در ارتفاع‌های مختلف از صفحه تعیین و تحلیل گردید. همچنین با آموزش یک شبکه عصبی توافقی خوبی برای داده‌های نقطه هدف شبکه عصبی با داده‌های به دست آمده از طریق تجربی مشاهده شد که اطمینان لازم در استفاده از این شبکه عصبی را برای تعیین مقادیر متناظر در نقاطی غیر از نقاط داده برداری ایجاد نمود. بررسی اثر تعداد نمونه داده برداری روی پارامترهای توربولانس و تحلیل فرکانسی نیز در این تحقیق انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد که با فاصله گرفتن از صفحه تخت، شدت توربولانس، طول کولموگرو و برجستگی کاهش و نرخ اضمحلال و مقدار سرعت متوسط افزایش می‌یابد. همچنین با نزدیک شدن به صفحه تخت، دامنه تبدیل سری فوری افزایش می‌یابد.

**واژه‌های کلیدی:** جریان لایه مرزی، شبکه عصبی، جریان سنج سیم داغ، توربولانس، تحلیل فرکانسی

## An Experimental Investigation on Boundary Layer Flow by Using Hot-Wire Anemometer and Neural Network

M.D. Manshadi

Mech. and Aerospace Eng. Dep.  
Malek Ashtar Univ.

M.B. Rabiei

Mech. Eng. Dep.  
Yazd Univ.

V. Dashti

Mech. and Aerospace Eng. Dep.  
Malek Ashtar Univ.

E. Izadpanah

Mech. Eng. Dep.  
Yazd Univ.

(Received: 19 July, 2011; Accepted: 20 December, 2013)

### ABSTRACT

In this research, turbulence parameters such as turbulence intensity, Kolmogorov length scale, dissipation rate and velocity profiles at a cross section of flow over a flat plate are analyzed by using hot wire anemometer. Furthermore, the behaviors of parameters at unknown heights of plate are predicted by utility of advanced neural networks. One can find that there is well agreement between results of neural network at unidentified points and experimental data that guaranties the use of neural network to determine turbulent parameters at each point that there are not any experimental data for them. In addition to, frequency analysis and the effect of number of samples on the turbulence parameters are considered. The results show that the turbulence intensity, Kolmogorov length scale and Kurtosis are decreased with increase the height where dissipation rate and mean velocity are increased. Furthermore, the amplitude of FFT is increased near the plate.

**Keywords:** Boundary Layer Flow, Neural Network, Hot-wire Anemometer, Turbulence, Frequency Analysis

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): mdmanshadi@alum.sharif.edu

۲- دانشجوی دکتری: mbrabiee@gmail.com

۳- کارشناس ارشد: vahideh.dashti@gmail.com

۴- استادیار: E.izadpanah@pgu.ac.ir

## ۱- مقدمه

با توجه به وسعت کاربرد لایه مرزی آشفته، بررسی فیزیک لایه مرزی و تحلیل پارامترهای توربولانسی آن از اهمیت زیادی برخوردار است. در آزمایشات تجربی در تونل باد جریان سنج سیم داغ از با سابقه‌ترین وسایلی است که برای این منظور مورد استفاده قرار می‌گیرد. پاسخگویی جریان‌سنج سیم داغ با پراب X شکل در نواحی با گرادیان سرعت زیاد مانند نواحی نزدیک دیوار در جریان لایه مرزی توسط تاملی و همکاران به صورت تجربی بررسی و عملکرد صحیحی برای اندازه‌گیری‌های نزدیک دیوار پیشنهاد شده است که برای تصحیح پروفیل‌های تنش رینولدز در لایه مرزی صفحه تخت به کار رفته است [۱]. استرلاند<sup>۱</sup> و جانسون<sup>۲</sup> محدوده عدد پکلت را که در پراب دوبعدی در نزدیکی دیوار تداخل حرارتی در حد قابل قبول باشد را تعیین کرده‌اند [۲]. بارن<sup>۳</sup> و کوادریو<sup>۴</sup> با توجه به مورد توجه قرار گرفتن نصب شیارهای طولی روی سطوح برای کاهش اصطکاک سطحی، از جریان‌سنج سیم داغ و تکنیک U-Level، به عنوان مناسب‌ترین الگوریتم برای تحلیل اندازه‌گیری‌های سرعت در یک نقطه توسط سیم داغ یک بعدی، برای تحلیل جریان لایه مرزی روی سطح تخت و سطح دارای شیارهای طولی پرداختند [۳]. برزک<sup>۵</sup> و همکاران به بررسی تجربی اثرات زبری سطح و گرادیان فشار معکوس روی لایه مرزی توربولانس توسعه یافته پرداختند. شرایط جریان مشابه برای دو حالت سطوح صاف و زبر ایجاد شد. اصطکاک سطحی محاسبه شده از این تکنیک افزایش ۵۸٪ ناشی از زبری سطح را نشان می‌دهد [۴]. سلطانی، منشادی و میرعبداللهی در یک تحقیق توزیع فشار روی صفحه تخت و همچنین تغییرات لایه مرزی در موقعیت‌های مختلف یک صفحه تخت را به منظور بررسی پایداری جریان یک تونل باد بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که وجود رفتار لایه مرزی روی صفحه تخت متأثر از شدت توربولانس جریان آزاد است. ضمن اینکه حضور یک زبری مصنوعی می‌تواند پارامترهای جریان را به شدت مورد تأثیر قرار دهد. نتایج آنها نشان داد امکان دارد گرادیان فشار روی صفحه تخت صفر نباشد [۵]. در مرجع [۶] توزیع تنش رینولدز در ناحیه دیواره لایه مرزی به دست آمده است. نتایج پژوهش مذکور نشان می‌دهد که تنش رینولدز در نزدیکی دیواره بیشترین مقدار را داشته، سپس افت کرده و در خارج از

لایه مرزی به صفر می‌رسد، همچنین این تنش رینولدز بر روی صفحه نیز صفر می‌شود. مطالعه توربولانس در پایین دست جریان یک مدل توربین باد واقع در یک لایه مرزی توسعه یافته روی سطوح صاف و زبر، با استفاده از داده‌های جریان‌سنج سیم داغ توسط چامارو<sup>۶</sup> و پورته<sup>۷</sup> انجام شد. مشاهده شد که اثر توربین روی سرعت و شدت توربولانس حتی در فواصل دور، ۱۵ برابر قطر روتور، قابل اغماض نیست [۷]. داده‌های حاصل از جریان‌سنج سیم داغ در حدی قابل قبول هستند که فوکت<sup>۸</sup> و همکارانش از آن برای معتبرسازی داده‌های حاصل از سرعت‌سنج تصویر ذره، PIV، در کار خود، ایجاد شرایط مرزی دینامیکی در نزدیک دیوار به منظور کاهش عملیات لازم در این ناحیه توسط شبیه‌سازی‌های بزرگ، استفاده کردند [۸].

در مرجع [۹] توزیع سرعت متوسط و خواص آشفتگی برای لایه مرزی روی یک صفحه تخت در حالت گرادیان فشار صفر به دست آمده است. نتایج نشان داد که مقدار شدت اغتشاشات سرعت جریان سیال در لایه مرزی بسیار بالا و غیرهمگن می‌باشد. اشکفتی، دهقان و منشادی در مرجع [۱۰] تأثیر شیار بر پارامترهای لایه مرزی روی یک صفحه تخت شیاردار را بررسی کرده‌اند. نتایج آنها نشان داد که وجود شیار پارامترهای مشخص کننده لایه مرزی به خصوص ضریب اصطکاک را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

در پژوهش حاضر علاوه بر بررسی پارامترهای توربولانسی حاصل از داده‌های جریان‌سنج سیم داغ در ارتفاع‌های مختلف یک مقطع از جریان لایه مرزی آشفته روی سطح تخت، آموزش یک شبکه عصبی برای تعیین مقادیر در نقاطی غیر از نقاط داده‌برداری در آزمایش تجربی انجام شده است. هدف اصلی تحقیق حاضر، بررسی پارامترهای جریان سیال در ارتفاعات مختلف از صفحه تخت می‌باشد.

