# تحلیل نااریب تغییرشکل سهبعدی پوسته زمین با استفاده از مشاهدات (مطالعه خاص: شبه جزیرهی کنای در آلاسکا)

محسن حبيبی\*' ، مسعود مشهدی حسينعلی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> کارشناسی ارشد ژئودزی- دانشکده مهندسی نقشه برداری- دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی m\_habibi\_90 @yahoo.com

<sup>۲</sup> دانشیار گروه ژئودزی – دانشکده مهندسی نقشه برداری– دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی masoud.hossainali@gmail.com

(تاریخ دریافت آبان ۱۳۹۳، تاریخ تصویب دی ۱۳۹۳)

#### چکیدہ

مسئلهی آنالیز استرین در حالت سهبعدی یکی از مباحث مورد توجه در مطالعهی تغییرشکل پوستهی زمین است. در این تحقیق، تغییر شکل سهبعدی پوستهی زمین به کمک روش ایزوپارامتریک با بسط از حالت دوبعدی به حالت سهبعدی مورد بررسی قرار گرفته است. از آنجایی که در شبکههای ژئودزی برخی از مولفههای طول بازهای بین نقاط شبکه (غالباً اختلاف ارتفاع بین نقاط) نسبت به سایر مؤلفهها کوچکترند، تعمیم روش ایزوپارامتریک از دو بعد به سه بعد برای آنالیز کُرنش تغییرشکل سطحی پوستهی زمین به مسئلهای بدوضع منتهی میشود به طوری که جوابهای حاصل ناپایدار میباشند. این ویژگی استفاده از روشهای پایدارسازی را جهت حل این گونه مسائل اجتناب ناپذیر میسازد. استفاده از روشهای پایدارسازی به ایجاد اریب در جواب حاصل میانجامد. برای حل این مشکل در این تحقیق، برای نخستین بار مسئله آنالیز سهبعدی تغییرشکل در سیستم مختصاتی جدید چنان فرموله و حل می شود که مسئله مورد بحث به مسئلهای با جوابی پایدار و یا مسئلهای خوشوضع تغییر مییابد. پارامترهای چنین سیستم مختصاتی در فرآیند برآورد مؤلفههای تنسور تغییرشکل برآورد می شود. شبه جزیرهی کنای واقع در جنوب مرکزی آلاسکا به عنوان منطقهی مطالعاتی انتخاب شده است. ناپایداری مسئلهی سهبعدی آنالیز تغییرشکل در این منطقه قبلاً بررسی و به اثبات رسیده است. نتایج حاصل از روش توسعه یافته در این تحقیق وجود بیشینه مقدار بالا آمدگی در بخش مرکزی این منطقه را که در مقالات دیگر مورد تاکید قرار گرفته است، تایید میکند. برآوردهای حاصل برای تنسورهای کُرنش سهبعدی در این منطقه نخستین برآوردهای نا اُریب از این تنسورند که به روشی بدون المان محاسبه شده است. مقایسه نتایج حاصل با نتایج به دست آمده از آنالیز دوبعدی تغییرشکل در این منطقه (با روشی مشابه) نشان میدهد که بزرگی اثر تغییرشکل ارتفاعی بر مولفههای اصلی مسطحاتی تنسور کّرنش به ۱/۷ میکرواسترین میرسد. این میزان در محدوده بزرگی مقادیر محاسبه شده برای مؤلفههای مسطحاتی مذکور در حالت دوبعدی است. بنابراین، صرفنظر کردن از اثر مؤلفهی ارتفاعی و بررسی کینماتیک تغییرشکل پوستهی زمین در دو بعد میتواند به اریب بالایی در نتایج حاصل منتهی گردد. با این وجود برخی از ویژگیهای کلی تغییر-شکل در این منطقه نظیر وقوع حداکثر فشارش در بخش مرکزی این شبکه همچنان در نتایج حاصل از آنالیز دوبعدی تغییرشکل قابل مشاهده است. علاوه براین، مطالعهی میزان اریب ناشی از پایدارسازی جواب نشان میدهد که انتخاب نامناسب پارامتر پایدارسازی میتواند به اریب قابل ملاحظهای در نتایج حاصل منتهی گردد. در این ارتباط، استفاده از خصوصیات با ویژگیهای از پیش معلوم الگوی تغییرشکل در یک منطقه، نظیر وقوع حداکثر برآمدگی در بخش مرکزی شبکه، روش مناسبی برای انتخاب پارامتر پایدارسازی نیست.

واژگان کلیدی : مطالعهی تغییرشکل، روش ایزوپارامتریک، گرادیان تغییرشکل، شبه جزیرهی کِنای

<sup>\*</sup> نویسنده رابط

#### ۱– مقدمه

مسئلهی آنالیز کُرنش در حالت سهبعدی از مباحث مورد توجه در مطالعهی تغییرشکل پوستهی زمین می-باشد. تغییرشکل سهبعدی پوستهی زمین توسط افراد مختلفی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. به عنوان مثال، برونر (روشی برای بررسی تغییر شکل کلی پوستهی زمین پیشنهاد کرده است که در آن از تغییرشکل به انتقالی افاین تعبیر می شود به طوری که وضعیت جسم را قبل از تغییر شکل به وضعیت آن پس از تغییر شکل مرتبط میسازد. به عبارت دیگر در این روش، تغییرشکل نگاشتی است که وضعیت جسم را قبل از تغییر شکل به وضعیت آن پس از تغییرشکل تصویر مینماید[1]. یک تبدیل افاین به طور دقیق یک رابطه تابعی خطی است. بنابراین، به لحاظ نظری این نمایش ریاضی از مسئله با تغییر شکل های غیر-همگن سازگاری ندارد. گرافارند<sup>۲</sup> در سال ۱۹۸۶ تغییر-شکلهای پوستهی زمین در مقیاس جهانی (نظیر تغییر شکلهای ناشی از بار جزر و مدی) را بر حسب هارمونیک-های کروی فرموله یا بیان کرد[۲]. لیشتنگر و سانکل ۴ جنبههای تئوری آنالیز کینماتیک و دینامیک تغییر-شکلهای دو و سهبعدی را بررسی کردهاند [۳]. در تحقیق مذکور کینماتیک ورقههای تکتونیکی در تئوری تکتونیک صفحهای نیز مورد بررسی قرار گرفته است. ویتنبرگ<sup>۵</sup> ادعا کرده است که آنالیز سهبعدی تغییرشکل بر پایه روشهای ژئودتیکی به دلیل کمبود اطلاعات مورد نیاز امکانپذیر نیست. این ادعا بهطور کلی صحیح نبوده و به روش اتخاذ شده برای آنالیز تغییرشکل وابسته است [۴]. آلتینر تئوری تحلیلی آنالیز تغییرشکل را که مبتنی بر محاسبه معیارهای ذاتی هندسه یک رویه میباشد، پیشنهاد داده است[۵]. متأسفانه در این روش نمی توان معادلات ساختاری یا روابط تابعی بین پارامترهای توصیف کننده کینماتیک تغییر شکل (کُرنش) و استرس را برای انواع مختلف رفتارهای رئولوژیک پوستهی زمین نوشت.

