# روش چندشبکهای در حل جریانهای دارای سطح آزاد

مهدی پورمصطفی 📃 محمدسعید سیف و علی نوری بروجردی ื

یژوهشکده قوای محرکه

ترکه دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف (تاریخ دریافت: ۸۸/۱۰/۲۷؛ تاریخ پذیرش: ۹۲/۰۲/۰۵)

#### چکیدہ

در سالهای اخیر، روشهای عددی زیادی برای شبیهسازی سطح آزاد و همچنین مدل سازی حرکات اجسام صلب غوط ور در سیال ابداع شده است. در این مقاله برای شبیه سازی حرکات شناورها، از روش حجمی CICSAM استفاده شده و برای کوپل سرعت و فشار در دامنه محاسباتی از تکنیک گام جزئی بهره گرفته شده است. برای بالا بردن دقت شبیه سازی، لازم است تعداد سلولها در دامنه محاسباتی افزایش یابد که این امر باعث افزایش مدت شبیه سازی می شود. به همین دلیل، از روش چند شبکه ای برای حل معادله پوآسون فشار استفاده شده و بر این اساس برای در شت سازی شبکه، الگوریتم تراکمی مورد استفاده قرار گرفته است. قابل ذکر است که برای این کار، لازم است شبکه هایی که به طور کامل بی ساختار هستند در مسئله لحاظ شوند. برای سنجش میزان دقت الگوریتم اعمالی، چند مدل سازی نمونه، از جمله حفره دوطرفه، شکست سد با مانع و محاسبه مقاومت بارج مورد بررسی قرار گرفته است. قابل ذکر است که برای این کار، لازم است شبکه هایی که به طور کامل مانع و محاسبه مقاومت بارج مورد بررسی قرار گرفته است. تو الگوریتم اعمالی، چند مدل سازی نمونه، از جمله حفره دوطرفه، شکست سد با مانع و محاسبه مقاومت بارج مورد بررسی قرار گرفته است سیکله ای معادی می مود که روش چند شبکه ای قادر است سرعت حل اعلاد این این این این این می می می میزان دقت الگوریتم اعمالی، چند مدل سازی نمونه، از جمله حفره دوطرفه، شکست سد با معادلات را ۵/۱ تا ۲ برابر افزایش دهد. همچنین، با مقایسه سیکلهای متفاوت ۷ و ۷ در روش چند شبکه ای، ملاحظه می شود که می محر و می اط

**واژههای کلیدی:** روش چندشبکهای، روش گام جزئی، روش حجم سیال، جریان سطح آزاد

# MUITIGRID METHOD TOSOLVEFREESURFACEFIONS

M. POUR-MOSTAFA M.S. SEIFANDA. NOURI-BOROOJERDI

MARNE PROPUISION MECH ENG DEP'T. INSTITUTE SHARF UNIV. OF TECH (RECEIVED: 17 JANUARY, 2010; ACCEPTED: 25 APRE) 201

#### ABSTRACT

IN RECENT YEARS, MANY DIFFERENT METHODS **PREVENDED** IN ULATE FREE SURFACE FLOWS COUPLED WITH MOVING BODIES. IN THIS PAPER FORSIMULATING SHP MANEUVER VOF METHOD (CICSAM) AND ALSO FORCOUPLING VELOCITY FIE PRESSURE A FRACTIONAL STEP METHOD ARE USED. TO INCREASE SIMULATION ACCURACY, THE MESHSIZE SHOULD BE SIGNE UNFORTUNATELY, FINE GRID CAUSES INCREASE IN SIMULATION TIME. SO, MULTICRID METHOD WAS APPLIED FORSOLVING EQUATION OBTAINED IN THE NAVIERSTOKES EQUATIONS, WHEN USING FRACTIONAL STEP METHOD. IN THAT CASE, WE COARSE GRIDS, USING ACCIOMERATION METHOD, WHICH NEEDS IMPLEMENTION OF A FULLY UNSTRUCTURED GRID. TO EVACURACY OF THE ALCORTHM, SOME TEST CASES, SUCH AS TWO SIDED CAVITY, DAM BREAK WITH OBSTACLE, AND FORBLEM, AS WELLAS A COMPARISON BETWEEN V AND W CYCLES IN MULTICRID METHOD HAVE BEEN STUDIED. THE RESULTAT IMPLEMENTATION OF MULTICRID METHOD CAN IMPROVE THE PERFORMANCE OF THE COMPUTERCODE UP TO 100%. N CYCLE BEHAVES BETTERTHAN V CYCLE IN MOST CASES.

KEYWORDS MUITIGRIDIETHOD PRACTIONALSTEP MEXICIDATE OF FILID METHOD, FREE SURFACE FIOW

۲- استاد (نویسنده پاسلیSEIF@SHANF.ED

www.SID.ir

MAHDI\_POURMOSTAFA@AIUM.SHARJF.EDJu - 1

Archive of SID

#### ۱– مقدمه

اگرچه هنوز استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی'، مهندسان را از انجام تستهای آزمایشگاهی و بررسیهای میدانی بینیاز نساخته، اما با این حال (CFD) یک ابزار قدرتمند در تحلیل مسائل هیدرودینامیکی است. برای تحلیل بسیاری از مسائل مانند بررسی حرکات شناور، نیاز است که سطح آزاد به خوبی مدلسازی شود. برای این امر دو روش کلی سطحی و حجمی وجود دارد، روشهای سطحی اگرچه موقعیت دقیق سطح آزاد را معین میکنند اما بـرای تغییـر شـکلهـای پیچیـده (کـه در مدلسازی حرکات شناور با آن روبرو هستیم) مناسب نیستند. به همین دلیل در این مقاله از روش<sup>۲</sup> CICSAM کـه یـک روش حجمے، است استفادہ شدہ است [۱]. قدم بعدی برای شبیهسازی حرکات شناور، حل معادلات ناویراستوکس است که روشهای مختلفی برای حل همزمان و غیرهمزمان آنها وجود دارد. روشهای حل همزمان با هزینه بالای محاسباتی روبرو هستند از این رو حل غیر همزمان معادلات مذکور بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. این روش به دو دسته اصلی رویکرد تخمین- اصلاح<sup>۳</sup> مثل SIMPLE و PISO و رویکرد گام جزئے تقسيم مي شود [۳-۲].

در این مقاله برای کوپل میدان سرعت و فشار از روش گام جزئی ارائه شده توسط کیم<sup>6</sup> و چوی<sup>6</sup> که گسستهسازی آن بر یایه حجم محدود است، استفاده شده است [۴]. به کمک این روش، معادله ناویراستوکس به صورت تراکم ناپذیر حل می شود. لازم به ذکر است که شبکه های مورد استفاده هممکان هستند، به این معنا که مقادیر برای ویژگیهای سیال (مانند سرعت و فشار) در مراکز سلولها ذخیره می شوند.