## ۲- پارامترهای توربولانسی برای معرفی فیزیک جریان

در بررسی فیزیک لایه مرزی آشفته، تحلیل پارامترهای توربولانسی از قبیل سرعت متوسط زمانی، شدت توربولانس، طول کولموگرو و غیره مهم می‌باشد [۱۱]. سرعت متوسط زمانی بیانگر سرعت متوسط جریان است و با سرعت لحظه‌ای  $u(t)$  و نوسانات سرعت  $u'(t)$  به صورت مرتبط است:

$$u(t) = U_{mean} + u'(t)$$

1 - Österlund  
2- Johansson  
3 -Baron  
4 -Quadrio  
5 -Brzek

6-Chamorro  
7-Porte  
8 -Foucaut

$$S_u = 1/N \sum_{n=1}^N \frac{(U(n) - \bar{U})^3}{\sigma_u^3}, \quad (6)$$

$$Ku = 1/N \sum_{n=1}^N \frac{(U(n) - \bar{U})^4}{\sigma_u^4}. \quad (7)$$

### ۳- روند انجام آزمایشات

این تحقیق به منظور بررسی رفتار جریان در داخل لایه مرزی انجام گرفته است. برای این منظور، یک صفحه تخت در تونل باد مادون صوت قرار گرفته و با پراب لایه مرزی در یک موقعیت مشخص از صفحه تخت، ۵ سانتی متر از شروع صفحه تخت که بررسی‌ها نشان داد کاملاً جریان در آنجا مغشوش می‌باشد، در ارتفاعات مختلف از صفحه، سیگنال‌های حاصل از سیم داغ ثبت شده‌اند. به واسطه جلوگیری از پاره شدن پراب سیم داغ تا ۱ میلی‌متری صفحه با دقت بالا و با سیستم تراورسینگ نزدیک شده و تا شرایط جریان آزاد، ۱۰ میلی‌متر از صفحه تخت با گام ۱ میلی‌متر اندازه‌گیری لایه مرزی انجام شده است. قابل ذکر است سیستم تراورسینگ از راه دور با استفاده از برنامه کامپیوتری مربوطه با دقت ۰/۵ میلی‌متر تنظیم شده است. اگرچه آزمایش‌ها در محدوده سرعت مختلف انجام گرفته ولی در این پژوهش فقط داده‌های مربوط به سرعت ۵۰ متر بر ثانیه مورد توجه واقع شده است. تونل باد مادون صوت استفاده شده در این پژوهش از نوع مدار بسته بوده که ابعاد محفظه آزمایش آن ۲۰۰ × ۸۰ × ۸۰ سانتی‌متر است. در سال‌های اخیر فعالیت‌های ارزشمندی در راستای بهبود کیفیت جریان مقطع کاری آن انجام شده به نحوی که شدت توربولانس آن به ۰/۱۵ درصد کاهش یافته است. در حال حاضر این تونل مجهز به یک بالانس شش مؤلفه خارجی است که قابلیت اندازه‌گیری کلیه نیروها و ممان‌های وارده به مدل در زوایای حمله و سرعت‌های مختلف، حداکثر ۱۰۰ متر بر ثانیه را دارا می‌باشد. شکل تونل باد در شکل ۱ ارائه شده است. قابل ذکر است جهت انجام آزمایش‌ها، ابتدا سیم داغ به صورت دینامیکی و استاتیکی کالیبره شده است. بعد از کالیبراسیون دینامیکی و ارزیابی پاسخ فرکانسی پراب سیم داغ در مدار الکترونیکی دما ثابت نسبت به سیگنال موج مربع فرکانس قطع ۱۵ کیلوهرتز و فرکانس داده‌برداری ۱ کیلوهرتز و تعداد داده‌ها ۱۰۰۰ انتخاب شد. صفحه تخت به صورت دوبعدی در تونل باد نصب شد و برای جلوگیری از گردآیدان فشار ناگهانی، لبه صفحه تخت شیب‌دار طراحی و ساخته شد. صفحه تخت دارای طول ۶۰ و عرض ۴۰ سانتی‌متر می‌باشد.

$$U_{mean} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N U(n), \quad (1)$$

که در آن، N تعداد نمونه‌های اندازه‌گیری شده است. انحراف معیار سرعت جریان سیال که مشخص کننده شدت اغتشاش‌های جریان سیال است، تحت عنوان مجذور میانگین مربعات شناخته می‌شود و طبق معادله زیر تعریف می‌شود:

$$u_{rms} = \left( \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (U(n) - U_{mean})^2 \right)^{0.5}. \quad (2)$$

با استفاده از انحراف معیار سرعت جریان سیال، می‌توان شدت اغتشاش‌های جریان سیال را به صورت زیر تعریف نمود:

$$T_u = \frac{u_{rms}}{U} \times 100. \quad (3)$$

نرخ اضمحلال<sup>۱</sup> بیانگر تبدیل انرژی حرکت توده‌ای سیال (ادی) به انرژی حرکت مولکولی سیال است. به عبارت دیگر ادی‌های بزرگ به ادی‌های کوچک تبدیل می‌شوند و مطابق زیر تعریف می‌شوند:

$$\varepsilon = \frac{15\nu}{U_{mean}^2} \times \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-1} \left( \frac{U_{i+1} - U_i}{\Delta t} \right)^2 \right]. \quad (4)$$

طول مقیاس کولموگرو بیانگر اندازه کوچک‌ترین ادی در جریان است و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\eta = \left( \frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4}. \quad (5)$$

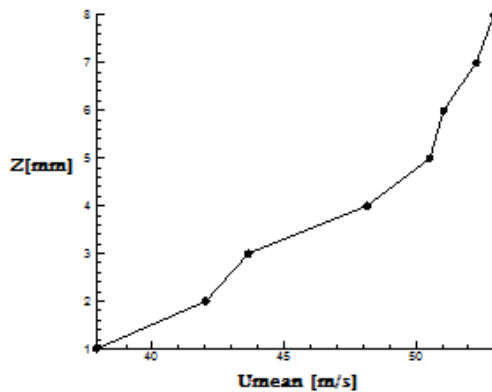
دو پارامتر مهم دیگر که در بررسی کیفی جریان‌های سیال از آنها استفاده می‌شود، چولگی<sup>۲</sup> و برجستگی<sup>۳</sup> است. چولگی برابر برابر با گشتاور سوم نرمال شده است. چولگی در حقیقت معیاری از وجود یا عدم تقارن تابع توزیع است. برای یک توزیع کاملاً متقارن چولگی صفر و برای یک توزیع نامتقارن با کشیدگی به سمت مقادیر بالاتر چولگی مثبت و برای توزیع نامتقارن با کشیدگی به سمت مقادیر کوچک‌تر مقدار چولگی منفی است که در اینجا بیان‌کننده مقدار تقارن سرعت لحظه‌ای نسبت به سرعت متوسط جریان سیال است. زمانی که چولگی غیر صفر است، داده‌ها نسبت به مقدار متوسط تقارن ندارند و داده‌ها را نمی‌توان توسط یک توزیع نرمال مدل کرد. زمانی که داده‌ها را بتوان توسط توزیع نرمال مدل کرد، نوسانات مؤلفه افقی سرعت و شدت نوسان کوچک است. کشیدگی برابر با گشتاور چهارم نرمال شده است. به عبارت دیگر کشیدگی معیاری از تیزی منحنی در نقطه بیشینه است. مقدار کشیدگی برای توزیع نرمال برابر ۳ است. این پارامترها مطابق زیر تعریف می‌گردند:

1- Dissipation Rate

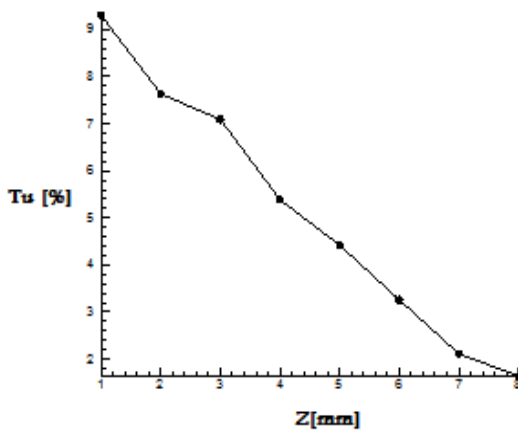
2- Skewness

3- Kurtosis

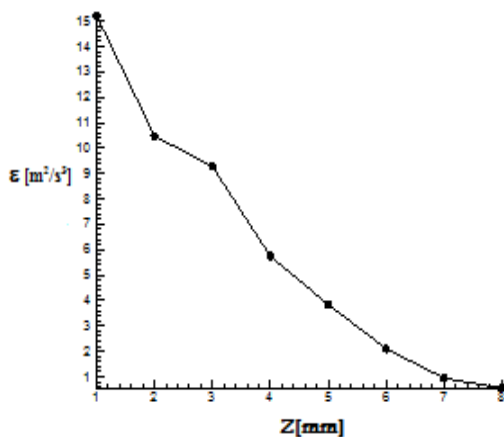
اضمحلال کمتر شود، در نهایت در ارتفاع‌های بالاتر ادی‌ها بزرگتر می‌شود. شکل ۵ تغییرات طول کولموگرو بر حسب ارتفاع را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود با افزایش ارتفاع طول کولموگرو افزایش پیدا می‌کند که این نشان دهنده بزرگتر شدن ادی‌ها است که ناشی از کوچک شدن نرخ اضمحلال می‌باشد. به عبارت دیگر اثر لایه مرزی در حال کم شدن است.



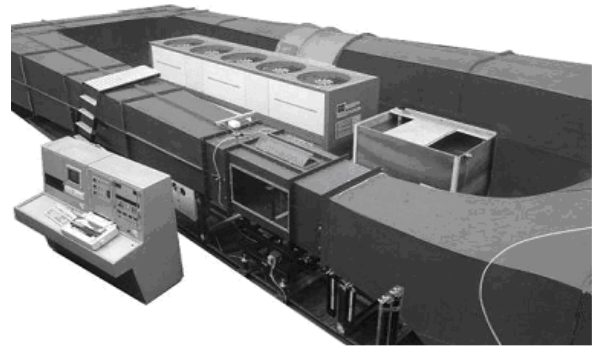
شکل (۲): تغییرات سرعت متوسط  $U_{mean}$  بر حسب ارتفاع.



شکل (۳): تغییرات شدت توربولانس بر حسب ارتفاع.



شکل (۴): تغییرات نرخ اضمحلال بر حسب ارتفاع.

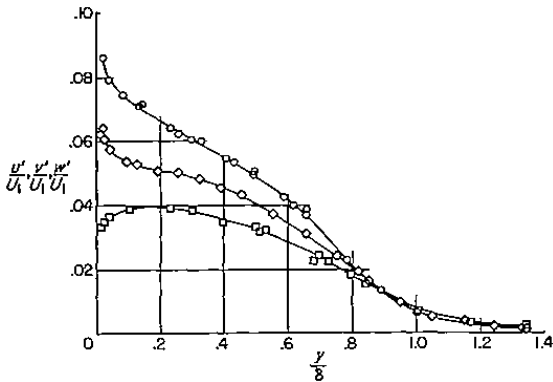


شکل (۱): شماتیکی از تونل باد استفاده شده در این پژوهش.

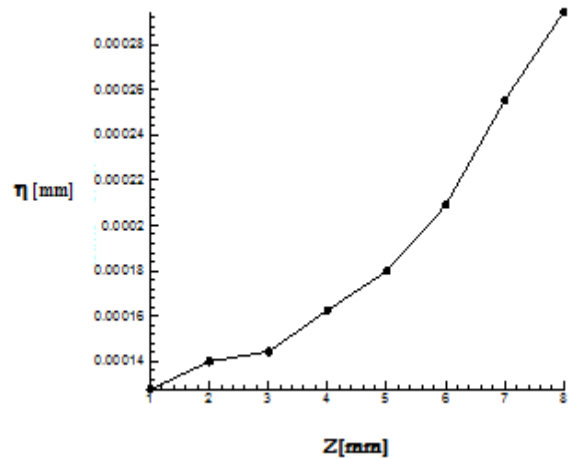
#### ۴- تحلیل نتایج

##### ۴-۱- بررسی تغییرات پارامترهای مهم در ارتفاعات مختلف صفحه تخت

در ابتدا با استفاده از داده‌های آزمایش تجربی که ولتاژهای دریافتی از جریان سنج سیم داغ است و با داشتن سرعت‌های متناظر آنها، معادله کالیبراسیون سرعت به دست آمده است. برای این منظور یک کد کامپیوتری به زبان فرترن بر مبنای روش اسپلاین مکعبی نوشته شده است. با استفاده از کد نوشته شده این ولتاژها به سرعت‌های لحظه‌ای تبدیل شده تا از آنها برای محاسبه پارامترهای توربولانسی جریان استفاده شود. با استفاده از کد فرترن نوشته شده و به کارگیری سرعت‌های لحظه‌ای به دست آمده از کد، این پارامترها برای ارتفاع‌های مختلف لایه مرزی به دست آمده است. شکل ۲ تغییرات سرعت متوسط  $U_{mean}$  بر حسب ارتفاع در چند نقطه مختلف را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود با افزایش ارتفاع سرعت متوسط تقریباً به صورت سهمی افزایش می‌یابد تا به سرعت جریان آزاد نزدیک شود. زیرا بر روی سطح به خاطر شرط عدم لغزش سرعت صفر می‌باشد و هر چه به سمت بالا حرکت می‌شود، سرعت افزایش می‌یابد. تغییرات شدت توربولانس بر حسب ارتفاع در نقاط مختلف در شکل ۳ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود با افزایش ارتفاع، شدت توربولانس کاهش یافته است. با توجه به رابطه شدت توربولانس ( $U_{rms}/U_{mean}$ ) و مشاهده کاهش  $U_{rms}$  و افزایش  $U_{mean}$  با فاصله گرفتن از سطح می‌توان نتیجه گرفت که شدت توربولانس با افزایش ارتفاع کاهش پیدا می‌کند. شکل ۴ تغییرات نرخ اضمحلال انرژی را بر حسب ارتفاع در چند نقطه مختلف نشان می‌دهد. دیده می‌شود با افزایش ارتفاع، نرخ اضمحلال کاهش می‌یابد که دلیل آن افزایش  $U_{mean}$  می‌باشد. همچنین با افزایش ارتفاع، نرخ زمانی تغییر سرعت نیز کاهش می‌یابد که در نهایت باعث کاهش نرخ اضمحلال بر حسب ارتفاع می‌شود. هر چه نرخ



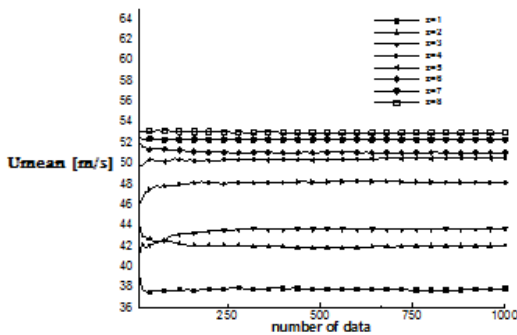
شکل (۷): نتایج مربوط به سه مولفه توربولانس در لایه مرزی با تغییر ارتفاع [۹].



