

## تحلیل مقاومت و شکل پذیری ستون‌های ساخته شده از بتن پرمقاومت با مشخصات غیرقطعی

محمدرضا اصفهانی\*<sup>۱</sup>، فرزاد شهابیان<sup>۲</sup> و سیدمحمد صابری زاده<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> استاد دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

<sup>۲</sup> دانشیار دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

<sup>۳</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

### چکیده

تاکنون رابطه‌های متعددی برای تعیین مقاومت و شکل‌پذیری ستون‌های ساخته شده از بتن‌های پرمقاومت توسط پژوهشگران مختلف ارائه شده است. در این تحقیق مدل‌ها و داده‌های آزمایشگاهی قابل دسترس که توسط پژوهشگران در این زمینه ارائه و انجام شده است، مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. بررسی‌های انجام شده نشان می‌دهد که در این نوع ستون‌ها لازم است که اثر عدم قطعیت‌های مربوط به عوامل مؤثر در ایجاد مقاومت و شکل‌پذیری در نظر گرفته شود. برای این کار لازم است که با انجام یک تحلیل احتمال اندیشانه، عدم قطعیت ناشی از طبیعت آماری متغیرها را به طور کمی وارد فرایند طراحی نمود. در این مقاله برای در نظر گرفتن این عدم قطعیت‌ها، مقاومت جاری شدن فولاد جانبی و مقاومت بتن به صورت متغیرهای تصادفی با تابع چگالی نرمال و لگ‌نرمال با ضرایب پراکندگی ۱۰، ۱۵ و ۲۵ درصد در نظر گرفته می‌شود. برای تولید متغیرهای تصادفی فوق از روش مونت کارلو استفاده می‌گردد. با استفاده از متغیرهای تولید شده پارامترهای مربوط به مقاومت و شکل‌پذیری مقطع محصور شده محاسبه و با نتایج آزمایش مقایسه می‌گردد. بدین ترتیب قابلیت اطمینان هر یک از مدل‌ها مشخص و سطح ایمنی هر کدام تعیین می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی مؤلفین علاوه بر تخمین مناسب نتایج با حداقل خطا، دارای قابلیت اطمینان مناسب می‌باشد.

**واژگان کلیدی:** بتن پرمقاومت، شکل‌پذیری، ستون بتنی، تحلیل احتمال اندیشانه، روش مونت کارلو، عدم قطعیت‌ها.

### ۱- مقدمه

شدگی برای تشخیص و پیش‌بینی رفتار تنش- کرنش بتن‌های با

مقاومت معمولی و بالا ارائه شده است [۱].

وجود عدم قطعیت در هر یک از قسمت‌های تحلیل سازه مانند ویژگی‌های مواد، هندسه سازه و بارگذاری سبب دور شدن نتایج از مقدار واقعی می‌گردد. یک راهکار عملی برای حل این مشکل، انجام تحلیل احتمال اندیشانه و شبیه‌سازی رفتار سازه در اثر این عدم قطعیت‌ها می‌باشد. در یک تحلیل یقین‌اندیشانه از اثر عوامل نامعلوم اثرگذار صرف نظر می‌شود و براساس یک سری فرضیه‌های ساده کننده و با به کارگیری مقادیر متوسط، متغیرهای تصادفی به صورت متغیرهای قطعی مدل‌سازی می‌شوند. اما در یک تحلیل احتمال اندیشانه، می‌توان عدم قطعیت‌های ناشی از طبیعت آماری متغیرها را به صورت روابط ریاضی درآورده و ملاحظات ایمنی را به طور کمی وارد فرآیند طراحی نمود. برای انجام یک تحلیل احتمال اندیشانه، به تولید متغیرهای تصادفی نیاز است. متداول‌ترین روش در تحلیل احتمال اندیشانه فرایند شبیه‌سازی مونت کارلو می‌باشد [۲].

در این مقاله ابتدا به روش معمول، مدل‌های تحلیلی موجود

در طی سال‌های گذشته تعداد قابل توجهی پژوهش بر روی خصوصیت‌های مکانیکی بتن‌های پرمقاومت صورت گرفته است. نتیجه این تلاش‌ها پیش‌بینی می‌کند که این ماده در آینده نزدیک به طور گسترده در سازه‌هایی مانند ساختمان‌های بلند مرتبه، پل‌های با دهانه بلند، تونل‌ها و بندرگاه‌ها مورد استفاده قرار خواهد گرفت. با افزایش کاربرد بتن پرمقاومت در کارهای مهندسی عمران آگاهی زیاده‌تر در ارتباط با رفتار این مواد به خصوص در مناطق زلزله‌خیز، همانند مقاومت و شکل‌پذیری از نکته‌های ابتدایی و مهم محسوب می‌شود. دو پارامتر ذکر شده با افزایش تنش سه محوری (بتن محصور شده) افزایش می‌یابد. از این رو به دلیل طبیعت شکنندگی بتن پرمقاومت تحت نیروی محوری، وجود فولادهای عرضی از اهمیت بیشتری نسبت به بتن با مقاومت معمولی برخوردار است. مسئله محصور شدن بتن از مدت‌ها پیش مطرح و به صورت آزمایشگاهی و تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است، به طوری که چندین مدل محصور

شکل‌پذیری بوده و تأثیر قابل توجه‌ای بر روی عملکرد خمشی ستون دارد. این متغیر تعریف‌های متفاوتی از دیدگاه پژوهشگران مختلف داشته و از کاهش ۱۵٪ ( $\epsilon_{cc85}$ ) تا ۵۰٪ ( $\epsilon_{cc50}$ ) مقاومت بعد از تنش اوج متغیر می‌باشد.

این چهار متغیر براساس داده‌های آزمایشی که بر روی ستون‌های ساخته شده از بتن پر مقاومت انجام شده مورد تحلیل قرار گرفته است. داده‌های موجود شامل ۱۶۸ ستون دایروی محصور شده با دور پیچ و ۱۵۸ ستون مربعی محصور شده با تنگ راست گوشه بوده که تحت آزمایش فشار محوری (محوری) یک نواخت قرار گرفته‌اند. مقاومت فشاری بتن محصور نشده در این نمونه‌ها از ۲۷ MPa تا ۱۳۴ MPa متغیر بوده و توسط فولادهای عرضی که مقاومت جاری شدن آن‌ها از ۲۵۵ MPa تا ۳۸۷ MPa تغییر می‌کرد، محصور شده‌اند. بنابر این داده‌ها دارای جامعیت کاملی از حیث مقاومت فولاد عرضی از نوع پر مقاومت و معمولی می‌باشد. همچنین درصد فولاد جانبی از مقدار ۰/۳٪ تا ۷/۳٪ متغیر بوده که نشان از وجود حداقل و حداکثر مقدار فولاد محصورکننده در نمونه‌ها دارد. ابعاد نمونه‌ها نیز از مقدار ۱۲۵ mm تا ۵۰۰ mm تغییر کرده است. در مرجع [۱] جزئیات مربوط به نمونه‌ها مورد ارزیابی قرار گرفته موجود می‌باشد.

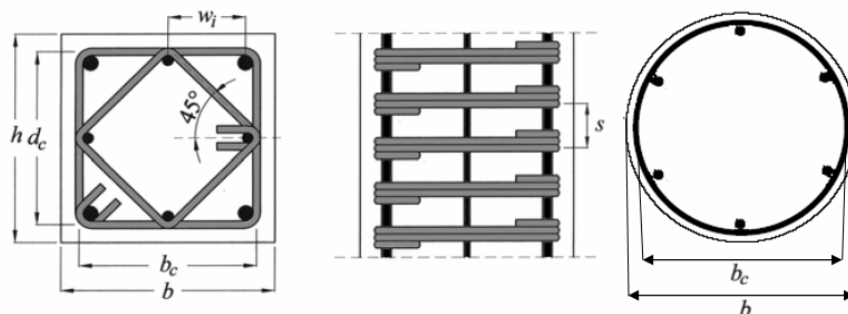
با توجه به گستردگی مدل‌های مورد استفاده در این تحلیل، این مدل‌ها به صورت جداگانه (بر اساس شکل مقطع عرضی که در شکل (۱) نشان داده شده است) در جدول (۱) ارائه شده است. در این جدول نام مدل‌ها براساس حروف اول ارائه‌کنندگان مخفف شده است. داده‌های مورد ارزیابی قرار گرفته دارای پراکندگی مناسب در زمینه مقاومت فشاری نمونه‌ها، درصد حجمی فولادهای جانبی، اندازه و مقیاس نمونه‌ها، مقاومت جاری شدن فولادهای عرضی و آرایش فولادهای عرضی می‌باشد.

