

اثر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت غیردائم جابجایی آزاد نانوسیال

آب- مس در یک محفظه متخلخل مربعی

مجید طهماسبی کهیانی^۱، بهزاد قاسمی^۲ و افراسیاب رئیسی^۳

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه شهرکرد

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۹/۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۲/۸)

چکیده

در این مقاله انتقال حرارت غیردائم جابجایی آزاد در یک محفظه متخلخل مربعی اشیاء شده با نانوسیال آب- مس در حضور میدان مغناطیسی، به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفته است. دیواره‌های افقی این محفظه عایق و دمای اولیه آن T_i می‌باشد. دمای دیواره‌های عمودی چپ و راست در ابتدا برابر با $T_c = T_i$ است. در شروع دمای دیوار عمودی سمت راست به $T_h > T_c$ تغییر می‌یابد. در معادلات بی‌بعد شده سه پارامتر مؤثر وجود خواهد داشت که عبارتند از: Ra ، Ha و ϕ . عدد رایلی بوده و تابعی از اختلاف دما در مرزهای گرم و سرد می‌باشد، Ha عدد هارتمن بوده و نشان‌دهنده شدت میدان مغناطیسی است و ϕ بیانگر نسبت حجمی نانوذرات به حجم کل نانوسیال می‌باشد. معادلات بی‌بعد حاکم بر اساس مدل دارسی به دست آمده‌اند و برای حل این معادلات از روش حجم کنترل استفاده شده است. اثر تغییر پارامترهای فرق بر میدان جریان و دما، نرخ انتقال حرارت و مدت زمان لازم جهت حصول حالت دائم در شرایط مختلف بررسی شده است. نتایج نشان‌دهنده تاثیرگذاری پارامترهای اشاره شده بر کاهش یا افزایش نرخ انتقال حرارت، مدت زمان رسیدن به حالت پایا و تغییر مکانیزم غالب انتقال حرارت در مسئله می‌باشد. جواب‌ها بیانگر کاهش زمان دست‌یابی به حالت دائم با افزایش Ra است، درحالی‌که افزایش ϕ موجب افزایش زمان پایایی مسئله می‌شود. در خصوص Ha ، افزایش آن در Ra بزرگ، تاثیر متفاوتی بر مدت زمان دائم دارد.

واژه‌های کلیدی: نانوسیال، محیط متخلخل، جابجایی آزاد، غیردائم، میدان مغناطیسی

Effect of Magnetic Field on UnSteady Natural Convection Heat Transfer of Cu– Water Nanofluid in a Square Porous Cavity

M. Tahmasebi Kohyani, B. Ghasemi, and A. Raisi

Mechanical Engineering Department

Shahrekord University

(Received:22/November/2015; Accepted:28/November/2016)

ABSTRACT

Magnetic field effect on unsteady natural convection heat transfer of Cu–Water nanofluid in a square porous cavity was studied numerically in here. At first, initial temprature of the cavity was T_i and vertical walls were at temprature $T_c = T_i$. Suddenly the right wall's temprature was changed to T_h and the horizontal walls were adiabatic. The effective parameters in this study were Ra , Ha , and ϕ . which appear in the non-dimensionalized equations. Ra is a function of temprature difference between hot and cold walls, Ha is a parameter that depends on the magnetic field, and ϕ is the volume fraction of nano particles. The non-dimensionalized governing equations were obtained based on darcy model. A control volume approach was used for solving these equations. The effect of the variation of parameters, Ra , Ha and ϕ , on heat transfer rate, fluid flow, isotherms, and the steady time of solution were investigated. The solutions show that steady time decreases, as Ra increases or ϕ decrease. While, variation of Ha for high Ra has different effects on steady time.

Keywords: Nano Fluid, Porous Medium, Natural Convection, Un Steady, Magnetic Field

۱- دانشجوی دکتری: matkoh@yahoo.com

۲- استاد (نویسنده پاسخگو): ghasemi@eng.sku.ac.ir

۳-دانشیار: raisi@eng.sku.ac.ir

فهرست علائم

۱- مقدمه

محیط‌های متخلخل و بررسی پدیده انتقال در آن‌ها جایگاه ویژه‌ای در تکنولوژی و صنعت دارد. این اهمیت باعث شده که محققان در سال‌های اخیر توجهی ویژه به بررسی پارامترهای تأثیرگذار بر انتقال حرارت در محیط‌های متخلخل داشته باشند. در زمینه استفاده از محیط‌های متخلخل، به‌عنوان مثال کاربردی می‌توان به مبدل‌های زیرزمینی برای ذخیره انرژی، بازیابی و کنترل دمای راکتورها، خنک‌کاری قطعات الکترونیکی، عایق‌های حرارتی، انرژی‌های زمین گرمایی و غیره اشاره کرد. این موارد و کاربردهای بیش‌تر را می‌توان در مراجع [۱-۴] یافت. بررسی انتقال حرارت در محیط‌های متخلخل با شرایط مرزی مختلف یکی از موضوعات مهم در این زمینه به‌شمار می‌رود و مقالات زیادی در این زمینه به ثبت رسیده است. اندرسن و لاریت^۱ [۵] جابجایی طبیعی در یک محفظه که دارای دیواره‌های عمودی سرد و دیواره کف گرم در دمای یکنواخت می‌باشد را بررسی کرده‌اند. کیمورا و بیجن^۲ [۶] جابجایی طبیعی را به‌صورت عددی در یک محفظه مستطیلی که سطح کف آن خنک نگه داشته شده است و به یکی از دیواره‌های عمودی نیز شار وارد می‌شود را بررسی نموده‌اند. پپ و سعید^۳ [۷] در زمینه محیط‌های متخلخل ساده مقاله‌ای ارائه کردند که با افزایش عدد رایلی، زمان رسیدن به عدد نوسلت ثابت کم‌تر و با کاهش عدد دارسی، اختلاف بین دو مدل میکروسکپی و ماکروسکپی زیاد می‌شود. چائو و اوزی^۴ [۸] به بررسی جابجایی طبیعی در یک محفظه مورب که نیمی از کف آن عایق و به نیم دیگر شار گرمایی وارد شده و دیوار بالایی نیز خنک شده است، پرداخته‌اند. گرانزارولی و میلانز^۵ [۹] به بررسی محفظه‌ای که دارای دیواره‌های عمودی سرد در دمای یکنواخت بوده و شار حرارتی نیز از کف محفظه وارد می‌شود، پرداخته‌اند. سعید [۱۰] انتقال حرارت جابجایی در یک محیط متخلخل که توسط دو لایه با ضخامت محدود احاطه شده است را مورد بررسی قرار داده است که از جمله نتایج آن می‌توان به افزایش مقدار سیرکولیشن با دو عامل کاهش ضخامت دیواره‌ها و افزایش نسبت ضریب رسانش

H	طول ضلع محفظه
X, Y	طول‌های بدون بعد در جهت‌های X و Y
g	شتاب جاذبه زمین
Ra	عدد رایلی
Ha	عدد هارتمن وابسته به میدان مغناطیسی
\overline{Nu}	نوسلت میانگین
Nu	نوسلت موضعی
T	دما
U	سرعت در جهت X
V	سرعت در جهت Y
C	ظرفیت حرارتی
K	ضریب نفوذپذیری محیط متخلخل
k	ضریب رسانش حرارتی
t	زمان
Fo	زمان بدون بعد
\overline{Fo}	زمان بدون بعد ویژه

علائم یونانی

α	ضریب پخش حرارتی
φ	نسبت حجمی ذرات نانو به حجم کل سیال
θ	دمای بدون بعد
ν	لزجت سینماتیکی
β	ضریب انبساط گرمایی
β_0	شدت میدان مغناطیسی
ψ	تابع جریان
Ψ	تابع جریان بدون بعد
ε	ضریب تخلخل محیط

زیر نویس‌ها

pm	محیط متخلخل
nf	نانوسیال
pm,nf	نانوسیال و محیط متخلخل
p	ذرات جامد
h	دیواره گرم
c	دیواره سرد
s	حالت دائم
max	بیشینه

