

استفاده از الگوریتم کلونی مورچگان جهت مدل سازی معکوس داده های ثقل سنجی (مطالعه موردی منطقه گتوند-ایران)

میترا محمدزاده شادمهری^{۱*}، محمدعلی شریفی^۲، وحید ابراهیمزاده اردستانی^۳
عبدالرضا صفری^۲، امین باغانی^۴

^۱ کارشناس ارشد ژئودزی- گروه مهندسی نقشه برداری- پردیس دانشکده های فنی- دانشگاه تهران
m_mohammadzade@ut.ac.ir

^۲ دانشیار گروه مهندسی نقشه برداری- پردیس دانشکده های فنی- دانشگاه تهران
{sharifi, asafari}@ut.ac.ir

^۳ دانشیار گروه فیزیک و زمین- مؤسسه ژئوفیزیک- دانشگاه تهران
ebrahimz@ut.ac.ir

^۴ دانشجوی دکتری فتوگرامتری- دانشکده نقشه برداری- دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
amin_baghani@mail.kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت تیر ۱۳۹۳، تاریخ تصویب بهمن ۱۳۹۳)

چکیده

در حال حاضر در زمینه بهینه سازی، الگوریتم کلونی مورچه ها تاکنون بر روی مسائل بهینه سازی گوناگونی، به صورت موفقیت آمیز پیاده سازی و اجرا گردیده است. این الگوریتم برگرفته از زندگی واقعی مورچه ها برای یافتن کوتاهترین مسیر از لانه تا غذا الهام گرفته است. با تعمیم این رفتار مورچه ها به مسائل معکوس در ژئوفیزیک، به منظور یافتن مدلی که به بهترین وجه به داده های مشاهده ای برازش داده شده باشد، می توان از این الگوریتم استفاده کرد. در این مقاله، هدف مدل سازی معکوس داده های ثقل سنجی بصورت خطی می باشد، یعنی با ثابت نگه داشتن پارامترهای هندسی، پارامترهای فیزیکی مدل سازی شود. جهت بررسی کارایی روش پیشنهادی، ابتدا الگوریتم توسط مدل مصنوعی ای با هندسه پیچیده T و L مورد آزمایش قرار گرفته است. این روش برای داده های مصنوعی نويزدار و بدون نويز آزمایش شد. نتایج بدست آمده نشان داد با استفاده از الگوریتم کلونی مورچگان می توان آنومالی حاصل از مدلهایی با هندسه پیچیده و جهت دار را به خوبی مدل سازی کرد و همچنین این روش برای ترکیبی از مدلهای با تباین چگالی مختلف قابل استفاده است. در نهایت روش پیشنهادی برای داده های ثقل سنجی مربوط به منطقه سد گتوند واقع در استان خوزستان مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج حاصل از معکوس سازی داده ها، حفره هایی با عمق و قطر زیاد را در منطقه نشان می دهد. در نتیجه احداث سد، با توجه به اطلاعات زمین شناسی منطقه باعث بوجود آمدن عوارض جدی زیست محیطی خواهد بود.

واژگان کلیدی: الگوریتم کلونی مورچگان، مدل سازی معکوس خطی، مدل مصنوعی، داده های ثقل سنجی

* نویسنده رابط

۱- مقدمه

مسئله اصلی در تفسیر داده‌های گراویمتری تشخیص پارامترهای هندسی و پارامترهای فیزیکی (تباین چگالی) توده‌های جرمی زیرزمین با استفاده از مشاهدات روی سطح زمین است. از این رو جهت دستیابی به هندسه و تباین چگالی منابع آنومالی ایجاد کننده در منطقه با یک مسئله معکوس روبه‌رو هستیم. به طور قطع وارون سازی داده‌ها در ثقل‌سنجی غیر یکتاست [۲] و [۱۵]. این امر به دلیل وجود جواب‌های همگن در یک دستگاه معادلات به وجود می‌آید. جهت فائق آمدن بر این مشکل می‌توان از اطلاعات اضافه‌ای در رابطه با پارامترهای مدل (ساختار زیر سطحی) و یا پارامترهای داده‌ها (ویژگی‌های آماری داده‌ها نظیر توزیع گوسی) در فرآیند مدل‌سازی معکوس استفاده کرد [۷] و [۹].

در مدل‌سازی معکوس داده‌های ثقل‌سنجی، با توجه به هدف از انجام مسئله که تعیین کننده نوع پارامترهای مدل است، از دو نوع عملگر متفاوت استفاده می‌کنند. در حالت اول اگر هدف تعیین پارامترهای هندسی منبع باشد، باید تباین چگالی را ثابت فرض کرد و از عملگر غیر خطی استفاده نمود. معمولاً برای تبدیل این دستگاه به یک دستگاه معادلات خطی، باید از تقریب‌های متداول نظیر بسط تیلور استفاده کرد [۸] و [۹]. در این راستا، برای مدل‌سازی معکوس غیرخطی، از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک ^۱GA [۹]، الگوریتم بهینه‌سازی گروهی ذرات PSO ^۲[۱۴] و الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچگان ACO ^۳[۱۳] استفاده کردند، مقایسه‌ی بین این سه الگوریتم و همچنین الگوریتم تبرید شبیه‌سازی SA ^۴ نشان می‌دهد که الگوریتم ACO و PSO دارای دقت و سرعت همگرایی بالاتری نسبت به GA و SA هستند [۱۴]. در حالت دوم اگر هدف تعیین پارامترهای فیزیکی (تباین چگالی) باشد، باید هندسه را ثابت فرض کرد و از عملگر خطی استفاده نمود. در این راستا، جهت مدل‌سازی معکوس خطی انواع مدل‌های مصنوعی برای اولین بار، از الگوریتم بهینه‌سازی ACO [۱۸] استفاده کرد.

در این پژوهش، الگوریتم کلونی مورچگان جهت مدل‌سازی معکوس خطی بر روی داده‌های واقعی مورد ارزیابی قرار گرفته است. الگوریتم کلونی مورچه‌ها تاکنون بر روی مسائل بهینه‌سازی گوناگونی، به صورت موفقیت آمیز پیاده‌سازی و اجرا گردیده است. این الگوریتم برگرفته از زندگی واقعی مورچه‌ها می‌باشد که در سال ۱۹۹۲ توسط مارکو دریگو ارائه شد. الگوریتم کلونی مورچه‌ها از هوش جمعی بهره برده و بر این اصل بنا نهاده شده که تعاملات محلی، محدود و ساده اعضای یک دسته جمعیت با محیط، منتهی به یک رفتار جمعی هوشمندانه می‌شود. این تعاملات غریزی بوده و بدون نظارت انجام می‌گیرند و نتیجه آنها غالباً یک رفتار پیچیده و هوشمندانه جمعی و بطور خاص انجام برخی بهینه‌سازی‌های پیچیده است. از ویژگی‌های مثبت این الگوریتم می‌توان سرعت همگرایی بالا و همچنین به کارگیری ساده و راحت و دقیق آن در حل مسائل نام برد [۱۴] و [۵].

در ادامه، پس از معرفی الگوریتم ACO و مدل مورد استفاده در این زمینه، به چگونگی پیاده‌سازی الگوریتم ACO جهت مدل‌سازی معکوس سه بعدی پرداخته شده است. سپس الگوریتم طراحی شده برای داده‌های مصنوعی و داده‌های واقعی مربوط به منطقه سد گتوند ایران مورد تحلیل قرار گرفته و در انتها نیز به جمع بندی نتایج حاصل از این تحقیق پرداخته شده است.

۲- مبانی تئوری تحقیق

۲-۱- مدل بکار رفته

مدلی که در اینجا به کار رفته است، یکی از معروف ترین مدل‌هایی است که پلوف برای مدل‌سازی سه بعدی آنومالی گرانی بیان کرده است [۳]. در این مدل، مجموعه‌ای از بلوک‌های مکعبی برای تقریب شکل فرضیه به کار می‌رود. این تقریب سه بعدی در شکل ۱ نشان داده شده است. هریک از این بلوک‌ها می‌توانند اختلاف چگالی دلخواهی با محیط اطراف داشته باشند؛ بنابراین طبق اصل جمع پذیری اثر داده‌های گرانی، آنومالی گرانی در هر نقطه را می‌توان به صورت تقریبی از مجموع اثر هر کدام از بلوک‌ها دانست [۳].