- ۱ Brunner
- ۲ Grafarend
- ۳ Lichtenegger
- ٤ Sünkel
- ° Wittenburg
- ٦ Altiner

روشهای آنالیز کینماتیک تغییرشکلهای سطحی پوسته زمین یا آنالیز کُرنش را می توان به دو گروه روش-های بدون المان و روشهای وابسته به المان طبقهبندی کرد. به عنوان مثال، روش تفاضل محدود نمونهای از روشهای گروه نخست و روش المان محدود نمونهای از روشهای گروه دوم است. وثوقی با تکیه بر مفاهیم نظریه پوسته در مکانیک محیطهای پیوسته، روابط هندسه ذاتی و غیرذاتی تغییرشکل سطح زمین را با دو نگرش لاگرانژی و اولری مورد آنالیز قرار داده است. او دو روش المان محدود و تفاضل محدود را نیز مورد بررسی قرار داده است[۶]. این مقاله در نظر دارد تا از روش ایزوپارامتریک در آنالیز کینماتیک تغییرشکل سطحی پوستهی زمین استفاده نماید. این روش یکی از روشهای مطرح در تئوري الاستيسيته براي آناليز تغيير شكل يك جسم تغيير-شکل یذیر است، که تغییرشکل در آن را میتوان تابعی یپوسته از موقعیت ذرات آن دانست[۷]. در این روش از تغییرات نسبی فاصله بین هر نقطه با نقاط مجاور آن برای محاسبه عناصر تنسور کُرنش استفاده میشود. در ژئودزی، استفاده از این روش برای آنالیز دو بعدی تغییر-شکل پوستهی زمین بارها گزارش شده است[۸]. بررسی کارایی این روش در آنالیز سهبعدی کینماتیک تغییرشکل سطحى پوستهى زمين از طريق تعميم مدل رياضي مربوطه از فضای دو بُعدی به فضای سهبُعدی نشان می-دهد که مسئله مورد بحث دارای جوابی ناپایدار است. به طور کلی تفاوت اندازهی مؤلفههای طول بازهای یک شبکه عامل ناپایداری جواب در آنالیز سهبعدی تغییر شکل با این روش محسوب می شود [۹]. این مقاله در نظر دارد تا با جستجوی سیستم مختصاتی مناسب و با فرموله کردن این مسئله در چنین سیستم مختصاتی، مشکل ناپایداری این جواب را حل نماید. برای این کار، ابتدا مدل ریاضی مسئله برحسب تنسور گرادیان تغییرشکل بازنویسی شده و مشخصات سیستم مختصات مذکور از طریق بررسی شرايط ناوردايي اين تنسور تعيين ميشود.

بخش دوم از این مقاله به معرفی روش پیشنهاد شده در این مقاله می پردازد. برای این منظور و در زیر بخش ۲-۱، روش ایزوپارامتریک معرفی می شود. در ادامه مدل ریاضی مورد نظر از فضای دوبعدی به فضای سهبعدی تعمیم یافته و با بررسی شرایط ناوردایی تنسور گرادیان تغییر شکل در بخش ۲-۲، مشخصات سیستم مختصاتی نسبی فاصله بین هر نقطه از آن با نقاط مجاور (روش ایزوپارامتریک) و یا بر مبنای تغییرات نسبی مختصات آن نقطه نسبت به نقاط مجاور (روش لاگرانژی) بررسی کرد[۹]. دو رویکرد مذکور، هر دو از روشهای بدون المان در آنالیز تغییرشکل محسوب میشوند. از این دو رویکرد میتوان برای بررسی تغییرشکلهای پیوسته بینهایت و یا غیر بینهایت کوچک استفاده کرد. در این تحقیق از روش ایزوپارامتریک برای بررسی تغییرشکلهای بینهایت کوچک سطحی پوسته یزمین استفاده میشود.

از آنجا که روش مورد استفاده در این مقاله مبتنی بر تعمیم روش ایزوپارامتریک از فضای دوبعدی به فضای سهبعدی است، در ابتدا به معرفی این روش در آنالیز دو-بعدی تغییرشکل پرداخته می شود.

به سادگی می توان نشان داد که اگر  $k_{i}$  و  $m_{ki}$  امتداد بین دو نقطه ی k (نقطه ی محاسباتی- نقطه ای که عناصر تنسور کُرنش آن مد نظر است) و i = 1, ..., p، (نقاط سهیم- نقاطی که در محاسبه تنسور کُرنش نقطه k از آنها استفاده می شود) باشند؛ تغییرات نسبی فاصله ی بین نقطه ی k و هریک از نقاط i را می توان به صورت زیر بر حسب عناصر تنسور کُرنش در نقطه محاسباتی نوشت:

$$q_{ki} = \frac{L_{ki} - \dot{L_{ki}}}{L_{ki}} = e_{xx}l_{ki}^2 + e_{yy}m_{ki}^2 + e_{xy}l_{ki}m_{ki} \qquad (1)$$

در این رابطه  $L_{pi} = L_{pi}$  به ترتیب فاصله بین نقاط در این رابطه i و j و i عیر شکل جسم میباشند. علاوه بر این، p و  $e_{xy}$  و  $e_{yy}$  ،  $e_{xx}$  این،  $e_{xx}$  ، عناصر تنسور کُرنش هستند. به عبارت دیگر:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} e_{xx} & e_{xy} \\ e_{yx} & e_{yy} \end{bmatrix}$$
(7)

که در آن،

$$e_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, e_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, e_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$
 (°)

در این معادلات *u* و *v* مؤلفههای بردار جابجایی می-باشند.

در آنالیز تغییرشکلهای سطحی پوستهی زمین با استفاده از مشاهدات شبکههای ژئودزی منطقهای، فواصل که فرموله کردن مسئلهی آنالیز سهبعدی تغییر شکل در آن می تواند مشکل ناپایداری جواب را مرتفع نماید؛ مورد بررسی قرار می گیرد. در ادامه و در بخش سوم از این مقاله، منطقه مطالعاتی و نتایج عددی حاصل مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار می گیرند. بخش ۴ به نتیجه گیری و جمع بندی این تحقیق می پردازد.

# ۲- روش تحقيق

تغییرشکل زمین یک پدیدهی سهبعدی در طبیعت می باشد. بنابراین، مطالعه این پدیده در دو بعد با کاهش مشاهدات بر روی سطح یک دیتوم مسطحاتی یا در نظر گرفتن آن به صورت یک فرآیند قائم محض میتواند به تحلیلی نادرست از تغییرشکل منتهی گردد. بنابراین، بهترین رویکرد در بررسی کینماتیک و دینامیک تغییر-شکل زمین، بررسی و مطالعهی این پدیده در فضای سه-بعدی میباشد. مسئله آنالیز استرین در حالت سهبعدی مسئلهای ناپایدار بوده و به مسئلهی بدوضع تبدیل می-گردد. در نتایج پیشین روش پایدارسازی برای حل این گونه مسائل مورد استفاده قرار گرفته است. تکنیک تجزیه مقدار منفرد منقطع<sup>۱</sup> به عنوان یکی از تکنیکهای پایدارسازی بوده که در نتایج پیشین از آن استفاده گردیده است. در این تکنیک مسئله  $\underline{A}_{k} = \underline{A}_{k} = \underline{A}_{k}$  جایگزین مسئله اصلی  $\underline{Ax} = b$  شده و در نتیجه جواب حاصل مقدار تقریبی <u>x</u> خواهد بود و مقدار واقعی <u>x</u> نیست، پس جواب حاصل از این روش دارای اریب از مقدار واقعی خواهد بود[۱۰]. این مقاله به معرفی روشی جدید برای آنالیز سەبعدی کینماتیک تغییرشکل پوستەی زمین می-پردازد که جواب آن آلوده به اریب ناشی از پایدارسازی نیست.

# **۲-۲- روش ایزوپارامتریک در آنالیز تغییرشکل**

بر اساس تئوری الاستیسیته، تغییرشکلهای پیوستهی یک جسم تغییرشکل پذیر را میتوان با استفاده از تغییرات

۱ TSVD

همچنین، مجدداً با استفاده از رابطه (۵) میتوان نوشت:

$$\begin{split} f_{xy}f_{xy} &= 2e_{xx} + 1, f_{yy}f_{yy} = 2e_{yy} + 1, \\ f_{zy}f_{zy} &= 2e_{zz} + 1 \\ f_{xy}f_{yy} &= 2e_{xy}, f_{xy}f_{zy} = 2e_{xz}, f_{yy}f_{zy} = 2e_{yz} \end{split} \tag{9}$$