به طور کلی، در مسائل مهندسی، هندسه های پیچیده ای مطرح هستند به همین دلیل لازم است که برای به دست آمدن جواب دقیق، تعداد سلولها در دامنه محاسباتی به طور چشمگیری افزایش یابد. از طرف دیگر افزایش تعداد سلولها باعث بالا رفتن زمان محاسبات شده و این امر راندمان حل را به میزان قابل توجهی کاهش میدهد. روشهای زیادی برای بالا بردن سرعت و همچنین افزایش دقت در شبیهسازیهای هیدرودینامیکی ابداع شده که یکی از آنها روش چندشـبکهای<sup>۷</sup>

است. تکنیکهای چندشبکهای خود را به عنوان یک ابزار قدرتمند در شبیهسازیهای مستقل از زمان <sup>۸</sup> نشان دادهاند [۵]. در تحقیق حاضر از روش چندشـبکهای هندسـی بـرای سـرعت بخشیدن به شبیهسازی جریان استفاده شده است. در این تحقيق، ابتدا شبكه ريزتر توسط نرمافزار جانبي توليد شده و سپس عمل درشتسازی تراکمی<sup>۳</sup> صورت میپذیرد. یکی از لازمههای استفاده از روش چندشبکه ای تراکمی، استفاده از شبکههای کاملاً بیساختار است که این مطلب در تحقیق حاضر به خوبی در نظر گرفته شده است.

### ۲- معادلات

همانطور که در قبل اشاره شد، تغییرات پیچیده سطح آزاد، باعث می شود که روش های حجمی به عنوان یک روش مؤثر استفاده شوند. معادله انتقال اسكالر كه با حل آن نسبت حجمي هر فاز (آب و هوا) حاصل می شود به صورت زیر است [۶]:

$$\frac{\partial}{\partial t} + \vec{\nabla} . (\vec{u}) = 0, \tag{1}$$

که در این حالت، محیط جریان به سه بخش تقسیم می شود:

$$(x,t) = \begin{cases} = 1 & Water, \\ 0 < < 1 & Water \& Air, \\ = 0 & Air, \end{cases}$$
(Y)

و خواص مؤثر فیزیکی سیال به صورت روابط (۳) معرفی مىشود:

$$_{eff} = {}_{1} + {}_{2}(1-), \\
 _{eff} = {}_{1} + {}_{2}(1-).$$
( $\Upsilon$ )

اندیسهای ۱ و ۲ در رابطه (۳) معرف دو فاز سیال هستند. معادلات حاكم براي جريانهاي تراكمنايذير ويسكوز كه وابسته به زمان هستند (گذرا) نیز به صورت زیر است:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + div(u\vec{U}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + div(\Gamma grad(u)), \tag{(f)}$$

$$div\left(\vec{U}\right) = 0. \tag{(\Delta)}$$

رابطه (f) معادله بقای مومنتوم برای کمیت اسکالر u و رابطه (۵) معادله پیوستگی است که حاکم بر جریان سیال بوده و باید حل شوند. این معادلات برای سیالی که خواص آن پس از حل معادله (۱) از رابطه (۳) محاسبه می شود، حل می شود.

سرعت و توزيع فشار در اطراف بدنه يک شناور باعث حرکات ۶ درجه آزادی آن می شود. این نیرو و ممان ها را می توان با انتگرال گیری فشار و تنش برشی روی سطح شناور

- 8- STEADY STATE
- 9- AGGLOMERATION

CFD (COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS)

<sup>2-</sup> COMPRESSIVE INTERFACE CAPTURING SCHEME FOR ARBITRARY MESHES

PREDICTOR-CORRECTOR 4- FRACTIONAL STEP

<sup>5-</sup> KIM 6- CHOI

<sup>7-</sup> MULTI-GRID

٣

محاسبه کرد. سپس از رابطههای (۶) و (۷) می توان حرکات شناور را به دست آورد.

$$\sum \vec{F} = MA_{G} \tag{9}$$

$$\sum \vec{\mathbf{M}}_{\mathrm{G}} = \mathbf{I}_{\mathrm{G}}^{-} + \mathbf{X}_{\mathrm{G}}^{-} \tag{Y}$$

در نهایت، باید اشاره کرد که برای مدلسازی حرکات جسم صلب، از یک شبکه متصل به جسم استفاده شده است [۷].

### ۳- گسستهسازی معادلات

در این قسمت روشهای گسستهسازی معادلات سطح آزاد و ناویراستوکس تشریح میشود.

#### ۳-۱- گسستهسازی معادله سطح آزاد

گسسته سازی بر اساس روش حجم کنترل با انتگرال گیری روی حجم و بازه زمانی *t* از معادله مشخصه سطح آزاد رابطـه (۱) به صورت زیر آغاز می شود:

$$\int_{t}^{t+1} \left( \int_{V} \frac{\partial}{\partial t} dV \right) dt + \int_{t}^{t+1} \left( \int_{V} \nabla \cdot \bar{u} \, dV \right) dt = 0. \tag{A}$$

نيكلسون داريم:  $\left(\begin{array}{ccc} t & t \\ p & t \end{array}\right) V_p = \sum_{f=1}^{faces} \frac{1}{2} \left(\begin{array}{ccc} t & t \\ f & t \end{array}\right) F_f \quad t, \qquad (9)$ 

که در آن،  $\bar{U}_{f-rel}$  است.  $F_f = \bar{A}_f \cdot \bar{U}_{f-rel}$  سرعت سیال نسبت به سرعت شبکه است. باید توجه کرد که رابطه (۹) با این فرض به دست آمده است که در بازه زمانی تغییرات شار بسیار کم است ( $F_f^{t+t} = F_f^t$ ).

همان طور که مشاهده می شود لازم است که مقدار روی مراکز صفحات هر سلول محاسبه شود. برای این کار از روش CICSAM استفاده می شود که این روش یک میان یابی خطی است. بین دو روش CBC و UQ با ضریب وزنی f (رابطه است. بین دو روش G ک و UQ با ضریب وزنی f (رابطه است. بین دو روش معک و UQ با ضریب وزنی م است. بین دو روش معک و UQ با ضریب وزنی از اربطه مناب ایک و روش در این حالت بر پایه مقادیر سطح آزاد به دست می آید [۱]. در این حالت بر پایه مقادیر نرمال شده ( آم)، مقدار روی صفحه عبارت است از:  $\tilde{\alpha}_{f} = \gamma_{f} \tilde{\alpha}_{fCBC} + (1 - \gamma_{f}) \tilde{\alpha}_{fUO}$ 

لی منهوم متغییرهای نرمال، سلولهای دهنده، گیرنده و بالادست از اهمیت ویژهای برخوردارند که این سلولها بر اساس جهت جریان تعریف میشوند (شکل ۱) و بر ایـن اسـاس مقـدار

$$\tilde{f}_f = \frac{f - u}{A - u}.$$
(11)

نرمال شده به صورت رابطه (۱۱) است:

1- NORMALIZED VARIABLE DIAGRAM

لازم به ذکر است که با جایگذاری رابطـه (۱۱) در رابطـه (۱۰) مقدار وی سطوح به دست میآید.