^۱ Genetic Algorithm

^۲ Partial Swarm Optimization

^۳ Ant Colony Optimization

^۴ Simulated Annealing

در این رابطه i, j, k هر یک مقادیر یک و دو را می-توانند داشته باشند که به ترتیب ابتدا و انتهای هر ضلع از بلوک مکعبی را در راستای x, y, z نشان می-دهد. در حالت کلی می-توان اثر بلوک‌های تولید کننده آنومالی گرانی را به صورت ضرب ماتریسی در رابطه ۳ نشان داد:

$$g_p^{Calculate} = \sum_{q=1}^M A_{pq} \rho_q, \quad (3)$$

که $g_p^{Calculate}$ جاذبه قائم در نقطه مشاهده‌ای p و A_{pq} ماتریسی است که شامل ضرایب هندسی وابسته به بلوک مکعبی q و نقطه مشاهده‌ای p می-باشد. ρ_q تباین چگالی بلوک مکعبی q است که مجهول است و بایستی با الگوریتم ACO تعیین شود. چگالی بر حسب kg/m^3 و جاذبه گرانشی بر حسب $mGal$ است.

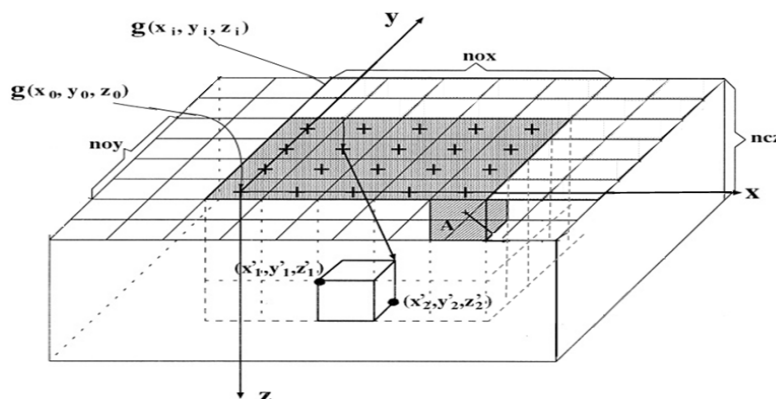
یک منشور چهاروجهی با چگالی یکنواخت ρ و با ابعاد مشخص شده در محدوده $x_1 \leq x \leq x_2$ ، $y_1 \leq y \leq y_2$ در مرکز مختصات، دارای جاذبه قائم به صورت زیر است :

$$g = G \rho \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{z'}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} dx' dy' dz', \quad (1)$$

که پلوف [۱۱] با محاسبه عددی انتگرال بالا، فرمول زیر را عرضه کرد [۳]:

$$g = G \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 u_{ijk} \begin{bmatrix} z_k \arctan \frac{x_i y_i}{z_k R_{ijk}} \\ -x_i \log(R_{ijk} + y_i) \\ -y_i \log(R_{ijk} + x_i) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$u_{ijk} = (-1)^i (-1)^j (-1)^k \text{ و } R_{ijk} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2} \text{ که}$$



شکل ۱- مدل تشکیل شده از بلوک‌های قائم را نشان می-دهد که آنومالی مشاهده شده در هر ایستگاه (+) مجموع اثرات ناشی از بلوک‌های مجزا در آن ایستگاه است و ایستگاه‌های $g(x_i, y_i, z_i)$ در مرکز وجه بالایی مکعب‌ها واقع شده‌اند که nox, noz, noy تعداد مشاهدات و تعداد بلوک‌ها در راستای x, y, z است [۱۲].

شده استفاده می-شود. این اثر، ابزار ارتباطی آنها به حساب می-آید و در حقیقت با حس کردن اثرات فرمون، مورچه‌های دیگر که در جستجوی غذا هستند می-توانند مسیر را به سمت منبع غذایی که دیگران کشف کرده‌اند پیدا کنند [۴] و [۶].

نکته حائز اهمیت در زندگی کلونی مورچگان، توانایی سازگاری مورچه‌ها با تغییرات محیط پیرامونشان می-باشد. به‌عنوان مثال زمانی که کوتاهترین مسیر به دلیل وجود یک مانع بسته شده باشد (شکل ۲-ب)، دیگر نمی-توانند اثر

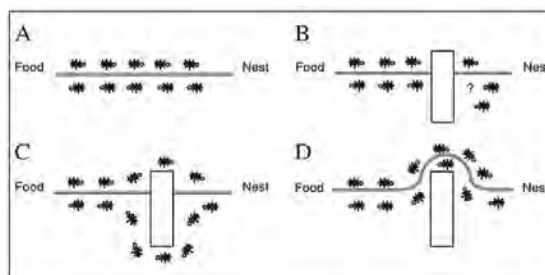
۲-۲- الگوریتم کلونی مورچگان

منشأ پیدایش این الگوریتم، الهام گرفته از اثری است که مورچه‌ها هنگام حرکت بر جای می-گذارند. بسیاری از گونه‌های مورچه در مسیر حرکت خود ماده‌ای به نام فرمون^۱ روی زمین به‌جای می-گذارند و بدین طریق یک اثر ایجاد می-کنند که از آن برای علامت‌گذاری مسیر طی

^۱ Pheromone

فرمون را دنبال کنند. بنابراین به‌صورت اتفاقی برخی مورچه‌ها چرخش به راست، و برخی دیگر چرخش به چپ را انتخاب می‌کنند شکل ۲-۲. مورچه‌هایی که به‌صورت اتفاقی راه کوتاه‌تر را انتخاب می‌کنند، در مقایسه با مورچه‌هایی که مسیر طولانی‌تر را انتخاب کرده‌اند، به صورت سریع‌تر فرمون قبلی را تقویت می‌نمایند. بنابراین در ادامه مورچه‌های بیشتری مسیر کوتاه‌تر را که مقدار فرمون بیشتری دارد، انتخاب می‌کنند شکل ۲-۲. به دلیل این بازخورد مثبت، اکثر مورچه‌ها به سرعت مسیر کوتاه‌تر جدید را برمی‌گزینند (شکل ۲).

مسائل بهینه‌سازی در الگوریتم ACO در قالب یک گراف متشکل از رئوس و یالها سازماندهی می‌شوند (شکل ۳). وضعیت‌های مساله، مجموعه‌ای از تمامی توابع ممکن برای پیمایش مورچه‌ها در این گراف است. هر راه حل ممکن در الگوریتم ACO، به صورت یک گراف متشکل از مجموعه‌ای از یالها و گره‌ها نمایش داده می‌شود. انتخاب یک گره توسط مورچه‌ها براساس میزان فرمون منتسب به آن گره انجام می‌شود و میزان فرمون موجود بر روی هر گره متناسب با میزان شایستگی آن گره و در نتیجه تعداد دفعات انتخاب آن توسط مورچه‌ها تعیین می‌گردد. همچنین تبخیر فرمون نیز متناسب با فرمون موجود بر روی هر گره، از کلیه گره‌ها صورت می‌پذیرد.



شکل ۲- نمایش مراحل یافتن کوتاه‌ترین مسیر توسط مورچه‌ها [۵]

گام‌های اساسی در الگوریتم کلونی مورچگان را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

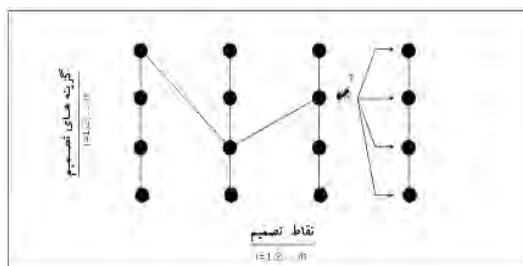
۱. در ابتدای محاسبات، مقداری فرمون به طور مساوی بر روی تمامی گزینه‌ها توزیع می‌شود.
۲. هر کدام از مورچه‌ها در ابتدای پیمایش مسیر، بر روی نقاط مختلف تصمیم قرار می‌گیرند. هر مورچه برای انتقال از یک نقطه تصمیم به نقطه تصمیم بعدی باید از قانون تصمیم‌گیری استفاده کند تا اینکه یک

جواب کامل تولید گردد. در این روند، انتخاب نقاط کاندید با مقدار فرمون بیشتر، از احتمال بالاتری برخوردار است.

۳. پس از پیمایش کامل مسیر و تولید جواب کامل توسط هر مورچه، شایستگی جواب تولید شده محاسبه می‌شود.

