

# محاسبه نیروی جانبی لرزه‌ای وارد بر دیوار حائل و محل اثر آن در خاک‌های ماسه‌ای خشک چند لایه

محمود قضاوی<sup>\*</sup> و مسعود مشغق یگانه<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشیار گروه خاک و پی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

<sup>۲</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد گرایش خاک و پی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

## چکیده

در این مقاله با استفاده از معادلات مبتنی بر نظریه پلاستیسته مواد و بر پایه روش‌های تعادل حدی، روابطی به منظور تخمین نیروی برآیند لرزه‌ای وارد بر دیوارهای حائل صلب ناشی از خاکریزهای لایه‌ای غیرچسبنده ارائه می‌گردد. به این منظور با استفاده از معادلات پلاستیسته حاکم بر سطوح گسیختگی (معادلات کوتر) و با در نظر گرفتن اثر نیروی لرزه‌ای بر فشار عکس العمل، نیروی عکس العمل خاک ثابت بر روی گوه خاک محاسبه می‌گردد. سپس با استفاده از تعادل نیروها به تعیین رابطه‌ای برای محاسبه نیروی جانبی لرزه‌ای وارد بر دیوار حائل پرداخته شده است. همچنین رابطه‌ای جهت تخمین ارتفاع نقطه اثر نیروی جانبی محرك بر روی دیوار حائل ارائه شده است. با توجه به ایجاد رابطه‌ای برای محاسبه فشار ناشی از عکس العمل خاک، نیروی جانبی برآیند وارد بر دیوار و ارتفاع نقطه اثر نیروی محرك در خاکریزهای تک لایه، روابط مذکور به خاکریزهای چند لایه بسط داده شده است. نتایج به دست آمده از روش حاضر با نتایج مشابه از روش‌های قبلی مقایسه شده است. نیروی جانبی برآیند در مکانی بالاتر از یک سوم از پای دیوار وارد روش مونونوبه - اکابه می‌باشد. نتایج این مطالعه نشان می‌دهند که ارتفاع نقطه اثر نیروی جانبی برآیند در تطابق کامل با نتایج می‌گردد. همچنین ارتفاع نقطه اثر آن بر روی دیوارهای حائل و در نتیجه تعیین صحیح نیروی برشی و لنگر واژگونی در طراحی دیوارهای حائل با خاکریزهای تک لایه و چند لایه می‌باشد. به علاوه نادیده گرفتن اثر نیروهای لرزه‌ای بر روی فشار عکس العمل وارد بر گوه گسیختگی به طرح نامطمئن دیوار منجر می‌گردد.

**واژگان کلیدی:** دیوار حائل، سطح شکست، حالت فعال، پلاستیسته، روش تعادل حدی، خاکریزهای خشک چند لایه.

زلزله وارد بر گوه گسیختگی به صورت شبه استاتیکی، ضرایبی را جهت تعیین فشار جانبی خاک در حالات فعال و مقاوم ارائه می‌کند. این روش همانند سایر روش‌های حل بسته<sup>۱</sup> در مهندسی ژئوتکنیک، مبتنی بر فرضیات ساده کننده در مورد هندسه، رفتار مصالح و بارگذاری بوده است و از روش‌های حل دقیق ریاضی برای یافتن جواب استفاده می‌کند. روش‌های کولمب و مونونوبه اکابه علی‌رغم توانایی در برآورد نیروی برآیند در خاکریزهای شبیه‌دار و نیز در نظر گرفتن اصطکاک میان دیوار و خاکریز، بر پایه تعادل حدی نیروها بنا نهاده شده‌اند و توضیحی در مورد توزیع فشار جانبی وارد بر دیوارهای حائل ارائه نمی‌دهند.

به علت اهمیت بسیار زیاد محاسبه اندازه و ارتفاع اثر نیروی جانبی برآیند، پژوهشگران بسیاری با استفاده از روش‌های تجربی

## ۱- مقدمه

محاسبه فشار جانبی لرزه‌ای بر روی دیوارهای حائل از مهم‌ترین مسائل مهندسی ژئوتکنیک می‌باشد. از موارد مهم در طراحی دیوارهای حائل، محاسبه نیروی برشی و لنگر خمشی وارد بر دیوارهای حائل می‌باشند. همچنین در صورتی که ارتفاع نقطه اثر نیروی جانبی برآیند به صورت صحیح تعیین نگردد، لنگر واژگونی وارد بر دیوار نیز به صورت صحیح محاسبه نمی‌گردد. از روش‌های قدیمی محاسبه فشار جانبی در حالت استاتیکی می‌توان به تئوری کولمب (۱۷۷۶) و روش رانکین (۱۸۵۷) اشاره نمود که هنوز هم به صورت وسیع در محاسبات عملی و طراحی دیوارهای حائل مورد استفاده قرار می‌گیرد. Matsuo و Okabe [۱] و [۲]، روشی را برای تعیین ضرایب رانش خاک‌های دانه‌ای در حالت لرزه‌ای ارائه نمودند که به روش مونونوبه اکابه مشهور شد. این روش در واقع بسط یافته، کولمب است که با در نظر گرفتن نیروهای اینرسی

1- Closed form

Greco با معرفی روشی تحلیلی نشان داد که در صورت استفاده از روش کولمب و رانکین در شرایط مشابه، نیرو جانبی برآیند به صورت یکتا حاصل می‌گردد. او همچنین روشی برای حل مسائل با پیچیدگی‌های بیشتر ارائه نمود. با این وجود روش مذکور راه حلی جهت محاسبه ارتفاع نقطه اثر نیروی برآیند ارائه نمی‌نمود [۱۶].

همچنین روش‌هایی جهت محاسبه این توزیع بر روی دیوار حائل پیشنهاد شده است که می‌توان برای حالت استاتیکی به روش Wang [۱۷] و نیز برای حالت لرزه‌ای به قضاوی و صفرزاده [۱۸] اشاره نمود. این روش‌ها دارای فرضیات زیاد بوده و اطلاعات حاصل از این روش‌ها نیاز به بحث و بررسی بیشتر دارند.

Dewaikar و Halkude با به کار بردن معادلات پلاستیسته یک راه حل شبه استاتیکی برای محاسبه نیروی جانبی وارد بر دیوار حائل ارائه نمودند. آن‌ها نخست نیروی عکس‌العمل وارد بر دیوار حائل را محاسبه نموده و سپس به محاسبه نیروی جانبی برآیند و همچنین نقطه اثر نیرو جانبی پرداختند. Dewaikar در محاسبه نیروی عکس‌العمل نقش نیروهای لرزه‌ای را نادیده گرفت که این امر باعث بروز خطا در محاسبات گردیده است [۱۹].

در سال‌های اخیر روش‌های متعددی بر پایه روش قطعات افقی (HSM) در حالت استاتیک و لرزه‌ای ارائه شده است. از این میان می‌توان به پژوهش آزاد و یثربی [۲۰] و پژوهش احمدآبادی و قنبری [۲۱] اشاره نمود. روش‌های قطعات افقی موفقیت‌هایی در زمینه محاسبه اندازه و توزیع فشار جانبی وارد بر دیوارهای حائل داشته‌اند ولی به دلیل معادلات پیچیده و فرضیات زیاد، کمتر در موارد کاربردی مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

با مطالعه و بررسی بیشتر روش‌های تحلیلی موجود برای محاسبه فشار جانبی لرزه‌ای وارد بر دیوارهای حائل، عدم وجود یک روش ساده و دارای پایه تئوری مشخص جهت محاسبه منطبق بر واقع اندازه و ارتفاع نقطه اثر نیروی جانبی مشهود می‌باشد. بر این اساس در مقاله حاضر، با استفاده از معادلات پلاستیستیک حاکم بر سطوح گسیختگی که به معادلات کوتր موسوم است با استفاده از روش تعادل حدی به محاسبه اندازه و ارتفاع نقطه اثر نیروی جانبی لرزه‌ای محرك در خاک‌های غیرچسبنده پرداخته شده است. سپس روند معرفی شده به خاکریزهای خشک چند لایه بسط داده شده است. روش معرفی شده در این مقاله به محاسبه منطبق بر واقع اندازه و نقطه اثر

به مطالعه و بررسی رفتار لرزه‌ای دیوارهای حائل پرداختند. از این میان می‌توان به آزمایشات Matsuo [۳]، Ishii [۴]، Steedman و Bolton [۵]، Sherif [۶]، Ohara [۷]، Matsuo و Steedman [۸]، Ortiz و Sherif [۹]، Scott [۱۰] و Fang [۱۱] اشاره نمود. نتیجه کلی این آزمایشات تأیید روش مونونوبه- اکابه در تخمین اندازه نیروی برآیند و عدم تأیید فرض اعمال نیروی جانبی برآیند در ثلث ارتفاع دیوار از پاشنه بوده است [۱۲].

Chang موفق به اندازه‌گیری فشار جانبی وارد بر دیوارهای حائل در ساختگاه گردید. نتایج این اندازه‌گیری‌ها که در دیوارهای حائل لوتنگ تایوان انجام پذیرفت، نشان داد که در زلزله‌های متوسط مقدار نیروی لرزه‌ای اندازه‌گیری شده نزدیک و یا کمتر از مقادیر محاسبه شده از روش مونونوبه می‌باشد [۱۳]. صدرکریمی با انجام یک سری آزمایشات کوچک مقیاس میز لرزان بر روی بلوك‌های بتنی به بررسی اثر شکل دیوار بر نیروی جانبی لرزه‌ای وارد بر دیوار پرداخت. نتایج این بررسی تطابق نسبی اندازه نیروی جانبی در این آزمایشات با مقادیر محاسبه شده از روش مونونوبه اکابه را نشان داد [۱۴].

