فصلنامه علمی- پژوهشی مکانیک سیالات و آیرودینامیک، جلد ۲، شماره ۱، بهار ۱۳۹۲، صفحه ۱ الی ۱۴

روش چندشبکه‌ای در حل جریان‌های دارای سطح آزاد

مهدی پورمصطفی[۱] محمدسعید سیف[۲] و علی نوری بروجردی[۳]

پژوهشکده قوای محرکه — دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی شریف

(تاریخ دریافت: ۸۸/۱۰/۲۷؛ تاریخ پذیرش: ۹۲/۰۲/۰۵)

چکیده

در سال‌های اخیر، روش‌های عددی زیادی برای شبیه‌سازی سطح آزاد و همچنین مدل‌سازی حرکات اجسام صلب غوطه‌ور در سیال ابداع شده است. در این مقاله برای شبیه‌سازی حرکات شناورها، از روش حجمی CICSAM استفاده شده و برای کوپل سرعت و فشار در دامنه محاسباتی از تکنیک گام جزئی بهره گرفته شده است. برای بالا بردن دقت شبیه‌سازی، لازم است تعداد سلول‌ها در دامنه محاسباتی افزایش یابد که این امر باعث افزایش مدت شبیه‌سازی می‌شود. به همین دلیل، از روش چندشبکه‌ای برای حل معادله پوآسون فشار استفاده شده و بر این اساس برای درشت‌سازی شبکه، الگوریتم تراکمی مورد استفاده قرار گرفته است. قابل ذکر است که برای این کار، لازم است شبکه‌هایی که به طور کامل بی‌ساختار هستند در مسئله لحاظ شوند. برای سنجش میزان دقت الگوریتم اعمالی، چند مدل‌سازی نمونه، از جمله حفره دوطرفه، شکست سد با مانع و محاسبه مقاومت بارج مورد بررسی قرار گرفته‌اند. بر اساس نتایج عددی، ملاحظه می‌شود که روش چندشبکه‌ای قادر است سرعت حل معادلات را ۱/۵ تا ۲ برابر افزایش دهد. همچنین، با مقایسه سیکل‌های متفاوت V و W در روش چندشبکه‌ای، ملاحظه می‌شود که سیکل W در اغلب موارد بهتر از سیکل V عمل می‌کند.

واژه‌های کلیدی: روش چندشبکه‌ای، روش گام جزئی، روش حجم سیال، جریان سطح آزاد

MULTIGRID METHOD TO SOLVE FREE SURFACE FLOWS

M. POUR-MOSTAFA M.S. SEIF AND A. NOURI-BOROOJERDI

MARINE PROPULSION INSTITUTE — MECH ENG DEP'T. SHARIF UNIV. OF TECH

(RECEIVED: 17 JANUARY, 2010; ACCEPTED: 25 APRIL, 201

ABSTRACT

IN RECENT YEARS, MANY DIFFERENT METHODS HAVE BEEN DEVELOPED TO SIMULATE FREE SURFACE FLOWS COUPLED WITH MOVING BODIES. IN THIS PAPER, FOR SIMULATING SHIP MANEUVER, VOF METHOD (CICSAM) AND ALSO FOR COUPLING VELOCITY FIE PRESSURE A FRACTIONAL STEP METHOD ARE USED. TO INCREASE SIMULATION ACCURACY, THE MESH SIZE SHOULD BE SIGNI UNFORTUNATELY, FINE GRID CAUSES INCREASE IN SIMULATION TIME. SO, MULTIGRID METHOD WAS APPLIED FOR SOLVING EQUATION OBTAINED IN THE NAVIER-STOKES EQUATIONS, WHEN USING FRACTIONAL STEP METHOD. IN THAT CASE, WE C COARSE GRIDS, USING AGGLOMERATION METHOD, WHICH NEEDS IMPLEMENTION OF A FULLY UNSTRUCTURED GRID. TO EV ACCURACY OF THE ALGORITHM, SOME TEST CASES, SUCH AS TWO SIDED CAVITY, DAM BREAK WITH OBSTACLE, AND B PROBLEM, AS WELL AS A COMPARISON BETWEEN V AND W CYCLES IN MULTIGRID METHOD HAVE BEEN STUDIED. THE RESU THAT IMPLEMENTATION OF MULTIGRID METHOD CAN IMPROVE THE PERFORMANCE OF THE COMPUTER CODE UP TO 100%. M CYCLE BEHAVES BETTER THAN V CYCLE IN MOST CASES.

KEYWORDS: MULTIGRID METHOD, FRACTIONAL STEP METHOD, VOLUME OF FLUID METHOD, FREE SURFACE FLOW

۱- کارشناس ارشد MAHDI_POURMOSTAFA@ALUM.SHARIF.EDU

۲- استاد (نویسنده پاسخگو) SEIF@SHARIF.EDU

۳- استاد ANOURI@SHARIF.EDU

۱- مقدمه

اگرچه هنوز استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی[۱]، مهندسان را از انجام تست‌های آزمایشگاهی و بررسی‌های میدانی بی‌نیاز نساخته، اما با این حال (CFD) یک ابزار قدرتمند در تحلیل مسائل هیدرودینامیکی است. برای تحلیل بسیاری از مسائل مانند بررسی حرکات شناور، نیاز است که سطح آزاد به خوبی مدل‌سازی شود. برای این امر دو روش کلی سطحی و حجمی وجود دارد، روش‌های سطحی اگرچه موقعیت دقیق سطح آزاد را معین می‌کنند اما برای تغییر شکل‌های پیچیده (که در مدل‌سازی حرکات شناور با آن روبرو هستیم) مناسب نیستند. به همین دلیل در این مقاله از روش CICSAM[۲] که یک روش حجمی است استفاده شده است [۱]. قدم بعدی برای شبیه‌سازی حرکات شناور، حل معادلات ناویراستوکس است که روش‌های مختلفی برای حل همزمان و غیرهمزمان آنها وجود دارد. روش‌های حل همزمان با هزینه بالای محاسباتی روبرو هستند از این رو حل غیر همزمان معادلات مذکور بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. این روش به دو دسته اصلی رویکرد تخمین- اصلاح[۳] مثل SIMPLE و PISO و رویکرد گام جزئی[۴] تقسیم می شود [۳-۲].

در این مقاله برای کوپل میدان سرعت و فشار از روش گام جزئی ارائه شده توسط کیم[۵] و چوی[۶] که گسسته‌سازی آن بر پایه حجم محدود است، استفاده شده است [۴]. به کمک این روش، معادله ناویراستوکس به صورت تراکم ناپذیر حل می‌شود. لازم به ذکر است که شبکه‌های مورد استفاده هم‌مکان هستند، به این معنا که مقادیر برای ویژگی‌های سیال (مانند سرعت و فشار) در مراکز سلول‌ها ذخیره می‌شوند.

به طور کلی، در مسائل مهندسی، هندسه‌های پیچیده‌ای مطرح هستند به همین دلیل لازم است که برای به دست آمدن جواب دقیق، تعداد سلول‌ها در دامنه محاسباتی به طور چشمگیری افزایش یابد. از طرف دیگر افزایش تعداد سلول‌ها باعث بالا رفتن زمان محاسبات شده و این امر راندمان حل را به میزان قابل توجهی کاهش می‌دهد. روش‌های زیادی برای بالا بردن سرعت و همچنین افزایش دقت در شبیه‌سازی‌های هیدرودینامیکی ابداع شده که یکی از آنها روش چندشبکه‌ای[۷] است. تکنیک‌های چندشبکه‌ای خود را به عنوان یک ابزار قدرتمند در شبیه‌سازی‌های مستقل از زمان[۸] نشان داده‌اند [۵]. در تحقیق حاضر از روش چندشبکه‌ای هندسی برای سرعت بخشیدن به شبیه‌سازی جریان استفاده شده است. در این تحقیق، ابتدا شبکه ریزتر توسط نرم‌افزار جانبی تولید شده و سپس عمل درشت‌سازی تراکمی[۹] صورت می‌پذیرد. یکی از لازمه‌های استفاده از روش چندشبکه ای تراکمی، استفاده از شبکه‌های کاملاً بی‌ساختار است که این مطلب در تحقیق حاضر به خوبی در نظر گرفته شده است.

1- CFD (COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS)
2- COMPRESSIVE INTERFACE CAPTURING SCHEME FOR ARBITRARY MESHES
3- PREDICTOR-CORRECTOR
4- FRACTIONAL STEP
5- KIM
6- CHOI
7- MULTI-GRID

۲- معادلات

همان‌طور که در قبل اشاره شد، تغییرات پیچیده سطح آزاد، باعث می‌شود که روش‌های حجمی به عنوان یک روش مؤثر استفاده شوند. معادله انتقال اسکالر که با حل آن نسبت حجمی هر فاز (آب و هوا) حاصل می‌شود به صورت زیر است [۶]:

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{t}}+\bar{\nabla}.(\ \ \bar{\boldsymbol{u}})=0, \qquad (۱)$$

که در این حالت، محیط جریان به سه بخش تقسیم می‌شود:

$$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t})=\begin{cases} \ \ =1 & \boldsymbol{Water}, \\ 0< \ \ <1 & \boldsymbol{Water}\ \&\ \boldsymbol{Air}, \\ \ \ =0 & \boldsymbol{Air}, \end{cases} \qquad (۲)$$

و خواص مؤثر فیزیکی سیال به صورت روابط (۳) معرفی می‌شود:

$$\begin{aligned} {}_{eff} &= {}_{1}\ \ + {}_{2}(1-\ \ ), \\ {}_{eff} &= {}_{1}\ \ + {}_{2}(1-\ \ ). \end{aligned} \qquad (۳)$$

اندیس‌های ۱ و ۲ در رابطه (۳) معرف دو فاز سیال هستند. معادلات حاکم برای جریان‌های تراکم‌ناپذیر ویسکوز که وابسته به زمان هستند (گذرا) نیز به صورت زیر است:

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{t}}+\boldsymbol{div}(\ \ \boldsymbol{u}\vec{\boldsymbol{U}})=-\frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial \boldsymbol{x}}+\boldsymbol{div}(\Gamma \boldsymbol{grad}(\boldsymbol{u})), \qquad (۴)$$

$$\boldsymbol{div}(\vec{\boldsymbol{U}})=0. \qquad (۵)$$

رابطه (۴) معادله بقای مومنتوم برای کمیت اسکالر $\boldsymbol{u}$ و رابطه (۵) معادله پیوستگی است که حاکم بر جریان سیال بوده و باید حل شوند. این معادلات برای سیالی که خواص آن پس از حل معادله (۱) از رابطه (۳) محاسبه می‌شود، حل می‌شود.