1 - Anderson and Lauriat

2 - Kimura and Bejan

3 - Pop and Saeid

4 - Chao and Ozoe

5 - Granzarolli and Milanez

متخلخل نیمه‌بی‌نهایت در حضور صفحه جامد پرداختند. آن‌ها به ارائه نتیجه تحقیقات به‌صورت حل عددی و تحلیلی مبادرت ورزیدند و در اعداد ریلی مختلف رژیم‌های گوناگون انتقال حرارت غیردائم و جواب دائم مسئله را یافته و مورد تحلیل و بررسی قرار داده‌اند. به‌عنوان نمونه نشان داده‌اند که در اعداد ریلی بزرگ رسیدن به حالت دائم به‌شدت شتاب می‌گیرد. اسلام و نانداکوما^۵ [۱۸] اثرات تولید انرژی داخلی یکنواخت بر واحد حجم بر انتقال حرارت غیردائم در محیط‌های متخلخل را مورد تحقیق قرار داده‌اند و انگیزه خود از این کار را اهمیت موضوع و کاربرد آن در ذخیره پسماندهای رادیواکتیو و علوم زمین گرمایی بیان کرده‌اند. از نتایج این تحقیق می‌توان به بررسی اثر افزایش و کاهش میزان تولید انرژی بر رژیم جریان و اثرات آن بر جواب پایدار مسئله اشاره کرد. چمخا و اسماعیل^۶ [۱۹] به بررسی انتقال حرارت ترکیبی جابجایی آزاد و هدایت در محفظه مستطیلی حاوی محیط متخلخل و نانوذرات که به‌وسیله یک دیوار جامد مثلثی گرم می‌شد پرداخته‌اند. آن‌ها اثر اضافه‌نمودن نانوذرات مس، اکسید آلومینیوم و اکسید تیتانیوم به سیال پایه آب در محیط متخلخل را در شرایط متفاوت پارامترهای اثرگذاری همچون عدد ریلی، Ra ، نسبت حجمی ذرات نانو، ϕ ، ضخامت دیوار جامد، D ، و نسبت رسانش حرارتی محیط متخلخل به جامد، kr_0 ، را مورد تحقیق قرار داده و در هر حالت مشخصه‌های حرارت و سیالاتی همچون خطوط دما ثابت، جریان و میزان انتقال حرارت میانگین و موضعی را ارائه نمودند. از نتایج مهم این بررسی می‌توان به‌شدت یافتن انتقال حرارت در اعداد ریلی پایین با افزایش ϕ اشاره کرد. همچنین نشان داده شد که وابسته به میزان ϕ با افزایش یا کاهش ضخامت دیوار جامد انتقال حرارت تغییر خواهد کرد. پاپ و سان^۷ [۲۰] جابجایی آزاد در محفظه مثلثی قائم‌الزاویه حاوی محیط متخلخل در حضور نانوذرات را در شرایطی که قسمتی از دیوار عمودی محفظه دارای دمای ثابت T_H و دیوار شیب‌دار در دمای T_C بوده است را مورد بررسی قرار داده‌اند. معادلات حاصل بر فرضیات داری استوار بوده و نانوسیال براساس مدل تیواری و داس^۸ [۲۱] شبیه‌سازی شده است. در این شرایط اثر پارامترهای مختلفی همچون عدد ریلی، Ra ،

دیواره‌ها به ضریب رسانش محیط متخلخل (Kr) اشاره کرد. در این مقاله همچنین نشان داده شده است که با افزایش Kr عدد نوسلت و گرادیان دمای افقی افزایش می‌یابند. چمخا^۱ و همکارانش [۱۱] یک محفظه متخلخل در معرض تشعشع را مورد بررسی قرار دادند. علاوه بر تحقیقات فوق که در آن‌ها انرژی گرمایی بر روی مرزهای محفظه اعمال می‌شود، در برخی تحقیقات نیز منبع انرژی در داخل محفظه در نظر گرفته شده است. پپ و سعید [۱۲] به بررسی انتقال حرارت جابجایی در یک محیط متخلخل عمودی با دو منبع حرارتی پرداخته‌اند که در آن تغییرات پارامترهایی از جمله اعداد ریلی و پکلت و فاصله میان منابع گرمایی بر نرخ انتقال حرارت مورد توجه واقع شده است. گروسان^۲ و همکارانش [۱۳] به بررسی اثرات تولید حرارت داخلی و میدان مغناطیسی در یک محیط متخلخل پرداخته‌اند و نشان داده‌اند که میزان انتقال حرارت جابجایی به‌شدت به پارامترهایی از جمله عدد ریلی و عدد هارتمن، Ha تابعی از شدت میدان مغناطیسی وابسته است. همچنین نشان داده‌اند که عدد نوسلت موضعی در دیواره‌های افقی با تغییر زاویه میدان مغناطیسی از حالت افقی به عمودی تغییر قابل ملاحظه‌ای دارد. میلی و مرکین^۳ [۱۴] انتقال حرارت جابجایی در محیط متخلخل با تولید انرژی داخلی را مورد مطالعه قرار داده‌اند. آن‌ها نشان داده‌اند که در اعداد ریلی بزرگ لایه‌های مرزی با گرده‌های ادی در نواحی مرکزی دیواره‌های عمودی ایجاد می‌شود. از دیگر نتایج آن می‌توان به دستیابی به دمایی بالاتر از دمای دیوار گرم توسط تولید انرژی داخلی درون محیط متخلخل اشاره کرد. طیبی و عباسی [۱۵] اثر آرایش‌های مختلف قرارگیری و تغییر ضخامت ماده متخلخل در یک لوله پهن شده را مورد بررسی قرار دادند که از جمله نتایج آن استفاده از آرایش مرکزی برای افزایش انتقال حرارت و آرایش مرزی برای عایق می‌باشد. کیهانی و محبی [۱۶] به بررسی عددی جریان سیال و انتقال حرارت در محیط متخلخل بین دو صفحه موازی پرداخته‌اند و نشان دادند که وجود موانع ثابت در دامنه محاسباتی به‌عنوان محیط متخلخل، موجب افزایش عدد نوسلت متوسط می‌شود. وینسکی و کیمورا^۴ [۱۷] به بررسی انتقال حرارت غیردائم ترکیبی جابجایی آزاد و هدایت در یک محیط

5 - Islam and Nandakumar

6 - Chamkha and Muneer

7 - Sun and Pop

8 - Tiwari and Das

1 - Chamkha

2 - Grosan

3 - Mealey and Merkin

4 - Vynnycky and Kimura

اینرسی در معادلات انرژی و ممنتوم صرف نظر می‌شود. خواص ترمودینامیکی محیط و سیال، به جز چگالی سیال در ترم بویانسی، طی بررسی ثابت فرض می‌شوند. فرض می‌شود که چگالی سیال مطابق با فرضیه مشهور بوزینسک $\rho = \rho_0[1 - \beta_T(T - T_0)]$ تغییر می‌کند که β_T ضریب انبساط حرارتی سیال است. فرض می‌شود که سیال درون محیط متخلخل از مدل داری تبعت می‌کند. در خصوص چگونگی تاثیر میدان مغناطیسی بر الگوی حرکت سیال درون محیط متخلخل می‌توان به مقاله ارائه شده توسط گروسان، رونیک^۱ و همکاران [۲۲]، گارانند^۲ و همکاران [۲۳] و آلچار^۳ و همکاران [۲۴] مراجعه نمود. از آنجاکه جریان الکتریکی یک اسکالر است:

$$\nabla \cdot \mathbf{I} = 0 \quad (1)$$

از طرفی باتوجه به قوانین الکترو مغناطیس خواهیم داشت:

$$\mathbf{I} = \sigma(-\nabla\phi + \mathbf{V} \times \mathbf{B}) \quad (2)$$

که در آن، σ رسانش الکتریکی، \mathbf{V} بردار سرعت سیال و \mathbf{B} میدان مغناطیسی خارجی می‌باشد و $-\nabla\phi$ به میدان الکتریکی وابسته است. گارانند و همکاران [۲۳] نشان دادند معادلات (۱) و (۲) به $\nabla^2\phi = 0$ تبدیل می‌شوند که جواب خاص آن $\nabla\phi = 0$ است. با مراجعه به کار آلچار و همکاران [۲۴] از آنجاکه مرزهای محفظه از نظر الکتریکی عایق فرض می‌شوند میدان الکتریکی درون آن حذف می‌گردد. با توضیحات ذکر شده معادلات پیوستگی، ممنتوم و انرژی حاکم بر رفتار سیال در حالت دوبعدی به صورت زیر می‌شود:

(۳) پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

(۴) ممنتوم:

$$\bar{\mathbf{V}} = \frac{\mathbf{K}}{\mu}(-\nabla P + \rho \bar{\mathbf{g}} + \mathbf{I} \times \bar{\mathbf{B}}),$$

(۵) انرژی:

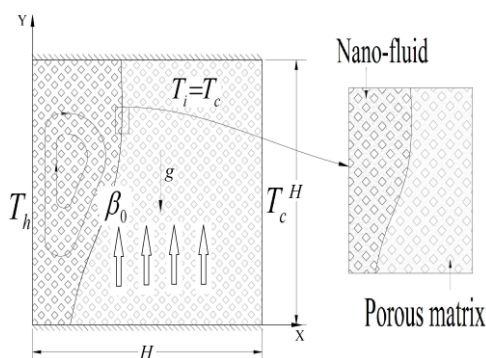
$$\Gamma_{pm,nf} \frac{\partial T_{nf}}{\partial t} + u \frac{\partial T_{nf}}{\partial x} + v \frac{\partial T_{nf}}{\partial y} = \alpha_{m,nf} \left(\frac{\partial^2 T_{nf}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{nf}}{\partial y^2} \right).$$

در این روابط، \mathbf{u} و \mathbf{v} مؤلفه‌های سرعت در جهت‌های x و y ، T_{nf} دمای نانوسیال و \mathbf{K} ضریب نفوذپذیری محیط متخلخل

اندازه هیتز، Ht ، و نسبت حجمی ذرات نانو، ϕ ، بررسی شده است. از نتایج تحقیق می‌توان به حاصل شدن بیشینه انتقال حرارت در بزرگ‌ترین عدد ریلی، کوچک‌ترین اندازه محفظه در شرایطی که هیتز در پائین قرار دارد اشاره کرد. دیگر آن که در اعداد ریلی کوچک افزایش نسبت حجمی ذرات نانو، ϕ ، موجب بهبود انتقال حرارت از محفظه می‌گردد درحالی که در اعداد ریلی بزرگ این نتیجه عکس می‌گردد. هرچند تحقیقات فراوانی در رابطه با محیط‌های متخلخل انجام شده، اما کم‌تر به حضور میدان مغناطیسی در مسائلی که نانوسیال محیط را اشباع نموده، توجه شده است. در این راستا تحقیق حاضر به منظور بررسی اثر وجود همزمان میدان مغناطیسی و نانوسیال بر انتقال حرارت غیردائم در محیط‌های متخلخل انجام شده است. از کاربردهای این مسئله اهمیت آن در ذخیره پسماندهای رادیواکتیو و علوم زمین گرمایی می‌باشد.

۲- بیان مسئله و روش حل

شماتیک مسئله مورد بررسی در شکل ۱ نمایش داده شده است. محفظه مربعی بوده دیواره‌های افقی آن عایق و دمای اولیه آن T_i می‌باشد. دمای دیواره‌های عمودی چپ و راست در ابتدا برابر با T_c بوده که $T_c = T_i$ است. در شروع دما دیوار عمودی سمت راست به $T_h > T_c$ تغییر می‌یابد. همان‌گونه که از شکل مشخص است محفظه تحت تاثیر میدان مغناطیسی یکنواخت با شدت β_0 موازی با اضلاع عمودی محفظه با جهت پایین به بالا است.



شکل (۱): نمایی از محفظه مورد بررسی.

فرض می‌شود که محیط متخلخل همسانگرد و همگن است و در حالت کاملاً اشباع قرار دارد. نانوسیال و محیط در شرایط تعادل دمای محلی قرار دارند و از اثرات اتلاف اصطکاکی و ترم

1 - Revnic and Grosan

2 - Garandet

3 - Alchaar

معادلات را می‌توان به حالت بدون بعد و برحسب تابع جریان، که به صورت $u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}$ و $v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$ تعریف می‌شود، نوشت:

(۷) ممنوم بی‌بعد:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -Ra \Delta \frac{\partial \theta}{\partial X} - Ha \Omega \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2},$$

(۸) انرژی بی‌بعد:

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fo} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{pm,nf}}{\alpha_{pm,f}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right).$$

در روابط فوق، Ra عدد ریلی است و به صورت $Ra = (g\rho_f\beta_f K\Delta T H) / (\mu_f \alpha_{pm,f})$ تعریف می‌شود که،

$\Delta T = (T_h - T_c)$ و Ha پارامتری مربوط به میدان مغناطیسی بوده و به صورت $Ha = (\sigma_f KB_0^2) / \mu_f$ بیان می‌شود. دو پارامتر ظاهر شده دیگر در معادلات به شکل‌های

$$\Omega = \left[1 + \frac{3(\sigma_p/\sigma_f - 1)\phi}{(\sigma_p/\sigma_f + 2) - (\sigma_p/\sigma_f - 1)\phi} \right] \times (1-\phi)^{2.5} \quad \text{و} \quad \Delta = \left[(1-\phi) + \phi \left(\frac{\rho_p \beta_p}{\rho_f \beta_f} \right) \right] \times (1-\phi)^{2.5}:$$

قابل معرفی هستند. همان‌طور که از تعریف این دو پارامتر مشخص است اثر حضور نانوذرات در سیال پایه توسط آن‌ها به معادله ممنوم القاء می‌گردد. این امر در معادله انرژی به کمک ضریب $\frac{\alpha_{pm,nf}}{\alpha_{pm,f}}$ محقق می‌شود. در جدول ۳ خواص ترموفیزیکی مواد به کاررفته برای مدل‌سازی مسئله ارائه شده است.

جدول (۳): خواص حرارتی و فیزیکی محیط متخلخل

(آلومینیوم)، نانوذرات (مس) و سیال پایه (آب).

خواص فیزیکی	آب	مس	آلومینیوم
$C_p (J/kg/K)$	۴۱۷۹	۳۸۵	۹۰۳
$\rho (kg/m^3)$	۹۹۷/۱	۸۹۳۳	۲۷۰۲
$k (W/m/K)$	۰/۶۱۳	۴۰۱	۲۳۷
$\beta \times 10^5 (1/K)$	۲۱	۱/۶۷	-
$\sigma (1/\Omega.m)$	۰/۰۵	۵/۹۶e۷	-
$\alpha \times 10^7 (m^2/s)$	۱/۴۷	۱۱۶۳/۱	-

شرایط مرزی و اولیه مسئله مورد نظر با استفاده از پارامترهای بدون بعد به صورت زیر می‌باشد:

(۹) شرایط مرزی:

$$\theta(0, Y) = 1, \theta(1, Y) = 0,$$

$$\theta_v(X, 0) = \theta_v(X, 1) = 0,$$

$$\Psi(0, Y) = \Psi(1, Y) = \Psi(X, 0) = \Psi(X, 1) = 0,$$

(۱۰) شرط اولیه:

می‌باشند. بقیه پارامترها در فهرست علائم آورده شده‌اند. پس از ساده‌سازی معادله ممنوم می‌توان آن را به شکل زیر نمایش داد:

(۶) ممنوم پس از ساده‌سازی:

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{g(1-\phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_p}{\mu_{nf}} K \frac{\partial T_{nf}}{\partial x} - \frac{\sigma_{nf} KB_0^2}{\mu_{nf}} \frac{\partial u}{\partial y}.$$

تعریف کلیه پارامترهای به کاررفته در معادلات فوق در جدول ۱ آمده است.

جدول (۱): پارامترهای به کاررفته در معادلات ($\varepsilon = 0.3$).

