طراحی مستقیم یک مجرای دوبعدی مبتنی بر معادلات

ناویر – استوکس تراکمپذیر

جواد طهماسبی^۱، فرهاد قدک^۲ و محسن محمدی^۳ دانشگاه جامع امام حسین (ع) (تاریخ دریافت: ۹۰/۱۲/۱۵؛ تاریخ پذیرش: ۹۲/۱۰/۲۷)

چکیدہ

در مقاله حاضر یک روش کاملاً کوپل که روش طراحی مستقیم نام دارد، برای طراحی شکل اجسام بر اساس توزیع فشار مطلوب روی دیـوارههای جسم ارائه شده است. در این روش، توزیع فشار هدف در راستای دیوارههای شکل مورد طراحی و همچنین مختصات هندسی نقاط مجهول دیوارهها به صورت صریح در روابط ظاهر شده است. در کار گذشته، طراحی شکل اجسام دوبعدی بر اساس معادلات اویلر تراکمپذیر صورت گرفته است. مقاله حاضر کاربرد این روش را به طراحی مجراهای دوبعدی مبتنی بر معادلات ناویر – استوکس تـراکمپذیر توسعه داده است. در طراحی نازله ا و حاضر کاربرد این روش را به طراحی مجراهای دوبعدی مبتنی بر معادلات ناویر – استوکس تـراکمپذیر توسعه داده است. در طراحی نازلها و حاضر کاربرد این روش را به طراحی مجراهای دوبعدی مبتنی بر معادلات ناویر – استوکس تـراکمپذیر توسعه داده است. در طراحی نازلها و به موزرهای مافوق صوت و بهویژه ماوراءصوت که ضخامت لایه مرزی قابل توجه میباشد، کاربرد یک روش طراحی بر اساس معادلات جریـان لـزج به منظور بالا بردن دقت طراحی مرزها ضروری به نظر میرسد. همچنین به جای استفاده از روش بالادست ساده مرتبه اول برای محاسبه فلاکـسها به منظور بالا بردن دقت طراحی مرزها ضروری به نظر میرسد. همچنین به جای استفاده از روش بالادست ساده مرتبه اول برای محاسبه فلاکـسها به دارای پایداری کمی می باشد از روشهای خانواده AUSM که به صورت ضمنی در معادلات قرار داده شده، بهره گرفته شده است. در ایـن مقالـه روش خطیسازی معادلات، نحوه اعمال فشار هدف و شرایط مرزی مورد برسی قرار میگیرد. همچنین نمونه تست کـه جـدایش در ایـن مقالـه روش خطیسازی معادلات، نحوه اعمال فشار هدف و شرایط مرزی مورد بررسی قرار میگیرد. همچنین نمونه تست اعتبارسـنجی و نتـایج طراحی روش خطیسازی معادلات، نحوه اعمال فشار هدف و شرایط مرزی مورد بررسی قرار میگیرد. همچنین نمونه تست اعتبارسـنجی و نتـایج طراحی روش خطی از می و می و نیرایی و می موند تست اعتبارسـنجی و نتـایج طراحی روش خطیسازی معادلات، نحوه اعمال فشار هدف و شرایط مرزی مورد بررسی قرار میگیرد. همچنین نمونه تست میه و خراحی و نرارحی روش خ

واژههای کلیدی: فرمول بندی کاملاً کوپل، روش طراحی مستقیم، معادلات ناویر استوکس، لایهمرزی، ⁺AUSM

A Direct Design Method of 2d Duct Based on the Compressible Navier-Stokes Equations J. Tahmasbi, F. Ghadak, and M. Mohammadi Imam Hossein Univ

(Received: 5 March, 2012; Accepted: 17 January, 2014)

ABSTRACT

In this paper, a fully coupled formulation of the surface shape design problem, called the direct design approach, has been proposed. In this method both the target surface pressure and the unknown nodal coordinates appear explicitly in the formulations. The proposed method is based on the compressible Navier-Stokes equations, but in the past work it has only been applied in the context of inviscid fluid flows. A cell-centered finite volume method and AUSM⁺ scheme are used to discretize the Navier-Stokes equations. The details of linearization and imposition of the target pressure are discussed there. The validation test case is presented which show the robustness of the method in handling complex geometries and complex physical phenomena (such as shock waves). The importance role of viscosity dictates aerospace designers to consider this phenomenon especially in thick boundary layer regions (hypersonic nozzles), diffusers with separation possibility and many other cases. Stability of this method in viscous flow decreased extensively in comparison with the last version the method based on the Euler equations. The significant results of this study, no single answer that is where the separation occurs.