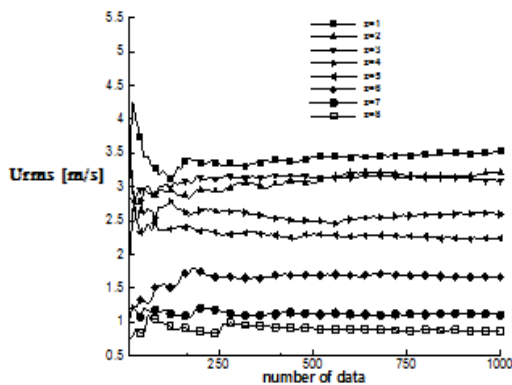
شکل (۵): تغییرات طول کولموگرو بر حسب ارتفاع.

۴-۲- بررسی اثر تعداد داده‌ها بر پارامترهای مورد مطالعه

شکل ۸ اثر تعداد نمونه داده‌برداری (زمان داده‌برداری) را بر مقادیر  $U_{mean}$  در ارتفاع‌های مختلف نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود برای تمامی ارتفاع‌ها حدوداً ۲۰۰ داده (۰/۱ ثانیه) کافی است که مقدار  $U_{mean}$  از زمان داده‌برداری مستقل شود. شکل‌های ۹ و ۱۰ اثر زمان داده‌برداری بر  $T_u$  و  $U_{rms}$  را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که در ارتفاع‌های کمتر که مقادیر  $T_u$  و  $U_{rms}$  بزرگتر هستند، زمان تقریبی بیشتری لازم است تا پارامترها از زمان داده‌برداری مستقل شوند.

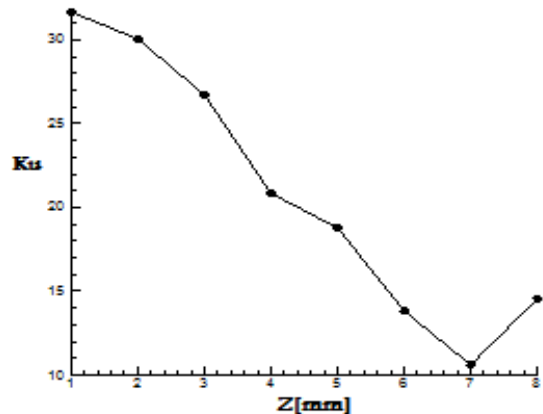


شکل (۸): اثر تعداد داده‌برداری بر مقدار سرعت متوسط.

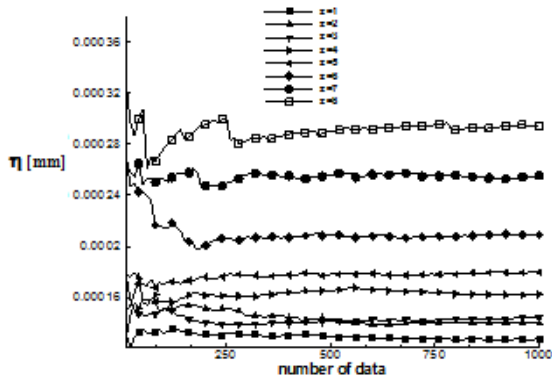


شکل (۹): اثر زمان داده‌برداری بر مجذور میانگین مربعات سرعت.

شکل ۶ تغییرات برجستگی را بر حسب ارتفاع نشان می‌دهد. مقادیر به دست آمده برای برجستگی نشان دهنده تیزی منحنی توزیع در نقطه ماکزیمم می‌باشد که با افزایش ارتفاع کاهش یافته است. لازم به ذکر است در چند شکل قبل، عدم تبعیت الگوی رفتاری نقطه سوم با نقاط همسایه دیده می‌شود که این عدم تبعیت ممکن است ناشی از خطای حاصل از برداشت داده‌ها از سیستم اندازه‌گیری باشد. توزیع شدت اغتشاش‌های جریان سیال در لایه مرزی آشسته بر روی صفحه تخت برای یک مطالعه مشابه در شکل ۷ آمده است [۹]. شکل ۶ نشان می‌دهد که همانند نتایج تحقیق حاضر، شکل (۳)، مقدار شدت اغتشاش سرعت جریان سیال در لایه مرزی آشسته بسیار بالا است. نتایج مرجع [۹] نشان می‌دهد که شدت جریان اغتشاش در جهت جریان محوری بیشترین مقدار را داراست.



شکل (۶): تغییرات برجستگی بر حسب ارتفاع.



شکل (۱۲): اثر زمان داده‌برداری (تعداد نمونه) بر طول کولموگرو.

با توجه به شکل‌های فوق می‌توان نتیجه گرفت برای شدت توربولانس جریان آزاد تقریباً برابر با ۰/۲ درصد، با انتخاب ۲۵۰ نمونه برای تعداد داده‌برداری می‌توان نتایج مناسب را به دست آورد و حجم داده‌ها و هزینه‌ها را به میزان قابل توجهی کاهش داد.

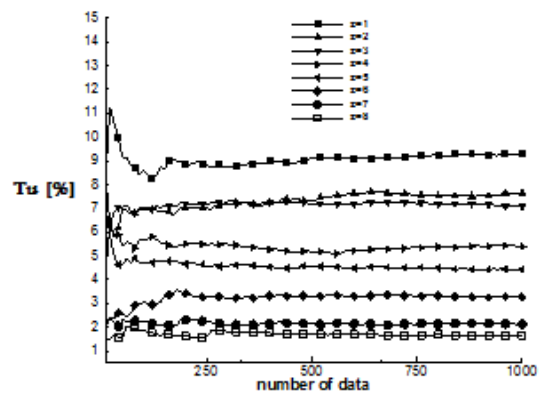
#### ۴-۳- تحلیل فرکانسی

تبدیل سری فوریه برای اندازه‌گیری مقدار فرکانس سیگنال‌های گذرا و دائم مفید است. مهمترین کاربرد تبدیل سری فوریه یا تبدیل سری فوریه در پردازش سیگنال است. همان‌طور که می‌توان برخی از توابع را به صورت بسط تیلور از توابع چند جمله‌ای نوشت، می‌توان توابع متناوب را به خوبی بر حسب توابع سینوسی با فاز اولیه و ضریب دلخواه نوشت. حال تبدیل شکل سیگنال به سری فوریه با روش‌های تبدیل سری فوریه انجام می‌شود. به وسیله تبدیل گسسته فوریه می‌توان توابع و سیگنال‌های گسسته را از حوزه زمان به حوزه فرکانس و یا از حوزه مکان به حوزه عدد موج تبدیل کرد.