برای محاسبه مقاومت و شکل‌پذیری ستون‌های محصور شده مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. سپس برای در نظر گرفتن اثر عدم قطعیت‌های ناشی از تصادفی بودن مواد تشکیل دهنده بتن پر مقاومت، مقاومت جاری شدن فولاد عرضی و مقاومت بتن به صورت متغیرهای تصادفی در نظر گرفته می‌شوند. برای این کار با استفاده از روش مونت کارلو، متغیرهای تصادفی مورد نظر با تابع چگالی احتمال نرمال و لگ‌نرمال با ضرایب پراکندگی ۱۰، ۱۵ و ۲۵ درصد تولید می‌شوند. آن‌گاه تحلیلی احتمال‌اندیشانه جهت تعیین سطح ایمنی هر یک از مدل‌ها و مدل پیشنهادی نویسندگان مقاله انجام شده و قابلیت اطمینان هر مدل تعیین می‌گردد.

## ۲- مروری بر مدل‌های محصورشدگی موجود

در این تحقیق مدل‌های تحلیلی ارائه شده توسط پژوهشگران مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد (جدول (۱)). به علت عدم قطعیت بسیار زیادی که در مورد مدل‌های محصورشدگی از جمله مقاومت و شکل‌پذیری بتن محصور شده با دور پیچ و تنگ‌های راست گوشه وجود دارد، در این تحقیق سنجش عدم قطعیت در مورد این متغیرها صورت می‌پذیرد. بدین منظور از ۴ متغیر اصلی جهت تحلیل و بررسی مورد استفاده می‌شود که شامل،  $f'_{cc}$ : مقاومت فشاری بتن محصور شده،  $\epsilon_{cc}$ : کرنش متناظر با تنش حداکثر در بتن محصور شده،  $\epsilon_{cc85}$ : کرنش متناظر با ۸۵٪ تنش حداکثر روی شاخه نزولی منحنی تنش-کرنش و  $\epsilon_{cc50}$ : کرنش متناظر با ۵۰٪ تنش حداکثر روی شاخه نزولی منحنی تنش-کرنش می‌باشند.

دو پارامتر اولیه متغیرهای عمومی بوده و نقش بسیار مهمی در توصیف رفتار تنش-کرنش ستون‌های از بتن پر مقاومت دارد. همچنین کرنش نهایی یکی از متغیرهای مؤثر در مبحث



شکل ۱- متغیرهای موجود در مدل‌های ارائه شده

جدول ۱- خلاصه‌ای از مدل‌های مقاومت و شکل‌پذیری ستون‌های ساخته شده از بتن پرمقاومت

مدل	معادله
RBB [۳]	$f'_{cc} = f'_{co} + 4.1f_1 \quad f_1 = (2A_{sp}f_{ys}/sd_c)$
IDR [۴]	$f'_{cc} = f'_{co} + 4.6f_1(1-s/d_c) \quad f_1 = (2A_{sp}f_{ys}/sd_c)$
MNS [۵]	$f'_{cc} = 0.85f'_c + 4.0f_1(1-s/d_c) \quad \epsilon_{cc} = 0.0025 + (1.72f_1(1-s/d_c))/(f'_c)^2$ $\epsilon_{cc85} = \epsilon_{co85} + (22.1 \times 10^3 f_1(1-s/d_c))/(f'_c)^3 \quad \epsilon_{co85} = 0.0025 \left[ (17.1/f'_c)^2 + 1 \right] \quad f_1 = (2A_{sp}f_{ys}/sd_c)$
FS [۶]	$f'_{cc} = \lambda_2 \left[ f'_c + (1.15 + (21/f'_c))f_1 \right] \quad \lambda_2 = 1 + 15 \left( \frac{f_1}{f'_c} \right)^3$ $\epsilon_{cc} = 1.49 \times 10^{-5} f'_c + 0.0296\lambda_2 (f_1/f'_c) + 0.00195 \quad f_1 = (2A_{sp}f_{ys}/sd_c)$
MPP [۷]	$f'_{cc} = f'_{co} \left[ -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + 7.94(f_1/f'_{co})} - 2(f_1/f'_{co}) \right]$ $k_e = (1-s/2d_s)/(1-\rho_g) \quad f_1 = 0.5k_e \rho_s f_{ys}$
BTJ [۸]	$f'_{cc} = f'_c + 4k_g f_1 \quad 45\text{MPa} < f'_c \leq 80\text{MPa}$ $f'_{cc} = f'_c + 3k_g f_1 \quad 80\text{MPa} < f'_c \leq 90\text{MPa}$ $\epsilon_{cc85} = \epsilon_{co85} + \frac{0.05k_g (f_1/f'_c)}{(1-F)} \quad \epsilon_{cc} = 0.0025 + 0.05k_g (f_1/f'_c) \quad f_1 = (2A_{sp}f_{ys}/sd_c)$ $\epsilon_{co85} = 0.0025 \left[ (17.07/f'_c)^2 + 1 \right] \quad F = \frac{1}{1 + (1/f_1 k_g)^{0.25}} \quad k_g = 1 - (s/d_c)$
SR-99 [۹]	$f'_{cc} = f'_{co} + k_1 f_1 \quad k_1 = 6.7(f_1)^{-0.17} \quad f_1 = (2A_{sp}f_{sp}/sd_c) \quad k_2 = 1 \quad k_3 = (40/f'_{co}) \leq 1.0$ $f_{sp} = E_s \left( 0.0025 + 0.043 \sqrt{\frac{\rho_s}{f'_{co}}} \right) \leq f_{ys} \quad \epsilon_{cc} = \epsilon_{co}(1 + 5k_3 K) \quad \epsilon_{co} = 0.0028 - 0.0008k_3$ $k_4 = (f_{ys}/500) \geq 1.0 \quad \epsilon_{cc85} = 260k_3 \rho_s \epsilon_{cc} [1 + 0.5(k_4 - 1)] + \epsilon_{co85} \quad \epsilon_{co85} = \epsilon_{co} + 0.0018k_3^2$
SR-92 [۱۰]	$f'_{cc} = f'_{co} + k_1 f_1 \quad k_1 = 6.7(f_1)^{-0.17} \quad f_1 = (2A_{sp}f_{ys}/sd_c)$ $\epsilon_{cc} = \epsilon_{co}(1 + 5K) \quad \epsilon_{co} = 0.002 \quad \epsilon_{cc85} = 260\rho_s \epsilon_{cc} + \epsilon_{co85} \quad \epsilon_{co85} = 0.0038 \quad K = (k_1 f_1 / f'_{co})$
ANW [۱۱]	$f'_{cc} = f'_{co} + 3.36f_1 \quad f_1 = (2A_{sp}f_{ys}/sd_c)$ $\epsilon_{cc} = \epsilon_{co} \left( 1 + 21.5 \left( \frac{f_1}{f'_{co}} \right) \right) \quad (\epsilon_{cc80}/\epsilon_{co}) = 2.74 + 32.84 \left( \frac{f_1}{f'_{co}} \right)$
K.SR [۱۲]	$f'_{cc} = f'_c + 4.1f_1 \quad f'_c \leq 69\text{MPa}$ $f'_{cc} = f'_c + 3.54f_1 \quad f'_c > 69\text{MPa}$ $\epsilon_{cc85} = \epsilon_{cc} + 0.12(f_1/f'_{co})^{2.3} \quad \epsilon_{cc} = \epsilon_{co} + 0.05(f_1/f'_{co})^{1.8} \quad f_1 = (2A_{sp}f_{ys}/sd_c)$
SE [۱۳]	$f'_{cc} = 9 + 0.995f'_{co} + 6.209(w_\alpha w_s) - 10.337w_w$ $\epsilon_{cc} = -0.0031 + 5.432 \times 10^{-5} f'_{co} + 0.044w_w - 1.125 \times 10^{-3} w_\alpha$ $\epsilon_{cc85} = -0.6812 \times 10^{-3} + 0.0456 \times 10^{-2} (\rho_s f_{ys}^2 / f'_{co}{}^{1.3}) - 15.767 \times 10^{-4} w_\alpha + 0.0342 \times 10^{-3} f'_{co}$ $w_\alpha = (d_b^2 f_{ys} / d_c s) \quad w_w = (\rho_s f_{ys} / f'_{co}) \quad w_s = 1 - (s/d_c)$