در این رابطه  $\{x, y, z\} \in \gamma$  اندیس جمع میباشد. بر اساس معادلهی (۷)، ماتریس ضرایب A در دستگاه معادلات مشاهدات مربوط به آنالیز سهبعدی تغییرشکل به روش ایزوپارامتریک عبارت است از:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta E_{k1}^{2}}{I_{k1}^{2}} & \frac{\Delta N_{k1}^{2}}{I_{k1}^{2}} & \frac{\Delta E_{k1} \Delta N_{k1}}{I_{k1}^{2}} & \frac{\Delta E_{k1} \Delta U_{k1}}{I_{k1}^{2}} & \frac{\Delta N_{k1} \Delta U_{k1}}{I_{k1}^{2}} & \frac{\Delta U_{k1}^{2}}{I_{k1}^{2}} \end{bmatrix}_{p,6}$$

$$(\uparrow \cdot)$$

در رابطه (۱۰) N ، E و U به ترتیب مؤلفههای اول، دوم و سوم محورهای مختصات کارتزین سیستم مختصات  $\Delta U_{_{ki}}$  و  $\Delta N_{_{ki}}$  ،  $\Delta E_{_{ki}}$  و  $\Delta N_{_{ki}}$  ,  $\Delta E_{_{ki}}$  و مولفههای طول باز  $L_{\mu}$  در سیستم مختصاتی محلی (توپوسنتریک) میباشند. با توجه به این ماتریس، چنانچه یکی از مولفههای طول بازهای بین نقاط یک شبکه صفر باشد (مثلاً در صورتیکه  $\Delta U_{_{ki}} = 0$  و یا شبکه در منطقهای كاملاً مسطح قرار داشته باشد)، این ماتریس از مرتبه کاملی برخوردار نخواهد بود. علاوه بر این، چنانچه یکی از مولفههای طولبازهای شبکه به مراتب کوچکتر از سایر مولفههای آن باشد (مثلاً م $\Delta U_{_{ki}} << \Delta N_{_{ki}} = \Delta U_{_{ki}}$  مولفههای آن باشد (مثلاً مثلاً م یا شبکه در منطقهای نسبتاً مسطح قرار داشته باشد) اندازه عناصر برخی از ستونهای این ماتریس بسیار کوچکتر از اندازه عناصر ستونهای دیگر آن (در این مثال ستونهای ۴، ۵ و ۶ در مقایسه با ستونهای ۱، ۲ و ۳) خواهد بود. در این شرایط عدد شرط این ماتریس مقداری بزرگ داشته و جواب مسئلهی آنالیز سهبعدی تغییر شکل می-تواند ناپایدار باشد. با استفاده از شرط گسسته پیکارد[۱۳] ، حسینعلی و همکاران[۹] ناپایداری جواب کمترین مربعات مسئلهی آنالیز سهبعدی تغییر شکل را به روشهای بدون المان ایزوپارامتریک و لاگرانژ در منطقه مورد مطالعه این تحقیق بررسی نموده و نشان دادهاند که جواب حاصل

 $L_{ki}$  و  $L_{ki}$  طول خم ژئودزیک بین نقاط k و i قبل و  $L_{ki}$  و  $L_{ki}$  و  $L_{ki}$  بعد از تغییرشکل و  $l_{ki}$  و  $m_{ki}$  کسینوس هادیهای این خم قبل یا بعد از تغییرشکل آن میباشند. در این مقاله از روابط پیشنهادی رینسفورد' برای محاسبه پارامترهای مذکور استفاده شده است[۱۱]. بر اساس[۱۲] اگر:

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}_0} = \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{bmatrix}$$
(\*)

$$\mathbf{E} = \left(\frac{1}{2}\mathbf{F}\mathbf{F}^T - \mathbf{I}\right) \tag{(a)}$$

در روابط فوق، بردارهای  $\mathbf{x}_0 \in \mathbf{x}$  به ترتیب بردارهایی شامل موقعیت نقاط شبکه قبل و بعد از تغییرشکل (در اپکهای اندازه گیری  $t_0$  و t) و  $\mathbf{x}_{2\times 2}$  ماتریسی یکه است. با جایگذاری روابط (۴) در رابطه (۵) داریم :

$$f_{xx}^{2} + f_{xy}^{2} = 2e_{xx} + 1$$
  

$$f_{xx}f_{yx} + f_{xy}f_{yy} = 2e_{xy}$$
  

$$f_{yx}^{2} + f_{yy}^{2} = 2e_{yy} + 1$$
  
(8)

بدیهی است که با استفاده از معادلات (۶) میتوان مدل ریاضی (۱) را بر حسب عناصر تنسور گرادیان تغییر-شکل بازنویسی کرد. انجام آنالیز تغییرشکل در سه بعد به روش ایزوپارامتریک مستلزم تعمیم مدل ریاضی (۱) از فضای دوبعدی به فضای سهبعدی است. در این حالت میتوان نوشت[۹]:

$$q_{ki} = \frac{L_{ki} - \dot{L}_{ki}}{L_{ki}} = e_{xx} l_{ki}^{2} + e_{yy} m_{ki}^{2} + e_{zz} n_{ki}^{2} + e_{xy} l_{ki} m_{ki} + e_{xz} l_{ki} n_{ki} + e_{yz} n_{ki} m_{ki}$$
(Y)

$$e_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}, e_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, e_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \qquad (\Lambda)$$

۱ Rainsford

از روش کمترین مربعات در این دو مسئله ناپایدار است. در  
تحقیق مذکور، آنالیز حساسیت تنسور کُرنش نشان می-  
دهد که مؤلفههای 
$$e_{zz}$$
،  $e_{zz}$  و  $z_{yz}$  از حساسیت  
بیشتری نسبت به تغییرات پارامترهای ورودی  
برخورداراست (ناپایدارترند). این متغیرها، متغیرهای نظیر  
ستونهای ۴، ۵ و ۶ در ماتریس A (رابطه ۱۰) می-  
باشند.

از آنجایی که ناپایداری جواب مسئلهی مورد بحث ناشی از اختلاف اندازه مولفههای طول بازهای یک شبکه است، انتظار میرود تا فرموله کردن مسئله در سیستم مختصاتی مناسب، مسئله مورد نظر را به مسئلهای با جواب پایدار تبدیل نماید. به طوری که در بخش بعدی این مقاله ملاحظه میشود، بررسی شرایط ناوردایی تنسور گرادیان تغییرشکل میتواند شرایط مورد نیاز را جهت دستیابی به چنین سیستم مختصاتی فراهم نماید.

# ۲-۲- بررسی ناوردایی عناصر تنسور گرادیان تغییرشکل

اگر  $\mathbf{x}_0$  و  $\mathbf{x}_0$  به ترتیب بردارهای موقعیت نقاط یک جسم تغییرشکل پذیر (در اینجا نقاط یک شبکه ژئودزی) در اپک  $t_0$  و (پیش از تغییرشکل) در دو سیستم مختصات xyz و  $\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$  باشند به نحوی که پارامترهای مختصات xyz و  $\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$  باشند به نحوی که پارامترهای ماتریس دوران  $\mathbf{R}_0$  و ضریب مقیاس  $\mathbf{\mu}_0$  باشد می توان نوشت[17]:

$$\tilde{\mathbf{x}}_0 = \boldsymbol{\mu}_0 \mathbf{R}_0 \mathbf{x}_0 + \mathbf{d}_0 \tag{11}$$

به ترتیبی مشابه برای دو بردار موقعیت مشابه x و **x** در ایک *t* (پس از تغییرشکل) خواهیم داشت:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \boldsymbol{\mu} \mathbf{R} \mathbf{x} + \mathbf{d} \tag{11}$$

در رابطه (۱۲) R ، d و µ به ترتیب بردار انتقال، ماتریس دوران و ماتریس مقیاس میباشند.