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\frac{2\pi i}{N} k n} \quad (۸)$$

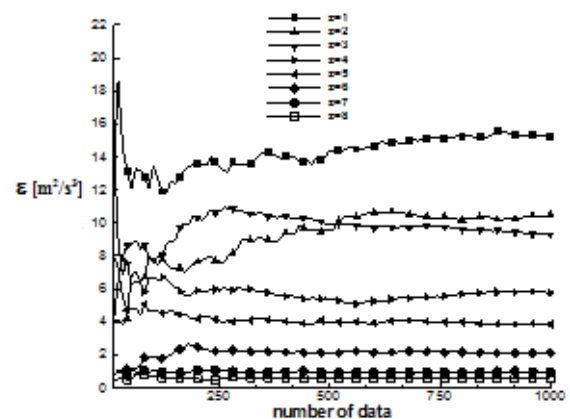
در این پژوهش به منظور تحلیل نحوه توزیع انرژی سیگنال در ارتفاعات مختلف تحلیل سری فوریه برای سیگنال در ارتفاعات مختلف مورد توجه قرار گرفته است.

شکل‌های ۱۳ و ۱۴، تغییرات طیف توان انرژی با فرکانس را در نزدیک‌ترین نقطه به صفحه، ۱ میلی‌متری و همچنین در فاصله ۸ میلی‌متری از صفحه تخت در خارج از لایه مرزی نشان می‌دهد. در داخل لایه مرزی و نزدیک صفحه تخت به واسطه اثر جداره و لایه مرزی میزان نوسانات بسیار زیاد است.



شکل (۱۰): اثر زمان داده‌برداری بر شدت توربولانس.

شکل‌های ۱۱ و ۱۲ اثر زمان داده‌برداری بر نرخ اضمحلال و طول کولموگرو را نشان می‌دهد. همان‌طور که قبلاً بررسی شد، این دو پارامتر در ارتفاع‌های مختلف عکس هم هستند. یعنی در ارتفاع بالاتر که طول اضمحلال کوچک‌تر است، طول کولموگرو بزرگ‌تر می‌باشد. به همین ترتیب مشاهده می‌شود که در ارتفاع پایین تعداد داده‌برداری بیشتری لازم است که طول اضمحلال مستقل از زمان داده‌برداری شود در حالی که طول کولموگرو در ارتفاع‌های بالاتر که مقادیر بیشتری دارد، به زمان داده‌برداری بیشتری احتیاج دارد. انتخاب تعداد نمونه به مقدار شدت توربولانس جریان و عدم قطعیت نتایج وابسته است به گونه‌ای که هرچه توربولانس بیشتر باشد، به تعداد نمونه‌های داده‌برداری بیشتری نیاز است.



شکل (۱۱): اثر زمان داده‌برداری (تعداد نمونه) بر نرخ اضمحلال.

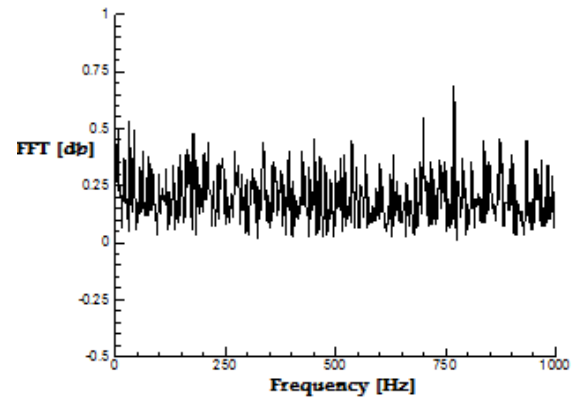
اندازه‌گیری یا از منابع دیگر ناشی شده باشد. همواره در حین انجام اندازه‌گیری‌های تجربی خطاها وجود دارند که می‌توان آنها را به دو دسته تقسیم کرد: خطاهای ثابت (سیستماتیک) و خطاهای تصادفی (تکرارناپذیر). خطاهای ثابت در اندازه‌گیری‌های تکراری یکسان است و به همین دلیل با کالیبراسیون و تصحیحات مناسب قابل حذف شدن هستند. ولی خطاهای تصادفی برای هر بار خواندن متفاوت‌ند بنابراین قابل حذف نیستند. هدف تحلیل عدم قطعیت، برآورد احتمال خطای تصادفی در نتایج تجربی است. فرض بر این است که تجهیزات به درستی ساخته شده‌اند و به خوبی کالیبره شده‌اند تا خطاهای ثابت حذف شوند. همچنین در انجام مشاهدات و ثبت آنها دقت کافی اعمال شده است. برآورد عدم قطعیت سه مرحله دارد:

- ۱- برآورد فاصله<sup>۱</sup> عدم قطعیت برای هر کمیت اندازه‌گیری شده.
- ۲- بیان محدوده قابل اطمینان<sup>۲</sup> در هر اندازه‌گیری که میزان ارزش واقعی محدوده‌ی آن فاصله را نشان می‌دهد.
- ۳- تحلیل پخش عدم قطعیت درون نتایج محاسبه شده از داده‌های تجربی.

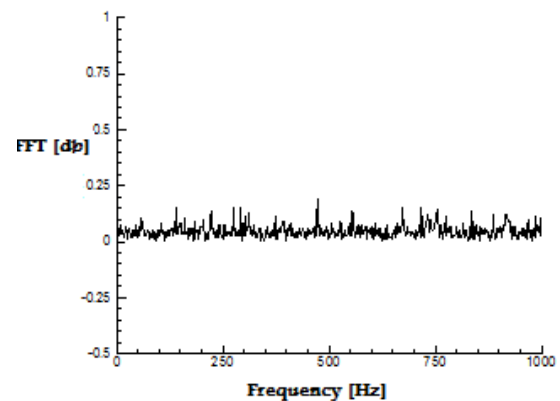
مقادیر اندازه‌گیری شده در یک آزمایش را به صورت  $X_1, X_2, \dots, X_n$  می‌توان در نظر گرفت. یکی از راه‌های ممکن برای یافتن فاصله‌ی عدم قطعیت برای هر متغیر، تکرار اندازه‌گیری به دفعات زیاد است. در نتیجه توزیعی از داده‌ها برای آن متغیر ایجاد می‌شود. خطاهای تصادفی در اندازه‌گیری معمولاً یک توزیع نرمال فرکانسی برای مقادیر اندازه‌گیری شده ایجاد می‌کنند. پراکندگی داده‌ها برای توزیع نرمال توسط انحراف معیار استاندارد،  $\sigma$  مشخص می‌شود.

طول عدم قطعیت برای هر متغیر اندازه‌گیری شده  $X_i$  می‌تواند به صورت  $\pm n\sigma_i$  بیان شود که  $n=1, 2, 3$ . برای داده‌های با توزیع نرمال، بیشتر از ۹۹٪ مقادیر اندازه‌گیری شده  $X_i$  با انحراف  $\pm 3\sigma_i$  از مقدار متوسط قرار می‌گیرد، ۹۵٪ با  $\pm 2\sigma_i$  و ۶۸٪ با  $\pm \sigma_i$ .

