

## مدل سازی ژئوئید محلی دقیق با استفاده از داده‌های GPS، تراز یابی و تکنیک‌های هوش مصنوعی (مطالعه موردی شاهین شهر اصفهان)

سیدمحسن خضرائی<sup>۱\*</sup>، وهاب نفیسی<sup>۲</sup>، سیدامیر حسن منجمی<sup>۳</sup>، جمال عسگری<sup>۴</sup>، علیرضا امیری سیمکویی<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی - دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه اصفهان  
s.mohsen.khazraei@gmail.com

<sup>۲</sup> استادیار گروه مهندسی نقشه برداری - دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه اصفهان  
{nafisi, asgari}@eng.ui.ac.ir

<sup>۳</sup> دانشیار گروه هوش مصنوعی - دانشکده مهندسی کامپیوتر - دانشگاه اصفهان  
monadjemi@eng.ui.ac.ir

<sup>۴</sup> دانشیار گروه مهندسی نقشه برداری - دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه اصفهان  
ar.amirisimkooei@surv.ui.ac.ir

(تاریخ دریافت شهریور ۱۳۹۳، تاریخ تصویب مهر ۱۳۹۳)

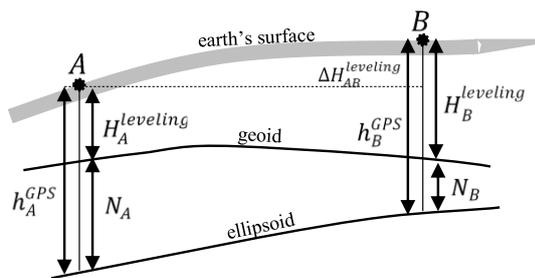
### چکیده

با توجه به گسترش روزافزون استفاده از تکنیک‌های تعیین موقعیت ماهواره‌ای خصوصاً GPS لزوم تعیین دقیق ژئوئید باهدف جایگزینی اندازه‌گیری‌های تراز یابی با اندازه‌گیری‌های GPS در کاربردهای ژئودتیک بر کسی پوشیده نیست. تقریب ژئوئید با استفاده از داده‌های GPS/leveling به صورت محلی، در کنار مدل‌های موجود از قبیل مدل‌های ژئوپتانسیل و یا ژئوئیدهای گراویمتری راهکاری پذیرفته شده است. اما سوال مهم سطح دقت قابل دسترس با استفاده از این روش است. مواردی چون کیفیت داده‌ها و یا تکنیک مورد استفاده برای مدل سازی این داده‌ها می تواند در دقت ژئوئید GPS/leveling تاثیرگذار باشد. در این مقاله به ارزیابی روش‌های نوین محاسباتی مبتنی بر یادگیری از جمله شبکه‌های عصبی مصنوعی (ANN) و سیستم‌های استنتاج فازی-عصبی تطبیقی (ANFIS) در مقایسه با روش استاندارد معادلات رگرسیون چند جمله‌ای چند متغیره (MPRE)، در مدلسازی ژئوئید GPS/Leveling پرداخته شده است. این ارزیابی در یک شبکه از ایستگاه‌های GPS و تراز یابی در شهرستان شاهین شهر اصفهان با ابعاد کوچکتر و توزیعی بسیار فشرده تر نسبت به مطالعات پیشین صورت گرفته و این کیفیت داده‌ها مدلسازی ژئوئید را با دقتی بهتر از ۱ سانتیمتر ممکن ساخته است. نتایج نشان دهنده برتری چند میلی متری مدل‌های ژئوئید حاصل از ANN و ANFIS از نظر مجذور میانگین مربعات خطاها و همچنین از نظر ضریب تشخیص است و به ترتیب  $R^2=0/9949$ ،  $RMSE=8$  mm و  $R^2=0/9964$ ،  $RMSE=7$  mm برای این مدل‌ها، در نقاط تست حاصل شده است. بنابراین مدل ژئوئید حاصل از ANFIS دقیق ترین ارتفاع ژئوئید را در سطح منطقه فراهم می سازد.

**واژگان کلیدی:** ژئوئید محلی، GPS/Leveling، شبکه‌های عصبی مصنوعی، سیستم‌های استنتاج فازی عصبی تطبیقی

\* نویسنده رابط

## ۱- مقدمه



شکل ۱- مفهوم GPS/Leveling

دقت ژئوئید حاصل از این روش به چند عامل از جمله تعداد و توزیع نقاط کنترل، کیفیت داده ها و روش درون یابی یا برازش سطح بستگی دارد. در مطالعاتی که به صورت موردی در مناطق مختلف جهان انجام شده، تکنیک های مختلفی در این مسئله به کار گرفته شده است. از جمله آن ها می توان به وزن دهی با معکوس فاصله<sup>۱</sup> و روش چند سطحی تابع درجه<sup>۲</sup> [۶، ۷]، Spline [۲] و تبدیل موجک<sup>۳</sup> [۸] اشاره کرد. معادلات رگرسیون چندجمله ای چند متغیره یکی دیگر از روش های برازش سطح می باشد که در اکثر پژوهش ها به عنوان روش استاندارد و در مقام مقایسه با سایر روش ها مورد استفاده قرار گرفته است [۴، ۹، ۱۰]. در مواردی نیز ژئوئید هندسی با استفاده از روش هایی که مفهوم آماری بیشتری دارند چون کولوکیشن کمترین مربعات [۲، ۱۱] و Geostatistical Kriging [۳]، تقریب شده است.

در سال های اخیر با پیشرفت هایی که در زمینه هوش مصنوعی صورت گرفته روش های محاسباتی مبتنی بر یادگیری در طیف وسیعی از کاربردها به کار گرفته شده است. این روش ها در بسیاری از تحقیقات برای حل مسائل پیچیده متکی به داده های خطا دار یا از دست رفته مؤثر بوده است. در ژئودزی نیز این روش ها در مواردی از جمله برآورد پارامترهای دوران زمین [۱۲]، پیش بینی تغییرات سطح دریا [۱۳] و برآورد سرعت نقاط اصلی شبکه های ژئودتیک [۱۴] استفاده شده اند. استفاده و ارزیابی این روش ها در مسئله تعیین ژئوئید به عنوان یک سطح در چند سال اخیر مورد علاقه ی محققان قرار گرفته است. از جمله این روش ها می توان روش هایی چون ماشین بردار پشتیبان<sup>۴</sup>، شبکه های عصبی

ترازیابی سنتی در گذشته اصلی ترین روش برای تعیین ارتفاع دقیق نقاط روی سطح زمین بوده است. این روش علیرغم سادگی نیازمند عملیات زمینی دشوار، پرهزینه و زمان بر است. در دهه های گذشته تلاش های زیادی به منظور توسعه یک روش جایگزین برای ترازایی صورت گرفته است که از میان آن ها می توان به ترازایی مثلثاتی دقیق و ترازایی موتوریزه اشاره داشت. با گسترش تکنیک های سیستم تعیین موقعیت جهانی GPS و استفاده های روزافزون آن در نقشه برداری از سال ۱۹۸۰، پیشرفت قابل توجهی در بحث تعیین موقعیت و تعیین ارتفاع به عنوان یکی از مؤلفه های موقعیت به وجود آمد. ولی همان طور که می دانیم ارتفاع بدست آمده از GPS نسبت به بیضوی WGS84 اندازه گیری می شود و ارتفاع ژئودتیک یک پارامتر هندسی است و به طور مستقیم ارتباطی با سطوح هم پتانسیل میدان جاذبی زمین ندارد. لذا در بسیاری از کاربردها نمی توان از آن به طریق مشابه با ارتفاع حاصل از ترازایی استفاده کرد. در چنین مواردی ارتفاع حاصل از GPS باید به ارتفاع ارتومتریک تبدیل شود. در این انتقال، ارتفاع ژئوئید (جدایی بین ژئوئید و بیضوی) با دقت کافی مورد نیاز است. برای رسیدن به این فرجام از سال ۱۹۹۰ تلاش های گسترده ای در راستای توسعه روش هایی برای تعیین ژئوئید از جمله روش های گراویمتریکی یا در مقیاس محلی روش های هندسی با ترکیب مشاهدات GPS و ترازایی باهدف دستیابی به دقتی در حد چند سانتیمتر شده است [۱، ۴].