۴. به تمامی رئوس پیموده شده در مسیر حرکت هر مورچه، یک میزان فرمون متناسب با میزان شایستگی مسیر تعلق می‌گیرد. همچنین تبخیر فرمون، از روی کلیه گزینه‌های موجود، متناسب با فرمون موجود بر روی هر گزینه صورت می‌پذیرد.

۵. مراحل ۲، ۳ و ۴ برای مجموعه‌ای از مورچگان تکرار می‌گردد تا شرط همگرایی برآورده شود.



شکل ۳- گراف الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچگان [۵]

۳- روش تحقیق

در این تحقیق الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه‌ها به منظور مدل‌سازی معکوس داده‌های ثقل‌سنجی طراحی گردید. برای این منظور، در قدم اول مسئله مورد نظر در قالب یک گراف تعریف و ساختار بندی شده و در قدم دوم، میزان فرمون اولیه‌ای که به منظور شروع الگوریتم بایستی بر روی هر گره از گراف قرار گیرد ارزیابی شده است. در قدم سوم ساز و کار پیمایش گراف توسط مورچه‌ها تعریف گردید، این مرحله موسوم به انتخاب مسیر می‌باشد. در قدم چهارم شایستگی مسیرهای پیمایش شده توسط مورچه‌ها مورد ارزیابی قرار گرفته و فرمون کلیه مسیرهای ایجاد شده توسط مورچه‌ها بر مبنای شایستگی‌شان، بروزرسانی گردیدند و سپس از کلیه مسیرها تبخیر فرمون صورت پذیرفت، این مرحله موسوم به بروزرسانی فرمون‌ها می‌باشد و در نهایت شرط همگرایی جهت توقف الگوریتم به آن افزوده شد.

۳-۱- ساختار بندی راه حل ها به صورت گراف

مطالعات زمین شناسی در آن منطقه به عنوان اطلاعات اولیه وارد مسئله شدند. همانطور که پیشتر گفته شد هدف ما از معکوس سازی دستیابی به مدل چگالی در مقاطع عمقی مختلف می باشد. مطابق گراف طراحی شده با به کارگیری این الگوریتم مورچه ها با عبور از هر بلوک مکعبی و اختصاص دادن مقداری به عنوان تباین چگالی به آن مکعب، مجموعه ای از مدل های مختلف را می سازند. با بررسی هریک از مدل ها در هر تکرار در نهایت بهترین مدل را به عنوان جواب نهایی برمی گزینند.

اولین مرحله در حل مسائل بوسیله الگوریتم فراابتکاری ACO ساختاردهی راه حل های موجود در قالب یک گراف می باشد [۱۶]، گراف مورد نظر برای مسئله مدل سازی معکوس داده های گرانی سنجی مطابق شکل ۴ طراحی شد.

در این گراف هر ستون نشان دهنده یک بلوک مکعبی است، در واقع یک گره که مورچه باید آن را ببیند و سطرها نیز مقادیر مختلفی از تباین چگالی می باشد که از



شکل ۴- نحوه پیمایش مورچه ها در گراف ساخت حل مساله

۳-۲- فرمون اولیه

عنوان گره بعدی انتخاب شود (چه چگالی ای برای هر بلوک مکعبی انتخاب شود).

$$G_i = \begin{cases} \text{Max}\{ph_i(t)\} & \text{if } q_0 > q_i \\ J & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

که $ph_i(t)$ میزان فرمون موجود بر روی گره نام در تکرار نام می باشد و $\text{Max}\{ph_i(t)\}$ نیز نشان دهنده انتخاب گره ای است که از بیشترین فرمون انباشته شده بر روی خود، برخوردار است. در رابطه بالا J یک تابع تصافی است، در واقع این تابع برداری است به ابعاد تعداد سطرهای گراف که هر کدام از داریه های این بردار منتسب به یکی از گره های یک ستون از گراف می باشد. اعداد این بردار به صورت کاملاً تصادفی پر می شوند به طوری که تمامی اعداد آن صفر و تنها یکی از داریه های آن یک می باشد. گره مربوط به داریه ای که عدد یک به آن منتسب می شود بایستی توسط مورچه ها به عنوان گره بعدی بازدید شود. در رابطه فوق، q_i یک مقدار تصادفی متعلق به بازه $[0, 1]$ می باشد که برای هر بلوک مکعبی در هر تکرار تولید می شود و با q_0 که پارامتر مسئله است، مقایسه می گردد. q_0 عددی است در بازه $[0, 1]$ که با توجه به شرایط مسئله به صورت آزمون و خطا تعیین می گردد و در

به منظور شروع الگوریتم بایستی بر روی هر گره از گراف مقدار فرمونی (ارزش) به عنوان مقدار اولیه (τ_0) به طور یکسان در نظر گرفته شود. τ_0 پارامتر مسأله است [۶]. به منظور افزایش سطح جستجوی اکتشافی در شروع الگوریتم، فرمون های اولیه مسیر، ابتدا تخمینی دست بالا اتخاذ می شود. به این ترتیب، فاز جستجوی اولیه بسیار اکتشافی خواهد بود و تا حدود زیادی از همگرایی زودرس یا محلی الگوریتم جلوگیری می شود، چرا که با وجود فرمون بالا الگوریتم به اندازه کافی زمان خواهد داشت تا سطح وسیعتری از فضای احتمال را جستجو کند.

۳-۳- انتخاب مسیر و پیمایش گراف

در اینجا به منظور تصمیم گیری در خصوص انتخاب مقدار تباین چگالی برای هر بلوک مکعبی، بایستی رابطه ای طراحی گردد که نه تنها بر اساس احتمال کار می کند بلکه بتوان انتخاب هایی بر اساس تصادف نیز داشته باشیم، بدین منظور رابطه ۴ متناسب با هدف مورد نظر طراحی گردید. با استفاده از این رابطه مورچه ها می توانند بر اساس احتمال یا تصادف تصمیم بگیرند که کدام گره بایستی به

$$\Delta ph_i^k = \frac{1}{(e^{Sum\ of\ Error^k})^{0.5}} \quad (5)$$

$$Sum\ of\ Error = \sum_{i=1}^N |g^{observation} - g^{Calculate}| \quad :$$

در رابطه بالا، N تعداد ایستگاه مشاهداتی و Δph_i^k میزان فرومون (برازندگی) منتسب به چگالی انتخاب شده برای بلوک‌های مکعبی توسط k امین مورچه را نشان می‌دهد. $g^{observation}$ آنومالی گرانی اندازه‌گیری شده توسط گروایتمر می‌باشد که به عنوان مشاهده وارد الگوریتم می‌شود و $g^{Calculate}$ آنومالی گرانی محاسبه شده از رابطه ۳ را نشان می‌دهد. با استفاده از تابع برازندگی بالا هرچه میزان مجموع قدر مطلق خطای مسیر پیمایش شده توسط یک مورچه کمتر باشد، میزان فرومون محاسبه شده جهت تعلق گرفتن به مسیر پیموده شده توسط آن مورچه بیشتر خواهد بود و برعکس.

مزیت استفاده از این تابع نسبت به سایر روش‌های ذکر شده این است که، تابع برازندگی با یک رفتار نمائی، مورچه‌ها را به سمت پیمایش از طریق گره‌هایی سوق می‌دهد که دقت‌های بالایی را برای ما نتیجه بدهند. یعنی رابطه میان مجموع قدر مطلق خطاها و میزان فرومون محاسبه شده توسط رابطه ۵ یک رابطه خطی نیست بلکه یک رابطه نمائی است و هرچه مقدار قدر مطلق خطا به سمت صفر نزدیک شود، میزان شایستگی محاسبه شده شدت افزایش بیشتری دارد.