تحلیل پخش عدم قطعیت در محاسبات به صورت زیر انجام می‌شود. در نظر بگیرید اندازه‌گیری متغیرهای مستقل  $X_1, X_2, \dots, X_n$  در آزمایشگاه انجام شده و عدم قطعیت نسبی هر یک از آنها برابر  $u_i$  برآورد شده باشد. محاسبه خطایی که اندازه‌گیری هر متغیر روی  $R=R(X_1, X_2, \dots, X_n)$  می‌گذارد را می‌توان با تابع مشتق  $R$  نسبت به آن متغیر تعیین کرد:



شکل (۱۳): تبدیل سریع فوریه برای  $z=1mm$



شکل (۱۴): تبدیل سریع فوریه برای  $z=8mm$

بررسی نویسندگان برای ارتفاعات دیگر نشان می‌دهد با افزایش فاصله از صفحه تخت این نوسانات کم می‌شود. به عبارت دیگر، با افزایش ارتفاع که توربولانس کاهش یافته، دامنه تبدیل سری فوریه کاهش می‌یابد و می‌توان به این نتیجه رسید که کاهش توربولانس باعث کاهش دامنه تبدیل سری فوریه می‌شود. به عبارت دیگر با دور شدن از صفحه تخت و کاهش لایه مرزی و کم شدن شدت توربولانس، انرژی سیال نیز کاهش می‌یابد. در شکل‌ها پیک‌هایی دیده می‌شود که ممکن است به واسطه شدت توربولانس و یا نویز جریان باشد.

#### ۴-۴- بررسی عدم قطعیت داده‌برداری های این پژوهش

اغلب از نتایج تست‌های تجربی برای طراحی و آنالیزهای مهندسی استفاده می‌شود. اما تمامی داده‌ها کاملاً خوب نیستند. معترسازی داده‌ها باید قبل از اینکه نتایج تست در طراحی مورد استفاده قرار گیرد، انجام شود. تحلیل عدم قطعیت عملکردی است که برای کمی کردن اعتبار و دقت داده‌ها انجام می‌شود. عدم قطعیت‌های اندازه‌گیری ممکن است از ابزار اندازه‌گیری، موضوع مورد اندازه‌گیری، محیط، متصدی

1- Interval

2- Confidence Level

جدول (۱): طول عدم قطعیت برای پارامترهای توربولانسی.

$u_\eta$	$u_\varepsilon$	$u_{Tu}$	$u_{Umean}$	Z (mm)
۰/۰۰۰۰۲۶۵۱	۱۲/۶۶۵۳۷	۳/۸۷۱۶۱۸	۷/۰۵۰۹۱۲	۱
۰/۰۰۰۰۲۳۸۸	۷/۱۵۶۳۰۲	۲/۶۰۶۶۴۷	۶/۴۱۸۸۹	۲
۰/۰۰۰۰۲۲۸۵	۵/۸۸۰۷۸۵	۲/۲۴۶۳۱۲	۶/۱۸۶۸	۳
۰/۰۰۰۰۱۹۵۸	۲/۷۶۹۹۷۴	۱/۲۹۷۷۳۶	۵/۱۸۷۵۷۲	۴
۰/۰۰۰۰۱۷۷۸	۱/۵۲۰۷۱	۰/۸۷۵۰۸۲	۴/۴۷۱۰۶۸	۵
۰/۰۰۰۰۱۵۲۳	۰/۶۱۲۳۵۶	۰/۴۷۵۰۲۴	۳/۳۲۷۴۱۴	۶
۰/۰۰۰۰۱۲۰۷	۰/۱۷۸۲۷۴	۰/۱۹۹۸۱۴	۲/۲۱۰۷۶	۷
۰/۰۰۰۰۱۰۷۹	۰/۰۷۸۳۲۳	۰/۱۲۰۲۳۷	۱/۷۳۶۸۴	۸

#### ۴-۵- شبکه عصبی

شبکه‌های عصبی با الهام از سیستم عصبی بدن طراحی و ابداع شده‌اند. یک شبکه عصبی از چندین عنصر به اسم نرون تشکیل شده است و هر یک از این نرون‌ها با نرون‌های دیگر ارتباط دارد، البته ارتباط بین نرون‌ها وزن دار می‌باشد. این وزن‌ها به عنوان پارامترهای مهم در آموزش شبکه‌های عصبی مطرح می‌شوند. به طور کلی شبکه‌های عصبی طوری آموزش داده می‌شوند که یک ورودی خاص منجر به خروجی خاصی در لایه خروجی شبکه عصبی شود. برای این که شبکه‌های عصبی توابع پیچیده‌ای در کاربردهای مختلف را شبیه‌سازی کنند، آموزش داده می‌شوند. یک شبکه با تصویر کردن مقادیر ورودی به مقادیر خروجی روی محاسبات اثر می‌گذارد. بجز نرون‌های لایه خروجی شبکه، تعداد نرون‌های هر لایه به طراح بستگی دارد. به جز شبکه‌های کاملاً خطی، تعداد بیشتر نرون در لایه پنهان منجر به قدرت بیشتر برای شبکه می‌شود. در صورتی که انتقال خطی مورد نیاز باشد، باید از یک نرون خطی استفاده کرد. اما شبکه‌های خطی نمی‌توانند هیچ محاسبه‌ی غیرخطی انجام دهند. استفاده از یک تابع انتقال غیرخطی شبکه را قادر می‌سازد تا ارتباطی غیرخطی بین ورودی‌ها و خروجی‌ها برقرار کند. یک مسئله ساده می‌تواند توسط یک لایه از نرون‌ها بیان شود اما شبکه‌های تک لایه نمی‌توانند مسائل خاص را حل کنند. لایه‌های پیش‌خور چندگانه<sup>۱</sup> به شبکه آزادی بیشتری می‌دهند. شبکه‌های دارای بایاس می‌توانند راحت‌تر ارتباط بین ورودی و خروجی را برقرار کنند. شبکه‌های پیش‌خور نمی‌توانند محاسبات گذرا را اجرا کنند. شبکه‌های پیچیده تری با مسیرهای پس‌خور داخلی برای رفتار گذرا لازم هستند. زمانی که چند بردار ورودی به یک شبکه وارد می‌شوند می‌توانند به صورت متوالی یا موازی باشند. دسته‌بندی ورودی‌های موازی از

$$u_{Ri} = \frac{x_i}{R} \frac{\partial R}{\partial x_i} u_{xi} \quad (9)$$

می‌توان نشان داد که بهترین بیان برای طول عدم قطعیت به صورت زیر است:

$$u_R = \pm \left[ \left( \frac{x_1}{R} \frac{\partial R}{\partial x_1} u_1 \right)^2 + \left( \frac{x_2}{R} \frac{\partial R}{\partial x_2} u_2 \right)^2 + \dots + \left( \frac{x_n}{R} \frac{\partial R}{\partial x_n} u_n \right)^2 \right]^{1/2} \quad (10)$$

در این پژوهش با استفاده از مباحث مطرح شده در این بخش، عدم قطعیت نتایج که یکی از مباحث بسیار مهم در هر اندازه‌گیری تجربی از جمله تونل باد است، محاسبه شده است. مقادیر عدم قطعیت پارامترهای توربولانسی با توجه به روابط و وابستگی آنها به  $U_{rms}$  و  $U_{mean}$  به صورت زیر تعیین می‌گردد:

$$\frac{u_{Tu}}{Tu} = \sqrt{\left( \frac{u_{Umean}}{Umean} \right)^2 + \left( \frac{u_{Urms}}{urms} \right)^2} \quad (11)$$

$$\frac{u_\varepsilon}{\varepsilon} = \sqrt{\left( \frac{2u_{Umean}}{Umean} \right)^2 + \left( \frac{2u_{Urms}}{urms} \right)^2} \quad (12)$$

$$\frac{u_\eta}{\eta} = \sqrt{\left( \frac{u_{Umean}}{2Umean} \right)^2 + \left( \frac{u_{Urms}}{2urms} \right)^2} \quad (13)$$

$$\frac{u_s}{s} = \sqrt{\left( \frac{3u_{Umean}}{2Umean} \right)^2 + \left( \frac{3u_{Urms}}{2urms} \right)^2} \quad (14)$$

$$\frac{u_k}{k} = \sqrt{\left( \frac{2u_{Umean}}{Umean} \right)^2 + \left( \frac{2u_{Urms}}{urms} \right)^2} \quad (15)$$