دایروی

جدول ۱- (ادامه)

مدل	معادله
MPP [۷]	$f'_{cc} = f'_{co} \left[ -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + 7.94(f_l/f'_{co})} - 2(f_l/f'_{co}) \right]$ $k_e = \left( 1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{6A_c} \right) \left( 1 - \frac{s}{2b_c} \right) \left( 1 - \frac{s}{2d_c} \right) / (1 - \rho_g)$ $f_l = 0.5k_e \rho_s f_{ys}$
NSKI [۱۳]	$f'_{cc} = 0.85f'_c + 9.83 \sqrt{\alpha \rho_s f_{ys}}$ $\epsilon_{cc50} = \epsilon_{cc} + 0.193(\alpha \rho_s f_{ys} / 0.85f'_c)$ $k_e = \left( 1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{6A_c} \right) \left( 1 - \frac{s}{2b_c} \right) \left( 1 - \frac{s}{2d_c} \right) / (1 - \rho_g)$
BTJ [۸]	$f'_{cc} = f'_c + 4k_g f_l$ $45\text{MPa} < f'_c \leq 80\text{MPa}$ $f'_{cc} = f'_c + 3k_g f_l$ $80\text{MPa} < f'_c \leq 90\text{MPa}$ $\epsilon_{cc85} = \epsilon_{co85} + \frac{0.05k_g (f_l/f'_c)}{(1-F)}$ $\epsilon_{cc} = 0.0025 + 0.05k_g (f_l/f'_c)$ $f_l = 0.5\rho_s f_{ys}$ $\epsilon_{co85} = 0.0025 \left[ (17.07/f'_c)^2 + 1 \right]$ $F = \frac{1}{1 + (1/f_l k_g)^{0.25}}$ $k_g = \text{Max} \left\{ 1 - (s/d_c), \left( 1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{5.5A_c} \right) \right\}$
SS [۱۴]	$f'_{cc} = f'_c + 11.5f_l$ $f_l = \rho_s f_{ys} \frac{d_b}{w_i} \left( 1 - \frac{s}{2d_c} \right)$
MNW [۱۵]	$f'_{cc} = (1 + 49C_c)f'_c$ $\epsilon_{cc} = (1 + 341C_c)\epsilon_{co}$ $C_c = 0.313\rho_s \frac{\sqrt{f_{ys}}}{f'_c} (1 - (s/2b))$
KK [۱۶]	$f'_{cc} = 0.85f'_c + 10.3(k_g \rho_s f_{ys})^{0.4}$ $k_e = \left( 1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{6d_c b_c} \right) (1 - s/2b_c) (1 - s/2d_c)$ $w_w = \rho_s f_{ys} / f'_c$ $\epsilon_{cc} = \epsilon_{co} + \left[ 1 + 32.8(k_e w_w)^{1.9} \right]$ $\epsilon_{cc50} = \epsilon_{co} + 0.0911(k_e w_w)^{0.8}$
IM [۱۷]	$f'_{cc} = f'_c + 4\alpha f_l$ $45\text{MPa} < f'_c \leq 80\text{MPa}$ $f'_{cc} = f'_c + 3\alpha f_l$ $80\text{MPa} < f'_c \leq 90\text{MPa}$ $\alpha = \left( 1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{5.5A_c} \right) (1 - s/2b_c) (1 - s/2d_c)$ $f'_{cc} = f'_c + 2\alpha f_l$ $90\text{MPa} < f'_c$ $f_l = 0.5\rho_s f_{ys}$
DF [۱۸]	$f'_{cc} = \left[ f'_c + (1.15 + (21.02/f'_c))f_l \right]$ $f_l = (0.5\rho_s f_{ys})(1 - s/d_c)$
FATS [۱۹]	$(f'_{cc}/f'_{co}) = 1 + 1.077(\rho_s f_{ys}/f'_{co})^{0.7}$ $f'_{co} = 0.85f'_c$ $\epsilon_{cc} = \epsilon_{co} + 0.042(\rho_s f_{ys}/f'_{co})^{1.7}$ $\epsilon_{cc50} = 0.004 + 0.053(\rho_s f_{ys}/f'_{co})^{1.1}$ $\epsilon_{co} = (f'_{co}/E_c)(n/n-1)$ $n = 0.8 + (f'_{co}/17)$
LP [۲۰]	$\epsilon_{cc50} = \epsilon_{co50} (1 + 60I_{e50})$ $I_{e50} = \rho_{sey} (f_{ys}/f'_c)$ $\rho_{sey} = 0.5k_e \rho_s$ $\alpha = \left( 1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{6A_c} \right) \left( 1 - s^*/2b_c \right) \left( 1 - s^*/2d_c \right) / (1 - \rho_g)$ $\epsilon_{co50} = 0.004$
TBB [۲۱]	$y_1 = 2.52 + 2.63x_1 - 0.06x_1^2 + 0.05(x_1 - 13.5)^2$ $\begin{cases} (x_1 - 13.5)^2 = (x_1 - 13.5)^2 & x_1 \geq 13.5 \\ (x_1 - 13.5)^2 = 0 & x_1 < 13.5 \end{cases}$ $y_2 = 0.94 - 12.1x_2 + 16.4x_2^2 - 142.28(x_2 - 0.07)^2$ $\begin{cases} (x_2 - 0.07)^2 = (x_2 - 0.07)^2 & x_2 \geq 0.07 \\ (x_2 - 0.07)^2 = 0 & x_2 < 0.07 \end{cases}$ $y_3 = -0.005 + 0.26x_3 - 0.66x_3^2 + 0.71(x_3 - 0.16)^2$ $\begin{cases} (x_3 - 0.16)^2 = (x_3 - 0.16)^2 & x_3 \geq 0.16 \\ (x_3 - 0.16)^2 = 0 & x_3 < 0.16 \end{cases}$ $y_1 = f_{cc} - f_{co}$ , $x_1 = k_e \rho_s f_{ys}$ $\alpha = \left( 1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{6d_c b_c} \right) (1 - s/2b_c) (1 - s/2d_c)$ $y_2 = (\epsilon_{cc}/\epsilon_{co}) - 1$ $y_3 = \epsilon_{cc50} - \epsilon_{co}$ $x_2 = x_3 = (k_e \rho_s f_{ys} / f'_c)$

مربعی

جدول ۱- (ادامه)

مدل	معادله
SR-99 [۹]	$f'_{cc} = f'_{co} + k_1 f_{le} \quad k_1 = 6.7 (f_{le})^{-0.17} \quad f_l = \left( \sum_{i=1}^q (A_s f_s \sin \alpha) / s d_c \right) \quad k_2 = 0.15 \sqrt{(b_c / s)(d_c / s_1)}$ $f_{sp} = E_s \left( 0.0025 + 0.043 \sqrt{\frac{k_2 \rho_s}{f'_{co}}} \right) \leq f_{ys} \quad \varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} (1 + 5k_3 K) \quad \varepsilon_{co} = 0.0028 - 0.0008k_3 \quad k_3 = (40/f'_{co}) \leq 1.0$ $k_4 = (f_{ys} / 500) \geq 1.0 \quad \varepsilon_{cc85} = 260k_3 \rho_s \varepsilon_{cc} [1 + 0.5k_2 (k_4 - 1)] + \varepsilon_{co85} \quad \varepsilon_{co85} = \varepsilon_{co} + 0.0018k_3^2 \quad K = (k_1 f_l / f'_{co})$
SE [۱]	$f'_{cc} = 1.035f'_{co} + 264.75(w_\alpha w_s / s_1) + 16.447w_w + (398.891/s_1) \quad w_\alpha = (d_b^2 f_{ys} / d_c s)$ $\varepsilon_{cc} = 0.00295 - 14.68 \times 10^{-5} w_\alpha + 0.9702(w_w / s_1) \quad w_w = (\rho_s f_{ys} / f'_{co})$ $\varepsilon_{cc50} = 0.0114 + 7.013 \times 10^{-5} w_\alpha - 3.012 \varepsilon_{co} \quad 3.154(w_w / s_1) \quad w_s = 1 - (s/d_c)$

می‌شود که مدل‌های پیشنهادی نویسندگان مقاله [۱] یعنی مدل SE دارای جواب مناسب‌تری می‌باشند. این مدل‌ها در مقایسه با سایرین دارای نسبت میانگین  $(P_{analy}/P_{exp})$  نزدیک به ۱ و شاخص‌های آماری مناسب‌تری نسبت به دیگر مدل‌ها می‌باشند. در این جدول تمامی مدل‌ها به تفکیک شکل مقطع عرضی ارائه شده و در کنار آن تعداد نمونه‌های مورد بررسی قرار گرفته در مورد هر پارامتر آورده شده است. در مدل‌های مربوط به شکل‌پذیری تعداد نمونه‌های بررسی شده در هر مدل نسبت به مدل‌های مربوط به مقاومت کمتر بوده که علت آن وجود یکی از عوامل زیر می‌باشد:

مقدار آزمایشگاهی پارامتر مورد نظر توسط پژوهشگر گزارش نشده است.