سرعت و توزیع فشار در اطراف بدنه یک شناور باعث حرکات ۶ درجه آزادی آن می‌شود. این نیرو و ممان‌ها را می‌توان با انتگرال‌گیری فشار و تنش برشی روی سطح شناور

8- STEADY STATE
9- AGGLOMERATION

محاسبه کرد. سپس از رابطه‌های (۶) و (۷) می‌توان حرکات شناور را به دست آورد.

$$\sum \vec{F} = M\vec{A}_G \quad (۶)$$

$$\sum \vec{M}_G = I_G{}^{-} + {}^{-}\times I_G{}^{-} \quad (۷)$$

در نهایت، باید اشاره کرد که برای مدل‌سازی حرکات جسم صلب، از یک شبکه متصل به جسم استفاده شده است [۷].

۳- گسسته‌سازی معادلات

در این قسمت روش‌های گسسته‌سازی معادلات سطح آزاد و ناویراستوکس تشریح می‌شود.

۳-۱- گسسته‌سازی معادله سطح آزاد

گسسته‌سازی بر اساس روش حجم کنترل با انتگرال‌گیری روی حجم و بازه زمانی t از معادله مشخصه سطح آزاد رابطه (۱) به صورت زیر آغاز می‌شود:

$$\int_t^{t+\ t}\left(\int_V \frac{\partial}{\partial t} dV\right)dt + \int_t^{t+\ t}\left(\int_V \nabla. \ \vec{u}\, dV\right)dt = 0. \quad (۸)$$

با استفاده از شکل تعمیم‌یافته قضیه گوس و طرح کرنک نیکلسون داریم:

$$\left({}_P^{t+\ t} - {}_P^{t}\right)V_P = \sum_{f=1}^{faces}\frac{1}{2}\left({}_f^{t} + {}_f^{t+\ t}\right)F_f \ t, \quad (۹)$$

که در آن، $F_f = \vec{A}_f.\vec{U}_{f-rel}$ است. $\vec{U}_{f-rel}$ سرعت سیال نسبت به سرعت شبکه است. باید توجه کرد که رابطه (۹) با این فرض به دست آمده است که در بازه زمانی تغییرات شار بسیار کم است ($F_f^{t+\ t} = F_f^{t}$).

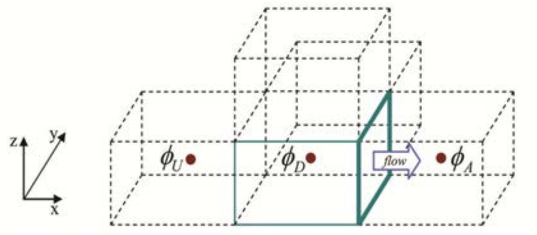
همان‌طور که مشاهده می‌شود لازم است که مقدار روی مراکز صفحات هر سلول محاسبه شود. برای این کار از روش CICSAM استفاده می‌شود که این روش یک میان‌یابی خطی است. بین دو روش CBC و UQ با ضریب وزنی $_f$ (رابطه ۱۰) فاکتور وزنی $_f$، تحت تأثیر جهت حرکت و موقعیت سطح آزاد به دست می‌آید [۱]. در این حالت بر پایه مقادیر نرمال شده[1] [۸]، مقدار روی صفحه عبارت است از:

$$\tilde{\alpha}_f = \gamma_f \tilde{\alpha}_{f_{CBC}} + (1-\gamma_f)\tilde{\alpha}_{f_{UQ}} . \quad (۱۰)$$

در مفهوم متغییرهای نرمال، سلول‌های دهنده، گیرنده و بالادست از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند که این سلول‌ها بر اساس جهت جریان تعریف می‌شوند (شکل **۱**) و بر این اساس مقدار نرمال شده به صورت رابطه (۱۱) است:

$$\tilde{}_f = \frac{{}_f - {}_U}{{}_A - {}_U}. \quad (۱۱)$$

لازم به ذکر است که با جایگذاری رابطه (۱۱) در رابطه (۱۰) مقدار روی سطوح به دست می‌آید.



شکل (۱): محاسبه سلول‌های دهنده، گیرنده و بالادست از روی جهت جریان.

۳-۲- گسسته‌سازی معادله ناویر- استوکس

با انتگرال‌گیری از معادله ناویر- استوکس روی سطوح کنترل داریم:

$$\frac{d}{dt}\int_{V(t)} U\,dV + \int_{A(t)} U(\vec{c}.\vec{n})dA = \int_{A(t)} \nabla U.\vec{n}dA - \int_{A(t)} \frac{1}{}P.\vec{n}dA + \int_{V(t)} \vec{g}dV, \quad (۱۲)$$

که در آن، U نشان دهنده مؤلفه سرعت جریان در هر سلول است. از این رو رابطه (۳) را می‌توان به سه رابطه در سه جهت x,y,z تفکیک کرد. $\vec{c}$ نیز بردار نسبی سرعت برای هر سلول محاسباتی است (سرعت سیال نسبت به سرعت شبکه).

همان‌طور که مشاهده می‌شود رابطه (۱۲) دارای یک جمله زمانی، یک جمله جابه‌جایی در سمت چپ، یک جمله نفوذ و یک جمله فشار در سمت راست است که گسسته‌سازی این جملات از اهمیت بالایی برخوردار است.

برای گسسته‌سازی عبارت نفوذ (جمله اول در طرف راست معادله (۱۲)، از روش ارائه شده توسط جاساک[2] استفاده می‌شود [۹] (رابطه ۱۳).

$$\int_A \nabla u.\vec{n}\,dA = \int_V \nabla.(\nabla\ )dV = \sum_{faces}\ {}_f \vec{A}_f.(\nabla\ )_f \quad (۱۳)$$

جمله دوم در طرف چپ معادله (۱۲)، جمله جابه‌جایی است. برای گسسته‌سازی این قسمت لازم است که مقادیر سرعت روی سطوح کنترل هر سلول محاسبه شود (رابطه ۱۴).

$$\int_A u(\vec{u}.\vec{n})dA = \sum_{faces} u_f \vec{U}_{f-rel}.\vec{A}_f \quad (۱۴)$$

در اینجا از میان‌یابی گاما استفاده شده است [۹].

در معادلات ناویر- استوکس جمله فشاری به صورت $\int_A P\,\vec{n}\,dA$ ظاهر می‌شود و با درون‌یابی فشار روی سطح از سلول‌های مجاور، جمله فشاری را می‌توان به صورت رابطه (۱۵) گسسته نمود.

$$\int_A P\,\vec{n}\,dA = \sum_{face}\vec{A}_f P_f \quad (۱۵)$$

1- NORMALIZED VARIABLE DIAGRAM

2- JASSAK

در گسسته‌سازی جمله فشاری، باید به نوعی اثر عدم پیوستگی میدان چگالی را منظور کرد. این بدین خاطر است که در نواحی ناپیوستگی چگالی، گرادیان میدان فشار ناپیوسته است و اگر در محاسبات مربوط به این نوع جملات اثر ناپیوستگی چگالی به نوعی ظاهر نشود نوسان‌های شدیدی در میدان سرعت پیش می‌آید که فرآیند حل را در نسبت چگالی‌های بالا (بالاتر از ۵) غیر ممکن می‌کند. برای حل این مشکل روش درون‌یابی جدیدی به نام درون‌یابی خط شکسته[۱] پیشنهاد شده است که در این مقاله از این روش استفاده شده است [۷]. در تحقیق حاضر، برای گسسته‌سازی زمانی جملات نفوذ و جابه‌جایی از طرح کرنک نیکلسون استفاده شده است که این طرح از پایداری خوبی برخوردار بوده و دقتی از مرتبه دوم دارد. همچنین جمله فشاری به طور کاملاً ضمنی گسسته شده و جمله ثقلی نیز به طورکلی به دلیل ثابت بودن در زمان، ثابت است.