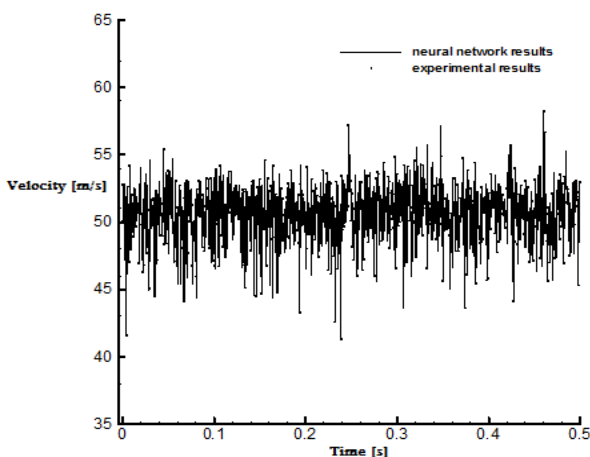
طول عدم قطعیت  $U_{mean}$  با توجه به اینکه سرعت‌ها برای هر نقطه به دفعات اندازه‌گیری شده، برابر  $\pm 2\sigma_i$  در نظر گرفته شده است. طول عدم قطعیت  $U_{rms}$  به صورت زیر با طول عدم قطعیت  $U_{mean}$  ارتباط می‌یابد:

$$\frac{u_{U_{rms}}}{U_{rms}} = 2 \frac{u_{U_{mean}}}{U_{mean}} \quad (16)$$

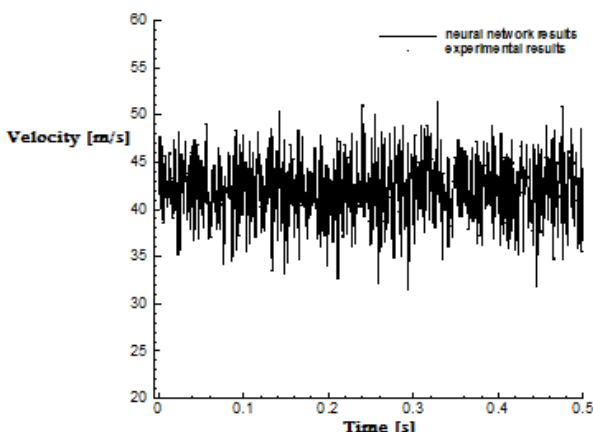
جدول ۱ مقادیر طول عدم قطعیت را برای پارامترهای مختلف نشان می‌دهد. برای مثال در ارتفاع ۱ میلی‌متری، عدم قطعیت برای سرعت متوسط ۷/۰۵ درصد و برای شدت توربولانس ۳/۸۷ درصد می‌باشد که برای ارتفاع ۸ میلی‌متر عدم قطعیت سرعت متوسط ۱/۷۳ درصد و شدت توربولانس ۰/۱۲ درصد می‌باشد. به عبارت دیگر با دور شدن از صفحه، عدم قطعیت کاهش یافته است. این بدان معناست که در سرعت‌های پایین عدم قطعیت افزایش یافته است. می‌توان گفت که با افزایش ارتفاع طول عدم قطعیت کاهش می‌یابد که به معنی نزدیک‌تر شدن داده‌ها به مقدار میانگین است. این موضوع بیانگر کاهش شدت توربولانس با افزایش ارتفاع می‌باشد و این نتیجه‌ای است که از لحاظ فیزیکی نیز مورد انتظار بود.



است. قبل از آن باز هم توانایی شبکه عصبی در تعیین پارامترهای توربولانسی در نقاط تست که داده‌های تجربی برای آنها موجود است امتحان شده که نتایج به دست آمده برای نقطه تست ۵ در جدول ۲ و برای نقطه تست ۲ در جدول ۳ آورده شده است. سپس از آن برای تقریب پارامترها در نقاط میانی هر دو نقطه‌ی موجود استفاده شده است. به منظور کاهش خطا، تعیین ولتاژهای نوسانی در نقاط میانی با توجه به پروفیل سرعت لایه مرزی آشفته ( $\frac{u}{U} = (\frac{y}{\delta})^{1/7}$ )، انجام شده است. همچنین به این نکته دقت شده است که شدت توربولانس با ارتفاع به صورت خطی کاهش می‌یابد. در جدول ۴ پارامترهای توربولانسی به دست آمده برای ارتفاع‌های میانی ارائه شده است. مشاهده می‌شود که نتایج به دست آمده قابل قبول بوده و روند تغییرات پارامترها با ارتفاع را دنبال می‌کند.



شکل (۱۵): سرعت لحظه‌ای بر حسب زمان برای نقطه ۵ حاصل از شبکه عصبی.



شکل (۱۶): سرعت لحظه‌ای بر حسب زمان برای نقطه ۲ حاصل از شبکه عصبی.

لحاظ محاسباتی مؤثرتر و قابل قبول‌تر است. نگارش ماتریسی مورد استفاده در مطلب این دسته‌بندی را ساده می‌کند. در کار حاضر برای ۸ نقطه از یک مقطع لایه مرزی که هر کدام به فاصله ۱ میلی‌متر از هم قرار دارند، در مدت ۵ ثانیه ولتاژهای اندازه‌گیری شده توسط جریان‌سنج سیم داغ در دست است که با استفاده از منحنی کالیبراسیون به دست آمده از کد فرتن نوشته شده، نویسندگان سرعت‌های لحظه‌ای را در طول ۵ ثانیه به فواصل زمانی ۰/۰۰۰۵ ثانیه برای هر نقطه لحاظ نموده‌اند. در ادامه با استفاده از روابط موجود و با استفاده از کد، پارامترهای توربولانسی در این نقاط که سرعت‌ها در آنها معلوم است، به دست آورده شده است. همچنین تلاش شده است با استفاده از شبکه عصبی برای تعدادی نقاط جدید که سرعت‌های لحظه‌ای آن در دست نیست، پارامترهای توربولانس تعیین شود. به این منظور نرم‌افزار مطلب استفاده شده است. ماتریس الگو، ولتاژهای نوسانی و ماتریس هدف، سرعت‌های لحظه‌ای قرار داده شده است. یکی از نقاط به عنوان تست نگه داشته و برای تعیین درستی خروجی‌های شبکه عصبی به کار برده می‌شود. به این ترتیب شبکه باید با ورود ولتاژهای مربوط به نقطه‌ی تست، سرعت‌های لحظه‌ای آن را به درستی ایجاد کند.

شبکه عصبی از ابزار قدرتمند در پیش‌بینی رفتار و پاسخ‌های سیستم در حوزه مهندسی است. در کار حاضر مدل شبکه عصبی مدل feed forward با ۱۰ نرون می‌باشد و برای تابع آموزش از الگوریتم لئونبرگ - مارکواردت استفاده می‌شود. داده‌های حاصل از پراب لایه مرزی سیم داغ که به صورت ولتاژ می‌باشد، با انطباق آنها به مقادیر سرعت توسط منحنی کالیبراسیون و تبدیل به بردار سرعت، داده‌های مناسبی برای آموزش شبکه عصبی می‌باشند.

