

# تأثیر خواص ترموفیزیکی متغیر با دما بر انتقال حرارت ترکیبی آشفته در یک کانال قائم

فرزاد بازدیدي طهرانی<sup>۱</sup>، علیرضا شمسی<sup>۲</sup>، سعید مقدم<sup>۳</sup> و مسعود آقامینی<sup>۴</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه علم و صنعت ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۷/۱۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۲/۷)

## چکیده

در مقاله حاضر اثر خواص ترموفیزیکی متغیر با دما بر انتقال حرارت ترکیبی (جابجایی مختلط - تشعشع گرمایی) آشفته در یک کانال قائم متشکل از دو صفحه موازی عمودی مورد مطالعه و تحلیل قرار می‌گیرد. عدد رینولدز بر مبنای نصف عرض کانال و سرعت اصطکاکی برابر با ۱۵۰ و عدد گرافش بر مبنای عرض کانال و اختلاف دمایی دیواره‌ها  $1.6 \times 10^6$  می‌باشد. شبیه‌سازی عددی با استفاده از حل‌گر توسعه داده‌شده در کد منبع باز آپن‌فوم (OpenFOAM) بر مبنای روش حجم محدود صورت گرفته است. به منظور مدل‌سازی آشفته‌گی، از مدل رینولدز پایین لاندنر - شارما مبتنی بر رهیافت RANS استفاده شده است. خواص ترموفیزیکی سیال (لزجت دینامیکی و ضریب هدایت حرارتی) براساس قوانین معتبر سادرلند و توانی وارد معادلات حرارت و جریان شده است. سیال عامل خاکستری، با قابلیت جذب، صدور و پراکنش در نظر گرفته شده و همچنین معادله انتقال تشعشعی با استفاده از روش جهات مجزا (DOM) حل شده است. نتایج نشان می‌دهند که در شرایط خواص ترموفیزیکی متغیر با دما، عدد ناسلت در هر دو سمت دیواره سرد و گرم کاهش می‌یابد. همچنین، مشاهده شده که دمایی بالک و ضریب اصطکاک در سمت دیواره گرم افزایش و در سمت دیواره سرد کاهش می‌یابند. علاوه بر آن، سرعت در عرض کانال و در خط مرکزی افزایش می‌یابد.

**واژه‌های کلیدی:** انتقال حرارت ترکیبی، جریان آشفته، رهیافت RANS، خواص ترموفیزیکی متغیر با دما، جریان‌های همسو و ناهمسو

## Influence of Variable Thermophysical Properties on Turbulent Combined Heat Transfer in a Vertical Channel

F. Bazdidi Tehrani, A. Shamsi, S. Moghaddam, and M. Aghaamini

Mechanical Engineering Department

Iran University of Science and Technology

(Received: 2/October/2015; Accepted: 26/April/2016)

### ABSTRACT

The present paper investigates turbulent mixed convection - radiation flow between two vertical parallel plates kept at different temperatures with variable thermophysical properties. The Reynolds number, based on channel half-width and friction velocity and the Grashof number, based on channel width and wall temperature difference, were assumed to be 150 and  $1.6 \times 10^6$ , respectively. Numerical simulations were carried out by developing a solver in OpenFOAM software, applying finite volume method. Launder-Sharma low-Reynolds RANS based turbulence model was employed. Thermophysical properties approximation (dynamic viscosity and Thermal conductivity coefficient) were based on Sutherland Law and Power Law. The working fluid was assumed to be gray, absorbing, emitting, and scattering. The radiative transfer equation was solved using the discrete ordinates method (DOM). Results show that the variable thermophysical properties condition results in higher Nusselt number on both hot and cold wall sides. Also, the bulk temperature and friction factor increase on hot wall side and decrease on cold wall side. Moreover, the velocity across the channel width and the centerline velocity increase.

**Keywords:** Mixed-Convection, Turbulence, RANS Approach, Variable Thermophysical Properties, Aiding and Opposing Flows

۱ - استاد (نویسنده پاسخگو): bazdid@iust.ac.ir

۲ - کارشناسی ارشد: a\_shamsi@mecheng.iust.ac.ir

۳ - دانشجوی دکتری: saiedmoghaddam@iust.ac.ir

۴ - کارشناسی ارشد: masoudaghaamini@mecheng.iust.ac.ir

## ۱- مقدمه

بحث انتقال حرارت ترکیبی آشفته به دلیلی پیچیدگی ذاتی آشفته‌گی جریان و حضور تشعشع گرمایی و همچنین تغییرات خواص ترموفیزیکی از مهم‌ترین مباحث موجود در علوم دینامیک سیالات و انتقال حرارت می‌باشد. با توجه به این که چنین شرایط جریانی و حرارتی در صنایع و کاربردهای بسیار مهمی حضور پر رنگ دارند، لزوم تمرکز و پژوهش بر روی این موضوع نمایان می‌شود. کار تحقیقاتی بر روی کانال‌های عمودی با شرایط مرزی متقارن و نامتقارن، سطوح دما ثابت و شار گرمای ثابت با مقاله معتبر الن باس<sup>۱</sup> و همکاران [۱] آغاز شده است. وی تحقیقات تئوری و تجربی مربوط به جابجایی طبیعی بین صفحات موازی دما ثابت انجام داده و نتایج مربوط به بیش‌ترین انتقال حرارت با بهینه‌سازی فاصله بین دو صفحه موازی، فضای بین دو صفحه و زاویه قرارگیری آن‌ها را ارائه کرد. بسیاری از محققین با پیروی از الن باس آزمایشات و مطالعات تئوری برای محدوده بزرگی از عوامل تاثیرگذار انجام داده‌اند و روابط مربوطه را ارائه کرده‌اند. کارپنتر<sup>۲</sup> و همکاران [۲]، نتایج انتقال حرارت ترکیبی شامل جابجایی آزاد در جریان آرام توسعه یافته و تشعشع از سطوح موازی صاف را ارائه نمودند. جریان جابجایی همراه با تشعشع گرمایی توسط محققین بسیاری مورد بررسی قرار گرفته است. وقتی جابجایی و تشعشع به یک اندازه حائز اهمیت باشند، حل‌های جداگانه این دو و سپس برهم‌نهی نتایج، بدون در نظر گرفتن اثرات متقابل و برهم‌کنش بین آن‌ها، می‌تواند عامل ایجاد خطاهای بسیار زیادی گردد. بنابراین به‌خصوص در کانال‌های با دمای بالا، جایی که به طراحی و آنالیز دقیق‌تر احتیاج می‌باشد، معادلات پیوستگی، ممنوم، انرژی و انتقال تشعشعی، باید به‌طور هم‌زمان حل گردند.

از کارهای پیشگام در تحلیل هم‌زمان جابجایی آشفته و تشعشع گرمایی مطالعه فوزگی<sup>۳</sup> و فاروک<sup>۴</sup> [۳]، می‌باشد. شارما<sup>۵</sup> و همکاران [۴] نیز با استفاده از یک مدل آشفته‌گی مبتنی بر *RANS*<sup>۶</sup> به مطالعه جریان جابجایی طبیعی آشفته و تشعشع از

سطح پرداخته‌اند. همچنین گوپتا<sup>۷</sup> و همکاران [۵]، با استفاده از کد منبع باز اپن‌فوم [۶]، به بررسی برهم‌کنش‌های آشفته‌گی - تشعشع<sup>۸</sup> (*TRI*) در دو حالت جریان واکنشی و غیرواکنشی<sup>۹</sup>، با استفاده از شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ و همچنین روش  $P_2$  در یک کانال صفحه‌ای پرداخته‌اند. آن‌ها به این نتیجه رسیده‌اند که در غیاب واکنش‌های شیمیایی، تشعشع به طرز قابل توجهی بر روی میدان دمای متوسط اثر گذاشته اما *TRI* قابل صرف‌نظر می‌باشد ساکورای<sup>۱۰</sup> و همکاران [۷]، اثرات تشعشع گرمایی را بر جریان آشفته جابجایی مختلط با استفاده از روش *DNS*<sup>۱۱</sup> و مدل تشعشعی *OTA*<sup>۱۲</sup> برای محیط با ضخامت نوری کوچک، در یک کانال افقی صفحه‌ای، مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که در حضور تشعشع گرمایی، دمای کلی در مرکز کانال به دلیل جذب انرژی تشعشعی افزایش پیدا می‌کند. اما نکته بسیار مهمی که با ورود تشعشع و وجود اختلاف دمای بالا به مساله خودنمایی می‌کند، تخمین مناسب و درک صحیح از چگونگی در نظر گرفتن خواص ترموفیزیکی در مراحل حل معادلات می‌باشد. در خلال سال‌های بعد فعالیت‌های تجربی بسیاری بر روی ارزیابی عدد ناسلت و ضریب اصطکاک دیواره در جریان‌های آرام و آشفته با خواص متغیر تمرکز نمودند. واجراولو<sup>۱۳</sup> و خاراگپور<sup>۱۴</sup> [۸] اثر خواص متغیر سیال را بر روی جریان جابجایی آزاد هوا/ آب بین دو صفحه موازی عمودی بررسی نمودند. دی‌یی شانگ<sup>۱۵</sup> و بو ژان وانگ<sup>۱۶</sup> [۹] از قانون توانی برای آنالیز اثرات هدایت حرارتی و لزجت دینامیکی متغیر بر روی جریان جابجایی آزاد گاز استفاده نمودند. کینگهو وانگ<sup>۱۷</sup>، هوسیون‌یو<sup>۱۸</sup> و یوگوش جالوریا<sup>۱۹</sup> [۱۰] جابجایی آرام در یک کانال مربعی افقی تحت خواص ثابت و متغیر را مورد مطالعه قرار دادند و مشاهده نمودند که انحراف عدد ناسلت از شرایط خواص ثابت به متغیر به اندازه میدان سرعت محسوس نمی‌باشد. هر دو انحراف با