شاخه نزولی منحنی تحلیلی تنش- کرنش موازی محور افقی بوده و مقدار تحلیلی مدل قابل تشخیص نمی‌باشد. مقاومت باقی‌مانده بتن (مقاومت پسماند) بزرگتر از مقاومت متناظر با پارامتر خواسته شده می‌باشد.

همچنین در مورد مدل‌های مربوط به کرنش متناظر با تنش حداکثر، عدم قطعیت بیشتری نسبت به مدل‌های مربوط به مقاومت بتن محصور شده مشاهده شد. یکی از علت‌های عدم قطعیت در این مدل‌ها این است که اندازه کرنش فشاری به طور جدی به طول گسیج و محل قرارگیری اندازه‌گیرهای کرنش بستگی داشته و از آن‌جا که طول و موقعیت اندازه‌گیرهای کرنش در آزمایش‌های محققین مختلف متفاوت بوده، مقایسه اطلاعات مراجع مختلف با یکدیگر مشکل می‌باشد.

برای ارزیابی عملکرد روابط ارائه شده از شاخص‌های زیر استفاده می‌شود:

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{P_{analy}}{P_{exp}} \right)_i \quad (۱)$$

$$ER(\%) = 100 \times \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{(P_{analy})_i - (P_{exp})_i}{(P_{exp})_i} \right|}{n} \quad (۲)$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (۳)$$

$$x_i = \left( \frac{P_{analy}}{P_{exp}} \right)_i, \bar{x} = m \quad (۴)$$

$$CoV = \frac{S}{m} \quad (۵)$$

که در این روابط  $P_{exp}$  مقدار آزمایشگاهی پارامتر مورد نظر،  $P_{analy}$  مقدار تحلیلی بدست آمده برای پارامتر در نظر گرفته شده در مدل مورد بررسی،  $n$  تعداد نمونه‌های مورد بررسی قرار گرفته،  $m$  میانگین نسبت نتایج حاصل از مدل به نتایج آزمایشگاهی،  $ER$  میانگین خطاها،  $S$  انحراف معیار داده‌ها و  $CoV$  ضریب تغییرات (ضریب پراکندگی) می‌باشد.

نتایج حاصل از مقایسه آماری رابطه‌های موجود در جدول (۲) ارائه شده است. با توجه به نتایج بدست آمده مشاهده

جدول ۲- نتایج ارزیابی مدل‌های مربوط به مقاومت و شکل‌پذیری بتن محصور شده در فضای قطعی

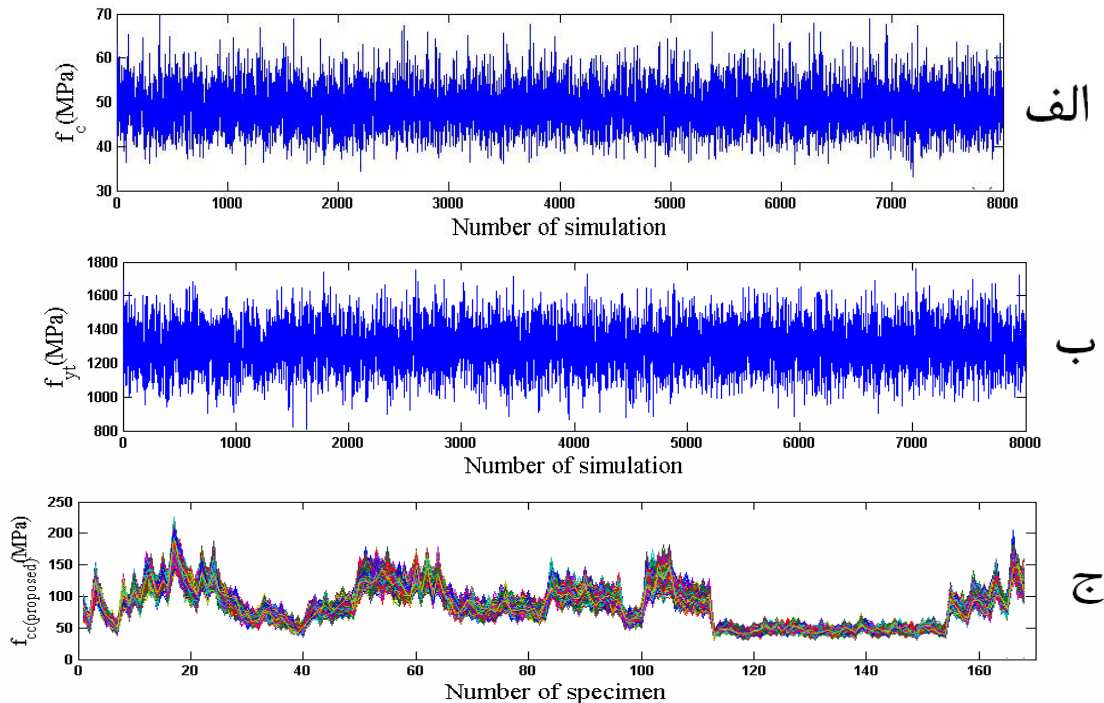
کمیت	مقطع	مقادیر آماری*	مدل								
			FATS	KK	SR-99	BTJ	NSKI	TBB	DF		
$f_{cc}$	مربعی (۱۰۷)**										
		Mean	1.07	1.10	1.00	1.22	1.16	1.04	1.03		
		ER (%)	9.63	11.94	6.2	22.44	16.83	7.59	8.87		
		St. Dev.	0.11	0.11	0.08	0.15	0.12	0.09	0.11		
		COV (%)	9.09	9.94	7.71	12.09	10.22	8.71	10.55		
			MPP	SS	MNW	IM	SE				
		Mean	1.15	1.07	1.02	1.16	1.00				
		ER (%)	16.24	9.98	9.04	16.11	5.71				
		St. Dev.	0.15	0.10	0.11	0.13	0.07				
		COV (%)	13.16	9.55	10.99	10.89	7.37				
		$f_{cc}$	دایروی (۱۶۸)		K.SR	ANW	SR-99	BTJ	MNS	FS	SR-92
				Mean	0.95	0.92	1.05	1.00	0.88	0.98	1.07
ER (%)	10.32			10.42	9.95	9.67	12.75	15.35	11.44		
St. Dev.	0.12			0.11	0.12	0.12	0.12	0.34	0.13		
COV (%)	12.38			11.40	11.37	11.80	13.04	35.16	12.46		
	MPP			IDR	RBB	SE					
Mean	1.06			0.93	0.97	1.00					
ER (%)	11.70			10.22	10.33	7.72					
St. Dev.	0.13			0.11	0.12	0.09					
COV (%)	12.77			11.74	12.69	9.83					
$\varepsilon_{cc}$	مربعی (۱۰۷)				FATS	KK	SR-99	BTJ	TBB	MNW	SE
				Mean	1.16	1.03	0.96	1.29	1.46	0.87	1.00
		ER (%)	35.02	28.52	27.11	41.42	54.04	26.57	22.26		
		St. Dev.	0.53	0.43	0.41	0.45	0.52	0.31	0.30		
		COV (%)	46.01	41.34	42.43	35.15	35.42	35.63	30.08		
$\varepsilon_{cc}$	دایروی (۱۴۶)		K.SR	ANW	SR-99	BTJ	MNS	FS	SR-92		
		Mean	0.62	1.29	1.24	1.08	0.90	1.12	1.58		
		ER (%)	39.44	52.56	48.42	40.73	38.63	40.98	74.16		
		St. Dev.	0.28	0.62	0.58	0.53	0.46	0.51	0.72		
		COV (%)	44.50	48.35	46.49	48.62	50.70	45.38	45.73		
			MPP	SE							
		Mean	1.43	1.00							
		ER (%)	67.63	32.04							
		St. Dev.	0.86	0.43							
		COV (%)	60.18	43.42							
		$\varepsilon_{cc50}$	مربعی (۸۱)		FATS	KK	LP	NSKI	TBB	SE	
				Mean	1.21	1.59	1.56	2.41	1.29	1.00	
ER (%)	33.55			61.21	57.42	141.5	49.95	22.09			
St. Dev.	0.43			0.56	0.48	0.82	0.65	0.29			
COV (%)	35.40			35.14	31	33.81	50.08	29.06			
$\varepsilon_{cc85}$	دایروی (۹۴)		K.SR	SR-92	SR-99	BTJ	MNS	SE			
		Mean	0.57	3.66	2.26	1.15	0.60	1.00			
		ER (%)	45.32	270.16	132.18	79.48	53.11	38.23			
		St. Dev.	0.29	3.16	1.53	1.06	0.44	51.88			
		COV (%)	51.61	86.27	67.61	92.65	75.14	52.19			