Keywords: Fully Coupled Method, Direct Design Method, Navier-Stokes Equations, Boundary layer, AUSM⁺

tahmasbill@gmail.com - کارشناسارشد: ۱-

۲- دانشیار (نویسندہ پاسخگو): fghadak@ihu.ac.ir

m_mohammadi1363@yahoo.com - کارشناسارشد: -۳

فهرست علائم

F	بردار شار
Q	بردار متغیرهای بقائی
ρ	چگالی
u	سرعت در جهت x
V	سرعت در جهت y
e	انرژى
Р	فشار
τ	تنش برشی
γ	نسبت ثابت گازها

۱– مقدمه

از دیرباز تلاشهای بسیاری برای طراحی بهینه سیستمهایی که شامل عبور سیال یا انتقال حرارت بودهاند صورت گرفته است. از جمله این سیستمها میتوان به مانیفولدها در موتورهای احتراق داخلی، نازلها، دیفیوزرها و پرهها اشاره کرد. در بخشی از این طراحیها که موردنظر این مقاله است، بهدست آوردن مرزهای یک جسم با توجه به توزیع فشار اعمال شده بر روی مرزها مورد توجه مىباشد. مسائل طراحى شكل مرزى بهوسيله دو روش تکراری و مستقیم حل می شود. روش های تکراری، نظیر روشهای بهینهسازی از دیرباز جزء رایجترین روشها در حل مسائل کاربردی طراحی شکل اجسام بوده است. ولی این روشها از لحاظ محاسباتی گران می باشد. در این روش ها معادلات حاکم در شکل متغیرهای اولیه یا ثانویه مورد استفاده قرار گرفته و زنجیرهای از حل تحلیلی میدان و بهدنبال آن، تغییر شکل مرزها برای رسیدن به توزیع فشار هدف صورت می گیرد. در روش حل مستقیم شکل دیگری از فرمولاسیون مسئله استفاده شده است که در آن، مختصات نقاط مرزی بهصورت متغیرهای وابسته (صریح یا ضمنی) در معادله دیفرانسیل حاکم ظاهر می شود. به عبارت دیگر، روش های مستقیم تمایل دارند که به مرز مجهول و مقادیر نامعین درون میدان در یک مرحله دست یابند. به این روشها، روشهای کاملاً درگیر یا کوپل^۱ نیز گفته میشود.

اولین روش، با کاربرد در طراحی معکوس ایرفویل در جریان تراکمناپذیر، توسط بتز^۲ [۱] براساس نگاشت همدیس^۳ یک ایرفویل به دایره ارائه گردید. روش معکوس درلا^۴ [۲] نیز مثالی

از یک روش غیرتکراری است. کیم⁶ [۳] با استفاده از روش طراحي معكوس براساس معادلات ناوير -استوكس تراكمنايدير، طراحی پروانههای یمپ را انجام داد. ایده حل مسائل تحلیلی و طراحى فقط با يك فرمولاسيون، نتيجه طبيعي فلسفه طراحي مستقیم است. این ایده توسط ریت بی [۴] در زمینه جریان های سطحی آزاد مطرح گردید. این کار شروع اصلی بر ایده طراحی مستقیم به کار گرفته شده در روش اشرفیزاده [۷–۵] بود. اشرفیزاده این روش را ابتدا برای طراحی مجراهای مستقیم و S شکل به کار برد. سپس، کاربرد روش را به مسائل انتقال حرارت هدایت توسعه داد و در آخرین کار خود، از این ایده در طراحی ایرفویل در جریان خارجی بهره جست. قدک [۸]، کاربردهای روش اشرفیزاده را برای جریان تراکم پذیر غیرلزج (مبتنی بر معادله اویلر دوبعدی) توسعه داد. در این ٫ وش، مدلهای آزمایش شده بیانگر قوت روش در رسیدن به هندسههای پیچیده با فیزیکهای پیچیده مانند پدیده موج ضربهای میباشد. در ادامه نیز نجاتی [۹] روش قدک را برای جریان های مبتنی بر معادلات اویلر تراکم پذیر سهبعدی توسعه داد.