برای بررسی اثر تغییر سیستم مختصات بر تنسور گرادیان تغییرشکل، با به کارگیری قاعده مشتقگیری زنجیرهای، این تنسور را میتوان در سیستم مختصات XỹZ به صورت زیر نوشت:

$$\tilde{\mathbf{F}} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{X}}}{\partial \tilde{\mathbf{X}}_0} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{X}}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}_0} \frac{\partial \mathbf{x}_0}{\partial \tilde{\mathbf{X}}_0} = \boldsymbol{\mu} \mathbf{R} \mathbf{F} \mathbf{R}_0^T \boldsymbol{\mu}_0^{-1}$$
(17)

$$\boldsymbol{\mu}_0 = diag(\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z) \tag{14}$$

$$\boldsymbol{\mu} = diag(\lambda_{\tilde{x}}, \lambda_{\tilde{y}}, \lambda_{\tilde{z}}) \tag{10}$$

همچنین  $(\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z)$  ضرائب مقیاس سه محور همچنین (x, y, z) در سیستم مختصات xyz بوده و (x, y, z) در (x, y, z) در  $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$  مرائب مقیاس سه محور  $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{\lambda}_{\tilde{x}})$  در سیستم مختصات  $\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$  میباشد. در اینجا هدف، دستیابی به سیستم مختصات  $\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$  میباشد. در اینجا هدف، دستیابی به سیستم مختصاتی است که در آن مسئلهی آنالیز سه-بعدی تغییرشکل با استفاده از روش ارائه شده در بخش بعدی تغییرشکل با استفاده از روش ارائه شده در بخش مقاله تلاش میشود تا با استفاده از رابطه (۱۳)، ماتریس-ماله تلاش میشود تا با استفاده از رابطه (۱۳)، ماتریس-های دوران **R** و  $\mathbf{R}$  و ضرایب مقیاس **H** و  $\mathbf{q}_{k}$  به گونه-های دوران **R** و  $\mathbf{n}_{ki}$  در این سیستم، هادیهای  $\mathbf{n}_{ki}$  ،  $\mathbf{n}_{ki}$  و کسینوس مسئله مورد بررسی دارای جواب پایداری باشد.

ناپایداری جواب مسئلهی آنالیز سهبعدی تغییرشکل ناشی از اختلاف اندازهی مؤلفههای طول بازهای شبکه ژئودزی مورد استفاده است. بنابراین، ایجاد دوران در سیستم مختصات مورد استفاده نمیتواند به سیستم مختصاتی منتهی گردد که فرموله کردن این مسئله در آن پایداری جواب را ضمانت نماید. به این تر تیب از دورانهای پایداری جواب را ضمانت نماید. به این تر تیب از دورانهای R و  $\mathbf{R}$  در رابطهی (۱۳) میتوان صرفنظر کرده و با جایگذاری روابط (۱۴) و (۱۵) در این رابطه تنسور گرادیان جابجایی را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\tilde{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_{\tilde{x}}}{\lambda_x} f_{xx} & \frac{\lambda_{\tilde{x}}}{\lambda_y} f_{xy} & \frac{\lambda_{\tilde{x}}}{\lambda_z} f_{xz} \\ \frac{\lambda_{\tilde{y}}}{\lambda_x} f_{yx} & \frac{\lambda_{\tilde{y}}}{\lambda_y} f_{yy} & \frac{\lambda_{\tilde{y}}}{\lambda_z} f_{yz} \\ \frac{\lambda_{\tilde{z}}}{\lambda_x} f_{zx} & \frac{\lambda_{\tilde{z}}}{\lambda_y} f_{zy} & \frac{\lambda_{\tilde{z}}}{\lambda_z} f_{zz} \end{bmatrix}$$
(19)

در رابطهی (۱۶)، تنها پارامتر باقیمانده ضرایب مقیاس محورهای سیستمهای مختصات مذکور است. با تغییر مقیاس محور(های) مختصات به نحوی مناسب،

اختلاف اندازه مؤلفههای طول بازهای یک شبکه را می-توان جبران کرد. این تغییر مقیاس به کاهش عدد شرط ماتریس ضرایب و در نتیجه افزایش پایداری جواب منتهی می گردد.

آنالیز حساسیت تنسور تغییرشکل در منطقه مورد مطالعه در این تحقیق نشان داده است. که مؤلفههای بُرشی  $e_{xz}$  ،  $e_{yz}$  و مؤلفه یارتفاعی  $e_{zz}$  از تنسور بُرشی نیس و مولفه یا ارتفاعی در دستگاه تغییرشکل ناپایدارترین عناصر بردار مجهولات در دستگاه معادلات مشاهدات (۷) میباشند [۹]. بنابراین، تنها با تغییر مقیاس محور  $\tilde{z}$  در سیستم مختصات مورد جستجو میتوان مشکل ناپایداری جواب را مرتفع کرد. به این ترتیب، با فرض 1 =  $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_x$  خواهیم داشت:

$$\tilde{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} & \frac{1}{\lambda_z} f_{xz} \\ f_{yx} & f_{yy} & \frac{1}{\lambda_z} f_{yz} \\ \lambda_{z} f_{zx} & \lambda_{z} f_{zy} & \frac{\lambda_{z}}{\lambda_z} f_{zz} \end{bmatrix}$$

در ادامه و برای سادگی، مقیاس محورهای z و  $\tilde{z}$  را برابر در نظر می گیریم. به این ترتیب با نمایش  $\lambda = \lambda_z = \lambda_z$ ، در نهایت داریم:

$$\tilde{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} & \frac{1}{\lambda} f_{xz} \\ f_{yx} & f_{yy} & \frac{1}{\lambda} f_{yz} \\ \lambda f_{zx} & \lambda f_{zy} & f_{zz} \end{bmatrix}$$
(1Y)

چنین تغییر مقیاسی، درصورتی ناوردایی عناصر تنسور گرادیان تغییرشکل و در نتیجه تنسور کُرنش را مخدوش نمی کند؛ که مدل ریاضی (رابطه ۷) بر حسب عناصر تنسور گرادیان تغییرشکل در سیستم مختصات نخست (سیستم مختصاتی که موقعیت نقاط شبکه در آن محاسبه (سیستم مختصاتی که موقعیت نقاط شبکه در آن محاسبه شده است) فرموله شده و نسبت  $q_{ki}$  و کسینوس هادی-های است) فرموله شده و نسبت  $n_{ki}$  و کسینوس هادی-های  $k_{ki}$  ،  $l_{ki}$  معادله (۷) در سیستم مختصات جدید بازنویسی گردند.

از آن جایی که فاصله بین نقاط پارامتری ناوردا است، با تغییر سیستم مختصات مورد استفاده نباید تغییری در

اندازهی فاصله بین نقاط شبکه و در نتیجه تغییرات نسبی فواصل بین این نقاط به وجود آید. برای این منظور چنانچه dx ، dx و dz مؤلفههای یک طول باز در سیستم مختصات نخست و  $d\tilde{x}$  ،  $d\tilde{y}$  و  $\tilde{z}$  مؤلفههای این طول باز در سیستم مختصات مورد جستجو باشند، رابطه زیر ناوردایی این طول را ضمانت می کند:

$$dx^{2} + dy^{2} + dz^{2} = d\tilde{x}^{2} + d\tilde{y}^{2} + d\tilde{z}^{2} \qquad (1\lambda)$$

که در آن 
$$\lambda dz = \lambda d$$
 میباشد. با فرض:

$$d\tilde{x} = \beta dx , \, d\tilde{y} = \beta dy \tag{19}$$

خواهيم داشت:

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{(\lambda^2 - 1)dz^2}{dx^2 + dy^2}}$$

به این ترتیب، برای حفظ ویژگی ناوردایی فاصله بین نقاط در سیستم مختصاتی که محور سوم آن با تغییر مقیاسی به بزرگی  $\lambda$  همراه است، فاصله میان نقاط از رابطه زیر محاسبه میشوند:

$$L_{ki} = \sqrt{\beta^2 \Delta x_{ki}^2 + \beta^2 \Delta y_{ki}^2 + \lambda^2 \Delta z_{ki}^2} \quad (\Upsilon \cdot$$

به ترتیبی مشابه، کسینوس هادیهای امتداد بین نقاط شبکه نیز از روابط زیر محاسبه می شوند:

$$l_{ki}^{2} = \frac{\beta^{2} \Delta x_{ki}^{2}}{\beta^{2} \Delta x_{ki}^{2} + \beta^{2} \Delta y_{ki}^{2} + \lambda^{2} \Delta z_{ki}^{2}}$$
(71)

$$m_{ki}^{2} = \frac{\beta^{2} \Delta y_{ki}^{2}}{\beta^{2} \Delta x_{ki}^{2} + \beta^{2} \Delta y_{ki}^{2} + \lambda^{2} \Delta z_{ki}^{2}}$$
(YY)

$$n_{ki}^{2} = \frac{\lambda^{2} \Delta z_{ki}^{2}}{\beta^{2} \Delta x_{ki}^{2} + \beta^{2} \Delta y_{ki}^{2} + \lambda^{2} \Delta z_{ki}^{2}}$$
(YY)