\* St. Dev: Standard Deviation, COV: Coefficient of Variation,

\*\* تعداد نمونه‌ها

جدول ۳- مشخصات متغیرهای تصادفی

متغیر تصادفی	نوع توزیع	ضریب پراکندگی
$f'_{co}$	لگ نرمال	٪۲۵ ٪۱۵ ٪۱۰
$f_{yt}$	نرمال	٪۲۵ ٪۱۵ ٪۱۰



شکل ۲- نمودار تولید متغیر تصادفی حاصل از ۸۰۰۰ بار شبیه‌سازی (الف) مقاومت بتن با توزیع لگ-نرمال، (ب) مقاومت فولاد عرضی با توزیع نرمال، (ج) پاسخ رابطه پیشنهادی نویسندگان مقاله [۱] مربوط به مقاومت بتن محصور شده مربوط به مقاطع دایروی

می‌گردد. شاخص اول تابع میانگین خطاست که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^N |f_i - f_{exp}|}{N} \quad (6)$$

در این رابطه  $f_{exp}$  مقدار اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه برای نمونه  $i$  ام،  $f_i$  مقدار شبیه‌سازی شده توسط روش مونت کارلو برای هر یک از نمونه‌ها و  $N$  تعداد کل شبیه‌سازی می‌باشد. شاخص دوم، قابلیت اطمینان بوده که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Re. = 1 - \bar{Y} \quad (7)$$

$$\bar{Y} = \frac{n}{N} \quad (8)$$

### ۳- تحلیل احتمال‌اندیشانه مدل‌های ارائه شده

در این بخش مقاومت بتن محصور نشده و مقاومت جاری شدن فولاد جانبی که دو عامل بسیار مهم و مؤثر در ایجاد مقاومت و شکل‌پذیری ستون‌های پر مقاومت هستند به صورت متغیر تصادفی در نظر گرفته می‌شود [۲۲]. برای تولید متغیرهای تصادفی، از روش مونت کارلو استفاده می‌گردد. برای این کار ۸۰۰۰ مقدار تصادفی در هر نمونه آزمایشگاهی مطابق ویژگی‌های نشان داده شده در جدول (۳) تولید می‌گردد. شکل (۲) نمونه‌ای از تولید متغیر تصادفی مقاومت بتن، مقاومت جاری شدن فولاد جانبی و پاسخ رابطه پیشنهادی نویسندگان مقاله [۱] مربوط به مقاومت محصور شده مقاطع دایروی حاصل از ۸۰۰۰ بار شبیه‌سازی را نشان می‌دهد. با استفاده از متغیرهای تولید شده، پارامترهای مربوط به مقاومت و شکل‌پذیری مقطع محصور شده محاسبه و با نتایج آزمایش مقایسه می‌گردد.

برای ارزیابی روابط مربوط به هر بخش در فضای عدم قطعیت از شاخص‌های میانگین خطا و قابلیت اطمینان استفاده



همان‌طور که در شکل (۴-ب) مشاهده می‌شود مقدار شاخص  $k_c$  مدل پیشنهادی نویسندگان مقاله در مقایسه با اکثر مدل‌ها نتیجه‌ای مناسب داشته است.

### ۳-۲- کرنش متناظر با تنش اوج بتن محصور شده ( $\varepsilon_{cc}$ )

در مورد مدل‌های مربوط به کرنش متناظر با تنش اوج نیز رفتار مدل‌ها در مقابل تغییرات مربوط به ضریب‌های پراکندگی و نوع توزیع مربوط به متغیرهای تصادفی مورد بررسی قرار گرفت. در مدل مربوط به نمونه‌های مربعی شکل کمترین خطا در مدل پیشنهادی نویسندگان مقاله [۱] مشاهده شد. علی‌رغم زیادتیر بودن قابلیت اطمینان مدل‌های Kappos و همکاران [۱۶] و Muguruma و همکاران [۱۵] از مدل پیشنهادی نویسندگان مقاله، این مدل شاخص  $k_c$  تقریباً برابر با مدل‌های ذکر شده دارد. آن‌چه که در رفتار مدل‌ها مشخص بود، افزایش خطای میانگین در اثر افزایش درصد پراکندگی بود. مدل Tavio و همکاران [۲۱] در این سری از مدل‌ها بیشترین خطای میانگین کمترین قابلیت اطمینان را به خود اختصاص داده و روند ثابت قابلیت اطمینان در پراکندگی مختلف در مدل پیشنهادی نویسندگان مقاله [۱] و مدل Bjerkeili و همکاران [۸] مشاهده شد. شکل (۵-الف) نمودار مقایسه‌ای خطای میانگین در مقابل قابلیت اطمینان مدل‌های مربوط به کرنش متناظر با نقطه اوج در مقاطع مربعی را نشان داده و شکل (۵-ب) نیز نمودار مقایسه‌ای از شاخص  $k_c$  مدل‌ها نسبت به مدل پیشنهادی می‌باشد. در مدل‌های دایروی، مدل پیشنهادی ضمن ارائه کمترین میانگین خطا در بین سایر مدل‌ها، دارای  $k_c$  قابل قبول در بین سایر مدل‌ها می‌باشد (شکل (۶-الف)). نکته قابل توجه در این مدل‌ها نتایج مربوط به مدل Sungjoong و همکاران [۱۲] می‌باشد. در این مدل ضمن حفظ خطای میانگین پایین در مقایسه با مدل‌های ارائه شده پیشین، قابلیت اطمینان این مدل (بواسطه ارائه نتایج با نسبت میانگین پایین همان‌طور که در جدول (۲) مشاهده می‌شود) نسبتاً بالا بود که این مسئله در شکل (۶-ب) به وضوح مشخص است. البته این نتایج را می‌توان ناشی از این عامل دانست که در بین داده‌های بررسی شده تعداد نمونه‌هایی که از این پژوهشگر در تحلیل این سری از مدل‌ها مورد استفاده قرار گرفت بیشترین مقدار بود. بنابر این پراکندگی پایین نتایج این مدل را می‌توان به‌واسطه نتایج مطلوبی که این مدل در مورد نمونه‌های خود ارائه می‌دهد دانست. در نهایت مشاهده شد که مدل پیشنهادی نویسندگان مقاله با افزایش ضریب پراکندگی قابلیت اطمینان تقریباً ثابت دارد.

که در آن  $n$  تعداد مواردی است که در آن  $f_i > f_{exp}$  گردیده است. به عبارت دیگر  $n$  تعداد مواردی است که مقدار تخمین زده شده متغیر مربوطه به ازاء متغیرهای تصادفی از نتیجه آزمایشگاهی بیشتر بوده است. علاوه بر شاخص‌های ذکر شده در مقایسه روابط، آن‌چه که مهم است عملکرد مطلوب رابطه در تخمین مناسب نتایج با خطای حداقل و داشتن قابلیت اطمینان مناسب می‌باشد. بدین منظور برای آن‌که بتوان مقایسه‌ای در مورد عملکرد همزمان این دو شاخص در مورد هر یک از روابط انجام داد از شاخص مقایسه‌ای  $(Re./E_{rj})$  استفاده می‌شود. این شاخص نسبت قابلیت اطمینان مدل به خطای میانگین آن است. در یک مدل مطلوب قابلیت اطمینان بالا و حداقل خطای میانگین مورد نظر است، بنابراین هر چه مدل دارای  $k_c$  بالاتر باشد بدین معنی است که خطای میانگین کمتر و یا قابلیت اطمینان بالاتر است.

