

شیوه نو در تخصیص احتمال اساسی در تئوری شواهد با کاربرد در کنترل مدل پیش بین چندگانه

سارا میناگر^۱، رضا قادری^۲ و ابوالفضل رنجبرنوعی^۳
^۱دانشگاه صنعتی بابل، minagar@nit.ac.ir
^۲دانشگاه شهید بهشتی، r_ghaderi@sbu.ac.ir
^۳دانشگاه صنعتی بابل، a.ranjbar@nit.ac.ir

چکیده

تئوری شواهد دمستر- شفر (Dempster-Shapher) ابزار قدرتمندی برای مدل‌سازی، ترکیب و نتیجه‌گیری از دانسته‌های دارای عدم قطعیت، مبهم و ناقص است که امروزه به طور گسترده در ترکیب اطلاعات مورد استفاده قرار گرفته است. یکی از ارکان این تئوری، تابع اولیه‌ای به نام تخصیص احتمال اساسی می‌باشد که باید بر اساس خصوصیات فرایند مورد بررسی، تعیین شود. چگونگی تعیین این تابع هنوز مسئله‌ای مورد بحث است. در این مقاله شیوه جدیدی برای تعیین تابع تخصیص احتمال اساسی پیشنهاد شده است. در این روش تابع تخصیص احتمال اساسی برای هر نقطه، با مقایسه فواصل آن نقطه از مراکز خوشه‌ها به کمک توابع عضویت فازی تعیین می‌شود. روش پیشنهادی جهت تعیین سیگنال سوئیچ یک کنترل‌کننده مدل پیش بین چندگانه مورد استفاده قرار گرفته و به کمک شبیه‌سازی نشان داده شده است که استفاده از روش پیشنهادی تعداد سوئیچینگ‌های ناخواسته تا حد زیادی کاهش می‌یابد. همچنین روش پیشنهادی با یکی از روش‌های معمول پیشین مورد مقایسه قرار گرفته و مزیت آن به کمک شبیه‌سازی نشان داده شده است.

کلید واژه‌ها: تخصیص احتمال اساسی، تئوری شواهد دمستر شفر، مجموعه فازی، کنترل مدل پیش بین چندگانه.

همراه یک روش ترکیب، راهی برای افزایش صحت^۱ و قابلیت اطمینان^۲ اطلاعات می‌باشد.

۱. مقدمه

تئوری شواهد دمستر-شفر روشی برای نتیجه‌گیری از دانسته‌های دارای عدم قطعیت و ناقص - که از منابع اطلاعاتی مختلف کسب شده است؛ فراهم می‌کند. از این گذشته، شیوه‌های متفاوت تفسیر یا نتیجه‌گیری از اطلاعات نیز با این تئوری قابل ترکیب است. نخستین مزیت تئوری دمستر-شفر توانایی آن در کار کردن در محیط با ابهام^۳ و یا اطلاعات از دست رفته می‌باشد. این تئوری، تقریب قابل درکی از عدم قطعیت^۴ و

استفاده از چند سنسور، برای اندازه‌گیری از اطلاعات در یک نقطه و تلفیق اطلاعات حاصل از آنها یک روش در حال توسعه برای به دست آوردن دقت کافی است. این امر مشابه عملکرد انسان در استفاده از چند حس برای شناخت دنیای اطراف می‌باشد [۱]. اطلاعات حاصل از یک سنسور معمولاً با نویز همراه است. استفاده از چند سنسور یکسان و همزمان، به

در این مقاله روش جدیدی برای تعیین تابع تخصیص احتمال اساسی پیشنهاد شده است. در این روش تابع تخصیص احتمال اساسی برای هر نقطه، با مقایسه فواصل آن نقطه از مراکز خوشه‌ها به کمک توابع عضویت فازی تعیین می‌شود. روش پیشنهادی بر خلاف اکثر روش‌های پیشین منحصر به فضای یک بعدی نمی‌باشد، و تابع وزن متناظر با عناصر کانونی با هر تعداد عضو را با دقت تعیین می‌کند. به علاوه این روش انعطاف‌پذیر است، به طوری که با توجه به مسئله مورد بحث می‌توان تعریف فاصله و معیارهای مقایسه را تغییر داد.

روش پیشنهادی جهت تعیین سیگنال سوئیچ یک کنترل‌کننده مدل پیش بین چندگانه که وظیفه تنظیم شارش هوای ورودی یک پیل سوختی را بر عهده دارد، به کار رفته و نتایج شبیه‌سازی با روش پیشنهاد شده در [8] مقایسه شده است.

در ادامه به موارد زیر پرداخته شده است: در بخش 2 تئوری شواهد دمستر - شفر معرفی شده و در بخش 3 روش پیشنهادی برای تعیین تابع تخصیص احتمال اساسی توصیف گشته است. در بخش 4 ساختار کنترل مدل پیش بین چندگانه و ساختار سیستم تصمیم‌گیری تشریح شده است. با استفاده از مطالب گفته شده، در بخش 5 شبیه‌سازی ارائه گردیده است. نهایتاً نتیجه‌گیری در بخش 6 اهمیت ایده پیشنهادی را آشکار می‌سازد.

2. تئوری شواهد دمستر - شفر

فرض کنید پرسشی مطرح است و Θ یک مجموعه محدود شامل پاسخ‌ها یا فرضیه‌هایی در مورد مسئله مورد بحث می‌باشد. مجموعه $\Theta = \{H_1, H_2, \dots, H_q\}$ چارچوب مشاهدات⁸ نام داشته، شامل همه‌ی فرضیه‌های ممکن است - که منابع اطلاعاتی مختلف می‌توانند در جواب پرسش، ارائه کنند؛ به علاوه یکی و فقط یکی از آنها درست است. هر منبع اطلاعاتی می‌تواند به فرضیه‌هایی (زیر مجموعه‌هایی از Θ که در

تناقض⁵ بین اطلاعات به دست آمده از منابع مختلف ارائه می‌کند. اطلاعات به دست آمده از دو منبع اطلاعاتی مختلف با سازگاری قابل قبول، به کمک قانون ترکیب شفر با یکدیگر ترکیب شده تا اطلاعات دارای قطعیت بیشتری به دست آید [2] و [3]. یکی از ارکان تئوری شواهد، تابع اولیه‌ای به نام تخصیص احتمال اساسی می‌باشد که باید بر اساس خصوصیات فرایند مورد بررسی تعیین شود. اگر چه استفاده از تئوری شواهد در تلفیق اطلاعات در موارد بسیاری موفقیت‌آمیز بوده است؛ لیکن چگونگی تعیین این تابع هنوز مسئله‌ای مورد بحث است.

روش‌های متعددی برای تعیین تابع تخصیص احتمال اساسی پیشنهاد شده است. به عنوان مثال در [4] ساختار اعتقادی دمستر - شفر با یک کلاس کامل از اندازه‌گیری فازی متناظر فرض شده و در مورد آنتروپی یک اندازه‌گیری فازی بحث شده است. در [5] یک مدل احتمالاتی پیشنهاد شده - که در آن چارچوب مشاهدات شامل تعدادی خوشه و اجتماع آنها است؛ و تابع وزن اجتماع خوشه‌ها از ترکیب توابع چگالی احتمال تک‌تک خوشه‌ها به دست آمده است. در [6] از خوشه‌بندی FCM⁶ رای نمایش سطوح خاکستری به عنوان مجموعه‌های فازی استفاده شده است و روشی برای استخراج توابع وزن از درجه عضویت فازی پیشنهاد شده است. در [7] توابع عضویت فازی برای نقاط تصویر از هیستوگرام تصویر گرفته شده، هیچ فرضی درباره توزیع داده‌های تصویر صورت نگرفته و توابع وزن برای هر نقطه تصویر با توجه به درجه عضویت فازی تعریف شده است. در [8] با فرض توزیع نرمال برای خوشه‌ها، توابع وزن برای هر نقطه بر اساس فاصله از هر خوشه تعریف شده است. در [9] توابع وزن سه عنصر کانونی تک عضوی با استفاده از قوانین فازی و قانون بیز⁷ به دست آمده و تابع وزن عنصر کانونی سه عضوی طوری در نظر گرفته شده که مجموع توابع وزن برابر واحد شود.