#### ۲-۲- گسستهسازی معادله ناویر – استوکس

با انتگرالگیری از معادله ناویر- اسـتوکس روی سـطوح کنتـرل داریم:

 $\frac{d}{dt} \int_{V(t)} U \, dV + \int_{A(t)} U(\bar{c}.\bar{n}) dA = \int_{A(t)} \bar{\nabla} U \, \bar{n} dA - \int_{A(t)} \frac{1}{2} P \bar{n} dA + \int_{V(t)} \bar{g} dV, \quad (17)$   $\sum_{k=1}^{\infty} V = (15), \quad U = (15),$ 

همان طور که مشاهده می شود رابطه (۱۲) دارای یک جمله زمانی، یک جمله جابه جایی در سمت چپ، یک جمله نفوذ و یک جمله فشار در سمت راست است که گسسته سازی این جملات از اهمیت بالایی بر خوردار است.

برای گسسته سازی عبارت نفوذ (جمله اول در طرف راست معادله (۱۲)، از روش ارائه شده توسط جاساک<sup>۲</sup> استفاده می شود [۹] (رابطه ۱۳).  $\int_{A} \bar{\nabla} u.\bar{n} \, dA = \int_{V} \bar{\nabla} . (\bar{\nabla} .) \, dV = \sum_{fact} \bar{A}_{f} . (\bar{\nabla} .)_{f} \qquad (17)$ جمله دوم در طرف چپ معادله (۱۲)، جمله جابه جایی است. برای گسسته سازی این قسمت لازم است که مقادیر سرعت روی سطوح کنترل هر سلول محاسبه شود (رابطه ۱۴).  $\int_{V} u(\bar{u}.\bar{n}) \, dA = \sum_{fact} u_{f} \, U_{f-rel} . \bar{A}_{f} \qquad (14)$ 

در اینجا از میانیابی گاما استفاده شده است [۹]. در معادلات ناویر- استوکس جمله فشاری به صورت مربع می شود و با درونیابی فشار روی سطح از سلولهای مجاور، جمله فشاری را میتوان به صورت رابطه (۱۵) گسسته نمود.

$$\int_{A} P \, \bar{n} \, dA = \sum_{face} \bar{A_f} \, P_f \tag{10}$$

2- JASSAK

فصلنامه علمی- پژوهشی مکانیک سیالات و آیرودینامیک، جلد ۲، شماره ۱، بهار ۱۳۹۲

$$H(u_i^n) = \int_A \nu \frac{\partial u_i^n}{\partial n} dA - \int_A u_i^n \vec{U_f^n} \cdot \vec{n} \, dA, \qquad (\Lambda)$$

$$H(\hat{u}_i) = \int_A \nu \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial n} dA - \int_A \hat{u}_i \vec{U}_f \vec{n} \, dA, \qquad (19)$$

$$G_i(P) = \int_A P n_i \, dA , \qquad (\Upsilon \cdot)$$

$$K_{I} = \int_{V} G_{I} DV \tag{71}$$

محاسبه سرعت روی سطح  $\overline{U}_f$  که در جابه جایی روابط (۱۸–۱۹) ظاهر میشود با توجه به چیدمان هممکان نیازمند توجه خاصی بوده و استفاده از میانیابی های معمول در تقریب این سرعت، نوسانات غیر فیزیکی در میدان فشار را ایجاد می کند. برای این کار با وارد کردن اثر گرادیان فشار به طریقی که ژانگ<sup>7</sup> و همکارانش پیشنهاد نمودهاند، این مقادیر محاسبه می شوند [۱۰].

پس از محاسبه سـرعتهـای میـانی اولیـه، در مرحلـه بعـد سرعت میانی جدیدی محاسبه میشود که بر اساس آن معادلـه پوآسون فشار به دست میآید:

$$u_{i}^{*} = \hat{u}_{i} + \frac{\Delta t}{\rho} G_{i} \left( P^{n} \right). \tag{(YY)}$$

برای برقراری شرط پیوستگی، معادله پوآسن برای فشار بر مبنای سرعتهای میانی  $u_i^*$  به صورت (۲۳) به دست میآید. به عبارت دیگر کمیت گرادیان فشار  $P^{n+1}$  باعث میشود میدان سرعت میانی  $\hat{u}$  که معادله ناویر - استوکس بر اساس آن نوشته شده، تبدیل به میدان سرعتی شود که شرط پیوستگی را ارضاء نماید (رابطه ۲۴).

$$\oint_{A} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P^{n+1}}{\partial n} dA = \frac{1}{\Delta t} \oint_{A} u_{i}^{*} dA$$
(YY)

$$\left.\frac{\partial P^{n+1}}{\partial n}\right|_{Boundary} = 0 \tag{(Yf)}$$

به هر حال، حل معادله پوآسون (۲۳) و محاسبه فشار  $P^{n+1}$  شرط پیوستگی در میدان سرعت را ارضاء خواهد کرد. همچنین سرعتهای گام زمانی جدید نیز با رابطه (۲۵) محاسبه می شوند.

$$u_{i}^{n+1} = u_{i}^{*} + \frac{\Delta t}{-} G_{i} \left( P^{n+1} \right)$$
 (YΔ)

همانگونه که در رابطه (۲۵) نیز دیده شد، میدان سرعت میانی توسط فشار، بـه میـدان سـرعتی تبـدیل مـیشـود کـه شـرط پیوستگی را ارضاء میکند.

بدین ترتیب، با گسستهسازی حجم محدود عبارتهای مختلف معادله ناویر - استوکس و استفاده از روش گام جزئی، دستگاه معادلات جبری برای محاسبه سرعت و فشار به دست در گسسته ازی جمله فشاری، باید به نوعی اثر عدم پیوستگی میدان چگالی را منظور کرد. این بدین خاطر است که در نواحی ناپیوستگی چگالی، گرادیان میدان فشار ناپیوستگی چگالی به نوعی ظاهر نشود نوسانهای شدیدی در میدان سرعت پیش میآید که فرآیند حل را در نسبت میدان سرعت پیش میآید که فرآیند حل را در نسبت چگالیهای بالا (بالاتر از ۵) غیر ممکن میکند. برای حل این پیشنهاد شده است که در این مقاله از این روش استفاده شده است [۷]. در تحقیق حاضر، برای گسسته سازی زمانی جملات نفوذ و جابه جایی از طرح کرنک نیکلسون استفاده شده است که این طرح از پایداری خوبی برخوردار بوده و دقتی از مرتبه دوم دارد. همچنین جمله فشاری به طور کاملاً ضمنی گسسته شده و جمله ثقلی نیز به طورکلی به دلیل ثابت بودن در زمان، ثابت است.