همچنین محققین بسیاری با استفاده از روش‌های تحلیلی و تجربی به مطالعه ارتفاع نقطه اثر نیروی جانبی برآیند وارد بر دیوار پرداختند.

Whitman و Seed پیشنهاد نمودند که ارتفاع نقطه اثر قسمت دینامیکی نیروی برآیند بین  $0/5$  تا  $0/66$  ارتفاع دیوار از کف در نظر گرفته شود. دلایل ارائه این پیشنهاد به درستی مشخص نمی‌باشد، ولی آزمایشات بعدی تا حدودی صحت این مطلب را تأیید نمود [۱۵].

Ishibashi و Sherif با استفاده از آزمایشات میز لرزان به مطالعه فشار جانبی در سه مد مختلف حرکت دیوار پرداختند. نتایج آزمایش نشان داد در مد لنزش دیوار، ارتفاع نقطه اثر نیروی برآیند با وجود تغییر شتاب افقی در ارتفاعی حدود  $0/4$  تا  $0/5$  ارتفاع دیوار از کف دیوار باقی می‌ماند [۶].

Steedman و Bolton با استفاده انجام آزمایشات میز لرزان بر روی مدل کوچکی از دیوار حائل به بررسی اثر فاز و سرعت حرکت امواج بر فشار وارد بر دیوارهای حائل طره‌ای پرداختند. نتایج آزمایشات میز لرزان، نقطه اثر نیروی جانبی برآیند را در میانه دیوار نشان می‌داد [۱۰].

با گسترش مطالعات تجربی، روش‌های تحلیلی نیز جهت محاسبه اندازه، توزیع و ارتفاع نقطه اثر نیروی جانبی برآیند وارد بر دیوارهای حائل ایجاد و توسعه یافت.

## ۱-۲- محاسبه نیروی عکسالعمل خاک روی سطح گسیختگی

تحلیل سطوح لغزش (خطوط مشخصه) در پلاستیسیته در محیط سه بعدی کامل با روش‌های تحلیلی، به ایجاد معادلاتی پیچیده و تقریباً غیر قابل حل می‌انجامد. در حل مسائل، در صورت وقوع شرایط کرنش مسطح، حل معادلات به صورت تحلیل دو بعدی ممکن می‌گردد. معادلات حاکم بر ناحیه پلاستیک با استفاده از شرایط مرزی و حل هم‌زمان معادلات تعادل برگرفته از قانون بقای مومنتم با ارضاعیار گسیختگی موهر- کولمب حاصل می‌گردد [۲۲]. این معادلات اولین بار توسط مهندس آلمانی اف. کوتر پیشنهاد شده و پس از آن به همین نام شناخته می‌شود [۲۳]. با در نظر گرفتن یک سطح در محیط پیوسته در حالت گسیختگی، فشار برآیند وارد بر سطح گسیختگی (پلاستیک) با استفاده از این معادلات قابل محاسبه می‌باشد. فشار برآیند وارد بر سطح گسیختگی با فرض خاک به صورت همگن، خشک و غیر چسبنده به صورت رابطه (۱) بیان می‌گردد [۲۴]:

$$\frac{dP}{ds} - 2P \cdot \tan \varphi \frac{da}{ds} = (\gamma + E_x) \sin(a_{ae} - \varphi) + E_y \cos(a_{ae} - \varphi) \quad (1)$$

که در آن:

$\gamma$ : وزن مخصوص خاکریز

$\varphi$ : زاویه اصطکاک داخلی خاکریز

$a_{ae}$ : زاویه سطح گسیختگی

$P$ : فشار در روی سطح گسیختگی

$dp$ : جزء فشار در روی سطح گسیختگی

$ds$ : جزء طول در روی سطح گسیختگی

$da$ : تغییرات زاویه مماس بر سطح گسیختگی

$E_x = K_h \cdot \gamma$  و  $E_y = K_h \cdot \gamma$  به ترتیب شتاب اینرسی وارد بر جرم

واحد حجم ناشی از نیروهای لرزه‌ای در جهت قائم و افقی

با درنظر گرفتن سطح گسیختگی خطی، تغییرات زاویه

مماس برابر صفر می‌باشد ( $da/ds = 0$ ). بنابر این رابطه (۱) به

صورت زیر بیان می‌شود:

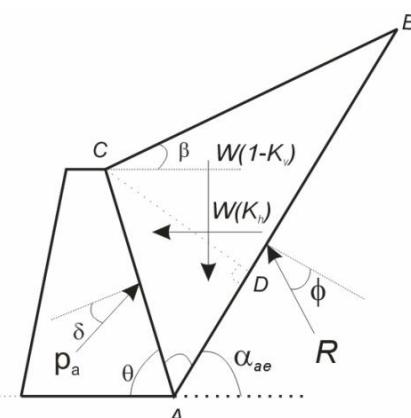
$$\frac{dP}{ds} = (\gamma + E_x) \sin(a_{ae} - \varphi) + E_y \cos(a_{ae} - \varphi) \quad (2)$$

نیروی برآیند وارد بر دیوارهای حائل می‌انجامد و در نتیجه طراحی صحیح دیوار در برابر لغزش و واژگونی میسر می‌گردد.

## ۲- تعیین امتداد زاویه شکست گوه خاک با افق

در روش مونونوبه اکابه، تا زمانی که بیشینه‌سازی نیروی جانبی با استفاده از سعی و خطأ جهت یافتن زاویه شکست بحرانی صورت پذیرد، امکان محاسبه فرم بسته جواب برای نیروی جانبی لرزه‌ای برآیند وارد بر دیوار حائل وجود نخواهد داشت و این امر تنها با محاسبه مشتق عبارت نیرو بر حسب زاویه شکست انجام خواهد شد. در روش معرفی شده در این مجموعه نیز دقیقاً چنین تشابهی موجود می‌باشد و با بسط رابطه‌ای برای زاویه گوه گسیختگی، فرم بسته جواب جهت محاسبه نیروی جانبی لرزه‌ای برآیند ارائه می‌گردد.

همان طور که در شکل (۱) دیده می‌شود نیروهای مؤثر بر گوه خاک شامل نیروهای وزن، عکسالعمل وارد از طرف خاک ثابت به گوه، نیروی جانبی برآیند و نیروهای شبه استاتیکی لرزه‌ای در جهات قائم و افقی می‌باشند. در روش مونونوبه اکابه وزن به صورت تابعی از  $a_{ae}$  درنظر گرفته می‌شود که در صورت تعیین  $a_{ae}$  جزء معلومات مسئله می‌گردد. دو مجھول نیروی عکسالعمل خاک وارد بر گوه و نیروی جانبی برآیند وارد بر دیوار با استفاده از دو معادله تعادل افقی و قائم تعیین می‌گردند. سپس با استفاده از یک روش سعی و خطأ و یا صفر قرار دادن مشتق نیروی برآیند نسبت به زاویه گسیختگی ( $dP/da_{ae} = 0$ ، زاویه بحرانی گوه گسیختگی تعیین و با جایگذاری در معادلات تعادل نیرو، برآیند بیشینه وارد بر دیوار حاصل می‌گردد.



شکل ۱- شماتی دیوار، گوه خاک و نیروهای وارد بر آن

## ۲-۲- محاسبه زاویه شکست گوه خاک با افق

برای به دست آوردن زاویه شکست در گوه خاک، از تعادل نیروهای وارد بر گوه در جهات قائم و افقی استفاده می‌گردد. در این معادلات نیروی جانبی برآیند وارد بر دیوار و زاویه شکست به عنوان مجهولات مسئله شناخته می‌شوند. از معادله تعادل افقی نیروهای وارد بر گوه می‌توان داشت:

$$P_a = \frac{R \cdot \sin(a_{ae} - \varphi) + K_h W}{\sin(\theta - \delta)} \quad (۸-الف)$$

از معادله تعادل قائم نیروهای وارد بر گوه نیز می‌توان داشت:

$$P_a = \frac{(1 - K_v)W - R \cdot \cos(a_{ae} - \varphi)}{\cos(\theta - \delta)} \quad (۸-ب)$$

با مساوی قرار دادن نیروی جانبی برآیند حاصل از دو معادله فوق و با ساده‌سازی بیشتر روابط، رابطه (۹) ایجاد می‌گردد:

$$\begin{aligned} \sin(a_{ae} - \delta + \theta - \varphi) &= \\ \frac{W}{R} (\sin(\theta - \delta)(1 + K_v) - K_h \cos(\theta - \delta)) & \end{aligned} \quad (۹)$$

که در آن عبارت  $W/R$  تابعی از زاویه شکست گوه ( $a_{ae}$ ) می‌باشد. بنابر این برای تعیین زاویه شکست گوه ابتدا باید ضریب  $W/R$  محاسبه گردد. مقدار نیروی عکس‌العمل خاک روی سطح گسیختگی ( $R$ ) قبلًا محاسبه شده است، پس تنها می‌بایست وزن گوه ( $W$ ) محاسبه گردد. برای تعیین  $W$ ، با استفاده از روابطه هندسی موجود در شکل (۱)، حجم گوه در طول واحد دیوار به صورت یک سطح در صفحه (مساحت مثلث ABC) حاصل خواهد شد. این سطح و همچنین وزن مربوطه (سطح  $\times$  وزن مخصوص) با روابط ساده هندسی قابل محاسبه می‌شود. با جایگزینی وزن گوه و نیروی عکس‌العمل از رابطه (۶) و ساده‌سازی روابط، نسبت  $R/W$  به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$\begin{aligned} \frac{W}{R} &= \frac{1}{1 - K_v} \\ & \left[ \frac{\sin(\alpha_{ae} - \beta) \sin(\alpha_{ae} + \theta)}{\sin(\beta + \theta) \sin(\alpha_{ae} - \varphi) + \frac{K_h}{1 - K_v} \cos(\alpha_{ae} - \varphi)} \right] \end{aligned} \quad (۱۰)$$

با انتگرال‌گیری از جزء فشار وارد بر سطح گسیختگی در طول سطح گسیختگی، توزیع فشار عکس‌العمل قسمت پایدار خاکریز بر روی ضلع AB گوه گسیختگی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$p = [(\gamma + E_x) \sin(a_{ae} - \varphi) + E_y \cos(a_{ae} - \varphi)] \cdot s + C_1 \quad (۳)$$

که در آن  $s$  فاصله هر نقطه بر روی سطح گسیختگی از ابتدای سطح گسیختگی (نقطه B) و  $C_1$  ثابت انتگرال‌گیری هستند. ثابت  $C_1$  در معادله فوق از شرایط مرزی محاسبه می‌گردد. به دلیل عدم وجود فشار در سطح آزاد ( $p=0$ ) و با توجه طول قوس خواهد شد.