در صورتی که تابع امکان بیانگر حداکثر پشتوانه یا پتانسیل درستی این فرضیه می‌باشد. هر چه اختلاف میان تابع باور و تابع امکان کمتر باشد، عدم قطعیت در اطلاعات کمتر است. توابع وزن مربوط به دو منبع اطلاعاتی مختلف به کمک قانون دمستر با یکدیگر ترکیب شده، تابع وزن جدیدی به وجود می‌آورد که عبارت است از:

$$m(A_k) = (1-K)^{-1} \sum_{A_1 \cap A_2 = A_k} m_1(A_1) \times m_2(A_2) \quad (6)$$

$$K = \sum_{A_1 \cap A_2 = \emptyset} m_1(A_1) \times m_2(A_2) \quad (7)$$

در روابط فوق K معیاری برای اندازه‌گیری تناقض بین اظهارات شاهدی بوده، به گونه‌ای که $K=1$ به معنای تضاد کامل است. اثر قانون دمستر این است که در مواردی که اظهارات شاهدی یکدیگر را تأیید می‌کنند، توابع وزن مربوطه تقویت و در مواردی که شاهدی یکدیگر را نقض می‌کنند، توابع وزن تضعیف می‌شود. در صورتی که بیش از دو منبع اطلاعاتی موجود باشد می‌توان توابع وزن مربوطه را دو به دو با یکدیگر ترکیب کرد.

3. روش پیشنهادی برای تعیین تابع تخصیص احتمال اساسی

در این بخش شیوه نوینی برای تخصیص احتمال اساسی (تابع وزن) به عناصر کانونی یک ساختار اعتقادی دمستر-شفر پیشنهاد شده است. فرض کنید تعدادی نقطه کار در فضا تعیین شده و اکنون باید با اندازه‌گیری تعدادی متغیر، تعیین شود که نقطه کار فعلی سیستم به کدام نقطه نزدیک‌تر است. در ساده‌ترین حالت فرض می‌شود فقط دو نقطه کار 1 و 2 با مختصات: $x(1)=a$ و $x(2)=b$ وجود داشته، لازم است تا فقط با اندازه‌گیری یک متغیر به نام X ، یکی از آنها انتخاب شود. ساختار اعتقادی دمستر-شفر m عبارت است از عناصر کانونی $\{\{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$ و توابع وزن $m(\{1\})$ ، $m(\{2\})$ و $m(\{1,2\})$ که باید به ازای هر

مورد آنها مشاهداتی دارد؛ یک احتمال درستی نسبت دهد. تابع m تخصیص احتمال اساسی⁹ بر روی مجموعه Θ نامیده می‌شود اگر:

$$m: 2^\Theta \rightarrow [0,1] \quad (1)$$

$$m(\emptyset) = 0 \quad (2)$$

$$\sum m(A_i) = 1 \quad (3)$$

که در آن 2^Θ تمام زیرمجموعه‌های Θ ، \emptyset مجموعه تهی و A_i هر زیرمجموعه Θ می‌باشد. زیرمجموعه A_i از مجموعه Θ یک عنصر کانونی¹⁰ نامیده می‌شود اگر $m(A_i) > 0$.

ساختار اعتقادی دمستر-شفر m ، عبارت است از یک مجموعه از عناصر کانونی $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ و توابع وزن مربوطه $\{m(A_1), m(A_2), \dots, m(A_n)\}$. تابع $m(A_i)$ تخصیص احتمال اساسی و بیانگر احتمال درست بودن فرضیه‌های عضو A_i می‌باشد. اگر یک منبع اطلاعاتی نتواند تشخیص دهد که از میان دو یا چند فرضیه کدام یک از آنها صحیح است (مثلاً H_1 یا H_2) به اجتماع آنها احتمالی نسبت می‌دهد $(A = \{H_1, H_2\})$.

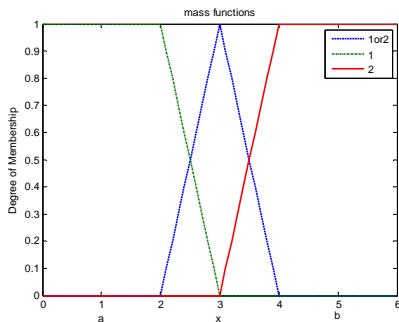
تعیین تابع تخصیص احتمال اساسی، یک مرحله مهم در به‌کارگیری تئوری شواهد است. این تابع باید بر اساس شناخت کافی نسبت به فرایند مورد بررسی، تعیین شود؛ به طوری که بیانگر اطلاعات مربوط به فرایند و عدم قطعیت مربوط به منبع اطلاعاتی باشد. فرض کنید A_i زیرمجموعه‌ای از Θ باشد. توابع باور¹¹ و امکان¹² مجموعه A_i به ترتیب عبارت است از:

$$Bel(A_i) = \sum_{A_j \subseteq A_i} m(A_j) \quad (4)$$

و

$$Pls(A_i) = \sum_{A_j \cap A_i \neq \emptyset} m(A_j) \quad (5)$$

تابع باور یک معیار کمی برای حداقل پشتوانه یا لزوم درستی فرضیه مربوط به مجموعه A_i می‌باشد.



شکل 1: توابع وزن بر حسب متغیر اندازه‌گیری شده

در شکل 1، $a=1$ و $b=5$ در نظر گرفته شده است. در صورتی که مقدار اندازه‌گیری شده x از 2 کمتر باشد با اطمینان، نقطه 1 انتخاب می‌شود. به طریق مشابه در صورتی که مقدار اندازه‌گیری شده x از 4 بیشتر باشد با اطمینان، نقطه 2 انتخاب می‌شود. سرانجام اگر x بین 2 و 4 اندازه‌گیری شود انتخاب بین نقاط 1 و 2 با ابهام همراه است و تابع عضویت 1 یا 2 ($1or2$) احتمال درستی گزاره "نقطه 1 یا 2 انتخاب شود" را نشان می‌دهد. در این راستا، چنانچه x از 2 تا 3 افزایش یابد احتمال انتخاب نقطه 1 به طور خطی از 1 تا صفر، کاهش می‌یابد. همچنین وقتی x از 3 تا 4 افزایش می‌یابد احتمال انتخاب نقطه 2 به طور خطی از صفر به 1 می‌رسد.

اکنون حالتی را در نظر بگیرید که فضا n بعدی است و باید با اندازه‌گیری مؤلفه‌های بردار $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ تعیین شود که نقطه x به کدام یک از نقاط کار نزدیک‌تر است. در ابتدا دو نقطه کار به مختصات $a = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ و $b = [b_1, b_2, \dots, b_n]$ فرض می‌شود و فاصله نرمال نقطه x از هر یک از نقاط کار به شرح روابط (8) و (9) بیان می‌گردد:

$$R1 = \left(\frac{(x_1 - a_1)}{r_1} \right)^2 + \left(\frac{(x_2 - a_2)}{r_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{(x_n - a_n)}{r_n} \right)^2 \quad (8)$$

$$R2 = \left(\frac{(x_1 - b_1)}{r_1} \right)^2 + \left(\frac{(x_2 - b_2)}{r_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{(x_n - b_n)}{r_n} \right)^2 \quad (9)$$

مقدار x به گونه‌ای تعیین شوند که مجموع توابع وزن $m(\{1\})$ ، $m(\{2\})$ و $m(\{1,2\})$ برای هر مقدار x برابر 1 باشد.