۴- الگوریتم حل

همان‌گونه که ذکر شد، در تحقیق حاضر با توجه به ماهیت گذرای جریان، از رویکرد گام جزئی که توسط کیم و چوی ارائه گردید، استفاده شده است [۴]. معادله ناویر- استوکس که در رابطه با گسسته‌سازی جملات آن بحث شده در رابطه (۱۶) دیده می‌شود.

$$\frac{\boldsymbol{u}_i^{n+1}-\boldsymbol{u}_i^{n}}{\Delta \boldsymbol{t}}=\frac{1}{2}\left[\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u}_i^{n})+\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u}_i^{n+1})\right]-\frac{1}{}\boldsymbol{G}_i\,(\boldsymbol{p}^{n+1}) \qquad (۶)$$

در اولین قدم معادله (۱۶) به صورت (۱۷) بازنویسی می‌شود.

$$\frac{\hat{U}_i-U_i^N}{\Delta T}=\frac{1}{2}\left[H(U_i^N)+H(\hat{U}_i)\right]-\frac{1}{\rho}G_i\left(P^N\right)+K_I \qquad (۱۷)$$

در معادله (۱۷) تمامی مقادیر غیر از سرعت میانی $\hat{\boldsymbol{u}}_i$ (متغیر سرعت بین دو گام زمانی) معلوم هستند، بنابراین $\hat{\boldsymbol{u}}_i$ از این معادله با احتساب شرایط مرزی، محاسبه خواهد شد. واضح است که اگر $\hat{\boldsymbol{u}}_i$ با گرادیان فشار $\boldsymbol{G}_i\left(\boldsymbol{P}^{n+1}\right)$ محاسبه می‌شد دیگر فرقی با $\boldsymbol{u}_i^{n+1}$ (سرعت گام زمانی جدید) نداشت. لازم به ذکر است که میدان سرعت میانی $\hat{\boldsymbol{u}}_i$ شرط پیوستگی میدان سرعت را ارضاء نمی‌کند، در هر حال با استفاده از گرادیان فشار تأخیری $\boldsymbol{G}_i\left(\boldsymbol{P}^{n}\right)$، سرعت میانی و سرعت گام زمانی بعد ($\boldsymbol{u}_i^{n+1}$) تا اندازه‌ای به هم نزدیک هستند که می‌توان از شرط مرزی سرعت گام زمانی جدید برای سرعت میانی استفاده نمود و در عین حال دقت حل را در زمان از مرتبه دو حفظ کرد. عملگرهای رابطه (۱۷) عبارتند از:

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u}_i^{n})=\int_A \nu\frac{\partial \boldsymbol{u}_i^{n}}{\partial \boldsymbol{n}}\boldsymbol{dA}-\int_A \boldsymbol{u}_i^{n}\vec{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{f}}^{n}.\vec{\boldsymbol{n}}\boldsymbol{dA}, \qquad (۱۸)$$

$$\boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{u}}_i)=\int_A \nu\frac{\partial \hat{\boldsymbol{u}}_i}{\partial \boldsymbol{n}}\boldsymbol{dA}-\int_A \hat{\boldsymbol{u}}_i\,\vec{\hat{\boldsymbol{U}}}_{\boldsymbol{f}}.\vec{\boldsymbol{n}}\boldsymbol{dA}, \qquad (۱۹)$$

$$\boldsymbol{G}_i\left(\boldsymbol{P}\right)=\int_A \boldsymbol{P}\,\boldsymbol{n}_i\,\boldsymbol{dA}\,, \qquad (۲۰)$$

$$K_I=\int_V G_I\,DV \qquad (۲۱)$$

محاسبه سرعت روی سطح $\bar{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{f}}$ که در جابه‌جایی روابط (۱۹-۱۸) ظاهر می‌شود با توجه به چیدمان هم‌مکان نیازمند توجه خاصی بوده و استفاده از میان‌یابی‌های معمول در تقریب این سرعت، نوسانات غیر فیزیکی در میدان فشار را ایجاد می‌کند. برای این کار با وارد کردن اثر گرادیان فشار به طریقی که ژانگ[۲] و همکارانش پیشنهاد نموده‌اند، این مقادیر محاسبه می‌شوند [۱۰].

پس از محاسبه سرعت‌های میانی اولیه، در مرحله بعد سرعت میانی جدیدی محاسبه می‌شود که بر اساس آن معادله پوآسون فشار به دست می‌آید:

$$\boldsymbol{u}_i^{*}=\hat{\boldsymbol{u}}_i+\frac{\Delta \boldsymbol{t}}{\rho}\boldsymbol{G}_i\left(\boldsymbol{P}^{n}\right). \qquad (۲۲)$$

برای برقراری شرط پیوستگی، معادله پوآسن برای فشار $\boldsymbol{P}^{n+1}$ بر مبنای سرعت‌های میانی $\boldsymbol{u}_i^{*}$ به صورت (۲۳) به دست می‌آید. به عبارت دیگر کمیت گرادیان فشار $\boldsymbol{P}^{n+1}$ باعث می‌شود میدان سرعت میانی $\hat{\boldsymbol{u}}$ که معادله ناویر- استوکس بر اساس آن نوشته شده، تبدیل به میدان سرعتی شود که شرط پیوستگی را ارضاء نماید (رابطه ۲۴).

$$\oint_A \frac{1}{\rho}\frac{\partial \boldsymbol{P}^{n+1}}{\partial \boldsymbol{n}}\boldsymbol{dA}=\frac{1}{\Delta \boldsymbol{t}}\oint_A \boldsymbol{u}_i^{*}\,\boldsymbol{dA} \qquad (۲۳)$$

$$\left.\frac{\partial \boldsymbol{P}^{n+1}}{\partial \boldsymbol{n}}\right|_{Boundary}=0 \qquad (۲۴)$$

به هر حال، حل معادله پوآسون (۲۳) و محاسبه فشار $\boldsymbol{P}^{n+1}$ شرط پیوستگی در میدان سرعت را ارضاء خواهد کرد. همچنین سرعت‌های گام زمانی جدید نیز با رابطه (۲۵) محاسبه می‌شوند.

$$\boldsymbol{u}_i^{n+1}=\boldsymbol{u}_i^{*}+\frac{\Delta \boldsymbol{t}}{}\boldsymbol{G}_i\left(\boldsymbol{P}^{n+1}\right) \qquad (۲۵)$$

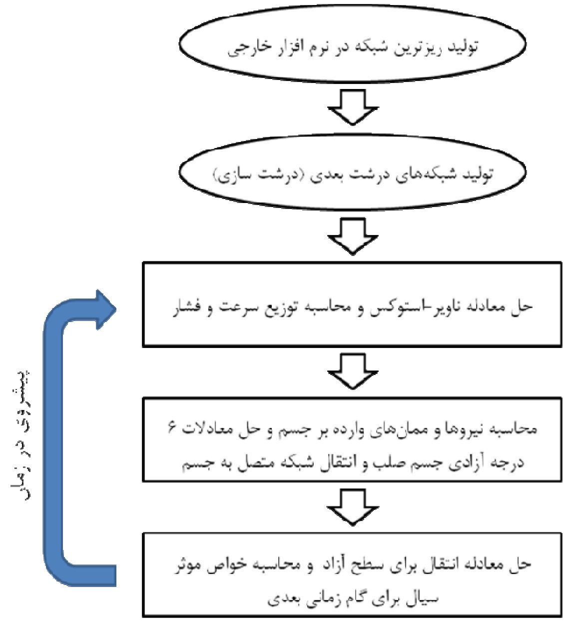
همان‌گونه که در رابطه (۲۵) نیز دیده شد، میدان سرعت میانی توسط فشار، به میدان سرعتی تبدیل می‌شود که شرط پیوستگی را ارضاء می‌کند.

بدین ترتیب، با گسسته‌سازی حجم محدود عبارت‌های مختلف معادله ناویر- استوکس و استفاده از روش گام جزئی، دستگاه معادلات جبری برای محاسبه سرعت و فشار به دست

1- PIECEWISE LINEAR INTERPOLATION

2- ZANG

می‌آید. برای حل دستگاه معادلات سرعت از روش SOR و برای حـل معادلـه فشـار پوآسـون از روش چنـد شـبکه‌ای اسـتفاده می‌شـود. پـس از حـل معـادلات ناویراسـتوکس، بـا اسـتفاده از سرعت و فشارهای به دست آمده، نیروها و ممان‌های اعمالی بـه جسم به دست می‌آیند. سپس معـادلات ۶ درجـه آزادی جسـم صلب حل شده و شبکه متصل به جسم حرکت می‌کنـد [۷]. در گام بعدی نیز معادله انتقال سطح آزاد حل می‌شـود کـه نتیجـه آن شبیه‌سازی سـطح آزاد و همچنـین محاسـبه خـواص مـؤثر سیال است. از این خواص برای حل معادلـه نـاویر اسـتوکس در گام بعدی استفاده می‌شود. الگوریتم حل در شکل **۲** نشان داده شده است:



شکل (۲): الگوریتم حل.

۵- روش چندشبکه‌ای

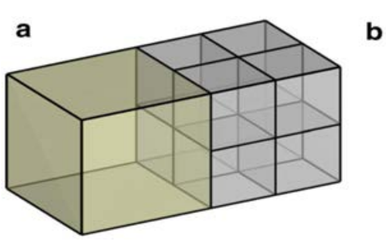
اکثر روش‌های استاندارد تکـرار، دارای خاصـیت همـوارسـازی[1] خطا هستند. این خاصیت سبب می‌شود که این روش‌ها در میرا کردن مؤلفه‌های نوسانی (با فرکانس بالای) خطا، بسـیار مـؤثر و قدرتمند عمل کنند امـا در عـوض روی مؤلفـه‌هـای صـاف (بـا فرکانس کم) تأثیر کمی خواهند گذاشت. هدف تحقیـق حاضـر در استفاده از روش چندشبکه‌ای این است که ایـن روش‌هـا بـه نحوی اصلاح شوند که بتوان تأثیر آنها را روی همه مؤلفـه‌هـای خطا افزایش داد. اولین گام در اسـتفاده از روش چنـدشـبکه‌ای درشت‌سازی[2] است.

1- SMOOTH PROPERTY
2- COARSENING

۵-۱- درشت‌سازی

پس از ایجاد ریزترین شبکه و ورود آن به عنوان شبکه اصلی بـه نـرم‌افـزار، عملیـات درشـت‌سـازی انجـام مـی‌شـود. عملیـات درشت‌سازی مورد استفاده در این مقالـه، بسـیار شـبیه روشـی است که اکوموتو[3] در سال ۱۹۹۸ ارائـه داده اسـت [۱۱] کـه در آن یک نقطه درون شبکه ریز انتخاب مـی‌شـود، سـپس تمـامی سلول‌های ریزی که این نقطه یکی از نقـاط تشـکیل‌دهنـده آن است با هم یکی شده و یک سلول درشت حاصل می‌شود. پـس از آن صفحات درونی حذف شده و یک سلول بزرگ‌تر بـا تعـداد بیشتری صفحه تشکیل می‌شود. در انتها محاسـبات مربـوط بـه مشخصات هندسی هر سلول بزرگ‌تر انجام می‌شود تا مقـادیری همچون مراکز سطح، حجم سـلول، مرکـز حجـم، همسـایه هـر سلول و غیره حساب شوند. در قدم بعدی نقاط دیگری انتخـاب می‌شود و دومرتبه این مراحل انجام می‌شوند. در طی این رونـد، باید به این نکته مهم توجه کرد که هر کدام از سـلول‌هـای ریـز تنها باید در یک سلول درشت‌تر جای داده شوند که ایـن شـرط بسیار مهم باعث می‌شود که سلول‌های درشت بـا هـم اشـتراک حجمی نداشته باشند.