۳-۵- تبخیر فرومون

تبخیر فرومون‌ها نیز در این الگوریتم، متناسب با فرومون موجود بر روی هر گره، از کلیه گره‌ها صورت می‌پذیرد (رابطه ۶):

$$ph_i(t) = (1 - v) ph_i(t-1) \quad , \quad \forall i \in G \quad (6)$$

در رابطه بالا، $ph_i(t)$ فرومون گره‌ام در تکرار tام و $ph_i(t-1)$ فرومون گره‌ام در تکرار t-1ام می‌باشد. $0 < v < 1$ نیز ضریب تبخیر است که نرخ تبخیر فرومون از گره‌ها را مشخص می‌کند. پارامتر v جهت جلوگیری از تجمع نامحدود فرومون بر روی یک گره به کار می‌رود و الگوریتم را قادر می‌سازد تا تصمیمات بد گذشته را فراموش کند. استفاده از چنین رویه‌ای برای تبخیر

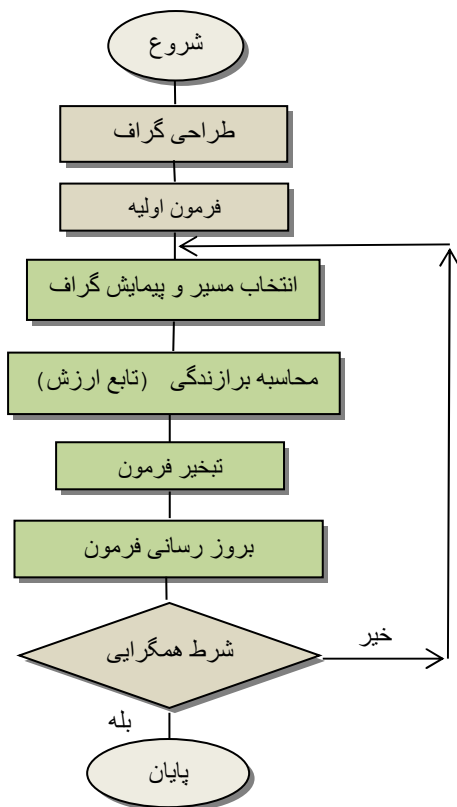
تمامی تکرارها ثابت باقی می‌ماند، در واقع با استفاده از این پارامتر می‌توان درصد دخیل بودن تصادف یا احتمال در انتخاب گره بعدی را تغییر داد، اتخاذ مقادیر بالای این پارامتر (بیشتر از ۰/۵) منجر به انتخاب گره‌ای می‌شود که احتمال بالاتری نسبت به سایر گره‌ها را دارد (گره‌ای که فرومون بیشتری دارد) و مقادیر کوچک q_0 (کمتر از ۰/۵) باعث می‌شود مورچه‌ها گره بعدی جهت پیمایش را به صورت تصادف انتخاب کنند، در نتیجه نقش احتمال در این حالت کم‌رنگ خواهد شد.

هر مورچه با پیمایش کل گراف ماتریس ρ ای می‌سازد که با قرار دادن این ماتریس در رابطه ۳، آنومالی گرانی برای تمام ایستگاه‌ها محاسبه می‌شود. در ادامه بایستی کیفیت جواب‌های بدست آمده توسط مورچه‌ها مورد ارزیابی قرار گیرد.

۳-۴- محاسبه برازندگی (تابع ارزش)

تابع برازندگی از اعمال تبدیل مناسب بر روی تابع هدف یعنی تابعی که قرار است بهینه شود به دست می‌آید این تابع هر راه‌حل ساخته شده توسط یک مورچه را با یک مقدار عددی ارزیابی می‌کند که کیفیت آن را مشخص می‌نماید. هر چه کیفیت جواب بالاتر باشد مقدار برازندگی جواب بیشتر است و احتمال مشارکت گره‌های مربوط به آن در مسیرهای ساخته شده توسط مورچه‌ها در تکرارهای بعدی نیز افزایش خواهد یافت. بسته به اینکه مسأله مورد نظر بیشینه‌سازی یا کمینه‌سازی باشد برازندگی بیشتر مترادف با بیشینه یا کمینه بودن تابع هدف خواهد بود، از آنجایی که مسأله تعیین چگالی برای هریک از بلوک‌های مکعبی به دنبال بیشینه تابع است، باید مسائل کمینه‌سازی به بیشینه‌سازی تبدیل شود. یعنی کمینه مجموع قدر مطلق خطاها (مجموع قدر مطلق اختلاف آنومالی محاسبه شده از آنومالی اندازه‌گیری شده) در تمام ایستگاه‌های مشاهداتی در روی سطح زمین، بایستی منجر به بیشینه فرومون (بیشینه برازندگی) منتسب به گره‌های حاضر (چگالی هر بلوک) در ساختار ماتریس ρ مربوطه گردد. در نهایت با انجام آزمون‌های مختلف و بررسی رابطه میان مجموع قدر مطلق خطاها و میزان فرومون انتسابی به گره‌ها، تابع برازندگی مورد استفاده در این تحقیق، مطابق رابطه ۵ طراحی گردید:

شکل ۵، روند اجرای این الگوریتم را با استفاده از یک فلوچارت به نمایش می‌گذارد.



شکل ۵- روند الگوریتم کلونی مورچگان طراحی شده جهت مدل‌سازی معکوس

۴- داده‌های مورد استفاده

۴-۱- داده‌های شبیه‌سازی شده

در این تحقیق، به منظور بررسی هرچه بیشتر کارایی الگوریتم ACO طراحی شده جهت مدل‌سازی معکوس خطی، از مدلی با هندسه پیچیده T و L که دارای تباین چگالی متفاوت می‌باشند، استفاده شده است. مدل در شبکه‌ای به ابعاد 600×600 متر با فواصل نقاط برداشت شده، 40 متر در نظر گرفته شده است. جدول ۱ مشخصات مدل T و L و جدول ۲ پارامترهای تنظیم شده الگوریتم ACO در این تحقیق را نشان می‌دهد.

جدول ۱- مشخصات مدل T و L

	مدل T		مدل L	
	عمق (m)	تباین چگالی (kg/m^3)	عمق (m)	تباین چگالی (kg/m^3)
آنومالی تداخلی حاصل از دو مدل با هندسه پیچیده T و L	10-50	800	10-50	400

فرمون‌ها، سبب هرچه بیشتر اکتشافی شدن الگوریتم خواهد شد چرا که با استفاده از این روش، تبخیر از گره‌هایی که فرمون بیشتری دارند به میزان بیشتری نسبت به گره‌هایی که فرمون کمتری دارند صورت می‌پذیرد.

۳-۶- بروزسانی فرمون

پس از تبخیر فرمون از کلیه گره‌ها نوبت به بروزسانی فرمون در گره‌هایی است که توسط مورچه‌ها پیمایش شده‌اند (رابطه ۷) [۶].

$$ph_i(t) = ph_i(t-1) + \sum_{k=1}^m \Delta ph_i^k, \quad \forall i \in G \quad (7)$$

در رابطه بالا، مقدار فرمونی است که مورچه kام بر روی گره‌هایی که در طی مسیر خود از آنها عبور کرده است، به جای می‌گذارد و این مقدار متناسب با میزان شایستگی راهکار انتخابی توسط مورچه kام اتخاذ می‌گردد که مستلزم تعریف یک تابع برازندگی برای مسأله مورد بهینه‌سازی می‌باشد. در رابطه ۷، بوسیله رابطه ۵ تعیین می‌گردد.

استفاده از رابطه ۶ و ۷ برای تبخیر و فرمون ریزی باعث خواهد شد پس از مدتی فرمون بیشتری بر روی گره‌های بهینه جمع شوند و در نتیجه شانس بیشتری برای انتخاب توسط مورچه‌های بعدی پیدا کنند و گره‌های غیر بهینه نیز دارای میزان فرمون کمتری گردند و متقابلاً شانس کمتری نیز برای انتخاب توسط مورچه‌های بعدی داشته باشند.

۳-۷- شرط همگرایی

در الگوریتم‌های فراابتکاری، حالت‌های بسیار متفاوتی را برای شرط همگرایی الگوریتم می‌توان در نظر گرفت و این شرط در هر کاربردی بسته به شرایط مسأله متفاوت می‌باشد. در اینجا نیز شرط همگرایی در نظر گرفته شده برای الگوریتم بدین صورت است که، در هر تکرار چنانچه ۶۰٪ مورچه‌ها یک مسیر واحد را بپیمایند، و در آن تکرار نتیجه بهبود یافته‌ای نسبت به تکرارهای قبلی نداشته باشیم، مسیر منتخب توسط حداقل ۶۰٪ از مورچه‌ها به عنوان مسیر همگرایی مورد قبول قرار می‌گیرد. بنابراین الگوریتم تا زمانیکه این شرط برقرار نشود، ادامه پیدا خواهد کرد و به محض ارضای این شرط الگوریتم متوقف خواهد شد.