نیروی عکس‌العمل خاک روی سطح گسیختگی AB یعنی  $R$ ، با انتگرال‌گیری از فشار وارد بر سطح گسیختگی به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\begin{aligned} R &= \int_0^{AB} p ds \\ &= \frac{1}{2} A B^2 [(\gamma + E_x) \sin(a_{ae} - \varphi) + E_y \cos(a_{ae} - \varphi)] \end{aligned} \quad (۴)$$

با استفاده از روابط هندسی در شکل (۱)، طول سطح گسیختگی AB برابر است با:

$$AB = \frac{H \cdot \sin(\theta + \beta)}{\sin(a_{ae} - \beta) \cdot \sin(\theta)} \quad (۵)$$

مطابق شکل (۱) در این رابطه  $\theta$  برابر شیب دیوار و  $\beta$  برابر شیب خاکریز می‌باشد.

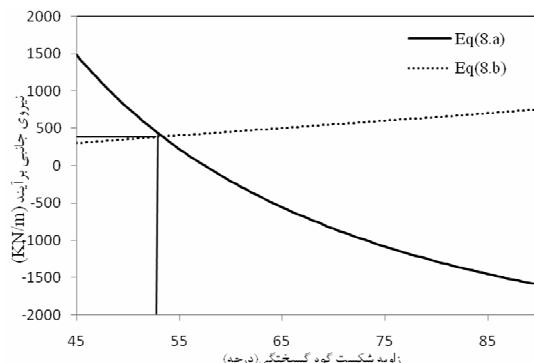
با جایگزینی مقدار AB از رابطه (۵) در رابطه (۴)، مقدار نیروی عکس‌العمل خاک روی سطح گسیختگی برابر است با:

$$R = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\sin^2(\theta + \beta) \times B}{\sin^2(a_{ae} - \beta) \sin^2(\theta)} \quad (۶)$$

در رابطه فوق مقدار ضریب B به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$B = (\gamma + E_x) \sin(a_{ae} - \varphi) + E_y \cos(a_{ae} - \varphi) \quad (۷)$$

شکل (۳) حل گرافیکی معادله (۱۱) را نشان می‌دهد. در این نمودار محور قائم نشان دهنده نیروی جانبی برآیند  $P_{ae}$  و محور افقی نشان دهنده زاویه سطح گسیختگی با افق  $\alpha_{ae}$  می‌باشد. همان طور که دیده می‌شود، محل برخورد دو منحنی که از رسم معادلات تعادل افقی (۸-الف) و قائم (۸-ب) به دست می‌آید، معرف یک زاویه و یک نیروی جانبی برآیند می‌باشد. این نیروی جانبی برآیند بیشینه و زاویه مشخص شده، زاویه شکست بحرانی گوه خاک با افق می‌باشد. همان طور که در این نمودار نیز دیده می‌شود، یکتا بودن جواب به دست آمده از معادلات (۸-الف و ۸-ب) برای  $\alpha_{ae}$  محرز است.



شکل ۳- حل گرافیکی معادله (۹) برای دیوار با مشخصات

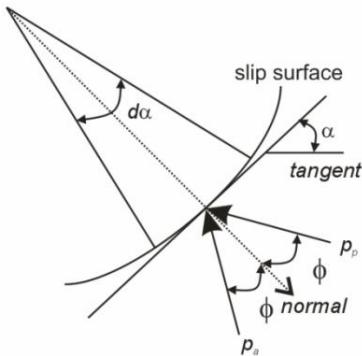
$$H = 10 \text{ m}, \gamma = 18 \frac{kN}{m^3}, K_h = 0.1, K_v = 0 \\ \varphi = 25^\circ, \delta = 12.5^\circ$$

### ۳- تخمین نیروی جانبی برآیند با روش تحلیلی

هدف اصلی از بدست آوردن فرم خلاصه زاویه بحرانی گوه گسیختگی، تعیین رابطه‌ای ساده به صورت فرم بسته برای محاسبه نیروی جانبی برآیند می‌باشد. به طور مرسوم، نیروی جانبی وارد شده از طرف خاکریز به صورت زیر بیان می‌شود:

$$P_{ae} = \frac{1}{2} K_{ae} \gamma H^2 \quad (14)$$

که در این رابطه نیروی جانبی لرزه‌ای وارد بر دیوار حائل ( $P_{ae}$ ) به طور مستقیم برحسب وزن مخصوص خاکریز، ارتفاع دیوار حائل و ضریب فشار جانبی ( $K_{ae}$ ) که معرف خصوصیاتی از هندسه دیوار و مشخصات خاکریز می‌باشد، بیان می‌گردد.



شکل ۲- فشار وارد بر سطح گسیختگی خاک در حالت فعال و غیر فعال

با ساده‌سازی، جایگزینی مقدار رابطه (۱۰) در رابطه (۹) و در نظر گرفتن ضریب  $\psi$  به صورت رابطه (۱۲) رابطه (۱۱) حاصل می‌گردد.

$$\sin(\alpha_{ae} + \delta - \theta - \varphi) = \frac{\sin(\alpha_{ae} - \beta) \sin(\alpha_{ae} + \theta)}{\sin(\beta + \theta) \sin(\alpha_{ae} - \varphi) + \tan \psi \cos(\alpha_{ae} - \varphi)} \quad (11)$$

که در آن  $\psi$  برابر است با:

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{K_h}{1 - K_v}\right) \quad (12)$$

با حل معادله (۱۱) در حالت کلی و بدون هیچ‌گونه فرض ساده‌ساز هندسی زاویه گسیختگی گوه در حالت اعمال بارهای لرزه‌ای برابر است با:

$$\alpha_{ae} = \varphi - \psi + \tan^{-1}\left(\frac{-\tan(\varphi - \psi - \beta) + c_1}{c_2}\right) \quad (13)$$

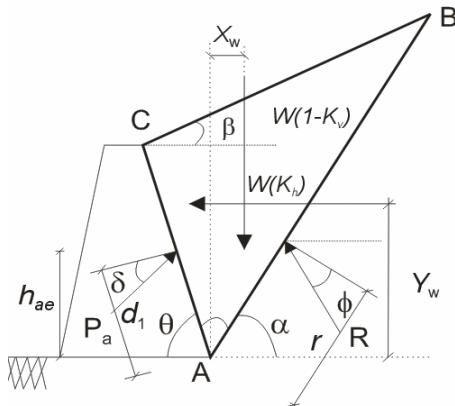
که در این رابطه  $c_1$ ,  $c_2$  و  $c_3$  به ترتیب هستند با:

$$c_1 = \sqrt{\tan^2(\varphi - \psi - \beta) \frac{(1 - c_2 \tan(\varphi - \psi + \theta))}{\tan^2(\varphi - \psi - \beta)}}$$

$$c_2 = 1 - \cot(\theta + \psi - \delta) \tan(\varphi - \psi + \theta)$$

$$c_3 = 1 + \cot(\theta - \delta - \psi)$$

$$[\tan(\varphi + \psi - \beta) - \tan(\varphi - \psi + \theta)]$$



شکل ۴- نیروها و بازوهای مربوطه جهت محاسبه ارتفاع نقطه اثر نیروی برآیند

با نوشتن تعادل لنگر حول پاشنه، ارتفاع نقطه اثر نیروی جانبی برآیند از رابطه (۱۷) محاسبه می‌شود:

$$h_{ae} = d_1 \times \sin \theta = \frac{(R \cos(\varphi) \times r - k_h \times W \times Y_w + (1 - k_v) W \times X_w) \times \sin \theta}{P_{ae} \times \cos(\delta)} \quad (17)$$

در این رابطه،  $X_w$  با استفاده از رسم میانه‌های مثلث حاصل می‌گردد. ضمناً در عبارت فوق،  $r$  و  $Y_w$  نیز به ترتیب معرف مکان اثر نیروهای عکس‌العمل ( $R$ ) و  $K_h W$  از کف دیوار می‌باشد و به صورت زیر معرفی می‌گردد:

$$r = \frac{1}{3}AB, \quad Y_w = \frac{1}{3}(H + AB \sin \alpha) \quad (18)$$

برای یک دیوار حائل قائم ( $\theta = \pi/2$ ) با خاکریز افقی ( $\beta = 0$ ) می‌توان ارتفاع نقطه اثر نیروی جانبی وارد بر دیوار را از رابطه (۱۹) محاسبه نمود:

$$h_{ae} = \frac{H \cos(a - \delta - \varphi)}{3 \cos \delta} \times \left( \frac{\cos \varphi}{\sin^2 \alpha \cos \alpha} + \frac{(2 \sin \psi - \cos \psi \cot \alpha)}{\sin(\alpha - \varphi + \psi)} \right) \quad (19)$$