7 - Gupta

8- Turbulence-Radiation Interactions

9- Reacting and non-reacting flow

10 - Sakurai

11- Direct Numerical Solution

12- Optically Thin Approximation

13 - Vajravelu

14 - Kharagpur

15- De-Yi Shang

16- Bu-Xuan Wang

17 - Wang

18 - Yoo

19 - Jaluria

1 - Elenbaas

2 - Carpenter

3 - Fusegi

4 - Farouk

5 - Sharma

6- Reynolds-averaged Navier-Stokes

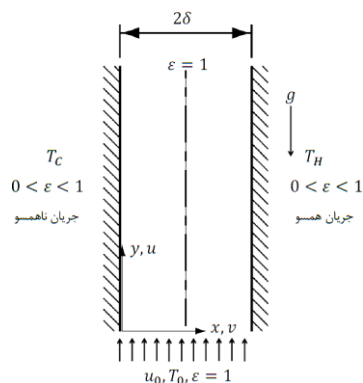
اثرات تشعشع گرمایی یا بویانسی در سیال چشم‌پوشی نموده‌اند. ضمناً در شرایط جابجایی مختلط آشفته در هندسه‌ای که به‌طور غیرمتقارن گرم‌شده، اثرات خواص ترموفیزیکی متغیر با دما به‌طور جداگانه بر روی نواحی همسو و ناهمسو مورد بررسی واقع نشده است. علاوه بر این، اغلب مطالعات صورت‌گرفته موجود به شرایط کاملاً توسعه‌یافته در کانال محدود شده‌اند. بنابراین، آنالیز ناحیه ورودی کانال که در آن میداین جریانی و حرارتی هنوز در حال توسعه هستند، از اهمیت به‌سزایی برخوردار می‌باشد. از این‌رو، در مقاله حاضر سعی شده است تا با تجمیع تمامی کمبودهای پیشین و اضافه‌نمودن مواردی همچون آشفتگی، تشعشع و به‌کارگیری قوانین کارآمد سادرلند و توانی برای تخمین خواص ترموفیزیکی سیال، تحلیلی جامع از میزان خطاهایی که به سبب استفاده از خواص ثابت وارد نتایج می‌شود ارائه گردد.

## ۲- فیزیک مساله و معادلات حاکم

در این قسمت در مورد فیزیک مسئله و معادلات حاکم بحث می‌شود.

### ۲-۱- هندسه و مشخصات کانال شبیه‌سازی شده

در مقاله حاضر به مطالعه بر روی کانال قائمی که به‌صورت غیرمتقارن گرم‌شده، پرداخته شده است. شکل ۱ فضای محاسباتی و محورهای مختصات و همچنین شرایط مرزی کلی را نشان می‌دهد. ابعاد فضای محاسباتی  $L_x \times L_y = 2\delta \times 4\pi\delta$  (به‌ترتیب در جهت X و Y) می‌باشد. ابعاد کانال به شکلی انتخاب شده‌اند که نواحی در حال توسعه و توسعه‌یافته در طول کانال وجود داشته باشند. به بیان دیگر تغییرات میداین جریانی و گرمایی در هر دو ناحیه مذکور مورد بررسی قرار گرفته است. در این شکل،  $\delta$  بیانگر نصف عرض کانال می‌باشد.



شکل (۱): هندسه و مشخصات کانال مدل‌سازی شده.

افزایش عدد رینولدز در دماهای ثابت کاهش و با افزایش نسبت دماها در رینولدز ثابت افزایش می‌یابد. کار بر روی اثرات خواص متغیر و گرمایش غیریکنواخت در جریان جابجایی طبیعی در کانال‌های قائم توسط هرناندز<sup>۱</sup> و زامورا<sup>۲</sup> [۱۱] صورت پذیرفت. در مقاله دلماسترو<sup>۳</sup>، چاسیور<sup>۴</sup> و گاریکا<sup>۵</sup> [۱۲] تاثیر چگالی، لزجت و ضریب هدایت حرارتی وابسته به دما بر جریان و انتقال حرارت در یک جریان آرام کاملاً توسعه‌یافته بین دو صفحه تخت موازی مورد بررسی قرار گرفته است. نیکاد<sup>۶</sup> [۱۳] حل عددی دقیق بر روی جریان جابجایی اجباری در یک کانال افقی با خواص متغیر را اجرا نمود. قانون سادرلند برای تخمین خواص متغیر مورد استفاده قرار گرفته است. برحقی و دیویدسون<sup>۷</sup> [۱۴]، به بررسی انتقال حرارت جابجایی مختلط و تشعشع گرمایی در یک کانال عمودی پرداخته و از روش  $LES^8$  بهره گرفته‌اند. آن‌ها نتایج را برای دو حالت خواص ثابت و متغیر، مورد مقایسه قرار دادند. همچنین، کریشنامورتی<sup>۹</sup> و همکاران [۱۵]، ناحیه ورودی جریانی آشفته گازهای غیرخاکستری را حل نموده و اثرات فرض خواص متغیر با دما را بر میدان سرعت و عدد ناسلت ارائه نمودند. بلاس زامورا<sup>۱۰</sup> و آنتونیو کیسر<sup>۱۱</sup> [۱۶]، اثرات خواص ترموفیزیکی متغیر بر روی جریان هوای آشفته تحت اثر شناوری در درون کویتی مربعی مورد مطالعه قرار دادند.

در مقاله حاضر، تاثیر خواص متغیر با دما بر انتقال حرارت ترکیبی (جابجایی مختلط- تشعشع گرمایی) آشفته در کانال قائم مورد بررسی قرار گرفته است. باتوجه به جنبه‌های مختلف و پیچیدگی بررسی تاثیر تغییرات خواص ترموفیزیکی متغیر سیال بر روی جریان جابجایی مختلط آشفته و حضور این تغییرات خواص در بسیاری از کاربردهای مهم صنعتی، فهم عمیق این موضوع از اهمیت بسیاری برخوردار می‌باشد. بسیاری از مطالعات انجام‌شده در مورد تاثیر خواص وابسته به دما بر میداین جریانی و گرمایی، محدود به جریان آرام می‌باشد و یا از

- 1 - Hernandez
- 2 - Zamora
- 3 - Delmastro
- 4 - Chasseur
- 5 - Garcia
- 6 - Nicoud
- 7 - Davidson
- 8 - Large Eddy Simulation
- 9 - Krishnamurthy
- 10 - Zamora Blas
- 11 - Kaiser Antonio

$$Y = 0, -1 < X < 1: U = \frac{u_0}{u_\tau}, V = 0, \theta = 0.25, \varepsilon = 1 \quad (1)$$

خروجی کانال:

$$Y = \frac{L}{\delta}, -1 < X < 1: P = 0, \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0, \varepsilon = 1 \quad (2)$$

دیواره سرد:

$$Y > 0, X = -1: U = V = 0, \theta = 0, 0 \leq \varepsilon \leq 1 \quad (3)$$

دیواره گرم:

$$Y > 0, X = 1: U = V = 0, \theta = 1, 0 \leq \varepsilon \leq 1 \quad (4)$$

## ۲-۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم متوسط‌گیری شده زمانی (پیوستگی، مومنتوم، انرژی)، برای یک سیال نیوتونی و غیرقابل تراکم به صورت معادلات (۵-۷) ارائه شده‌اند [۲۲].

$$\frac{\partial \rho \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5)$$

$$\left( \frac{\partial \rho \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} \right) = B_i - \frac{\partial (\bar{p})}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu (\bar{U}_{i,j} + \bar{U}_{j,i}) - \rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j) \quad (6)$$

$$C_p \left( \frac{\partial \rho \bar{u}_j \bar{T}}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \rho C_p \bar{u}'_j \bar{T}' \right) + q''' \quad (7)$$

در رابطه‌های بالا،  $k, \mu, B_i$  و  $q'''$  به ترتیب نیروهای حجمی، لزجت دینامیکی، ضریب هدایت حرارتی و ترم چشمه می‌باشند. معادلات فوق اصطلاحاً معادلات RANS نامیده می‌شوند. ترم  $\rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j$  اصطلاحاً تانسور تنش رینولدز و  $\rho C_p \bar{u}'_j \bar{T}'$  اصطلاحاً شار حرارتی آشفته نامیده می‌شود. ترم‌های  $u'_j T'$  و  $u'_i u'_j$  که در مراحل متوسط‌گیری به وجود می‌آیند نیاز به مدل شدن دارند که در اینجا از مدل لاندر-شارما استفاده می‌گردد.