جدول ۲- پارامترهای تنظیمی الگوریتم ACO در این تحقیق

τ_0	q_0	ρ
0.5	0.6	0.08

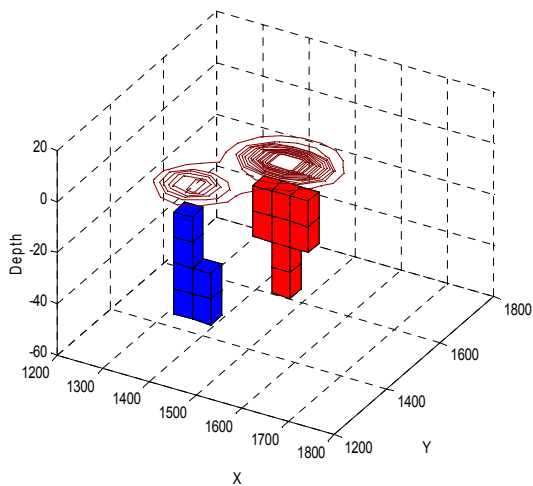
نکته قابل توجه در استفاده از این روش، انتخاب اندازه بهینه مکعب‌ها در مدل است به طوری که ابعاد مکعب‌ها باید به اندازه کافی کوچک انتخاب شود تا بتوان طول موج‌های کوتاه در داده‌های مشاهده شده را مدل‌سازی کرد و نیز به اندازه کافی بزرگ باشد تا مسئله عدم پایداری، افزایش پارامترهای مدل و افزایش زمان اجرای برنامه رخ ندهد. در این مدل به روش سعی و خطا ابعاد بلوک‌های مکعبی $40 \times 40 \times 10$ تعیین گردید.

از طرف دیگر در مسائل معکوس با عدم یکتایی جواب روبه‌رو هستیم، برای بهبود مسئله عدم یکتایی جواب‌ها و همچنین جهت برآورد دقیق‌تر از توزیع تباین چگالی با استفاده از این الگوریتم، از روش‌های تعیین عمق بیشینه آنومالی (از جمله روش اوپلر) به منظور مقید کردن مسئله در عمق، که منجر به جواب‌های واقعی‌تری در عمق می‌شود، استفاده شده است. علاوه بر این ماکزیمم و مینیمم

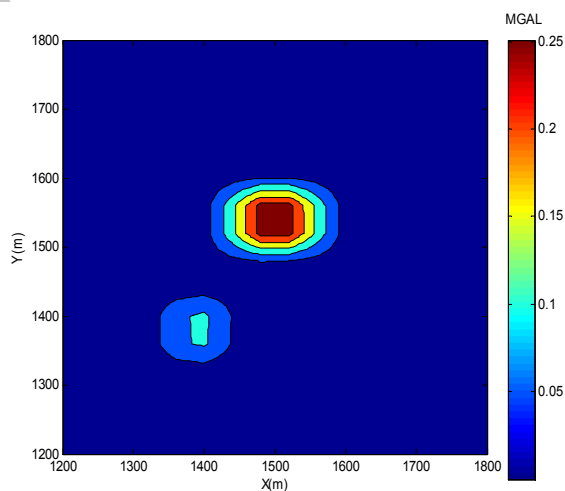
مقدار چگالی در آن منطقه به عنوان اطلاعات اولیه وارد مسأله شده است.

مدل در نظر گرفته شده به همراه آنومالی حاصل از آن برای داده‌های بدون نویز در شکل ۶ نشان داده شده است. ماکزیمم عمق ۶۰ متر و بیشترین و کمترین مقدار تباین چگالی kg/m^3 [۰ و ۱۰۰۰] به عنوان اطلاعات اولیه از منطقه وارد مسأله شده است. مقادیری که در این بازه می‌تواند به عنوان تباین چگالی مدل در نظر گرفته شود با فاصله kg/m^3 ۵۰ گسسته شده است، در نتیجه ابعاد گراف در این حالت با توجه به ابعاد منطقه و ابعاد بلوک‌های مکعبی، $27000 = 20 \times (6 \times 15 \times 15)$ می‌باشد.

نتایج حاصل از معکوس‌سازی این مدل با استفاده از روش پیشنهادی در شکل ۷ آورده شده است. همان‌طور که در شکل ۷-الف ملاحظه می‌گردد، الگوریتم ACO ویژه‌سازی شده در این تحقیق قادر است مدل‌هایی با هندسه پیچیده را با دقت بالایی معکوس‌سازی کند و مدل چگالی آن را بدست آورد. اختلاف آنومالی مشاهده‌ای از آنومالی محاسبه‌ای تقریباً به 10^{-17} MGAL رسیده است (شکل ۷-ب).

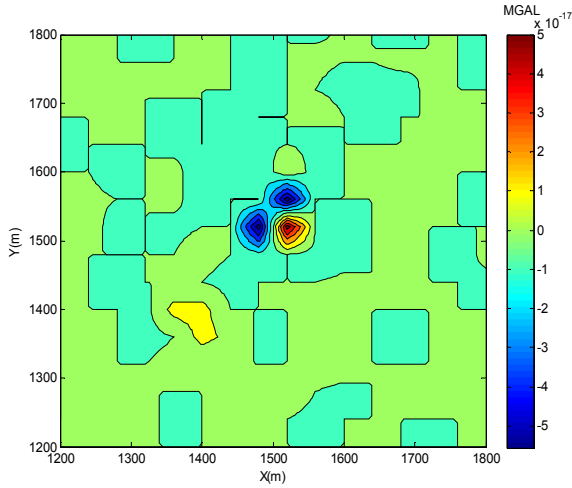


(ب)

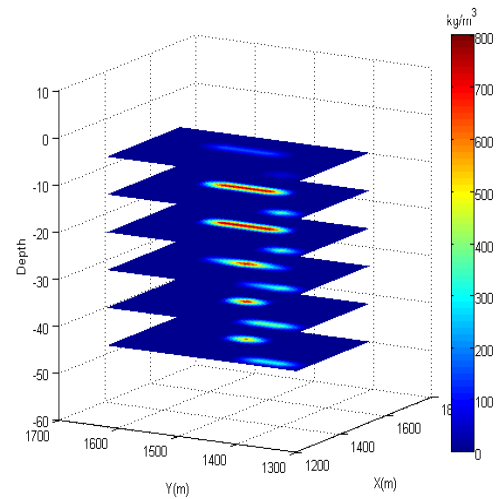


(الف)

شکل ۶- (الف) آنومالی گرانی مدل مصنوعی و (ب) مدل مصنوعی برای داده‌های بدون نویز



(ب)



(الف)

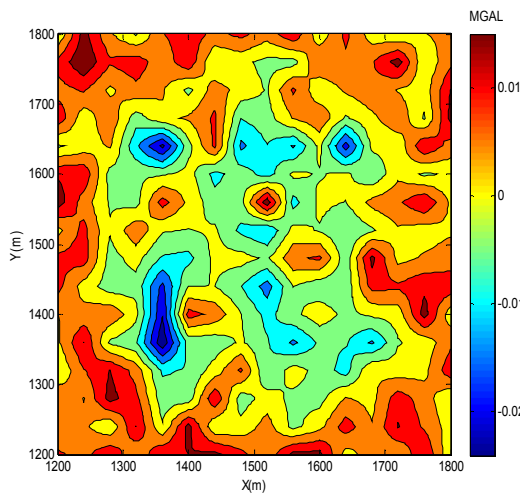
شکل ۷- (الف) تباین چگالی حاصل از مدل سازی معکوس برای داده های بدون نویز (ب) اختلاف آنومالی مشاهده ای و محاسبه ای

نتایج حاصل از معکوس سازی در شکل ۸ آمده است. در شکل ۸- الف مدل چگالی حاصل از معکوس سازی آورده شده است، همان طور که ملاحظه می گردد علی رغم نویز دار شدن داده ها تباین چگالی در دو مقطع عمقی ۱۵ و ۲۵ به طور دقیق برآورد شده اما در مقاطع عمقی پایین تر با خطا همراه می باشد. شکل ۸- ب، اختلاف آنومالی مشاهده ای از آنومالی محاسبه ای که تقریباً به زیر ± 0.2 MGAL رسیده است را نشان می دهد.