با جایگزینی مقدار زاویه گسیختگی بحرانی از رابطه (۱۳) در هر یک از روابط (۸-الف) و یا (۸-ب) و محاسبه نیروی جانبی برآیند حاصل به فرم رابطه (۱۴)، ضریب فشار جانبی در حالت عدم اعمال بارهای لرزه‌ای ( $\psi = 0$ ) به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$K_a = \frac{2P_{ae}}{\gamma H^2} = \frac{\sin^2(\beta + \theta) \tan^2(\theta + \varphi) D}{\cos(\delta - \theta) \cos^2(\theta) (-2G + G^2 + \sec^2(\theta + \varphi))} \quad (15)$$

که در آن مقدار  $D$  و  $G$  به ترتیب برابر است با:

$$D = \operatorname{cosec}^2(\beta - \varphi + \arccot((1 - G) \cotan(\theta + \varphi)))$$

$$G = \cotan(\beta - \varphi) \times \sqrt{\tan(\beta - \varphi)[\tan(\beta - \varphi) + \tan(\theta + \varphi)]E}$$

$$E = [1 + \cotan(\delta - \theta) \times \tan(\theta + \varphi)]$$

به دلیل استفاده از معادلات تعادل نیروهای وارد بر گوه، با ایجاد اصلاحاتی در مشخصات خاک پشت دیوار به صورت رابطه (۱۶)، می‌توان اثر بارهای لرزه‌ای را لحاظ نمود. این تغییرات به ترتیب در زاویه اصطکاک داخلی خاک، زاویه اصطکاک خاک با وجه پشتی دیوار و وزن مخصوص خاک پشت دیوار اعمال می‌گردد [۲۵].

$$\begin{aligned} \varphi_s &= \varphi - \psi \\ \delta_s &= \delta + \psi \\ \gamma_s &= \frac{1 - k_v}{\cos(\psi)} \gamma \end{aligned} \quad (16)$$

**۴- محاسبه ارتفاع نقطه اثر نیروی برآیند**  
مزیت اساسی روش حاضر، توانایی در محاسبه ارتفاع نقطه اثر نیروی برآیند با روشی تحلیلی می‌باشد. به این منظور، با استفاده از معادله تعادل لنگر حول پاشنه دیوار، بازوی نیروهای مؤثر بر گوه خاک محاسبه می‌گردد. نیروهای مؤثر بر گوه خاک و بازوی این نیروها در شکل (۴) نشان داده شده‌اند.

جدول ۱- مقایسه زاویه شکست گوه با افق ( $\alpha_{ae}$ ) در سه روش

برای حالت فعال و خاکریز با مشخصات:

$$\delta = \frac{\phi}{2}, K_v = \beta = 0, \theta = \frac{\pi}{2}, H = 10 \text{ m}, \gamma = 18 \frac{kN}{m^3}$$

$\phi=25^\circ$	زاویه سطح شکست با افق در حالت فعال (deg)				
$K_h$	روش مونونوبه اکابه	دیوایکار و هالکود	روش حاضر	درصد خطأ	
۰/۱	۴۸	۵۳/۳۷	۴۸	۱۰/۰۶	
۰/۲	۴۰/۶۱	۵۲/۷۷	۴۰/۶۱	۲۳/۰۴	
۰/۳	۳۱/۳	۵۲/۱۵	۳۱/۳	۳۹/۹۸	
۰/۳۵	۲۴/۶۷	۵۱/۸	۲۴/۶۷	۵۲/۳۷	

جدول ۲- مقایسه زاویه شکست گوه با افق ( $\alpha_{ae}$ ) در سه روش

برای حالت فعال و خاک با مشخصات:

$$\delta = \frac{\phi}{2}, K_v = \beta = 0, \theta = \frac{\pi}{2}, H = 10 \text{ m}, \gamma = 18 \frac{kN}{m^3}$$

$\phi=35^\circ$	زاویه سطح شکست با افق در حالت فعال (deg)				
$K_h$	روش مونونوبه اکابه	دیوایکار و هالکود	روش حاضر	درصد خطأ	
۷/۱۷	۵۴/۹۲	۵۹/۱۶	۵۴/۹۲	۰/۱	
۱۵/۶۶	۴۹/۳۹	۵۸/۵۶	۴۹/۳۹	۰/۲	
۲۵/۷۹	۴۳/۰۳	۵۷/۹۶	۴۳/۰۳	۰/۳	
۳۲/۱۴	۳۹/۰۹۴	۵۷/۶۱	۳۹/۰۹۴	۰/۳۵	

باید توجه داشت که با اعمال بارهای لرزه‌ای، عدم لحاظ نیروی عکس‌العمل ناشی از بارهای لرزه‌ای خودنمایی می‌نماید و منجر به تخمین غیر واقعی پارامترهای طراحی می‌گردد. نکته قابل توجه دیگر افزایش این اختلاف با افزایش بارهای لرزه‌ای می‌باشد که ناشی از افزایش نیروی عکس‌العمل است.

## ۲-۵- مقایسه نیروی جانبی برآیند از روش حاضر و روش‌های پیشین

در شکل (۶) نیروی جانبی برآیند محاسبه شده از روش مونونوبه اکابه (MO) و روش معروفی شده در این پژوهش مقایسه شده‌اند. همان‌طور که دیده می‌شود نتایج هر دو روش کاملاً یکسان هستند.

جدول (۳) و (۴) نیروهای جانبی لرزه‌ای محرك بدست آمده از روش حاضر، روش مونونوبه- اکابه و روش دیوایکار برای خاکریزهایی با زاویه اصطکاک داخلی ۲۵ درجه و ۳۵ درجه را مقایسه می‌کنند. همان‌طور که دیده می‌شود روش مونونوبه- اکابه و روش حاضر دارای تطابق کامل می‌باشند؛ ولی در روش دیوایکار در حالت اثر نیروهای لرزه‌ای با شتابی افقی ( $k_h$ ) بین ۰/۰ تا ۰/۳۵ شتاب جاذبه، در نظر نگرفتن اثر نیروهای لرزه‌ای به

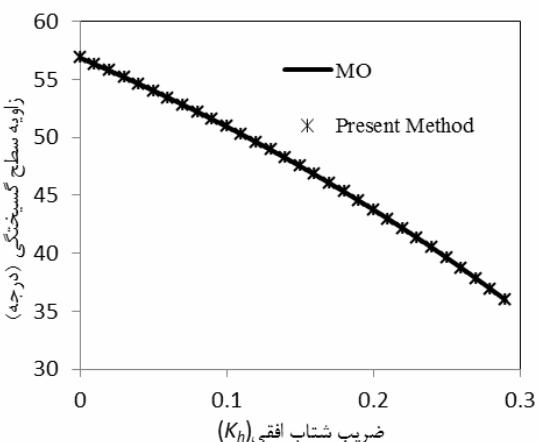
## ۵- بحث و مقایسه نتایج

## ۱-۵- مقایسه زوایای لغزش گوه خاک در روش حاضر و روش‌های پیشین

همان‌طور که قبلاً هم اشاره شد مطالعات بسیاری، تطبیق نیروی برآیند وارد بر دیوار حائل محاسبه شده از روش مونونوبه- اکابه با نتایج حاصل از مدل‌های آزمایشگاهی و نیز مدل‌های میز لرزان را تأیید نموده‌اند. لذا می‌توان از روش مونونوبه- اکابه به عنوان مبنای تعیین صحت نیروی جانبی برآیند و نیز زاویه شکست مربوطه در پژوهش حاضر استفاده نمود.

تغییرات زاویه شکست گوه خاک ( $\alpha_{ae}$ ) در برابر تغییرات مؤلفه افقی شتاب ( $k_h$ ) در روش فوق و روش مونونوبه- اکابه در شکل (۵) نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج به دست آمده از هر دو روش کاملاً یکسان می‌باشد.

جدول (۱) و (۲) زاویه شکست بحرانی به دست آمده از روش حاضر، روش مونونوبه- اکابه و روش دیوایکار در حالت فعال را نشان می‌دهند. همان‌طور که در جدول دیده می‌شود، اگر در خاکریز با زاویه اصطکاک داخلی ۲۵ درجه، مقدار مؤلفه افقی شتاب زلزله ( $K_h$ ) در بازه ۰/۰ تا ۰/۳۵ تغییر نماید، تفاوت ایجاد شده در نتایج روش حاضر و روش دیوایکار در بازه ۰/۰ تا ۰/۳۵ درجه بین ۰/۵۲٪ تا ۰/۰۵٪ می‌باشد. این تفاوت برای خاکریزی با زاویه اصطکاک داخلی ۳۵ درجه بین ۰/۳۲٪ تا ۰/۰۷٪ می‌باشد.



شکل ۵- مقایسه تغییرات زاویه شکست گوه خاکریز ( $\alpha_{ae}$ ) در برابر تغییرات مؤلفه افقی شتاب ( $k_h$ ) در روش حاضر و روش

$$\gamma = 18 \frac{kN}{m^3} \quad \text{اكابه برای مقادیر}$$

$$\phi = 30^\circ, \delta = \frac{\phi}{2}, \theta = \frac{\pi}{2}, K_v = \beta = 0, H = 10 \text{ m}$$

با توجه به جداول (۳) و (۴) می‌توان نتیجه‌گیری کرد که روش دیوایکار و هالکود تخمین دست پایینی از نیروی جانبی فعال را ارائه می‌نماید که در جهت کاهش ایمنی است.

### ۳-۵ مقایسه مقادیر نیروی عکس‌العمل خاک محاسبه شده از روش حاضر و روش‌های دیوالکار

روش دیوایکار و هالکود تخمین دست پایینی از نیروی جانبی فعال را ارائه می‌نماید که در جهت کاهش ایمنی است. برای روش شدن علت تخمین دست پایین نیروهای جانبی، بررسی بیشتری در جداول (۵) و (۶) انجام شده است. برای بررسی افزایش خطأ در محاسبه نیروی جانبی محرك لرزه‌ای، نیروی عکس‌العمل ناشی از بارهای وارد بر سطح گسیختگی که دارای اثر مستقیم بر نیروی جانبی برآیند می‌باشد، مقایسه می‌شوند.