۴- الگوريتم حل

همان گونه که ذکر شد، در تحقیق حاضر با توجه به ماهیت گذرای جریان، از رویکرد گام جزئی که توسط کیم و چوی ارائه گردید، استفاده شده است [۴]. معادله ناویر – استوکس که در رابطه با گسستهسازی جملات آن بحث شده در رابطه (۱۶) دیده می شود.

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \frac{1}{2} \Big[ H(u_i^n) + H(u_i^{n+1}) \Big] - \frac{1}{2} G_i(p^{n+1})$$
(\$)

$$\frac{\mathbf{U}_{\mathrm{I}} - \mathbf{U}_{\mathrm{I}}^{\mathrm{N}}}{\Delta \mathrm{T}} = \frac{1}{\mathrm{r}} \Big[ \mathrm{H}(\mathrm{U}_{\mathrm{I}}^{\mathrm{N}}) + \mathrm{H}^{\mathrm{r}} \mathbf{U}_{\mathrm{I}} \Big] - \frac{1}{\mathrm{r}} \mathbf{G} \Big( \mathbf{P}^{\mathrm{s}} \Big) + \mathrm{K}_{\mathrm{I}}$$
(17)

<sup>1-</sup> PIECEWISE LINEAR INTERPOLATION

میآید. برای حل دستگاه معادلات سرعت از روش SOR و برای حل معادله فشار پوآسون از روش چند شبکهای استفاده از میشود. پس از حل معادلات ناویراستوکس، با استفاده از سرعت و فشارهای به دست آمده، نیروها و ممانهای اعمالی به جسم به دست میآیند. سپس معادلات ۶ درجه آزادی جسم صلب حل شده و شبکه متصل به جسم حرکت میکند [۷]. در گام بعدی نیز معادله انتقال سطح آزاد حل میشود که نتیجه آن شبیهسازی سطح آزاد و همچنین محاسبه خواص مؤثر آن شبیه سازی سطح آزاد و همچنین محاسبه خواص مؤثر سیال است. از این خواص برای حل معادله ناویر استوکس در گام بعدی استفاده میشود. الگوریتم حل در شکل ۲ نشان داده شده است:



# ۵- روش چندشبکهای

اکثر روشهای استاندارد تکرار، دارای خاصیت هموارسازی<sup>۱</sup> خطا هستند. این خاصیت سبب میشود که این روشها در میرا کردن مؤلفههای نوسانی (با فرکانس بالای) خطا، بسیار مؤثر و قدرتمند عمل کنند اما در عوض روی مؤلفههای صاف (با فرکانس کم) تأثیر کمی خواهند گذاشت. هدف تحقیق حاضر در استفاده از روش چندشبکهای این است که این روشها به نحوی اصلاح شوند که بتوان تأثیر آنها را روی همه مؤلفههای خطا افزایش داد. اولین گام در استفاده از روش چندشبکهای درشتسازی<sup>۲</sup> است.

۵-۱- درشتسازی

پس از ایجاد ریزترین شبکه و ورود آن به عنوان شبکه اصلی به نرمافزار، عملیات درشتسازی انجام می شود. عملیات درشتسازی مورد استفاده در این مقاله، بسیار شبیه روشی است که اکوموتو آدر سال ۱۹۹۸ ارائـه داده اسـت [۱۱] کـه در آن یک نقطه درون شبکه ریز انتخاب مے شود، سیس تمامی سلولهای ریزی که این نقطه یکی از نقاط تشکیلدهنده آن است با هم یکی شده و یک سلول درشت حاصل می شود. پس از آن صفحات درونی حذف شده و یک سلول بزرگتر با تعداد بیشتری صفحه تشکیل می شود. در انتها محاسبات مربوط به مشخصات هندسی هر سلول بزرگتر انجام می شود تا مقادیری همچون مراکز سطح، حجم سلول، مرکز حجم، همسایه هر سلول و غیره حساب شوند. در قدم بعدی نقاط دیگری انتخاب می شود و دومر تبه این مراحل انجام می شوند. در طی این روند، باید به این نکته مهم توجه کرد که هر کدام از سلول های ریز تنها باید در یک سلول درشت تر جای داده شوند که این شرط بسیار مهم باعث می شود که سلول های در شت با هم اشتراک حجمي نداشته باشند.

برای داشتن یک سری سلولهای درشت مناسب و همچنین بهینهتر شدن روش چند شبکهای، بهتر است که این نقاط (گرههایی که سلولهای متصل به آنها یکی میشوند)، به طور تصادفی انتخاب نشده و از قبل فهرستی از آنها تهیه و طبق آن عملیات درشتسازی صورت گیرد [۱۱]. لازم به توضیح است که در عملیات درشتسازی تراکمی به کارگرفته شده، برای بالا بردن دقت محاسبات و همچنین حفظ دقیق شدی دامنه محاسباتی، هیچ صفحهای حذف نمی شود. این شکل دامنه محاسباتی، هیچ صفحهای حذف نمی شود. این سلول محاسباتی چندین صفحه وجود داشته باشد که شکل ۳ این موضوع را به خوبی مشخص می کند. سلول A یک سلول است که از ۴ سلول ریزتر ساخته شده است (همین طور سلول B). بین دو سلول (B وA) ۴ صفحه وجود دارد.



**شکل (۳)**: صفحات بین سلولهای درشتتر.

<sup>1-</sup> SMOOTH PROPERTY

<sup>2-</sup> COARSENING

<sup>3-</sup> ОКОМОТО

#### ۵-۲- عملگرهای میانیابی و محدود کننده

در روش چندشبکهای نیاز به یک سری از عملگرها است که اطلاعات را بین شبکههای ریز و درشت منتقل کنند. در روش چندشبکهای با رویکرد حجم محدود، به دو عملگر محدود کننده برای انتقال اطلاعات سلول (اطلاعات مربوط به سیال همچون فشار) و نیز انتقال مقدار باقیماندهها احتیاج است. عملگر محدود کننده <sup>(</sup>، اطلاعات را از روی شبکه ریزتر به سوی شبکه درشت تر می برد. عملگر میان ایی آبر عکس محدود کننده عمل می کند.

در روش چندشبکهای تنها به یک نوع از این عملگر احتیاج است (باقیماندهها به عملگر میانیابی احتیاجی ندارند). برای این منظور، روشهای مختلفی ارائه شده است که با دقت زیادی مورد استفاده قرار می گیرند. در تحقیق حاضر از عملگرهای ارائه شده توسط پریک<sup>۳</sup> استفاده شده است که به صورت (۲۲-۲۷) هستند [۱۲].