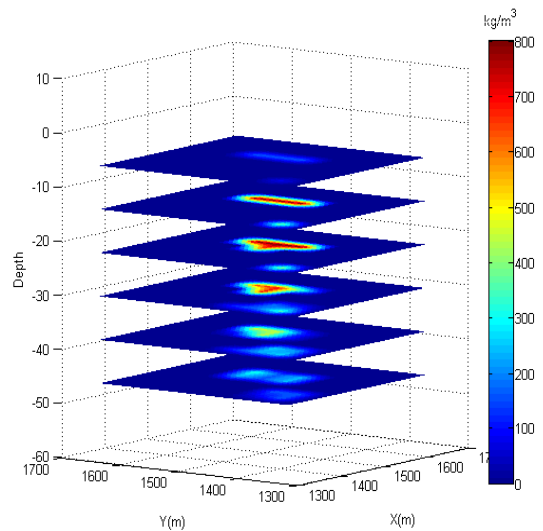
در ادامه به تمام داده ها ۵٪ نویز اضافه می کنیم. جهت نویزدار کردن داده ها از رابطه ۸ استفاده شده است [۱۷]:

$$g_{noises}^{Calculate} = \pm(0.05 \times Rand \times g^{Calculate}) + g^{Calculate} \quad (8)$$

در این رابطه، Rand تابعی است که به صورت تصادفی اعدادی بین ۰ و ۱ تولید می کند و $g_{noises}^{Calculate}$ آنومالی نویزدار حاصل از مدل بدون نویز با آنومالی $g^{Calculate}$ است.



(ب)



(الف)

شکل ۸- (الف) تباین چگالی حاصل از مدل سازی معکوس برای داده های با نویز ۰/۵ (ب) اختلاف آنومالی مشاهده ای و محاسبه ای

سنجی مؤسسه ژئوفیزیک تهران به انجام رسانده است. هدف از این تحقیق، بررسی خصوصیات ژئوفیزیکی ساختگاه سد گتوند می باشد. از آنجایی که در داده های منطقه آنومالی منفی وجود دارد و با توجه به اطلاعات زمین شناسی منطقه

۴-۲- داده های واقعی

در این بخش به مدل سازی داده های واقعی می پردازیم. منطقه مورد مطالعه، ساختگاه سد گتوند در استان خوزستان است که عملیات داده برداری آن را بخش گرانی

حدس می‌زنیم حفره‌هایی^۱ در منطقه موجود باشند که در اثر انحلال لایه‌های نمکی بوجود می‌آیند. انحلال لایه‌های نمکی باعث بوجود آمدن عوارض جدی زیست محیطی خواهد بود.

۴-۲-۱- موقعیت جغرافیایی منطقه

منطقه مورد بررسی، ساختگاه طرح سد و نیروگاه آبی گتوند علیا در نقطه جغرافیایی به طول شرقی ۴۸ درجه و ۵۶ دقیقه و ۱۰ ثانیه و عرض شمالی ۳۲ درجه و ۱۶ دقیقه و ۸ ثانیه و متوسط سطح تراز منطقه از آبهای آزاد ۲۵۰ متر می‌باشد که در فاصله ۳۸۰ کیلومتری از مصب رودخانه کارون و در ۱۰ کیلومتری شمال شرقی شهرستان گتوند واقع در استان خوزستان قرار دارد (شکل ۹).

۴-۲-۲- زمین شناسی عمومی منطقه

گسترده مورد بررسی تا فاصله سه تا پنج کیلومتری جوانب مخزن سد، سازند بختیاری و پس از آن سازند گچساران و آغاچاری واقع شده‌اند؛ در واقع در فاصله حدود پنج تا هفت کیلومتری از دیواره سد و در مخزن سد، سازند گچساران به مساحت تقریبی سه کیلومتر مربع قرار دارد. عمده تشکیلات زمین‌شناسی موجود در ناحیه

رسوبات دوران سوم (میوسن، پلیوسن) مربوط به تشکیلات گچساران و میشان می‌باشد. ناحیه مورد نظر برای مطالعه عمدتاً از تشکیلات گچساران متشکل از مارل، ژئوپس، انیدریت، نمک و لایه‌های نمکی تشکیل شده‌است.

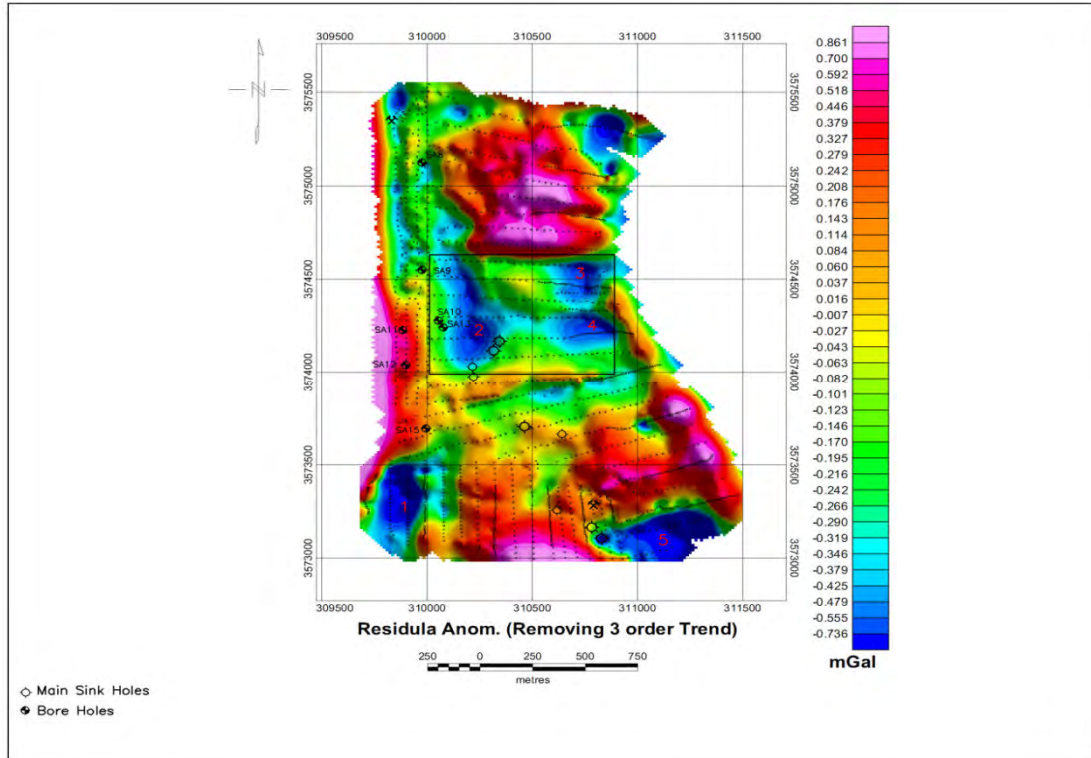
۴-۲-۳- عملیات میدانی

برداشت گرانی‌سنجی در شبکه‌ای شامل ۱۱۹۶۰=۱۳۰×۹۲ ایستگاه به فاصله ۳۵ متر است. آنومالی گرانی مورد نظر بعد از تصحیح داده‌های برداشت شده و حذف اثر روند ناحیه‌ای در شکل ۱۰ و کروکی برداشت نقاط در شکل ۱۱ نشان داده شده است. بیشینه اختلاف آنومالی باقی مانده به حدود ۱/۵ میلی‌گال می‌رسد. با محدود کردن ناحیه مدل‌سازی روی سطح زمین، تعداد پارامترهای مدل کاهش می‌یابد و دقت مدل‌سازی تا حد زیادی افزایش پیدا می‌کند. همچنین این امر زمان لازم برای اجرای برنامه را به میزان قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود ناحیه‌ای که با مستطیل مشکی مشخص شده و شامل آنومالی‌های عمده منفی ۲ و ۳ و ۴ است، جهت وارون-سازی سه‌بعدی در این تحقیق انتخاب شده است.