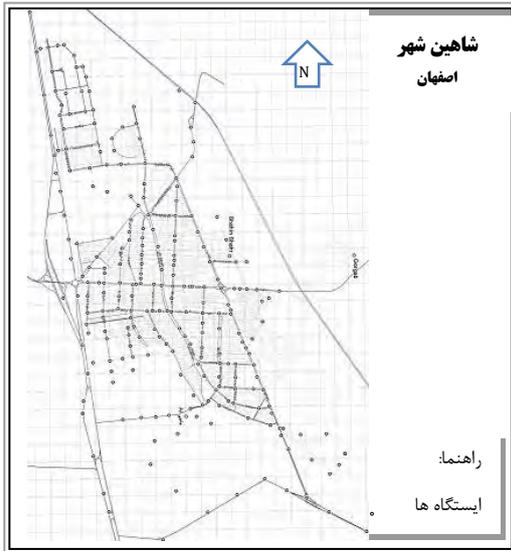
به طور کلی استفاده ترکیبی از GPS ترازایی و اطلاعات ژئوئید راهکاری کلیدی در بسیاری از کاربردهای ژئودتیک می باشد. با این وجود که این سه نوع داده ارتفاعی تفاوت شایانی از نظر مفهوم فیزیکی، سطح مینا، روش های مشاهداتی، دقت و ... دارند به طور تقریبی باید از رابطه ی ساده  $N \approx h - H$  پیروی کنند. که در آن  $N$  ارتفاع ژئوئید،  $H$  ارتفاع ارتومتریک و  $h$  ارتفاع ژئودتیک می باشد [۱، ۵]. مسئله ی تعیین ژئوئید به روش هندسی به نوعی بررسی و مدل سازی تغییرات ارتفاع ژئوئید حاصل از این رابطه در شبکه ای از ایستگاه ها با ارتفاع های GPS و ترازایی معلوم، است و خروجی آن یک سطح هندسی پیوسته است که ژئوئید را به بهترین وجه تقریب می کند.

<sup>۱</sup> Inverse Distance Weighting (IDW)

<sup>۲</sup> Multi surface Method of Quadratic Function

<sup>۳</sup> Wavelets

<sup>۴</sup> Support vector machine



شکل ۲- منطقه مطالعاتی

### ۳- روش شناسی

#### ۳-۱- معادلات رگرسیون چندجمله‌ای چند متغیره با استفاده از تئوری کمترین مربعات

شبکه‌ای متشکل از  $n$  نقطه کنترل با توزیع مناسب در منطقه و ارتفاع بیضوی معلوم  $h$  (حاصل از GPS) و ارتفاع‌های ارتومتریک معلوم  $H$  (حاصل از ترازیابی) در نظر بگیرید. در این صورت فرمول بسته‌ی چندجمله‌ای، برای نمایش سطح ژئوئید محلی با توجه به این شبکه نقاط گسسته و ارتفاع ژئوئید معلوم  $N_{GPS/L} = h - H$  آن‌ها به صورت زیر خواهد بود.

$$N_l(\varphi, \lambda) = \sum_{i=0}^l \sum_{j=0}^{l-i} a_{ij} (\varphi - \varphi_0)^i (\lambda - \lambda_0)^j \quad (1)$$

که در آن  $a_{ij}$  معرف ضرایب چندجمله‌ای  $i$  و  $j$  متغیر از  $0$  تا  $l$  می‌باشد و  $l$  درجه‌ی چندجمله‌ای را نشان می‌دهد. در این رابطه  $\varphi$  و  $\lambda$  به ترتیب طول و عرض جغرافیایی اند که نشان‌دهنده‌ی موقعیت نقطه مدنظر می‌باشند و  $\varphi_0$  و  $\lambda_0$  مختصات مرکز شبکه‌اند. ضرایب  $a_{ij}$  در این رابطه با در اختیار داشتن مقادیر  $N$  در نقاط شبکه از طریق یک سرشکنی کمترین مربعات با در نظر گرفتن مدل خطی زیر قابل برآورد است:

$$E(y) = Ax \quad (2)$$

که در آن  $y$  بردار مشاهدات،

$$y = [h_1 - H_1 \quad \dots \quad h_n - H_n]^T \quad (3)$$

مصنوعی (ANN)<sup>۱</sup>، سیستم‌های استنتاج فازی-عصبی تطبیقی (ANFIS)<sup>۲</sup>، شبکه‌های عصبی موجک پایه<sup>۳</sup> [۴، ۱۱، ۱۵] را برشمرد.

در این مقاله نیز سعی بر آن است که تحقیقی در راستای انتخاب بهترین تکنیک برای مدل‌سازی ژئوئید هندسی صورت بگیرد. بدین منظور در بخش ۲ ابتدا منطقه‌ی مطالعاتی و عملیات میدانی برای جمع‌آوری داده‌های GPS/Leveling را تفصیل خواهیم کرد. در بخش ۳ به شناخت تکنیک‌های مورد ارزیابی در این پژوهش که شامل معادلات رگرسیون چندجمله‌ای چند متغیره، شبکه‌های عصبی مصنوعی و سیستم‌های استنتاج فازی-عصبی تطبیقی اند می‌پردازیم. در بخش ۴ نتایج عددی و ارزیابی انجام‌شده را ارائه می‌کنیم و در بخش آخر به بحث و نتیجه‌گیری خواهیم پرداخت.

#### ۲- منطقه مطالعاتی و داده‌ها

برای انجام این پژوهش شبکه‌ای شامل ۲۴۶ ایستگاه با توزیع مکانی تقریباً یکنواخت در سطح شهرستان شاهین‌شهر واقع در شمال اصفهان طراحی و بنا شده است (شکل ۲). مشاهدات GPS به صورت تعیین موقعیت Static در تمام شبکه صورت گرفته و در نهایت شبکه از طریق یک اندازه‌گیری ۲۴ ساعته در طول ۳ روز و با استفاده از افریزهای دقیق IGS به شبکه ژئودینامیک سراسری ایران موسوم به IPGN متصل شده است. همچنین به منظور انجام ترازیابی مجموعه‌ای از لوپ‌های بسته در سطح شبکه طراحی و عملیات ترازیابی دقیق به صورت رفت و برگشت در طول خطوط مبنا صورت گرفته است. با توجه به ابعاد منطقه و تعداد نقاط شبکه، شبکه مورد استفاده نسبت به پژوهش‌های مشابه صورت گرفته در این راستا از چگالی بسیار بالایی برخوردار است. لذا انتظار دستیابی به دقتی به مراتب بیشتر برای ژئوئید هندسی حاصل غیرمنطقی نیست.

۱ Artificial neural network

۲ adaptive-network-based fuzzy inference system

۳ Wavelet Neural Network (WNN)

از GPS/Leveling می باشد [۱۸]. این متغیرها بیانگر میزان انحراف مقادیر برآورد شده  $\hat{y}$  از مقادیر واقعی  $y$  اند. در نهایت مدلی با کمترین مقدار RMSE و بیشترین مقدار  $R^2$  به عنوان مدل بهینه برگزیده خواهد شد.

### ۳-۲- شبکه های عصبی مصنوعی

شبکه های عصبی مصنوعی، ابزاری محاسباتی اند که رفتاری شبیه به رفتار شبکه های عصبی طبیعی دارند [۱۹]. در سال های اخیر انواع مختلفی از شبکه های عصبی ارائه شده اند که در اکثر علوم کاربردهای خاص خود را یافته اند. در ژئودزی نیز این روش ها در مواردی از جمله برآورد پارامترهای دوران زمین [۱۲]، مدل سازی تغییر شکل های ژئودتیک [۲۰] و همچنین تعیین ژئوئید به صورت یک سطح هندسی [۴، ۱۱] استفاده شده اند. شبکه های عصبی مصنوعی، سیستم های هوشمندی هستند که می توانند به کمک نمونه های تجربی موجود آموزش دیده و برای داده های جدید مشابه به کار گرفته شوند. گسترش روزافزون این روش ها را می توان مرهون به، مزایای ساختار غیرخطی آنها، توانایی کار کردن با داده های خطا دار و عدم نیاز به دانش قبلی نسبت به سیستم مورد مطالعه دانست و تنها لازمه ی آنها داده های نمونه مناسب خواهد بود. این مزایا امکان تحلیل مسائل پیچیده ای که روش های سنتی و مرسوم به سختی قادر به حل آنها هستند را فراهم می سازد. اگرچه که این ساختار بسته ی شبکه های عصبی مصنوعی یا اصطلاحاً خاصیت جعبه سیاه بودن آنها در مواردی به عنوان نقطه ضعف شناخته می شود.