عملگر محدود کننده:

$$_{C} = \frac{1}{N_{f}} \sum_{i=1}^{N_{f}} \left[ F_{i} + \overline{(grad})_{F_{i}} \cdot \overline{(r_{C} - r_{F_{i}})} \right]$$
(Y9)

عملگر میانیابی:

$$F_i = C + \overline{(grad)}_C \cdot \overline{(r_{F_i} - r_C)}$$
(YV)

در روابط فوق، r بردار مرکز سلول، اندیس F نشان دهنده سلول ریز و اندیس C نمایانگر سلول درشت میباشد و N<sub>f</sub> تعداد سلوهای ریز تشکیل دهنده سلول درشتتر را نشان میدهند (شکل ۴).



شکل (۴): عملگرهای محدود کننده و میانیابی.

عملگر محدود کننده برای انتقال باقیمانده بسیار سادهتـر است و مقدار باقیمانده برای سلول درشت برابر با جمـع جبـری باقیماندههای سلولهای ریز تشکیل دهنده آن است [۱۳].

- 1- RESTRICTION
- 2- PROLONGATION
- 3- PERIC

# ۵-۳- الگوریتم روش چندشبکهای

همان طور که اشاره شد روش های معمول تکرار، تنها قادرند که مؤلفه های با فرکانس بالای خطا را به خوبی کاهش دهند و در میرا کردن فرکانس های پائین، راندمان بسیار کمی دارند. معمولاً اگر این خطاها با فرکانس کم روی شبکه درشت تر منتقل شوند نوسانی تر شده آنگاه قدرت روش های تکرار در میراکردن آنها بالا می رود [۱۴]. برای بیان روش اعمال الگوریتم چند شبکه ای فرض می شود که دستگاه معادلات (دستگاه معادله پوآسون فشار) به صورت زیر محاسبه شود:

$$Au = f. \tag{YA}$$

در این صورت، الگوریتم چندشبکهای که از دو شبکه استفاده می کند به شرح زیر است [۱۴]: ۱- تکـرار بـرای  $f_1 = f_1$  روی شـ.بکه ریـز بـرای بــه دست آوردن مقدار تقریبی  $f_1 = n$  روی شـ.بکه ریـز بـرای بــه ۲- محاسبه باقیمانده  $f_1 = f_1 - A_1$  ، ۳- محاسبه اقیمانده  $f_1 = f_1 - A_1$  ، ۳- محاسبه  $f_1$  (انتقال  $f_1$  به روی شبکه درشت)، ۳- محاسبه  $f_1$  (انتقال  $f_1$  به روی شبکه درشت)، ۳- محاسبه تقریب  $g_2 = f_2$  روی شبکه درشت برای به دست آوردن تقریب  $g_2 = f_2$  می بکه ریـز بـه وسیله ۲- تحیحیح تقریب به دست آمـده روی شبکه ریـز بـه وسیله خطای به دست آمده روی شبکه درشت:  $f_1 \to f_1 \to f_1$ 

در الگوریتم بالا، اندیسهای ۱ و ۲ به ترتیب بیانگر کمیتها روی شبکه ریز و درشت هستند. و جواب مورد نیاز است که در بینهایت مساوی *u* میشود. الگوریتم دو شبکهای بالا را میتوان با استفاده از تعداد شبکههای بیشتر و در حالات مختلف به کار برد. شکل **۵** چند نمونه از سیکلها را همراه با تعداد شبکههای مختلف نشان میدهد. این سیکلها بنا به شکل آنها به سیکل W و ۷ معروف هستند.



شکل (۵): انواع سیکلها برای تعداد شبکههای مختلف.





برای انتخاب سیکل چند شبکهای مناسب این مسئله، از دو معیار استفاده شده کـه معیار اول نمودار لگاریتمی خطا بر حسب تعداد تکرار است (شکل ۱۰). این نمودار برای گام زمانی دوم رسم شـده است. همچنـین برای محاسـبه خطا در ایـن نمودارها از رابطه (۲۹) استفاده شده است.

$$\|e\|_{2} = \frac{\left\{\sum_{g=1}^{n} e_{g}^{2}\right\}^{\frac{1}{2}}}{n}$$
(19)



۶- نتایج عددی

بر اساس الگوریتم بیان شده، برنامه کامپیوتری مناسب تهیـه و برای بررسی دقـت و صـحت نتـایج، چنـد مسـئله نمونـه مـورد بررسی قرار گرفته شده است.

۶–۱– جریان برگشتی از روی پله

جریان برگشتی از روی پله <sup>(</sup> یکی از مسائل مشهور در دینامیک دینامیک سیالات محاسباتی است. در این مسئله، جریان درون یک لوله از روی یک پله عبور میکند. هندسه مسئله به صورت شکل ۶ است [۱۵]. در ورودی لوله، پروفیل سرعت به صورت توسعه یافته در نظر گرفته می شود. رینولدز در این مسئله به صورت به صورت ME = uD محاسبه می شود که در آن D قطر لوله (1 = 2h = 0) و ویسکوزیته سینماتیکی سیال است ((-2h) = 0) (شکل ۶).



**شکل (۶**): هندسه مدلسازی جریان برگشتی از روی پله.

عدد رینولدز در تحقیق حاضر برابر ۸۰۰ انتخاب شده و در این رینولدز انتظار می رود که دو جریان برگشتی در پشت پله و نیز در سقف لوله ایجاد شود. فاصله ابتاد و انتهای ایان جریانهای برگشتی با  $X_1 \cdot X_2$  و  $X_3$  نشان داده می شود (شکل ۶). برای حل ایان مسئله از شبکهای شامل ۱۱۴۰۰ سلول استفاده شده است (شکل ۲).



پس از پایدار شدن جریان، پروفیل سرعت در دو مقطع ۱۴ و ۶ = X رسم شده و با نتایج منتشر شده مشابه مقایسه شده است (شکل ۹ و ۸).

<sup>1-</sup> BACKWARD FACING STEP

فصلنامه علمی- پژوهشی مکانیک سیالات و آیرودینامیک، جلد ۲، شماره ۱، بهار ۱۳۹۲

معیار مهم بعدی، مدت زمان شبیهسازی برای یک مدت مشخص شبیهسازی است (در اینجا ۵۰ گام زمانی) که این مدت زمان در جدول ۱ آمده است.

جدول (۱): مدت زمان شبیه سازی در رینولدز ۸۰۰ برای ۵۰

زمانے	گام
5 )	-

	-		
نسبت افزایش سرعت	زمان محاسبات (ثانیه)	تعداد شبکه های مورد استفاده	نوع روش
١	10.0	١	تک شبکهای
۲/•۴	۷۳۷	٣	V
۱/۸۵	٨١١	۴	V
۲/۱۵	٧٠١	٣	W
1/97	754	۴	W

ملاحظه می شود که سیکل  $W \rightarrow b$  از سه شبکه استفاده می کند، بهترین راندمان را دارد. مقادیر  $X_i$  در جدول Y با نتایج کار مشابه مقایسه شده است [1۵]. این مقادیر نشان دهنده نتایج قابل قبولی در تحقیق حاضر هستند. همچنین جریانهای برگشتی در لوله به صورت شکل **۱۱** هستند. شکل **۲۱** نیز میدان جریان را نشان می دهد.

