

## بررسی منحنی تنش - کرنش بتن سبک سازه‌ای غیرمحصور

علی‌رضا انتظاری<sup>۱</sup> و جمشید اسماعیلی<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دوره دکتری، دانشکده فنی - مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

<sup>۲</sup> استادیار دانشکده فنی - مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

### چکیده

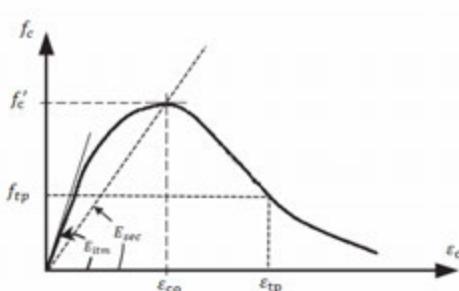
در این تحقیق رفتار تنش - کرنش بتن‌های سبک ساخته شده با اسکوریا و پومیس منطقه آذربایجان - ایران مورد بررسی قرار گرفته است. در مراحل تجربی، ۱۴ مخلوط بتن مختلف با نسبت‌های متفاوت استفاده شده است. نمونه استوانه‌ای بتن سبک (LWAC) با نسبت‌های متفاوت برای آزمایش مقاومت فشاری تک محوری و تعیین رفتار تنش - کرنش بتن تهیه شدند. در این تحقیق روابط ریاضی تنش - کرنش پیشنهادی محققان مختلف، مبنای ارزیابی نتایج تجربی تنش - کرنش بتن سبک قرار گرفت. منحنی نتایج تجربی با روابط ریاضی موجود که توسط محققان دیگر ارائه شده است مقایسه شد. به علت تفاوت خصوصیات مکانیکی بتن سبک در مقایسه با بتن معمولی (NWC) و بتن با مقاومت بالا (HSC)، بعضی تفاوت‌ها بین نتایج تجربی و روابط موجود مشاهده گردید. در این تحقیق برای انطباق بهتر روابط موجود با منحنی تنش - کرنش نتایج تجربی بتن سبک، ضرایب روابط پیشنهادی محققان مختلف اصلاح شدند. نتایج تجربی در مقایسه با روابط موجود می‌تواند برای تیرها مقاومت خمی کمتری را نتیجه دهد، به این دلیل موضوع از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

واژگان کلیدی: اسکوریا، بتن سبک، برازش، پومیس، منحنی تنش - کرنش.

### ۱- مقدمه

تحلیل و طراحی سازه‌های بتن آرمه براساس روابط کامل تنش - کرنش که رفتار واقعی بتن را بیان می‌کند صورت می‌گیرد. در گذشته، محققان مختلف روابط ریاضی متعددی را برای رفتار تنش - کرنش بتن معمولی (NWC) و بتن با مقاومت فشاری بالا (HSC) ارائه کرده‌اند در حالی که روابط مشابه ارائه شده برای بتن سبک بسیار کم می‌باشد. در جدول (۱) روابط پیشنهادی محققان به صورت خلاصه ارائه شده است. رفتار تنش - کرنش بتن در فشار تک محوری را می‌توان با دو ناحیه مستقل قبل و بعد از نقطه تنش حداکثر مشخص کرد. ناحیه قبل از تنش حداکثر در ابتدا به صورت تقریباً خطی است که می‌توان از این ناحیه ویژگی ماده نظریه مدول الاستیسیته در محدوده الاستیک را تعیین کرد. در شکل (۱) منحنی تنش - کرنش و پارامترهای تعیین کننده آن به صورت شماتیک نشان داده شده است.

مشخصات منحنی تنش - کرنش به مشخصات بتن، نظریه نسبت آب به سیمان، خصوصیات فیزیکی سیمان و سنگدانه، سن نمونه آزمایش و شرایط آزمایش شامل صلیت دستگاه آزمایش، شکل، اندازه نمونه و نرخ کرنش وابسته است [۱]. آزمایش، شکل، اندازه نمونه و نرخ کرنش وابسته است [۱]. عوامل مهمی نظریه مقاومت اصطکاکی بین صفحه فلزی و نمونه، شرایط امکان دوران صفحه فلزی، نرخ بارگذاری و نسبت ارتفاع



شکل ۱- پارامترهای منحنی تنش - کرنش

جدول ۱ - خلاصه روابط تنش - کرنش بتن غیرمحصور ارائه شده توسط محققان مختلف

مدل	( $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_o$ ) شاخه صعودی	( $\varepsilon_o \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$ ) شاخه نزولی
Hognestad et al. [4]	$f_c = f_c' \left[ \frac{2 \varepsilon_c}{\varepsilon_o} - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2 \right]$	$f_c = f_c' \left[ I - 0.15 \left( \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_o}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_o} \right) \right]$
Sargin & Handa [5]	$f_c = f_c' \left[ \frac{A \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) + (D-1) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2}{I + (A-2) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) + D \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2} \right] \quad A = \frac{E_c \varepsilon_o}{f_c'}$	$f_c = f_c' \left[ \frac{A \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) + (D-1) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2}{I + (A-2) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) + D \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2} \right] \quad A = \frac{E_c \varepsilon_o}{f_c'}$
Popovics [6]	$f_c = f_c' \left[ \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) \left( \frac{n}{n - I + \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^n} \right) \right] \quad n = 0.058 f_c' + 1$	
Wang et al. [7]	$f_c = f_c' \left[ \frac{A \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) + B \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2}{I + C \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) + D \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2} \right]$ از شرایط مرزی شاخه صعودی نتایج تجربی تعیین می شود.	$f_c = f_c' \left[ \frac{A \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) + B \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2}{I + C \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) + D \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2} \right]$ از شرایط مرزی شاخه نزولی نتایج تجربی تعیین می شود.
Carreira & Chu [8]	$f_c = f_c' \left[ \frac{\beta \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)}{\beta - 1 + \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^\beta} \right] \quad \beta = \frac{I}{I - \left( \frac{f_c'}{E_c \varepsilon_o} \right)}$	$f_c = f_c' \left[ \frac{\beta \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)}{\beta - 1 + \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^\beta} \right] \quad \beta = \frac{I}{I - \left( \frac{f_c'}{E_c \varepsilon_o} \right)}$
Mander et al. [9]	$f_c = f_c' \left[ \frac{\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} r}{r - I + \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^n} \right] \quad r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad ; \quad E_{sec} = \frac{f_c'}{\varepsilon_o}$	$f_c = f_c' \left[ \frac{\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} r}{r - I + \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^n} \right] \quad r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad ; \quad E_{sec} = \frac{f_c'}{\varepsilon_o}$
Thorenfeldt et al. [10]	$f_c = f_c' \left[ \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) \left( \frac{n}{n - I + \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^n} \right) \right] \quad k = I$	$f_c = f_c' \left[ \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) \left( \frac{n}{n - I + \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^n} \right) \right] \quad I < k < \frac{f_c'}{20}$
Muguruma et al. [11]	$f_c = E_i \varepsilon_c + \frac{(f_c' - E_i \varepsilon_m)}{\varepsilon_m^2} \varepsilon_c^2$ $\varepsilon_m = 0.0013 \left( 1 + \frac{f_c'}{98.6} \right) \quad ; \quad E_i = 22700 \sqrt{\frac{f_c'}{19.6}}$	$f_c = \frac{f_c'}{(\varepsilon_m - 0.004)} (\varepsilon_c - 0.004)$ $\varepsilon_m = 0.0013 \left( 1 + \frac{f_c'}{98.6} \right)$
Wee et al. [12]	$f_c = f_c' \left[ \frac{\beta \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)}{\beta - 1 + \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^\beta} \right] \quad \beta = \frac{I}{I - \left( \frac{f_c'}{E_c \varepsilon_o} \right)}$	$f_c = f_c' \left[ \frac{k_I \beta \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)}{k_I \beta - 1 + \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^{k_2 \beta}} \right] \quad f_c' \leq 50 \text{ Mpa} \Rightarrow k_I = k_2 = I$ $\beta = \frac{I}{I - \left( \frac{f_c'}{E_c \varepsilon_o} \right)} \quad ; \quad k_1 = \left( \frac{50}{f_c'} \right)^3 \quad ; \quad k_2 = \left( \frac{50}{f_c} \right)^3$
Attard & Setunge [13]	$f_c = f_c' \left[ \frac{A \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) + B \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2}{I + (A-2) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) + (B+1) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2} \right]$ $A = \frac{E_c \varepsilon_o}{f_c'} \quad ; \quad B = \frac{(A-1)^2}{0.55} - 1$	$f_c = f_c' \left[ \frac{A \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) + B \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2}{I + (A-2) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) + (B+1) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2} \right] \quad A = \frac{f_{cl} (\varepsilon_{ci} - \varepsilon_o)^2}{\varepsilon_{ci} \varepsilon_o (f_c' - f_{cl})} \quad ; \quad B = 0$ $\frac{f_{cl}}{f_c} = 1.41 - 0.17 \ln(f_c') \quad ; \quad \frac{\varepsilon_{ci}}{\varepsilon_o} = 2.5 - 0.30 \ln(f_c')$
Oztekin et al. [14]	$f_c = f_c' \left[ k \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cu}} - (k-1) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cu}} \right)^2 \right]$ $k = 2 - \left( \frac{f_c' - 40}{70} \right) \quad : \quad 60 \leq f_c' \leq 94$	
Tasnimi [1]	$f_c = f_c' \left[ \frac{n^{pq} \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)}{\left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^{pq} + n^{pq} - 1} \right]$ $n^{pq} = \frac{1}{I - \left( \frac{f_c'}{E_{itm} \varepsilon_o} \right)} \quad ; \quad p = 3 \quad ; \quad q = 1$	$f_c = f_c' \left[ \frac{n^{pq} \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)}{\left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^{pq} + n^{pq} - 1} \right]$ $n^{pq} = \frac{I}{I - \left( \frac{f_c'}{E_{itm} \varepsilon_o} \right)} \quad ; \quad p = 3$ $q = \frac{1}{3} \log_n (\log_k M) \quad ; \quad k = \left( \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_o} \right) n^{3q} \quad ; \quad M = k^{n^{3q}}$