در یک تعریف ساده شبکه های عصبی مصنوعی متشکل از شبکه ای از نورون ها (واحدها) ی متصل به هم هستند. چگونگی ارتباط میان نورون ها و طبیعت خطوط ارتباطی، نوع شبکه را مشخص می کند [۲۱]. این خطوط ارتباطی وظیفه کاهش و یا تقویت قدرت سیگنال هنگام انتقال از یک واحد به واحد دیگر را دارند و چگونگی تنظیم و یا آموزش پارامترهای موجود در شبکه عصبی، توسط یک الگوریتم آموزشی تعیین می گردد. شبکه های عصبی مصنوعی را می توان بر اساس ساختار شبکه طبقه بندی کرد. یکی از پرکاربردترین آنها شبکه های

A ماتریس طرح و بردار مجهولات شامل ضرایب  $a_{ij}$  می باشد و به وسیله ی برآوردگر نارایب خطی زیر قابل برآورد است [۱۷]:

$$\hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T A \quad (4)$$

بر اساس ضرایب برآورد شده از رابطه ی فوق ارتفاع ژئوئید در هر نقطه ی دلخواه با جایگذاری مختصات آن نقطه  $(\varphi, \lambda)$  در رابطه (۱) قابل تعیین است.

مسئله ی اصلی در بحث معادلات رگرسیون چندجمله ای چند متغیره انتخاب درجه ی چندجمله ای بهینه با توجه داده های موجود است که پارامتری تأثیرگذار در دقت مطلوب خواهد بود و معمولاً به صورت سعی و خطا تعیین می شود. اگرچه درجات بالای چندجمله ای ممکن است به صورت نقطه ای با دقت بیشتری داده ها را مدل کند ولی معمولاً در مقیاس کلی و خصوصاً در نقاطی که در فرآیند برآورد ضرایب استفاده نشده اند تقریب خوبی نخواهیم داشت و لزوماً افزایش درجه ی چندجمله ای به بهتر شدن تقریب کمک نخواهد کرد. در مبحث رگرسیون متداول است پس از برآورد ضرایب روی آنها آزمون معناداری صورت پذیرد. این آزمون با استفاده از آزمون فیشر و با در نظر گرفتن فرض صفر  $H_0: x_i = 0$  و فرض مقابل  $H_1: x_i \neq 0$  امکان پذیر است. متغیر این آزمون به صورت تابعی از بردار پارامترهای برآورد شده  $(\hat{x}_i)$  تعریف می شود:

$$F = \frac{\hat{x}_i^T Q_{\hat{x}_i \hat{x}_i}^{-1} \hat{x}_i}{t_i \hat{\sigma}_0^2} \sim \bar{F}_{t_i, r} \quad (5)$$

که در آن ماتریس کوفاکتور  $Q_{\hat{x}_i \hat{x}_i}$ ،  $\hat{\sigma}_0^2$  فاکتور واریانس اولیه و  $t$  تعداد پارامترهای آزمون است [۱۰]. پس از تأیید ضرایب برآورد شده درجات مختلف چندجمله ای بر مبنای ارتفاع های ژئوئید حاصل از هر مدل، از نظر ضریب تشخیص و مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE) در نقاط کنترل و تست اعتبار سنجی می شوند. این دو پارامتر از روابط زیر قابل محاسبه اند:

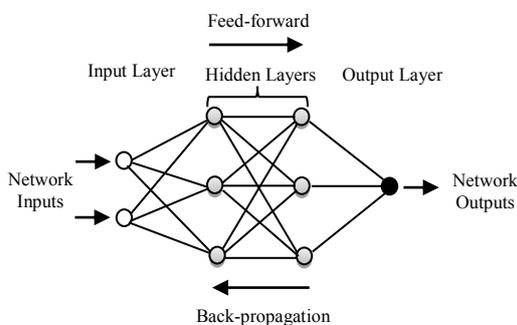
$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^j (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^j (y_i - \bar{y})^2} \quad (6)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^j (y_i - \hat{y}_i)^2}{j}} \quad (7)$$

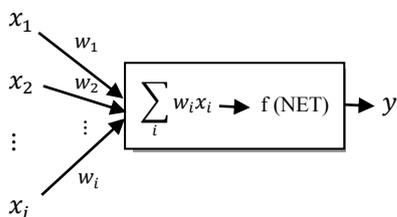
که در آنها  $\hat{y}_i$  ها مقادیر محاسبه شده ی ارتفاع ژئوئید با استفاده از مدل اند و  $\bar{y}$  مقدار متوسط مشاهدات  $y$  حاصل

سیگموید<sup>۶</sup> (رابطه (۹)) که به‌عنوان یکی از متداول‌ترین توابع انتقال در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است.

$$f(NET) = \frac{2}{(1 + e^{-2NET})} - 1 \quad (9)$$



شکل ۳- شبکه‌های عصبی چندلایه پیشرو



شکل ۴- عملکرد نورون‌های شبکه‌ی عصبی،  $x_1, \dots, x_n$  ورودی‌ها،  $w_1, \dots, w_n$  وزن‌های نورون،  $f$  تابع انتقال و  $y$  خروجی می‌باشد.

شبکه‌های عصبی از لحاظ الگوریتم آموزش در دو دسته آموزش همراه با نظارت<sup>۷</sup> و آموزش بدون نظارت<sup>۸</sup> طبقه‌بندی می‌شوند. شبکه‌های عصبی MLP از دسته اول‌اند که در آن‌ها وزن ارتباطات بین نورون‌ها را بر اساس اختلاف میان خروجی مطلوب شبکه و خروجی واقعی شبکه تنظیم می‌کنند. در فرآیند یادگیری این شبکه‌ها، در مرحله اول به‌صورت تصادفی مقادیری به‌عنوان وزن‌های اولیه شبکه در نظر گرفته می‌شود و داده‌های ورودی بر اساس این وزن‌ها در طول شبکه، به سمت جلو، منتشر می‌شوند تا برای هر مجموعه نمونه آموزش مقادیری به‌عنوان خروجی برآورد شود. پس از آن اختلاف بین مقدار برآورد شده و مقدار مطلوب خروجی شبکه (به‌عنوان خطا E) رو به عقب و در قالب تغییر وزن‌های متناظر با نورون‌ها در شبکه اعمال می‌شود. این فرآیند باهدف کمینه کردن اختلاف بین مقدار برآورد شده و مقدار مطلوب خروجی

عصبی چندلایه‌ی پیشرو پس انتشار (MLFB-NN)<sup>۱</sup> یا اصطلاحاً شبکه‌های عصبی چندلایه پرسپترون (MLP-NN)<sup>۲</sup> می‌باشد خصوصاً در مطالعاتی که در آن تقریب یک تابع موردبررسی است. در این شبکه‌ها نورون‌ها به‌صورت لایه به لایه دسته‌بندی شده‌اند و سیگنال‌ها از یک لایه ورودی به‌سوی یک لایه خروجی و در طول شبکه‌ای از خطوط ارتباطی جریان می‌یابند. نورون‌ها از لایه‌ای به لایه دیگر به هم متصل هستند، اما میان نورون‌های موجود در یک لایه ارتباطی برقرار نمی‌باشد. اکثر شبکه‌های عصبی دارای یک لایه ورودی<sup>۳</sup>، حداقل یک لایه مخفی<sup>۴</sup> و یک لایه خروجی<sup>۵</sup> می‌باشند (شکل ۳). لایه‌ی ورودی داده‌های ورودی را دریافت و در شبکه پخش می‌کند. لایه‌ی خروجی آخرین لایه ایست که در آن پردازش نهایی صورت می‌گیرد و خروجی مطلوب را تولید می‌کند. لایه‌های پنهان محل انجام محاسبات اصلی مابین لایه‌های ورودی و خروجی است. هر یک از خطوط ارتباطی بین نورون‌ها دارای وزنی است و مقادیر ورودی هنگام عبور از این خطوط در وزن نظیر آن ضرب می‌شوند. در هر نورون این حاصل‌ضرب‌ها به‌عنوان ورودی‌های نورون، جمع شده و پس از عبور از یک تابع انتقال، خروجی نظیر نورون تولید می‌شود که به‌نوبه‌ی خود یکی از ورودی‌های نورون‌های لایه‌ی بعد شبکه عصبی خواهد بود (شکل ۴). خروجی شبکه‌ای با یک لایه‌ی پنهان و تنها یک خروجی را می‌توان در رابطه‌ی زیر خلاصه کرد:

$$y = f\left(\sum w_{j,k} f\left(\sum w_{i,j} x_i\right)\right) \quad (8)$$

که در آن  $x$  ورودی،  $y$  خروجی،  $w$  وزن‌های متناظر با خطوط ارتباطی بین نورون‌ها و  $f(\cdot)$  تابع انتقال می‌باشد [۴]. استفاده از توابع انتقال در شبکه‌های عصبی در عمل منجر به ایجاد خاصیت غیرخطی در شبکه می‌شود که علاوه بر افزایش کارایی شبکه تعداد تکرار را نیز کاهش می‌دهد [۱۱]. توابع مختلفی به‌عنوان تابع انتقال قابل‌استفاده‌اند. مثل توابع انتقال تانژانت هذلولی یا

<sup>۱</sup> Multi-Layer Feed forward Back propagation Neural Network

<sup>۲</sup> Multi-Layer Perceptron Neural Network

<sup>۳</sup> Input Layer

<sup>۴</sup> Hidden Layer

<sup>۵</sup> Output Layer

<sup>۶</sup> Hyperbolic tangent sigmoid

<sup>۷</sup> Supervised Learning

<sup>۸</sup> Unsupervised Learning

سیستم‌های استنتاج فازی عصبی تطبیقی در واقع یکی از روش‌های محاسبات نرم هستند که با ترکیب شبکه‌های عصبی و منطق فازی پارامترهای سیستم استنتاج فازی را به کمک تکنیک‌های مختلف آموزش شبکه‌های عصبی، بهینه‌سازی می‌کنند و در عمل یک نگاشت خطی ولی کارا از فضای ورودی‌ها به فضای خروجی بر مبنای دانش بشر (در قالب قوانین اگر-آنگاه فازی) و داده‌های ورودی-خروجی ایجاد می‌کنند [۲۵]. این سیستم‌ها به‌طور موفقیت‌آمیزی در علوم مختلف برای کنترل سیستم‌ها و مدل‌سازی پدیده‌های نامنظم به کار می‌رود. و در چند سال اخیر نیز در بحث تعیین ژئوئید مورد توجه قرار گرفته است [۴]. انواع مختلفی از سیستم‌های استنتاج فازی در منابع ذکر شده است که از این میان سیستم‌های استنتاج ممدانی<sup>۳</sup> و سوگانو<sup>۴</sup> بیشترین کاربرد را در زمینه‌های مختلف دارا هستند. در این بخش برای سادگی ساختار یک سیستم استنتاج فازی سوگانو با دو ورودی و یک خروجی تفصیل خواهد شد. با این فرض که در قوانین اگر-آنگاه فازی سوگانو خروجی هر قانون به صورت ترکیب خطی از متغیرهای ورودی به علاوه یک ترم ثابت باشند:

$$y^m = \left( \sum_{i=1}^2 r_i^m X_i \right) + r_0^m; \quad (11)$$

$$j = 1, 2, \dots, n; \quad m = 1, 2, \dots, n^2$$

که در آن  $R^m$  نشان‌دهنده قانون فازی  $m$ ام،  $X_i$  پارامتر ورودی  $i$ ام،  $i$  شماره ورودی،  $n$  تعداد توابع عضویت،  $z$  شماره تابع عضویت،  $A_{ij}$  مجموعه فازی  $z$ ام پارامتر ورودی  $i$ ام،  $r_i^m$  خروجی قانون فازی  $m$ ام و  $r_0^m$  پارامتر  $i$ ام بخش نتیجه قانون فازی  $m$ ام می‌باشد. ساختار ANFIS نشان داده شده در شکل ۵ به صورت یک شبکه ارتباطی پیشرو ۵ لایه است که برای تحقق یک سیستم استنتاج فازی سوگانو به کار گرفته شده است [۲۵، ۲۷]. ANFIS در اصل، عناصر اصلی و توابع یک سیستم استنتاج فازی متداول (توابع عضویت، قوانین منطق فازی، فازی سازی، عکس فازی سازی و مفهوم فازی) را در قالب یک ساختار ارتباطی قادر به آموزش توابع عضویت و قوانین منطق

شبکه تکرار می‌شود تا جایی که مقدار خطا به عددی کمتر از حد آستانه مورد نظر برسد [۲۲]. یکی از روش‌های مرسوم بهینه‌سازی در مرحله‌ی آموزش شبکه‌های عصبی MLP روش LM<sup>۱</sup> می‌باشد که به نوعی ترکیبی از الگوریتم‌های گوس-نیوتون و کاهش شیب است و با توجه به سرعت همگرایی بیشتر در این پژوهش نسبت به روش‌های مشابه ترجیح داده شده است [۲۳]. در الگوریتم LM وزن‌های جدید در هر تکرار با توجه به بردار خطای E از رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$w_{k+1} = w_k + [J^T J + \mu I]^{-1} J^T E \quad (10)$$

در این رابطه J ماتریس ژاکوبیان بردار خطا و  $\mu$  عددی مثبت به نام نرخ آموزش است. نرخ آموزش در هر تکرار بسته به تغییرات میانگین مربعات خطاها (MSE)<sup>۲</sup> و با استفاده از یک نرخ زوال ( $0 < \beta < 1$ ) تغییر می‌کند به طوری که اگر مقدار MSE نسبت به تکرار قبل کاهش پیدا کرد،  $\mu$  در  $\beta$  ضرب و در صورت افزایش بر آن تقسیم می‌شود.

در این پژوهش از یک شبکه‌ی عصبی MLP برای تقریب سطح ژئوئید استفاده شده است. نمونه‌های آموزش شبکه داده‌های شبکه GPS/L تفصیل شده در بخش ۲ می‌باشد. به طوری که ورودی‌های شبکه عصبی مختصات نقاط  $(\varphi, \lambda)$  و خروجی مطلوب شبکه ارتفاع ژئوئید  $(N_{GPS/L} = h - H)$  خواهد بود. در انتها به منظور اعتبارسنجی شبکه عصبی دو پارامتر ضریب تشخیص و مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE) مطابق روابط (۶) و (۷) محاسبه خواهند شد.

### ۳-۳- سیستم‌های استنتاج فازی عصبی تطبیقی

سیستم استنتاج فازی یک چهارچوب محاسباتی ویژه بر مبنای منطق فازی، تئوری مجموعه‌های فازی، قواعد اگر-آنگاه فازی و استدلال فازی است که بسیاری از مفاهیم بنیادی آن به وسیله لطفی زاده در اواسط دهه ۶۰ مطرح شده است [۲۴].

<sup>۳</sup> Mamdani  
<sup>۴</sup> Sugeno

<sup>۱</sup> Levenberg-Marquardt  
<sup>۲</sup> Mean Square Error

$$O_m^{(3)} = w_m = O_{1j}^{(2)} O_{2l}^{(2)}, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (14)$$

$$l = 1, 2, \dots, n; \quad m = 1, 2, \dots, n^2$$

خروجی هر گره در این لایه نرخ یا شدت آتش یک قانون را مشخص می‌کند.

**لایه ۴.** لایه نتیجه: این لایه دارای گره‌هایی تطبیقی است که تابع آن‌ها عبارت است از:

$$O_m^{(4)} = O_m^{(3)} f_m = \frac{w_m}{\sum_{m=1}^{n^2} w_m} \left[ \left( \sum_{i=1}^2 r_i^m X_i \right) + r_0^m \right], \quad (15)$$

$$i = 1, 2; \quad m = 1, 2, \dots, n^2$$

پارامترهای این لایه به نام پارامترهای نتیجه یا پیش خروجی شناخته می‌شوند.