در مقاله حاضر، ایده طراحی مستقیمی که توسط قدک [۸] ارائه شده است، جهت توسعه کد طراحی در زمینه جریانهای لزج تراکمپذیر (با استفاده از معادلات ناویر-استوکس دوبعـدی) مورداستفاده قرار می گیرد. در طراحی مجراهای با سـرعت بـالا (ماوراء صوت) که ضخامت لایه مرزی در آنها قابل توجـه است، روش طراحی جدید به کار گرفته مـیشود. همچنـین دقـت آن نسبت به طراحی در حالت غیرلزج مورد ارزیابی قرار مـی گیـرد. در ادامه، کاربرد و عملکرد ایـن روش در طراحی دیفیوزرهای S شکل که امکان جدایش جریان در آنها وجـود دارد، بررسی میشود.

۲- معادلات حاکم و گسستهسازی عددی

معادلات ناویر⊣ستوکس تراکمپذیر در حالت دوبعدی بقایی بهصورت معادلات (۴–۱) نوشته میشود:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F^{i}}{\partial x} + \frac{\partial G^{i}}{\partial y} = \frac{\partial F^{v}}{\partial x} + \frac{\partial G^{v}}{\partial y} \tag{1}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{bmatrix} F^{i} = \begin{bmatrix} \rho u^{2} + P \\ \rho u v \\ (\rho e + P)u \end{bmatrix} G^{i} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v^{2} + P \\ (\rho e + P)v \end{bmatrix}$$
(7)

¹⁻ Fully – Coupled Methods

²⁻Betz

³⁻ Conformal Mapping

⁴⁻ Drela

⁵⁻ kim

⁶⁻ Raithby

میشود، بهدست میآید. نحوه گسسته سازی فلاکس عبوری از
وجه سلول در روش فوق به صورت زیر است:
$$F_K = \begin{cases} \rho_L \tilde{a} \xi_S M_K \phi_L + gP_K & if M_K \ge 0, \\ \rho_R \tilde{a} \xi_S M_K \phi_R + gP_K & else. \end{cases}$$
 (۱۰)
پارامترهای رابطه (۱۰) در مرجع [۱۱] به طور کامل اشاره شده
است. این روش دارای عملکرد بسیار خوبی در ناپیوستگیهای

جریان و همچنین سرعتهای پایین میباشد [۱۲]. همانطور که از معادله بقاء (۹) مشخص است و با توجه به اینکه مسئله بهصورت ضمنی حل میشود، برای محاسبه شارها یعنی F و G نمیتوان از رابطه (۱۰) که بهصورت صریح میباشد استفاده کرد. برای محاسبه این کمیتها در هر وجه میباشد استفاده کرد. برای محاسبه این کمیتها در هر وجه میباشد استفاده کرد. برای محاسبه این کمیتها در هر وجه میباشد استفاده کرد. برای محاسبه این کمیتها در مرون یابی میباشد استفاده کرد. برای محاسبه این کمیتها در مروب میباشد استفاده کرد. برای محاسبه این کمیتها در مروب میباشد استفاده کرد. برای محاسبه این میتها در مروب براساس مقادیر سلول های طرفین (L,R) محاسبه می شود. براساس مقادیر سلول های طرفین (L,R) محاسبه می شود:

$$\rho u_k = \rho u_L + \frac{\rho u_R - \rho u_L}{M_R - M_L} (M_k - M_L). \tag{11}$$

$$\alpha_{k-1} = \beta u_L + \frac{\rho u_R - \rho u_L}{M_R - M_L} (M_k - M_L).$$

گرههای مرزهای مجهول بهصورت صریح وارد معادلات می شود. بنابراین، با توجه به اینکه مختصه x و y هر گره مجهول است، بهمنظور کاهش مجهولات مختصات گرههای مرزی از مختصات اسپاین که مشابه کارهای قبلی [۹–۱] است، استفاده می شود. در این حالت هر گره دارای یک مختصه اسپاین R است که فقط در همان جهت اسپاین حرکت می کند. مختصات اسپاین یک نقطه روی مرز پایین (RL) و مرز بالایی (RU) که در شکل ۱ نشان داده شده است، توسط رابطههای (۱۲ و ۱۳) محاسبه می شود:

$$R_{L} = \frac{(X_{L} - X_{0})}{\cos \theta} = \frac{(Y_{L} - Y_{0})}{\sin \theta}$$
(17)
$$R_{U} = \frac{(X_{U} - X_{0})}{\sin \theta} = \frac{(Y_{U} - Y_{0})}{(Y_{U} - Y_{0})}$$
(17)