- مجموعه $\{1\}$ یعنی گزاره "نقطه 1 انتخاب شود" و تابع وزن $m(\{1\})$ احتمال درستی این گزاره را نشان می‌دهد.

- مجموعه $\{2\}$ یعنی گزاره "نقطه 2 انتخاب شود" و تابع وزن $m(\{2\})$ احتمال درستی این گزاره را نشان می‌دهد.

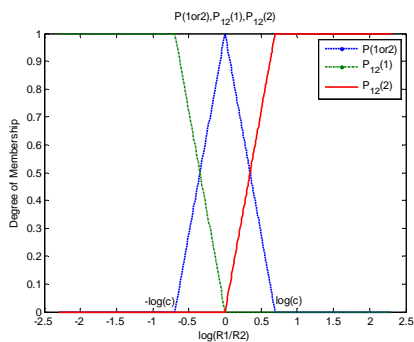
- مجموعه $\{1,2\}$ یعنی گزاره "نقطه 1 یا 2 انتخاب شود" و تابع وزن $m(\{1,2\})$ احتمال درستی این گزاره را نشان می‌دهد.

در صورتی که فاصله مقدار اندازه‌گیری شده x از a و b برابر باشد انتخاب بین نقاط 1 و 2 مقدور نیست و احتمال درستی گزاره "نقطه 1 یا 2 انتخاب شود" برابر 1 است یعنی $m(\{1,2\})=1$ و در نتیجه $m(\{1\})=0$ و $m(\{2\})=0$.

در صورتی که مقدار اندازه‌گیری شده x به اندازه کافی به a نزدیک باشد احتمال درستی گزاره "نقطه 1 انتخاب شود" برابر 1 است یعنی $m(\{1\})=1$ و در نتیجه $m(\{1,2\})=0$ و $m(\{2\})=0$. در ادامه بحث معیاری برای "به اندازه کافی نزدیک بودن" ارائه خواهد شد.

در صورتی که مقدار اندازه‌گیری شده x به اندازه کافی به b نزدیک باشد، احتمال درستی گزاره "نقطه 2 انتخاب شود" برابر 1 است یعنی $m(\{2\})=1$ و در نتیجه $m(\{1,2\})=0$ و $m(\{1\})=0$.

در صورتی که مقدار x بین مقادیر فوق باشد مجموعه‌های فازی مثال شکل 1 به خوبی توابع وزن را معین می‌کنند:



شکل 2: مجموعه‌های فازی $P(1or2)$ ، $P12(1)$ و $P12(2)$ بر حسب نسبت فواصل از نقاط کار

ملاحظه می‌شود که در نقاطی که نسبت $R1/R2$ برای آنها بین $1/c$ و c است، $m(\{1,2\})$ دارای تابع عضویت مثلثی است و $m(\{1\})$ و $m(\{2\})$ دارای تابع عضویت دوزنقه‌ای هستند. نقاطی که نسبت $R1/R2$ برای آنها بزرگ‌تر از c است، نزدیک به نقطه 2 تشخیص داده می‌شوند، یعنی $m(\{2\})=1$ ، $m(\{1\})=0$ و $m(\{1,2\})=0$. نقاطی که نسبت $R1/R2$ برای آنها کوچک‌تر از $1/c$ است، نزدیک به نقطه 1 تشخیص داده می‌شوند، یعنی $m(\{1\})=1$ ، $m(\{2\})=0$ و $m(\{1,2\})=0$.

دو نقطه که برای یکی $R1/R2=c$ و برای دیگری $R1/R2=1/c$ می‌باشد به یک اندازه در انتخاب بین 1 و 2 ابهام دارند، یعنی احتمال درستی گزاره "نقطه 1 یا 2 انتخاب شود" برای این دو نقطه باید برابر باشد. با انتخاب لگاریتم $R1/R2$ به عنوان متغیر تابع عضویت مثلثی این امر محقق شده است. حالت اول: دو نقطه کار به مختصات $a=[34.93, 33.15]$ و $b=[9.35, 42.72]$ مفروض است. به ازای $c=2$ ، توابع وزن $m(\{1\})$ ، $m(\{2\})$ و $m(\{1,2\})$ در شکل 3 تا شکل 6 نمایش داده شده است.

که در آن ضرایب نرمال‌سازی r_1, r_2, \dots, r_n هستند. می‌توان این ضرایب را برابر اختلاف میان حداقل و حداکثر مقادیر ممکن x_1, x_2, \dots, x_n در نظر گرفت. نسبت $R1/R2$ معیاری است که تعیین می‌کند نقطه x به کدام یک از نقاط a و b نزدیک‌تر است. اگر این نسبت برابر 1 باشد انتخاب بین نقاط 1 و 2 مقدر نیست و احتمال درستی گزاره "نقطه 1 یا 2 انتخاب شود" برابر با 1 است، یعنی $m(\{1,2\})=1$ و در نتیجه $m(\{1\})=0$ و $m(\{2\})=0$.

در صورتی که نسبت $R1/R2$ اندازه کافی از 1 کوچک‌تر باشد احتمال درستی گزاره "نقطه 1 انتخاب شود" برابر 1 است، یعنی $m(\{1\})=1$ و در نتیجه $m(\{1,2\})=0$ و $m(\{2\})=0$. اگر نسبت $R1/R2$ به اندازه کافی از 1 بزرگ‌تر باشد احتمال درستی گزاره "نقطه 2 انتخاب شود" برابر 1 است، یعنی $m(\{2\})=1$ و در نتیجه $m(\{1\})=0$ و $m(\{1,2\})=0$.

برای توصیف کمی دو اصطلاح "به اندازه کافی از 1 بزرگ‌تر باشد" و "به اندازه کافی از 1 کوچک‌تر باشد" عدد ثابت $c > 1$ به عنوان آستانه انتخاب می‌شود. اگر $R1/R2 > c$ آنگاه $R1/R2$ به اندازه کافی از 1 بزرگ‌تر است و اگر $R1/R2 < 1/c$ آنگاه $R1/R2$ به اندازه کافی از 1 کوچک‌تر است. انتخاب عدد c با توجه به نسبت سیگنال به نویز دستگاه اندازه‌گیری انجام می‌شود. در صورتی که نسبت $R1/R2$ خیلی بزرگ‌تر یا خیلی کوچک‌تر از 1 نباشد توابع وزن به کمک مجموعه‌های فازی شکل 2 به کمک روابط (10) تا (12) تعیین می‌شوند:

$$m(\{1,2\}) = P(1or2) \quad (10)$$

$$m(\{1\}) = P12(1) \quad (11)$$

$$m(\{2\}) = P12(2) \quad (12)$$

اکنون تعداد نقاط کار برابر 3 در نظر گرفته می-شود. در این حالت ساختار اعتقادی دمستر-شفر عبارت است از مجموعه $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$ و توابع وزن $m(\{1\})$ ، $m(\{2\})$ ، $m(\{3\})$ ، $m(\{1,2\})$ ، $m(\{1,3\})$ و $m(\{2,3\})$ که باید به ازای هر مقدار اندازه‌گیری شده X تعیین شوند. ضمناً لازم است تا مجموع توابع وزن به ازای هر مقدار X باید برابر 1 باشد. $m(\{1,2,3\})$ بیانگر این احتمال است که تشخیص بین سه نقطه 1 و 2 و 3 امکان‌پذیر نیست. یعنی فاصله نقطه X از هر سه نقطه تقریباً با هم برابر است.