[۴] سعی کردن رابطه جدیدی ارائه کنند تا برای HSC کاربرد داشته باشد. در رابطه جدید از ضربی اصلاحی  $k$  که تابعی از مقاومت فشاری تک محوری نمونه بوده استفاده شده است. به دلیل این که خرابی نمونه بتن با مقاومت بالا به صورت آنی رخ می‌دهد و مدل‌سازی شاخه نزولی مشکل است، آنها فرض کردند که کرنش نهایی ( $\epsilon_{cu}$ ) برابر با کرنش متناظر با تنش حداکثر ( $\epsilon_{co}$ ) می‌باشد (جدول (۱)).

Tasnimی [۱] در تعریف رابطه منحنی تنش - کرنش که برای NWC و HSC LWAC کاربرد دارد از سه پارامتر  $p$ ،  $n$  و  $q$  استفاده کرده است. برای شاخه صعودی  $p$  و  $q$  به ترتیب ۳ و ۱ فرض شده است و مقدار  $n^{pq}$  از روی اطلاعات ویژگی بتن نظیر مقاومت فشاری، مدول الاستیسیته اولیه و کرنش متناظر با تنش حداکثر تعیین می‌شود. مقدار  $n$  برای شاخه نزولی به دلیل پیوستگی شاخه صعودی و نزولی، همان مقدار شاخه صعودی اختیار شده و مقدار  $q$  با استفاده از نقطه برگشتی شاخه نزولی مشخص می‌شود. در این تحقیق رفتار تنش - کرنش آزمایش‌های فشاری تک محوری نمونه‌های استوانه‌ای LWAC ساخته شده با اسکوریا و پومیس منطقه آذربایجان را روابط دیگر محققان مقایسه شده و برای هر کدام از روابط، ضربی و روابط اصلاحی که با خصوصیات LWAC تهیه شده با اسکوریا و پومیس محلی سازگاری بیشتری دارد ارائه می‌گردد.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۱-۱- مواد

سیمان استفاده شده در تهیه کلیه نمونه‌ها، سیمان پرتلند نوع II (PC) با چگالی ۳/۱۵ و نرمی  $293 \text{ m}^3/\text{kg}$  می‌باشد. برای بهبود ناحیه مرزی بتن سبک از میکروسیلیس (SF) مطابق با ASTM C1240 با چگالی ویژه ۲/۳۲ و وزن مخصوص توده‌ای  $500 \text{ kg/m}^3$  در تهیه بتن استفاده شد. با توجه به این که میکروسیلیس، خاصیت جذب آب را دارد و سنگدانه‌های سبک اسکوریا و پومیس درصد جذب بالایی را در مقایسه با سنگدانه‌های معمولی دارند، در تهیه بتن از فوق روان کننده با چگالی ویژه  $1/21 \text{ g/cm}^3$  مطابق با آیین نامه ASTM C494 به میزان ۱-۱/۵ درصد وزن سیمان استفاده شده است. سنگدانه پومیس از معدن طبیعی اسکدان در نزدیکی تبریز (آذربایجان شرقی - ایران) و سنگدانه اسکوریا از معدن طبیعی آجوج در نزدیکی سلاماس (آذربایجان غربی - ایران) تهیه شدند. اندازه بزرگترین سنگدانه سبک که در تهیه بتن استفاده شد  $12/5$  میلی‌متر می‌باشد.

[۵] برای بیان منحنی تنش - کرنش از یک معادله درجه دوم استفاده نمودند که ضربی A، B و C از شرایط مرزی شاخه صعودی تعیین می‌شوند و D پارامتری است که بیشتر روی شاخه نزولی اثر دارد (جدول (۱)). [۶] برای نمونه‌های بتنی استاندارد با نسبت ارتفاع به بعد برابر یا بیشتر از دو، رابطه کسری با پارامتر  $n$  را، که تابع مقاومت فشاری نمونه است بیان کرد.

Wang و همکاران [۷] نظیر شکل معادله پیشنهادی Handa و Sargin [۵] را استفاده کردند (جدول (۱)). آنها به جای استفاده از یک سری از ضربی که شاخه صعودی و نزولی را بیان کنند برای هر کدام از شاخه‌ها ضربی مستقلی را تعریف کردند (جدول (۱)). این ضربی براساس شرایط مرزی هر کدام از شاخه‌ها تعیین می‌شوند. در رابطه پیشنهاد شده توسط Chu و Carreira [۸]، که هر دو شاخه صعودی و نزولی منحنی بصورت پارامتر  $\beta$  بیان می‌شود.  $\beta$  پارامتری است که براساس خصوصیات بتن، مقاومت فشاری، مدول الاستیسیته و کرنش متناظر با تنش حداکثر تعیین می‌شود (جدول (۱)). Mander و همکاران [۹] برای منحنی تنش - کرنش بتن غیرمحصور، رابطه کسری با ضربی  $\alpha$  که تابع ویژگی ماده نظری مدول الاستیسیته اولیه (مماسی) و ثانوی بتن است تعریف کردند. این رابطه هر دو شاخه صعودی و نزولی منحنی را بیان می‌کند (جدول (۱)).