### ۲-۲-۱- مدل آشفتگی رینولدز پایین لاندر-شارما

مدل لاندر-شارما [۲۲] یکی از قدیمی‌ترین و در عین حال پرکاربردترین مدل‌های رینولدز پایین می‌باشد. این مدل براساس مدل جونز و لاندر<sup>۵</sup> [۲۴] بوده و نتایج خوبی را در مقایسه با نتایج تجربی و DNS از خود نشان داده است. فرم کلی این مدل به صورت زیر می‌باشد:

جریان سیال با عدد پراکتل  $0.71$ ، عدد رینولدز مبتنی بر سرعت اصطکاکی ( $Re_\tau$ ) برابر با  $150$  و عدد رینولدز بر مبنای سرعت ورودی و عرض کانال ( $Re_b$ ) برابر با  $4560$  و عدد گراشف برابر با  $Gr = 1.6 \times 10^6$  در نظر گرفته شده است. بر مبنای تحقیقات و آزمایش‌های صورت گرفته توسط کاساگی و نیشیمورا<sup>۱</sup> [۲۱]، کاندا<sup>۲</sup> [۱۷]، لی<sup>۳</sup> [۱۸]، بهزادمهر و همکاران [۱۹]، پتوخو<sup>۴</sup> و همکاران [۲۰]، بر مبنای اعداد رینولدز و گراشف مذکور، شرایط جریانی آشفته در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که معادلات حاکم و محاسبات، مبتنی بر شرایط پایا و دوبعدی خواهند بود که در بخش آتی تشریح گردیده‌اند. جریان سیال نیوتونی از انتهای کانال با سرعت و دمای یکنواخت وارد می‌گردد. تمامی خواص ترمودینامیکی سیال به جز چگالی براساس قانون توانی و سادرنلد مدل سازی شده‌اند. برای محاسبه چگالی نیز از فرض گاز ایده‌آل استفاده گردیده است. دمای ورودی مقداری بین دمای دیواره‌های گرم ( $T_h$ ) و سرد ( $T_c$ ) و نزدیک‌تر به دمای دیواره‌ی سرد انتخاب شده است، به گونه‌ای که  $T_0/T_h = 0.5$  و  $T_0/T_c = 1.5$ . باتوجه به حضور نیروی بویانسی، اختلاف‌های دمایی و باتوجه به جهت اصلی جریان سیال، دو نوع جریان به نام‌های جریان همسو یا کمک‌کننده و جریان ناهمسو یا مخالف، شکل خواهند گرفت. در شرایط حاضر که جریان اصلی به سمت بالا و شتاب جاذبه به سمت پایین می‌باشند، این شرایط جریانی به ترتیب در سمت دیواره‌های گرم و سرد وجود خواهند داشت. دیواره‌های کانال به صورت خاکستری و دیفیوز و ورودی و خروجی کانال به صورت سطوح سیاه مجازی در نظر گرفته شده‌اند. ضریب صدور برای دو دیواره یکسان بوده و در محدوده  $0 < \varepsilon < 1$  تغییر می‌کند. همچنین، از انتقال حرارت هدایت در دیواره‌های کانال صرف نظر شده است. محیط شرکت‌کننده نیز به صورت خاکستری و دارای تمامی خواص تشعشعی جذب، صدور و پراکنش می‌باشد. لازم به ذکر است که پراکنش به صورت ایزوتروپیک در نظر گرفته شده است و تابع فاز برابر با  $1$  می‌باشد. باتوجه به مطالب ذکر شده، شرایط مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی کلی به صورت زیر می‌باشند:

ورودی کانال:

1 - Kasagi and Nishimura

2 - Kanda

3 - Lee

4 - Petukhov

5 - Jones and Launder

معادله حاکم بر آن، می توان شار تشعشعی را نیز محاسبه نمود. اگر  $q_r$  نمایانگر بردار شار تشعشعی باشد در آن صورت مولفه های آن در امتداد محورهای مختصات  $(x, y)$ ، به ترتیب  $q_{r,x}, q_{r,y}$  خواهند بود. با نوشتن بقای انرژی، میزان انرژی تشعشعی برای هر حجم کنترل از رابطه زیر به دست می آید:

$$-\left[\frac{\partial q_{r,x}}{\partial x} + \frac{\partial q_{r,y}}{\partial y}\right] = -\nabla \cdot q_r \quad (14)$$

که در آن،  $-\nabla \cdot q_r$  در واقع همان چشمه حرارتی ( $q'''$ ) در معادله انرژی می باشد.

### ۲-۲-۳- پیش بینی خواص ترموفیزیکی متغیر با دما

با پیشروی به سمت دماهای بالا، دیگر نمی توان از خواص ترموفیزیکی ثابت به عنوان مقادیر صحیح بهره برد. از این روی اهمیت تخمین صحیح این خواص نظیر هدایت حرارتی و لزجت دینامیکی آشکار می گردد. در مقاله حاضر از دو روش معتبر استفاده شده است که عبارتند از:

#### قانون سادرلند<sup>۱</sup>

در سال ۱۸۹۳ یک فیزیکدان استرالیایی به نام ویلیام سادرلند<sup>۲</sup>، رابطه ای میان لزجت دینامیکی ( $\mu$ ) و دمای مطلق ( $T$ ) را برای گاز ایده آل بیان نمود [۲۶]. این فرمول اغلب قانون سادرلند نامیده می شود. قانون سادرلند همچنان به طور معمول استفاده می گردد و نتایج نسبتاً دقیقی با کم تر از چند درصد خطا در محدوده وسیع دمایی ارائه می دهد که رابطه آن به صورت زیر است:

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T + S} \quad (15)$$

که در آن،  $\mu_0$  و  $T_0$  به ترتیب مقادیر مبنای لزجت و دما و  $S$  دمای موثر ( ثابت سادرلند) بوده که برای هوا در دمای متوسط به ترتیب دارای مقادیر  $1.716 \times 10^{-5} \text{ kg/m-s}$ ،  $273.11 \text{ K}$  و  $110.56 \text{ K}$  می باشند. در پژوهش حاضر، با توجه به مقاله نیکاد<sup>۳</sup> [۱۳] از قانون سادرلند<sup>۴</sup> [۲۶] برای تخمین ضریب

$$\frac{\partial \rho \bar{U} k}{\partial x} + \frac{\partial \rho \bar{V} k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + \mu_t \left( \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)^2 \quad (8)$$

$$-\rho \varepsilon + \frac{\partial \rho \bar{U} \tilde{\varepsilon}}{\partial x} + \frac{\partial \rho \bar{V} \tilde{\varepsilon}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial y} \right] \quad (9)$$

$$+ C_{1\varepsilon} f_1 \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} \mu_t \left( \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)^2 - C_{2\varepsilon} f_2 \rho \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} + E \quad (10)$$