### ۳-۱- مقاومت بتن محصور شده

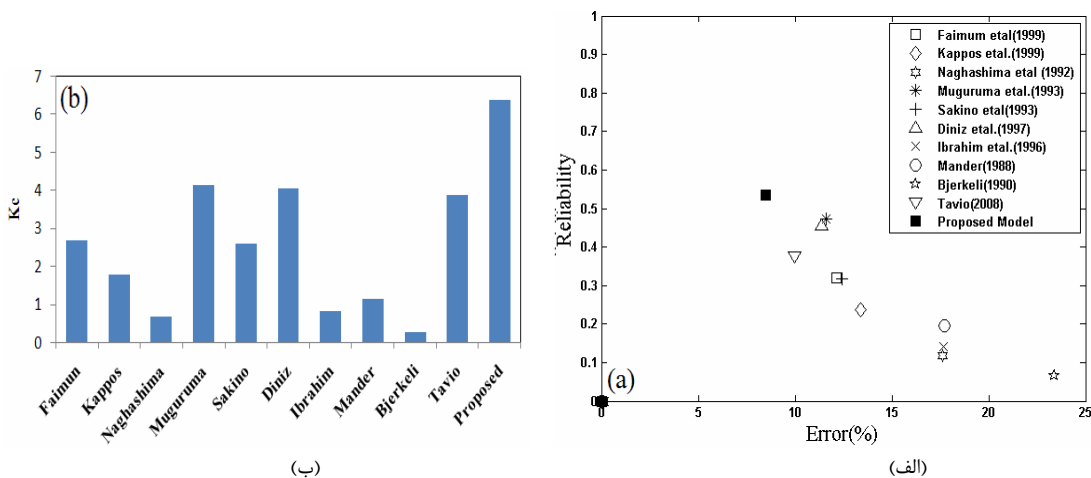
همان‌طور که در بخش قبل بیان شد برای بررسی عملکرد روابط موجود از شاخص‌های میانگین خطا، قابلیت اطمینان و در نهایت برای آن‌که بتوان مقایسه‌ای در مورد عملکرد همزمان این دو شاخص در مورد هر یک از روابط انجام داد از شاخص مقایسه‌ای  $k_c$  استفاده می‌شود. بدین منظور در مورد هر پارامتر نمودار مقایسه‌ای میانگین خطا در برابر قابلیت اطمینان هر رابطه ترسیم شده که این مقادیر از میانگین ۸۰۰۰ بار شبیه‌سازی شده متغیرهای تصادفی با استفاده از روش مونت‌کارلو به ازاء هر نمونه، بدست آمده است. با شبیه‌سازی از نمونه‌های موجود و تحلیل احتمال‌اندیشانه در مورد مدل‌های مربوط به مقاومت حداکثر بتن محصور شده در نمونه‌های مربعی شکل، مدل پیشنهادی نویسندگان مقاله [۱] ضمن داشتن کمترین خطای میانگین دارای بیشترین شاخص قابلیت اطمینان بود. شکل (۳-الف) نمودار مقایسه‌ای خطای میانگین در مقابل قابلیت اطمینان مدل‌های مربوط به مقاومت بتن محصور شده در مقاطع مربعی را نشان می‌دهد. در این شکل نشانگر توپر مربوط به مدل پیشنهادی نویسندگان مقاله بوده که در پایین‌ترین قسمت محور خطا و در بالاترین مقدار در قابلیت اطمینان در مقایسه با سایر روابط قرار گرفته است. شکل (۳-ب) نیز نمودار مقایسه‌ای از شاخص  $k_c$  مدل‌ها نسبت به مدل پیشنهادی نویسندگان مقاله می‌باشد. در مدل‌های دایروی نیز کمترین خطای میانگین مربوط به مدل پیشنهادی نویسندگان مقاله [۱] بود (شکل (۴-الف)).



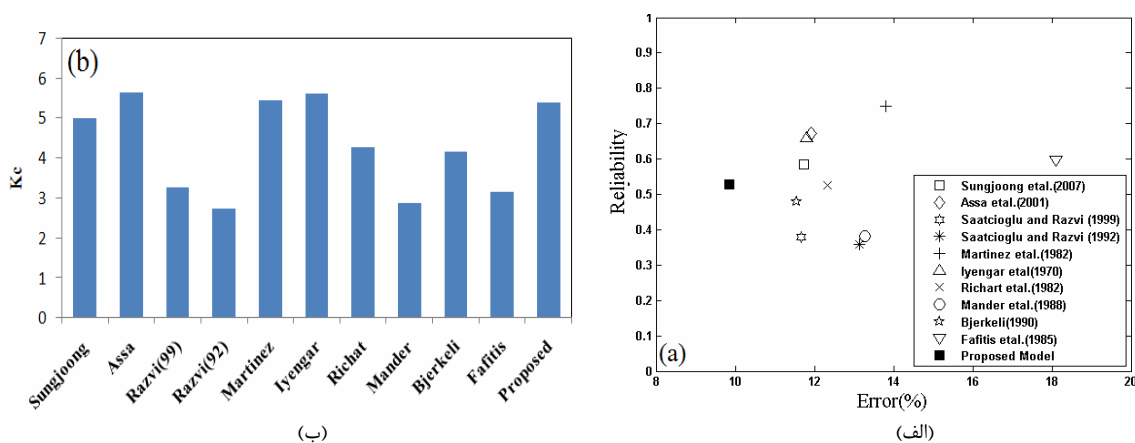
بدست آمد. در مدل‌های دایروی روند نامنظمی مشاهده شد که این پدیده را می‌توان ناشی از آن دانست که این متغیر تعریف جامعی در بین مدل‌های پژوهشگران گذشته نداشته و هر پژوهشگر براساس نتایج آزمایشگاهی خود به ارائه نتایج پرداخته است. در تحلیل احتمال‌اندیشانه همان‌طور که در شکل (۸) مشاهده می‌شود علی‌رغم خطای کم نسبت به سایر مدل‌ها شاخص  $k_c$  نسبت به دو مدل پایین‌تر بود که اگر به تحلیل‌های یقین‌اندیشانه توجه شود با توجه به نسبت میانگین بسیار پایین این مدل‌ها، این مسئله که این مدل‌ها در تخمین نتایج بسیار محافظه کارانه عمل نمودند مشخص می‌شود. بنابر این در نهایت مدل پیشنهادی نویسندگان مقاله می‌تواند جایگزین مناسب‌تری نسبت به مدل‌های پیشین باشد.