به این ترتیب، در سیستم مختصات مورد جستجو؛ بردارهای مشاهدات، مجهولات و مدل ریاضی عبارتند از:

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} q_{k1} & \dots & q_{kp} \end{bmatrix}^T \tag{(Yf)}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} & f_{xz} & f_{yy} & f_{yz} & f_{zz} \end{bmatrix}^T \quad (\Upsilon\Delta)$$

پوستهی زمین است[۱۴،۱۵] جنوب مرکزی آلاسکا که از شمال به فیربنکس و از جنوب به خلیج آلاسکا محدود می شود، یکی از لرزه خیزترین مناطق زمین است. اغلب آتش فشانهای فعال در این منطقه قرار دارند. فعالیتهای لرزهای در این منطقه ناشی از حرکت پادساعت گرد ورقه زمینساختی اقیانوس آرام<sup>۲</sup> و فرورانش پوستهی اقیانوسی در منطقهی آلاسکا است. پوستهی زمین در این منطقه تحت تاثیر زمینلرزهی سال ۱۹۶۴ با بزرگای گشتاوری  $M_w = 9.2$  [۱۶]، دستخوش تغییرشکلی قابل ملاحظه شد. در اثر این زمینلرزه جابجاییهایی هملرزه به بزرگی بیش از ۲۰ متر در این منطقه گزارش شده است[١٧]. با وقوع این زمین لرزه، تقریباً تمام قسمتهای شبه جزیره کنای در منطقه دستخوش فرونشست شده و در مقابل بخشی از پوسته اقیانوسی که در شرق این شبه جزیره قرار دارد دچار بالاآمدگی گردید. حداکثر بزرگی بالاآمدگی پوسته اقیانوسی ۱۲ متر گزارش شده است [۱۸]. تغییرشکل پس لرزه پوستهی زمین در این منطقه نخستین بار از آنالیز دادههای جزر و مد و ترازیابی خطوط ترازیابی در این منطقه گزارش شد[۱۹]. برای درک بیشتر مکانیزم تغییر شکل در این منطقه مشاهدات GPS نیز به اندازه-گیریهای ژئودتیک در این منطقه اضافه شد. با استفاده از مشاهدات GPS انجام شده در سالهای ۱۹۹۳ تا ۱۹۹۵، مشاهدات ترازیابی که بلافاصله پس از زمین لرزه مذکور انجام شده و یک مدل منطقهای از ژئوئید، کُهن و فریمُولر [۲۰] الگویی از تغییر شکل ارتفاعی را در محدوده شبه جزیره کنای پیشنهاد دادهاند. بر اساس این الگو در این فاز از تغییرشکل، پوستهی زمین در جزیره مذکور دستخوش بالاآمدگی گنبدی شکل است. بیشترین مقدار این بالا-آمدگی در بخش مرکزی این شبه جزیره مشاهده میشود. شکل ۱ این الگوی تغییر شکل را نمایش میدهد.

برای بررسی کارایی روش پیشنهاد شده در این مقاله، مشاهدات تعداد ۱۹ ایستگاه موردی GPS که اندازه گیری آنها در سالهای ۱۹۹۶ و ۱۹۹۸ انجام شده است (شکل ۲) از پایگاه داده سرویس UNAVCO دریافت و با نرمافزار Bernese پردازش شده است. جزئیات مربوط به چگونگی پردازش این مشاهدات در [۱۰] ارائه شده است.

$$q_{ki} = \frac{L_{ki} - L'_{ki}}{L_{ki}} = l_{ki}^{2} \left[ \frac{1}{2} (f_{xx}^{2} + f_{xy}^{2} + \lambda^{2} f_{xz}^{2} - 1) \right] + m_{ki}^{2} \left[ \frac{1}{2} (f_{xy}^{2} + f_{yy}^{2} + \lambda^{2} f_{yz}^{2} - 1) \right] + n_{ki}^{2} \left[ \frac{1}{2} (\frac{1}{\lambda^{2}} f_{xz}^{2} + \frac{1}{\lambda^{2}} f_{yz}^{2} + f_{zz}^{2} - 1) \right] + l_{ki} m_{ki} \left[ \frac{1}{2} (f_{xx} f_{xy} + f_{xy} f_{yz} + \lambda^{2} f_{xz} f_{yz}) \right] + l_{ki} n_{ki} \left[ \frac{1}{2} (f_{xx} f_{xy} + f_{xy} f_{yy} + \lambda^{2} f_{xz} f_{yz}) \right] + n_{ki} m_{ki} \left[ \frac{1}{2} (\frac{1}{\lambda} f_{xx} f_{xz} + \frac{1}{\lambda} f_{xy} f_{yz} + \lambda f_{xz} f_{zz}) \right] + n_{ki} m_{ki} \left[ \frac{1}{2} (\frac{1}{\lambda} f_{xy} f_{xz} + \frac{1}{\lambda} f_{yy} f_{yz} + \lambda f_{yz} f_{zz}) \right]$$

که در آن فاصله بین نقاط شبکه قبل و بعد از تغییر-شکل با رابطه (۲۰) (با مختصات متناسب با هر اپک) و کسینوس هادیهای امتداد بین نقاط با روابط (۲۱) ، (۲۲) و (۲۳) (برای کسینوس هادی فرقی نمی کند که مختصات کدام اپک استفاده می گردد) محاسبه می شوند. برای دستیابی به جوابی پایدار، ضریب مقیاس K و به برای دستیابی به جوابی پایدار، ضریب مقیاس K و به دنبال آن پارامتر  $\beta$  از مقایسه نسبتهای  $\frac{\Lambda x_k}{L_{kl}}$  ،  $\frac{\Lambda z_k}{L_{kl}}$ دنبال آن پارامتر مده است که عدد شرط ماتریس ضرایب A کوچکترین مقدار ممکن گردد. به عبارت دیگر:

$$\lambda = \min_{\left\{ \left(\frac{\Delta x_{ki}}{L_{ki}}\right)^{-1}, \left(\frac{\Delta y_{ki}}{L_{ki}}\right)^{-1}, \left(\frac{\Delta z_{ki}}{L_{ki}}\right)^{-1} \right\}} \left[ \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \right]$$
(YY)

که در آن  $\sigma_{ ext{max}}$  و  $\sigma_{ ext{min}}$  به ترتیب بزرگترین و کوچکترین مقادیر منفرد ماتریس f A میباشند.

### ۳- منطقهی مطالعاتی و نتایج عددی

منطقهی مطالعاتی در این تحقیق، شبه جزیرهی کنای واقع در جنوب مرکزی آلاسکا میباشد. جنوب مرکزی آلاسکا یکی از فعالترین مناطق پوستهی زمین به لحاظ تکتونیکی است. حدود ۸۰٪ از زمینلرزههای کل دنیا و تقریباً ۷٪ از کل انرژی لرزهای آزاد شده در اثر زمینلرزه-هایی که سالیانه در زمین رُخ میدهد مربوط به این بخش از

۱ Fairbanks

Y Pacific Plate





شکل ۲- شبکه GPS موردی مورد استفاده در این تحقیق [۹]

تست باردا<sup>۱</sup> برای شناسایی چنین نقاطی استفاده شده است[۲۱]. جدول ۲، فهرست کاملی از نقاط سهیم، درجه آزادی سرشکنی و عدد شرط ماتریس ضرایب حاصل در آنالیز سهبعدی کُرنش نقاط این شبکه را ارائه میکند. در این جدول، نقاطی که با خط تیره از سایر نقاط تفکیک شدهاند نقاطی می-باشند که به کمک آزمون کشف مشاهدات اشتباه باردا از فرایند سرشکنی حذف شده است. نماد + در این جدول نقاطی را نشان میدهد که از آنها در فرایند محاسبه تنسور گرادیان جابجایی استفاده شده است. شکل ۳ میدان تغییرشکل محاسبه شده به روش پیشنهاد شده در این مقاله را نمایش میدهد. بردارهای نمایش داده شده در این شکل مولفههای

بردارهای نمایش داده شده به رنگ سبز، بخش مسطحاتی مؤلفههای اصلی تنسور کُرنش سهبعدی به دست آمده از روش پیشنهادی این مقاله و بردارهای قرمز نتایج مشابهی است که با استفاده از روش پایدارسازی محاسبه شده است[۹]. اختلاف بین این دو دسته از نتایج نشان دهنده بایاس ناشی از پایدار سازی جواب است.