بنابراین $\Delta y^{n+1} = \Delta x^{n+1}$ در رابطه (۹) که مجهول میباشد، با استفاده از روابط (۱۲ و ۱۳) بر اساس R_L و R_U بیان میشود. برای محاسبه انتگرال سمت راست رابط ۵ (۵) براساس

$$\tau_{xx} = -\lambda \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] - 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}, \tag{14}$$

$$\tau_{yy} = -\lambda \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] - 2\mu \frac{\partial v}{\partial y'}$$
(10)

$$\tau_{xy} = -2\mu \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right]. \tag{19}$$

$$F^{\nu} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\tau_{xx} \\ -\tau_{xy} \\ -\tau_{xx} u - \tau_{xy} v - Q_x \end{bmatrix}$$
(°)
$$G^{\nu} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\tau_{xy} \\ -\tau_{yy} \\ -\tau_{yy} v - \tau_{xy} u - Q_y \end{bmatrix}$$
(°)

$$\rho e = \frac{P}{\gamma - 1} + \frac{\rho u + \rho v}{2\rho} \tag{(f)}$$

که در آن، ρ، u، ρ، و P بهترنیب بیانگر چگالی، مؤلفههای سرعت و انرژی مخصوص کل و فشار میباشد. ^۲ و ^G ترمهای مربوط به معادلات ناویر –استوکس میباشد که شامل تنشهای برشی و ترمهای انتقال حرارت بوده و به سمت راست معادله افزوده شده است. همچنین اندیس i و v بهترتیب بیانگر جریان غیرلزج و لزج میباشد. فرم حجم محدود معادلات فوق برای یک سلول چهار ضلعی به صورت رابطه زیر بیان میشود:

$$\frac{Q^{n+1}-Q^n}{\Delta t} \cdot Area^n + \sum (F^i \cdot \Delta y - G^i \cdot \Delta x)^{n+1} = (\Delta)$$
$$\sum (F^v \cdot \Delta y - G^v \cdot \Delta x)^n.$$

در رابطه (۵) از خطیسازی زیـر کـه اولـین بـار توسـط بـیم و وارمینگ^۱ [۱۰] ارائه گردید، استفاده شده اسـت. در ایـن روش شار عبوری در مرحله زمانی (n+1) بهوسیله رابطه زیر بهدسـت میآید:

$$f^{n+1} = f^n + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^n \Delta t + \mathcal{O}(\Delta t^2) = f^n + \left(\frac{\partial f}{\partial Q}\frac{\partial Q}{\partial t}\right)^n \Delta t + \mathcal{O}(\Delta t^2) = f^n + \left(\frac{\partial f}{\partial Q}\right)^n \Delta Q + \mathcal{O}(\Delta t^2),$$
(8)

که در آن، $Q^n = Q^{n+1} - Q^n$ و $rac{\partial f}{\partial q}$ ماتریس ژاکوبین میباشد. در نتیجه عبارت f^{n+1} برابر است با:

$$F_i^{n+1} = F_i^n + \left(\frac{\partial F_i}{\partial Q}\right)^n \Delta Q^{n+1}.$$
 (Y)

بهدلیل اینکه متغیرهای فیزیکی و هندسی توأمان مجهول است، خطیسازی نیوتون برای درون میدان بهصورت رابطه (۸) مورد استفاده قرار می گیرد:

$$F^{n+1} \Delta y^{n+1} = F^{n+1} \Delta y^n + F^n \Delta y^{n+1}$$

$$-F^n \Delta y^n$$
(A)

در نتيجه معادله (۵) بهشرح زير بهدست می آيد:

$$+ \sum \left(\frac{\partial F_i}{\partial F_i} \right)_{n,n}^n \left(\frac{\partial G_i}{\partial F_i} \right)_{n,n}^n$$

$$\sum_{\Delta t} (F_i^n \Delta y^{n+1} - G_i^n \Delta x^{n+1}) = \sum (F_v^n \Delta y^n - G_v^n \Delta x^n).$$
(9)

مقــادیر فلاکــس بــر روی ســطح ســلول بــا اســتفاده از روش ^{+۲}AUSM که از روشهای تجزیه بـردار شــار (FVS) محسـوب

1- Beam and Warming

Area

2- Advection Upstream Splitting Method



۲ برای محاسبه مشتقات با توجه به سلول فرضی شکل
ز روش اشاره شده در مرجع [۱۳] استفاده می شود:
$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{1}{S_{x-1}} \iint \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) dx \, dy = \frac{1}{S_{x-1}} \int \varphi \, dy,$$
(۱۷)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{-1}{S_{1234}} \iint \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) dx \, dy = \frac{-1}{S_{1234}} \int \varphi \, dx. \tag{1A}$$