جدال (۵) و (۶) نیروی عکس‌العمل وارد بر سطح لغزش گوه خاکریز را در روش حاضر و روش دیوایکار برای خاکریزهایی به ترتیب با زاویه اصطکاک داخلی ۲۵ درجه و ۳۵ درجه در حالت فعال مقایسه می‌کند. همان‌طور که مشاهده می‌شود چشم‌پوشی از اثر بارهای لرزه‌ای در محاسبه نیروی عکس‌العمل خاک پایدار بر گوه گسیختگی باعث اختلافی تا حدود دو برابر در تخمین نیروی عکس‌العمل می‌گردد.

### جدول ۵- مقایسه نیروی عکس‌العمل در سطح لغزش خاک

(R) برای حالت فعال و خاک با مشخصات:

$$\delta = \frac{\phi}{2}, K_v = \beta = 0, \theta = \frac{\pi}{2}, H = 10m, \gamma = 18 \frac{kN}{m^3}$$

$\phi=25^\circ$	$R$ (kN/m)	نیروی عکس‌العمل در سطح لغزش خاک	دیوالکار و هالکود	روش حاضر	درصد خطأ
$K_h$					
۰/۱	۶۶۴۰/۰۴		۷۸۶		۱۸/۳۷
۰/۲	۶۶۱/۰۴		۹۸۰/۷۸		۴۸/۲۹
۰/۳	۶۵۸/۰۷		۱۳۶۲/۰۴		۱۰۶/۸۳
۰/۳۵	۶۵۷/۰۱		۱۸۰۶		۱۷۴/۸۴

### جدول ۶- مقایسه نیروی عکس‌العمل در سطح لغزش خاک

(R) برای حالت فعال و خاک با مشخصات:

$$\delta = \frac{\phi}{2}, K_v = \beta = 0, \theta = \frac{\pi}{2}, H = 10m, \gamma = 18 \frac{kN}{m^3}$$

$\phi=35^\circ$	$R$ (kN/m)	نیروی عکس‌العمل در سطح لغزش خاک	دیوالکار و هالکود	روش حاضر	درصد خطأ
$K_h$					
۰/۱	۴۹۹/۰۱		۵۸۴/۰۴		۱۷/۰۸
۰/۲	۴۹۴/۰۸		۶۹۰/۰۱۶		۳۹/۰۵
۰/۳	۴۸۸/۰۶		۸۴۴/۰۱۵		۷۲/۰۷
۰/۳۵	۴۸۵/۰۳۶		۹۶۴/۰۲۵		۹۸/۰۷

اختلافی بین ۱/۱۶٪ تا ۲۵/۳٪ در خاکریز با زاویه اصطکاک داخلی ۲۵ درجه و اختلافی بین ۱/۵۶٪ تا ۱۸/۷٪ در خاکریز با زاویه اصطکاک داخلی ۳۵ درجه در تخمین نیروی جانبی برآیند ارزهای منجر می‌گردد.

جدول ۳- مقایسه مقدار نیروی جانبی لرزه‌ای محرك وارد بر دیوار ( $P_{ae}$ ) در سه روش با مشخصات:

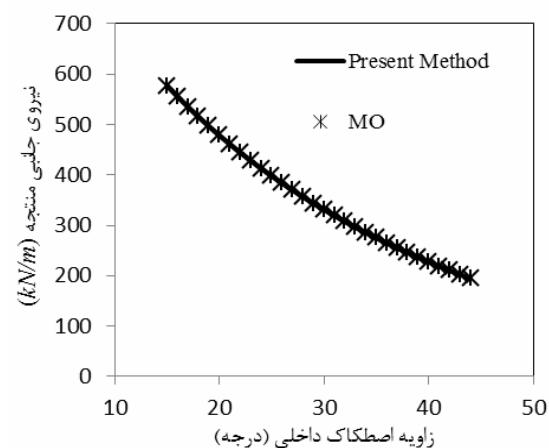
$$\delta = \frac{\phi}{2}, K_v = \beta = 0, \theta = \frac{\pi}{2}, H = 10m, \gamma = 18 \frac{kN}{m^3}$$

$\phi=25^\circ$	$P_{ae}$ (kN/m)	نیروی جانبی وارد بر دیوار		
$K_h$	روش مونونوبه اکابه	دیوالکار و هالکود	روش حاضر	درصد خطأ
۰/۱	۳۹۷/۰۹	۳۹۱/۵	۳۹۷/۰۹	۱/۶۳
۰/۲	۴۸۵/۰۳۶	۴۵۵/۷	۴۸۵/۰۳۶	۶/۰۱
۰/۳	۶۰۷/۰۳۷	۵۲۲/۸	۶۰۷/۰۳۷	۱۶/۱۸
۰/۳۵	۷۰۲/۰۹۴	۵۶۱	۷۰۲/۰۹۴	۲۵/۰۰

جدول ۴- مقایسه مقدار نیروی جانبی لرزه‌ای محرك وارد بر دیوار ( $P_{ae}$ ) در سه روش با مشخصات:

$$\delta = \frac{\phi}{2}, K_v = \beta = 0, \theta = \frac{\pi}{2}, H = 10m, \gamma = 18 \frac{kN}{m^3}$$

$\phi=35^\circ$	$P_{ae}$ (kN/m)	نیروی جانبی وارد بر دیوار		
$K_h$	روش مونونوبه اکابه	دیوالکار و هالکود	روش حاضر	درصد خطأ
۰/۱	۲۷۵/۰۱	۲۷۰/۷۷۸	۲۷۵/۰۱	۱/۰۶
۰/۲	۳۴۱/۰۷۷	۳۲۲/۰۵۷	۳۴۱/۰۷۷	۵/۹۵
۰/۳	۴۲۶/۰۹	۳۷۷/۰۲	۴۲۶/۰۹	۱۳/۲۳
۰/۳۵	۴۸۵/۰۱۴	۴۰۸/۰۴۸	۴۸۵/۰۱۴	۱۸/۷۷



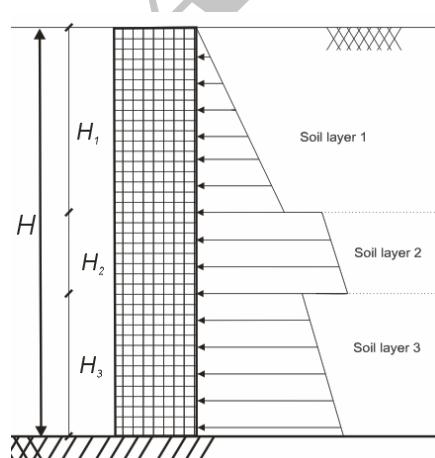
شکل ۶- مقایسه تغییرات نیروی جانبی لرزه‌ای به دست آمده از روش مونونوبه-اکابه و پژوهش حاضر برای مقادیر

$$K_h = 0.1, \delta = \frac{\phi}{2}, K_v = \beta = 0, \theta = \frac{\pi}{2}, H = 10m, \gamma = 18 \frac{kN}{m^3}$$

عملی و کاربردی، لزوم بسط روابطی دقیق جهت محاسبه فشار جانبی و بازوی نیروهای مربوطه در خاک‌های لایه‌ای ضروری به نظر می‌رسد. در حالت ساده خاک را به لایه‌های افقی تقسیم کرده و به محاسبه فشار جانبی پرداخته می‌شود. در روش مرسوم اندازه فشار جانبی وارد بر دیوار حائل از روش مشابه روش رانکین در هر لایه محاسبه می‌گردد. در این روش توزیع فشار به صورت خطی در نظر گرفته می‌شود و با استفاده از این نوع توزیع خطی به محاسبه اندازه و ارتفاع نقطه اثر نیروی جانبی برآیند پرداخته می‌شود. ایراد اساسی این شیوه فرض خطی بودن توزیع فشار جانبی ناشی از لایه‌های خاک پشت دیوار حائل می‌باشد.

شکل (۷) چگونگی توزیع خطی فشار افقی در یک خاک لایه‌ای را نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود در روش‌های مرسوم فشار جانبی وارد بر دیوار حائل با توزیع مثلثی و یا ذوزنقه‌ای به صورت خطی در نظر گرفته می‌شوند و اندازه، توزیع نقطه اثر نیروی جانبی وارد بر دیوار تعیین می‌شوند. باید توجه داشت که توزیع فشار در لایه‌های خاک در یک راستا نمی‌باشد و با توجه به نوع خاک هر لایه از لایه‌ای به لایه دیگر متفاوت می‌باشد. با فرض توزیع خطی فشار جانبی وارد بر دیوار (شکل (۹)، نیروی برآیند افقی در حالت محرك به صورت نشان داده شده در رابطه (۲۶) قابل محاسبه می‌باشد.

$$P_{ae\ horizontal} = \int_0^{H_1} p \cos \delta_1 dy + \int_{H_1}^{H_2} p \cos \delta_2 dy + \int_{H_2}^{H_3} p \cos \delta_3 dy \quad (26)$$



شکل ۷- توزیع فشار جانبی افقی در نظر گرفته شده در روش‌های مرسوم

#### ۴-۵- ارتفاع نقطه اثر نیروی برآیند

اهمیت محاسبه صحیح نقطه اثر نیروی جانبی وارد بر دیوارهای حائل، در کنترل واژگونی دیوارهای حائل می‌باشد. در روش مونونوبه- اکابه توضیحی در مورد محل نقطه اثر نیروی جانبی ارائه نشده و در محاسبه نقطه اثر نیروی جانبی، روش Seed و Witman [۱۵] پیشنهاد شده است. باید توجه داشت روش‌هایی مانند Seed و Witman بر پایه آزمایشات بنا نهاده شده و دارای پایه تحلیلی- نظری نمی‌باشند. یکی از مزیت‌های مهم استفاده از روش حاضر توانایی در محاسبه ارتفاع نقطه اثر نیروی برآیند به صورت تحلیلی می‌باشد.