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \rho \frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}}, \quad (11)$$

$$\varepsilon = \tilde{\varepsilon} + D. \quad (11)$$

مدل های مختلف از توابع تخفیف ( $f_\mu, f_1, f_2$ ) و ترم های اضافی  $D$  و  $E$  مختلف استفاده می کنند. بسیاری از مدل ها به جای  $\varepsilon$  حل را برای  $\tilde{\varepsilon}$  انجام می دهند.  $D$  برابر با مقدار دیواره  $\varepsilon$  می باشد که شرط مرزی ساده  $\tilde{\varepsilon} = 0$  را نتیجه می دهد. در مدل هایی که  $\varepsilon$  را حل می کنند، پارامتر اضافی در معادله  $k$  (به عبارت دیگر  $D$ ) صفر می باشد. همچنین، برای این مدل:

$$f_\mu = \exp \left( \frac{-3.4}{\left(1 + \frac{R_T}{50}\right)^2} \right), \quad f_1 = 1, \quad f_2 = 1 - 0.3 \exp(-R_T^2) \quad (12)$$

$$D = 2\mu \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2, \quad E = 2\mu \frac{\mu_t}{\rho} \left( \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial y^2} \right)^2, \quad R_T = \frac{k^2}{\nu \tilde{\varepsilon}}$$

### ۲-۲-۲- تعیین شار خالص تشعشعی

در یک المان حجمی به ضخامت  $ds$  اگر  $i'_\lambda(S)$  شدت تابش به این المان را در امتداد  $S$  و  $i'_\lambda(S+ds)$  شدت تابش خروجی را در همان امتداد باشد. تغییرات شدت تابش به هنگام عبور از این المان توسط رابطه ۱۳ که به معادله انتقال انرژی تشعشعی [۲۵] و یا RTE موسوم است بیان می شود. این معادله عبارتست از:

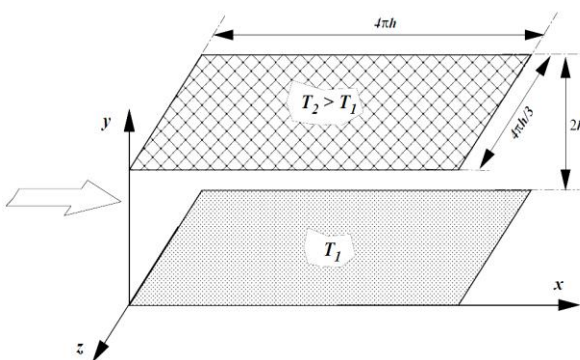
$$\frac{di'_\lambda}{ds} = -a_\lambda(s) i'_\lambda(s) + a_\lambda(s) i'_{\lambda b}(s) - \sigma_{s\lambda}(s) i'_\lambda(s) + \frac{\sigma_{s\lambda}(s)}{4\pi} \int_{\omega_i=0}^{4\pi} i'_\lambda(s, \omega_i) \Phi(\lambda, \omega, \omega_i) d\omega_i \quad (13)$$

که در آن،  $a, \sigma, \omega$ ، به ترتیب ضریب جذب گاز و ضریب پراکنش و نسبت پراکنش می باشند. پس از حل معادله بالا توسط روش DOM از مرتبه ۶ و تعیین تغییرات شدت تابش و

1- Sutherland Law  
2- William Sutherland  
3- Nicoud  
4- Sutherland

### ۳-۱- مسئله محک اول

کار تحقیقاتی آقای نیکاد [۱۳] که شامل حل مستقیم عددی (DNS) جریان جابجایی اجباری آشفته همراه با در نظر گرفتن اثر خواص متغیر با دما در کانال افقی متشکل از دو صفحه موازی می‌باشد، به‌عنوان محک اول در نظر گرفته شده است. عدد رینولدز اصطکاکی برابر با ۲۰۰، عدد رینولدز بالک برابر با ۲۷۰۰ و نسبت دمای دو دیواره برابر با ۲ و همچنین از قانون سادرلند برای پیش‌بینی خواص لزجت دینامیکی و هدایت حرارتی استفاده شده است. شکل ۲ هندسه و شرایط دیواره‌های این کانال را نشان می‌دهد.



شکل (۲): هندسه و شرایط مرزی دیواره‌ها در کار تحقیقاتی نیکاد [۱۳].

در این آنالیز هدایت حرارتی و لزجت دینامیکی بدون بعد براساس قانون سادرلند به ترتیب از روابط زیر به دست آمده‌اند:

$$K(T) = T^{3/2} \frac{1 + S_k}{T + S_k} \quad (18)$$

$$\mu(T) = T^{3/2} \frac{1 + S_\mu}{T + S_\mu} \quad (19)$$

که در آن، برای هوا در فشار نرمال و دمای مبنای ۳۰۰ درجه کلوین  $S_k = 0.648$  و  $S_\mu = 0.368$  می‌باشد. شرایط مرزی در راستای X و Z به صورت پریودیک می‌باشد و شرایط جریانی و گرمایی کاملاً توسعه یافته در نظر گرفته شده است. نتایج برای میادین سرعت و دما، با استفاده از مدل آشفتگی رینولدز پایین لاندِر- شارما، که در بخش گذشته به تفصیل معرفی گردیده، ارائه شده است. شکل‌های ۳ و ۴ به ترتیب مقایسه پروفیل‌های دما و سرعت بدون بعد در ناحیه توسعه یافته را نمایش می‌دهد.

هدایت حرارتی نیز استفاده گردیده است که نتایج آن در بخش آینده بیان می‌گردد.

**قانون توانی:** دیگر تخمین معمول برای گازهای رقیق به صورت قانون توانی [۲۷] می‌باشد. برای گازهای رقیق در دمای متوسط، این قانون به میزان اندکی دارای دقت کمتری نسبت به قانون سادرلند می‌باشد. قانون توانی با سه ضریب به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\mu = \mu_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^n \quad (16)$$

که در آن،  $T_0$  و  $\mu_0$  به ترتیب مقادیر مبنای لزجت و دما می‌باشند که برای هوا در دمای متوسط به ترتیب دارای مقادیر  $1.716 \times 10^{-5} \text{ kg/m-s}$ ،  $273.11 \text{ K}$  هستند.

### ۳- اعتبارسنجی حل گر

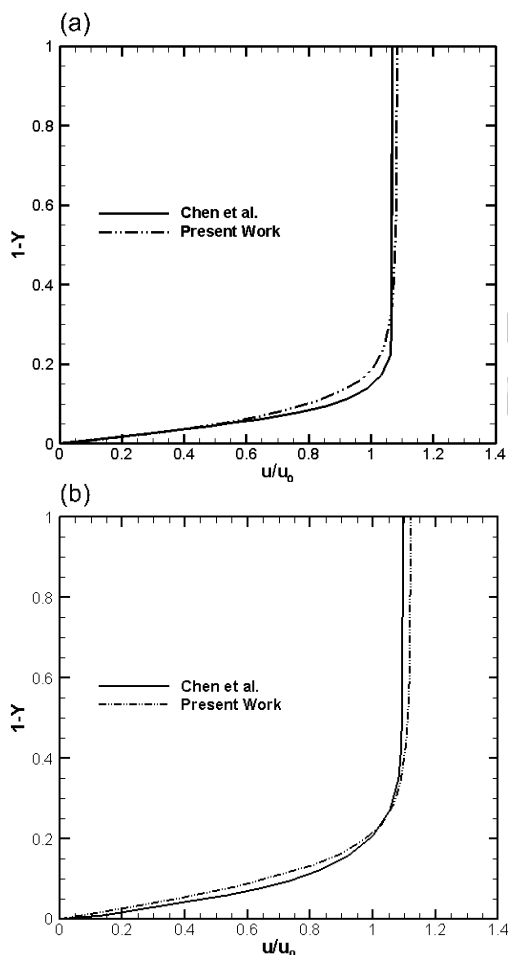
اتکا به نتایج یک حل عددی بدون مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی معتبر و یا حل‌های عددی دقیق‌تر، می‌تواند خطاهای بسیاری را موجب گردد و در صورت مورد استفاده قرارگرفتن این نتایج در صنعت، می‌تواند به عواقب ناگوار و یا هزینه‌های هنگفت و بی‌پهلو منتهی گردد. بر همین اساس چنین نتایجی نمی‌تواند به طور قطع مبنایی برای انجام یک کار تحقیقاتی جدید به شمار آیند. به همین منظور، برای اطمینان از کارایی یک حل عددی، مسائلی به‌عنوان محک که در واقع کارها و تحقیقات معتبر موجود در ادبیات فن می‌باشند، در نظر گرفته شده تا بدین ترتیب در مقایسه، صحت و دقت حل‌گر مورد استفاده مشخص گردد. لازم به ذکر است که پارامترهای بی‌بعد مورد استفاده در نتایج آتی به صورت زیر می‌باشند:

$$X = \frac{x}{\delta}, \quad Y = \frac{y}{\delta}, \quad U = \frac{\bar{u}}{u_\tau}, \quad \theta = \frac{\bar{T} - T_c}{T_h - T_c} \quad (17)$$