در ادامه به محاسبه توابع وزن پرداخته شده است. فاصله نرمال نقطه X از سه نقطه کار 1 و 2 و 3 با استفاده از روابطی مشابه رابطه (8) به دست می‌آید و به ترتیب $R1$ ، $R2$ و $R3$ نام‌گذاری می‌شود. ثابت $c > 1$ با توجه به مشخصات دستگاه‌های اندازه‌گیری انتخاب می‌شود و فضا به چند ناحیه به شرح زیر افزاز می‌گردد:

نقاط نزدیک به 1 که در آنها $R1/R2 < 1/c$ و $R1/R3 < 1/c$

در این نقاط $m(\{1\}) = 1$ و در نتیجه بقیه توابع وزن صفر هستند.

نقاط نزدیک به 2 که در آنها $R2/R1 < 1/c$ و $R2/R3 < 1/c$

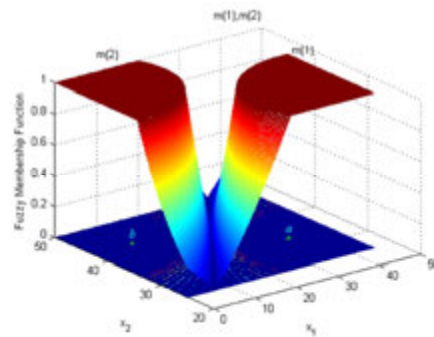
در این نقاط $m(\{2\}) = 1$ و در نتیجه بقیه توابع وزن صفر هستند.

نقاط نزدیک به 3 که در آنها $R3/R1 < 1/c$ و $R3/R2 < 1/c$

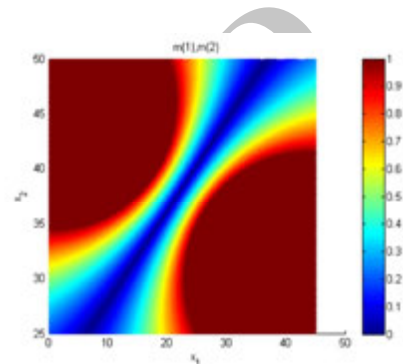
در این نقاط $m(\{3\}) = 1$ و در نتیجه بقیه توابع وزن صفر هستند.

نقاط نسبتاً هم فاصله از 1 و 2 و دور از 3 که در آنها $R3/R2 > c$ و $R3/R1 > c$ و $1/c < R1/R2 < c$

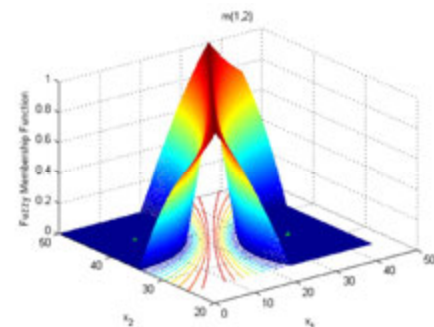
در این نقاط $m(\{1,2\}) = P(1or2)$ ، $m(\{3\}) = 0$ و $m(\{1\}) = P_{12}(1)$ و $m(\{2\}) = P_{12}(2)$ که در آن



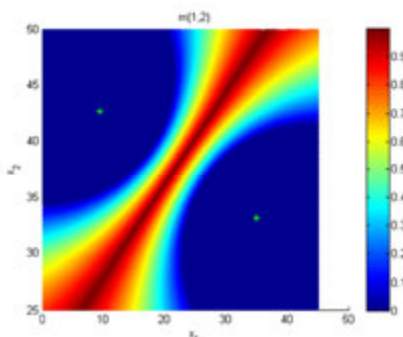
شکل 3: توابع وزن $m(\{1\})$ و $m(\{2\})$ حالت اول



شکل 4: توابع وزن $m(\{1\})$ و $m(\{2\})$ حالت اول از نمای دیگر



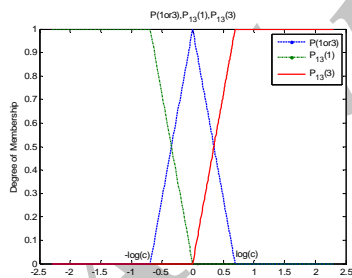
شکل 5: تابع وزن $m(\{1,2\})$ در حالت اول



شکل 6: تابع وزن $m(\{1,2\})$ حالت اول از نمای دیگر

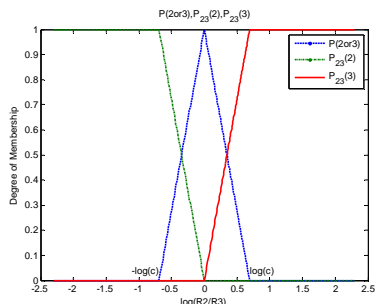
برای تحقق عملگر \mathbf{U} از اپراتور \max و برای تحقق عملگر \mathbf{I} از \min استفاده شده است. لازم به ذکر است که با تعاریف بالا مجموع توابع وزن در هر نقطه برابر 1 می‌شود، و بر خلاف روشهای پیشین نیازی به نرمالیزاسیون وجود ندارد. اکنون توضیح مختصری درباره رابطه (17) ارائه می‌شود: گزاره "نقطه 1 یا 2 انتخاب شود" در نقاطی - که احتمال همسایگی با نقطه 3 وجود دارد؛ صحیح نیست. لذا $m(\{3\})$ باید از $P(lor2)$ کم شود. جمله $P(lor2) \mathbf{I} P(lor3)$ سهمی از $P(lor2)$ است که به $m(\{1,2,3\})$ واگذار شده، به همین دلیل این جمله از $P(lor2)$ کاسته شده است. جمله $P(lor2) \mathbf{I} P(2or3)$ نیز به همین دلیل از $P(lor2)$ کم شده است. رابطه (18) و رابطه (19) نیز توضیح مشابهی خواهند داشت.

لازم به ذکر است که تعریف فاصله نقاط و معیارهای "به اندازه کافی دور" و "به اندازه کافی نزدیک" بودن، با توجه به مسئله مورد بررسی می‌تواند تغییر کند و این یکی از نقاط قوت روش پیشنهادی است که محدود به یک کاربرد خاص نمی‌باشد.



شکل 7: مجموعه‌های فازی $P(1or3)$ ، $P13(1)$ و $P13(3)$ بر

حسب نسبت فواصل از نقاط کار



شکل 8: مجموعه‌های فازی $P(2or3)$ ، $P23(2)$ و $P23(3)$ بر

حسب نسبت فواصل از نقاط کار

$P_{12}(1), P(1or2)$ و $P_{12}(2)$ مطابق شکل 2 تعریف می‌شوند.

نقاط نسبتاً هم فاصله از 1 و 3 و دور از 2 که در آنها $1/c < R1/R3 < c$ و $R2/R1 > c$ و $R2/R3 > c$:

در این نقاط $m(\{2\})=0$ ، $m(\{1,3\})=P(1or3)$ و $m(\{1\})=P_{13}(1)$ و $m(\{3\})=P_{13}(3)$ که در آن $P_{13}(1), P(1or3)$ و $P_{13}(3)$ مطابق شکل 7 تعریف می‌شوند.

نقاط نسبتاً هم فاصله از 2 و 3 و دور از 1 که در آنها $1/c < R2/R3 < c$ و $R1/R2 > c$ و $R1/R3 > c$:

در این نقاط $m(\{1\})=0$ ، $m(\{2,3\})=P(2or3)$ و $m(\{2\})=P_{23}(2)$ و $m(\{3\})=P_{23}(3)$ که در آن $P_{23}(2), P(2or3)$ و $P_{23}(3)$ مطابق شکل 8 تعریف می‌شوند.