بـرای داشـتن یـک سـری سـلول‌هـای درشـت مناسـب و همچنین بهینه‌تر شدن روش چند شبکه‌ای، بهتر است که ایـن نقاط (گره‌هایی که سلول‌های متصل به آنها یکی می‌شـوند)، بـه طور تصادفی انتخاب نشده و از قبـل فهرسـتی از آن‌هـا تهیـه و طبق آن عملیـات درشـت‌سـازی صـورت گیـرد [۱۱]. لازم بـه توضیح است که در عملیات درشت‌سازی تراکمی به کـارگرفتـه شده، برای بالا بردن دقت محاسـبات و همچنـین حفـظ دقیـق شکل دامنه محاسباتی، هیچ صـفحه‌ای حـذف نمـی‌شـود. ایـن بدین معنا است که بعد از درشت‌سازی ممکن است که بـین دو سلول محاسباتی چندین صفحه وجود داشته باشد که شـکل **۳** این موضوع را به خوبی مشخص می‌کنـد. سـلول A یـک سـلول است که از ۴ سلول ریزتر ساخته شده است (همین‌طـور سـلول B). بین دو سلول (A و B) ۴ صفحه وجود دارد.



شکل (۳): صفحات بین سلول‌های درشت‌تر.

3- OKOMOTO

۵-۲- عملگرهای میان‌یابی و محدود کننده

در روش چندشبکه‌ای نیاز به یک سری از عملگرها است که اطلاعات را بین شبکه‌های ریز و درشت منتقل کنند. در روش چندشبکه‌ای با رویکرد حجم محدود، به دو عملگر محدود کننده برای انتقال اطلاعات سلول (اطلاعات مربوط به سیال همچون فشار) و نیز انتقال مقدار باقیمانده‌ها احتیاج است. عملگر محدود کننده[1]، اطلاعات را از روی شبکه ریزتر به سوی شبکه درشت‌تر می‌برد. عملگر میان‌یابی[2] بر عکس محدود کننده عمل می‌کند.

در روش چندشبکه‌ای تنها به یک نوع از این عملگر احتیاج است (باقیمانده‌ها به عملگر میان‌یابی احتیاجی ندارند). برای این منظور، روش‌های مختلفی ارائه شده است که با دقت زیادی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در تحقیق حاضر از عملگرهای ارائه شده توسط پریک[3] استفاده شده است که به صورت (۲۷-۲۶) هستند [۱۲].

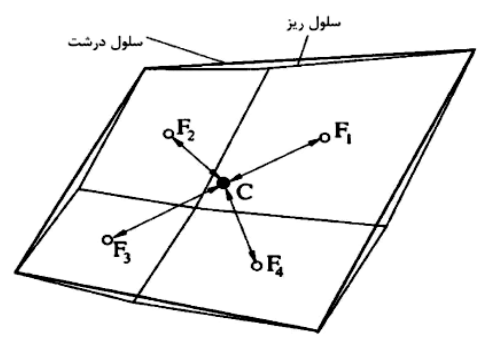
عملگر محدود کننده:

$$_{C} = \frac{1}{N_f}\sum_{i=1}^{N_f}\left[\; _{F_i} + \overrightarrow{(\boldsymbol{grad} \quad)_{F_i}} \cdot \overrightarrow{(\boldsymbol{r}_C - \boldsymbol{r}_{F_i})} \right] \qquad (۲۶)$$

عملگر میان‌یابی:

$$_{F_i} = \; _{C} + \overrightarrow{(\boldsymbol{grad} \quad)_{C}} \cdot \overrightarrow{(\boldsymbol{r}_{F_i} - \boldsymbol{r}_C)} \qquad (۲۷)$$

در روابط فوق، $\boldsymbol{r}$ بردار مرکز سلول، اندیس $\boldsymbol{F}$ نشان دهنده سلول ریز و اندیس $\boldsymbol{C}$ نمایانگر سلول درشت می‌باشد و $\boldsymbol{N_f}$ تعداد سلوهای ریز تشکیل دهنده سلول درشت‌تر را نشان می‌دهند (شکل ۴).



شکل (۴): عملگرهای محدود کننده و میان‌یابی.

عملگر محدود کننده برای انتقال باقیمانده بسیار ساده‌تر است و مقدار باقیمانده برای سلول درشت برابر با جمع جبری باقیمانده‌های سلول‌های ریز تشکیل دهنده آن است [۱۳].

۵-۳- الگوریتم روش چندشبکه‌ای

همان‌طور که اشاره شد روش‌های معمول تکرار، تنها قادرند که مؤلفه‌های با فرکانس بالای خطا را به خوبی کاهش دهند و در میرا کردن فرکانس‌های پائین، راندمان بسیار کمی دارند. معمولاً اگر این خطاها با فرکانس کم روی شبکه درشت‌تر منتقل شوند نوسانی‌تر شده آنگاه قدرت روش‌های تکرار در میراکردن آنها بالا می‌رود [۱۴]. برای بیان روش اعمال الگوریتم چندشبکه‌ای فرض می‌شود که دستگاه معادلات (دستگاه معادله پوآسون فشار) به صورت زیر محاسبه شود:

$$\boldsymbol{Au} = \boldsymbol{f}. \qquad (۲۸)$$

در این صورت، الگوریتم چندشبکه‌ای که از دو شبکه استفاده می‌کند به شرح زیر است [۱۴]:

۱- تکرار برای $\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{u}_1 = \boldsymbol{f}_1$ روی شبکه ریز برای به دست‌آوردن مقدار تقریبی $_1$ ،

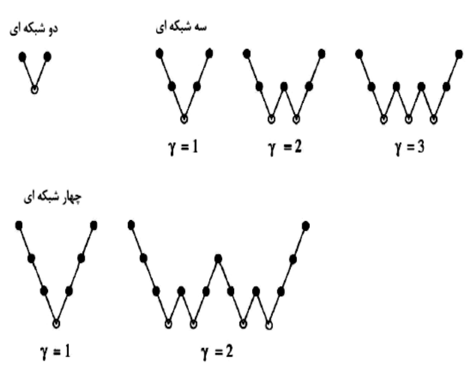
۲- محاسبه باقیمانده $_1$ $\boldsymbol{r}_1 = \boldsymbol{f}_1 - \boldsymbol{A}_1$،

۳- محاسبه $\boldsymbol{r}_1$ (انتقال $\boldsymbol{r}_1$ به روی شبکه درشت)،

۴- تکرار برای معادله باقیمانده $\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{e}_2 = \boldsymbol{r}_2$ روی شبکه درشت برای به دست آوردن تقریب $\boldsymbol{e}_2$ و

۵- تصحیح تقریب به دست آمده روی شبکه ریز به وسیله خطای به دست آمده روی شبکه درشت: $_1 + \boldsymbol{e}_2 \leftarrow \; _1$.

در الگوریتم بالا، اندیس‌های ۱ و ۲ به ترتیب بیانگر کمیت‌ها روی شبکه ریز و درشت هستند. و جواب مورد نیاز است که در بی‌نهایت مساوی $\boldsymbol{u}$ می‌شود. الگوریتم دو شبکه‌ای بالا را می‌توان با استفاده از تعداد شبکه‌های بیشتر و در حالات مختلف به کار برد. شکل ۵ چند نمونه از سیکل‌ها را همراه با تعداد شبکه‌های مختلف نشان می‌دهد. این سیکل‌ها بنا به شکل آنها به سیکل W و V معروف هستند.



شکل (۵): انواع سیکل‌ها برای تعداد شبکه‌های مختلف.

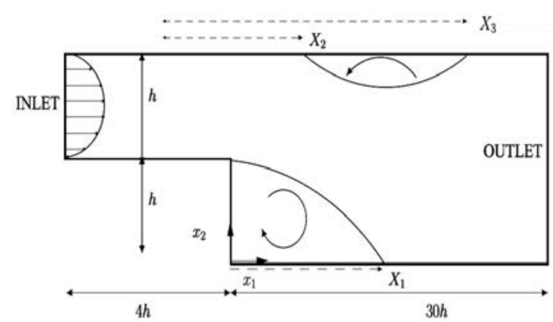
1- RESTRICTION
2- PROLONGATION
3- PERIC

۶- نتایج عددی

بر اساس الگوریتم بیان شده، برنامه کامپیوتری مناسب تهیه و برای بررسی دقت و صحت نتایج، چند مسئله نمونه مورد بررسی قرار گرفته شده است.

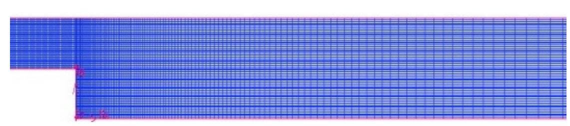
۶-۱- جریان برگشتی از روی پله

جریان برگشتی از روی پله[1] یکی از مسائل مشهور در دینامیک دینامیک سیالات محاسباتی است. در این مسئله، جریان درون یک لوله از روی یک پله عبور می‌کند. هندسه مسئله به صورت شکل ۶ است [۱۵]. در ورودی لوله، پروفیل سرعت بـه صورت توسعه یافته در نظر گرفته مـی‌شود. رینولدز در ایـن مسـئله به صورت $\mathrm{RE} = \boldsymbol{uD}/$ محاسبه مـی‌شود کـه در آن $\boldsymbol{D}$ قطر لوله ($\boldsymbol{D} = 2\boldsymbol{h} = 1$) و ویسکوزیته سینماتیکی سیال است ($= \,/$) (شکل ۶).