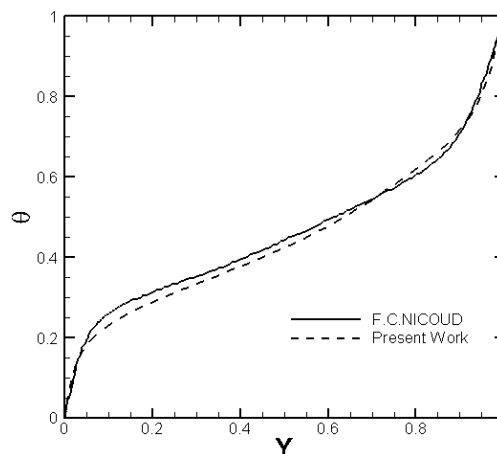
$$Re_b = \frac{2u_0\delta}{\nu}, \quad Gr = \frac{g\beta\Delta T(2\delta)^3}{\nu^2}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad Pl = \frac{k\Delta T}{\delta\sigma T_c^4}$$

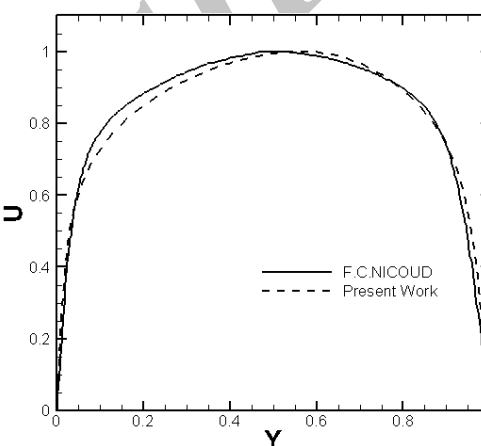
از دو صفحه موازی در ناحیه در حال توسعه می‌باشد، به‌عنوان محک دوم در نظر گرفته شده است. عدد رینولدز بالک برابر با ۴۵۶۰ در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی حرارتی به‌صورت شار ثابت و برابر ۵۰۰ وات بر مترمربع برای هر دو دیواره در نظر گرفته شده است. طول کانال به اندازه‌ای در نظر گرفته شده که عدد ناسلت و ضریب اصطکاک در طول کانال شامل ناحیه توسعه‌یافته نیز قابل ارائه باشند. مقایسه‌ها در این مسئله برای پروفیل‌های سرعت و دما در چند طول مشخص در ناحیه ورودی و همچنین عدد ناسلت بالک و ضریب اصطکاک در تمام طول کانال ارائه گردیده‌اند. شکل ۵ پروفیل‌های سرعت بی‌بعد در ورودی کانال را برای چند طول مشخص و برای نیمی از عرض کانال، نشان می‌دهند. همان‌طور که قابل مشاهده است، نتایج تطابق بسیار خوبی با یک‌دیگر دارند.



شکل (۵): مقایسه پروفیل‌های سرعت در ورودی کانال برای طول‌های بی‌بعد مختلف و در نیمی از عرض کانال، (a)  $X=5$ ، (b)  $X=12$  [۲۸].



شکل (۳): مقایسه پروفیل‌های دمای متوسط بی‌بعد در عرض کانال در حالت توسعه‌یافته [۱۳].



شکل (۴): مقایسه پروفیل‌های دمای متوسط بی‌بعد در عرض کانال در حالت توسعه‌یافته [۱۳].

همان‌گونه که مشاهده می‌شود نتایج به‌دست‌آمده در تطابق بسیار خوبی با حل دقیق می‌باشند و به‌همین سبب این مدل آشفتگی مربوط به ماخ پایین برای حصول نتیجه در سایر بخش‌ها نیز مورد استفاده قرار گرفته است. لازم به‌ذکر است که روابط استفاده شده در این مقایسه، مشابه روابط مورد استفاده برای نتایج اصلی مقاله می‌باشند که در بخش بعدی ارائه خواهند شد.

### ۳-۲- مسئله محک دوم

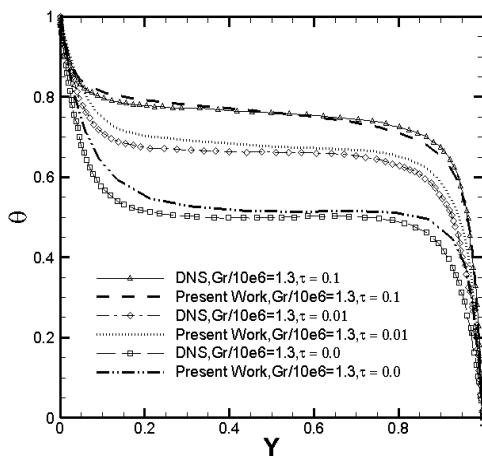
کار تحقیقاتی چن<sup>۱</sup> و همکاران [۲۸] که شامل حل عددی دوبعدی جریان جابجایی اجباری آشفته در کانال قائم متشکل

دیواره گرم به سرد برابر ۳ می‌باشند. اثر تغییرات ضخامت نوری بر روی پروفیل‌های دما در عرض کانال در حالت حضور اثر شناوری ( $Gr=1.3 \times 10^6$ ) بررسی شده است. شرایط جریانی و حرارتی نیز به صورت توسعه یافته فرض شده‌اند. همچنین روش حل جریان آشفته بر پایه‌ی DNS بوده است. شکل ۷ مقایسه پروفیل‌های دمای بی‌بعد را با نتایج کار تحقیقاتی مذکور، برای ضخامت نوری‌های ۰،۱، ۰،۰۱ و ۰، حالت بدون تشعشع ارائه می‌دهد. در این مقاله ضخامت نوری براساس ضریب جذب متوسط پلانک به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\tau = \langle K_p \rangle_{y=\delta} \delta, \quad (20)$$

$$K_p = C_K \left[ C_0 + C_1 \left( \frac{A}{T} \right) + C_2 \left( \frac{A}{T} \right)^2 + C_3 \left( \frac{A}{T} \right)^3 + C_4 \left( \frac{A}{T} \right)^4 + C_5 \left( \frac{A}{T} \right)^5 \right]. \quad (21)$$

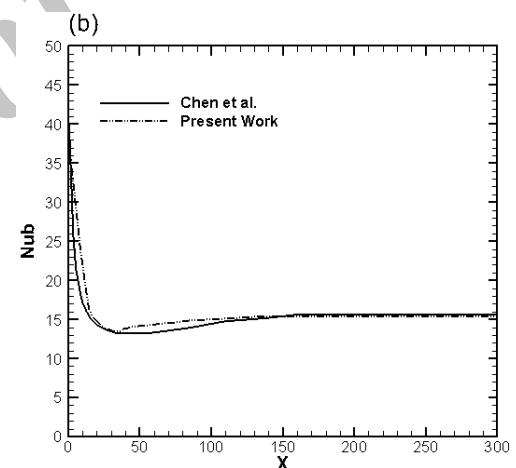
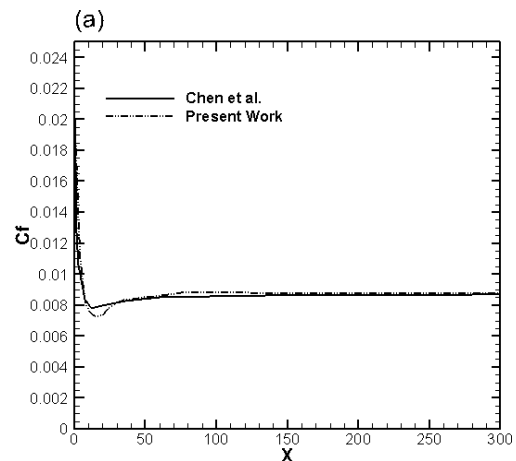
مطابق رابطه (۲۰) ضریب جذب متوسط پلانک وابسته به دما می‌باشد. عدد پرانتل و پلانک به ترتیب ۰،۷۱ و ۰،۳۲ و عدد رینولدز اصطکاکی برابر با ۱۵۰ می‌باشد.



شکل (۷): مقایسه پروفیل‌های دمای متوسط بی‌بعد در عرض کانال در حالت توسعه یافته در حضور تشعشع و شناوری [۷].

همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج از تطابق خوبی با یک‌دیگر برخوردار هستند. با افزایش ضخامت نوری یعنی افزایش اثر تشعشعی محیط، میزان خطا بین جواب‌ها کاهش می‌یابد اما بیش‌ترین خطا به ۵٪ محدود می‌باشد. مشاهده می‌شود با افزایش ضخامت نوری و در نتیجه افزایش اثر تشعشعی محیط، میزان دمای متوسط در عرض کانال افزایش

شکل ۶ تغییرات عدد ناسلت بالک و ضریب اصطکاک را در طول کانال نشان می‌دهد. همان‌طور که قابل مشاهده است، با پیشروی در طول کانال هر دو پارامتر روند کاهشی داشته و بعد از رسیدن به یک مینیموم در ناحیه ورودی با کمی افزایش به مقدار نهایی خود می‌رسند. نتایج از تطابق بسیار خوبی برخوردار هستند.