جدول (۷) ارتفاع نقطه اثر نیروی جانبی در تعدادی از روش‌های تحلیلی و تجربی را نشان می‌دهد. همان‌طور که در جدول (۷) مشاهده می‌شود نتایج حاصل از روش حاضر دارای بیشترین انطباق با نتایج به دست آمده از آزمایش‌های شریف و ایشی‌باشی می‌باشد.

جدول ۷- مقایسه ارتفاع نقطه اثر نیروی برآیند از کف برای خاک با مشخصات:

روش محاسبه ارتفاع نقطه اثر	مقدار
روش مونونوبه اکابه	۰/۳۳ H
روش سید و ویتمن	۰/۴۷۱ H
شریف و ایشی‌باشی(۱۹۸۲)	۰/۴۵ H
دیوایکار و هالکود	۰/۴۲۷ H
روش حاضر	۰/۴۵۲۷ H

#### ۶- محاسبه فشار جانبی و ارتفاع نقطه اثر نیروی برآیند در خاک‌های لایه‌ای

##### ۶-۱- روش مرسوم در محاسبه فشار جانبی در خاک‌های لایه‌ای

محاسبه فشار جانبی در خاک‌های لایه‌ای از مسائل مهم در طراحی دیوارهای حائل می‌باشد. این موضوع به دلیل تغییر خواص خاک در لایه‌ها، از پیچیدگی‌های خاصی برخوردار می‌باشد. در طراحی دیوارهای حائل با خاکریز (خاک پشت دیوار) لایه‌ای، محاسبه لنگر کل نیروی برآیند به منظور تحلیل دیوار در برابر واژگونی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد. در اغلب روش‌های تحلیلی محاسبه فشار جانبی در دیوارهای حائل، خاک پشت دیوار به صورت همنگ در نظر گرفته می‌شود. با توجه به نحوه خاکریزی و ایجاد لایه‌بندی در خاک پشت دیوار در موارد

همچنین  $H_i$  و  $\gamma_i$  به ترتیب معرف ضخامت و وزن مخصوص لایه  $i$  ام خاکریز می‌باشند.

با استفاده از وزن مخصوص معادل بدست آمده از رابطه (۲۷) و جایگزینی آن در رابطه (۱) به محاسبه فشار عکس‌العمل بر روی سطح گسیختگی در هر لایه از خاک پرداخته می‌شود. سپس نیروی عکس‌العمل، بازوی نیروی عکس‌العمل و نیروی برآیند کل محاسبه می‌شوند. به منظور محاسبه نیروی جانبی وارد بر دیوار، لایه‌های خاک به صورت مجزا در نظر گرفته می‌شوند. شکل (۸) دیاگرام جسم آزاد لایه‌های خاک و نیز نیروهای وارد بر هر یک از لایه‌های خاک را نشان می‌دهد.

به دلیل در نظر گرفتن حرکت کلی گوه خاک پشت دیوار (لغزش کلی دیوار) در این روش هم مشابه اکثر روش‌های تحلیلی از نیروهای بین لایه‌ای صرف‌نظر می‌شود [۲۶].

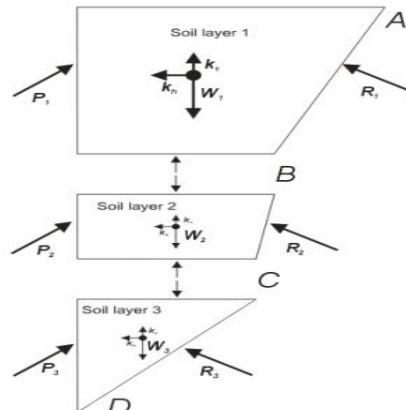
شکل (۹) توزیع فشار عکس‌العمل خاک روی سطح گسیختگی در یک خاکریز سه لایه‌ای را نشان می‌دهد.

رابطه (۲۸) نشان دهنده عکس‌العمل کل وارد بر گوه گسیختگی می‌باشد. باید توجه داشت که نیروهای عکس‌العمل در یک راستا نمی‌باشند و با توجه به مشخصات خاک هر لایه زاویه انحراف نیروی عکس‌العمل تغییر می‌نماید. بنابراین به منظور به دست آوردن نیروی عکس‌العمل کل می‌بایست ابتدا مؤلفه‌های افقی و قائم این نیرو به صورت جدا با هم جمع و سپس با رابطه‌ای به شکل رابطه (۲۸-الف) نیروی عکس‌العمل کل محاسبه گردد. نیروی عکس‌العمل برآیند در هر جهت از جمع نیروهای اعمال شده بر هر لایه در سطح گسیختگی در آن جهت حاصل می‌گردد.

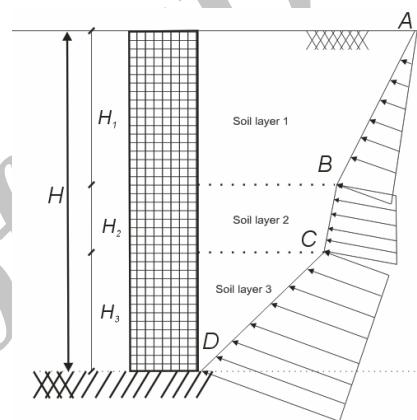
$$R_{total} = \sqrt{R_{horizontal}^2 + R_{vertical}^2} \quad (۲۸-الف)$$

$$\begin{aligned} R_{horizontal} &= R_1 \cos \varphi_1 + R_2 \cos \varphi_2 \\ &+ R_3 \cos \varphi_3 + \dots + R_n \cos \varphi_n \\ &= \int_A^B p \cos \varphi_1 ds + \int_B^C p \cos \varphi_2 ds \\ &+ \int_C^D p \cos \varphi_3 ds + \dots \end{aligned} \quad (۲۸-ب)$$

$$\begin{aligned} R_{vertical} &= R_1 \sin \varphi_1 + R_2 \sin \varphi_2 \\ &+ R_3 \sin \varphi_3 + \dots + R_n \sin \varphi_n \\ &= \int_A^B p \sin \varphi_1 ds + \int_B^C p \sin \varphi_2 ds \\ &+ \int_C^D p \sin \varphi_3 ds + \dots \end{aligned} \quad (۲۸-ج)$$



شکل ۸- دیاگرام جسم آزاد نیروهای وارد بر لایه‌های خاک



شکل ۹- توزیع نیروی عکس‌العمل روی سطح گسیختگی در یک خاکریز لایه‌ای

۲-۶- به دست آوردن فشار جانبی به وسیله روش حاضر همان‌طور که قبل اشاره شد در روش حاضر فشار عکس‌العمل خاک بر روی سطح گسیختگی با رابطه (۱) معروفی می‌گردد. به منظور محاسبه فشار عکس‌العمل در لایه‌های پایینی، می‌بایست اثر لایه‌های بالایی خاک بر روی لایه پایینی منظور گردد. بنابراین در محاسبه فشار عکس‌العمل خاک بر روی سطح گسیختگی از وزن مخصوص معادل با در نظر گرفتن سربارها و نیز اثر لایه‌های بالایی به صورت نشان داده شده در رابطه (۲۷) استفاده می‌گردد [۲۶]:

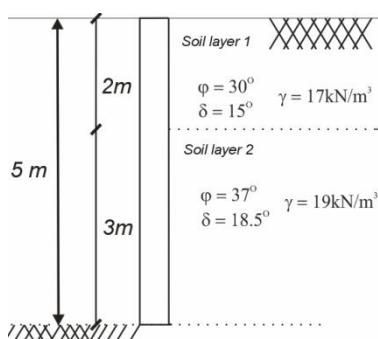
$$\gamma_{eq} = \gamma_n + \frac{\sin \theta}{\sin(\theta + \beta)} \left( \frac{2q_n}{H} \right) \quad (۲۷)$$

که در آن  $q_n$  برابر است با:

$$q_n = \gamma_n + (\gamma_1 \times H_1 + \gamma_2 \times H_2 + \dots + \gamma_{n-1} \times H_{n-1})$$

لازم به ذکر می‌باشد که روش‌های ذکر شده در جدول (۸) مربوط به روش‌های تحلیلی در خاک‌های تک لایه‌ای می‌باشند که با توجه به نوع توزیع فشار در نظر گرفته شده در هر روش، روابط به خاکریز دو لایه بسط داده شده است. برای مثال منظور از محاسبه ارتفاع نقطه اثر نیروی برآیند در خاکریزهای لایه‌ای با استفاده از روش مونونوبه-اکابه درنظر گرفتن اثر نیروهای لرزه‌ای و استاتیک در  $0.33/0.0$  ارتفاع دیوار از کف در هر لایه از خاک و در مورد روش سید و ویتمن در نظر گرفتن نقطه اثر نیروهای لرزه‌ای در  $0.16/0.0$  ارتفاع هر لایه از کف لایه و نیروهای استاتیکی به صورت خطی می‌باشد. شکل (۱۰) مشخصات لایه‌های خاک مورد بررسی را نشان می‌دهد.

همان طور در جدول (۸) مشاهده می‌شود، در شتاب‌های افقی لرزه‌ای بالاتر، ارتفاع نقطه اثر محاسبه شده از روش حاضر بیشتر از روش سید و ویتمن می‌باشد و نیروی برآیند در فاصله بیشتری از پاشنه دیوار وارد می‌گردد. در نتیجه لنگر واژگونی وارد بر دیوار افزایش می‌یابد.