Thorenfeld و همکاران [۱۰] در مطالعه خود نشان دادند که رابطه پیشنهادی Popovics [۶] در حالی که شاخه صعودی منحنی تنش - کرنش را بخوبی بیان می‌کند ولی برای بتن با مقاومت بالا پس از تنش حداکثر به صورت سریع افت نمی‌کند. همانطوری که در جدول (۱) مشاهده می‌شود، برای مشخص کردن افزایش افت منحنی پس از تنش حداکثر ضربی  $k$  را پیشنهاد دادند. Muguruma و همکاران [۱۱] نیز منحنی تنش - کرنش را به دو قسمت قبل و بعد تنش حداکثر تقسیم کردند. شاخه صعودی را با یک معادله سهمی درجه دوم بیان نمودند و شاخه نزولی تا کرنش فشاری  $400 \text{ MPa}$  را به صورت خطی تعریف کردند. Wee و همکاران [۱۲] در تحقیقات برروی HSC روی معادله Carreira و Chu [۸] متمرکز شدند. آنها برای شاخه صعودی از رابطه Carreira و Chu استفاده نمودند و برای مدل کردن شاخه نزولی منحنی تنش - کرنش معادله شاخه صعودی را با دو ضربی  $k_1$  و  $k_2$  اصلاح کردند (جدول (۱)). Attard و Setunge [۱۳] برای تعریف شاخه نزولی منحنی تنش - کرنش از یک نقطه شاخه نزولی که نقطه برگشتی منحنی تلقی شده (شکل (۱)) استفاده کردند. آنها برای تعیین نقطه برگشتی، از نتایج تجربی دیگران استفاده نموده و برای  $f_{ci}$  و  $\epsilon_{ci}$  روابط مستقلی را بیان کردند (جدول (۱)). Oztekin و همکاران [۱۴] با اصلاح رابطه تنش - کرنش مربوط به Hognestad و همکاران

کرنش شاخه صعودی به وسیله Compressometer تعیین شد و پس از تنش حداکثر با اندازه‌گیری جابجایی فک به فک که تغییر شکل کل نمونه را نشان می‌دهد، کرنش ناحیه شاخه نزولی مشخص و به کرنش متاظر به تنش حداکثر اضافه شده است.

### ۳- نتایج و بحث

#### ۱- منحنی تنش - کرنش LWAC

در چگونگی رفتار مواد تحت اثر اعمال بار، با مطالعه رفتار تنش - کرنش امکان پذیر است. شکل عمومی تنش - کرنش می‌تواند به سوال مربوط به سختی اولیه و پس از تسلیم، تردی و درجه خسارت مواد در اثر اعمال بار و ظرفیت تغییر شکل کلی مواد، پاسخ دهد. منحنی تنش - کرنش بتن از دو شاخه صعودی و نزولی تشکیل می‌شود که شاخه صعودی برای تعیین ویژگی‌های نظری مدول الاستیسیته بتن و شبیه شاخه نزولی برای تعیین میزان شکل‌بذیری مورد استفاده قرار می‌گیرد. شاخه نزولی با شبیه تنده، خرابی ماده در شرایط تردی را نشان می‌دهد در حالی که رفتار تنش - کرنش با شبیه تخت یا شاخه افقی پس از تنش حداکثر، یک ماده کاملاً خمیری را نشان می‌دهد. نمونه بتن سبک تا حدی شاخه نزولی با شبیه تنده دارد، که به دلیل مقاومت کمتر سنگدانه سبک است. این موضوع را می‌توان با بررسی مقدار نسبت نقطه برگشتی شاخه نزولی بتن ( $\frac{\varepsilon_{tp}}{\varepsilon_{co}}$ ) و  $\frac{f_{tp}}{f'_c}$ ) تشخیص داد (جدول (۲)). نمونه‌های LWAC به ویژه

بتن ساخته شده با اسکوریا، موقعی که تحت آزمایش فشاری تک محوری به تنش حداکثر رسیدند، بصورت آنی و ترد شکسته شدند. به این دلیل در آزمایش‌ها بعداز مرحله گسیختگی منحنی‌ها افت سریع داشتند.

جدول ۲- مقاومت فشاری، کرنش، مدول الاستیسیته و نسبت

#### نقشه برگشتی منحنی تنش - کرنش LWAC

$\frac{\varepsilon_{tp}}{\varepsilon_{co}}$	$\frac{f_{tp}}{f'_c}$	کرنش	مدول الاستیسیته (Gpa)	مقومات فشاری (Mpa)	شماره طرح اختلال
۱/۷۷۳	.۰/۴۵۲	.۰/۰۰۳۵۱	۱۸/۱۸۶	۴۳/۱۶	۱S
۱/۷۸۱	.۰/۴۲۵	.۰/۰۰۳۷۰	۱۷/۴۵۶	۷۶/۶۴	۲S
۱/۷۰۲	.۰/۵۲۶	.۰/۰۰۳۵۸	۱۶/۲۸۲	۴۵/۴۳	۳S
۱/۷۵	.۰/۵۰۹	.۰/۰۰۳۵۰	۱۵/۰۰۲	۳۸/۶۸	۴S
۱/۳۴۸	.۰/۵۶۱	.۰/۰۰۳۲۲	۱۴/۸۴۲	۳۶/۷۹	۵S
۱/۷۹۲	.۰/۵۴۰	.۰/۰۰۳۶	۱۴/۱۲۱	۴۱/۰۹	۶S
۱/۷۶۵	.۰/۵۱۷	.۰/۰۰۳۱۲	۱۳/۷۴۱	۳۶/۲۸	۷S
۱/۷۳۳	.۰/۵۱۸	.۰/۰۰۲۸۲	۱۴/۳۳۰	۳۱/۸۴	۸S
۱/۷۹۶	.۰/۴۸۵	.۰/۰۰۳۰۸	۱۴/۶۴۳	۳۷/۰۹	۹S
۱/۷۷۲	.۰/۶۱۲	.۰/۰۰۲۹۶	۱۰/۹۲۴	۲۷/۰۱	۱P
۱/۴۰۷	.۰/۶۳۸	.۰/۰۰۲۷۲	۱۱/۸۵۹	۲۳/۷۴	۲P
۱/۴۱۴	.۰/۵۸۸	.۰/۰۰۲۷۲	۱۱/۰۳۷	۲۲/۹۶	۳P
۱/۳۱۴	.۰/۵۹۸	.۰/۰۰۲۷۱	۱۲/۵۶۷	۲۶/۰۰	۴P
۱/۳۷۹	.۰/۵۹۲	.۰/۰۰۲۷۸	۱۱/۷۲۴	۲۵/۴۲	۵P

#### ۲- برنامه آزمایشگاهی

برای کسب نتایج تجربی رفتار تنش - کرنش بتن سبک ساخته شده با اسکوریا و پومیس محلی، ۱۴ طرح اختلال، که طرح آن از سنگدانه اسکوریا و بقیه از سنگدانه پومیس می‌باشد، تهیه و آزمایش شدند (جدول (۲)). آزمایش تعیین تنش - کرنش مطابق با توصیه‌های استاندارد ASTM C۳۹ روی نمونه‌های استوانه‌ای ۱۹/۲Mpa/min با نرخ بارگذاری ۱۵۰×۳۰۰ mm (۵/۳ kN/sec) انجام شد. نمونه‌ها در دستگاه هیدرولیکی جابجایی (LVDT) روی آن نصب شده بود آزمایش شدند. تغییر شکل، با چهار LVDT موازی با نمونه که روی صفحات فلزی بارگذاری سوار شده بود اندازه‌گیری شد (شکل (۲)). مقداری کرنش اندازه‌گیری شده کرنش‌های اسمی برای کل طول نمونه هستند. میانگین چهار LVDT نصب شده برای محاسبه کرنش واقعی استفاده شد.

اندازه‌گیری مدول الاستیسیته مطابق با ASTM C۴۶۹ با آزمایش روی نمونه‌های استوانه‌ای ۱۵۰×۳۰۰ mm با نرخ بارگذاری ۴/۵ kN/sec (۲۵۵ kpa/sec) انجام شد. نمونه‌ها با دستگاه Compressometer که دارای دو LVDT می‌باشد و کرنش ناحیه ۱۵۰ میلیمتر میانی نمونه‌های استوانه‌ای را اندازه‌گیری می‌کند تجهیز شدند (شکل (۳)). در این آزمایش‌ها برای اطمینان از صاف بودن سطوح نمونه‌ها برای انتقال بار یکنواخت، ابتدا و انتهای استوانه‌ها طبق توصیه‌های ASTM C۶۱۷ با یک ماده گوگردی کلاهک گذاری شدند.