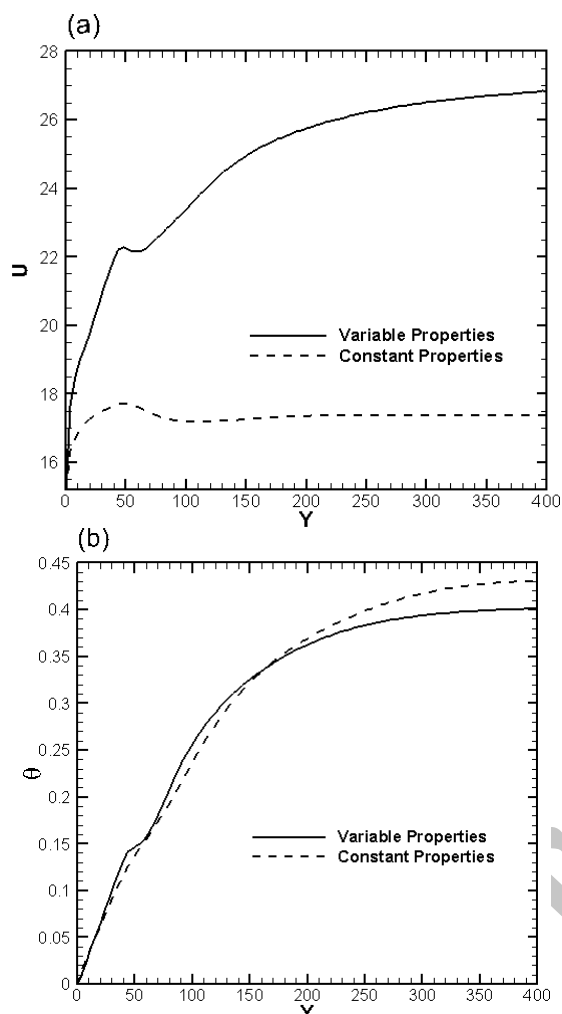
شکل (۶): پروفیل‌های عدد ناسلت بالک و ضریب اصطکاک در طول کانال [۲۸].

### ۳-۳- مسئله محک سوم

پس از بررسی اثر خواص متغیر با دما و همچنین ورودی کانال، در این بخش کار تحقیقاتی ساکورای و همکاران [۷] که شامل حل انتقال حرارت تشعشعی در جریان جابجایی مختلط آشفته در کانال افقی متشکل از دو صفحه موازی بی‌نهایت می‌باشد، به‌عنوان محک در نظر گرفته شده است. در این کار تحقیقاتی، گاز به صورت خاکستری و بدون خاصیت پراکنش فرض شده است و دیواره‌های کانال به صورت جسم سیاه و نسبت دمای



میانگین به خطای قابل ملاحظه‌ای مخصوصاً در تخمین سرعت سیال منجر می‌گردد.



شکل (۸): مقایسه تغییرات سرعت و دمای خط مرکزی در طول کانال برای شرایط خواص ثابت و متغیر با دما.

شکل ۹ مقایسه نمودارهای سرعت و دمای بی‌بعد در ناحیه توسعه‌یافته در عرض کانال را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود استفاده از خواص متغیر سبب افزایش شدید سرعت در عرض کانال شده است. بخش عمده این افزایش سرعت به سبب تغییرات چگالی سیال می‌باشد و تغییرات لزجت دینامیکی تاثیر کم‌تری دارد. همان‌گونه که نمودار دما نشان می‌دهد، با دور شدن از میانه کانال اختلاف میان نمودارهای دو حالت خواص ثابت و متغیر افزایش می‌یابد. با نزدیک شدن به دیواره گرم دمای حالت متغیر بیش‌تر از حالت ثابت می‌گردد زیرا تغییرات خواص در نزدیک دیواره گرم شدید بوده و سبب

می‌یابد که این در نتیجه جذب بیش‌تر انرژی تشعشعی می‌باشد.

در بخش نتایج، دما و سرعت خط مرکز و ناحیه توسعه‌یافته جریان، دمای بالک، عدد ناسلت و ضریب اصطکاک، برای بخش‌های جریانی همسو (نزدیک دیواره گرم) و ناهمسو (نزدیک دیواره سرد) بر اساس روابط زیر [۲۸] محاسبه شده‌اند:

$$\langle T \rangle_h = \frac{\int_0^d (uT) dx}{\int_0^d u dx}, \quad \langle T \rangle_c = \frac{\int_0^{2\delta-d} (uT) dx}{\int_0^{2\delta-d} u dx} \quad (22)$$

$$\langle u \rangle_h = \frac{\int_0^d u dx}{d}, \quad \langle u \rangle_c = \frac{\int_0^{2\delta-d} u dx}{2\delta-d} \quad (23)$$

$$Nu_h = \frac{2qd}{k(T_h - \langle T \rangle_h)}, \quad Nu_c = \frac{2q(2\delta-d)}{k(\langle T \rangle_c - T_c)} \quad (24)$$

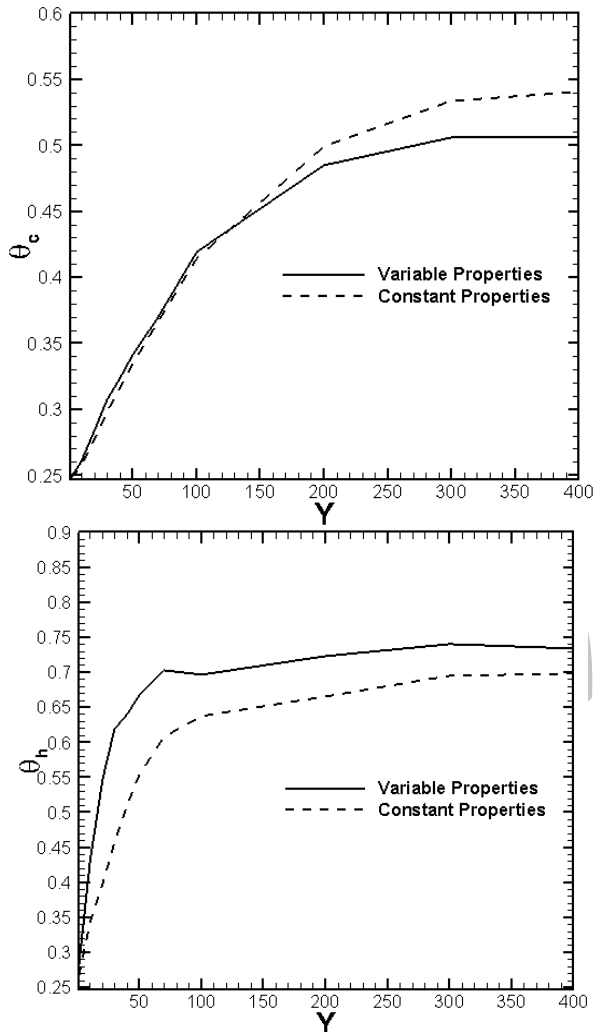
$$f_h = \frac{2\tau_h}{\rho \langle u \rangle_h^2}, \quad f_c = \frac{2\tau_c}{\rho \langle u \rangle_c^2} \quad (25)$$

#### ۴- ارائه و تفسیر نتایج

در این بخش به بررسی تاثیر در نظر گرفتن خواص ترموفیزیکی متغیر با دما نسبت به شرایط خواص ثابت پرداخته می‌شود. عدد رینولدز بر مبنای نصف عرض کانال دارای مقدار  $4560$ ، سرعت اصطکاک برابر با  $150$  و عدد گراشف بر مبنای عرض کانال و اختلاف دمای دیواره‌ها  $1/6 \times 10^6$  می‌باشد. سیال دارای عدد پرانتل  $0.71$  است. همچنین در این قسمت برای هر دو حالت خواص ثابت و متغیر  $\tau = \omega = \varepsilon = 0.5$ ،  $Pl = 0.79$  و  $\frac{Gr}{Re} = 350$  فرض شده است.