پس از اضافه نمودن معادله شرط مرزی اضافی به دستگاه معادلات که در بخش بعدی به آن اشاره می شود، فرم کلی دستگاه معادلات به صورت زیر به دست می آید: [A] [Physical Unknowns } [B]. (۱۹) (۱۹) [B]. (۱۹) (۱۹) مجهول بودن همزمان مقادیر فیزیکی و هندسی، با توجه به مجهول بودن همزمان مقادیر فیزیکی و هندسی، تنها راه مطلوب جهت حل دستگه معادلات فوق که پایداری مناسبی را نیز به همراه دارد، استفاده از روش های کاملاً کوپل

ضـمنی مـیباشـد. در کـار حاضـر از روش حـل مبتنـی بـر ماتریسهای تنک استفاده شده است.

۳- شرایط مرزی

شرط مرز جامد برای معادلات ناویر ⊣ستوکس در واقع باید بهصورتی اعمال گردد که شار جرمی عبوری از مرز دیواره صفر باشد و بر روی مرز مؤلفه مماسی سرعت صفر در نظر گرفته شود. در صورتی که در مورد معادلات اویلر، می بایست سرعت مماسی غیر صفر در نظر گرفته شود.

در طراحی معکوس، با توجه به دستگاه معادلات ایجاد شده و بیشتر بودن تعداد مجهولات از تعداد معادلات، لازم است تا از یک معادله کمکی استفاده شود. این معادله که در سلولهای مجاور دیوارہ به کار می رود، می بایست علاوہ ہے اعمال شروط مرزی فیزیکی مرسوم بهعنوان یک شرط مرزی اضافی دستگاه معادلات نامعین را معین نموده و همچنین توزیع فشار هدف در راستای دیوارہ های صلب را که ورودی مسئله میاشد به دستگاه معادلات اعمال کند. برای این معادله اضافی شکلهای مختلفی وجود دارد. قدک [۸] در روش خود برای معادلات اویلر دوبعدی از معادلیه پیوستگی استفاده کرد. اما نجاتی [۹] برای معادلات اویلر سهبعدی از معادله انرژی استفاده نمود و نشان داد که نسبت به معادله پیوستگی عملکرد بهتری در پایداری دارد. بر اساس رابطه (۵) استفاده از معادله انرژی بهعنوان شرط مرزی اضافی به شکل رابطه (۲۰) میباشد. $\frac{(\rho e.Area)^{n+1}-(\rho e.Area)^n}{1+1} + \sum \left(F_4^{\ i} \cdot \Delta y - \right)^{n+1} + \sum \left(F_4^{\ i} \cdot \Delta y - \right)$ (1.) $G_4^{i} \Delta x \Big)^{n+1} = \sum (F_4^{v} \Delta y - G_4^{v} \Delta x)^n$

اکنون با جایگذاری مقدار فشار داده شده مطلوب (P_{given}) در رابطه (۴)، مقدار انرژی در مرحله زمانی n+1 با استفاده از رابطه (۲۱) تعیین شده و بدین شکل فشار مطلوب در معادلات اعمال می شود.

$$\rho e^{n+1} = \frac{P_{given}}{\gamma - 1} + \frac{\rho u^2 + \rho v^2}{2\rho} \tag{(1)}$$

در رابطه فوق مقادیر سرعت و چگالی از گام زمانی قبل برداشت می گردد. بنابراین، پس از جایگذاری رابطه فوق، معادله (۲۰) به صورت زیر می باشد:

$$\frac{\left[P_{given}}{\gamma^{-1}} + \frac{(\rho u^{n})^{2} + (\rho v^{n})^{2}}{2\rho^{n}}\right] \frac{Area^{n+1}}{\Delta t} + \\ \sum \left(F_{4}^{i} \cdot \Delta y - G_{4}^{i} \cdot \Delta x\right)^{n+1} = \sum (F_{4}^{v} \cdot \Delta y^{n} - (\gamma r)) \\ G_{4}^{v} \cdot \Delta x^{n} + \frac{(\rho e.Area)^{n}}{\Delta t} \cdot \\ c_{1} \lim_{z \to z} \sum (\alpha - 1) \sum (\alpha$$

۴- اعتبارسنجی

در این بررسی یک نازل مافوق صوت همراه با شرایطی که یک شوک قائم در آن رخ میدهد، مورد بررسی قـرار میگیـرد. هندسه و شبکه این نازل در شکل ۳ قابل مشاهده میباشد.