با استفاده از روشی که در بخش دوم از این مقاله معرفی شد، تغییرشکلهای سهبعدی این شبکه بررسی شده است. برای این منظور، در ابتدا ضریب مقیاس  $\lambda$  در هر یک از نقاط شبکه مشخص (رابطه ۲۷) و سپس مؤلفههای تنسور گرادیان جابجایی به روش بدون المان ایزوپارامتریک (روابط ۲۰ تا ۲۳ و رابطه ۲۶ ) محاسبه شده است. جدول ۱ چگونگی محاسبه ضریب مقیاس  $\lambda$ را در نقاط مختلف شبکه گزارش مینماید. در ادامه مؤلفههای تنسور کُرنش از تنسور گرادیان جابجایی استخراج شده است. میزان برازش مدل ریاضی (۲۶) در برآورد کمترین مربعات مؤلفههای تنسور گرادیان تغییر شکل با استفاده از آزمون فاكتور وريانس ثانويه مورد ارزيابي قرار گرفته است. الگوی گنبدی شکل تغییرشکل ارتفاعی پوستهی زمین در این منطقه، وجود تغییرشکلی ناهمگن را در این منطقه تایید میکند. این موضوع با فرض همگن بودن تغییرشکل در استفاده از مدل ریاضی (۷) و به دنبال آن رابطه (۲۶) سازگار نیست. در نتیجه، بزرگی نسبت  $q_{ki}$  در برخی از نقاط سهیم با بزرگی این نسبت در نقاط سهیم دیگر سازگاری ندارد. در چنین نقاطی، این نسبت را میتوان به مشاهدات اشتباه تعبیر کرده و آنها را از فرایند سرشکنی کنار گذاشت. در این مقاله از



۱ Baarda

ايستكاه	ئام	FAIR	KODI	KENI	C85G	CPRD	CROS	DAHL	GRAV	H8ID	HOMA	K76D	KIRT	M78D	NIK2	PF12	S79R	CI617	TRLK	
ila	شماره	1	*	+	u.	Ø	s.	٨	<	٠	•	. 11	1	Ŧ	Ŧ	4	4	¥	N.	İ
Z82A	P.	÷	+	+	+			•	•	•	+	+	+				+	÷	•	İ
TRLK	14		1	Ť	÷.		÷	4	l.	+	÷	+	i.	*	+	+	+	a.		I
CI611	*	•	+	+	•	+	÷	+	•		+		+	•	1	+	+		+	
S79R	31	÷	÷	÷	ł	4	÷	+	÷	1	+	÷	+	Ŧ	æ	1.0		+	÷	I
pp.12	4	+	*		•		+	+.	+	•	÷	ù.	•	+			1.		*	İ
NIK2	#	+	+	÷	+	+	4		+		+	÷	÷	+		16.	+	ł	÷	I
CI87M	F	÷	+		4	*	+	÷.	+		4	30	•		+	4	+	*	Ð	İ
KIRT		*	i.	+	-	R	-		ł.	+	+	2	Ī	+	t U	+	+	+	+	t
K76D		+	<i>i</i>	+	+	÷	+	*	*		+		ł	1				+		İ
IOMA	2	1	£	J.	à	+	+	+	+	+		+			+	+	+	+	+	İ
H81D	٩	+	+	+	+	4	+	+	•		ę	(-O)	+	+	4	à	+	+	+	İ
GRAV	*	+	t	×	i.	1				,	1	•	ł	1	÷	4	÷	•	÷	İ
DAIL	*		+	+	+	.+	*		+	+	+	+	l.	÷	+		+		+	t
CROS	a	-	÷	+	+	4		4	i,		+		+	X.	9	*	+	+	- 1-	ł
CPRD.	4	+	+		*			+	+	+		+		•	a.	+	+	+		ł
C85G	*	t.	+	÷		*	+	+	+		+	+	÷			+	+	+	+	ł
KENI	×	+			•+	+	+		+	+	+			+	+		+	+		t
Idox		4			+	4	+	+	+	+	÷	*	3		÷.	÷	4	+	÷	ł
AIR	•		÷	+	+	+	÷	+	+	*	+	*	+	+	÷		+	+	÷	ł
ة نام	درج <i>ه</i> آزادی	<	×	8	¥	Ø	>	U.	a	r	¥	u,		¥	2	L		u.	L	ł
ايستك	عدد شرط	45.	AVE		7299	٩	11	FAT	777	ż	11	11	905	144	ż	÷	46	Ň	179	ł

شدہ

در ادامه، در جدول ۱ معیار مورد استفاده برای هر ایستگاه نمایش داده شده است. قابل ذکر است که در این . جدول  $max = \max\left\{\frac{L_{ki}}{\Delta x_{ki}}, \frac{L_{ki}}{\Delta y_{ki}}, \frac{L_{ki}}{\Delta z_{ki}}\right\}$  است.

جدول ۱- معیار مورد استفاده برای هر ایستگاه										
نام ایستگاه	λ	نام ایستگاه	λ							
KEN1	$L_{_{ij}}$ / $\Delta x_{_{ij}}$	C85G	max							
CPRD	$L_{_{ij}}$ / $\Delta x_{_{ij}}$	CROS	$L_{_{ij}}$ / $\Delta y_{_{ij}}$							
DAHL	$L_{_{ij}}$ / $\Delta y_{_{ij}}$	GRAV	$L_{_{ij}}$ / $\Delta y_{_{ij}}$							
H81D	$L_{_{ij}}$ / $\Delta y_{_{ij}}$	HOMA	$L_{_{ij}}$ / $\Delta y_{_{ij}}$							
K76D	$L_{_{ij}}$ / $\Delta y_{_{ij}}$	KIRT	$L_{_{ij}}$ / $\Delta y_{_{ij}}$							
M78D	$L_{_{ij}}$ / $\Delta y_{_{ij}}$	NIK2	$L_{_{ij}}$ / $\Delta y_{_{ij}}$							
S79R	$L_{ij}/\Delta x_{ij}$	T19D	$L_{_{ij}}$ / $\Delta x_{_{ij}}$							
TRLK	$L_{_{ij}}$ / $\Delta y_{_{ij}}$	Z82A	$L_{_{ij}}$ / $\Delta x_{_{ij}}$							

در جدول ۳ مقادیر مؤلفههای اصلی کُرنش نمایش داده شده و شکل ۴ را به همراه مقادیر اتساع سهبعدی مربوطه گزارش می کند. علاوه بر این، جزئیات مربوط به خطاهای پایدار-سازی قابل مشاهدهی این شکل در جدول ۴ ارائه شده است. نمایش همزمان بخش مسطحاتی مؤلفههای اصلی تنسور کُرنش با مقادیر اتساع سهبعدی ( $\Delta$ ) که از معادله زیر محاسبه می شوند:

تصویر روشن تری را در خصوص چگونگی یا الگوی تغییر-

شکل سطحی پوستهی زمین در این منطقه در اختیار می-

گذارد. الگوی سهبعدی تغییر شکل حاصل از این روش، وقوع تغییرشکلی غیرهمگن را در منطقه کنای تایید میکند. علاوه بر این، حداکثر فشارش محاسبه شده در بخش مرکزی این

شبکه (نقطه M78D) با بیشینه بالاآمدگی گزارش شده در [۲۰] و حداکثر فشارش مشاهده شده در [۹] همخوانی دارد.