شکل ۲- آزمایش تعیین منحنی تنش - کرنش



شکل ۳- آزمایش تعیین مدول الاستیسیته

محققان روی داده‌های بتن معمولی و با مقاومت بالا تنظیم شده است، انتظار می‌رود با داده‌های تجربی تحقیق فعلی کاملاً سازگار نبوده و برای بیان نتایج تجربی، روابط موجود نیاز به اصلاح داشته باشند. در ادامه این قسمت قابلیت استفاده مدل‌های ارائه شده برای روابط تنش - کرنش بتن های معمولی و با مقاومت بالا توسط محققان مختلف روی بتن سبک ساخته شده با اسکوریا و پومیس محلی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

- Oztekin و همکاران [۱۴] با اصلاح رابطه تنش - کرنش مربوط به Hognestad و همکاران [۴] سعی کردند رابطه جدیدی ارائه کنند که برای بتن با مقاومت بالا کاربرد داشته باشد. در رابطه جدید از ضریب اصلاحی  $k$  که تابعی از مقاومت فشاری تک محوری نمونه بوده استفاده شده است. شاخه صعودی روابطه پیشنهادی Hognestad و همکاران [۴] و Oztekin و همکاران [۱۴]، با نتایج تجربی LWAC با روش رگرسیون غیرخطی تحلیل شد و مقدار جدید برای ضریب اصلاحی  $k$  تعیین گردید که در معادله (۴) به آن اشاره شده است.

$$f_c = f'_c \left[ k \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cu}} - (k-1) \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cu}} \right)^2 \right] \quad (3)$$

$$k = 2 - 0.035(f'_c - 35) \quad (4)$$

شکل (۴) منحنی تنش - کرنش بتن سبک ساخته شده با اسکوریا و پومیس محلی را بصورت کامل نشان می‌دهد. منحنی‌های تنش - کرنش با حالت تقریباً خطی ارجاعی شروع شده و آنگاه انحصار پیدا کرده وارد محدوده پلاستیک می‌شود. در هر دو سندگانه، منحنی‌ها در ناحیه نزولی بعد از این که به یک تنش حداقلی می‌رسند تقریباً بصورت افقی ادامه یافته و مقاومت در یک حد ثابت باقی می‌ماند.

### ۲-۳- نقطه برگشتی منحنی

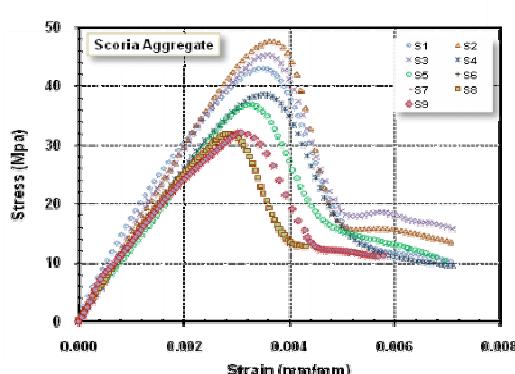
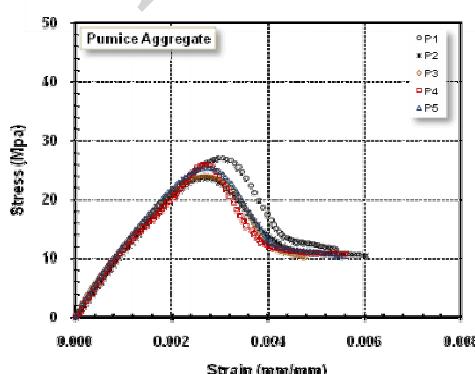
در روابط Tasnimi [۱] و Attard [۱۳] برای تعیین شاخه نزولی منحنی تنش - کرنش، باید یک نقطه از آن ناحیه مشخص باشد. در این تحقیق برای تمامی نمونه‌های آزمایش، نقطه برگشتی ثبت گردید که در جدول (۲) به صورت نسبت‌های تنش حداکثر و کرنش متناظر با آن ارائه شده است. برای اینکه نتایج آزمایش در دامنه‌های مختلف مقاومت فشاری کاربرد داشته باشد، بین مقاومت فشاری و نقطه برگشتی رگرسیون خطی بر قرار گردید و روابط زیر تعیین شدند:

$$\frac{f_{tp}}{f'_c} = 1.260 - 0.205 \ln(f'_c) \quad (1)$$

$$\frac{\epsilon_{tp}}{\epsilon_{co}} = 1.753 - 0.114 \ln(f'_c) \quad (2)$$

### ۳-۳- روابط تنش - کرنش بتن سبک

در این تحقیق، نتایج تجربی تنش - کرنش بتن سبک ساخته شده با اسکوریا و پومیس محلی با بعضی روابط پیشنهادی محققان که در جدول (۱) به آنها اشاره شد مقایسه گردید. با توجه به این که عمدۀ روابط تنش - کرنش پیشنهادی



شکل ۴- منحنی تنش - کرنش ساخته شده با اسکوریا و پومیس

برای شاخه صعودی  $k_1 = k_2 = k$  بوده و برای شاخه نزولی ضرایب از روابط زیر تعیین می‌شوند:

$$k_1 = 0.847 + 0.028 f'_c \quad (10)$$

$$k_2 = 0.912 + 0.033 f'_c \quad (11)$$

در اصلاح رابطه پیشنهادی Wee و همکاران [۱۲]، تنها ضرایب  $k_1$  و  $k_2$  برای شاخه نزولی اصلاح شده و برای هر دو سنگدانه سبک از روابط (۱۰) و (۱۱) تعیین می‌شوند.

رابطه دیگری که در نظر است برای بتن سبک استفاده شود، مدل Mander و همکاران [۹] می‌باشد. با مقایسه نتایج تجربی با رابطه Mander مشخص شد برای سازگاری بهتر معادله با نتایج تجربی باید ضریب  $k_1$  برای شاخه صعودی و  $k_2$  برای شاخه نزولی (به رابطه اصلی Mander اضافه گردد):

$$f_c = f'_c \left[ \frac{\left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^{kr}}{kr - 1 + \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^{kr}} \right] \quad (12)$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad ; \quad E_{sec} = \frac{f'_c}{\epsilon_o} \quad (13)$$

ضریب اصلاح  $k$  برای منحنی به ترتیب برای شاخه صعودی و نزولی  $k_1$  و  $k_2$  بوده که از روابط زیر تعیین می‌شود:

$$k_1 = 0.261 + 0.032 f'_c \quad (14)$$

$$k_2 = 0.077 + 0.063 f'_c \quad (15)$$

در ادامه برای تعیین رابطه تنش - کرنش بتن سبک تهیه شده با اسکوریا و پومیس از رابطه Attard و Setunge [۱۳] استفاده می‌شود. شکل عمومی رابطه برای شاخه صعودی و نزولی بصورت زیر خواهد بود:

$$f_c = f'_c \left[ \frac{A \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right) + B \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^2}{I + (A - 2) \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right) + (B + 1) \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^2} \right] \quad (16)$$

درین تحقیق با ارزیابی نتایج تجربی منحنی تنش - کرنش، ضریب پیشنهادی Oztekin و همکاران [۱۴] به صورت رابطه (۴) اصلاح گردید.