همراه با شوک قائم.

مطابق شکل، شبکه در نزدیکی دیوارهها تا حدی ریـز شـده است. خصوصیات شبکه و مشخصات جریـان در جـدول ۱ ذکـر شده است.

جدول (۱): مشخصات جریان و نازل مافوق صوت

قائم.	شوک	با	همراه
	-		-

فشار خروج (KPa)	فشار ورود (KPa)	ماخ ورود	ضخامت اولين سلول (mm)	شبکه
٧٠	۵۰	۱/•۲	۲/۳ – ۳/۳	40×40

میدان فوق با استفاده از یک کد اعتبارسنجی شده تحلیل گردیده و فشار ایجاد شده بر روی دیوارهها بهعنوان ورودی کـد طراحی مورد استفاده قـرار مـیگیـرد. در جـدول ۲ نیـز نتـایج تحلیل و طراحی آورده شده است.

جدول (۲): نتایج تحلیل و طراحی برای نازل مافوق صوت همراه با شوک قائم.

لگاریتمخطایباقیمانده	تكرار	زمان (s)	CFL _{max}	
- %	18040	274/8	٠/٩۵	تحليل
$-\Delta/\Delta$	14709	414/4	• /۶	طراحي
				. CID

توزیع عدد ماخ و محل شوک این مدل در شکل ۴ آمده است. شکل ۵ توزیع ماخ بر روی دیواره و خط مرکز نازل در دو حالت تحلیل و طراحی را نشان میدهد. همان طور که مشاهده می شود، جواب ها از تطابق خوبی برخوردار است. نرخ همگرایی دو روش نیز در شکل ۶ قابل مشاهده می باشد.



همراه با شوک قائم.



شکل (۵): نمودار توزیع ماخ بر روی دیواره و خط مرکز نازل مافوق صوت با شوک قائم در تحلیل و طراحی.



شکل (۶): نمودار خطای باقیمانده برای تحلیل و طراحی نازل مافوق صوت همراه با شوک قائم.

۵– عدم یکتایی جواب در جریان لزج

تاکنون نتایج گواه بر این بوده که در طراحی معکوس مبتنی بر جریان لزج، بهازای هر توزیع فشار، یک هندسه یگانه بهدست میآید [۸]. در جریان لزجی که جدایش جریان رخ نمی دهد نيز همين قاعده صادق مىباشد، اما چنانچه توزيع فشار مجرايى که در آن جدایش رخ داده بهعنوان توزیع فشار هدف به نرمافزار طراحی معکوس داده شود، هندسهای بهدست میآید که متناظر با همان توزیع فشار ولی بدون جدایش جریان است. نکته حائز اهمیت آن است که در حضور جدایش جریان، جواب یکتا نیست. اکنون این سؤال پیش میآید که چرا در جریان غیرلزج یکتایی وجود دارد و در لزج همراه با جدایش، یکتایی نقض می شود؟ پاسخ این است که در جریان لزج، علاوه بر توزیع فشار، توزیع تنش برشی در راستای بدنه نیز نقش اساسی در شکل جریان دارد. بهدلیل اینکه عملاً امکان تعریف توزیع تنش برشي مطلوب در فرآيند طراحي معكوس وجود ندارد و فقط به توزيع فشار مطلوب بسنده میشود، خروجی روش طراحی معکوس هندسهای با حفظ توزیع فشار مطلوب در حالت جریان بدون جدایش است. هندسه مورد بررسی، یک مجرای S شکل میباشد که در شکل V آمده است. مشخصات شبکه و شرایط جریان در جدول ۳ ذکر شده است. همچنین نتایج حل در جدول ۴ بیان شده است.



جدول (۳): مشخصات جریان و شبکه مجرای **8** شکل.

فشار خروج	فشار ورود	ماخ	ضخامت اولين	څ کړ
(KPa)	(KPa)	ورود	سلول (mm)	سبت
۶۵	۵۰	• /Y	•/٩-١/۶	۶۰×۴۰

جدول (۴): نتایج تحلیل و طراحی برای شکل اصلی و جدید.