پارامتر [مرجع]	مدل محاسبه
پخش حرارتی [۲۵]	$\alpha_{nf} = k_{nf} / (\rho c)_{nf}$
ظرفیت حرارتی [۲۶]	$(\rho c)_{nf} = (1-\phi)(\rho c)_f + \phi(\rho c)_p$
رسانش حرارتی [۱۹]	$k_{nf} = \frac{(k_p + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_p)}{(k_p + 2k_f) + \phi(k_f - k_p)} k_f$
لزجت [۲۷]	$\mu_{nf} = \mu_f / (1-\phi)^{2.5}$
ضریب رسانش الکتریکی [۲۸]	$\frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} = 1 + \frac{3(\sigma_p/\sigma_f - 1)\phi}{(\sigma_p/\sigma_f + 2) - (\sigma_p/\sigma_f - 1)\phi}$
انبساط حرارتی [۱۹]	$(\rho\beta)_{nf} = (1-\phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_p$
نسبت حجمی نانوذرات	$\phi = \nabla_p / (\nabla_p + \nabla_f)$
ظرفیت حرارتی میانگین	$(\rho c)_{pm,nf} = (1-\varepsilon)(\rho c)_{pm} + \varepsilon(\rho c)_{nf}$
رسانش حرارتی میانگین	$k_{pm,nf} = (1-\varepsilon)k_{pm} + \varepsilon k_{nf}$
نسبت ظرفیت حرارتی میانگین	$\Gamma_{pm,nf} = \varepsilon + (1-\varepsilon) \frac{(\rho c)_{pm}}{(\rho c)_{nf}}$
پخش حرارتی میانگین	$\alpha_{pm,nf} = k_{pm,nf} / (\rho c)_{nf}$

با تعریف پارامترهای بدون بعد طبق جدول ۲:

جدول (۲): تعریف پارامترها جهت بی بعد سازی معادلات.

پارامتر بدون بعد	شیوه تعریف
تابع جریان	$\Psi = \frac{\psi}{\alpha_{pm,nf}}$
دما	$\theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}$
مکان در جهت افقی و عمودی	$X = \frac{x}{H}; Y = \frac{y}{H}$
زمان	$Fo = \frac{t \alpha_{pm,nf}}{H^2}$
زمان ویژه	$\overline{Fo} = \frac{Fo}{\Gamma_{pm,nf}}$

پس برای داشتن سرعت و دقت بالاتر در روند حل از شبکه 101×101 استفاده شده است. معادلات جبری به دست آمده به وسیله روش تکرار خطبه خط و با استفاده از الگوریتم ماتریس سه قطری حل شده اند. همگرایی فرآیند تکرار تا رسیدن به محدودیت زیر ادامه می یابد:

$$\left| \overline{Nu}_h^n - \overline{Nu}_c^n \right| / \overline{Nu}_h^n \leq 10^{-4} \quad (12)$$

که در رابطه (۱۲)، n شمارنده تکرار گام زمانی است. در کار حاضر از گام زمانی 0.006 برای حل مسئله استفاده شده است.

۴- بحث در نتایج

برای اطمینان از صحت کد کامپیوتری نوشته شده، در ادامه در جدول ۵ نتایج با تولید انرژی در محفظه متخلخل در حالتی که دیوارهای عمودی هر دو در دمای یکسان قرار داشته، و میدان مغناطیسی وجود ندارد با مرجع [۱۳] مقایسه شده است. همچنین در جدول ۶، نتایج مقایسه با مرجع [۲۲] برای حالت محیط متخلخل ساده با شرایط مرزی مشابه کار حاضر آمده است. در جدول ۵ بیشینه تابع جریان و دما و در جدول ۶ عدد نوسلت در محفظه با مراجع اشاره شده در حالت $\varphi = 0$ مقایسه شده است.

جدول (۵): مقایسه Ψ_{\max} و θ_{\max} با مرجع [۱۳] در $Q=Ha=0$.

نویسنده	پارامتر مورد بررسی در $Ra=1000$	
	Ψ_{\max}	θ_{\max}
Grosan [13]	۳/۵۱	۰/۰۹۸
کار حاضر	۳/۵۳	۰/۰۹۷

جدول (۶): مقایسه \overline{Nu} با مرجع [۲۲].

نویسنده	Pop [۲۲]	کار حاضر
	\overline{Nu}	
Ra		
$100(Q=Ha=0)$	۳/۱۰۸	۳/۱۲
$1000(Q=Ha=0)$	۱۳/۶۱۳	۱۳/۳۱۵
$1000(Q=Ha=1)$	۱۱/۹۱۹	۱۱/۴۵۳

باتوجه به جداول ۵ و ۶ مشاهده می شود که نتایج به دست آمده با مرجع اشاره شده به خوبی مطابقت دارد. اختلاف موجود بین نتایج، ناشی از تقریب های مختلف و یا معیارهای همگرایی متفاوت استفاده شده در زمان حل می باشد. لازم به ذکر است که Q پارامتر تولید انرژی یکنواخت بر واحد حجم در محیط

$$\theta_0(X, Y) = \Psi_0(X, Y) = 0.$$

در این بررسی عدد نوسلت موضعی، Nu ، و متوسط، \overline{Nu} ، روی دیواره های سرد و گرم به صورت زیر تعریف می شوند:

$$Nu = -\frac{\partial \theta}{\partial X}, \quad \overline{Nu} = \int_0^1 Nu dY. \quad (11)$$

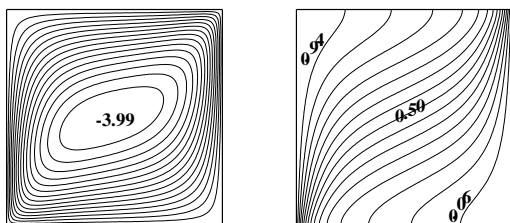
۳- روش حل عددی

برای جبری کردن معادلات بی بعد شده از روش حجم کنترل استفاده شده است. همان طور که از روابط (۷ و ۸) پیدا است، معادلات مذکور به یکدیگر مرتبط بوده و باید به صورت هم زمان حل شوند. برای تقریب جملات پخش از تقریب تفاضل مرکزی و در رابطه با جملات جابجایی پخش از روش پاورلا استفاده شده است [۲۹] برای به دست آوردن جواب هایی دقیق باید از شبکه بندی متناسب با شرایط مرزی و هندسه مسئله استفاده نمود، زیرا در غیر این صورت جواب ها واگرا شده و یا غیر دقیق به دست می آیند. برای شبکه سازی از روش های گوناگونی استفاده می شود. در مرجع [۳۰] در این مورد توضیحات کافی آمده است. در مقاله حاضر از روش جبری برای شبکه سازی استفاده شده است. برای شبکه بندی از شبکه غیر یکنواخت به گونه ای استفاده شده که در نزدیکی مرزهای محفظه اندازه شبکه ریزتر باشد، چون در آنجا تغییرات شدیدتر است. در حل های عددی یکی از نکات مهم عدم وابستگی جواب ها به تعداد نقاط شبکه است، با توجه به بررسی هایی که روی پارامترهای مهم مسئله، برای نشان دادن عدم وابستگی حل به تعداد نقاط شبکه انجام گرفت، از شبکه بهینه در حل استفاده شده است. نمونه ای از این بررسی ها در جدول ۴ مشاهده می شود. با توجه به داده ها مشاهده می شود که تغییرات بیشینه تابع جریان دامنه حل، Ψ_{\max} و عدد نوسلت، Nu از شبکه 61×61 تا 121×121 بسیار کم است و از شبکه 101×101 به بعد تقریباً تغییراتی ندارد.

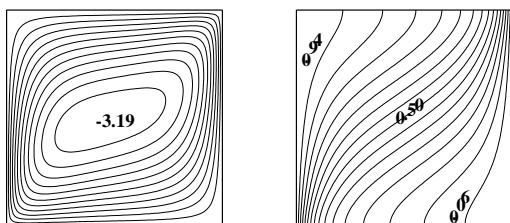
جدول (۴): بررسی عدم وابستگی حل به تعداد نقاط شبکه.