شکل (۶): هندسه مدل‌سازی جریان برگشتی از روی پله.

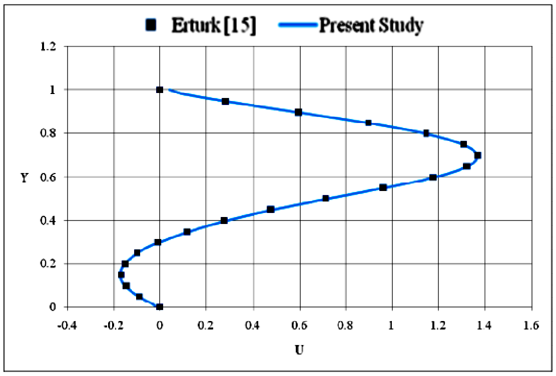
عدد رینولدز در تحقیق حاضر برابر ۸۰۰ انتخاب شـده و در این رینولدز انتظار می‌رود که دو جریان برگشتی در پشت پله و نیـز در سـقف لولـه ایجـاد شـود. فاصلـه ابتـدا و انتهـای ایـن جریان‌های برگشتی با $\boldsymbol{X}_1$ ، $\boldsymbol{X}_2$ و $\boldsymbol{X}_3$ نشـان داده مـی‌شـود (شکل ۶). برای حـل ایـن مسـئله از شـبکه‌ای شـامل ۱۱۴۰۰ سلول استفاده شده است (شکل **۷**).



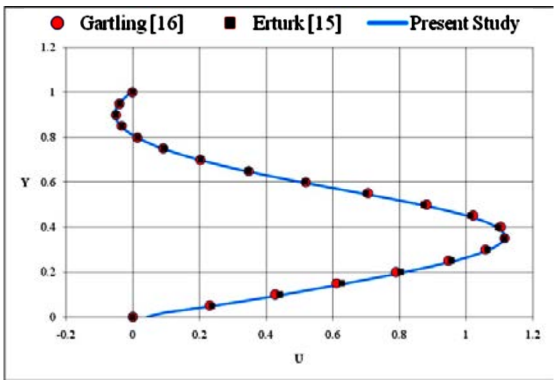
شکل (۷): شبکه محاسباتی.

پس از پایدار شـدن جریـان، پروفیـل سـرعت در دو مقطـع ۱۴ و ۶ = $\boldsymbol{X}$ رسم شده و با نتایج منتشر شـده مشـابه مقایسـه شده است (شکل **۹** و **۸**).

1- BACKWARD FACING STEP



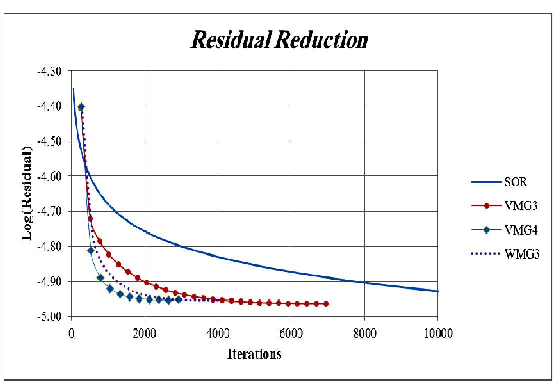
شکل (۸): توزیع سرعت افقی در مقطع X=۳.



شکل (۹): توزیع سرعت افقی در مقطع ۷ =X.

برای انتخاب سیکل چند شبکه‌ای مناسب این مسـئله، از دو معیار استفاده شده کـه معیـار اول نمـودار لگـاریتمی خطـا بـر حسب تعداد تکرار است (شکل **۱۰**). این نمودار برای گام زمـانی دوم رسم شـده اسـت. همچنـین بـرای محاسـبه خطـا در ایـن نمودارها از رابطه (۲۹) استفاده شده است.

$$\|\boldsymbol{e}\|_2 = \frac{\left\{\sum_{g=1}^{n} \boldsymbol{e}_g^2\right\}^{1/2}}{\boldsymbol{n}} \qquad (۲۹)$$



شکل (۱۰): نمودار کاهش خطا برای گام زمانی دوم.

معیار مهم بعدی، مدت زمان شبیه‌سازی برای یک مدت مشخص شبیه‌سازی است (در اینجا ۵۰ گام زمانی) که این مدت زمان در جدول **۱** آمده است.

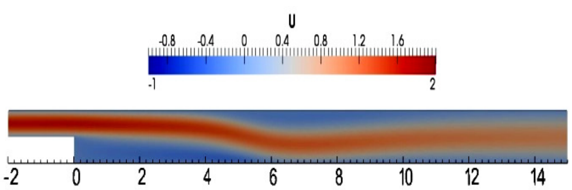
جدول (۱): مدت زمان شبیه‌سازی در رینولدز ۸۰۰ برای ۵۰ گام زمانی

نوع روش	تعداد شبکه های مورد استفاده	زمان محاسبات (ثانیه)	نسبت افزایش سرعت
تک شبکه‌ای	۱	۱۵۰۵	۱
V	۳	۷۳۷	۲/۰۴
V	۴	۸۱۱	۱/۸۵
W	۳	۷۰۱	۲/۱۵
W	۴	۷۶۴	۱/۹۷

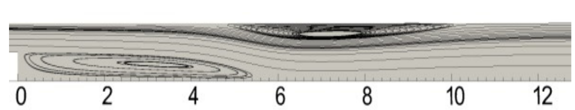
ملاحظه می‌شود که سیکل W که از سه شبکه استفاده می‌کند، بهترین راندمان را دارد. مقادیر X_i در جدول **۲** با نتایج کار مشابه مقایسه شده است [۱۵]. این مقادیر نشان دهنده نتایج قابل قبولی در تحقیق حاضر هستند. همچنین جریان‌های برگشتی در لوله به صورت شکل **۱۱** هستند. شکل **۱۲** نیز میدان جریان را نشان می‌دهد.

جدول (۲): مقایسه مقادیر X_i با کار مشابه.

	X1	X2	X3
ERTRUK [15]	۵/۹۱۷	۴/۷۳۸	۱۰/۲
تحقیق حاضر	۵/۸	۴/۷	۱۰/۱



شکل (۱۱): توزیع سرعت افقی در مدل‌سازی جریان از روی پله.



شکل (۱۲): گردابه‌های تشکیل شده در مدل‌سازی جریان از روی پله.

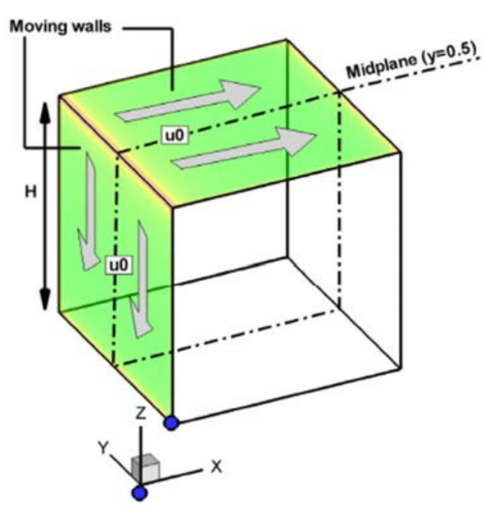
۶-۲- مسئله حفره دوطرفه در مکعب (سه‌بعدی)[1]

در این مسئله، یک مکعب سه‌بعدی با طول اضلاع H در نظر گرفته می‌شود. دیواره بالایی به سمت راست و دیواره عمودی سمت چپ به سمت پائین (با سرعت‌های یکسان) در حال حرکت هستند که شکل **۱۳** هندسه مسئله را توصیف می‌کند. این مخزن از سیال نیوتنی با چگالی ثابت و ویسکوزیته ثابت پر شده و عدد رینولدز با RE=$u_0 H/$ می‌باشد. همچنین شرایط مرزی سرعت به صورت روابط (۳۰) است.

$$\begin{aligned} &At\ \ z=1:(moving\ wall)\ u=1,\ v=0\ and\ w=0\\ &At\ \ x=0:(moving\ wall)\ u=v=0\ and\ w=-1\\ &At\ \ x=1,y=0\ and\ z=0:\ u=v=w=0 \end{aligned} \qquad (۳۰)$$

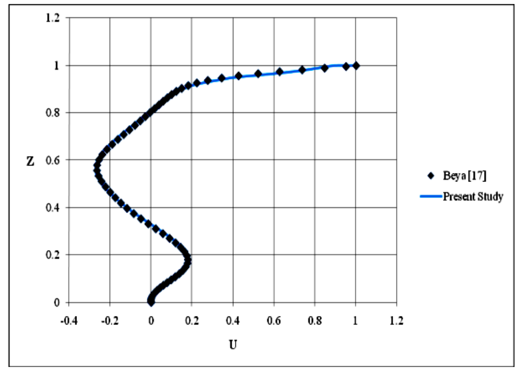
این مدل‌سازی در رینولدز ۵۰۰ مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای حل از یک شبکه ۳۹×۳۹×۳۹ (شامل ۵۹۳۱۹ سلول) استفاده شده است. پس از حل و پایدار شدن مسئله، پروفیل سرعت در جهت‌های z و x در راستای خط مرکزی مکعب (Y=۰/۵)رسم و با نتایج BEYA مقایسه می‌شود (شکل‌های **۱۴-۱۳**) [۱۶].

همچنین، در تحقیق حاضر خطوط سرعت ثابت u و w با نتایج منتشر شده در شکل‌های **۱۸-۱۵** آمده است. لازم به ذکر است که در شبیه‌سازی حاضر نیز برای حل معادله فشار پوآسون از روش چندشبکه‌ای استفاده شده است. نمودار کاهش خطا در این مسئله به صورت شکل **۱۹** است. به دلیل مشابهت زیاد تنها دو سیکل در این نمودار رسم شده است.