**لایه ۵.** لایه خروجی: تنها گره این لایه گره ای ثابت با علامت  $\Sigma$  است که خروجی نهایی را از حاصل جمع کلیه سیگنال‌های ورودی محاسبه می‌نماید:

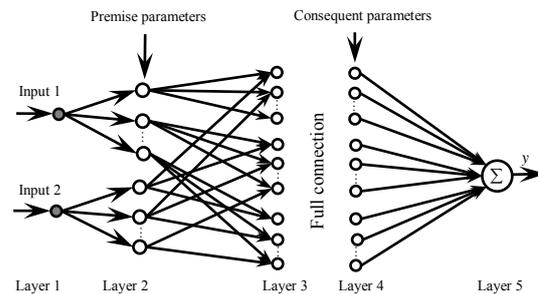
$$O^{(5)} = y = \sum_{m=1}^{n^2} O_m^{(4)} \quad (16)$$

به‌طور خلاصه، ساختار ارائه‌شده ANFIS معادل است با سیستم ساده‌شده استنتاج فازی که در آن لایه‌های ۱ و ۲ متناظر با بخش فرض مقدم قوانین فازی و لایه‌های ۳ و ۴ و ۵ متناظر با بخش نتیجه‌گیری هستند.

الگوریتم آموزش ANFIS، تکنیکی است که پس از انتخاب سیستم فازی اولیه با ترکیب دو الگوریتم بهینه‌سازی کمترین مربعات و نزول شیب در دو گذر روبه‌جلو و رو به عقب به ترتیب پارامترهای نتیجه و فرض مقدم را تنظیم می‌کند [۲۶]. در مرحله پیشرو با فرض ثابت بودن پارامترهای فرض مقدم (پارامترهای توابع عضویت) خروجی‌های بدست آمده ترکیب خطی از پارامترهای نتیجه‌اند، لذا این پارامترها را می‌توان با استفاده از روش کمترین مربعات خطاها بهینه نمود. اما در مرحله پسرو پارامترهای نتیجه ثابت فرض می‌شوند پارامترهای توابع عضویت با استفاده از روش پس انتشار خطا مبتنی بر نزول شیب، به‌روز می‌شوند. این فرآیند تا آنجا تکرار می‌شود که مقدار خطا (معمولاً مجموع مربعات اختلاف خروجی‌های واقعی و مطلوب سیستم) تا مقداری کمتر از خطای مطلوب کاهش پیدا کند.

در این مقاله روش ANFIS نیز مشابه با ANN در مسئله تعیین ژئوئید محلی روی داده‌های ارائه‌شده در

فازی ادغام می‌کند. هر ورودی  $n$  تابع عضویت دارد و گره‌های سایر لایه‌ها دارای توابعی به‌صورت زیر است:



شکل ۵- ساختار شبکه ANFIS با دو متغیر ورودی

**لایه ۱.** لایه ورودی: گره‌های این لایه تنها مقادیر ورودی را دریافت کرده و به لایه بعد انتقال می‌دهند. خروجی این گره‌ها به‌صورت زیر است:

$$O_{ij}^{(1)} = X_i, \quad i = 1, 2; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

**لایه ۲.** لایه اقلام زبانی: توابع این لایه توابع عضویتی‌اند که در واقع فضای ورودی را به چند زیر فضا تقسیم می‌کنند. این لایه سیگنال‌ها را از لایه ورودی دریافت می‌کند و با استفاده از یک تابع عضویت، دخالت نسبی<sup>۱</sup> سیگنال‌های شهودی را معین می‌کند. رابطه بین ورودی و خروجی این لایه با انتخاب تابع  $G2$ <sup>۲</sup> به‌عنوان یکی از توابع عضویت رایج به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

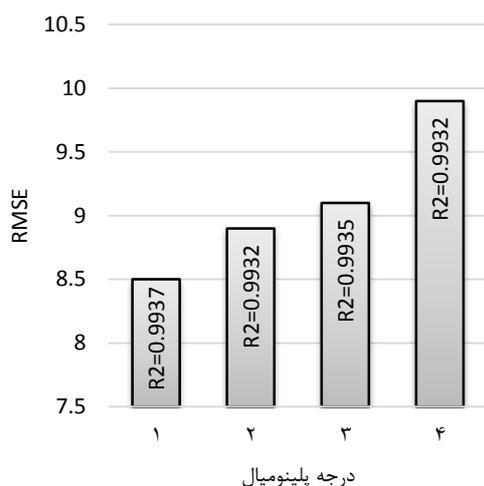
$$O_{ij}^{(2)} = \mu_{ij} = \exp \left( - \frac{(O_{ij}^{(1)} - a_{ij}^k)^2}{(b_{ij}^k)^2} \right), \quad (18)$$

$$i = 1, 2; \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad k = 1, 2$$

تابع عضویت  $G2$  تابع عضویتی بر مبنای ترکیب دو تابع گوسی است. پارامترهای  $a_{ij}^1, b_{ij}^1$  و  $a_{ij}^2, b_{ij}^2$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار تابع سمت چپ و راست منحنی‌اند. پارامترهای این لایه به نام پارامترهای فرض مقدم شناخته می‌شوند.

**لایه ۳.** نرخ یا شدت آتش هر قانون: گره‌های این لایه ثابت‌اند و هیچ پارامتر قابل تنظیمی ندارند. هر گره سیگنال‌های ورودی را با هم ضرب می‌کند و خروجی طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

<sup>۱</sup> Relative contribution  
<sup>۲</sup> Gaussian2



شکل ۶- RMSE (mm) و ضریب تشخیص  $R^2$  باقیمانده‌های ارتفاع ژئوئید برای درجات مختلف چندجمله‌ای در نقاط تست

جدول ۱- نتایج آماری باقیمانده‌های ارتفاع ژئوئید ( $\delta N = N_{GPS/L} - N_{MPRE}$ ) در نقاط تست برای درجات مختلف چندجمله‌ای (mm)

درجه چندجمله‌ای	Min	Max	Mean	RMSE
درجه ۱	-20.6	26.8	0.0	8.5
درجه ۲	-19.1	24.0	0.7	8.9
درجه ۳	-25.3	21.4	-0.2	9.1
درجه ۴	-16.2	31.1	2.6	9.9

نتایج فوق درجه‌ی اول چندجمله‌ای را با توجه به کمترین مقدار RMSE و بیشترین مقدار ضریب تشخیص به‌عنوان بهترین مدل معرفی می‌کند.

دومین مرحله‌ی این پژوهش به‌کارگیری یک شبکه عصبی MLP با آموزش همراه با نظارت برای تعیین ارتفاع‌های ژئوئید است. ساختار شبکه‌ی انتخاب‌شده در این پژوهش متشکل از ۳ لایه با دو نورون ورودی، یک لایه پنهان ۲۰ نورون و یک نورون خروجی است (ساختار چندلایه‌ی ۱-۲۰-۲) که طی یک فرایند سعی و خطا انتخاب‌شده است. بنابراین این شبکه به‌طور کلی دارای ۸۱ پارامتر متشکل از ۶۰ وزن قابل‌آموزش و ۲۱ بایاس خواهد بود. الگوریتم آموزش LM ارائه‌شده در بخش ۳-۲ برای آموزش این شبکه به کار گرفته‌شده است. معیارهای آماری لازم برای ارزیابی نتایج از جمله RMSE و ضریب تشخیص  $R^2$  (روابط (۶) و (۷)) در جدول ۲ ارائه‌شده است.