ابعاد شبکه	$Ra=100$ $\varphi = 0.05$		$Ra=1000$ $\varphi = 0.1$	
	\overline{Nu}	Ψ_{\max}	\overline{Nu}	Ψ_{\max}
61×61	۲/۱۹۲	۳/۱۲۴	۱۴/۱۷	۸/۶۷
81×81	۲/۱۹۸	۳/۱۲۳	۱۴/۲۱	۸/۶۴
101×101	۲/۲۰۱	۳/۱۲۱	۱۴/۲۲	۸/۶۳
121×121	۲/۲۰۲	۳/۱۲۱	۱۴/۲۳	۸/۶۲۹

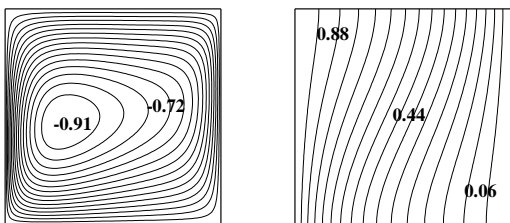
کاهش میزان انتقال حرارت از محفظه و به تبع آن افزایش زمان دست یابی به حالت دائم، \overline{Fo}_s با افزایش ϕ مشهود است. لازم به ذکر است در این مقاله به علت عدم عملی بودن مقادیر بزرگ ϕ حداکثر از $\phi = 0.1$ استفاده شده است.



۲- الف: $Ha = 0$

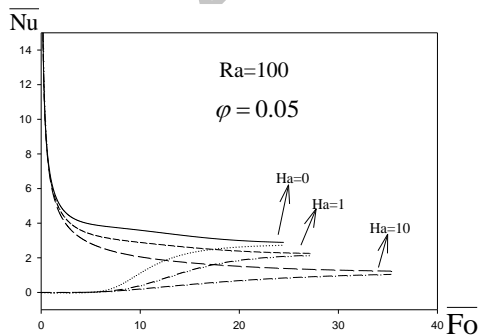


۲- ب: $Ha = 1$



۲- ج: $Ha = 10$

شکل (۲): خطوط جریان (چپ) و هم‌دما (راست) به‌ازای $\phi = 0.05$ ، Ha متغیر و $Ra = 100$.



شکل (۳): تغییرات Nu با \overline{Fo} در مرزهای گرم (خطوط بالا) و سرد (خطوط پائین) با تغییر Ha در $Ra = 100$ و $\phi = 0.05$.

می باشد. بعد اطمینان از عملکرد برنامه رایانه‌ای به بررسی مسئله حاضر پرداخته می‌شود.

۴-۱- اثر تغییر Ha

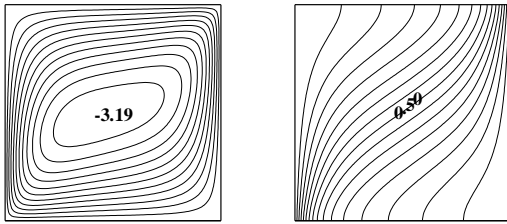
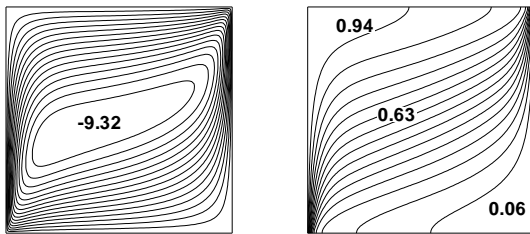
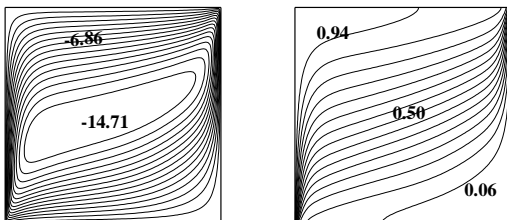
در این قسمت، در $Ra = 100$ و $\phi = 0.05$ اثر تغییر شدت میدان مغناطیسی در قالب پارامتر Ha بررسی می‌شود. در شکل ۲ خطوط دما ثابت (راست) و جریان (چپ) برای سه مقدار Ha متفاوت آمده است. در این شکل می‌توان به کاهش قدرت گردابه‌های و حرکت محل بیشینه تابع جریان، Ψ_{max} به سمت مرز دما بالا با افزایش Ha اشاره کرد. از طرفی عمودی شدن خطوط هم‌دما با افزایش Ha را می‌توان ناشی از افزایش قدرت سازوکار انتقال حرارت هدایتی از محفظه دانست که با کاهش میزان انتقال حرارت از محفظه و به تبع افزایش زمان دست‌یابی به حالت دائم، \overline{Fo}_s همراه است. که این امر به وضوح در شکل ۳ مشاهده می‌شود. لازم به ذکر است از هر جفت خط همگرا شونده خط بالا و پایین به ترتیب نشان‌دهنده تغییرات انتقال حرارت از مرز دما بالا \overline{Nu}_h و دما پایین \overline{Nu}_c با زمان بدون بعد، \overline{Fo} ، است. در این شکل مختصات افقی محلی که خطوطی نهایتاً به یکدیگر همگرا می‌شوند نشان‌دهنده \overline{Fo}_s و مختصات عمودی محل تقاطع خطوط نمایانگر \overline{Nu} در حالت دائم است. همان‌گونه که از شکل ۳ مشخص است، انتقال حرارت از مرز گرم، \overline{Nu}_h ، در شروع از مقادیر بزرگ و در مرز سرد، \overline{Nu}_c ، از مقدار صفر به عدد نهایی در حالت دائم میل می‌کنند. که با شرایط مرزی و اولیه محفظه مطابقت دارد. نکته قابل ذکر دیگر از شکل ۳ آن‌که انتقال حرارت از مرز سرد از $\overline{Fo} = 6$ شروع شده است که به دلیل هم‌دمابودن دمای اولیه محفظه با دیواره سرد کاملاً منطقی می‌باشد.

۴-۲- اثر تغییر ϕ

جهت بررسی اثر تغییر نسبت حجمی ذرات نانو مشخصه‌های حرارت و سیالاتی به ازای $Ha = 1$ و $Ra = 1000$ برای ϕ ‌های مختلف مورد تحقیق قرار گرفته اند. در شکل ۴ خطوط دما ثابت (راست) و جریان (چپ) برای سه مقدار ϕ متفاوت آمده است. در این شکل می‌توان کاهش قدرت گردابه‌ها با افزایش ϕ را مشاهده نمود. هرچند در مقادیر ϕ استفاده‌شده تغییر محسوسی در شکل خطوط دما ثابت ایجاد نشده در شکل ۵

۳-۴- اثر تغییر Ra

در این بخش هدف بررسی اثر افزایش Ra از ۱۰۰ به ۱,۰۰۰ در شرایط $Ha=1$ و $\phi = 0.05$ است. آنچه از مشاهده شکل‌های ۶ و ۷ مشخص است افزایش قدرت گردابه‌ها و انتقال حرارت از محفظه و به دنبال آن کاهش مدت زمان دستیابی به حالت پایا با افزایش عدد رایلی می‌باشد.

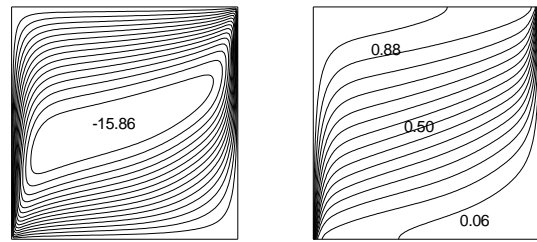
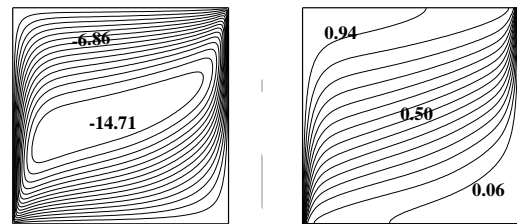
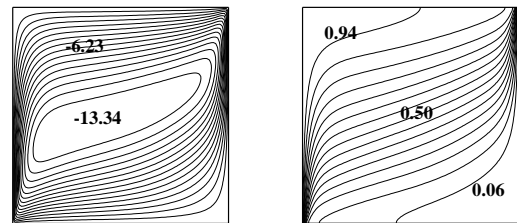
۶- الف: $Ra = 100$ ۶- ب: $Ra = 500$ ۶- ج: $Ra = 1000$

شکل (۶): خطوط جریان (چپ) و هم‌دما (راست)

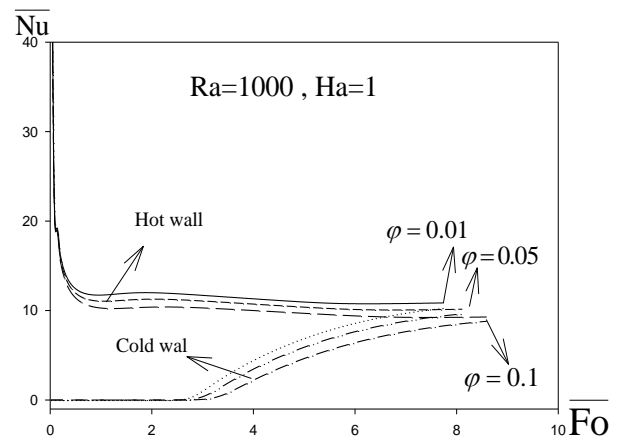
به‌ازای $\phi = 0.05$ ، $Ha = 1$ و Ra متغییر.