شکل ۹- موقعیت جغرافیایی منطقه مورد مطالعه

^۱ Cavity



شکل ۱۰- آنومالی باقی مانده، مستطیل مشکی ناحیه منتخب برای وارون سازی



شکل ۱۱- کروکی نقاط برداشت شده از منطقه مورد مطالعه

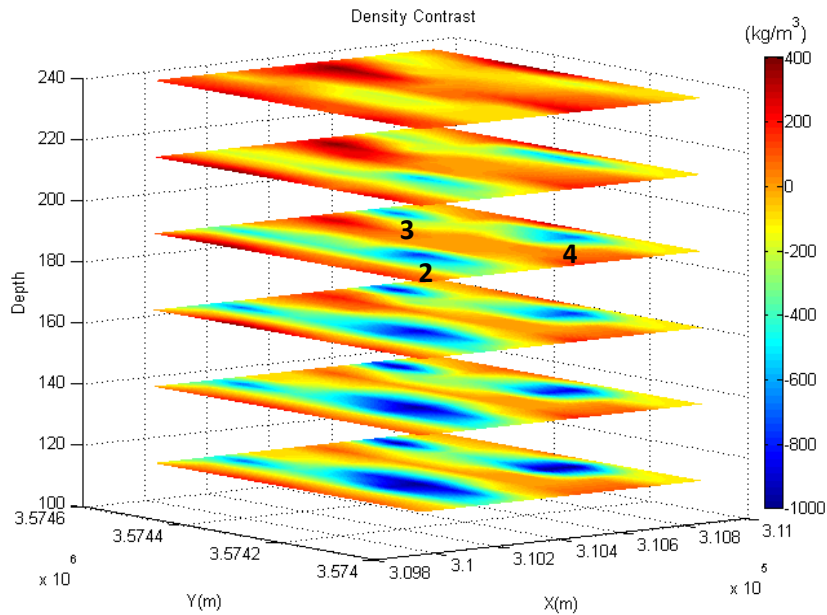
برداشت (مستطیل مشکی در شکل ۱۰) استفاده شده است. جهت مدل سازی معکوس با استفاده از الگوریتم ACO طراحی شده از بلوک های مکعبی ای با ابعاد $20 \times 20 \times 21$ در نظر گرفته شده است.

۴-۲-۴ نتایج وارون سازی با استفاده از الگوریتم ACO ویژه سازی شده

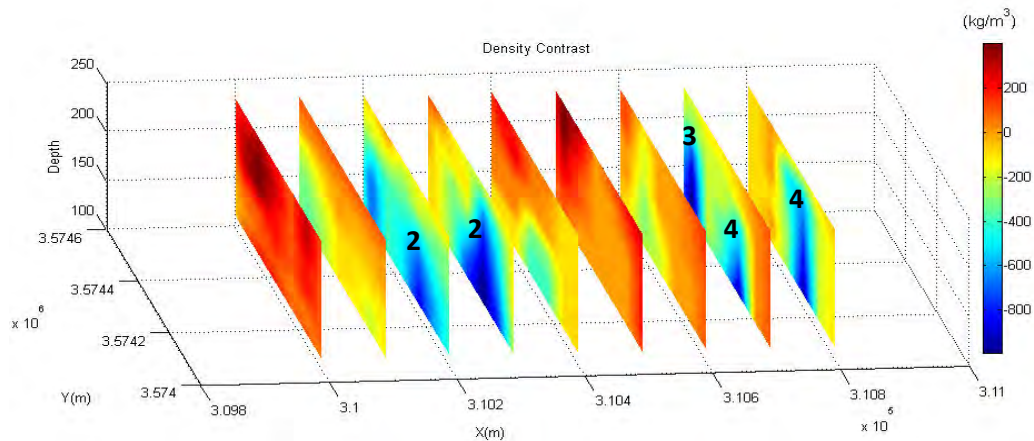
برای مدل سازی سه بعدی در این ناحیه از شبکه ای با ابعاد 910×560 که شامل $27 \times 17 = 459$ نقطه

نتایج حاصل از وارون سازی با استفاده از روش پیشنهادی در شکل ۱۲ برای شش مقطع عمقی به فواصل ۲۱ متر نشان داده شده است. همچنین نمایش دیگری از نتایج (برش هایی در راستای محور x) در شکل ۱۳ آورده شده است.

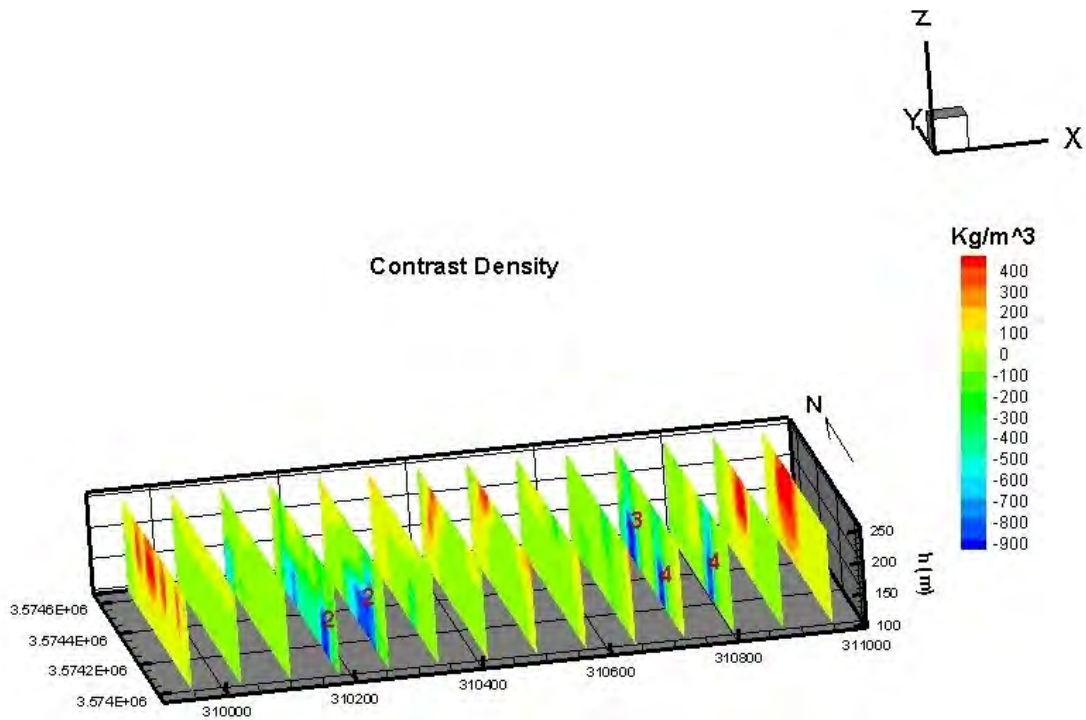
همانطور که پیشتر گفته شد برای حل مسئله عدم یکتایی جواب ها و همچنین جهت برآورد دقیق تر از توزیع تباین چگالی، عمق بیشینه آنومالی در این منطقه با استفاده از روش اویلر ۱۵۰ متر و محدوده چگالی طبق اطلاعات قبلی -1000 kg/m^3 و $+1000 \text{ kg/m}^3$ انتخاب شده است.



شکل ۱۲- نمایش نتایج حاصل از وارون سازی با استفاده از الگوریتم ACO برای منطقه گتوند با برش هایی در راستای محور Z



شکل ۱۳- نمایش نتایج حاصل از وارون سازی با استفاده از الگوریتم ACO برای منطقه گتوند با برش هایی در راستای محور X



شکل ۱۴- نمایش نتایج حاصل از وارون سازی با استفاده از نرم افزار Modelvision Pro برای منطقه گنوند با برش هایی در راستای محور x [۱]

بار پیشنهاد شده این است که در واقع به دلیل نبود یکتایی داده های گرانی، هیچ روش وارون سازی گرانی سنجی نمی تواند با قاطعیت مدل سه بعدی برآورد شده را با مدل واقعی یکسان بداند و این روش پیشنهادی نیز از این قاعده مستثنی نیست. برای برآورد واقعی تر می توان از روش های غیر ژئوفیزیکی مانند حفر گمانه ها استفاده کرد.