به‌عنوان سومین روش مدل‌سازی همان‌طور که در بخش ۳ نیز آمده است از یک سیستم استنتاج فازی

بخش ۲ مورد آزمایش قرار گرفته است. پارامترهای ورودی سیستم، مختصات جغرافیایی نقاط شبکه‌اند و خروجی شبکه، ارتفاع ژئوئید آن نقاطند که به‌صورت توابعی در فرم چندجمله‌ای‌های درجه ۱ از متغیرهای ورودی برآورد خواهند شد. تعداد توابع خروجی به ساختار ANFIS یا تعداد قوانین فازی در نظر گرفته‌شده وابسته است. ارزیابی نتایج مدل‌سازی ANFIS نیز با دو پارامتر ضریب تشخیص و مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE)<sup>۱</sup> مطابق روابط (۶) و (۷) صورت می‌گیرد. ساختار ANFIS انتخاب‌شده، پارامترهای برآورد شده و نتایج حاصل در بخش ۴ به‌تفصیل شرح داده خواهد شد.

#### ۴- پیاده‌سازی و نتایج

در این بخش هرکدام از روش‌های مدل‌سازی معادلات رگرسیون چندجمله‌ای چند متغیره، شبکه‌های عصبی مصنوعی و سیستم‌های استنتاج فازی عصبی تطبیقی در شبکه GPS/Leveling منطقه مطالعاتی که در بخش ۲ تفصیل شده است، به کار گرفته شده است. و به‌منظور تعیین بهترین مدل به‌عنوان ژئوئید محلی (به‌صورت یک سطح تحلیلی) و مقایسه این روش‌ها به آنالیز عددی نتایج این مدل‌سازی پرداخته‌شده است. در همه فرآیندهای مدل‌سازی ۵۰ نقطه از نقاط شبکه به‌صورت تصادفی از مدل‌سازی حذف‌شده و مدل‌سازی با استفاده از سایر نقاط صورت گرفته است. این نقاط، نقاط تست نامیده شده‌اند و تنها برای ارزیابی نتایج استفاده می‌شوند.

در ابتدا درجه چندجمله‌ای به ۴ محدود شده و کارایی هر درجه مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. شکل ۶ نشان‌دهنده مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE) و ضریب تشخیص باقیمانده‌های ارتفاع ژئوئید در نقاط تست برای چندجمله‌ای‌های درجه ۱ تا ۴ می‌باشد. و نتایج این ارزیابی آماری در جدول ۱ ارائه‌شده است.

<sup>۱</sup> Root Mean Square error

به ترتیب نشانگر ارتفاع ژئوئید برآورد شده و باقیمانده‌های حاصل در منطقه مطالعاتی با استفاده از این سه مدل (MPRE, ANN و ANFIS) می‌باشد. با دقت در شکل ۸ می‌توان دریافت که هر سه روش در مناطقی که داده‌های نمونه‌ی کافی در اختیار بوده است تغییرات منظم و تقریباً خطی را در ارتفاع ژئوئید نشان می‌دهد. اما در نواحی خالی از داده‌ی نمونه روش‌های ANFIS و ANN با توجه به در نظر گرفتن ساختار غیرخطی برای مدل تغییرات بیشتری را نشان می‌دهند که شاید کمتر قابل اطمینان باشد.

جدول ۲- مقایسه‌ی آماری روش‌های مدل‌سازی اعمال شده به تفکیک نقاط آموزش و تست (mm)

روش		Min	Max	Mean	RMSE	R <sup>2</sup>
MPRE	train	-28.4	33.9	0.0	10.7	0.9917
	Test	-20.7	26.9	0.0	8.5	0.9937
	All	-28.4	33.9	0.0	10.3	0.9921
ANN	train	-22.8	24.2	0.0	8.1	0.9951
	Val.*	-24.6	16.4	0.5	9.4	0.9921
	Test	-19.8	20.4	0.2	8.5	0.9949
ANFIS	All	-24.6	24.2	0.0	8.3	0.9948
	train	-25.8	24.3	0.0	9.5	0.9930
	Test	-26.4	12.7	0.1	7.4	0.9964
	All	-26.4	24.3	0.0	9.1	0.9938

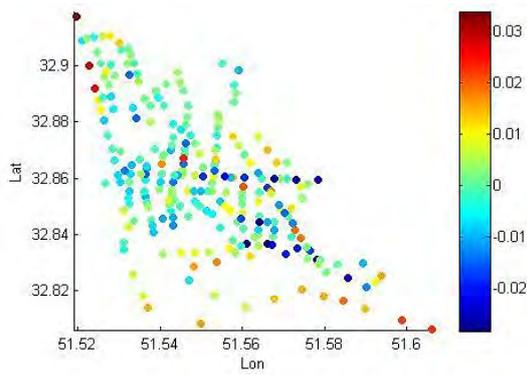
\* در الگوریتم آموزش شبکه‌های عصبی تعدادی از نقاط به منظور تأیید (validation) و توقف فرآیند تکراری آموزش استفاده می‌شوند.

عصبی تطبیقی برای تخمین ارتفاع ژئوئید در سطح منطقه مطالعاتی استفاده شده است. پارامترهای سیستم با استفاده از داده‌های آموزش برآورد و پس از آن مدل برآورد شده با استفاده از داده‌های تست اعتبارسنجی شده‌اند. در ساختار سیستم استنتاج فازی انتخاب شده با در نظر گرفتن ۲ تابع عضویت G2 برای هریک از ورودی‌ها (طول و عرض جغرافیایی) سیستمی متشکل از ۴ قانون فازی تعریف شده است. بنابراین ۲۰ پارامتر قابل تنظیم، ۸ پارامتر مربوط به فرض مقدم (پارامترهای تابع عضویت) و ۱۲ پارامتر نتیجه (پارامترهای رابطه خطی)، با استفاده از داده‌های آموزش و از طریق الگوریتم آموزش ترکیبی کمترین مربعات و نزول شیب محاسبه می‌شوند (به بخش ۳-۳ رجوع شود). تعداد قوانین فازی یا به عبارتی تعداد توابع عضویت هر یک از ورودی‌ها در واقع فضای ورودی‌ها را به چند زیر فضا تقسیم می‌کند. در این پژوهش با توجه به ابعاد کوچک منطقه، طی یک فرآیند سعی و خطا مشخص شد که افزایش تعداد قوانین فازی تأثیر محسوسی در کاهش RMSE در نقاط تست ندارد و چه‌بسا با توجه به توزیع مکانی نقاط در منطقه (شکل ۲)، در نواحی که فاقد ایستگاه کنترل بوده‌اند و برون‌یابی صورت می‌گیرد افزایش تعداد قوانین فازی منجر به نتایجی خلاف واقعیت می‌شود. ارزیابی نتایج مدل‌سازی ANFIS نیز در جدول ۲ با ارائه معیارهای آماری برای هر دو سری داده‌های آموزش و تست صورت گرفته است.

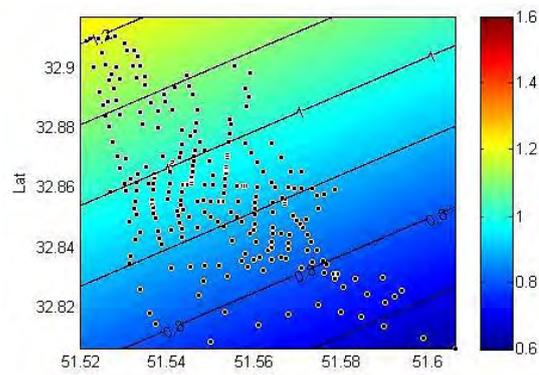
در جدول ۳ خلاصه‌ای از مفروضات هریک از مدل‌سازی‌های انجام شده لیست شده است. و شکل ۷ و ۸

جدول ۳- خلاصه‌ای از مفروضات تکنیک‌های مدل‌سازی استفاده شده

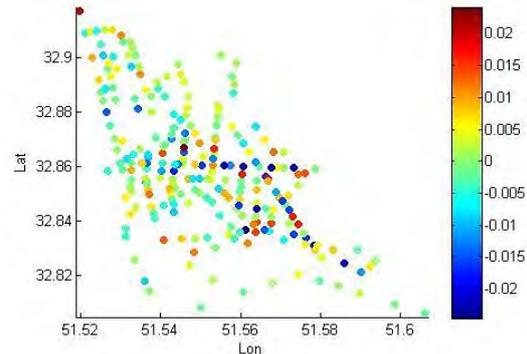
	MPRE	ANN	ANFIS
الگوریتم آموزش	Least Square Adjustment	Supervised: Levenberg-Marquardt algorithm	Supervised: hybrid algorithm (gradient descent+ Least Square Adjustment)
تابع	—	تابع انتقال hyperbolic tangent sigmoid $f(NET) = \frac{2}{(1 + \exp(-2NET))} - 1$	تابع عضویت Gaussian2 $\mu_{A_i}(x) = \exp\left[-\left(\frac{x - b_i}{a_i}\right)^2\right]$
ساختار	چندجمله‌ای درجه ۱	یک لایه پنهان با ۲۰ گره	۴ قانون
تعداد پارامترها	۳ (ضرایب چندجمله‌ای)	۸۱ (۶۰ وزن + ۲۱ بایاس)	۲۰ (۱۲ پارامتر روابط خطی + ۸ پارامتر تابع عضویت)