بقیه نقاط که در آنها حداقل دو تا از مجموعه‌های فازی $P(1or2), P(1or3), P(2or3)$ و $P(1or3), P(1or2)$ و $P(2or3)$ شکل‌های 2، 7 و 8 غیر صفر می‌باشد. در این نقاط داریم:

$$m(\{1\}) = P_{12}(1) \mathbf{I} P_{13}(1) \quad (13)$$

$$m(\{2\}) = P_{12}(2) \mathbf{I} P_{23}(2) \quad (14)$$

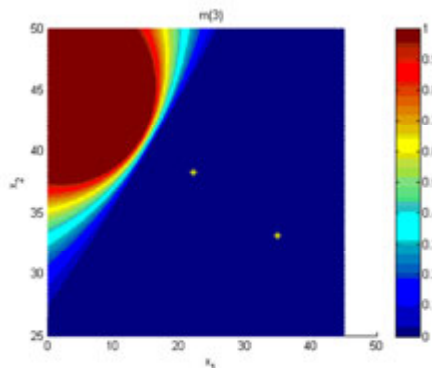
$$m(\{3\}) = P_{13}(3) \mathbf{I} P_{23}(3) \quad (15)$$

$$m(\{1,2,3\}) = (P(1or2) \mathbf{I} P(1or3)) \mathbf{U}(P(1or2) \mathbf{I} P(2or3)) \mathbf{U}(P(1or3) \mathbf{I} P(2or3)) \quad (16)$$

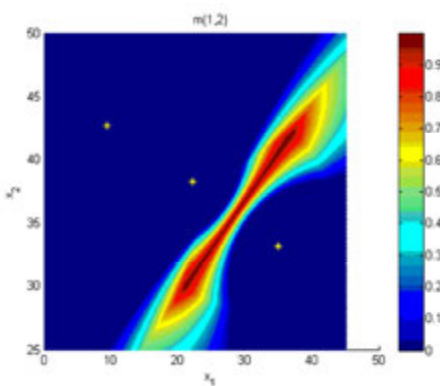
$$m(\{1,2\}) = P(1or2) - m(\{3\}) - \left[(P(1or2) \mathbf{I} P(1or3)) \mathbf{U}(P(1or2) \mathbf{I} P(2or3)) \right] \quad (17)$$

$$m(\{1,3\}) = P(1or3) - m(\{2\}) - \left[(P(1or2) \mathbf{I} P(1or3)) \mathbf{U}(P(1or3) \mathbf{I} P(2or3)) \right] \quad (18)$$

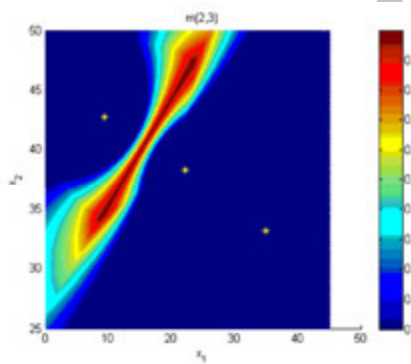
$$m(\{2,3\}) = P(2or3) - m(\{1\}) - \left[(P(1or2) \mathbf{I} P(2or3)) \mathbf{U}(P(1or3) \mathbf{I} P(2or3)) \right] \quad (19)$$



شکل 11: تابع وزن $m(\{3\})$ حالت دوم

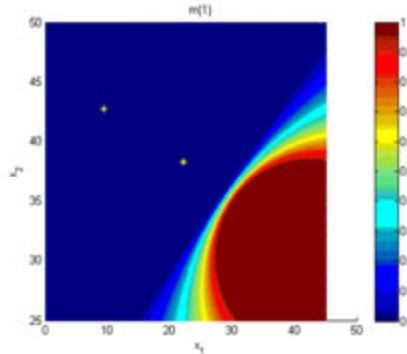


شکل 12: تابع وزن $m(\{1, 2\})$ حالت دوم

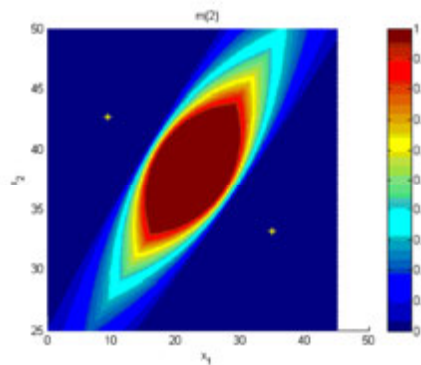


شکل 13: تابع وزن $m(\{2, 3\})$ حالت دوم

حالت دوم: سه نقطه کار به مختصات $[34.93, 33.15]$ ، $[22.23, 38.29]$ و $[9.35, 42.72]$ در نظر بگیرید. شکل 7 تا شکل 15 به ترتیب توابع وزن $m(\{1\})$ ، $m(\{2\})$ ، $m(\{3\})$ ، $m(\{1, 2\})$ ، $m(\{1, 3\})$ ، $m(\{2, 3\})$ و $m(\{1, 2, 3\})$ را به ازای $c=1.7$ نشان می‌دهد. $m(\{1, 3\})$ در همه نقاط برابر صفر است؛ که با توجه به موقعیت نقاط نسبت به یکدیگر، این نتیجه مورد انتظار است. $m(\{1, 2, 3\})$ در نقاطی که تقریباً به یک فاصله از 1 و 2 و 3 قرار دارند دارای مقدار غیر صفر می‌باشد.



شکل 9: تابع وزن $m(\{1\})$ حالت دوم



شکل 10: تابع وزن $m(\{2\})$ حالت دوم

از طرفی تابع خطا $\text{erf}(x)$ عبارت است از:

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{p}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (22)$$

در نتیجه:

$$d_i = \text{erf} \left[\frac{x - m_i}{\sqrt{2}s_i} \right] \quad (23)$$

اکنون توابع وزن به شرح زیر محاسبه می‌شوند:

$$m(\{1\}) = 1 - d_1 \quad (24)$$

$$m(\{2\}) = 1 - d_2 \quad (25)$$

$$m(\{3\}) = 1 - d_3 \quad (26)$$

$$m(\{1,2,3\}) = 1 - \max(m(\{1\}), m(\{2\}), m(\{3\})) \quad (27)$$

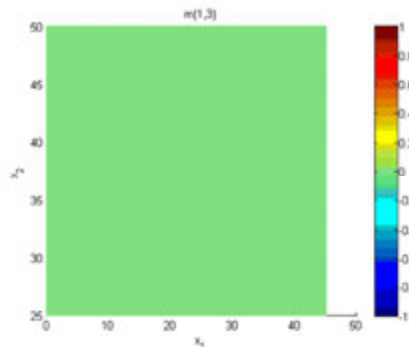
نهایتاً توابع وزن فوق، نرمالیزه می‌شوند تا مجموع آنها برابر یک شود. ملاحظه می‌شود که در این روش برای $m(\{1,2\})$ ، $m(\{1,3\})$ و $m(\{2,3\})$ مقداری تعیین نشده است، در صورتی که توابع وزن مذکور در ترکیب دو ساختار اعتقادی نقش تعیین‌کننده‌ای دارند. در بخش 5 نتیجه استفاده از این روش توسط شبیه‌سازی ارائه شده است.

4. کاربرد روش پیشنهادی در تعیین سیگنال سوئیچ یک کنترل‌کننده مدل پیش بین چندگانه

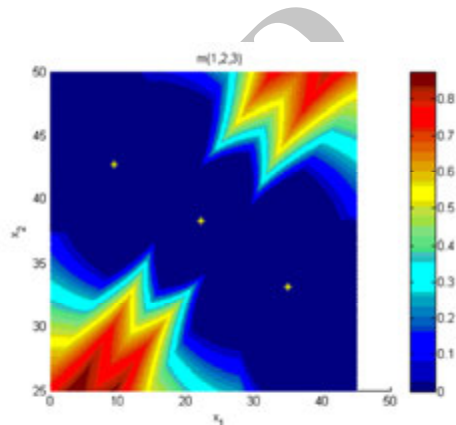
روش پیشنهادی جهت تعیین سیگنال سوئیچ یک کنترل‌کننده مدل پیش بین چندگانه که وظیفه تنظیم شارش هوای ورودی یک پیل سوختی را بر عهده دارد، به کار رفته است. در ادامه به معرفی کنترل‌کننده مدل پیش بین چندگانه، تشریح ساختار سیستم کنترل، و توصیف سیستم تصمیم‌گیری مربوطه می‌پردازیم.