شکل ۸ نمودارهای سرعت و دما در راستای خط مرکزی کانال را برای دو حالت خواص ثابت و متغیر نمایش می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود در راستای خط مرکزی شاهد کاهش دمای بی‌بعد و افزایش شدید سرعت نسبت به حالت خواص ثابت می‌باشیم. دلیل افزایش شدید سرعت به تاثیر زیاد دما بر تغییرات چگالی سیال مربوط می‌شود. باتوجه به نمودار دما، در نظر گرفتن خواص متغیر با دما سبب کاهش دما در انتهای کانال نسبت به شرایط خواص ثابت می‌گردد. نمودار دما و سرعت نشان می‌دهند که استفاده از خواص ثابت در دمای

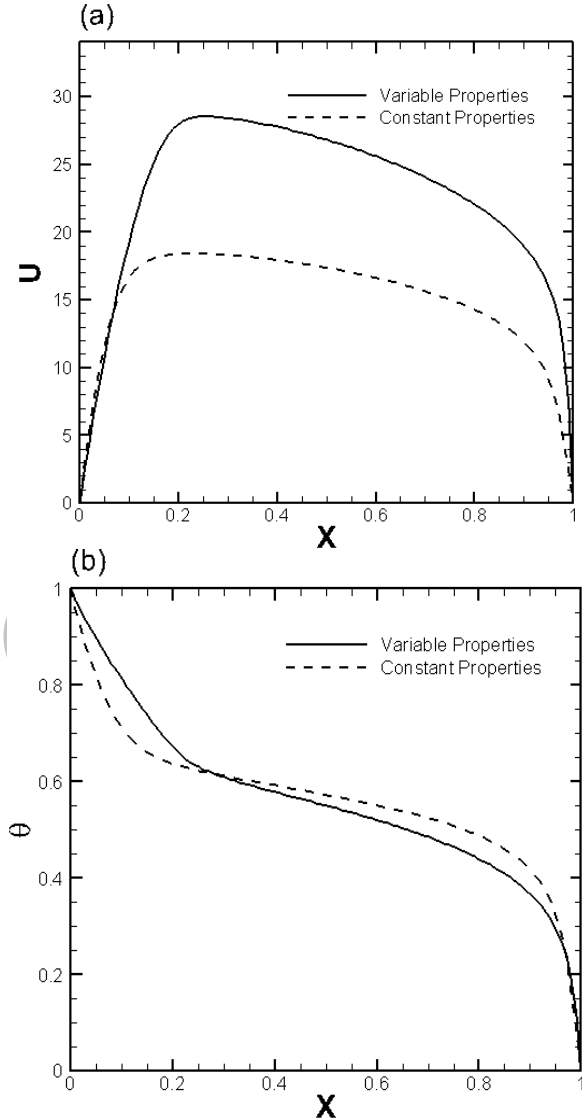
شدید می‌باشد و تاثیر تغییرات خواص کاملا مشهود می‌گردد. در سمت دیواره گرم به دلیل دمای بسیار بالا، تغییر در خواص سیال به سرعت و در فاصله کوتاهی از ورودی کانال اتفاق می‌افتد. همچنین دیده می‌شود که به کارگیری خواص ترموفیزیکی متغیر با دما سبب افزایش دما در سمت دیواره گرم و کاهش دما در سمت دیواره سرد شده است.



شکل ۱۰: مقایسه تغییرات دمای بالک در دو سمت دیواره گرم (h) و دیواره سرد (c) برای شرایط خواص ثابت و متغیر با دما.

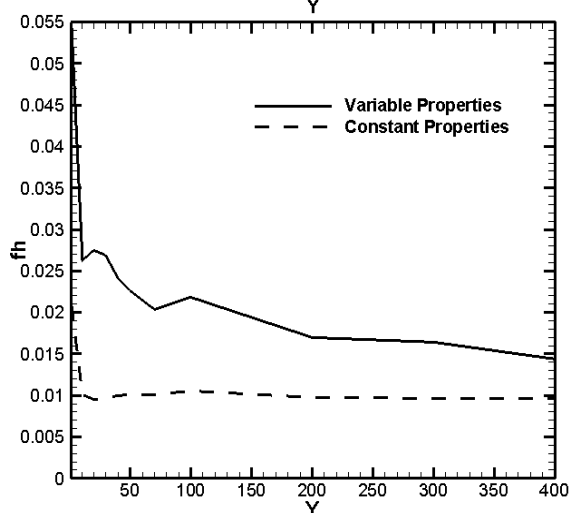
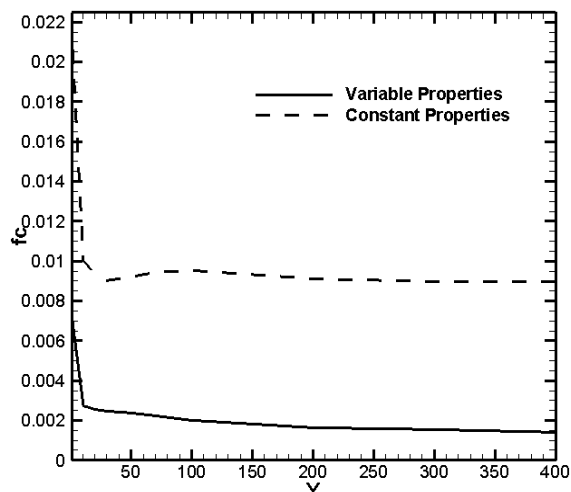
شکل‌های ۱۱ و ۱۲ به ترتیب مقایسه نمودارهای عدد ناسلت و ضریب اصطکاک در دو سمت دیواره گرم و سرد را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل ۱۱ قابل مشاهده است، در هر دو سمت دیواره گرم و سرد، کاهش عدد ناسلت نسبت به حالت خواص ثابت دیده می‌شود. باتوجه به شکل ۹ و معادله (۲۴)

افزایش بیش‌تر در دمای سیال می‌شود. در سمت دیواره سرد عکس این حالت اتفاق می‌افتد و کم‌تر بودن پارامترهایی نظیر ضریب هدایت حرارتی سبب کم‌تر شدن دما نسبت به حالت خواص ثابت شده است.



شکل ۹: مقایسه تغییرات سرعت و دمای عرض کانال در ناحیه توسعه یافته برای شرایط خواص ثابت و متغیر با دما.

شکل ۱۰ مقایسه دمای بالک در دو سمت دیواره گرم ( $\theta_h$ ) و سرد ( $\theta_c$ ) را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود در سمت دیواره سرد (جریان ناهمسو) در بخش ورودی کانال تفاوت ناچیزی میان حالت خواص ثابت و متغیر وجود دارد. دلیل این امر آن است سیال در مجاورت دیواره سرد به فاصله بیش‌تری برای پدیدار شدن اثرات خواص متغیر با دما نیاز دارد. از حدود  $X=150$ ، فاصله میان دو نمودار در حال افزایش

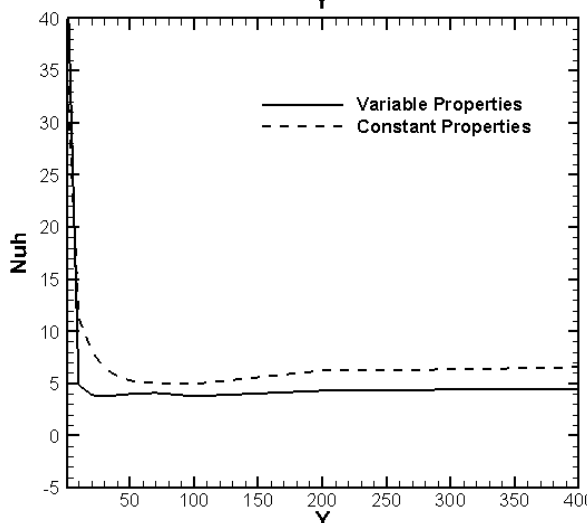
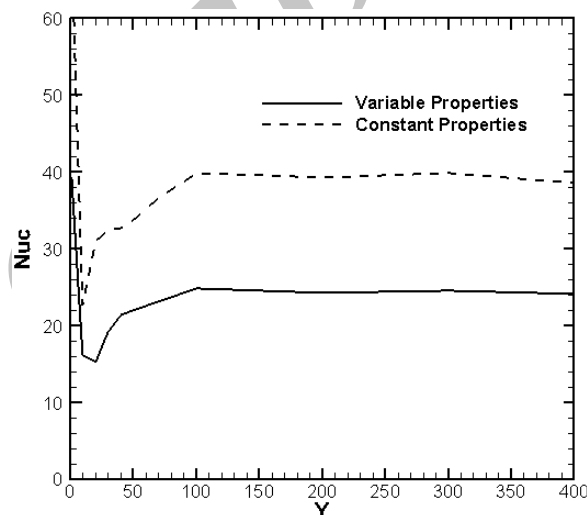


شکل (۱۲): مقایسه تغییرات ضریب اصطکاک در دو سمت دیواره گرم ( $h$ ) و دیواره سرد ( $C$ ) برای شرایط خواص ثابت و متغیر با دما.