نتایج در مرجع [۱۲] نشان می‌دهد که الگوریتم مذکور در پیش‌بینی داده‌های حاصل از سیم داغ دارای عملکرد مناسبی است. در اولین گام با استفاده از مقادیر نوسانی ولتاژ و سرعت ۷ نقطه، شبکه عصبی را آموزش داده و برای نقطه هشتم دقت نتایج به دست آمده توسط شبکه عصبی با آنچه از منحنی کالیبراسیون مربوط به جریان‌سنج سیم داغ موجود بود، بررسی گردید. نقطه تست به ترتیب یک‌بار نقطه ۵ و بار دیگر نقطه ۲ انتخاب شد. نتایج حاصل از شبکه عصبی برای موقعیت مختلف در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ آورده شده است. همان‌طور که از این شکل‌ها قابل مشاهده است، در هر دو حالت شبکه عصبی به خوبی توانسته است نوسانات سرعت را تعیین کند. گام بعدی استفاده از شبکه عصبی برای تعیین پارامترهای توربولانسی در نقاطی است که توسط جریان‌سنج سیم داغ داده‌برداری نشده

## ۶- مراجع

1. Talamelli, A., Westin, K.J.A., and Alfredsson, P.H. "An Experimental Investigation of the Response of Hot-wire X-probes in Shear Flows", Experiments in Fluids, Vol. 28, No. 5, pp. 425-435, 2000.
2. Österlund, J. and Johansson, A. "Dynamic Behavior of Hot-wire Probes in Turbulent Boundary Layers", Proc 5th European Turbulence Conf., pp. 398-402, 1994.
3. Baron, A. and Quadrio, M. "Turbulent Boundary Layer over Riblets: Conditional Analysis of Ejection-Like Events", Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 18, No. 2, pp. 188-196, 1997.
4. Brzek, B., Chao, D., Turan, O., and Castillo, L., "Characterizing Developing Adverse Pressure Gradient Flows Subject to Surface Roughness", Experiments in Fluids, Vol. 48, No. 4, pp. 663-677, 2010.
5. Soltani, M.R., Dehghan Manshadi, M., and Mirabdollahi M.J. "An Experimental Study of the Flow Characteristics in a Subsonic Wind Tunnel", Int. Mech. Eng. Conf., December 5-8, Kuwait, 2004.
6. Schubauer, G.B. "Turbulent Process as Observed in Boundary Layer and Pipe", J. Appl. Phys., Vol. 25, No. 188, pp. 188-196, 1954.
7. Chamorro, L.P. and Porte-Agel, F. "A Wind-Tunnel Investigation of Wind-Turbine Wakes: Boundary-Layer Turbulence Effects: Boundary Layer Turbulence Effects", Boundary-Layer Meteorology, Vol. 132, No. 1, pp. 129-149, 2009.
8. Foucaut, J.M., Coudert, S., and Stanislas, M. "Unsteady Characteristics of Near-Wall Turbulence Using High Repetition Stereoscopic Particle Image Velocimetry (PIV)", Measurement Sci. & Tech., Vol. 20, No. 7, pp. 740-744, doi:10.1088/0957-0233/20/7/074004, 2009.
9. Klebanoff, P.S. "Characteristics of Turbulence in a Boundary Layer with Zero Pressure Gradient", NACA Technical Note, No. 3178, 1954
10. Eshkofti, H., Dehghan, A.A., and Manshadi, M.D. "Experimental Investigation on the Effect of Roughness on the Characteristics of Boundary Layer of a Flat Plate", 11th Aerospace Conf., Shahid Sattari Univ., 2012 (In Persian).
11. Ghorbanian, K., Soltani, M.R., and Manshadi, M.D., "Experimental Investigation on Turbulence Intensity Reduction in Subsonic Wind Tunnels", Aerospace Sci. and Tech., Vol. 15, No. 2, pp. 137-147, 2011.
12. Manshadi, M.D., Shamsaddini, R., and Saeidinezhad, A., "Prediction and Analysis of Experimental Results of Hot-Wire Anemometry by Using of Neural Network", J. Modelling in Eng., Vol. 8, No. 20, pp. 83-92, 2010. (In Persian).

## جدول (۲): مقایسه پارامترهای توربولانسی حاصل از شبکه

عصبی با نتایج تجربی در نقطه ۵.

	$U_{MEAN}$	TI	$\varepsilon$	$\eta$	$U_{RMS}$
Hot Wire	۵۰/۵۳	۴/۴۲	۳/۸۴	۰/۰۰۰۱۱۷۹۷۴	۲/۲۳۵۵
NN	۴۹/۸۱	۴/۷۳	۴/۴۲	۰/۰۰۰۱۷۳۵۳	۲/۳۶۰۱
Error	۱/۰۴۳	۷/۰	۱/۱۵	۳/۰	۶/۰

## جدول (۳): پارامترهای توربولانسی حاصل از شبکه عصبی

برای چند نقطه میانی.

$\eta$	$\varepsilon$	TI	$U_{mean}$	Z (mm)
۰/۰۰۰۱۳۶	۱۱/۵۹	۸/۱۰	۴۱/۹۰	۱/۵
۰/۰۰۰۱۴۹	۸/۰۹	۶/۶۸	۴۵/۰۸	۲/۵
۰/۰۰۰۱۵۳	۷/۲۸	۶/۲۹	۴۷/۳۰	۳/۵
۰/۰۰۰۱۶۷	۵/۰۷	۵/۰۶	۴۸/۹۹	۴/۵
۰/۰۰۰۱۸۲	۳/۶۱	۴/۲۷	۵۰/۴۱	۵/۵
۰/۰۰۰۲۱۵	۱/۸۵	۳/۰۴	۵۱/۶۵	۶/۵
۰/۰۰۰۲۲۲	۱/۶۲	۲/۷۴	۵۲/۶۸	۷/۵

## ۵- نتیجه گیری

در این پژوهش بررسی‌های تجربی با استفاده از سیم داغ برای مطالعه دقیق لایه مرزی از زوایای مختلف انجام گرفته است. به همین منظور در یک مقطع از جریان عبوری از صفحه تخت، با استفاده از داده‌های حاصله از جریان سنج سیم داغ، پارامترهای توربولانسی در ارتفاع‌های مختلف تعیین و تحلیل گردید. بررسی اثر تعداد نمونه داده‌برداری روی پارامترهای مطالعه توربولانس نیز در این تحقیق انجام شده است. نتایج نشان می‌دهند که با فاصله گرفتن از صفحه، شدت توربولانس کاهش و سرعت متوسط افزایش می‌یابد. با افزایش ارتفاع طول کولموگرو افزایش پیدا می‌کند که این نشان دهنده بزرگتر شدن ادی‌ها است که ناشی از کوچک شدن نرخ اضمحلال می‌باشد. همچنین با افزایش ارتفاع، دامنه تبدیل سری فوریه کاهش می‌یابد و می‌توان به این نتیجه رسید که کاهش توربولانس باعث کاهش دامنه تبدیل سری فوریه می‌شود. همچنین با آموزش یک شبکه عصبی، توافق خوبی برای داده‌های نقطه هدف شبکه عصبی با داده‌های به دست آمده از طریق تجربی مشاهده شد که اطمینان لازم در استفاده از این شبکه عصبی را برای تعیین مقادیر متناظر در نقاطی غیر از نقاط داده‌برداری ایجاد نمود. پیشنهاد می‌شود در تحقیقات آینده تغییرات در طول و عرض لایه مرزی هم زمان مورد توجه قرار گیرد.