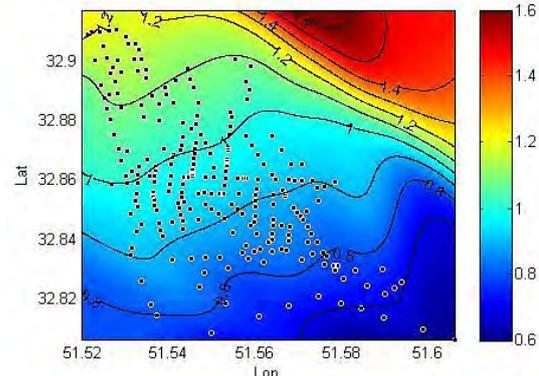
الف) MPRE



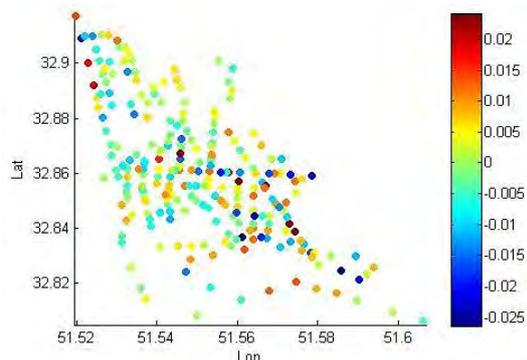
الف) MPRE



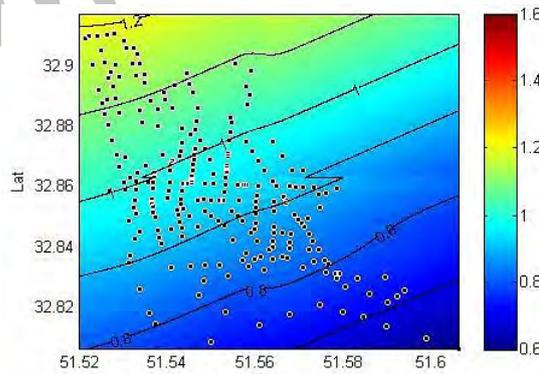
ب) ANN



ب) ANN



ج) ANFIS

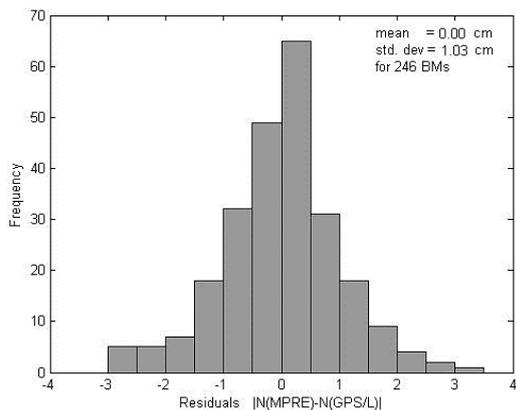


ج) ANFIS

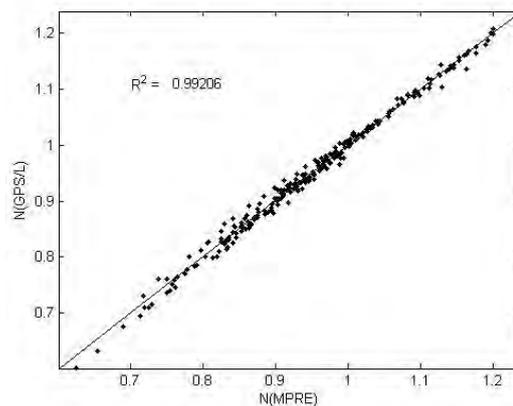
شکل ۸- باقیمانده های ارتفاع ژئوئیدهای مشاهده شده و مدل شده با استفاده از روش های الف) MPRE ب) ANN ج) ANFIS (m)

شکل ۷- ژئوئید محلی شاهین شهر اصفهان، تقریب شده با استفاده از روش های الف) MPRE ب) ANN ج) ANFIS (m)

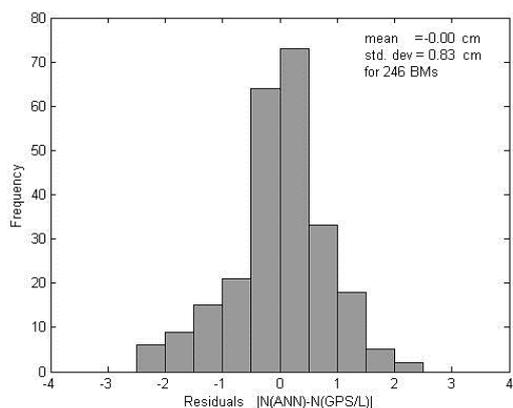
نمودارهای رسم شده در شکل ۹ ارائه دهنده ی آنالیزی از نتایج همبستگی بین ارتفاع های ژئوئید مطلوب (مشاهده شده) و برآورد شده از مدل ها در کلیه ۲۴۶ ایستگاه GPS/Leveling است. و به منظور آنالیز نتایج از نظر توزیع باقیمانده های ارتفاع ژئوئید در شکل ۱۰ این باقیمانده ها دسته بندی شده و به صورت نمودار مستطیلی برحسب تعداد نقاط رسم شده اند. توزیع خطا در هر سه مدل تقریباً توزیع نرمال با میانگین صفر می باشد.



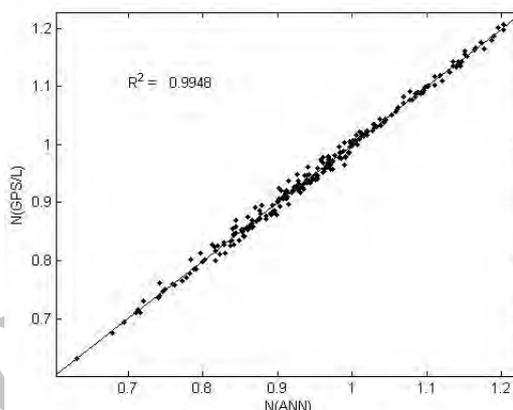
الف) MPRE



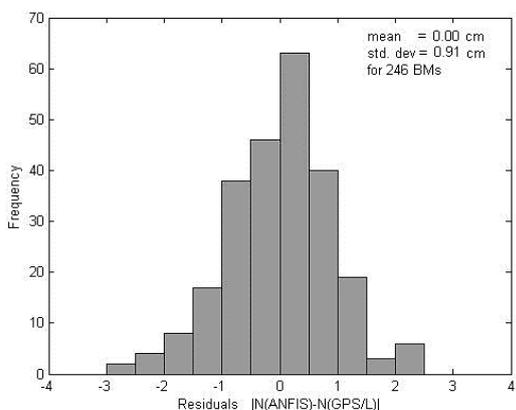
الف) MPRE



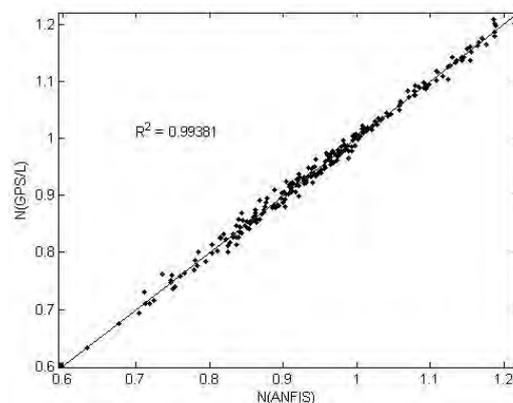
ب) ANN



ب) ANN



ج) ANFIS



ج) ANFIS

شکل ۱۰- توزیع باقیمانده‌های ارتفاع ژئوئید (cm) برحسب تعداد نقاط

شکل ۹- همبستگی بین ارتفاع‌های ژئوئید مشاهده شده و مدل شده با استفاده از روش‌های الف) MPRE ب) ANN ج) ANFIS (m)