لگاریتم خطای	تكرار	زمان (s)	CFL _{max}	
باقیمانده ۳_	۲۰۵۰	۵۸/۱	۰/۹۵	تحليل
-٣	١٠۵٠٩	۴۸۵/۲	•/•٨	یں طراحی
-٣	747.	۱۱۵/۲	۰/۹۵	تحليل مجدد

در شکل ۸ توزیع عدد ماخ بر روی مجرای دیفیوزر و در شکل ۹ محل جدایش جریان در انتهای دیواره بالایی هندسه اصلی نشان داده شده است. شکل ۱۰ نیز توزیع فشار بر روی دیواره بالایی و پایینی این هندسه را نشان میدهد. شکل ۱۱ پاسخ کد طراحی و هندسه جدید بهدست آمده بههمراه توزیع عدد ماخ بر روی آن را نمایش میدهد.









شکل (۱۱): توزیع ماخ بر روی مدل جدید طراحی شده.

شکل **۱۲** تفاوت مرزهای شکل اصلی (همراه با جدایش) و شکل جدید (بدون جدایش) را بهتر نمایش میدهد. بنابراین، با توجه به توضیحاتی که در ابتدای این بخش ذکر شد، عدم یکتا بودن پاسخ مسئله در جریان لزج عملا مشاهده می شود.



Archive of SID

شکل (۱۲): مرزهای شکل اصلی و شکل جدید طراحی شده.

8- نتايج

نازل های سرعت بالا دارای لایه مرزی با ضخامت قابل توجهی می باشد که می بایست مدنظر طراحان قرار گیرد. بنابراین، در این بخش یک نازل با ماخ خروجی حدود ۴ طراحی می شود. توزیع فشار مطلوب این طراحی بر روی دیواره نازل در شکل ۳ ترسیم شده است. نحوه تعیین این توزیع فشار، موضوع مورد بحث این مقاله نبوده و طراح می بایست با توجه به مورد زمینه طراحی، توزیع فشار مناسبی را ارائه نماید. این توزیع فشار نمونه با خصوصیات شبکه و جریان اشاره شده در جدول ناپایداری مواجه نگردد ریز شده است. همچنین طول دهانه ورودی نازل که در جدول ۵ اشاره شده، بهعنوان ورودی توسط کاربر وارد می شود. نتایج طراحی و ضخامت لایه مرزی در مقاطع مختلف در جدول ۶ بیان شده است.

۴).	(ماخ	صوت	مافوق	نازل	بان و	جري	مشخصات	:(۵)	جدول
-----	------	-----	-------	------	-------	-----	--------	------	------

فشارخروج	فشارورود	دهانهورود	طولنازل	ماخ	ضخامت اولین	شبکه
(Pa)	(kpa)	(m)	(m)	ورود	سلول (mm)	
۵۰	۵۰	•/•۵۳٧	۲/۱۶۶	۱/•۲	•/۲۴-۲/۵	۵۰×۴۰

ضخامت لایه مرزی مقاطع مختلف				لگاريتم		: مان	
x=•/•\\$m	x=•/٢١۴٧m	x=∙/۶٩١m	x=۲/•۳۴m	خطای باقیماندہ	تكرار	(s)	CFL _{max}
∙/۵۸ mm	۲/۳۹ mm	۳/۰۹ mm	۳/۴۲mm	-9	۷۵۰۱	788/1	۰/۲۵

جدول (۶): نتایج طراحی نازل ماخ ۴ و ضخامت لایهمرزی در مقاطع مختلف.





شکل (۱۳): توزیع فشار بر روی دیواره بالا و پایین نازل ماخ ۴.

شکل **۱۴** هندسه تولید شده توسط کد طراحی بههمراه شبکه آن میباشد. توزیع ماخ بر روی نازل نیز در شکل **۱۵** آورده شده است. برای مشاهده پروفیل لایهمرزی، در شکل **۱۶** در دو مقطع ذکر شده در نازل، پروفیل ماخ ترسیم شده است. برای بررسی تفاوت طراحی لزج در شکل **۱۷** بخشی از مرز ایجاد شده توسط کد طراحی لزج و غیرلزج ترسیم شده است. همان طور که مشاهده میشود، بین طراحی لزج و غیرلزج است که در تحلیل لزج به علت مدل سازی لایهمرزی جریان، قطر نازل تقریباً بهاندازه ضخامت لایهمرزی بزرگتر از حالت غیرلزج است. با افزایش ماخ جریان و افزایش ضخامت لایهمرزی این اختلاف زیادتر شده و استفاده از این روش در طراحی این اختلاف زیادتر شده و استفاده از این روش در طراحی همگرایی و زمان حل ترسیم شده است.