برای شاخه صعودی، Popovics [۶] و Thorenfeldt همکاران [۱۰] از یک رابطه مشابه استفاده کردند. ولی برای اینکه رابطه مورد نظر برای شاخه نزولی نیز کاربرد داشته باشد، Thorenfeldt و همکاران [۱۰] ضریب  $k$  را به معادله خود اضافه نمودند. با برآش نتایج تجربی تنش - کرنش در LWAC قالب روابط Popovics [۶] و Thorenfeldt و همکاران [۱۰] برای شاخه صعودی و نزولی روابط جدیدی برای  $n$  و  $k$  به شکل زیر پیشنهاد می‌شود:

$$f_c = f'_c \left[ \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right) \left( \frac{n}{n - 1 + \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^{kn}} \right) \right] \quad (5)$$

که در آن  $n$  برابر است با:

$$n = 3.102 + 0.118 f'_c \quad (6)$$

و مقدار  $k$  برای شاخه صعودی برابر یک است و برای شاخه نزولی از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$k = 0.9 + 0.009 f'_c \quad (7)$$

در بتن سبک ساخته شده با اسکوریا و پومیس محلی ضرایب  $n$  و  $k$  که در رابطه Thorenfeldt و همکاران [۱۰] استفاده می‌شود (معادله (۵)) به ترتیب از روابط (۶) و (۷) تعیین می‌شوند.

در این مرحله برای تعیین منحنی تنش - کرنش بتن سبک از معادله Chu و Carreira [۸] و Wee و همکاران [۱۲] استفاده می‌شود. شکل کلی مدل ریاضی برای هر دو شاخه به صورت زیر خواهد بود:

$$f_c = f'_c \left[ \frac{k_1 \beta \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)}{k_1 \beta + 1 + \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^{k_2 \beta}} \right] \quad (8)$$

مقدار  $\beta$  برای هر دو شاخه از معادله (۹) مشخص می‌شود:

$$\beta = \frac{I}{I - \left( \frac{f'_c}{E_c \epsilon_{co}} \right)} \quad (9)$$

محققان در تحقیق قبلی خود برای بتن سبک ساخته شده با اسکوریا و پومیس منطقه آذربایجان ایران روابطی را بصورت زیر پیشنهاد داده‌اند که در پیش‌بینی مدول الاستیسیته بتن سبک مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

$$E_c = 2.162 f_c^{0.535} \quad (22)$$

**۵-۳- کرنش متناظر با تنش حداکثر بتن سبک ( $\epsilon_o$ )**  
با توجه به نتایج تحقیقاتی که توسط این محققین انجام شده است، مقدار  $\epsilon_o$  به نوع و مقاومت فشاری بتن وابسته است و مقدار  $\epsilon_o$  برای بتن سبک در مقایسه با بتن معمولی با شرایط مقاومتی یکسان بزرگتر می‌باشد. با بررسی مقاومت فشاری ( $f'_c$ ) و کرنش متناظر با تنش حداکثر ( $\epsilon_o$ ) مربوط به بتن سبک، این محققین رابطه (۲۳) را برای پیش‌بینی  $\epsilon_o$  بتن ساخته شده با اسکوریا و پومیس پیشنهاد می‌دهند:

$$\epsilon_o = (65.50 f_c^{0.44} + 6.99) \times 10^{-5} \quad (23)$$

**۴- مقایسه منحنی تنش - کرنش**  
**۴-۱- مقایسه نتایج تجربی با روابط پیشنهادی**  
( $E_c$  و  $f_c$  روابط پیشنهادی LWAC)  
برای کنترل صحت تحلیل، روابط اصلاح شده منحنی تنش - کرنش با نتایج تجربی مقایسه شده است (شکل (۵)). در روابط پیشنهادی تنش - کرنش بتن سبک سازه‌ای ساخته شده با اسکوریا و پومیس منطقه آذربایجان از روابط پیشنهاد شده بصورت تعیین کرنش متناظر با تنش حداکثر ( $\epsilon_o$ ) و مدول الاستیسیته بتن سبک به ترتیب از معادله‌های (۲۲) و (۲۳) استفاده شد. شکل (۵) مقایسه تعدادی از منحنی‌های تنش - کرنش تجربی بتن سبک تهیه شده با اسکوریا و پومیس محلی را با روابط تعیین شده نشان می‌دهد. همان طوری که از شکل‌ها استنباط می‌شود، روابط اصلاح شده با داده‌های تجربی تنش - کرنش بتن سبک با مقاومت‌های مختلف برای هر دو سنگدانه منطبق بوده و می‌توان در پیش‌بینی منحنی تنش - کرنش بتن سبک از آنها استفاده کرد. با کنترل منحنی تنش - کرنش هرکدام از روابط پیشنهادی با نتایج تجربی مشخص شد که رابطه (۱۲) بیشتر از روابط پیشنهادی دیگر با نتایج تجربی مطابقت دارد.

برای شاخه صعودی ضرایب  $A$  و  $B$  برابر است با :

$$A = \frac{E_c \epsilon_o}{f'_c} \quad ; \quad B = -I \quad (17)$$

و برای شاخه نزولی ضرایب بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$A = \frac{f_{tp}(\epsilon_{tp} - \epsilon_o)^2}{\epsilon_{ci} \epsilon_o (f'_c - k f_{tp})} \quad ; \quad B = 0 \quad (18)$$

در این رابطه  $f_{tp}$  و  $\epsilon_{tp}$  نقطه برگشتی شاخه نزولی بوده که برای بتن سبک از روابط (۱) و (۲) تعیین می‌شوند. ضمناً برای تطبیق شاخه نزولی رابطه Attard و Setunge [۱۳] با بتن سبک، ضریب اصلاح  $k$  به مخرج رابطه  $A$  اضافه شده است که مقدار آن پس از برآش شاخه نزولی نتایج تجربی، به صورت رابطه (۱۹) پیشنهاد می‌شود.

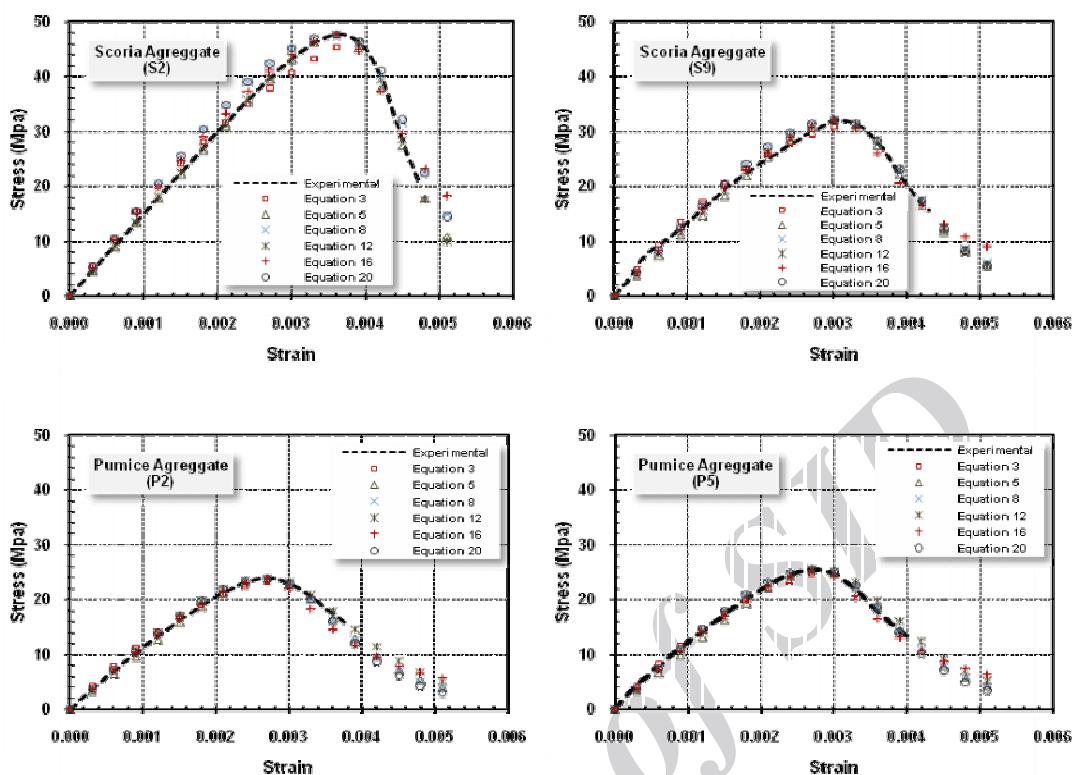
$$k = 0.711 + 0.010 f'_c \quad (19)$$

رابطه پیشنهادی Tasnimi [۱] با نتایج تجربی بتن سبک مقایسه گردید. در این مقایسه مشخص شد که مقدار سه پارامتر  $n$  و  $Q$  برای شاخه صعودی با مقدار پیشنهادی Tasnimi [۱] مطابقت می‌کند. برای تعیین مقدار  $Q$  شاخه نزولی، نتایج تجربی Tasnimi رفتار تنش - کرنش بتن سبک با رابطه پیشنهادی برآش گردید و نهایتاً رابطه مستقلی به صورت معادله (۲۱) که در معادله (۲۰) صادق می‌باشد پیشنهاد می‌شود:

$$f_c = f'_c \left[ \frac{n^{pq} \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)}{\left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^{npq} + n^{pq} - I} \right] \quad (20)$$

$$Q = 1.25 + 0.009 f'_c \quad (21)$$

**۴-۳- مدول الاستیسیته بتن سبک**  
جهت استفاده از روابط پیشنهادی در تعیین منحنی تنش - کرنش بتن سبک که در قسمت قبلی به آنها اشاره شد، باید برای هر بتن سبک با مقاومت فشاری متفاوت، مقدار مدول الاستیسیته آن بتن مشخص باشد. با استفاده از روابط پیش‌بینی تعیین مدول الاستیسیته می‌توان این موضوع را عملی نمود. این



شکل ۵- مقایسه نتایج تجربی تنش- کرنش با ضرایب اصلاح شده روابط محققان مختلف ( $\epsilon_o$  و  $E_c$ ) مربوط به روابط پیشنهادی این تحقیق)

#### ۴-۳- مقایسه نتایج تجربی با روابط موجود ( $E_c$ و $\epsilon_o$ روابط موجود)

برای ارزیابی بیشتر اهمیت روابط پیشنهادی در پیش‌بینی منحنی تنش - کرنش بتن سبک، در این قسمت نتایج تجربی منحنی تنش - کرنش بتن سبک با روابط محققان مختلف (جدول (۱)) مقایسه شده است. مقادیر کرنش متناظر با تنش حداکثر ( $\epsilon_o$ ) و مدول الاستیسیته ( $E_c$ ) که در روابط موجود استفاده شده، به ترتیب روابط پیشنهادی Tasnimی [۷] و Wang [۱] و

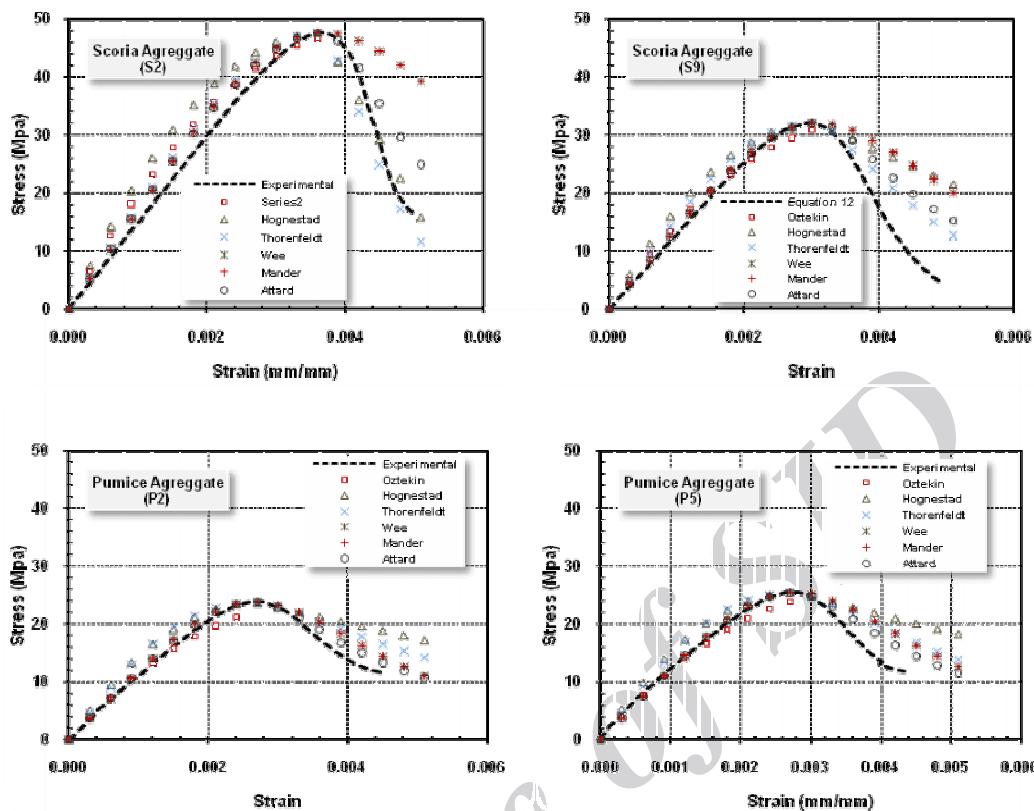
#### ۴-۲- مقایسه نتایج تجربی با روابط موجود ( $LWAC$ و $E_c$ نتایج تجربی)

در این قسمت تعدادی از منحنی تنش - کرنش تجربی بتن سبک با روابط موجود که توسط محققان مختلف (جدول (۱)) پیشنهاد داده شده است مقایسه می‌گردد (شکل (۶)). مقادیر مقاومت فشاری ( $f'_c$ )، کرنش متناظر با تنش حداکثر ( $\epsilon_o$ ) و مدول الاستیسیته ( $E_c$ ) که در روابط موجود استفاده شده همان مقادیری هستند که از آزمایش بتن سبک بدست آمده و در جدول (۲) درج شده است. در هرکدام از منحنی‌های تنش - کرنش نشان داده شده در شکل (۶)، میزان تفاوت منحنی تنش - کرنش تجربی و روابط موجود به وضوح نشان داده شده است. از منحنی‌ها نتیجه گرفته می‌شود که حتی با بکارگیری  $\epsilon_o$  و  $E_c$  مربوط به بتن سبک ساخته شده با اسکوریا و پومیس در روابط موجود، بین منحنی تنش - کرنش روابط موجود و نتایج تجربی همپوشانی مناسب حاکم نمی‌باشد بنابراین ضرایب روابط موجود که توسط محققان مختلف (جدول (۱)) پیشنهاد شده برای پیش‌بینی منحنی تنش - کرنش LWAC مناسب نمی‌باشند.

$$\epsilon_o = (70 f'_c^{0.44} - 15) 10^{-5} \quad (24)$$

$$E_c = 2.1684 f'_c^{0.535} \quad (25)$$

مجددآ مشاهده می‌شود که بین منحنی تنش - کرنش تجربی و منحنی بدست آمده از روابط موجود تطابق کامل وجود ندارد (شکل (۷)). بنابر این میتوان نتیجه گرفت که مقدار ضرایب داخل روابط تنش - کرنش و مقدار  $\epsilon_o$  و  $E_c$  استفاده شده در آن روابط تأثیر بیشتری برای تولید منحنی مناسب با رفتار واقعی تنش - کرنش بتن سبک دارد.



شکل ۶- مقایسه نتایج تجربی تنش - کرنش با روابط پیشنهادی محققان مختلف

را با نتایج تجربی داشته با نتایج تجربی مقایسه می شود (شکل ۹). همانطوری که از شکل (۹) مشاهده می شود با اصلاح ضرایب رابطه تنش - کرنش (معادله (۱۲)) و با بکارگیری روابط پیشنهادی (۲۲) و (۲۳) برای تعیین کرنش متناظر با تنش حدکثر ( $\varepsilon_0$ ) و مدول الاستیسیته ( $E_c$ )، منحنی نظری کاملاً با نتایج تجربی مطابقت می کند.

#### ۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق روابط موجود ارائه شده توسط محققان مختلف برای پیش‌بینی منحنی تنش - کرنش طوری اصلاح شدند تا قادر باشند برای مقاومت‌های فشاری متفاوت رفتار واقعی تنش - کرنش بتن سبک ساخته شده با اسکوریا و پومیس منطقه آذربایجان را تعیین نمایند. نتایحی که از این تحقیق حاصل شد به طور خلاصه به صورت زیر بیان می‌گردد:

#### ۴-۴- مقایسه روابط پیشنهادی با روابط موجود

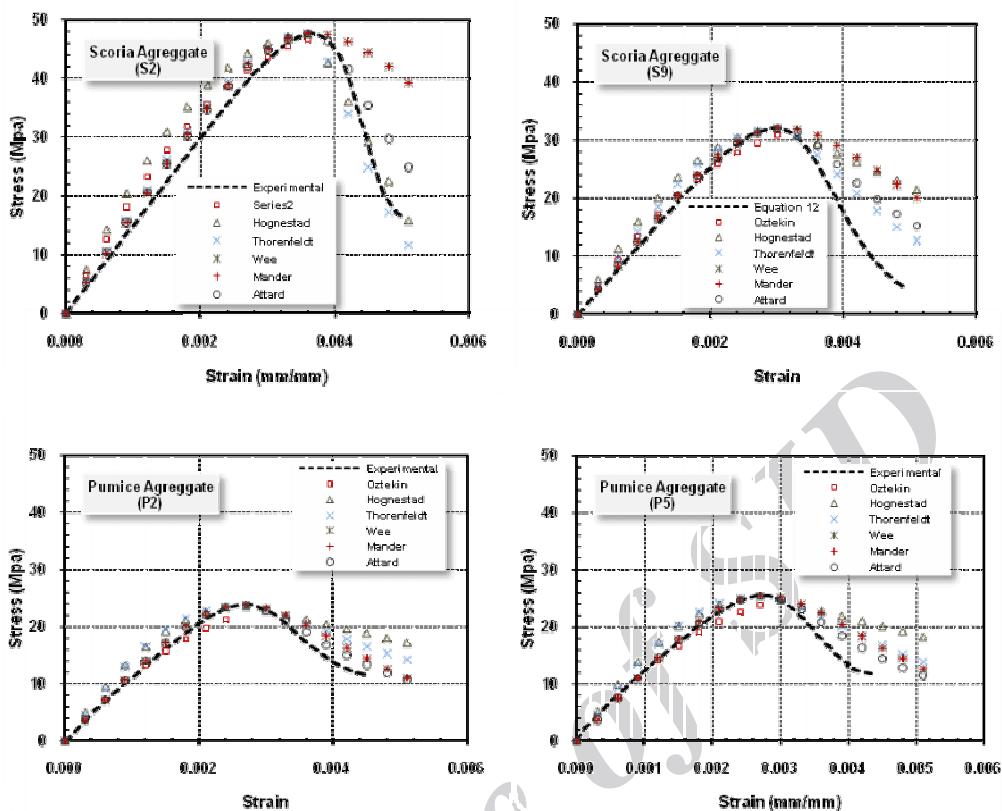
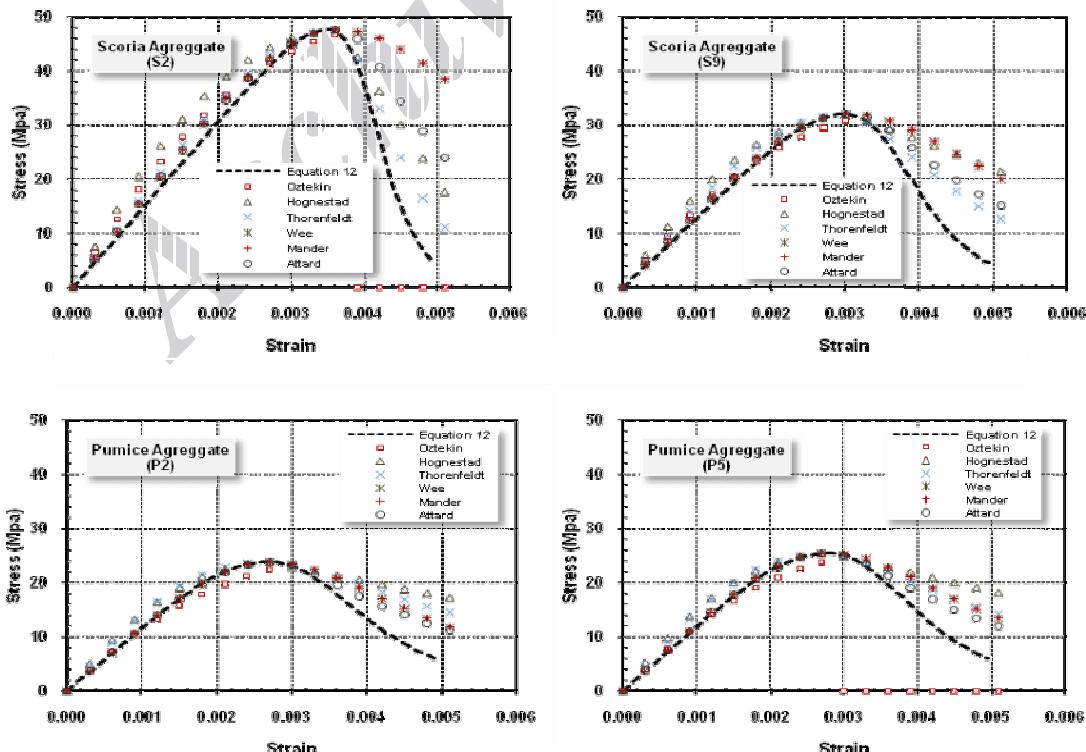
##### (LWAC) و $E_c$ و $\varepsilon_0$