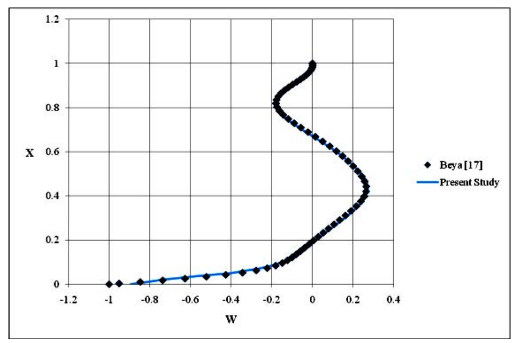


شکل (۱۲): هندسه مسئله حفره دو طرفه.

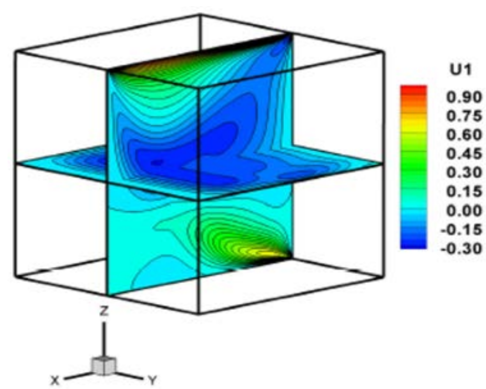
1- THREE-DIMENSIONAL TWO-SIDED NON-FACING LID-DRIVEN CUBICAL CAVITY (3D-TSNFL)



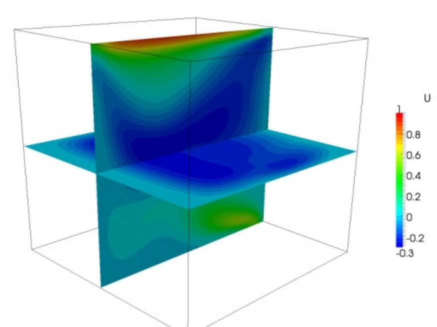
شکل (۱۳): توزیع سرعت u به صورت تابعی از z برای مدل‌سازی حفره دو طرفه.



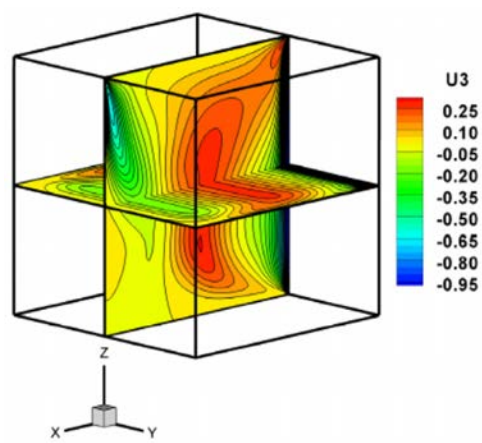
شکل (۱۴): توزیع سرعت w به صورت تابعی از x برای مدسازی حفره دو طرفه.



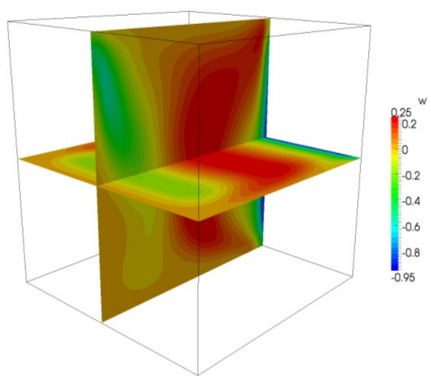
شکل (۱۵): خطوط سرعت u (مدل‌سازی مشابه) [۱۶].



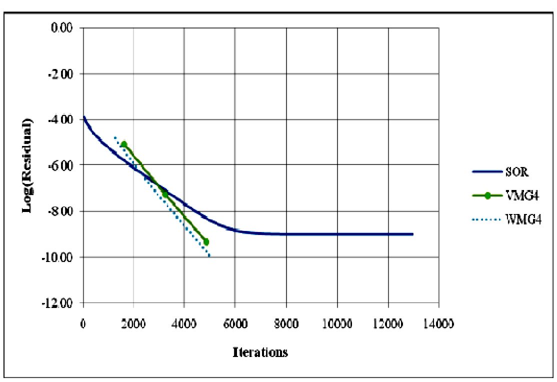
شکل (۱۶): خطوط سرعت u (شبیه‌سازی حاضر).



شکل (۱۷): خطوط سرعت w (مدل‌سازی مشابه) [۱۶].



شکل (۱۸): خطوط سرعت w (شبیه‌سازی حاضر).



شکل (۱۹): نمودار کاهش خطا.

۶-۳- شکست سد با مانع[1]

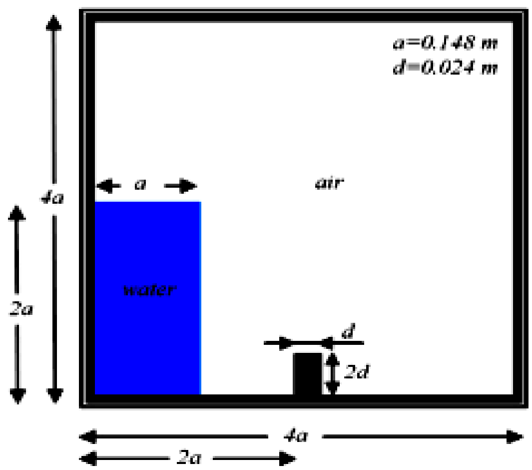
برخورد دیواره آب با مانع، یکی دیگر از مسائلی است کـه مـورد بررسی قرارگرفته است. شکل و شرایط اولیه مسئله در شکل **۲۰** نشان داده شده است و برای حـل آن از یـک دامنـه محاسـباتی شامل ۱۴۳۵۰ سلول استفاده شده است (شکل ۲۰). شرط عدم

1- DAM BREAK WITH OBSTACLE

لغزش برای سرعت و گرادیان صفر برای فشار روی تمامی مرزها اعمال شده است. همچنین مدت زمان انجام شبیه‌سازی (برای ۵۰ گام زمانی) از طریق سیکل‌های مختلف، در جدول ۳ آمده است. بر این اساس برای حل مسئله، سیکل W با چهار شبکه مورد استفاده قرار گرفته است.

جدول (۳): مدت زمان شبیه‌سازی در رینولدز ۱۰۰۰ برای ۱۰۰ گام زمانی در مدل‌سازی حفره دو طرفه.

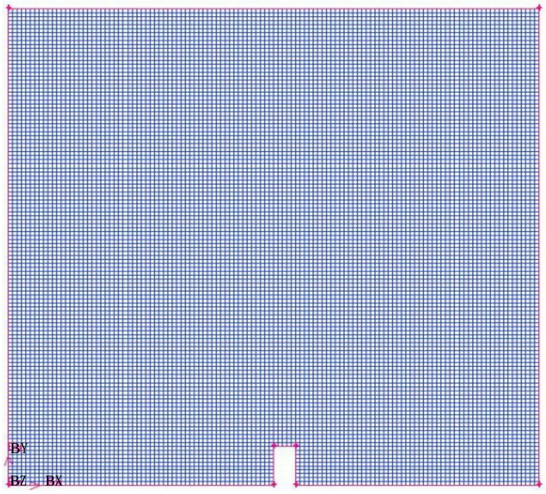
نوع روش	تعداد شبکه‌های مورد استفاده	زمان محاسبات (ثانیه)	نسبت افزایش سرعت
تک شبکه	۱	۱۷۵۶	۱
V	۳	۱۱۱۵	۱/۵۷
V	۴	۱۱۶۲	۱/۵۱
W	۳	۱۰۶۹	۱/۶۴
W	۴	۹۷۵	۱/۸۰



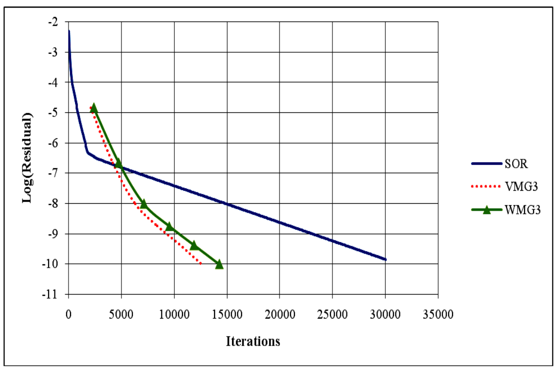
شکل (۲۰): هندسه و شرایط اولیه مسئله شکست سد با مانع.

این مسئله یکی از مسائل مهم دو فاز بوده و جریان در هر دو سیال از اهمیت بالایی برخوردار است، زیرا سیال هوا در زیر سیال آب محبوس شده و به کمک نیروی بویانسی، سعی می‌کند خود را به نواحی بالایی دامنه محاسباتی برساند.

نمودار کاهش خطا برای گام زمانی دوم در شکل ۲۲ آمده است. با توجه به این شکل و جدول۴ ، از سیکل W همراه با سه شبکه برای شبیه‌سازی استفاده شده است.



شکل (۲۱): شبکه محاسباتی.



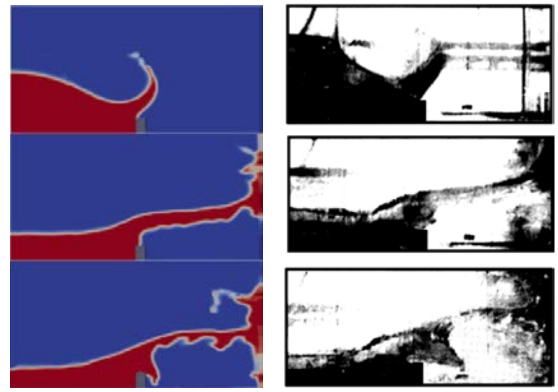
شکل (۲۲): نمودار کاهش خطا در گام زمانی دوم برای مدل‌سازی شکست سد با مانع.