4.1. کنترل‌کننده مدل پیش بین چندگانه

امروزه کنترل مدل پیش بین در فرایندهای صنعتی جایگاه ویژه‌ای به دست آورده است. در کنترل مدل پیش بین، از مدل خطی شده فرآیند، برای



شکل 14: تابع وزن $m(\{1,3\})$ حالت دوم



شکل 15: تابع وزن $m(\{1,2,3\})$ حالت دوم

3.1. اعتبارسنجی روش پیشنهادی

در این بخش، روش مذکور در [8] جهت اعتبارسنجی روش پیشنهادی به کارگرفته شده است. در این روش فرض شده که سه خوشه با توزیع‌های نرمال (m_1, s_1) ، (m_2, s_2) و (m_3, s_3) موجود است که در آن m میانگین و s انحراف معیار می‌باشد. هدف این است که تعیین شود نقطه x به کدام خوشه تعلق دارد. فاصله نقطه x از توزیع نرمال (m_i, s_i) با رابطه (20) تعریف می‌شود:

$$d_i = 2 \int_{m_i}^x p[x | m_i] dx \quad (20)$$

که در آن:

$$p[x | m_i] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s_i} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{x - m_i}{s_i} \right]^2 \right\} \quad (21)$$

کنترل‌کننده مدل پیش بین چندگانه و سیستم تصمیم‌گیری می‌باشد.

ورودی‌های سیستم پیل سوختی، ولتاژ کمپرسور و جریان مورد نیاز بار می‌باشند. ولتاژ کمپرسور اهرم کنترلی و جریان بار اغتشاش ورودی قابل اندازه‌گیری می‌باشد. خروجی‌های پیل سوختی عبارتند از ولتاژ پشته و نسبت اکسیژن اضافی (λ). ولتاژ کمپرسور توسط سیستم کنترل تعیین می‌شود، به طوری که نسبت اکسیژن اضافی برابر مقدار مرجع (ref) باشد و ولتاژ خروجی از حد معینی کمتر نباشد. کنترل‌کننده مدل پیش بین چندگانه متشکل است از سه کنترل‌کننده مدل پیش بین که هر کدام بر اساس مدل خطی شده سیستم، حول یک نقطه کار به خصوص طراحی شده‌است. در هر نقطه کار مقدار ولتاژ و جریان پیل سوختی از قبل مشخص شده است. ورودی‌های کنترل‌کننده مدل پیش بین چندگانه عبارتند از خروجی‌های اندازه‌گیری شده پیل سوختی (ولتاژ)

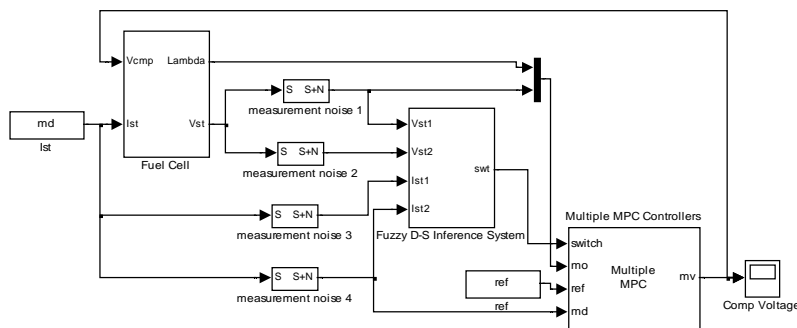
پشته و نسبت اکسیژن اضافی)، سیگنال مرجع که مقدار مطلوب خروجی را تعیین می‌کند، اغتشاش قابل اندازه‌گیری (جریان پشته) و سیگنال سوئیچ که تعیین می‌کند کدام کنترل‌کننده باید فعال شود. خروجی کنترل‌کننده مدل پیش بین مرکب ولتاژ کمپرسور می‌باشد.

ورودی‌های سیستم تصمیم‌گیری، جریان و ولتاژ اندازه‌گیری شده پشته و خروجی آن سیگنال کلید کنترل‌کننده مدل پیش‌بین چندگانه است. برای کاهش اثر نویز اندازه‌گیری، برای اندازه‌گیری هر یک از متغیرهای جریان و ولتاژ، از دو سنسور مستقل استفاده شده است.

پیش‌بینی رفتار آینده آن استفاده می‌شود. در این حالت سیگنال کنترل مناسب به گونه‌ای طراحی می‌شود که خروجی را هر چه بیشتر به مقدار آرمانی نزدیک کند [10]. اغلب فرایندهای شیمیایی غیر خطی هستند. یک کنترل‌کننده مدل پیش بین می‌تواند چنین فرایندهایی را حول یک نقطه کار کنترل کند. لیکن با تغییر نقطه کار، عملکرد کنترل‌کننده نقصان یافته یا حتی ناپایدار می‌شود. در چنین مواردی می‌توان از کنترل‌کننده مدل پیش بین چندگانه در یک ترکیب هیبرید استفاده کرد. این ترکیب از تعدادی کنترل‌کننده مدل پیش بین تشکیل شده است که هر کدام بر اساس مدل خطی سیستم حول یک نقطه کار طراحی شده و یک سیگنال کلید در هر لحظه از زمان تعیین می‌کند که کدام کنترل‌کننده باید انتخاب شده، مدیریت سیستم را به عهده گیرد [11] و [12]. مسئله مهمی که در کنترل‌کننده مدل پیش بین چندگانه باید مورد توجه قرار گیرد انتخاب کنترل‌کننده مناسب از بین سایر کنترل‌کننده‌ها در تناسب با شرایط عملکرد است. یعنی تشخیص این که در هر لحظه از زمان، نقطه کار فعلی سیستم به نقطه کار نامی کدام کنترل‌کننده نزدیک‌تر است. برای نیل به این منظور، وضعیت جاری سیستم بر اساس اطلاعات به دست آمده از سنسورهای (سنسورها) تعیین می‌شود؛ هر چند که اندازه‌گیری همواره با مقداری خطا توأم است.

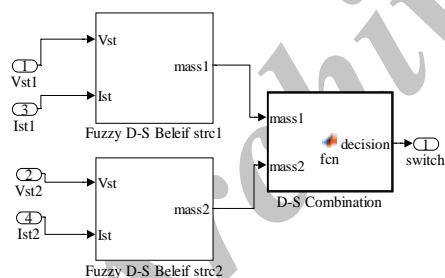
4.2. ساختار سیستم کنترل

ساختار سیستم کنترل شارش هوای ورودی پیل سوختی در شکل 16 نشان داده شده است. این سیستم شامل مدل غیر خطی پیل سوختی [13]،



شکل 16: سیستم کنترل شارش هوای ورودی پیل سوختی در محیط Simulink

که در آن $n(A_j)$ تعداد اعضای مجموعه A_j می‌باشد. تابع Prb دارای مقداری بزرگتر از تابع باور و کوچکتر از تابع امکان است. برای تصمیم‌گیری، احتمال درستی گزاره‌های متناظر با عناصر کانونی تک عضو $\{1\}, \{2\}, \{3\}$ محاسبه شده و تصمیم نهایی، مدل متناظر با مجموعه‌ای است که دارای بیشترین احتمال می‌باشد.