 $\Delta = e_I + e_{II} + e_{III} = trace(\mathbf{E})$ 

ارائه شده است. در این جدول  $e_I$  و  $n_I$  مقادیر اصلی تنسور کُرنش است که از تجزیه این تنسور به مقادیر ویژه آن به دست میآید. مقدار فشارش در هر نقطه از رابطه 🖊 ذیل محاسبه می شود:

$$\Delta = e_I + e_{II} = trace(\mathbf{E})$$

$$ce(\mathbf{E})$$

(۲۸)







فشارش (ميكرو–استرين)	خطای پایدارسازی فشارش (میکرو-استرین					
$(\mu - strain)$	$(\mu - strain$	(ميكرو-استرين) (1	ایستگاه	ايستكاه		
$\left \Delta^{\operatorname{Reg}}-\Delta\right $	$e_{II}^{\operatorname{Reg}} - e_{II}$	$e_I^{\operatorname{Reg}} - e_I$	شماره	نام		
•/١٢•	•/91Y	•/•Y۵	٣	KEN1		
•/••٢	٠/٩١٣	•/۵۴٨	۴	C85G		
۰/۲۵۵	۰/٧۶٣	•/YQV	۵	CPRD		
·/۶۱۵	1/•4٣	•/804	۶	CROS		
•/•۲٩	۰/۴۶۱	•/۵۱۵	٧	DAHL		
•/\ <b>\</b> Y	۱/۰۳۵	۰/۵۵۲	٨	GRAV		
۰/٣٩٨	۰ /۲۳۳	•/٨۵٨	٩	H81D		
•/171	٠/٩١٠	•/•¥۶	١.	HOMA		
٠/٣٧٩	•/ <b>\\</b>	۰/٣٠٧	11	K76D		
•/٢٨•	•  888	۰/۱۹۳	١٢	KIRT		
۱/۳۳۴	<b>१/• ۲</b> ٩	۲/۳۰۰	١٣	M78D		
•/\۵۵	٠/١٣٧	•/٩٩٣	14	NIK2		
۰/۴۳۸	۰/۶۸۱	•/AY۵	18	S79R		
•/٣٧٣	۰/ <b>۷</b> ۶۱	•/۵۶٩	١٧	T19D		
٠/٣٧١	٠ /٢٢٣	١/• ٨٧	١٨	TRLK		
•/٢١٢	• /444	•/۵۳۸	١٩	Z82A		

، جدید و روش پایدارسازی	نای از روش	ئىكل سەبعدى در ك	ویژه ی آنالیز تغییرش	جدول ۴- اختلاف نتايج مقادير
-------------------------	------------	------------------	----------------------	-----------------------------



شکل ۵- مؤلفههای اصلی کُرنش محاسبه شده به روش ایزوپارامتریک در دو بعد به همراه مقادیر اتساع دوبعدی مربوطه

		ش به همراه دقت آنها						
کرو-استرین) µ – str)	فشارش(میک ain )	$(\mu-st)$	ایستگاه					
$\sigma_{\scriptscriptstyle \Delta}$	Δ	آزيموت حداكثر فشردگى	$\sigma_{_{e_{_{II}}}}$	$e_{II}$	$\sigma_{_{e_{I}}}$	e <sub>I</sub>	شماره	نام
۰/۱۲۶	-•/٣۵١	187/18	٠/٠٩١	-•/٩٩•	۰/۱۷۳	۰/۶۳۸	٣	KEN1
۰/۳۸۵	-•/۴۴۴	188/18	۰/۳۱۳	-•/λYΔ	٠/١۵٩	•/471	۴	C85G
•/\YA	€••/۷۳۲	۱۳۳/۵۰	•/110	-1/•7•	•/10٣	•/۲۸۷	۵	CPRD
٠/٢۵٩	_•/λ۵۱	18./11	•/٣٣٢	- ) / • Å )	·/\&Y	•/٣٣•	۶	CROS
٠/١٩٨	-•/ <b>۶</b> ۶۹	12.1.1	•/177	۳۱۸/۰-	•/• ४۶	•/14٣	٧	DAHL
۰/۵۱۹	-٠/٧٩٨	18. /22	•/٣۴٨	-1/154	۰/۳۱۶	۰/۳۵۵	٨	GRAV
٠/٣٢۴	-•/٣۶۴	137/24	•/479	– ۱/ <b>۰</b> ۸۳	۰/۳۵۹	٠/٧١٩	٩	H81D
•/۴۵۲	-•/۴٧۴	188/08	۰/۳۵۸	-•/Y۴۹	•/18•	•/774	۱.	HOMA
۰/۳۴۲	-•/AA 1	18./22	۰/۲۵۱	-1/148	•/11۴	•/794	11	K76D
۰ /۳۱۲	-•/٣١٢	141/10	۰/۲۳۱	-•/AA۵	•/167	۰/۵۷۳	١٢	KIRT
۰/۵۴۱	-1/•47	135/50	•/471	-1/4•4	۰/۳۵۲	۰/۳۶۱	۱۳	M78D
٠/١۶٩	۸۳۴/ ۰ –	147/88	۰/۱۵۸	-•/٩١۶	۰/۱۵۳	•/۴۷۸	14	NIK2
• /۲۸۱	-•/۴VY	۱۳۶/۷۷	۰/۳۶۰	-•/ <b>A</b> • <b>Y</b>	۰/٣٠٨	۰ /۳۳۰	18	S79R
۰ /۳۰ ۱	-•/ <b>\</b> ٣٣	158/08	•/٣٣٢	-1/7714	•/747	•/۴٨٣	١٧	T19D
•/184	-•/۶۳·	187/88	•/149	-•/٨·٩	۰/۰۸۶	٠/١٧٩	١٨	TRLK
۰/۲۴۵	-•/ΔAΥ	۱۳۸/۱۱	۰/۵۸۶	-1/•A•	٠/٣١٣	•/۴۹۲	١٩	Z82A

در منطقه	تغييرشكل	ليز دوبعدى	حاصل از آناا	( $\sigma_{e_{II}}$ , $\sigma_{e_{II}}$	از آنها (	مراه دقت هريک	e <sub>II</sub> ) به ه	e <sub>1</sub> و	سلی کُرنش (	۵- مولفههای ام	جدول
----------	----------	------------	--------------	---	-----------	---------------	------------------------	------------------	-------------	----------------	------

الگوی سهبعدی تغییرشکل به دست آمده با روش پیشنهاد شده در این تحقیق از ویژگیهای زیر برخوردار است:

۱ – این نتایج وجود میدان تغییرشکلی غیرهمگن را در این منطقه تایید می کند. این موضوع با نتایج گزارش شده در [۲۰] همخوانی دارد.

۲– محل حداکثر فشارش محاسبه شده با روش پیشنهاد شده در این تحقیق (ایستگاه M78D) با محل حداکثر فشارش محاسبه شده در [۹] همخوانی دارد.

۳- منحنیهای میزان ترسیم شده یا استفاده از مولفه سوم تنسور تغییر شکل الگوی گنبدی شکل تغییرشکل پس لرزه پوستهی زمین در فاز را تایید می کند[۲۰].

۴- علاوه بر این روش حل مسئله در این تحقیق در محاسبه تنسور استرین سهبعدی، روش سرشکنی کمترین مربعات مینیمم مربعات بوده و هدف در سرشکنی کمترین مربعات مینیمم کردن نرم باقیماندههای جواب میباشد. پس نتیجه حاصل از روش سرشکنی کمترین مربعات هیچ اریبی از مقدار واقعی ندارد. این در حالی بوده که در روشهای پایدارسازی مینیمم کردن نرم جواب به همراه مینیمم کردن نرم باقیماندههای جواب مورد توجه است. در نتیجه جواب حاصل از روش پایدار سازی از مقدار واقعی دارای روش پایدار سازی از مقدار واقعی دارای در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای نتایج نااریب اریب میباشد. به همین دلیل نتایج حاصل از این تحقیق در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای نتایج نااریب بوده ولی نتیجه روشهای پایدارسازی در محاسبه تنسور استرین سهبعدی مارای در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای میباری در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای میباری در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای میباری در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای میباری در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای میباری در محاسبه تنسور استرین میباری در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای میباری در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای میباری در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای میباری در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای میباری در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای اریب از مقدار واقعی میباشد.