جدول (۲): مقایسه مقادیر  $X_i$  با کار مشابه.

	X1	X2	X3
ERTRUK [15]	۵/۹۱۷	۴/۷۳۸	۱ • /۲
تحقيق حاضر	۵/۸	۴/۷	۱ • / ۱





۶-۲- مسئله حفره دوطرفه در مکعب (سهبعدی)' در این مسئله، یک مکعب سهبعدی با طول اضلاع H در نظر گرفته میشود. دیواره بالایی به سمت راست و دیواره عمودی سمت چپ به سمت پائین (با سرعتهای یکسان) در حال ممت چپ به سمت پائین (با سرعتهای یکسان) در حال حرکت هستند که شکل ۱۳ هندسه مسئله را توصیف میکند. این مخزن از سیال نیوتنی با چگالی ثابت و ویسکوزیته ثابت پر شده و عدد رینولدز با / RE= سمیباشد. همچنین شرایط مرزی سرعت به صورت روابط (۳۰) است.

At z = 1: (moving wall) u = 1, v = 0 and w = 0At x = 0: (moving wall) u = v = 0 and w = -1 ( $\mathfrak{T} \cdot \mathbf{i}$ ) At x = 1, y = 0 and z = 0: u = v = w = 0

این مدلسازی در رینولدز ۵۰۰ مورد بررسی قرار می گیرد. برای حل از یک شبکه ۳۹×۳۹×۳۹ (شامل ۵۹۳۱۹ سلول) استفاده شده است. پس از حل و پایدار شدن مسئله، پروفیل سرعت در جهتهای z و x در راستای خط مرکزی مکعب (۲=۰/۵) رسم و با نتایج BEYA مقایسه می شود (شکل های ۱۴– ۱۳) [۱۴].

همچنین، در تحقیق حاضر خطوط سرعت ثابت *U* و *W* با نتایج منتشر شده در شکلهای ۱۸–۱۵ آمده است. لازم به ذکر است که در شبیهسازی حاضر نیز برای حل معادله فشار پوآسون از روش چندشبکهای استفاده شده است. نمودار کاهش خطا در این مسئله به صورت شکل ۱۹ است. به دلیل مشابهت زیاد تنها دو سیکل در این نمودار رسم شده است.



1- THREE-DIMENSIONAL TWO-SIDED NON-FACING LID-DRIVEN CUBICAL CAVITY (3D-TSNFL)



شکل (۱۷): خطوط سرعت W (مدلسازی مشابه) [۱۶].



شکل (۱۸): خطوط سرعت W (شبیهسازی حاضر).



**شکل (۱۹):** نمودار کاهش خطا.

۶–۳– شکست سد با مانع

برخورد دیواره آب با مانع، یکی دیگر از مسائلی است که مورد بررسی قرارگرفته است. شکل و شرایط اولیه مسئله در شکل ۲۰ نشان داده شده است و برای حل آن از یک دامنه محاسباتی شامل ۱۴۳۵۰ سلول استفاده شده است (شکل ۲۰). شرط عدم





**شکل (۱۵):** خطوط سرعت *u* (مدلسازی مشابه) [۱۶].



**شکل (۱۶):** خطوط سرعت *u* (شبیهسازی حاضر).

<sup>1-</sup> DAM BREAK WITH OBSTACLE

لغزش برای سرعت و گرادیان صفر برای فشار روی تمامی مرزها اعمال شده است. همچنین مدت زمان انجام شبیهسازی (بـرای ۵۰ گام زمانی) از طریق سیکلهای مختلف، در جدول ۳ آمـده است. بر این اساس برای حل مسئله، سیکل W با چهار شـبکه مورد استفاده قرار گرفته است.

جدول (۳): مدت زمان شبیه سازی در رینولدز ۱۰۰۰ برای ۱۰۰ گام زمانی در مدل سازی حفره دو طرفه.

نسبت افزایش سرعت	زمان محاسبات (ثانیه)	تعداد شبکههای مورد استفاده	نوع روش
١	1808	١	تک شبکه
١/۵٧	1110	٣	V
۱/۵۱	1197	۴	V
1/84	1.89	٣	W
١/٨٠	۹۷۵	۴	W





این مسئله یکی از مسائل مهم دو فاز بوده و جریان در هر دو سیال از اهمیت بالایی برخوردار است، زیرا سیال هوا در زیر سیال آب محبوس شده و به کمک نیروی بویانسی، سعی میکند خود را به نواحی بالایی دامنه محاسباتی برساند. نمودار کاهش خطا برای گام زمانی دوم در شکل **۲۲** آمده است. با توجه به این شکل و جدول**۴**، از سیکل W همراه با

سه شبکه برای شبیهسازی استفاده شده است.



**شکل (۲۱):** شبکه محاسباتی.



**شکل (۲۲)**: نمودار کاهش خطا در گام زمانی دوم برای مدلسازی شکست سد با مانع.

لازم به توضیح است که اگرچه در گام زمانی دوم سیکل ۷ همگرایی بهتری دارد ولـی در مـدت ۱۰۰ گـام زمـانی، سـیکل Wبازده بهتری را نشان داده است.

جدول (۴): مدت زمان شبیهسازی برای ۱۰۰ گام زمانی.

نسبت افزایش	زمان محاسبات	تعداد شبکههای مورد استفاده	نوع روش
ري ی	7849	1	تک شبکهای
١/٧۴	1480	٣	V
۱/٨۶	1770	٣	W

در شکل **۲۳،** شکل سطح آزاد در سه گام زمانی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است [۱۷].



شکل (۲۳): مقایسه نتایج شبیه سازی تحقیق حاضر (چپ) با نتایج آزمایشگاهی [۱۷] (راست) در سه گام زمانی ۲/۲ و ۴/۲ و ۰/۵

# ۶-۴- محاسبه مقاومت شناور بارج

در این بخش مقاوت شناور بارج محاسبه شده و با نتایج عـددی و آزمایشی کار قبل مقایسه شده است [۷]. ابعاد و مشخصات این شناور در جدول ۵ آمده و در شکل ۲۴ نمایش داده شده است.

<b>جدول (۵</b> ): ابعاد و مشخصات شناور بارج.		
L	۱/•۵ M	
В	۰/۲۹ M	
Т	۰/۰۲۵ M	
СВ	١/٠	
MASS	٧/٢۶ KG	
IYY	۰/۷ KGM	
KG	۰/۰۲۵ M	



شکل (۲۴): نمایی از شناور بارج.