شکل 17: زیر سیستم Simulink تعیین سیگنال سوئیچ به کمک تئوری شواهد

5. نتایج شبیه‌سازی

در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی ساختار پیشنهادی ارائه می‌گردد. جهت مقایسه، نتایج حاصل از شبیه‌سازی سیستمی با سنسورهای بدون نویز و سیستمی با یک دسته سنسور واقعی (دارای نویز اندازه‌گیری) نیز نمایش داده شده است. همچنین نتایج حاصل از دو اندازه‌گیری و استفاده از تابع تخصیص

4.3. ساختار سیستم تصمیم‌گیری

هدف سیستم تصمیم‌گیری این است که با اندازه‌گیری جریان و ولتاژ فعلی پیل سوختی، تعیین شود که نقطه کار فعلی سیستم به کدام یک از نقاط کار 1، 2 و 3 نزدیکتر است. در شکل 17 زیر سیستم تصمیم‌گیری به کمک تئوری شواهد نشان داده شده است. همان‌طور که پیشتر ذکر شد، برای کاهش عدم قطعیت (نویز اندازه‌گیری)، برای اندازه‌گیری جریان و ولتاژ از دو سنسور استفاده شده است. با توجه به هر اندازه‌گیری جریان و ولتاژ، یک ساختار اعتقادی دمستر-شفر تشکیل شده که عبارت است از مجموعه $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$ و توابع وزن $m(\{1\})$ ، $m(\{2\})$ ، $m(\{3\})$ ، $m(\{1,2\})$ ، $m(\{1,3\})$ ، $m(\{2,3\})$ و $m(\{1,2,3\})$ که مطابق روش پیشنهادی در بخش 3 تعیین شده‌اند. دو ساختار اعتقادی با استفاده از قانون ترکیب دمستر-شفر ترکیب شده، و توابع وزن جدید محاسبه شده است.

تابعی که برای تصمیم‌گیری مورد استفاده قرار گرفته؛ تخمینی از احتمال درستی هر گزاره است که برای عنصر کانونی تک عضو A_j به شرح رابطه (28) محاسبه می‌شود:

$$Prb(A_i) = \sum_{A_j \cap A_i \neq \emptyset} m(A_j) / n(A_j) \quad (28)$$

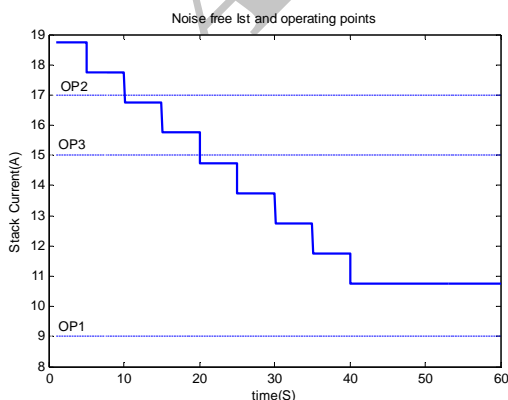
خوشه‌ها همان نقاط کار 1، 2 و 3 در نظر گرفته شده است. ملاحظه می‌شود که در بعضی بازه‌های زمانی اطلاعات واقعی با موفقیت از اندازه‌گیری‌های نویزی استخراج شده است، لیکن در زمان‌هایی که نقطه کار اندازه‌گیری شده تقریباً به فاصله مساوی از دو نقطه کار مینا قرار دارد، تعداد سوئیچینگ‌ها به شدت افزایش یافته است.

با اندازه‌گیری بدون نویز، سیگنال سوئیچ 2 بار تغییر وضعیت داده است. در صورتی که با یک بار اندازه‌گیری نویزی 64 مرتبه در سوئیچ تغییر ایجاد شده است. استفاده از دو سنسور نویزی و قانون ترکیب شفر تعداد تغییرات را به 38 بار رسانده است. به عبارت دیگر با استفاده از سیستم پیشنهادی تعداد تغییرات ناخواسته سوئیچ از 62 به 36 یعنی به 58% مقدار قبلی رسیده است. همزمان استفاده از تابع تخصیص احتمال اساسی به روش [8] تعداد سوئیچینگ‌ها را به 272 رسانده است. تعداد سوئیچینگ‌های حاصل از روش‌های ذکر شده در جدول 1 قابل مشاهده می‌باشد.

جدول 1: تعداد سوئیچینگ‌های حاصل از اعمال روش‌های

مختلف در تصمیم‌گیری

تعداد سنجش / روش ترکیب	یک سنجش بدون نویز	یک سنجش نویزی	دو سنجش / روش پیشنهادی	تعداد سوئیچینگ
	2	64	38	272



شکل 18: جریان پشته و جریانهای نقطه کار

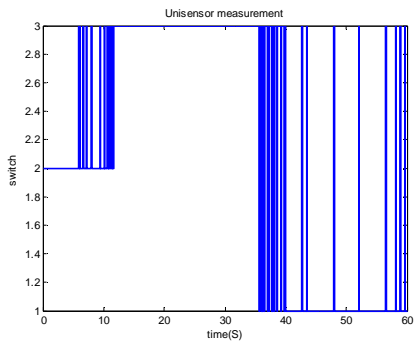
احتمال اساسی به روش پیشنهادی در [8] ارائه گشته است.

کنترل‌کننده مدل پیش بین چندگانه پیشنهادی عبارت است از سه کنترل‌کننده مدل پیش بین که هر یک بر اساس مدل خطی شده سیستم، حول یکی از نقاط کار 1 و 2 و 3، طراحی شده است. مقادیر برداری [ولتاژ پشته (ولت)، جریان پشته (آمپر)] در نقاط کار 1 و 2 و 3 به ترتیب برابر است با: [39.59, 9.00]، [37.57, 17.00] و [31.96, 15.00]. انحراف معیار در راستای محور جریان $s_I = 2.65$ و در راستای محور ولتاژ $s_V = 1.99$ می‌باشد. ثابت c برابر 3 در نظر گرفته شده است.

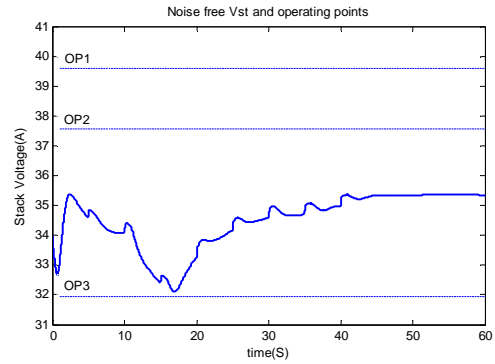
در شکل 18 جریان پشته و مقادیر جریان نقاط کار و در شکل 19 ولتاژ پشته و مقادیر ولتاژ نقاط کار نشان داده شده است. در شکل 20 و شکل 21 جریان و ولتاژ اندازه‌گیری شده نویزی نمایش داده شده است. سیگنال سوئیچ بدون خطا که به فرض اندازه‌گیری بدون نویز به دست آمده در شکل 22 نشان داده شده و در شکل 23 سیگنال سوئیچ حاصل از یک بار اندازه‌گیری جریان و ولتاژ (بدون استفاده از قانون ترکیب دمستر - شفر) مشاهده می‌شود. با مقایسه این دو شکل ملاحظه می‌شود که نویز اندازه‌گیری باعث تغییرات ناخواسته بسیاری در سیگنال سوئیچ شده است.

در شکل 24 سیگنال سوئیچ حاصل از ساختار پیشنهادی در بخش 4، قابل مشاهده است. ملاحظه می‌شود که قانون ترکیب دمستر - شفر در اکثر موارد اطلاعات واقعی را با موفقیت از اندازه‌گیری‌های نویزی استخراج کرده است، مگر در زمان‌هایی که نقطه کار اندازه‌گیری شده تقریباً به فاصله مساوی از دو نقطه کار مینا قرار دارد که در این صورت کوچک‌ترین نویز باعث تغییر سوئیچ می‌شود.