همان‌گونه که انتظار می‌رفت افزایش Ra موجب افقی شدن خطوط هم‌دما یعنی افزایش قدرت مکانیزم انتقال حرارت جابجایی در محفظه شده است. در شکل ۸ تغییرات نوسلت موضعی در دیواره‌های گرم و سرد با عدد رایلی در حالت دائم ارائه شده است نکات قابل استنباط از این شکل عبارتند از:

- ۱- افزایش نوسلت موضعی در مرزها با افزایش عدد رایلی و

۴- الف: $\phi = 0.01$ ۴- ب: $\phi = 0.05$ ۴- ج: $\phi = 0.1$

شکل (۴): خطوط جریان (چپ) و هم‌دما (راست) به‌ازای $Ha=1$ ، $Ra=1000$ و ϕ متغییر.



شکل (۵): تغییرات Nu با Fo در مرزهای گرم (خطوط بالا) و سرد (خطوط پایین) به‌ازای $Ha=1$ ، $Ra=1000$ و ϕ متغییر.

کاهش مدت زمان دستیابی به حالت پایا با افزایش Ra است. از سوی دیگر در مقادیر بزرگ Ra، ۱۰۰۰، مستقل از مقدار φ با افزایش Ha از مقدار صفر تا یک زمان رسیدن به حالت دائم اندکی کاهش خواهد داشت. البته هرچند این کاهش بسیار کوچک است اما شاید بتوان دلیل آن را در ایجاد نیروی تشدیدکننده رژیم جابجایی جریان در محفظه در چنین شرایطی دانست. به ازای مقادیر بزرگتر از یک عدد Ha، افزایش مدت زمان حالت پایا با افزایش این پارامتر رابطه مستقیم دارد. در مقادیر کوچک Ra، ۱۰۰، فارق از مقدار φ با افزایش Ha دستیابی به حالت دائم طولانی‌تر خواهد شد. در خصوص φ افزایش آن همواره زمان گذار مسئله را افزایش و انتقال حرارت از محفظه را کاهش می‌دهد.

جدول (۶): جمع‌بندی نتایج حاصله.

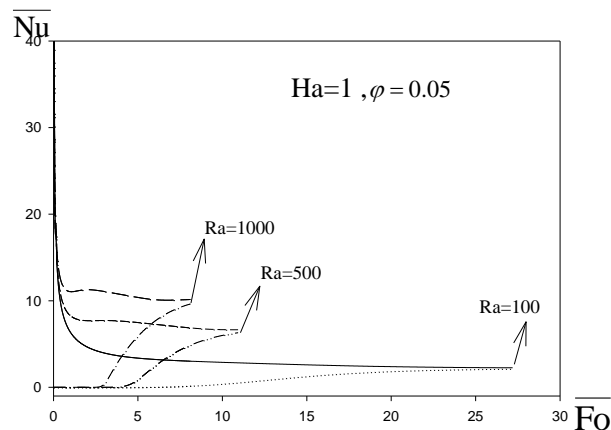
Ha	Ra=۱۰۰			Ra=۱۰۰۰			φ
	Nu	Ψ_{max}	\overline{Fo}_s	Nu	Ψ_{max}	\overline{Fo}_s	
۰	۲/۸۰	۴/۲۵	۲۴/۵۴	۱۱/۴۱	۱۸/۷۸	۸/۱۸	۰/۰۵
۱	۲/۲۰	۳/۱۲	۲۷/۲۴	۹/۸۲	۱۵/۶۸	۸/۱۳	
۱۰	۱/۱۲	۰/۹۶	۳۵/۴۰	۴/۱۵	۶/۸۴	۱۴	
۰	۲/۵۵	۳/۸۲	۲۶/۵۱	۱۰/۷۱	۱۷/۲۱	۸/۷۱	۰/۱
۱	۲	۲/۷۸	۲۹/۷۲	۹/۰۱	۱۴/۲۲	۸/۶۳	
۱۰	۱/۱۰	۰/۸۴	۳۷/۲۰	۳/۷۲	۶/۰۸	۱۵/۲۴	

۴-۵- بررسی روند پایایی مسئله برای مقادیر Ra=۱۰۰ و

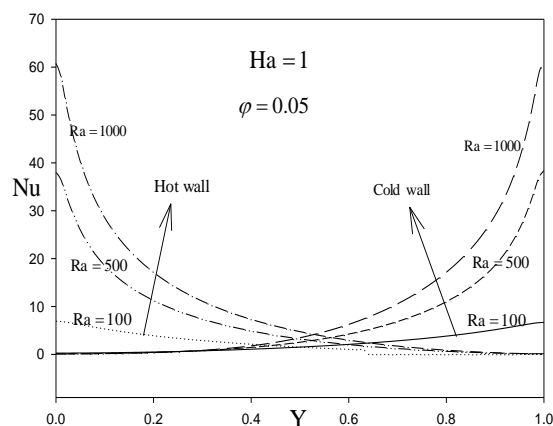
در Ra=۱۰۰۰، Ha=۱، $\varphi=۰/۱$

با مشاهده تصویر ۱۰ که نمایانگر شکل گیری خطوط دما ثابت و جریان در زمان‌های مختلف به ازای Ha=۱، $\varphi=۰/۱$ و ۱۰۰ است، می‌توان نفوذ حرارت به درون محفظه از سمت دما بالا همزمان با تشکیل گردابه‌ها را رویت نمود. شکل ۱۱ نیز نمایانگر سیر دما در خط تقارن افقی محفظه به حالت دائم می‌باشد. همان‌گونه که از آن پیدا است بیش‌ترین تغییرات در این حالت برای $0.6 \leq X \leq 0.8$ حاصل شد. در Ra=۱۰۰، Ha=۱ و $\varphi=۰/۱$ حصول حالت پایا در $\overline{Fo}_s=۲۹/۷۲$ محقق گشته است. سیر ذکرشده در بالا در شکل ۱۲ به ازای Ra=۱۰۰۰، Ha=۱ و $\varphi=۰/۱$ آمده است که در این حالت $\overline{Fo}_s=۸/۶۳$ نشان‌دهنده تاثیر افزایش Ra بر کاهش مدت

بیشترین مقدار نوسلت موضعی در مرز گرم در پایین محفظه و در مرز سرد در بالای آن حاصل شده است، زیرا تجمع سیال دما بالا با چگالی کمتر در بالای محفظه و دما پایین با چگالی بیشتر در پایین آن حد اکثر گرادیان دما در محل‌های ذکر شده را موجب شده است.



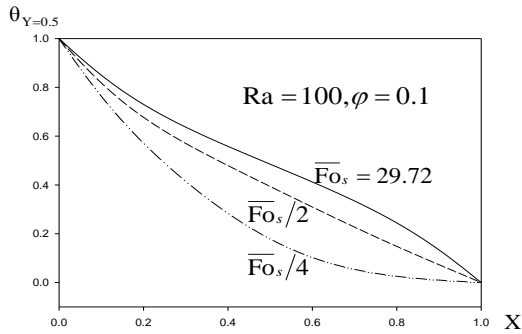
شکل (۷): تغییرات Nu با Fo در مرزهای گرم (خطوط بالا) و سرد (خطوط پائین) به ازای $\varphi=۰/۰۵$ ، Ha=۱ و Ra متغییر.