محاسبه مقاومت این شناور به دو صورت مقید و آزاد صورت گرفته است. در حالت مقید، شناور با سرعت مشخص( M/S ۸۰۷ /۰۲۷) ( در راستای محور X ) کشیده شده و اجازه هر نوع حرکت دیگری از آن گرفته می شود. در حالت آزاد که به شرایط آزمایش نیز شبیه در است، اجازه حرکت

انتقالی در راستای Z (حرکت هیو<sup>()</sup>) و چرخش حول محور Y (حرکت پیچ<sup>۲</sup>) به شناور داده می شود. شکل **۲۵** نشان دهنده نمایی از شبکه بندی این مسئله می باشد که توسط نرم افزار GAMBIT تهیه شده است. در این شبکه بندی، تعداد ۴۱۷۰۰ سلول وجود دارد. شرط مرزی عدم لغزش بر روی بدنه شناور و شرط مرزی گرادیان قائم صفر برای تمامی مؤلفه های سرعت در باقی مرزها در نظر گرفته شده است. همچنین شرط گرادیان قائم صفر در تمامی مرزها، برای فشار اعمال شده است.



شکل (۲۵): شبکه استفاده شده برای بارج.

همچنین، به منظور جلوگیری از بازتابش امواج از مرزهای اطراف به داخل دامنه محاسباتی، نیاز است تا مقادیر سرعت در این نواحی تضعیف شوند. به همین خاطر از نواحی میرایی<sup>۳</sup> در اطراف شناور استفاده شده است [۱۹–۱۸].

در هـر دو صـورت مقیـد و بـا دو درجـه آزادی از روش چند شبکهای بـرای مـدلسازی اسـتفاده شـده اسـت. نمـودار کاهش خطا برای گام زمانی دوم به صورت شکلهای ۲۶ و ۲۷ است. به دلیـل اینکـه در گـام زمـانی دوم جسـم تغییـر مکـان محسوسی نمیدهد این دو منحنی تقریباً یکسان هستند.



(حالت مقيد).

- 1- HEAVE
- 2- PITCH
- 3- DAMPING ZONE





جدولهای ۲-۶ مدت زمان انجام مدلسازی را برای هر دو حالت نشان میدهند. همچنین مشاهده می شود که ماتریس فشار در حالت آزاد، سخت تر بوده و برای حل آن به زمان بیشتری نیاز است. با توجه به این نتایج، برای حل ماتریس فشار از سیکل ۳ همراه با سه شبکه استفاده شده است. جدول ۸ نتایج محاسبات و آزمایش را به همراه خطای محاسبات نمایش میدهد.

**جدول** (۶): مدت زمان شبیه سازی برای ۵۰ گام زمانی (حالت مقید).

نسبت افزایش سرعت	زمان محاسبات (ثانیه)	تعداد شبکههای مورد استفاده	نوع روش
١	۳,۸۷۷	١	تک شبکهای
1/4.	7,777	٣	V
1/80	7,849	٣	W

جدول (۷): مدت زمان شبیه سازی برای ۵۰ گام زمانی (حالت آزاد).

نسبت افزایش سرعت	زمان محاسبات (ثانیه)	تعداد شبکههای مورد استفاده	نوع روش
١	۶,۰۳۸	١	تک شبکهای
۱/۵۰	4,•17	٣	V
۱/۸۵	۳,7۶۳	٣	W

جدول ۸: نتایج آزمایش و محاسبات عددی.

0 .		0, 1
	مقاومت كل	درصد خطا نسبت به آزمایش
آزمایش [۷]	(N)٣/۵٣	
مقید با ۳۶٬۰۰۰ سلول (حل تکشبکهای) [۷]	(N)Y/Y I	'/. <b>۲۳</b> /۲
آزاد با ۳۶٬۰۰۰ سلول (حل تکشبکهای) [۷]	(N)٣/٣٢	۲. ۵/۹
مقید با ۴۱٫۷۰۰ سلول (حل چندشبکهای)	$(N)$ ۲/ $\lambda\lambda$	7. 18/41
آزاد با ۴۱٫۷۰۰ سلول (حل چندشبکهای)	(N)٣/۴۱	'. <b>r</b> /f

نمودار شکل ۲۸ تغییرات نیروی درگ را در طول زمان نشان میدهد (حالت ۳ درجه آزادی). همان گونه که مشاهده میشود از زمان ۵/۵۶ = t به بعد، شناور پس از چند نوسان، تقریباً به یک تریم<sup>۱</sup> ثابت رسیده و نیرو ثابت می شود.



شکل (۲۸): تغییر زاویه در طول زمان.

شکل ۲۹ سطح آزاد تشکیل شده در اطراف شناور را در آزمایش (در کار مشابه قبلی) [۷]، با نتایج به دست آمده در تحقیق حاضر مقایسه میکند و شکل ۳۰ مقادیر سرعت افقی را در دامنه محاسباتی و روی سطح آزاد نشان میدهد.



**شکل (۲۹)**: سطح آزاد ایجاد شده که در سمت راست آزمایش و سمت چپ تحقیق حاضر است [۱۰].

۱۳

روش چند شبکهای در حل جریانهای دارای سطح آزاد

W بهتر از سیکل V عمل می کند. این مسئله به این دلیل است که سیکل W تعداد عملیات بیشتری را روی شبکههای درشتتر انجام میدهد، به همین دلیل هنگامی که به روی شبکه ریزتر می ود، به جواب اصلی نزدیک تر شده است.