لازم به توضیح است که اگرچه در گام زمانی دوم سیکل V همگرایی بهتری دارد ولی در مدت ۱۰۰ گام زمانی، سیکل Wبازده بهتری را نشان داده است.

جدول (۴): مدت زمان شبیه‌سازی برای ۱۰۰ گام زمانی.

نوع روش	تعداد شبکه‌های مورد استفاده	زمان محاسبات	نسبت افزایش
تک شبکه‌ای	۱	۲۵۴۶	۱
V	۳	۱۴۶۵	۱/۷۴
W	۳	۱۳۷۰	۱/۸۶

در شکل **۲۳**، شکل سطح آزاد در سه گام زمانی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است [۱۷].



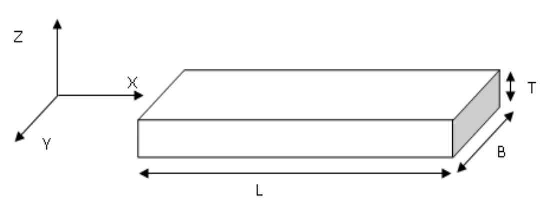
شکل (۲۳): مقایسه نتایج شبیه سازی تحقیق حاضر (چپ) با نتایج آزمایشگاهی [۱۷] (راست) در سه گام زمانی ۰/۲ و ۰/۴ و ۰/۵ ثانیه.

۶-۴- محاسبه مقاومت شناور بارج

در این بخش مقاوت شناور بارج محاسبه شده و با نتایج عددی و آزمایشی کار قبل مقایسه شده است [۷]. ابعاد و مشخصات این شناور در جدول **۵** آمده و در شکل **۲۴** نمایش داده شده است.

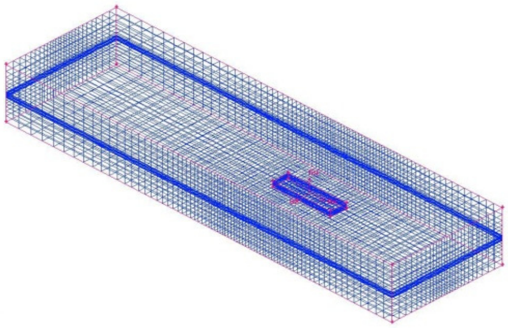
جدول (۵): ابعاد و مشخصات شناور بارج.

L	۱/۰۵ M
B	۰/۲۹ M
T	۰/۰۲۵ M
CB	۱/۰
MASS	۷/۲۶ KG
IYY	۰/۷ KGM۲
KG	۰/۰۲۵ M



شکل (۲۴): نمایی از شناور بارج.

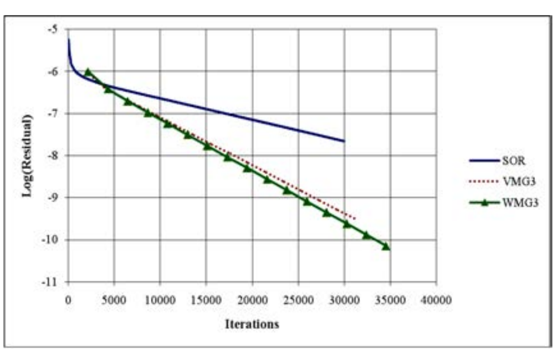
محاسبه مقاومت این شناور به دو صورت مقید و آزاد صورت گرفته است. در حالت مقید، شناور با سرعت مشخص(V=۰/ ۸۰۷ M/S) (در راستای محور X) کشیده شده و اجازه هر نوع حرکت دیگری از آن گرفته می‌شود. در حالت آزاد که به شرایط آزمایش نیز شبیه‌تر است، اجازه حرکت انتقالی در راستای Z (حرکت هیو[1]) و چرخش حول محور Y (حرکت پیچ[2]) به شناور داده می‌شود. شکل **۲۵** نشان‌دهنده نمایی از شبکه بندی این مسئله می‌باشد که توسط نرم‌افزار GAMBIT تهیه شده است. در این شبکه بندی، تعداد ۴۱۷۰۰ سلول وجود دارد. شرط مرزی عدم لغزش بر روی بدنه شناور و شرط مرزی گرادیان قائم صفر برای تمامی مؤلفه‌های سرعت در باقی مرزها در نظر گرفته شده است. همچنین شرط گرادیان قائم صفر در تمامی مرزها، برای فشار اعمال شده است.



شکل (۲۵): شبکه استفاده شده برای بارج.

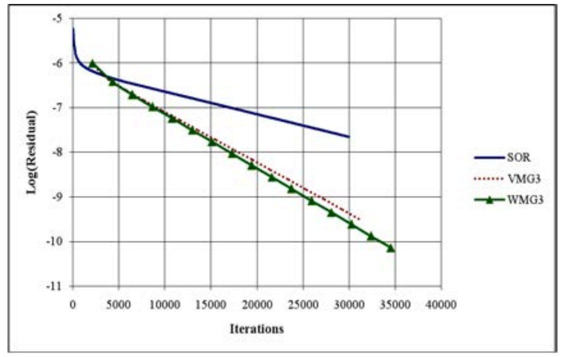
همچنین، به منظور جلوگیری از بازتابش امواج از مرزهای اطراف به داخل دامنه محاسباتی، نیاز است تا مقادیر سرعت در این نواحی تضعیف شوند. به همین خاطر از نواحی میرایی[3] در اطراف شناور استفاده شده است [۱۹-۱۸].

در هر دو صورت مقید و با دو درجه آزادی از روش چند شبکه‌ای برای مدل‌سازی استفاده شده است. نمودار کاهش خطا برای گام زمانی دوم به صورت شکل‌های **۲۶** و **۲۷** است. به دلیل اینکه در گام زمانی دوم جسم تغییر مکان محسوسی نمی‌دهد این دو منحنی تقریباً یکسان هستند.



شکل (۲۶): نمودار کاهش خطا در گام زمانی دوم (حالت مقید).

1- HEAVE
2- PITCH
3- DAMPING ZONE



شکل ۲۷: نمودار کاهش خطا در گام زمانی دوم (حالت سه درجه آزادی).

جدول‌های **۷**-۶ مدت زمان انجام مدل‌سازی را برای هر دو حالت نشان می‌دهند. همچنین مشاهده می‌شود که ماتریس فشار در حالت آزاد، سخت‌تر بوده و برای حل آن به زمان بیشتری نیاز است. با توجه به این نتایج، برای حل ماتریس فشار از سیکل W همراه با سه شبکه استفاده شده است. جدول **۸** نتایج محاسبات و آزمایش را به همراه خطای محاسبات نمایش می‌دهد.

جدول (۶): مدت زمان شبیه سازی برای ۵۰ گام زمانی (حالت مقید).

نوع روش	تعداد شبکه‌های مورد استفاده	زمان محاسبات (ثانیه)	نسبت افزایش سرعت
تک شبکه‌ای	۱	۳,۸۷۷	۱
V	۳	۲,۷۷۲	۱/۴۰
W	۳	۲,۳۴۹	۱/۶۵

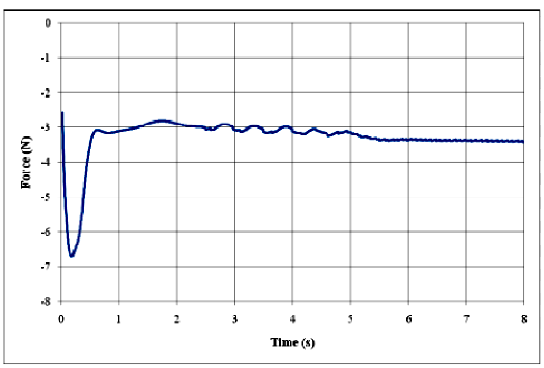
جدول (۷): مدت زمان شبیه سازی برای ۵۰ گام زمانی (حالت آزاد).

نوع روش	تعداد شبکه‌های مورد استفاده	زمان محاسبات (ثانیه)	نسبت افزایش سرعت
تک شبکه‌ای	۱	۶,۰۳۸	۱
V	۳	۴,۰۱۲	۱/۵۰
W	۳	۳,۲۶۳	۱/۸۵

جدول ۸: نتایج آزمایش و محاسبات عددی.

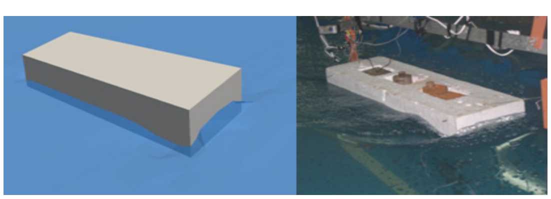
	مقاومت کل	درصد خطا نسبت به آزمایش
آزمایش [۷]	(N)۳/۵۳	------
مقید با ۳۶,۰۰۰ سلول (حل تک‌شبکه‌ای) [۷]	(N)۲/۷۱	٪ ۲۳/۲
آزاد با ۳۶,۰۰۰ سلول (حل تک‌شبکه‌ای) [۷]	(N)۳/۳۲	٪ ۵/۹
مقید با ۴۱,۷۰۰ سلول (حل چندشبکه‌ای)	(N)۲/۸۸	٪ ۱۸/۴۱
آزاد با ۴۱,۷۰۰ سلول (حل چندشبکه‌ای)	(N)۳/۴۱	٪ ۳/۴

نمودار شکل **۲۸** تغییرات نیروی درگ را در طول زمان نشان می‌دهد (حالت ۳ درجه آزادی). همان‌گونه که مشاهده می‌شود از زمان $t = ۵/۵s$ به بعد، شناور پس از چند نوسان، تقریباً به یک تریم[1] ثابت رسیده و نیرو ثابت می‌شود.