### ۳-۳- کرنش متناظر با ۵۰٪ و ۸۵٪ تنش اوج بتن محصورشده

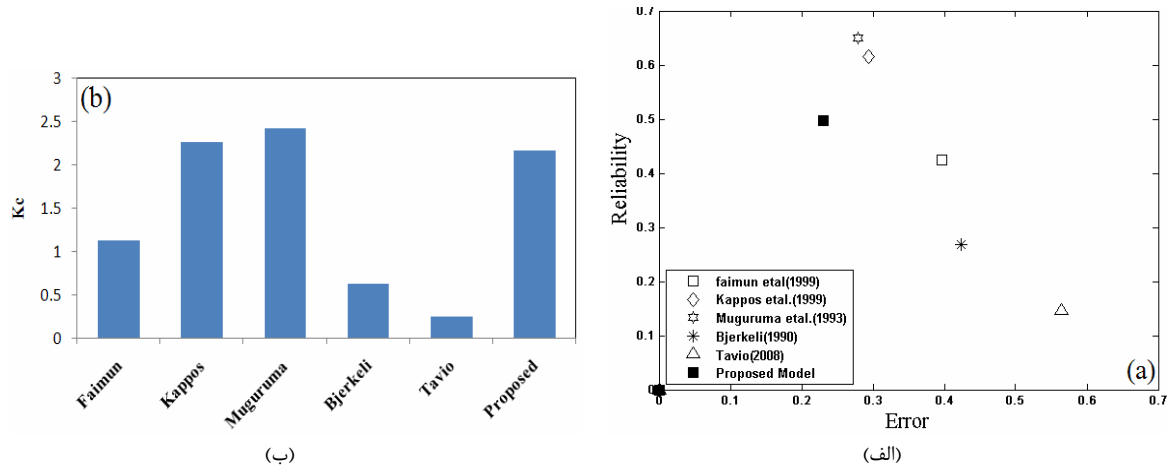
در تحلیل احتمال‌اندیشانه مدل‌های کرنش متناظر با ۵۰٪ تنش اوج در نمونه‌های مربعی شکل، نتایج بسیار مناسبی در مقایسه با سایر مدل‌ها بدست آمد. همان‌طور که در شکل (۷-الف) مشاهده می‌شود بالاترین قابلیت اطمینان و کمترین خطا در مدل پیشنهادی دیده می‌شود. به‌طوری که نشانگر توپر که نشان دهنده نتایج مربوط به مدل پیشنهادی می‌باشد، در بالاترین قسمت محور قابلیت اطمینان و در پایین‌ترین قسمت محور میانگین خطا قرار گرفته است. در این سری از مدل‌ها طبق آنچه انتظار می‌رفت خطای مدل Naghashima و همکاران [۱۳] بسیار بالاتر از سایر مدل‌ها



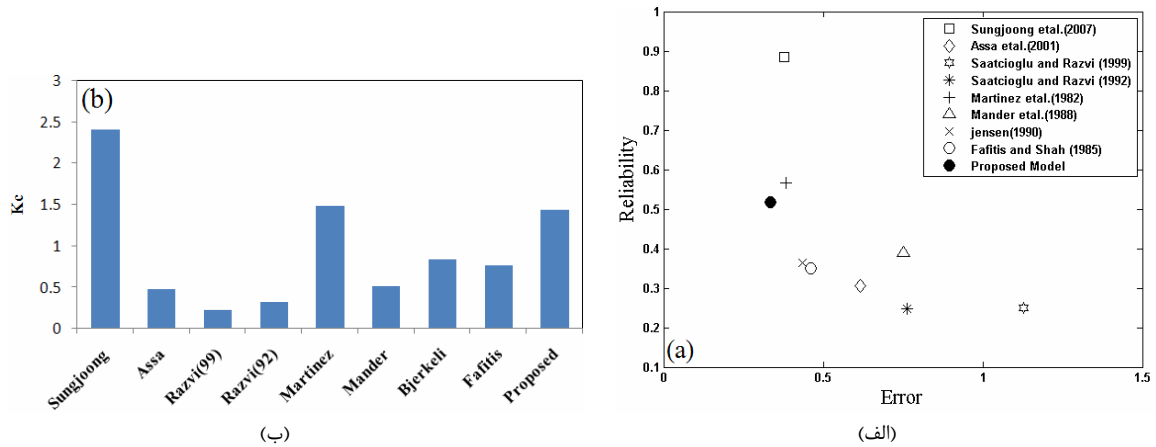
شکل ۳- نمودار مقایسه‌ای الف) خطای میانگین در مقابل قابلیت اطمینان ب) شاخص  $k_c$  در مدل‌های مقاومت بتن محصور شده ( $f_{cc}$ ) مقاطع مربعی



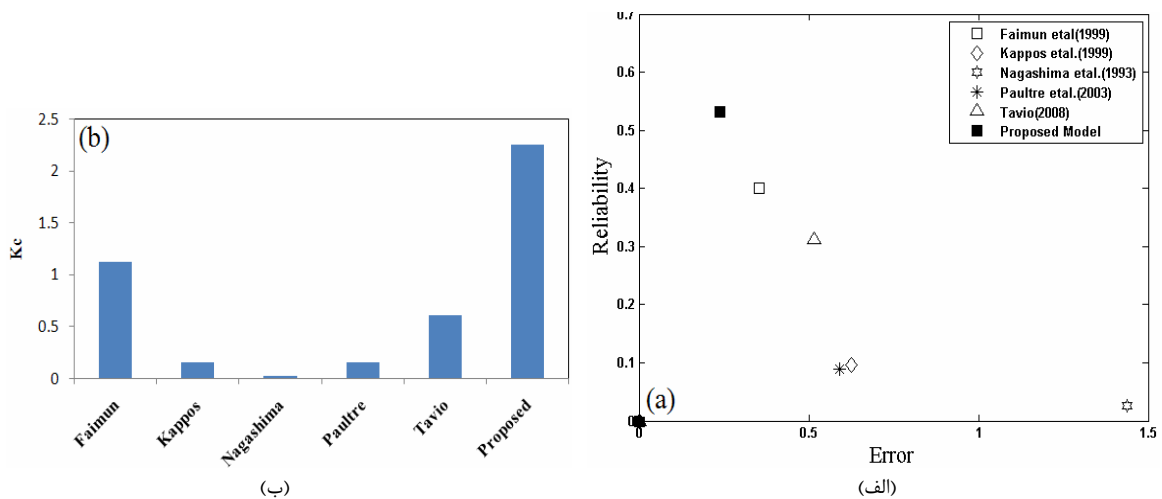
شکل ۴- نمودار مقایسه‌ای الف) خطای میانگین در مقابل قابلیت اطمینان ب) شاخص  $k_c$  در مدل‌های مقاومت بتن محصور شده ( $f_{cc}$ ) مقاطع دایروی



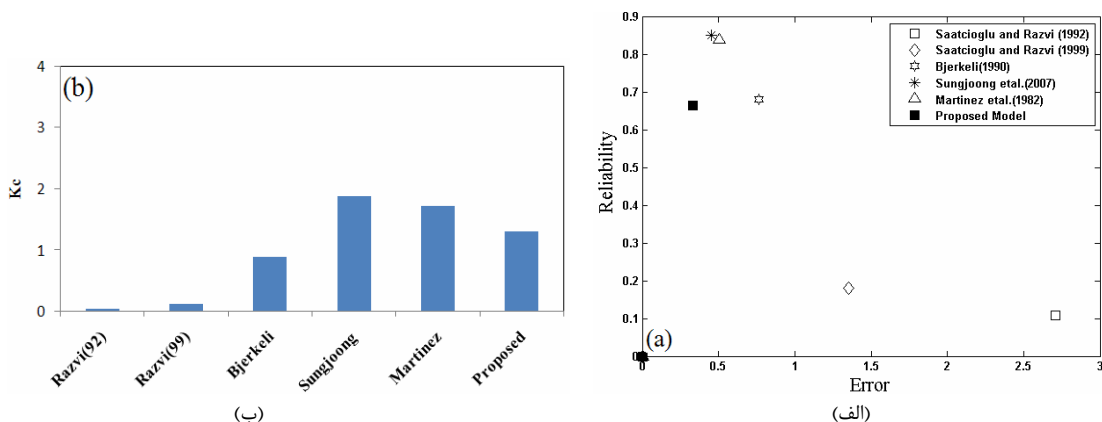
شکل ۵- نمودار مقایسه‌ای الف) خطای میانگین در مقابل قابلیت اطمینان ب) شاخص  $k_c$  در مدل‌های کرنش متناظر با تنش اوج ( $\varepsilon_{cc}$ ) مقاطع مربعی



شکل ۶- نمودار مقایسه‌ای الف) خطای میانگین در مقابل قابلیت اطمینان ب) شاخص  $k_c$  در مدل‌های کرنش متناظر با تنش اوج ( $\varepsilon_{cc}$ ) مقاطع دایروی



شکل ۷- نمودار مقایسه‌ای الف) خطای میانگین در مقابل قابلیت اطمینان ب) شاخص  $k_c$  در مدل‌های کرنش متناظر با ۵۰٪ تنش اوج ( $\varepsilon_{cc50}$ ) مقاطع مربعی



شکل ۸- نمودار مقایسه‌ای الف) خطای میانگین در مقابل قابلیت اطمینان ب) شاخص  $k_c$  در مدل‌های کرنش متناظر با ۸۵٪ تنش اوج ( $\epsilon_{cc85}$ ) مقاطع دایروی

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق به بررسی احتمال‌اندیشانه مدل‌های مربوط به مقاومت و شکل‌پذیری ستون‌های ساخته شده از بتن پر مقاومت پرداخته شد. بدین منظور، دو متغیر مقاومت بتن محصور نشده و مقاومت جاری شدن فولاد جانبی به عنوان متغیرهای تصادفی در نظر گرفته شده و به کمک روش مونت کارلو، این متغیرها شبیه‌سازی شدند. در نهایت با تعیین قابلیت اطمینان و ارزیابی سطح ایمنی هر یک از مدل‌های پیشنهادی نتایج زیر بدست آمد: (۱) با استفاده از نتایج آزمایشگاهی موجود و تحلیل انجام شده مشاهده شد که روابط پیشنهادی نویسندگان مقاله در ضمن سادگی و سراسر بودن، دارای دقت مناسب بوده و پراکندگی نتایج و خطای موجود نیز نسبت به سایر مدل‌های پیشین حداقل بود.