۵- برخلاف نتایج پیشنهاد شده در [۹]، نتایج این تحقیق دارای خطای پایدارسازی نیست. با این وجود، از آنجا که مدل ریاضی (۲) و به دنبال آن رابطه (۲۶) مبتنی بر فرض همگن بودن تغییرشکل در منطقه مورد نظر است؛ برآوردهای حاصل را صرفاً میتوان تقریبی از مقادیر واقعی کُرنش در هریک ایستگاههای شبکه دانست. برای جزئیات بیشتر به [۱۰] مراجعه کنید.

## ۴- نتیجهگیری

توپوگرافی منطقه و شکل هندسی شبکه میتواند به طول بازهایی منتهی گردد که بزرگی برخی از مؤلفههای آنها در مقایسه با مؤلفههای دیگر بسیار متفاوت است. این ویژگی سبب میشود تا در رویکرد ایزوپارامتریک در

تحلیل تغییرشکل، مسئلهی مورد بررسی به مسئلهای ناپایدار تبدیل گردد. استفاده از روشهای پایدارسازی برای حل این مسئله قبلاً پیشنهاد و در منطقه مطالعاتی این تحقيق استفاده شده است. در اين مقاله با فرموله كردن مدل ریاضی محاسبات در سیستم مختصاتی جدید، این مسئله به مسئله ای پایدار تبدیل و جواب آن با استفاده از روش كمترين مربعات محاسبه شده است. مشخصات چنین سیستم مختصاتی از بررسی شرایط ناوردایی تنسور گرادیان تغییرشکل استخراج شده است. نتایج حاصل از آنالیز تغییرشکل سطحی پوستهی زمین به روش پیشنهاد شده در این مقاله با نتایج پیشین به صورت قابل توجهی همخوانی دارد. مقایسه نتایج حاصل با نتایج به دست آمده از آنالیز دوبعدی تغییرشکل در این منطقه (با روشی مشابه) نشان میدهد که بزرگی اثر تغییرشکل ارتفاعی بر مؤلفههای اصلی مسطحاتی تنسور کُرنش به ۱/۷ میکرواسترین میرسد. این میزان در رنج بزرگی مقادیر محاسبه شده برای مؤلفههای مسطحاتی مذکور در حالت دوبعدى است. بنابراين، صرفنظر كردن از اثر مؤلفه ارتفاعي و بررسی کینماتیک تغییرشکل یوستهی زمین در دو بعد مى تواند به نتايجى با خطاى سيستماتيك قابل ملاحظه منتهی گردد. با این وجود برخی از ویژگیهای کلی تغییر-شکل در این منطقه نظیر وقوع حداکثر فشارش در بخش مرکزی این شبکه (ایستگاه M78D ) همچنان در نتایج حاصل از آنالیز دوبعدی تغییرشکل قابل مشاهده است. علاوه براین، مطالعه میزان بایاس ناشی از پایدارسازی جواب نشان میدهد که (حاصل از مقایسه نتایج این تحقيق با نتايج [١٠]) انتخاب نامناسب پارامتر پايدارسازي میتواند به اریب قابل ملاحظهای در نتایج حاصل منتهی گردد. در این ارتباط، استفاده از خصوصیات یا ویژگیهای از پیش معلوم الگوی تغییرشکل در یک منطقه نظیر وقوع حداکثر برآمدگی پوستهی در بخش مرکزی شبکه در منطقه مطالعاتی این مقاله قطعاً روش مناسبی برای انتخاب پارامتر پایدارسازی نیست.

علاوه بر این روش حل مسئله در این تحقیق در محاسبه تنسور استرین سهبعدی، روش سرشکنی کمترین مربعات بوده و هدف در سرشکنی کمترین مربعات مینیمم کردن نرم باقیماندههای جواب میباشد. پس نتیجه حاصل از روش سرشکنی کمترین مربعات هیچ اریبی از مقدار واقعی ندارد. این در حالی بوده که در روشهای در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای نتایج نااریب بوده ولی نتیجه روشهای پایدارسازی در محاسبه تنسور استرین سهبعدی دارای اریب از مقدار واقعی میباشد.

پایدارسازی مینیمم کردن نرم جواب به همراه مینیمم کردن نرم باقیماندههای جواب مورد توجه است. در نتیجه جواب حاصل از روش پایدار سازی از مقدار واقعی دارای اریب میباشد. به همین دلیل نتایج حاصل از این تحقیق

#### مراجع

- [1] Brunner F.K., 1979, "On the analysis of geodetic networks for the determination of the incremental strain tensor." Survey Review XXV 192:56-67.
- [2] Grafarend, E. W. (1986): Three-dimensional deformation analysis: Global vector spherical harmonic and local element representation: Tectonophysics, 130: 337-359.
- [3] Lichtenegger, H., and H. Sünkel (1989): Mathematische-Geophysikalische Model, in Österreichische Beträge zum Wegener-Medals-Projekt, Mitteilungen der geodätischen Institute der Technischen Universität Graz, 65: 61-80.
- [4] Wittenburg, R. (2003): Geodetic description of 3D body deformation, *in* F. W. Krumm, and V. S. Schwarze, eds., Geodesy The Challenge of the 3rd Millennium, Springer Verlag, p. 401-404.
- [5] Altiner, Y. (1999). Analytical Surface Deformation Theory for Detection of the Earth's Crust Movements, Springer.
- [6] Voosoghi, B. (2000), Intrinsic Deformation Analysis of the Earth Surface Based on 3-Dimensional Displacement Fields Derived From Space Geodetic Measurements. PhD thesis, Institute of Geodesy, Universit at Stuttgart, Germany.
- [7] Love, A. E. H. (1944): A treatise on the mathematical theory of elasticity, Dover publications.
- [8] Chen, R. (1991). On the horizontal crustal deformations in Finland. Helsinki, Finish Geodetic Institute.
- [9] Hossainali, M.M., Becker, M., E. Groten E. (2011): Comprehensive Approach to the Analysis of the 3D Kinematics Deformation with application to the Kenai Peninsula, Journal of Geodetic Science.
- [10] Hossainali , M. M. (2005), "A Comprehensive Approach to the 3D-Analysis of Deformation", Ph.D. Thesis, TU-Darmstadt.
- [11] Rainsford, H. F. (1955): Long geodesics on the ellipsoid: Bull. Geod, 37: 12-22.
- [12] Dermanis, A. (2010): A study of the invariance of deformation parameters from a geodetic point of view. In: M.E. Kontadakis, C. Kaltsikis, S. Spatalas, K. Tokmakidis, I.N. Tziavos (eds) The Apple of Knowledge. Volume in honor of Prof. D. Arabelos. Publication of the School of Rural & Surveying Engineering, Aristotle University of Thessaloniki, pp. 43-66.
- [13] Hansen, P. C. (1990). "The Discrete Picard Condition for Discrete III-Posed Problems." BIT 30: 658-672.
- [14] Stacy, F. D. (1977). Physics of The Earth, John Wiley and Sons.
- [15] Gutenberg, B. and C. F. Richter (1949). Seismicity of the earth and associated phenomena, Princeton Univ. Press.
- [16] Kanamori, H. (1997). "The energy release in great earthquakes." Journal of Geophysics. Research 82: 2981-2987.
- [17] Parkin, E. (1972). Horizontal crustal movements, in The Great Alaska Earthquake of 1964. Washington D.C., National Academy of Sciences.
- [18] Plafker, G. (1971). "Tectonics, in the Great Alaska Earthquake of 1964." Geology, National Academy of Sciences, Washington, D. C.: 47-122.

- [19] Brown, L. D., R. E. Reilinger, et al. (1977). "Post- seismic crustal uplift near Anchorage, Alaska." J. Geophysics. Res. 82: 3369-3378.
- [20] Cohen, S. C. and J. T. Freymueller (1997). "Deformation on the Kenai Peninsula, Alaska." Journal of Geophysics. Research 102: 20,479-20,487.
- [21] Baarda, W. (1968). "A testing method for use in geodetic networks." Netherlands Geodetic Commission, Publications on Geodesy 2.
- [22] Jaeger, J. C. (1969): Elasticity Fracture and Flow with Engineering and Geological Applications, Methuen & Co. LTD.