شکل (۸): تغییرات Nu با Ra در مرزهای گرم (خطوط سمت چپ) و سرد (خطوط سمت راست) به ازای $\varphi=۰/۰۵$ ، Ha=۱.

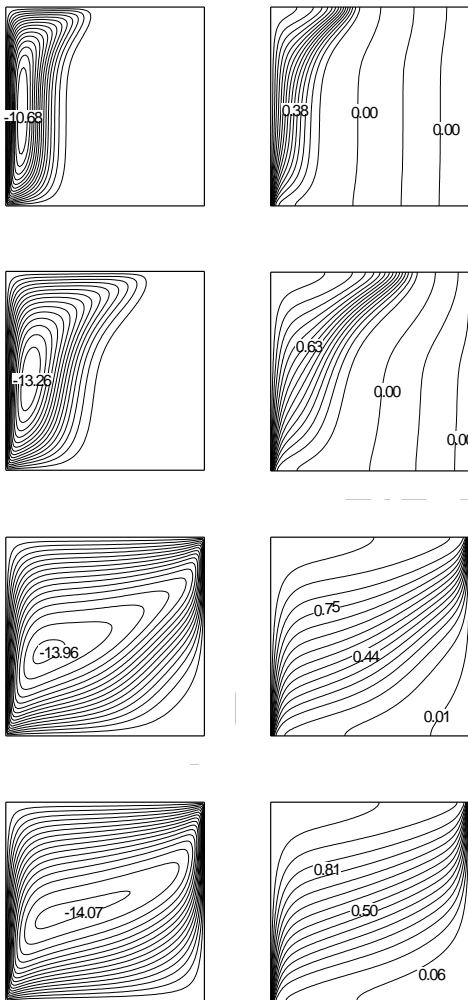
۴-۴- جمع بندی جواب‌ها در حالت دائم

هدف در این بخش رویت نتیجه کلی حالات قبل و معین نمودن حالات استثنا در نتایج کار حاضر می‌باشد. بدین منظور پارامترهای خروجی و اثرگذار بر روند حل در شرایط مختلف در جدول ۶ جمع شده است. بررسی جدول مذکور نمایانگر



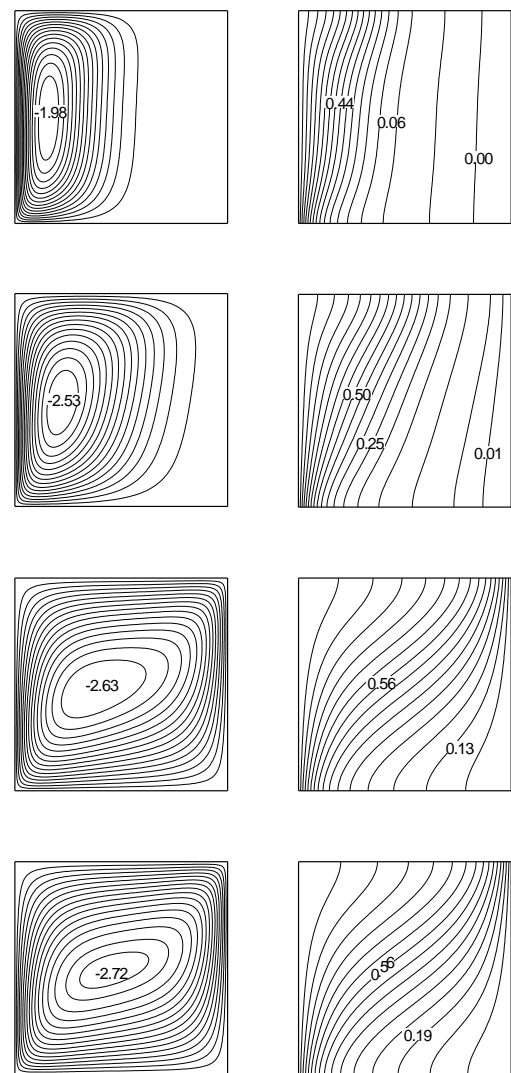
شکل (۱۱): تغییرات دما در خط تقارن افقی محفظه

در $\phi = 0.1$ ، $Ha = 1$ و $Ra = 100$ به ترتیب از بالا به پایین در زمان‌های: \overline{Fo}_s ، $\overline{Fo}_s/2$ ، $\overline{Fo}_s/4$.



شکل (۱۲): تغییرات خطوط جریان (چپ) و هم‌دما (راست) با \overline{Fo} به ازای $\phi = 0.1$ و $Ha = 1$ و $Ra = 1000$ به ترتیب از بالا به پایین در \overline{Fo}_s ، $3.\overline{Fo}_s/4$ ، $\overline{Fo}_s/4$ ، $\overline{Fo}_s/8$.

زمان شکل‌گیری حالت دائم مسئله می‌باشد. در شکل ۱۳ نیز سیر دما در خط تقارن افقی محفظه به حالت دائم در شرایط $Ha = 1$ ، $\phi = 0.1$ و $Ra = 1000$ قابل رویت است. در این شرایط بیش‌ترین تغییرات دما در خط تقارن مرکزی در بازه $0.4 \leq X \leq 0.6$ حاصل شد. افزایش سازوکار مکانیزم انتقال حرارت جابجایی در اعداد رایلی بزرگ در زمان‌های مختلف در شکل‌های ۱۰ و ۱۲ قابل مشاهده است. با بزرگ‌شدن عدد رایلی خطوط دما ثابت به حالت افقی تغییر شکل داده و خطوط جریان در بالای محفظه به سمت مرز سرد کشیده شده‌اند.

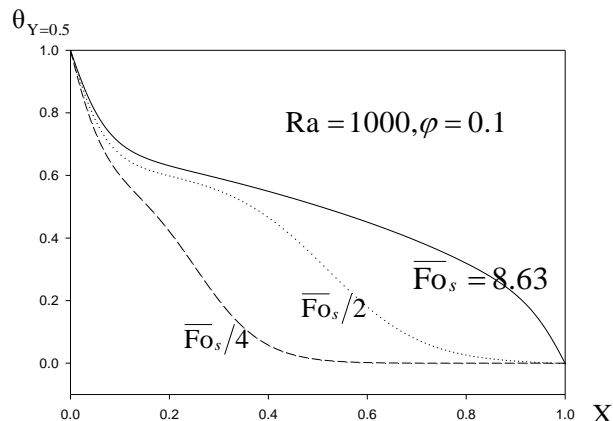


شکل (۱۰): تغییرات خطوط جریان (چپ) و هم‌دما (راست) با \overline{Fo} به ازای $\phi = 0.1$ و $Ha = 1$ و $Ra = 1000$ به ترتیب از بالا به پایین در \overline{Fo}_s ، $3.\overline{Fo}_s/4$ ، $\overline{Fo}_s/4$ ، $\overline{Fo}_s/8$.

خواهد شد. در خصوص ϕ افزایش آن همواره زمان گذار مسئله را افزایش و انتقال حرارت از محفظه را کاهش می‌دهد.