## ۵- بحث و نتیجه‌گیری

به‌طور کلی اهداف این پژوهش را می‌توان در دو مورد خلاصه کرد: تعیین ژئوئید محلی در منطقه مطالعاتی و مقایسه و ارزیابی روش‌های مدل‌سازی به‌خصوص شبکه‌های عصبی مصنوعی و یا سیستم‌های استنتاج فازی-عصبی تطبیقی. در نگاه اول دستیابی به دقت زیر

این نکته این روش ها را برای مدل سازی تغییرات نامنظم مناسب تر نشان می دهد این تفاوت شاید با پیاده سازی این روش ها در منطقه ای بزرگتر با تغییرات بیشتر ارتفاع ژئوئید بهتر دیده شود. علاوه بر این نتایج مدل سازی های ANFIS و ANN به شدت وابسته به کیفیت داده های آموزش است. به عنوان مثال در مناطقی که خالی از داده های نمونه اند نتایج غیر قابل اطمینان و شاید غیر واقعی باشد و افزایش تعداد لایه ها و نورون ها در ANN و یا افزایش قوانین فازی در ANFIS در این نقاط درصد اطمینان را کاهش می دهد. یا به عبارتی این روش ها کارایی مناسبی در برون یابی نخواهند داشت.

دقت RMSE بهتر از اسانتیمر به عنوان خروجی این تحقیق بیانگر کارایی مدل ژئوئید ارائه شده در اغلب کاربردهای ژئودتیک در منطقه ای مطالعاتی است و چه بسا به کارگیری روش های یاد شده روی داده های مشابه با تراکم زیاد ولی در مناطق بزرگتر منجر به نتایج بهتری شود.

یک سانتی متر برای ارتفاع ژئوئید در منطقه مطالعاتی نتیجه ی مطلوبی است که آن را از مطالعات پیشین در این زمینه متمایز می سازد. ریشه ی این دقت در ابعاد کوچک منطقه مطالعاتی و تراکم ایستگاه های GPS/Leveling است که داده های نمونه با کیفیتی برای این پژوهش فراهم ساخته است. اگرچه هر سه روش مورد استفاده منجر به دقت RMSE بهتر از ۱ سانتی متر شده است با این وجود برتری نتایج مدل سازی ANFIS در ترم های RMSE (7mm) و ضریب تشخیص (0/9964) در نقاط تست قابل ملاحظه است. در حالی که این پارامترها با در نظر گرفتن کلیه ی نقاط، مدل ANN را به عنوان بهترین مدل معرفی می کند ( $RMSE=8/3$  و  $R^2=0/9948$ ). نتایج این تحقیق بیانگر این است که با انتخاب ساختاری مناسب برای شبکه ی عصبی (تعداد لایه ها و نورون ها) و یا سیستم های استنتاج فازی (تعداد قوانین فازی) می توان به نتایجی دقیق و واقع گرایانه دست یافت. به طور کلی ANN و ANFIS مدلی به مراتب پیچیده تر از MPRE ارائه می کند و

## مراجع

- [1] W. E. Featherstone, M. C. Dentith, and J. F. Kirby, "Strategies for the accurate determination of orthometric heights from GPS," *Survey Review*, vol. 34, pp. 278-296, 1998.
- [2] W. E. Featherstone, "Refinement of gravimetric geoid using GPS and leveling data," *Journal of Surveying Engineering*, vol. 126, pp. 27-56, 2000.
- [3] B. Erol and R. N. Çelik, "Modelling local GPS/levelling Geoid with the assesstment of Inverse Distance Weighting and Geostatistical Kriging Methods," Athens, Greece, 2005.
- [4] B. Erol and S. Erol, "Learning-based computing techniques in geoid modeling for precise height transformation," *Computers & Geosciences*, vol. 52, pp. 95-107, 2013.
- [5] B. Hofmann and H. Moritz, "Physical geodesy," in SpringerWien-NewYork, Second corrected ed, 2006.
- [6] M. Yanalak and O. Baykal, "Transformation of ellipsoid heights to local leveling heights," *Journal of Surveying Engineering*, vol. 127, pp. 90-103, 2001.
- [7] Y. Zhan-ji and C. Yong-qi, "Determination of local geoid with geometric method: Case study," *Journal of surveying engineering*, vol. 125, pp. 136-146, 1999.
- [8] A. Soltanpour, H. Nahavandchi, and W. E. Featherstone, "The use of second-generation wavelets to combine a gravimetric quasigeoid model with GPS-leveling data," *Journal of Geodesy*, vol. 80, pp. 82-93, 2006.
- [9] G. D. Georgopoulos and E. C. Telioni, "Determination of local geoid model in Attica Basin Greece," *Survey Review*, 2014.
- [10] D. Zhong, "Robust estimation and optimal selection of polynomial parameters for the interpolation of GPS geoid heights," *Journal of Geodesy*, vol. 71, pp. 552-561, 1997.

- [11] T. Kavzoglu and M. H. Saka, "Modelling local GPS/levelling geoid undulations using artificial neural networks," *Journal of Geodesy*, vol. 78, pp. 520-527, 2005.
- [12] H. Schuh, M. Ulrich, D. Egger, J. Müller, and W. Schwegmann, "Prediction of Earth orientation parameters by artificial neural networks," *Journal of Geodesy*, vol. 76, pp. 247-258, 2002.
- [13] S. Erol, "Time-Frequency Analyses of Tide-Gauge Sensor Data," *Sensors*, vol. 11, pp. 3939-3961, 2011.
- [14] M. Güllü, İ. Yilmaz, M. Yilmaz, and B. Turgut, "An alternative method for estimating densification point velocity based on back propagation artificial neural networks," *Studia Geophysica et Geodaetica*, vol. 55, pp. 73-86, 2011.
- [15] M. Yilmaz and E. Arslan, "Effect of the type of membership function on geoid height modelling with fuzzy logic," *Survey Review*, vol. 40, pp. 379-391, 2008.
- [16] P. Zaletnyik, L. Völgyesi, and B. Paláncz, "Modelling local GPS/levelling geoid undulations using Support Vector Machines," *Civil Engineering*, vol. 52, pp. 39-43, 2008.
- [17] E. M. Mikhail and F. E. Ackermann, "Observations and least squares," the University Press of Michigan, USA 1976.
- [18] A. Sen and M. S. Srivastava, *Regression analysis: theory, methods, and applications*: Springer, 1990.
- [۱۹] م. ب. منهج مبانی شبکه‌های عصبی. تهران: دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۷۹.
- [20] J. B. Miima, W. Niemeier, and B. Kraus, "A neural network approach to modelling geodetic deformations," in *Proceedings of the 1st International Symposium on Robust Statistics and Fuzzy Techniques in Geodesy and GIS*, Zurich, Swiss, 2001, pp. pp 111-116.
- [21] C. M. Bishop, "Neural networks for pattern recognition," 1995.
- [22] D. Rummelhart, "Learning representations by back-propagating errors," *Nature*, vol. 323, pp. 533-536, 1986.
- [23] A. A. Suratgar, M. B. Tavakoli, and A. Hoseinabadi, "Modified Levenberg-Marquardt method for neural networks training," *World Academy of Science, Engineering and Technology*, vol. 6, pp. 46-48, 2005.
- [24] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets," *Information and control*, vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- [25] J. S. R. Jang, "ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system," *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, vol. 23, pp. 665-685, 1993.
- [26] J. S. R. Jang and C. T. Sun, "Neuro-fuzzy modeling and control," *Proceedings of the IEEE*, vol. 83, pp. 378-406, 1995.
- [27] J. S. R. Jang, C. T. Sun, and E. Mizutani, "Neuro-fuzzy and soft computing-a computational approach to learning and machine intelligence [Book Review]," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 42, pp. 1482-1484, 1997.