شکل ۱۰- مشخصات لایه‌های خاک پشت دیوار

### ۳-۶- محاسبه ارتفاع نقطه اثر نیروی برآیند در خاک‌های لایه‌ای

نکته اساسی در محاسبه نقطه اثر نیروی برآیند جانبی تعیین توزیع فشار عکس العمل در سطح گسیختگی می‌باشد. به این منظور می‌بایست فشار در محل تقاطع سطوح گسیختگی در مرز لایه‌های مختلف خاک تعیین گردد. بنابراین می‌بایست اثر لایه‌های فوقانی بر توزیع فشار در لایه‌های زیرین منظور گردد و سپس لنگر کلیه نیروهای وارد بر گوه گسیختگی چند خطی در لایه‌های مختلف خاک تعیین گردد. سپس با برابر قرار دادن نیروهای عکس العمل روی سطح گسیختگی وارد بر گوه با لنگر ناشی از نیروی جانبی افقی وارد از طرف دیوار به گوه خاک به محاسبه ارتفاع نقطه اثر نیروی برآیند پرداخته می‌شود. با منظور نمودن لایه‌های مشابه خاک و مقایسه جواب با نتایج حاصل از روش معرفی شده در قسمت قبل برای خاک تک لایه می‌توان صحت روند محاسبات جهت تخمین ارتفاع نقطه اثر نیروی برآیند در روش حاضر را تأیید نمود.

### ۴-۶- مثال کاربردی

به منظور روش‌شن شدن چگونگی استفاده از روش حاضر و نیز میزان اختلاف مقادیر محاسبه شده در این روش با سایر روش‌های مرسوم، نیروی جانبی و نقطه اثر آن در یک خاکریز دو لایه‌ای مقایسه می‌گردد. لازم به ذکر است که روش فوق کلی بوده و قابل بسط به خاکریز با هر تعداد لایه می‌باشد.

در جدول (۸) اندازه و ارتفاع نیروی جانبی برآیند در تعدادی از روش‌های مرسوم و روش حاضر مقایسه شده‌اند. همان‌طور که در این جدول دیده می‌شود تمامی روش‌های روش شده مقدار نیروی جانبی وارد بر دیوار را به صورت یکسان محاسبه می‌نمایند در حالی که ارتفاع نقطه اثر نیروی جانبی وارد بر دیوار در روش‌های ذکر شده متفاوت می‌باشد.

جدول ۸- مقایسه نیروی جانبی افقی لایه‌ها، کل و ارتفاع نقطه اثر نیروی جانبی

$$H = 5m, H_1 = 3m, H_2 = 2, \gamma_1 = 17 \frac{kN}{m^3}, \gamma_2 = 19 \frac{kN}{m^3}$$

$$\delta = \frac{\phi}{2}, \phi_1 = 30^\circ, \phi_2 = 37^\circ$$

$K_h$	$P_{ae(Total)}$ ( $kN/m$ )	$P_{ae1}$ ( $kN/m$ )	$P_{ae2}$ ( $kN/m$ )	$H_r(MO)$	$H_r$ سید و ویتمن	$H_r$ روش حاضر
۰/۱	۶۴/۸۱	۲۷/۱۸	۳۷/۶۲	۰/۳۶۳	۰/۳۸	۰/۳۶
۰/۲	۸۰/۴۲	۳۲/۴	۴۷/۰۲	۰/۳۶۱	۰/۳۸۸	۰/۴۲
۰/۳	۱۰۰/۵	۴۱/۶	۵۸/۹	۰/۳۶	۰/۴۰۵	۰/۴۷

## ۷- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله به ارائه یک راه حل نظری بر پایه روش تعادل حدی به منظور محاسبه اندازه و ارتفاع نقطه اثر فشار جانبی لرزه‌ای وارد از طرف خاک در پشت دیوار حائل با خاکریزهای دارای لایه‌بندی در حالت فعل پرداخته شده است. به این منظور، با فرض خطی بودن سطح لغزش و بدون بیشینه‌سازی و با در نظر گرفتن اثرات بارهای لرزه‌ای بر روی نیروهای عکس‌العمل به ارائه روابطی جهت تخمین زاویه شکست گوه خاک و نیز نیروی جانبی برآیند وارد بر دیوار پرداخته شده است. نیروی برآیند محاسبه شده از روش حاضر در تطابق کامل با مقادیر محاسبه شده از روش مونونوبه اکابه می‌باشد. مزیت اساسی در روش حاضر تخمین منطبق بر نتایج تجربی ارتفاع نقطه اثر نیروی جانبی وارد بر دیوار می‌باشد، که این امر به محاسبه صحیح لنگر واژگونی وارد بر دیوار و در نتیجه طراحی مطمئن دیوارهای حائل منجر می‌گردد.

نتایج حاصل از روش ارائه شده در این مقاله نشان می‌دهند که عدم منظور اثر نیروهای لرزه‌ای ناشی از قسمت پایدار خاکریز بر روی گوه گسیختگی در محاسبه فشار جانبی لرزه‌ای ناشی از خاکریزهای تک لایه و چند لایه بر دیوارهای حائل، باعث ایجاد خطاها فاحش در تحلیل و برآورد دست پایین اندازه و ارتفاع محل اثر نیروی جانبی برآیند وارد بر دیوار و در نتیجه طراحی نادرست و غیر مطمئن دیوارهای حائل می‌گردد.

## ۸- مراجع

- [1] Okabe, S., "General Theory on Earth Pressure and Seismic Stability of Retaining Walls and Dams", Journal of Japanese Society of Civil Engineers, 1924, 10 (6), 1277-323.
- [2] Mononobe, N., Matsuo, O., "On the Determination of Earth Pressure during Earthquakes", World engineering Congress Tokyo, 1929, Vol. 9, pp. 179-187.
- [3] Matsuo, H., "Experimental Study on the Distribution of Earth Pressures Acting on a Vertical Wall during Earthquakes", Journal of the Japanese Society of Civil Engineers, 1941, 27 (2).
- [4] Ishii, Y., Arai, H., Tsuchida, H., "Lateral Earth Pressure in an Earthquake", Research Report 80-9, University of Canterbury, New Zealand, 1980.
- [5] Matsuo, H., Ohara, S., "Lateral Earth Pressure and Stability of Quay Walls

جدول (۹) به مقایسه اندازه و بازوی نیروی جانبی برآیند در روش حاضر و روش دیوایکار می‌پردازد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، عدم در نظر گرفتن اثرات نیروهای لرزه‌ای در محاسبه نیروی عکس‌العمل وارد به گوه از طرف قسمت پایدار خاکریز باعث تخمین غیر دقیق اندازه و نیز بازوی نیروی برآیند می‌گردد.

جدول ۹- مقایسه نیروی جانبی افقی لایه‌ها، کل و ارتفاع نقطه اثر نیروی جانبی در روش حاضر و روش دیوایکار و هالکود

$$H = 5m, H_1 = 3m, H_2 = 2, \gamma_1 = 17 \frac{kN}{m^3}$$

$$\gamma_2 = 19 \frac{kN}{m^3}, \varphi_1 = 30^\circ, \varphi_2 = 37^\circ, \delta = \frac{\varphi}{2}$$

$K_h$	روش تحلیل		
۰/۳	۰/۲	۰/۱	
۰/۴۴	۰/۴	۰/۳۶۲	(دیوایکار) <i>Hr</i>
۰/۴۷	۰/۴۲	۰/۳۶۲	(روش حاضر) <i>Hr</i>
۸۸/۵۲	۷۵/۸۵	۶۳/۸	$P_{ae\ (Total)}(kN/m)$ در روش دیوایکار
۱۰۰/۵	۸۰/۴۲	۶۴/۸۱	$P_{ae\ (Total)}(kN/m)$ در روش حاضر

جدول (۱۰) به مقایسه مقادیر به دست آمده لنگر واژگونی ناشی از نیروی برآیند محاسبه شده از روش حاضر و روش دیوایکار می‌پردازد.

جدول ۱۰- مقایسه لنگر ناشی از نیروی برآیند در روش حاضر و روش دیوایکار و هالکود

$$H = 5m, H_1 = 3m, H_2 = 2, \gamma_1 = 17 \frac{kN}{m^3}$$

$$\gamma_2 = 19 \frac{kN}{m^3}, \varphi_1 = 30^\circ, \varphi_2 = 37^\circ, \delta = \frac{\varphi}{2}$$

$K_h$	روش تحلیل		
۰/۱	۰/۲	۰/۳	
۲۳/۰۹	۳۰/۳۴	۳۸/۹۵	دیوایکار و هالکود
۲۲/۴۶	۳۳/۷۷	۴۲/۲۴	روش حاضر
۰/۰۲	۰/۱۱	۰/۲۱	درصد اختلاف

همان‌طور که در جدول (۱۰) دیده می‌شود، عدم در نظر گرفتن اثرات نیروی لرزه‌ای در عکس‌العمل خاک ثابت به گوه پشت دیوار باعث تخمین غیر دقیق اندازه و نیز بازوی نیروی جانبی برآیند و در نتیجه لنگر واژگونی نیروی اعمال شده به دیوار می‌گردد. این امر به طراحی غیر قابل اطمینان دیوار حائل منجر می‌گردد.