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق، الگوریتم کلونی مورچگان، به خوبی جهت مدل سازی معکوس خطی داده های ثقلسنجی طراحی گردیده است. طراحی ها و پیاده سازی های انجام شده برای این منظور، شامل دو مرحله مدل سازی معکوس برای داده های مصنوعی، جهت بررسی کارایی روش پیشنهادی و مدل سازی معکوس داده های واقعی، می باشد. نکته قابل توجه جهت برآورد دقیق تر توزیع تباین چگالی با استفاده از این الگوریتم، از قیود عمق بیشینه آنومالی به منظور مقید کردن مسئله در عمق، که منجر به جواب های واقعی تری در عمق می شود و همچنین بیشینه و کمینه مقدار چگالی در آن منطقه با استفاده از اطلاعات قبلی جهت یکتایی جواب ها به عنوان اطلاعات اولیه استفاده شدند. با استفاده از این قیود، توانستیم فضای جستجو را

همانطور که در شکل های ۱۲ و ۱۳ دیده می شود، آنومالی های منفی ۲ و ۳ و ۴ تقریباً از سطح تراز ۲۲۰ متر شروع شده و تا تراز ۱۰۰ متر ادامه داشته است. این آنومالی های منفی نشان دهنده، حفره ها و چاله های بزرگ با عمق و قطر زیاد می باشد که احتمال ارتباط آن ها با یکدیگر از طریق کانال های زیرزمینی زیاد است. حفره ها در اثر انحلال لایه های نمکی موجود در سازند گچساران ایجاد می شوند. در نتیجه، از تماس سازند گچساران با آب موجود در مخزن این حفرات مشکلاتی از جمله خوردگی آب های عبوری را ایجاد می کنند و اگر به هر علتی آب به این سازند وارد شود، به علت انحلال پذیری بالای نمک، احتمال انحلال لایه نمکی سازند گچساران و ایجاد کانال های زیرزمینی وجود دارد که در نتیجه منجر به ریزش سازند گچساران و در نهایت جابه جایی توده بزرگ سازند گچی محتوی نمک و شوری آب رودخانه کارون خواهد شد.

مقایسه نتایج حاصل از وارون سازی با استفاده از الگوریتم پیشنهادی با نتایج حاصل از وارون سازی با استفاده از نرم افزار Modelvision Pro صحت نتایج وارون سازی را مورد تأیید قرار داده است (شکل ۱۲). نکته اساسی برای این روش وارون سازی سه بعدی که نخستین

پیشنهادی در خصوص داده‌های واقعی پرداخته شد. داده‌های گرانی‌سنجی مورد استفاده در این بخش، مربوط به منطقه ساخت‌گاه سد گتوند در استان خوزستان می‌باشد از آنجایی که در داده‌های منطقه آنومالی منفی وجود دارد و با توجه به اطلاعات زمین‌شناسی از منطقه، حدس زده می‌شود حفره‌هایی در منطقه موجود باشد، که در اثر انحلال لایه‌های نمکی بوجود می‌آیند. نتایج حاصل از معکوس‌سازی داده‌ها به روش پیشنهادی نیز، حفره‌هایی با عمق و قطر زیاد را در منطقه نشان می‌دهد که مؤید مطلب فوق است. از آنجاییکه نتایج حاصل از وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی مربوط به ساخت‌گاه سد گتوند با روش پیشنهادی، توسط نرم افزار Modelvision pro مورد تایید قرار گرفت، پیشنهاد حفر گمانه در مرکز آنومالی‌ها منفی داده می‌شود.

تشکر و قدردانی

از بخش گرانی‌سنجی مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران به دلیل در اختیار قرار دادن داده‌ها، کمال تشکر را داریم.

محدود سازیم و مساله عدم یکتایی نتایج را نیز به میزان خوبی بهبود بخشیم، در نتیجه کارایی‌های الگوریتم ACO در حل این مساله افزایش یافته و قادر خواهیم بود در مدت زمان کمتری به یک نتیجه قابل اعتماد دست یابیم. در این تحقیق سعی شد ابعاد مکعب‌ها در حالت بهینه خود انتخاب شوند. به طوری که ابعاد مکعب‌ها باید به اندازه کافی کوچک انتخاب شود تا بتوان طول موج‌های کوتاه در داده‌های مشاهده شده را مدل‌سازی کرد و نیز به اندازه کافی بزرگ باشد تا مسئله عدم پایداری، افزایش پارامترهای مدل و افزایش زمان اجرای برنامه رخ ندهد. این مساله به روش سعی و خطا تعیین گردید.

جهت بررسی کارایی الگوریتم مورد نظر از دو مدل مصنوعی با هندسه پیچیده T و L که تباین چگالی هریک متفاوت است استفاده گردید. نتایج بدست آمده نشان داد با استفاده از الگوریتم کلونی مورچگان می‌توان آنومالی حاصل از مدل‌هایی با هندسه پیچیده و جهت دار را به خوبی مدل‌سازی کرد و همچنین این متد برای ترکیبی از مدل‌ها با تباین چگالی مختلف قابل استفاده است.

پس از حصول اطمینان از کارایی الگوریتم ACO طراحی شده برای داده‌های مصنوعی، به ارزیابی روش

مراجع

- [1] Ardestani, V. E., (2013). "Detecting, delineating and modeling the connected solution cavities in a dam site via microgravity data". *Acta Geod Geophys*, 48(2), 123-138.
- [2] Barbosa, V. C. F., & Joao, B., (1994). "Generalized compact gravity inversion". *GEOPHYSICS*, 59, 57-68.
- [3] Blakely, R.J., (1995). "Potential Theory in Gravity and Magnetic Application". Cambridge University Press.
- [4] Dorigo, M., & Blum, C., (2005). "Ant colony optimization theory". *A survey Theoretical computer science* 344, 243-278.
- [5] Dorigo, M. & Di Caro, G., (1999). "Ant colony optimization". a new meta-heuristic. In P. J. Angeline, Z. Michalewicz, M. Schoenauer, X. Yao, & A. Zalzal (Eds.), *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation (CEC'99)* 1470-1477. Piscataway, NJ, IEEE Press.
- [6] Dorigo, M., Stützle, T., (2002). "The ant colony optimization metaheuristic: Algorithms, applications and advances". In F. Glover & G. Kochenberger (Eds.), *Handbook of Metaheuristics*, vol. 57 of International Series in Operations Research & Management Science (pp. 251-285). Norwell, MA, Kluwer Academic Publishers.
- [7] Jackson, D. D., (1979). "The use of priori data to resolve non-uniqueness in linear inversion". *Geophy. J. Roy. Asrt. Soc.*, 57, 137-157.
- [8] Menke, W., (1989). "Geophysical data analysis Discrete inverse theory". 3rd ed. Academic Press.

- [9] Montesinos, F. G., Armoso, J. & Vieira, R., (2005). "Using a genetic algorithm for 3D inversion of gravity data in Fuerteventura (Canary Islands)". *International Journal of Earth Sciences*, 92, 301-316.
- [10] Ning, Q. & al, e., (2009). "Gravity Data Inversion Based Genetic Algorithm and Generalized Least Squares". *IEEE*.
- [11] Plouff, D., (1976). "Gravity and magnetic-field of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections". *Geophysics*, 41, 727-741.
- [12] Rama Rao, P., Swamy, K. V. & Radhakrishna Murthy, I., (1999). "Inversion of gravity anomalies of three-dimensional density Interfaces". *Computers & Geosciences* 25, 887-896.
- [13] Sanyi, Y. et al., (2008). "Nonlinear Geophysical Inversion Based on ACO with Hybrid Techniques". *Fourth International Conference on Natural Computation IEEE*.
- [14] Sanyi, Y., Shangxu, W. & Nan, T., (2009). "Swarm intelligence optimization and its application in geophysical data inversion". *APPLIED GEOPHYSICS*, 6, 166-174.
- [15] Snopek, K., (2005). "Inversion of gravity data with application to density modeling of the Hellenic subduction zone". *PhD Thesis, Department of Geosciences at the Ruhr Universit*.

[۱۶] تقوی فرد، م. ت.، آریانزاد، م. ق.، و خلیلی دامغانی، ک.، (۱۳۸۷). "بهینه سازی توسط کلونی مورچگان". دانشگاه آزاد اسلامی - واحد علوم و تحقیقات، تهران.

[۱۷] عابدی، م.، افشار، ا.، ابراهیم زاده اردستانی، و.، نوروزی، غ.، و لوکس، ک.، (۱۳۸۸). "مدل سازی سه بعدی بی هنجاری های گرانی با استفاده از روش شبکه های عصبی تحمیلی". *مجله ژئوفیزیک ایران*، ۳ (۲)، ۷۷-۹۰.

[۱۸] محمدزاده شادمهری، م.، شریفی، م.، ع.، ابراهیم زاده اردستانی، و.، صفری، ع. ا. و باغانی، ا.، (۱۳۹۳). "مدل سازی معکوس سه بعدی مدل های گرانی با استفاده از الگوریتم کلونی مورچه ها". *مجله ژئوفیزیک ایران*، ۸ (۱)، ۱۰۲-۱۲۵.