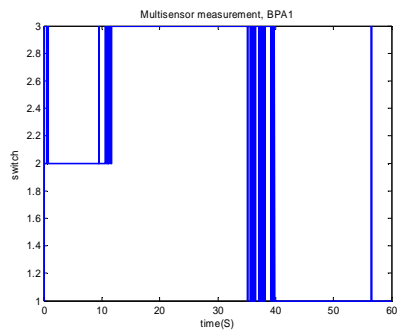
در شکل 25 سیگنال سوئیچ حاصل از به کار بردن تابع تخصیص احتمال اساسی روش [8] (که در بخش 3.1 توضیح داده شد)، نشان داده شده است. مراکز



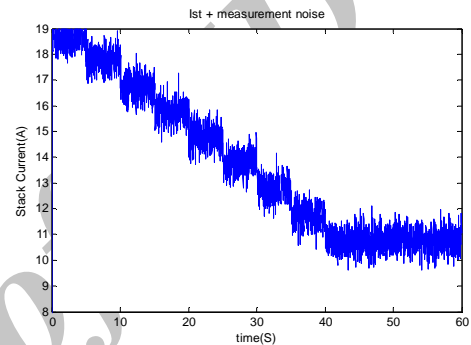
شکل 23: سیگنال سوئیچ حاصل از یک اندازه‌گیری



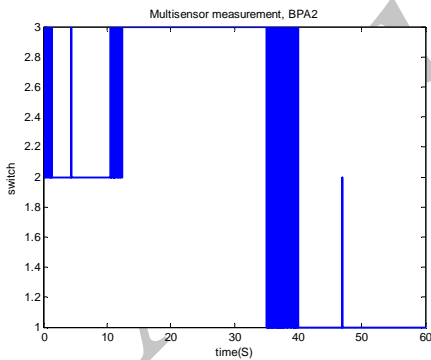
شکل 19: ولتاژ پشته و ولتاژهای نقطه کار



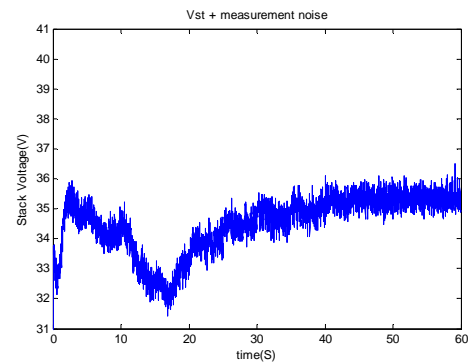
شکل 24: سیگنال سوئیچ حاصل از دو اندازه‌گیری و تصمیم‌گیری فازی دمستر-شفر به روش پیشنهادی



شکل 20: جریان اندازه‌گیری شده نویزی



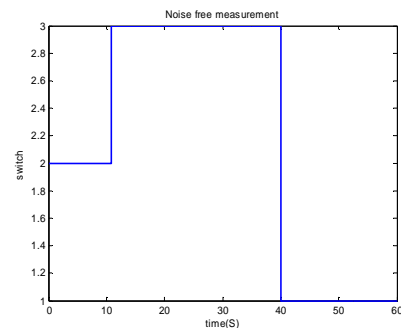
شکل 25: سیگنال سوئیچ حاصل از دو اندازه‌گیری و تصمیم‌گیری دمستر-شفر به روش [8]



شکل 21: ولتاژ اندازه‌گیری شده نویزی

6. نتیجه‌گیری

در این مقاله شیوه جدیدی برای تعیین تابع تخصیص احتمال اساسی در تئوری ترکیب شواهد پیشنهاد شده است. در این روش تابع تخصیص احتمال اساسی برای هر نقطه، با مقایسه فواصل آن نقطه از



شکل 22: سیگنال سوئیچ حاصل از اندازه‌گیری بدون نویز

- Trans. Geoscience and Remote Sensing*, vol. 39, pp. 1789-1798, 2001.
- [6] Y. M. Zhu, L. Bentabet, O. Dupuis, V. Kaftandjian, D. Babot, and M. Rombaut, "Automatic determination of mass functions in DS theory using FCM and spatial neighbourhood information for image segmentation," *Optical Engineering*, vol. 41, pp. 760-770, 2002.
- [7] A. O. Boudraa, A. Bentabet, F. Salzenstein, and L. Guillo, "Dempster-Shafer's Basic Probability Assignment Based on Fuzzy Membership Functions," *Electronic Letters on Computer Vision and Image Analysis*, vol. 4, pp. 1-9, 2004.
- [8] W. Jiang, Y. Deng, and J. Peng, "A New Method to Determine BPA in Evidence Theory," *JOURNAL OF COMPUTERS*, vol. 6, pp. 1162-1167, 2011.
- [9] J. Ghasemi, R. Ghaderi, M. R. K. Mollaei, and S. A. Hojjatoleslami, "A novel fuzzy Dempster-Shafer inference system for brain MRI segmentation," *Information Sciences*, vol. 223, pp. 205-220, 2013.
- [10] E. F. Camacho and C. Bordons, Eds., *Model Predictive Control*. London: Springer-Verlag, 2004.
- [11] G. Stojanovski, M. Stankovski, and G. Dimirovski, "Multiple-Model Model Predictive Control for High Consumption Industrial Furnaces," *Automatic Control and Robotics*, vol. 9 pp. 131-139 2010.
- [12] Q. Chen, L. Gao, R. A. Dougal, and S. Quan, "Multiple model predictive control for a hybrid proton exchange membrane fuel cell system," *Journal of Power Sources*, vol. 191, pp. 473-482, 2009.
- [13] A. J. d. Real, A. Arce, and C. Bordons, "Development and Experimental Validation
- مراکز خوشه‌ها به کمک توابع عضویت فازی تعیین می‌شود. روش پیشنهادی در فضای چند بعدی قابل استفاده بوده، قادر به تعیین تابع وزن متناظر با عناصر کانونی با هر تعداد عضو می‌باشد. به علاوه این روش انعطاف‌پذیر است و محدود به داده‌ها با توزیع بخصوصی نمی‌باشد. روش پیشنهادی برای تعیین سیگنال سوئیچ یک کنترل‌کننده مدل پیش بین چندگانه مورد استفاده قرار گرفته است. برای تصمیم‌گیری در مورد نقطه کار، از دو دسته سنسور استفاده شده و اطلاعات حاصل با استفاده از تئوری شواهد دمستر- شفر تلفیق شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان داده که روش پیشنهادی قادر است تعداد تغییرات ناخواسته سیگنال کلید را به 58% کاهش دهد.
7. مراجع
- [1] S. L. Hegarat-Mascle, I. Bloch, and D. Vidal-Madjar, "Application of DS evidence theory to unsupervised classification in multiple remote sensing," *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, vol. 35, pp. 1018-1031, 1997.
- [2] A. Dempster, "Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping," *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 38, pp. 325-339, 1967.
- [3] G. Shafer, Ed., *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton University Press, 1976.
- [4] R. R. Yager, "A class of fuzzy measures generated from a Dempster-Shafer belief structure," *International Journal of Intelligent systems*, vol. 14, pp. 1239-1247, 1999.
- [5] A. Bendjebbour, Y. Delignon, L. Fouque, V. Samson, and W. Pieczynski, "Multisensor image segmentation using DS fusion in Markov fields context," *IEEE*

of a PEM Fuel Cell Dynamic Model,"
Journal of Power Sources vol. 173, pp.
310-324, 2007.

-
- ¹ Accuracy
 - ² Reliability
 - ³ Ignorance
 - ⁴ Uncertainty
 - ⁵ Conflict
 - ⁶ Fuzzy C-Means
 - ⁷ Fuzzy Naïve Bayes
 - ⁸ Frame of Discernment
 - ⁹ Basic probability assignment
 - ¹⁰ Focal element
 - ¹¹ Believe function
 - ¹² Plausibility function

Archive of SID