۸- مراجع

- 1. Betz, A., "Anderung eines Profils zur Erziehlung Einer Vorgegebenen Anderung Der Druckverteilung", Luftfahrtforschung 11, pp. 158-164, 1934.
- 2. Drela, M. and Giles, M.B. "A Two-Dimensional Viscous Aerodynamic Design and Analysis Code", AIAA-87-0424, 1987.
- Kim, J.S. and Park, W.G. "Optimized Inverse Design Method for Pump Impeller", Mech. Research Communications, Vol. 27, No. 4, pp. 465-473, 2000.
- Raithby, G.D., Xu, W.X., and Stubly, G.D. "Prediction of Incompressible Free Surface Flows with an Element-Based Finite Volume Method", Computational Fluid Dynamics J. Vol. 4, No. 3, pp. 353-371, 1995.
- Ashrafizadeh, A., Raithby, G.D., and Stubley, G.D. "Direct Design of Shape", Numerical Heat Transfer - Part B, Vol. 41, pp. 501-520, 2002.
- Ashrafizadeh, A., Raithby, G.D., and Stubley, G.D. "Direct Design of Ducts", J. Fluids Eng. Transaction ASME, Vol. 125, pp. 158-165, 2003.
- Ashrafizadeh, A., Raithby, G.D., and Stubley, G.D. "Direct Design of Airfoil Shape with a prescribed Surface Pressure", J. Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals, Vol. 46, No. 6, pp. 505-527, 2004.
- Ghadak, F. "A Direct Design Method Based on the Laplace and the Euler Equations with Application in Internal Subsonic and Supersonic Flows", PhD diss., Sharif Univ. of Tech., Iran, 2007 (In Persian).
- 9. Nejati, A. "A Direct Design Method Based on the 3D Euler Equations with Application in Internal Subsonic and Supersonic Flows", M.Sc. Thesis, Sharif Univ. of Tech., Iran, 2009 (In Persian).
- Beam, R.M. and Warming, R.F. "An Implicit Finite-Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation Law Form", J. Computational Physics, Vol. 22, No. 1, 87-109, 1976.
- 11. Liou, M.S. "A Sequel to AUSM: AUSM+", Computational Physics, J., Vol. 129, No. 2, pp. 364-382, 1996.
- 12. Ghadak, M. "The Numerical Simulation of the Euler Equations Using AUSM+ Scheme on Transonic Regime and Increasing its Precision", M.Sc. Thesis, Tarbiat Modarres Univ., Iran, 2010 (In Persian).
- Fletcher, Clive A.J. "Computational Technique for Fluid Dynamics 1", Germany: Springer-Vilag, Vol. 1, pp. 107-11, 1991.



شکل (۱۸): نمودار نرخ همگرایی و زمان برای نازل ماخ ۴.

۷- نتیجهگیری

در این قسمت به بررسی مهمترین نتایج بهدست آمده در روش طراحی مستقیم مبتنی بر معادلات ناویر استوکس دوبعدی تراکمپذیر و همچنین تفاوت آن با روش غیرلزج پرداخته میشود.

با توجه به اختلاف دیواره جسم مورد طراحی در جریان غیرلزج (کار قبلی) و لزج، استفاده از این روش بهمنظور دستیابی به دقت بالاتر در طراحی مجراهای دوبعدی با ماخ جریان بالا که ضخامت لایهمرزی آن قابل توجه میباشد، اجتنابناپذیر است. همچنین در طراحی مواردی که احتمال جدایش جریان وجود دارد، استفاده از روش فوق ضروری بهنظر میرسد.

استفاده از روش +AUSM بهصورت ضمنی در این روش طراحی، بهدلیل دقت بالا در تسخیر ناپیوستگیهای جریان و همچنین توانایی کارکرد در سرعتهای پایین بهویژه در لایهمرزی، عملکرد بسیار بهتری نسبت به روشهای بالادست (کارقبلی) دارد.

در طراحی مجراهایی که جدایش جریان در آن رخ میدهد، مسئله یکتا بودن پاسخها که در جریان غیرلزج برقرار میباشد، نقض میشود. بنابراین، این مسئله میبایست مدنظر طراح قرار داشته باشد که یک توزیع فشار خاص روی دیواره توسط دو شکل متفاوت پدید میآید که یکی همراه با جدایش جریان و دیگری بدون جدایش جریان میباشد.

با ریز شـدن شـبکه در نزدیکـی دیـوارههـا و همچنـین در شـرایط جـدایش جریـان، پایـداری مسـئله کـاهش یافتـه و در

¹⁻ Generalized Minimal Residual