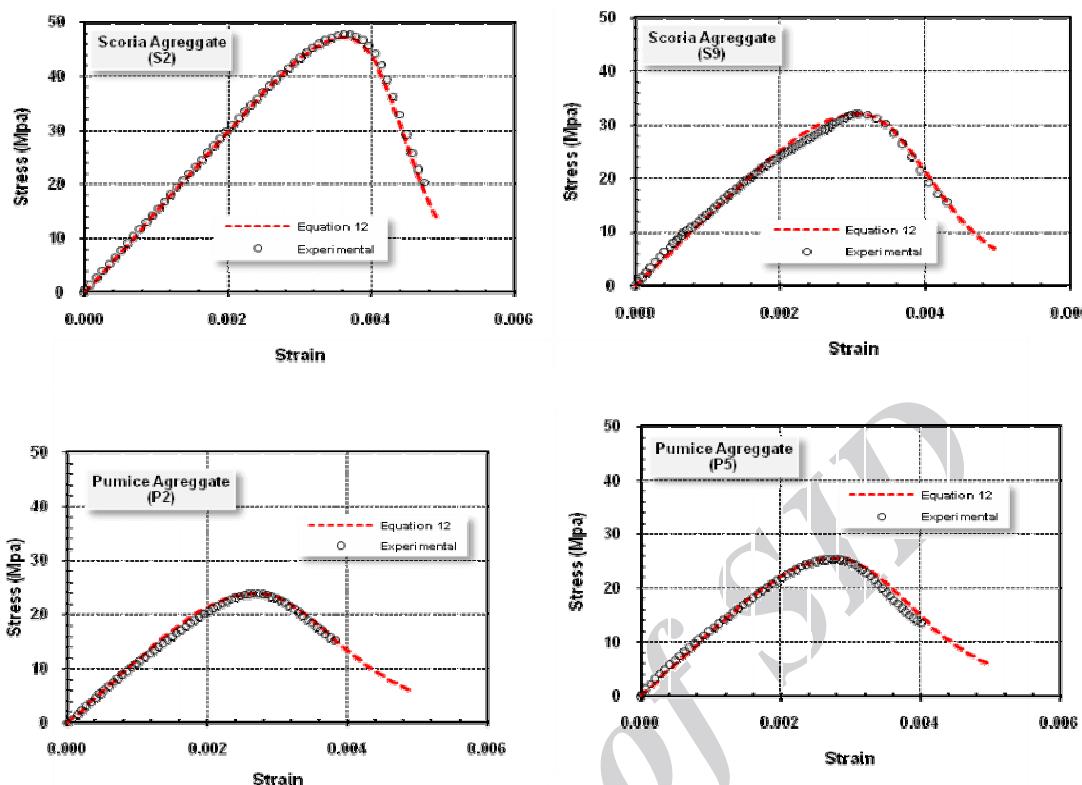
در این تحقیق مشخص شد که معادله پیشنهادی (۱۲) بهتر از سایر روابط پیشنهادی، با نتایج تجربی سازگار است. در این قسمت منحنی تنش - کرنش تولید شده از رابطه (۱۲) با روابط محققان مختلف (جدول (۱)) مقایسه شده است (شکل (۸)). مقادیر کرنش متناظر با تنش حدکثر ( $\varepsilon_0$ ) و مدول الاستیسیته ( $E_c$ ) استفاده شده در روابط، معادلات پیشنهادی برای LWAC ساخته شده با اسکوریا و پومیس محلی (معادله‌های (۲۲) و (۲۳)) می‌باشند. مقایسه منحنی‌های شکل (۸) نشان می‌دهد که برای پیش‌بینی مناسب رفتار بتن، مقدار ضرایب داخل روابط نیز مهم بوده و باید با نوع بتن تعریف شوند.

#### ۴-۵- مقایسه نتایج تجربی با رابطه پیشنهادی (۱۲)

##### (LWAC) و $E_c$ و $\varepsilon_0$

برای مشاهده میزان انطباق نتایج تجربی با روابط اصلاح شده محققان مختلف، در این قسمت معادله (۱۲) که بیشترین انطباق

شکل ۷- مقایسه نتایج تجربی تنش - کرنش با روابط مختلف  $\sigma_o$  و  $E_c$  پیشنهادی محققان مختلفشکل ۸- مقایسه منحنی تنش - کرنش رابطه اصلاح شده (۱۲) با روابط مختلف  $\sigma_o$  و  $E_c$  مربوط به روابط پیشنهادی این تحقیق



شکل ۹- مقایسه منحنی تنش - کرنش نتایج تجربی با ضرایب اصلاح شده رابطه (۱۲) ( $E_c$  و  $\epsilon_o$  مربوط به روابط پیشنهادی این تحقیق)

- ۵- ضرایب اصلاح شده روابط مختلف، رفتار واقعی تنش - کرنش بتن سبک ساخته شده با اسکوریا و پومیس منطقه آذربایجان را بیان می‌کنند و از بین آنها رابطه (۱۲) با نتایج تجربی تنش - کرنش بهتر مطابقت می‌کند.
- ۶- برای شاخه نزولی، ضرایب اصلاح شده منحنی تنش - کرنش که بیانگر نتایج تجربی می‌باشد در مقایسه با روابط موجود، شبیه تنیدی را تولید می‌کنند، این موضوع افت سریع مقاومت پس از تنش حداکثر بتن سبک در مقایسه با بتن معمولی را نشان می‌دهد.

#### ۶- مراجع

- [1] Tasnimi, A.A., "Mathematical model for complete stress-strain curve prediction of normal, light-weight and high-strength concretes", Magazine of Concrete Research, 2004, 56(1), 23–34.
- [2] Palmquist, S.M., Jansen, D.C., "Postpeak Strain-Stress Relationship for Concrete in Copression", ACI Materials Journal, 2001, 98(3), 214-219.
- [3] Zhang, M.H., Gjorv, O.E., "Mechanical Properties of High-Strength Lightweight

- ۱- رفتار تنش - کرنش بتن تحت تنش فشار تک محوری به نوع بتن وابسته بوده که برای پیش‌بینی آن، تعیین خصوصیات مکانیکی بتن نظری مقاومت فشاری ( $f'_c$ )، کرنش متناظر با تنش حداکثر ( $\epsilon_o$ ) و مدول الاستیسیته ( $E_c$ ) اهمیت زیادی دارد.
- ۲- مشخص شد که منحنی تنش - کرنش به مقدار  $\epsilon_o$  و  $E_c$  حساس می‌باشد، بنابر این لازم است برای تعیین منحنی تنش - کرنش بتن سبک این مقادیر تعیین شده و یا روابطی که مقدار آنها را پیش‌بینی می‌کنند شناسایی و تأیید شوند.
- ۳- در این تحقیق مشخص شد که ضرایب روابط منحنی تنش - کرنش در تولید منحنی مناسب نقش مهمی را ایفا می‌کنند. بنابراین لازم شد ضرایب روابط موجود که توسط محققان مختلف ارائه شده است برای استفاده بتن سبک ساخته شده با پومیس و اسکوریا اصلاح شوند.
- ۴- با بکارگیری  $\epsilon_o$  و  $E_c$  مربوط به بتن سبک در روابط منحنی تنش - کرنش محققان مختلف مشاهده شد که شاخه صعودی تا حدودی با نتایج تجربی مطابقت می‌کند ولی شاخه نزولی انحراف زیادی با نتایج تجربی دارد. برای رفع این موضوع ضرایب شاخه صعودی و نزولی طوری اصلاح گردیدند تا روابط با نتایج تجربی کاملاً سازگار باشند.

- [10] Thorenfeldt, E., Tomaszewicz, A., Jensen, J.J., "Mechanical Properties of High-Strength Concrete and Application in Design", Proceedings of Utilization of High Strength Concrete Symposium, Stavanger, Norway, 1987, 149-159.
- [11] Muguruma, H., Nishiyama, M., Watanabe, F., "Ductility Evaluation of Reinforced Concrete Columns with Normal and High Strength Concrete", Proceedings of Pacific Conference on Earthquake Engineering Auckland, New Zealand, 1991, 159-170.
- [12] Wee, T.H., Chin, M. S., and Mansur, M.A., "Stress-Strain Relationship of High Strength Concrete Compression", Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE, 1996, 8(2), 70-76.
- [13] Attard, M.M.; Setunge, S., "Stress-Strain Relationship of Confined and Unconfined Concrete", ACI Materials Journal, 1996, 93(5), 432-442.
- [14] Oztekin, E., Pul, S., Husem, M., "Determination of Rectangular Stress Block Parameters for High Strength Concrete", Engineering Structures, 2003, 25(3), 371-376.
- [4] Concrete", ACI Materials Journal, 1991, 88(3), 240-246.
- [5] Hognestad, E., Hanson, N.W., McHenry, D., "Concrete stress distribution in ultimate strength design", ACI Journal, Proceedings 1955, 52(12), 455-79.
- [6] Sargin, M., Handa, V.K., "A General Formulation for the Stress-Strain Properties of Concrete", Report No. 3, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, 1969, 36 p.
- [7] Popovics, S., "A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete", Cement and Concrete Research, 1973, 5(3), 583-599.
- [8] Wang, P.T., Shah, S.P., Naaman, A.E., "Stress-strain curve for normal and lightweight concrete in compression", American Concrete Ins. J. Proceeding, 1978, 75(11), 603-614.
- [9] Carreira, D.J., Chu, K.H., "Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression," ACI Journal, 1985, 83 (6), 797-804.
- [9] Mander, J.B.; Priestley, M. J. N; Park, R. "Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete", ASCE Journal of Structural Engineering, 1988, 114(8), 1804-1826.