۶- مراجع

1. Nield, D.A. and Bejan, A. "Convection in Porous Media", Third Ed., 2006.
2. Ingham, D.B., Bejan, A., Mamut, E., and Pop, I. "Emerging Technologies Techniques in Porous Media, Kluwer Academic, Dordrecht", 2004.
3. Ingham, D.B. and Pop, I., "Transport Phenomena in Porous Media", Pergamon, Oxford, Vol's. 1-2, 2005.
4. Vafai, K.A. "Hand Book of Porous Media", New York, 2000.
5. Anderson, R. and Lauriat, G. "The Horizontal Natural Convection Boundary Layer Regime in a Closed Cavity", In Proc. 8th, Int. Heat Transfer Conf. Vol. 98, pp. 1453-1458, San Francisco USA, 1986.
6. Kimura, S. and Bejan, A. "Natural Convection in a Differentially Heated Corner Region", Phys. Fluids Vol. 28, No. 10, pp. 2980-2989, 1985.
7. Pop, I. and Saeid, N.H. "Transient Free Convection in a Square Cavity Filled with a Porous Medium", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 47, No's. 8-9, pp. 1917-1924, 2004.
8. Chao, P. and Ozoe, H. "Laminar Natural Convection in an Inclined Rectangular Box with Lower Surface Half Heated and Half Insulated", AZME J. Heat and Mass Transfer, Vol. 105, pp. 425-432, 1983.
9. Granzarolli, M.M. and Milanez, L.F. "Natural Convection in Rectangular Enclosures Heated from Below and Symmetrically Cooled from the Sides", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 38, No. 6, pp. 1063-1073, 1995.
10. Saeid, N.H. "Conjugate Natural Convection in a Vertical Porous Layer Sandwiched by Finite Thickness Walls", Int. Heat Transfer Conf., Vol. 34, No. 2, pp. 200-216, 2007.
11. Chamkha, A.J. and Khalil Khanafer, I.C. "Natural Convection From an Inclined Plate Embedded in a Variable Porosity Porous Medium due to Solar Radiation", Int. J. Therm Sci., Vol. 41, No. 1, pp. 73-81, 2002.
12. Pop, I. and Saeid, N.H. "Mixed Convection from two Thermal Sources in a Vertical Porous Layer", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 48, No's. 8-9, pp. 4150-4160, 2005.
13. Grosan, A.T., Revnic, B.C., Pop, I., and Ingham, D.B. "Magnetic Field and Internal Heat Generation Effects on the Free Convection in a Rectangular Cavity Filled with a Porous Medium", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 52, No's. 5-6, pp. 1525-1533, 2009.



شکل (۱۳): تغییرات دما در خط تقارن افقی محفظه

در $\phi = 0.1$ ، $Ha = 10$ و $Ra = 1000$ به ترتیب از بالا به پایین در زمان‌های: $\overline{Fo}_s/4$ ، $\overline{Fo}_s/2$ ، \overline{Fo}_s .

۵- نتیجه‌گیری

انتقال حرارت غیردائم جابجایی آزاد در یک محفظه مربعی متخلخل اشیاء شده با نانوسیال آب- مس در حضور میدان مغناطیسی، به صورت عددی در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است. دیواره‌های افقی این محفظه عایق و دمای اولیه آن T_1 بوده است. دمای دیواره‌های عمودی چپ و راست در ابتدا برابر با T_c بوده که $T_c = T_1$ است. در شروع روند حل دما دیوار عمودی سمت راست به $T_h > T_c$ تغییر یافته است. در معادلات بی‌بعد شده، سه پارامتر مؤثر وجود دارد که عبارتند از: Ra ، Ha و ϕ . پارامتر Ra عدد رایلی بوده و تابعی از اختلاف دما در مرزهای گرم و سرد می‌باشد. Ha پارامتری وابسته به میدان مغناطیسی است و ϕ نشان‌دهنده نسبت حجمی نانوذرات به حجم کل نانوسیال می‌باشد. معادلات بی‌بعد حاکم بر اساس مدل داری به دست آمده‌اند و برای حل این معادلات از روش حجم کنترل استفاده شده است. اثر تغییر پارامترهای Ha ، Ra و ϕ بر میدان جریان و دما، نرخ انتقال حرارت و مدت زمان لازم جهت حصول حالت دائم در شرایط مختلف بررسی شده است. نتایج نشان‌دهنده تاثیرگذاری پارامترهای اشاره شده بر کاهش یا افزایش نرخ انتقال حرارت، مدت زمان رسیدن به حالت پایا و تغییر مکانیزم غالب انتقال حرارت در مسئله می‌باشد. نتایج نمایانگر کاهش مدت زمان دستیابی به حالت پایا با افزایش Ra است. از سوی دیگر در مقادیر بزرگ Ra ، 10000 ، مستقل از مقدار ϕ با افزایش Ha از مقدار صفر تا یک زمان رسیدن به حالت دائم اندکی کاهش خواهد داشت و به‌ازای مقادیر بزرگ‌تر از یک عدد Ha ، افزایش مدت زمان حالت پایا با افزایش این پارامتر رابطه مستقیم دارد. در مقادیر کوچک Ra ، 100 ، فارق از مقدار ϕ با افزایش Ha دستیابی به حالت دائم طولانی‌تر

- Convection", *Int. J. Heat Mass Transfer.*, Vol. 30, pp. 679-690, 2009.
26. Khanafer, K., Vafai, K., and Lightstone, M. "Buoyancy-driven Heat Transfer Enhancement in a Two-dimensional Enclosure, Utilizing Nanofluids", *Int. J. Heat Mass Transfer.* Vol. 46, pp. 3639-3653, 2003.
27. Brinkman, H.C. "The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solutions", *J. Chem. Phys.* Vol. 20, No. 4, p. 571, 1952.
28. Sheikholeslami, M., Hatami, M., and Ganji, D.D. "Analytical Investigation of MHD Nanofluid Flow in a Semi-Porous Channel", *Powder Technology*, Vol. 246, pp. 327-336, 2013.
29. Patankar, S.V. "Computation of Conduction and Duct Flow Heat Transfer", *Innovative Research, USA*, 1996.
30. Hoffmann, K.A. and Chiang, S.T. "Computational Fluid Dynamics for Engineers", 1993.
14. Mealey, L.R. and Merkin, J.H. "Steady Finite Rayleigh Number Convective Flows in a Porous Medium with Internal Heat Generation", *Int. J. Thermal Sci.*, Vol. 48, No. 6, pp. 1068-1080, 2009.
15. Taeibi-Rahni, M., Khayat, M., and Aliabbasi, R. "Numerical Simulation of Forced Convection Flow through a Flattened Pipe Using Porous Material in the Central and Boundary Arrangement", *Aerospace Mechanics Journal, Thermal Sci.*, Vol. 9, No. 1, pp. 77-85, 2013, (In Persian)
16. Kayhani, M.M. and Mohebi, R. "Numerical Investigation of Fluid Flow and Heat Transfer on the Porous Media Between Two Parallel Plates Using the Lattice Boltzmann Method", *Aerospace Mechanic Journal, Thermal Sci.*, Vol. 9, No. 1, pp. 63-76, 2013 (In Persian).
17. Vynnycky, M. and Kimura, Sh. "Transient Conjugate Free Convection Due to a Vertical Plate in a Porous Medium", *Int. J. Heat Mass Transfer.* Vol. 38, No. 2, pp. 219-231, 1995.
18. Islam, M.R. and Nandakumar, K. "Transient Convection in Saturated Porous Layers with Internal Heat Generation", *Int. J. Heat Mass Transfer.* Vol. 33, No. 1, pp. 151-161, 1990
19. Chamkha, A.J. and Muneer, A. "Conjugate Heat Transfer in a Porous Cavity Filled with Nanofluids and Heated by a Triangular Thick Wall", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 67, pp. 135-151, 2013.
20. Sun, Q. and Pop, I. "Free Convection in a Triangle Cavity Filled with a Porous Medium Saturated with Nanofluids with Flush Mounted Heater on the Wall", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, pp. 2141-2153, 2011.
21. Tiwari, R.K. and Das, M.K. "Heat Transfer Augmentation in a Two-Sided Lid-Driven Differentially Heated Square Cavity Utilizing Nanofluids", *Int. J. Heat Mass Transfer.*, Vol. 50, pp. 2002-2018, 2011.
22. Revnic, C., Grosan, T., Pop, I., and Ingham, D.B. "Magnetic Field Effect on the Unsteady Free Convection Flow in a Square Cavity Filled with a Porous Medium with a Constant Heat Generation", *International Journal of Heat and Mass Transfer.*, Vol. 54, pp. 1734-1742, 2011.
23. Garandet, J.P., Albussoiere, T., and Moreau, R. "Buoyancy Driven Convection in a Rectangular Enclosure with a Transverse Magnetic Field", *Int. J. Heat Mass Transfer.*, Vol. 35, pp. 741-748, 1992.
24. Alchaar, S., Vasseur, P., and Bilgen, E. "Natural Convection Heat Transfer in a Rectangular Enclosure with a Transverse Magnetic Field", *J. Heat Transfer.*, Vol. 117, pp. 668-673, 1995.
25. Abu-Nada, E. "Effects of Variable Viscosity and Thermal Conductivity of Al₂O₃ Ewater Nanofluid on Heat Transfer Enhancement in Natural