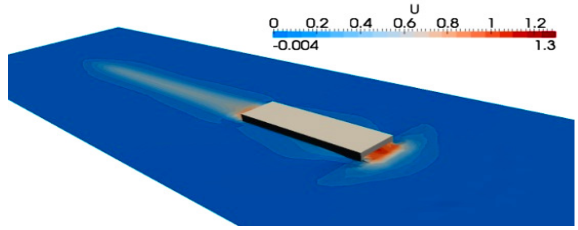
شکل (۲۸): تغییر زاویه در طول زمان.

شکل **۲۹** سطح آزاد تشکیل شده در اطراف شناور را در آزمایش (در کار مشابه قبلی) [۷]، با نتایج به دست آمده در تحقیق حاضر مقایسه می‌کند و شکل **۳۰** مقادیر سرعت افقی را در دامنه محاسباتی و روی سطح آزاد نشان می‌دهد.



شکل (۲۹): سطح آزاد ایجاد شده که در سمت راست آزمایش و سمت چپ تحقیق حاضر است [۱۰].

1- TRIM



شکل (۳۰): مقادیر سرعت افقی روی سطح آزاد.

۷- نتیجه‌گیری

تحلیل مسائل هیدرودینامیکی یکی از نیازهای طراحی است. بررسی تجربی این مسأله با هزینه بالای انجام آزمایش روبرو بوده و به علاوه در این حالت بررسی شرایط پیچیده در اغلب موارد امکان‌پذیر نیست. از این رو روش‌های عددی زیادی برای تحلیل این گونه مسائل ابداع شده‌است. با وجود برخی مزایای ویژه، یکی از معایب این روش‌های عددی، وابستگی تقریباً زیاد دقت آنها به شبکه محاسباتی است، به این معنا که برای به دست آمدن دقت‌های بسیار بالا لازم است که تعداد سلول‌ها در دامنه محاسباتی افزایش یابد که این امر سرعت محاسبات را پایین می‌آورد.

در مقاله حاضر، با توجه به هدف بیان شده، از روش چندشبکه‌ای تراکمی برای بالا بردن سرعت شبیه‌سازی استفاده شده است. بدین ترتیب که پس از انجام عمل درشت‌سازی، دو سیکل V و W با تعداد شبکه‌های مختلف بر روی هر مسئله اعمال می‌شود. همچنین نشان داده شده که روش چندشبکه‌ای قادر به بالا بردن سرعت در حدود ۱/۵ تا ۲ برابر است. لازم به ذکر است که در الگوریتم موجود، تنها یک شبکه به عنوان ورودی به برنامه معرفی می‌شود (مشابه روش تک‌شبکه‌ای) و شبکه‌های درشت‌تر بعدی در همان ابتدای برنامه تولید شده و در حافظه ذخیره می‌شوند و در طول حل از آن استفاده می‌شود. تولید شبکه‌های درشت‌تر بسیار سریع انجام شده (برای مثال حداکثر به مدت ۳ ثانیه و برای شبکه حاوی حدود ۱ میلیون سلول) و تنها یک‌بار صورت می‌پذیرد. به همین دلیل زمان این کار در مقایسه لحاظ نشده است (هرچند که در صورت احتساب، باز هم روش چندشبکه‌ای سریع‌تر خواهد بود).

همچنین این افزایش سرعت حل به تعداد شبکه‌ها نیز بسیار وابسته است. البته استفاده از تعداد بیشتری شبکه همیشه بهترین راندمان را نمی‌دهد و باید یک مقدار بهینه انتخاب شود. این امر بدین خاطر است که بالاتر بردن تعداد شبکه‌ها، تعداد محاسبات (همچنین محاسبات مربوط به انتقال اطلاعات) را بیشتر کرده و ممکن است باعث افزایش هزینه محاسباتی گردد. به علاوه در حل مسائل مختلف، اغلب سیکل W بهتر از سیکل V عمل می‌کند. این مسئله به این دلیل است که سیکل W تعداد عملیات بیشتری را روی شبکه‌های درشت‌تر انجام می‌دهد، به همین دلیل هنگامی که به روی شبکه ریزتر می‌رود، به جواب اصلی نزدیک‌تر شده است.

۸- مراجع

1. UBBINK, O. AND ISSA, R.I. "A METHOD FOR CAPTURING SHARP FLUID INTERFACES ON ARBITRARY MESHES", J. COMPUTATIONAL PHYSICS, VOL. 153, NO. 1, PP. 26-50, 1999.
2. PATANKAR, S.V. AND SPALDING, D.B. "A CALCULATION PROCEDURE FOR HEAT, MASS, AND MOMENTUM TRANSFER IN THREE-DIMENSIONAL PARABOLIC FLOWS", INT. J. HEAT AND MASS TRANSFER, VOL. 15, NO. 10, PP. 1787-1806, 1972.
3. VERSTEEG, H.K. AND MALALASEKERA, W. "AN INTRODUCTION TO COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS, THE FINITE VOL. METHOD", 2ND ED., LONGMAN SCIENTIFIC & TECHNICAL, PEARSON EDUCATION LIMITED, PRENTICE HALL, LONDON, 1995.
4. KIM, D. AND CHOI, H. "A SECOND-ORDER TIME-ACCURATE FINITE VOLUME METHOD FOR UNSTEADY INCOMPRESSIBLE FLOW WITH HYBRID UNSTRUCTURED GRIDS", J. COMPUTATIONAL PHYSICS, VOL. 162, NO. 2, PP. 411-428, 2000.
5. TAI, C. AND ZHAO, Y. "A FINITE VOLUME UNSTRUCTURED MULTIGRID METHOD FOR EFFICIENT COMPUTATION OF UNSTEADY INCOMPRESSIBLE VISCOUS FLOW", NUMERICAL METHODS IN FLUIDS, VOL. 46, NO. 1, PP. 59–84, 2004.
6. SPALDING, DB. "A METHOD FOR COMPUTING STEADY AND UNSTEADY FLOWS POSSESSING DISCONTINUITIES OF DENSITY", CHIAM REPORT 910/2, 1974.
7. PANAHI, R., JAHANBAKHSH, E., AND SEIF, M. "DEVELOPMENT OF A VOF-FRACTIONAL STEP SOLVER FOR FLOATING BODY MOTION SIMULATION", APPLIED OCEAN RESEARCH, VOL. 28, NO. 3, PP.171-181, 2006.
8. LEONARD, B.P. "THE ULTIMATE CONSERVATION DIFFERENCE SCHEME APPLIED TO UNSTEADY ONE-DIMENSIONAL DIRECTION", COMPUTATIONAL METHODS IN APPLIED MECH. AND ENG., VOL. 88, NO. 1 PP. 17-74, 1991.
9. JASSAK, H. "ERROR ANALYSIS AND ESTIMATION FOR THE FINITE VOLUME METHOD WITH APPLICATION TO FLUID FLOWS", PHD DISSERTATION, UNIV. OF LONDON, 1996.
10. ZANG, Y., STREET, R.L., AND KOSEFF, J.R. "A NON-STAGGERED FRACTIONAL STEP METHOD FOR TIME-DEPENDENT INCOMPRESSIBLE NAVIER-STOKES EQUATIONS IN CURVILINEAR COORDINATE", J. COMPUTATIONAL PHYSICS, VOL. 114, NO. 1, PP. 18-33, 1994.
11. OKAMOTO, N., NAKAHASHI, K., AND OBAYASHI, SH. "A COARSE GENERATION ALGORITHM FOR AGGLOMERATION MULTIGRID METHOD ON UNSTRUCTURED GRIDS", AIAA PAPER, 980-77, 1998.
12. FERZIGER, J. AND PERIC, M. "COMPUTATIONAL METHODS FOR FLUID DYNAMICS", SPRINGER VERLAG, NEW YORK, 1996.

13. STRAUSS, D. AND AZEVEDO, J. "ON THE DEVELOPMENT OF AN AGGLOMERATION MULTIGRID SOLVER FOR TURBULENT FLOWS", MECH. SCI. & ENG., VOL. 25, NO 4, PP. 315-324, 2003.
14. BRIGGS, W., HENSON, V., AND MCCORMICK, S. "A MULTIGRID TUTORIAL", SIAM, 2000.
15. ERTURK, E. "NUMERICAL SOLUTIONS OF A 2-D STEADY INCOMPRESSIBLE FLOW OVER A BACKWARD-FACING STEP, PART I: HIGH REYNOLDS NUMBER SOLUTIONS", COMPUTERS & FLUIDS, VOL. 37, NO. 6, PP. 633–655, 2008.
16. BEYA, B. AND LILI, T. "THREE-DIMENSIONAL INCOMPRESSIBLE FLOW IN A TWO-SIDED NON-FACING LID-DRIVEN CUBICAL CAVITY", COMPTES RENDUS MECANIQUE, VOL. 336, NO'S. 11-12, PP. 863-872, 2008.
17. KOSHIZUKA, S., TAMAKO, H., AND OKA, Y. "A PARTICLE METHOD FOR INCOMPRESSIBLE VISCOUS FLOW WITH FLUID FRAGMENTATION", COMPUTER FLUID DYNAMIC J., VOL. 4, NO. 1, PP. 29–46, 1995.
18. KIM, M.H., NIEDZWECKI, J.M., ROESSET, J.M., PARK, J.C., AND TAVASSOLI, A. "FULLY NON-LINEAR MULTI-DIRECTIONAL WAVE SIMULATIONS BY 3D NUMERICAL WAVE TANKS", ASME, J. OFFSHORE MECH. AND ARC. ENG., VOL. 123, NO. 3, PP. 124-133, 2001.
19. PARK, J.C. AND MIYATA, H. "NUMERICAL SIMULATION OF FULLY NON-LINEAR WAVE MOTIONS AROUND ARCTIC AND OFFSHORE STRUCTURES", J. SOCIETY OF NAVAL ARCHITECTS, JAPAN, VOL. 189, PP. 13-19, 2001.