#### ۸- مراجع

- **شکل (۳۰**): مقادیر سرعت افقی روی سطح آزاد 1. UBBINK, O. AND ISSA, R.I. "A METHOD FOR CAPTURING SHARP FLUID INTERFACES ON ARBITRARY MESHES", J. COMPUTATIONAL PHYSICS, VOL. 153, NO. 1, PP. 26-50, 1999.
- 2. PATANKAR, S.V. AND SPALDING, D.B. "A CALCULATION والمست مسائل هيدروديناميكي يكي از نيازهاي طراحي الست بررسی تجربی این مسأله با هزینه بالای انجام آزPROCEDURE FOR HEAT, MASS, AND MOMENTUM JRANSER IN THREE-DIMENSIONAL PARABOLIC FLOWS", INT. J, HEAT AND MASS TRANSFER, VOL. 15, NO. 10, PP. 1787-1806, بوده و به علاوه در این حالت بررسی شـرایط پیچیـده در اعلین موارد امکانپذیر نیست. از این رو روشهای عددی زیادی بـرای 'AN' 1972.
- 3. VERSTEEG, H.K. AND MALALASEKERA, W. تحليل اين گونه مسائل ابداع شدهاست. با وجود INTRODUCTION TO COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS FINITE VOL. METHODED2, LONGMAN SCIENTIFIC &ويژه، یکی از معايب اين روشهای عددی، وابستگی تقريباً زياد& TECHNICAL, PEARSON EDUCATION LIMITED, PRENTICE دقت آنها به شبکه محاسباتی است، به این معنا که برای HALL, LONDON, 1995.
- 4. KIM, D. AND CHOI, H. "A SECOND-ORDER TIM<u>E</u>ه به دست آمدن دقتهای بسیار بالا لازم است که تعداد سلول ACCURATE FINITE VOLUME METHOD FOR UNSTEADY د, دامنه محاسباتی، افزایش یابد که این امر سرعتINCOMPRESSIBLE FLOW WITH HYBRID UNSTRUCTEURED GRIDS", J. COMPUTATIONAL PHYSICS, VOL. 162, يايين مي آور د. NO. 2, PP. 411-428, 2000.
- در مقالـه حاضر، با توجـه بـه هـدف بيان شـده، از روشTAI, C. AND ZHAO, Y. "A FINITE VOLUM UNSTRUCTURED MULTIGRID METHOD FOR EFFICIENT COMPUTATION OF UNSTEADY INCOMPRESSIBLE VISCOUS شده است. بدين ترتيب كه پس از انجام عمل درشتسلول، مل FLOW", NUMERICAL METHODS IN FLUIDS, VOL. 4 1, PP. 59-84, 2004.
- 6. SPALDING, DB. "A METHOD FOR COMPUTING STEAD . و W با تعداد شبکههای مختلف بر روی هر W و V و W با تعداد شبکههای مختلف و V و W اعمال می شود. همچنین نشان داده شده که روش <del>Q</del>و AND UNSTEADY FLOWS POSSESSING DISCONTINU DENSITY", CHIAM REPORT 910/2, 1974.
- قادر به بالا بردن سرعت در حدود ۱/۵ تا ۲ برابر است. لازم ۲۸ AND SEIF, ما المرابع AND SEIF, تا ۲ برابر است. الازم ۲۸ الم ذكر است كه در الگوريتم موجود، تنها يـك شـبك<mark>وري EQP</mark> وي است كه در الگوريتم موجود، تنها يـك شـبك<u>AGP</u> و EQPMENT OF A VOF-FRACTIONAL STEP SOLVER FLOATING BODY MOTION SIMULATION", APPLIED OCEAN RESEARCH, VOL. 28, NO. 3, PP.171-181, 2006. ورودی به برنامه معرفی می شود (مشابه روش تک شبکه ای) و RESEARCH, VOL. 28, NO. 3, PP.171-181, 2006.
- 8. LEONARD, B.P. "THE ULTIMATE CONSERVATION شبكههای درشت تر بعدی در همان ابتدای برنامه تولید شده و DIFFERENCE SCHEME APPLIED TO UNSTEADY ONE در حافظه ذخیـره مـیشـوند و در طـول حـل از METHOD L DIRECTION", COMPUTATIONAL METHOD 4. از آ می شود. تولید شبکههای در شت در بسیار سریع انجام شده APPLIED MECH. AND ENG., VOL. 88, NO. 1 PP. 17-74 1991.
- 9. JASSAK, H. "ERROR ANALYSIS AND ESTIMATION: FOR THE ثانيه و براي شبكه FOR THE FINITE VOLUME METHOD WITH APPLICATION TO FLUID ۱ میلیون سلول) و تنها یکبار صورت می پذیرد. به همین دلیل FLOWSPHDDISSERTATICONUNIVOELONDON996.
- زمان این کار در مقایسه لحاظ نشده است (هرچند که AND KOSEFF, J.R. "A NO STAGGERED FRACTIONAL STEP METHOD FOR TIME-DEPENDENT INCOMPRESSIBLE NAVIER-STOKES مورت احتساب، باز هم روش چندشبکهای سریع تر خواهد من همچنین این افزایش سرعت حل به تعداد شبکهها نی COORDINATE EQUATIONS IN CURVILINEAR COMPUTATIONAL PHYSICS, VOL. 114, NO. 1, PP. 18-33, بسیار وابسـته اسـت. البتـه اسـتفاده از تعـداد بیشـتری شـبکه 1994.
- 11. OKAMOTO, N., NAKAHASHI, K., AND OBAYASHI, SH. بهترين راندمان را نمىدهد و بايد يك مقدار كيمينا (COARSE GENERATION ALGORITHM FOR AGGLOMERATION انتخاب شود. این امر بدین خاطر است که بـالاتـر بـMULTIGRID METHOD ON UNSTRUCTURED GRIDS بالتخاب شود. این امر بدین خاطر است که بـالاتـر
- 12. FERZIGER, J. AND PERIC, M. "COMPUTATIONAL METHODS اطلاعات) را بیشتر کرده و ممکن است باعث افرایشی SPRINGER VERLAG, NEW اطلاعات) را بیشتر کرده و ممکن است باعث افرایشی 1996. محاسباتی گردد. به علاوه در حل مسائل مختلف، اغلب سیکل



۷- نتیجهگیری

فصلنامه علمی- پژوهشی مکانیک سیالات و آیرودینامیک، جلد ۲، شماره ۱، بهار ۱۳۹۲

- 13. STRAUSS, D. AND AZEVEDO, J. "ON THE DEVELOPMIKYOSHIZUKA, S., TAMAKO, H., AND OKA, Y. "A OF AN AGGLOMERATION MULTIGRID SOLVER PAGRICLE METHOD FOR INCOMPRESSIBLE VISCOUS FLOW TURBULENT FLOWS", MECH. SCI. & ENG., VOL. 25, NOWITH FLUID FRAGMENTATION", COMPUTER FLUID 4, PP. 315-324, 2003. DYNAMIC J., VOL. 4, NO. 1, PP. 29–46, 1995.
- 14. BRIGGS, W., HENSON, V., AND MCCORMICK, S. **1%** KIM, M.H., NIEDZWECKI, J.M., ROESSET, J.M., PARK, MULTIGRID TUTORIAL", SIAM, 2000. J.C., AND TAVASSOLI, A. "FULLY NON-LINEAR MULTI-
- 15. ERTURK, E. "NUMERICAL SOLUTIONS OF A 2-D STE**AIRE**CTIONAL WAVE SIMULATIONS BY 3D NUMERICAL INCOMPRESSIBLE FLOW OVER A BACKWARD-FACING**NSAME**, TANKS", ASME, J. OFFSHORE MECH. AND ARC. PART I: HIGH REYNOLDS NUMBER SOLUTIONSING., VOL. 123, NO. 3, PP. 124-133, 2001. COMPUTERS & FLUIDS, VOL. 37, NO. 6, PP. 633–6559. PARK, J.C. AND MIYATA, H. "NUMERICAL SIMULATION OF 2008. FULLY NON-LINEAR WAVE MOTIONS AROUND ARCTIC AND
- 16. BEYA, B. AND LILI, T. "THREE-DIMENSIONALOFFSHORE STRUCTURES", J. SOCIETY OF NAVAL INCOMPRESSIBLE FLOW IN A TWO-SIDED NON-FACANGHITECTS, JAPAN, VOL. 189, PP. 13-19, 2001. LID-DRIVEN CUBICAL CAVITY", COMPTES RENDUS MECANIQUE, VOL. 336, NO'S. 11-12, PP. 863-872, 2008.