- [15] Seed, H. B., Whitman, R. V., "Design of Earth Retaining Structure for Dynamic Loads", ASCE Specialty Conference on Lateral Stress in the Ground and Design of Earth Retaining Structures", 1970, pp. 103-147.
- [16] Greco, V. R., "Active Earth Thrust on Cantilever Walls in General Conditions", Soils and Foundations, 1999, 39 (6), 65-78.
- [17] Wang, Y. Z., "Distribution of Earth Pressure on a Retaining Wall", Ge'otechnique, 2000, 50 (1), 83-88.
- [18] Ghazavi, M., Safarzadeh, Z., "Distribution of Seismic Active Earth Pressure on Rigid Retaining Walls", the 4<sup>th</sup> International Conference on Earthquake Engineering and Seismology, (SEE4), IIEES, Tehran, Iran, Vol. I, No. SF15, 2003, pp. 563-570.
- [19] Dewaikar, D. M., Halkude, S. A., "Seismic Passive/Active Thrust on Retaining Wall-Point of Application", Soils and Foundations, 2002, 42, (1), 9-15.
- [20] Azad, A., Yasrobi, S. S., "Seismic Active Pressure Distribution History Behind Rigid Retaining Walls", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2008, 28, 365-375.
- [21] Ahmadabadi, M., Ghanbari, A., "New Procedure for Active Earth Pressure Calculation in Retaining Walls with Reinforced Cohesive-Frictional Backfill". Geotextiles and Geomembranes, 2009, 27, 456-463.
- [22] Davis, R. O., Selvadurai, A. P. S., "Plasticity and Geomechanics", Cambridge University Press, New York, 2002.
- [23] Kötter, F., "Die Bestimmung des Drucks an Gekrümmten Gleitflächen, eine Aufgabe aus der Lehre vom Erddruck", Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften, Berlin, 1903, pp 229-233.
- [24] Richards, R. Jr., "Principles of Solid Mechanics", SUNY, New York, USA 2001.
- [25] Greco, V. R., "Pseudo Static Analysis for Earth Thrust Computation", Soils and Foundations, 2003, 43 (2), 132-140.
- [26] Das, B. M., "Theoretical Foundation Engineering", Ross Publication, 2007.
- [6] During Earthquakes", Earthquake Engineering, Second World Conference, Vol. 1, Tokyo, Japan, 1960.
- [7] Sherif, M. A., Ishibashi, C. D., Lee, "Earth Pressure Against Rigid Retaining Walls", ASCE Journal of Geotechnical Engineering, 1982, 108 (GT5), 679-693.
- [8] Bolton, M. D., Steedman, R. S., "Centrifugal Testing of Micro-Concrete Retaining Walls Subject to Base Shaking", Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Southampton, 1982, Vol. 1, pp. 311-329.
- [9] Ortiz, L. A., Scott, R. A., Lee, J., "Dynamic Centrifuge Testing of a Cantilever Retaining Wall", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1983, 11, 251-268.
- [10] Sherif, M., Fang, Y. S., "K<sub>a</sub> and K<sub>o</sub> Behind Rotating and Non-Yielding Walls", ASCE Journal of Geotechnical Engineering, 1984, 110 (1), 41-56.
- [11] Bolton, M. D., Steedman, R. S., "The Behavior of Fixed Cantilever Walls Subject to Lateral Loading, Application of Centrifuge Modeling to Geotechnical Design", Craig (ed.), Balkema, Rotterdam, 1985.
- [12] Ishibashi, I., Fang, Y. S., "Dynamic Earth Pressure with Different Wall Movement Modes", Soils and Foundations, 1987, 27 (4), 11-22.
- [13] Al. Atik, L., "Experimental and Analytical Evaluation of Seismic Earth Pressures on Cantilever Retaining Structures", PhD Dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, UAS, 2008.
- [14] Chang, C. Y., Power, M. S., Mok, C. M., Tang, Y. K., Tang, H. T., "Analysis of Dynamic Lateral Earth Pressures Recorded on Lotung Reactor Containment Model Structure," The 4<sup>th</sup> U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Oalm Springs, California, 1990.
- [15] Sadrekarimi, A., "Pseudo-Static Lateral Earth Pressures on Broken Back Retaining Walls, Canadian Geotechnical Journal, 2010, 47, (11), 1247-1258.

## EXTENDED ABSTRACT

# Determination of Value and Point of Application of Seismic Total Thrust on Rigid Retaining Walls with Layered Backfill

Mahmoud Ghazavi \*, Massoud Moshfegh Yeganeh

*Faculty of Civil Engineering, K. N. T. University of Technology, Tehran, Iran*

**Received:** 05 May 2011; **Accepted:** 10 December 2011

### Keywords:

Retaining wall, Slip surface, Active condition, Plasticity, Limit equilibrium approach, Layered backfill

## 1. Introduction

The estimation of lateral earth pressures on retaining walls has been an earliest subject in geotechnical engineering. The earliest lateral earth pressure theories were suggested by Coulomb (1776) and then by Rankine (1857) and remain the basis for the present earth pressure calculation. In fact, Coulomb's procedure can determine the static lateral total thrust on the wall rather than the distribution of earth pressures. However, the subject has been extensively expanded for better determination of lateral earth pressures on retaining structures.

In the present study, a hybrid approach for estimating the total thrust and height of its application is presented. For this purpose, Kotter's equation [1] of characteristic method is used to determine the governing equations of the failure surface. Then, on the basis of limit equilibrium approach and pseudo static methods by using global equation of forces acting on the wedge, the magnitude and position of application point of total thrust are determined. The present study considers the inertia effect of the stable soil medium on the failure wedge. Using an analytical procedure, a closed form solution for computing the angle between the failure surface and the horizontal direction is developed. In addition, the height of the application point of total thrust has also been calculated and compared with those obtained from earlier research work. In addition, the method is expanded for layered backfill.

## 2. Methodology

The present method applies limit equilibrium approach similar to the Mononobe-Okabe (MO) method and first finds seismic reaction pressures on the failed wedge. For this purpose, the retained soil is assumed to be cohesionless, homogeneous, isotropic, semi-infinite and dry. Also for the backfill soil, no effect of strain softening or liquefaction is considered in analyses. Given the global equilibrium equations of forces,  $\sum F_v$ ,  $\sum F_h$  which contain three unknowns ( $P_a$ ,  $R$  and  $\alpha$ ), another equation is necessary for rendering the problem statically determined. This equation can be obtained by using the condition  $dP_a/d\alpha = 0$ . It is useful to choose the angle such that it maximizes the active thrust, as employed in Coulomb's method, or uses one of Kotter's equations on the slip surface, as done by Dowaikar and Halkude [1] and also used in the present study.

By using Kotter's equations on the slip surface, this paper can be considered as a simplified approach with respect to the method of characteristics. It assumes a slip surface of arbitrary form (planar), while in the method of characteristics, the form of the slip surface is part of the solution. Moreover, only one of the equations of Kotter is considered, but the problem is governed by a system of four differential equations in the method of characteristics.

## 3. Results and discussion

It is well known that in the retaining wall design for overturning stability, the application point of the total thrust is important. The main strong point of the approach of present method is the possibility of determining the position of the point of application of the total thrust. It has been shown that there is no difference for total thrusts determined from the present method and that computed from both Coulomb's and MO methods. This position is obtained from

\* Corresponding Author

ghazavi\_ma@kntu.ac.ir (Mahmoud Ghazavi), mmyeganeh@mail.kntu.ac.ir (Massoud Moshefhyeganeh)

moment equilibrium. As mentioned before, results of many experiments generally suggest that the application point of the resultant thrust be located higher than one third of the height of the wall and should be located at mid-height of the wall (Sherif and Ishibashi [2], Bolton and Steedman [3], Steedman [4]).

The height of the total active thrust application predicted by the present method is similar to that obtained from tests carried out by Sherif and Ishibashi [1]. In addition, it is quite close to that given by Seed and Whitman [5]. It is noted that Al Atik [6] believes that the application point of seismic total active thrust predicted by the MO method is assumed to be at  $0.33H$  from the wall bottom.

#### 4. Conclusions

This paper has presented a theoretical solution for determining the magnitude and height of application of total active and passive thrust exerted on rigid retaining walls. The pressure distribution on the backfill failure surface has been determined using Kotter's equations. For both active and passive seismic conditions, the angle of failure surface with the horizontal direction, total lateral thrust, soil reaction on the failed wedge and the point of application have been determined. The results of present study can be summarized as follows:

The active and passive thrusts and angles of failure plane with respect to the horizontal direction are identical in the present method and both the Coulomb and MO methods.

The height of the point of application of seismic total thrust determined using the developed method is in agreement with experimental results obtained in earlier research works. The developed closed-form of the solution enables the designer to determine total active\passive lateral thrusts, point of application of total thrust, and estimation of overturning moment on retaining walls.

It has been found that the seismic soil reaction from the stable soil on the backfill failed wedge can not be ignored, since such ignorance would result in overestimation of seismic passive force, underestimation of seismic active force, and under-prediction of the application point of seismic active force. All these may lead to the unsafe design of retaining walls.

#### 5. References

- [1] Kötter, F., "Die Bestimmung des Drucks an gekrümmten Gleitflächen, eine Aufgabe aus der Lehre vom Erddruck", Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften, Berlin, 1903, 229-233.
- [2] Sherif, M. A., Ishibashi, I., Lee, C. D., "Earth Pressure Against Rigid Retaining Walls", ASCE Journal of Geotechnical Engineering, 1982, 108 (GT5), 679-693.
- [3] Bolton MD, and Steedman, RS, "Centrifugal testing of micro-concrete retaining walls subject to base shaking", Proceedings of Conference on Soil dynamics and Earthquake Engineering, Southampton, 1982, 1, 311-329, Balkema
- [4] Bolton, M. D., Steedman, R. S., "The Behavior of Fixed Cantilever Walls Subject to Lateral Loading, Application of Centrifuge Modeling to Geotechnical Design", Rotterdam, 1985.
- [5] Seed, H. B., Whitman, R. V., "Design of Earth Retaining Structure for Dynamic Loads", ASCE Specialty Conference on Lateral Stress in the Ground and Design of Earth Retaining Structures, 1970, pp 103-147.
- [6] Al Atik, L., "Experimental and Analytical Evaluation of Seismic Earth Pressures on Cantilever Retaining Structures", PhD Dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, USA, 2008.