(۲) در بخش مربوط به تحلیل احتمال‌اندیشانه، ۵۱ رابطه مورد بررسی قرار گرفت. این رابطه‌ها شامل ۴۵ رابطه مربوط به پژوهشگران پیشین و ۶ رابطه پیشنهادی نویسندگان مقاله می‌باشد. مقایسه مدل پیشنهادی با مدل‌های گذشته نشان داد که مدل پیشنهادی در تمامی موارد دارای حداقل خطا بوده بنابراین این مدل‌ها با وجود اعمال عدم قطعیت نیز نتایج نزدیک‌تر به رفتار واقعی ستون را ارائه می‌کنند.

(۳) در مدل‌های مربوط به مقاومت بتن محصور شده و کرنش متناظر با ۵۰٪ تنش اوج در نمونه‌های مربعی شکل، مدل‌های پیشنهادی نویسندگان مقاله ضمن داشتن حداقل خطای ممکن دارای حداکثر قابلیت اطمینان نسبت به سایر مدل‌ها بوده که این نتایج در هیچ‌کدام از روابط دیگر بدست نیامد.

(۴) با افزایش ضریب پراکندگی در توزیع احتمالی مورد نظر، خطا در مدل‌های مربوط به مقاومت و کرنش متناظر با تنش اوج

در بتن محصور شده افزایش و در مدل‌های مربوط به شکل‌پذیری تغییر محسوسی مشاهده نشد. همچنین شاخص قابلیت اطمینان در مدل‌های پیشنهادی روند تقریباً ثابتی را از خود نشان داد.

(۵) در مدل مربوط به کرنش متناظر با تنش اوج، مدل پیشنهادی نویسندگان مقاله دارای کمترین خطا بوده و علی‌رغم کمتر بودن قابلیت اطمینان آن نسبت به چند مدل، دارای شاخص  $k_c$  تقریباً برابر با این مدل‌ها می‌باشد که بیانگر ارائه نتایج مطلوب‌تر و نزدیک به واقعیت نسبت به این مدل‌ها است.

(۶) در مدل مربوط به کرنش متناظر با ۸۵٪ تنش اوج بتن محصور شده مدل پیشنهادی نویسندگان مقاله در مقایسه با سایر مدل‌ها دارای کمترین خطا می‌باشد. لیکن به دلیل تحلیل بسیار محافظه‌کارانه مدل‌های پیشین و در نتیجه قابلیت اطمینان بالای مدل‌های مذکور، مقدار  $k_c$  مدل پیشنهادی از مدل‌های دیگر کمتر می‌باشد. در مجموع می‌توان چنین نتیجه‌گیری کرد که از یک سو با توجه به حاشیه اطمینان بیش از حد، استفاده از مدل‌های موجود باعث غیراقتصادی بودن مقاطع می‌شود و از سوی دیگر با توجه به دقت بالای رابطه پیشنهادی و علی‌رغم پایین بودن  $k_c$ ، توصیه می‌شود که از مدل پیشنهادی به عنوان جایگزین مناسب برای مدل‌های موجود استفاده کرد.

#### ۵- مراجع

[۱] اصفهانی، م. ر، صابری‌زاده، م.، "تحلیل یقین‌اندیشانه مقاومت و شکل‌پذیری ستون‌های ساخته شده از بتن پر مقاومت" نشریه علمی پژوهشی امیرکبیر، (زیر چاپ).

- [14] Sun, Y. P., Sakino, K., "Ductility Improvement of Reinforced Concrete Columns with High Strength Materials", Transactions of JCI, 1993 (15), 455-462.
- [15] Muguruma, H., Nishiyama, M., Watanabe, F., "Stress-strain Curve Model for Concrete with a Wide Range of Compressive Strength", Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Conference on Utilization of High Strength Concrete, Lillehammer, Norway, 1993, pp 314-321
- [16] Kappos, A. J., Konstantinidis, D., "Statistical Analysis of Confined High Strength Concrete", Materials and Structures, 1999, 32, 734-748.
- [17] Ibrahim, H. H. H., MacGregor, J. G., "Flexural Behavior of Laterally Reinforced High-Strength Concrete Sections", ACI Structural Journal, 1996, 93, 6, 674-684.
- [18] Diniz, S. M. C., Frangopol, D. M., "Strength and Ductility Simulation of High Strength Concrete Columns", ASCE Journal of Structural Engineering, 1997, 123, (10) 1365-1374.
- [19] Faimun, Aji, P., Tavio, Suprobo, P., "Usulan Kurva Hubungan Tegangan-Regangan Beton Terkekang", Majalah IPTEK, Lembaga Penelitian, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 1999, 12, 1, 61-70.
- [20] Le'geronl, F., Paultre, P., "Uniaxial Confinement Model for Normal- and High-Strength Concrete Columns", ASCE Journal of Structural Engineering, 2003, 129, (2) 241-259.
- [21] Tavio, Budiantara, N., Kusuma, B., "Spline Nonparametric Regression Analysis of Stress-Strain Curve of Confined Concrete", Civil Engineering Dimension 2008, 10, (1) 14-27.
- [22] Bauer, J., Pula, W., "Reliability with respect to Settlement Limit-states of Shallow Foundations on Linearly-deformable Subsoil", Computer and Geotechnique, 2000, 26, 281-308.
- [2] Sciuva, M. D., Lomario, D., "A Comparison of Monte Carlo and FORMs in calculating the reliability of a Composite Structure", Composite Structures, 2003, 59, 155-162.
- [3] Richart, F. E., Brandtzaeg, A., Brown, R. L., "The Failure of Plain and Spirally Reinforced Concrete in Compression", University of Illinois Engineering Station Bulletin Series No. 190, Vol. 26, (April 1929), 73 pp.
- [4] Iyengar, K. T. S. R., Desayi, P., Reddy, K. N., "Stress-Strain Characteristics of Concrete Confined in Steel Binders", Magazine of Concrete Research, Vol. 22, No. 72 (Sep. 1970) pp. 173-184.
- [5] Martinez, S., Nilson, A. H., Slate, F. O., "Spirally Reinforced High-Strength Concrete Columns", ACI Journal, 1984, 431-442.
- [6] Fafitis, A., Shah, P. S., "Lateral Reinforcement for High-Strength Concrete Columns", ACI Special Publication, SP-87, Detroit, USA, 1985, pp 213-232.
- [8] Bjerkeli, L., Tomaszewicz, A., Jensen, J. J., "Deformation Properties and Ductility of High-Strength Concrete", High-Strength Concrete: Second International Symposium, ACI SP-121-12, Detroit, 1990 pp 215-238.
- [9] Razvi, S., Saatcioglu, M., "Confinement Model for High-Strength Concrete", ASCE Journal of Structural Engineering, 1999, 125 (3), 281-289.
- [10] Saatcioglu, M., Razvi, S. R., "Strength and Ductility of Confined Concrete", ASCE Journal of Structural Engineering, 1992, 118 (6), 1590-1607.
- [11] Assa, B., Nishiyama, M., Watanabe, F.; "New Approach for Modeling Confined Concrete. I: Circular Columns", ASCE Journal of Structural Engineering, 2001, 127 (7) 743-750.
- [12] Sungjoong, K., Rizkalla, S., "Behavior of High-Strength Concrete Columns", PhD Dissertation, North Carolina State University, Raleigh, 2007.
- [13] Nagashima, T., Sugano, S., Kimura, H., Ichikawa, A., "Monotonic Axial Compression Test on Ultra-High-Strength Concrete Tied Columns", Earthquake Engineering 10<sup>th</sup> World Conference, Madrid, Spain, July, 1992, pp 2983-2988.