##### ۵- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر به مطالعه اثر خواص ترموفیزیکی متغیر با دما بر انتقال حرارت ترکیبی (جابجایی مختلط- تشعشع گرمایی) آشفته در کانال قائم پرداخته شده است. باتوجه به نتایج، در نظر گرفتن خواص ترموفیزیکی متغیر با دما سبب افزایش زیاد سرعت سیال و کاهش عدد ناسلت در هر دو سمت دیواره گرم و سرد می‌شود. دلیل اصلی کاهش عدد ناسلت به سبب کاهش گرادیان دمایی در هر دو دیواره می‌باشد. رفتار دما در عرض کانال و دمایی بالک در دو دیواره سرد و گرم متفاوت است به گونه‌ای که در دیواره گرم مقادیر هر دو پارامتر بیش‌تر از حالت خواص ثابت و در سمت دیواره سرد کم‌تر از حالت خواص ثابت می‌باشند. همچنین خواص متغیر با دما سبب افزایش

دلیل این امر به سبب کاهش گرادیان‌های دمایی در حالت خواص متغیر با دما در هر دو سمت دیواره گرم و سرد می‌باشد. شکل ۱۲ نشان می‌دهد که خواص متغیر با دما در سمت دیواره سرد سبب کاهش ضریب اصطکاک و در سمت دیواره گرم باعث افزایش ضریب اصطکاک شده است. باتوجه به شکل ۹ با به کارگیری خواص ترموفیزیکی متغیر با دما در سمت دیواره سرد چگالی و گرادیان‌های سرعت سیال را افزایش می‌یابد و معادله (۲۵) نشان می‌دهد که برآیند این دو عامل سبب کاهش ضریب اصطکاک می‌شود. در سمت دیواره گرم تغییر محسوسی در گرادیان سرعت رخ نمی‌دهد و به سبب غلبه کاهش چگالی در مخرج کسر، ضریب اصطکاک افزایش می‌یابد.



شکل (۱۱): مقایسه تغییرات عدد ناسلت در دو سمت دیواره گرم ( $h$ ) و دیواره سرد ( $C$ ) برای شرایط خواص ثابت و متغیر با دما.

- Vertical Parallel Plates". Latin American Applied Research, Vol, 39, No. 1, pp. 85-90, 2009.
13. Nicoud, F.C. "Numerical Study of a Channel Flow with Variable Properties". Annual Research Briefs 1998.
  14. Barhaghi, D.G. and Davidson, L. "Large-Eddy Simulation of Mixed Convection Radiation Heat Transfer in a Vertical Channel", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 52, No's. 17-18, pp. 3918-3928, 2009.
  15. Krishnamurthy, R., Tiwari, S.N., and Liu, J. "Investigation of Entry Region Turbulent Flows of Non-gray Gases", Applied Scientific Research, Vol. 59, No. 1, pp. 43-60, 1998.
  16. Zamora, B., Kaiser, Antonio, S. "Influence of the Variable Thermophysical Properties on the Turbulent Buoyancy-Driven Airflow Inside open Square Cavities". Heat Mass Transfer, Vol. 48, No. 1, pp. 35-53, 2012.
  17. Kanda, H. "Laminar-Turbulent Transition: Calculation of Minimum Critical Reynolds Number in Channel Flow", RIMS Kokyuroku Bessatsu B1, Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto Univ., pp. 199-217, 2007.
  18. Lee, J., "The Flow Structure under Mixed Convection in a Uniformly Heated Vertical Pipe" Master of Science in Nuclear Science and Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 2005.
  19. Behzadmehr, A., Galanis, N., and Laneville, A. "Laminar-Turbulent Transition for Low Reynolds Number Mixed Convection in a Uniformly Heated Vertical Tube", Int. J. Numerical Methods Heat Fluid Flow, Vol. 12, No. 7, pp. 839-854, 2002.
  20. Petukhov, B.S. and Poliakov, A.F., "Heat Transfer in Turbulent Mixed Convection", Hemisphere Publishing Corp., N.Y., 1988.
  21. Kasagi, N. and Nishimura, M. "Direct Numerical Simulation of Combined Forced and Natural Turbulent Convection in a Vertical Plane Channel", Heat and Fluid Flow, Vol. 18, No. 1, pp. 88-99, 1997.
  22. Davidson, L. "Turbulent Flow and Turbulence Modeling", Chalmers University of Technology, Sweden, 2011.
  23. Davidson, L., "An Introduction to Turbulence Models", Chalmers University of Technology, Goteborg, 2011.
  24. Jones, W. and Launder, B. "The Prediction of Laminarization with a Two Equation Model of Turbulence", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, No. 2, pp. 301-314, 1972.
  25. Siegel, R. and Howell, J.R., "Thermal Radiation Heat Transfer", Third ed., McGraw-Hill Book Company, New York, USA, 1992.
  26. Sutherland, W. "The Viscosity of Gases and Molecular Force", Philosophical Magazine, S., Vol. 5, No. 36, pp. 507-531, 1893.
  27. www.sharcnet.ca
  28. Chen, Y.T., Nie, J.H., Armaly, B.F., Hsieh, H.T., and Boehm, R.F. "Developing Turbulent Forced Convection in a Vertical Channel with Variable Properties". International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 45, No. 1, pp. 1-12, 2002.
- ضریب اصطکاک در دیواره گرم و کاهش آن در دیواره سرد نیز شده است که به سبب برآیند چگالی و گرادیان سرعت سیال در این دو سمت می باشد.
- ### ۶- مراجع
1. Elenbaas, W. "Heat Dissipation of Parallel Plates by Free Convection", Physica, Vol. 9, No.1, pp. 1-28, 1942.
  2. Carpenter, J.R., Briggs, D.G., and Sernas, V. "Combined Radiation and Developing Laminar Free Convection between Vertical Flat Plates with Asymmetric Heating" Journal of Heat Transfer, Vol. 98, No. 1, pp. 95-100, 1976.
  3. Fusegi, T. and Farouk, B. "Laminar and Turbulent Natural Convection-Radiation Interactions in a Square Enclosure Filled with a Nongray Gas", Num. Heat Transfer, Vol. 15, No. 3, pp. 303-322, 1989.
  4. Sharma, A.K., Velusamy, K., Balaji, C., and Venkateshan, S.P. "Conjugate Turbulent Natural Convection with Surface Radiation in Air Filled Rectangular Enclosures", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 50, No's. 3-4, pp. 625-639, 2007.
  5. Gupta, A., Modest, M.F., and Haworth, D.C. "Large-Eddy Simulation of Turbulence Radiation Interactions in a Turbulent Planar Channel Flow", J. Heat Transfer-Trans. ASME, Vol. 131, No. 6, 2009.
  6. www.openfoam.com
  7. Sakurai, A., Matsubara, K., Takakuma, K., and Kanbayashi, R. "Radiation Effects on Mixed Turbulent and Forced Convection in a Horizontal Channel using Direct Numerical Simulation", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 55, No. 9-10, pp. 2539-2548, 2012.
  8. Vajravelu, K., and Kharagpur, "The Effect of Variable Fluid Properties on Free Convective Flow of Air/Water Confined between Two Parallel Vertical Walls". ACTA MECHANICA, Vol, 31, No. 3, pp.199-211, 1979.
  9. De-Yi Sh. and Bu-Xuan W.. "Effect of Variable Thermophysical Properties on Laminar Free Convection of Gas". Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 33, No. 7, pp.1387-1395, 1989.
  10. Wang, Q., Yoo, H., and Jaluria, Y. "Laminar Convection in a Horizontal Rectangular Duct under Constant and Variable Property Formulations". International Journal of Heat and Mass Transfer, pp.297-310, 2002.
  11. Hernandez, J. and Zamora, B. "Effects of Variable Properties and Non-uniform Heating on Natural Convection Flows in Vertical Channels". International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 48, No's. 3-4, pp.793-807, 2005.
  12. Delmastro, D.F., Chasseur, A.F., and Garcia, J.C. "Fully Developed Laminar Convection with Variable Thermophysical Properties between Two Heated

- Convection in Two-Dimensional Duct”, ASME J. Heat Transfer, Vol. 129, No. 9, 2007.
29. Nakajima, M., Fukui, K., Ueda, H., and Mizushima, T. “Buoyancy Effects on Turbulent Transport in Combined Free and Forced Convection between Vertical Parallel Plates”, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 23, No. 10, pp. 1325-1336, 1980.

Archive of SID