

بررسی تراکم ایستگاه‌های شبکه چندمنظوره ژئودزی سازمان نقشه‌برداری در تعیین ژئوئید: مطالعه موردی منطقه شمال - غرب کشور

مهدی گلی^{۱*}

^۱ استادیار دانشکده مهندسی عمران - دانشگاه صنعتی شاهرود
goli@shahroodut.ac.ir

(تاریخ دریافت اسفند ۱۳۹۶، تاریخ تصویب مهر ۱۳۹۷)

چکیده

سیستم ارتفاعی در کشور ایران، ارتومتریک و سطح مبنای ارتفاعات ژئوئید است. لذا ژئوئید دقیق به عنوان سطح مبنای ارتفاعات نیاز اصلی در کشور ایران و دارای کاربرد مهندسی زیادی است. شبکه چندمنظوره ژئودزی سازمان نقشه‌برداری برای مدل‌سازی محلی ژئوئید در دو دهه اخیر در حال گسترش است. این مقاله یک مطالعه عددی است که به دقت قابل حصول برای ژئوئید با داده‌های گرانی شبیه‌سازی شده در موقعیت مسطحاتی شبکه چند منظوره ژئودزی می‌پردازد. برای آزمون کارایی، فرکانس‌های بالای میدان ثقل متناظر با درجات ۲۱۹۰-۳۶۱ در موقعیت مسطحاتی نقاط شبکه با مدل EGM2008 شبیه‌سازی شد. از داده‌های گرانی شبیه‌سازی شده برای تعیین ژئوئید به روش استوکس-هلمرت در یک سیکل بسته استفاده می‌شود. منطقه آزمون در شمال غربی ایران که شبکه چندمنظوره بیشترین تراکم (حدود ۱۰ کیلومتر) را دارد، انتخاب شده است. نتایج عددی این تحقیق نشان می‌دهد که ایستگاه‌های شبکه چندمنظوره با توزیع نامنظم توان بازسازی ژئوئید با دقت کلی ۲۵ سانتی‌متر را داراست که پس از گرید نمودن آن‌ها توان بازسازی ژئوئید با دقتی ۰.۴٪ بهتر یعنی دقتی برابر ۱۵ سانتی‌متر را افزایش می‌یابد. البته انتظار آن است که این دقت نیز با اضافه نمودن اطلاعات ژئوئید هندسی این شبکه، بهبود بیشتری نیز پیدا نماید.

واژگان کلیدی: ژئوئید محلی، شبکه چندمنظوره ژئودزی، استوکس-هلمرت، پراکندگی، صحت

* نویسنده رابط

۱- مقدمه

تعیین ژئوئید یکی از اهداف اصلی در ژئودزی فیزیکی است. این امر برای کشورهای نظیر ایران که از سیستم ارتفاعی ارتومتریک استفاده می‌کنند، حیاتی است. اهمیت تعیین دقیق ژئوئید در حذف عملیات پرهزینه و زمان‌بر ترازیابی است. امروزه اندازه‌گیری دقیق ارتفاع ژئودتیک با سامانه‌های ناوبری جهانی ماهواره‌ای نظیر GPS، میسر است. لذا با وجود یک ژئوئید دقیق و ترکیب آن با ارتفاع ژئودتیک، می‌توان ارتفاع ارتومتریک را بدون اندازه‌گیری تعیین کرد.

در ایران علیرغم عدم وجود داده‌های گرانی با تراکم و دقت مناسب، تعیین ژئوئید مبحث جدیدی نیست. از تلاش‌های صورت گرفته می‌توان به وبر و زمردیان [۱] اشاره نمود. آن‌ها با بهبود مدل پتانسیل جهانی GPM2 با استفاده از داده‌های گرانی زمینی ژئوئید منطقه‌ای را محاسبه نمودند. اردلان و گرافارند [۲] و صفری و اردلان [۳] از روش تک‌مرحله‌ای برای تعیین ژئوئید سود بردند. همچنین روش استوکس-هلمرت برای تعیین ژئوئید توسط نجفی و همکاران [۴] بکار گرفته شد. کیامهر و شوبرگ [۵] از داده‌های ارتفاعی SRTM و روش KTH که از اصلاح کمترین مربعات استوکس-هلمرت سود می‌برد، ژئوئید منطقه‌ای ایران را محاسبه کردند. از مطالعات دیگر مبتنی بر روش استوکس-هلمرت می‌توان به مطالعه حاتم [۶] و گلی و همکاران [۷] اشاره کرد.

مطالعات یادشده فارغ از روش و نوع داده‌های بکار رفته اعم از ماهواره‌ای و زمینی دقتی در حدود چند دسیمتر دارند. دلیل اصلی آن، فقدان داده‌های زمینی با تراکم و دقت کافی است. اگرچه ژئوئید دسیمتری ممکن است برخی از نیازهای مهندسی، به‌ویژه به‌طور نسبی را تأمین کند، اما هنوز فاصله معنی‌داری با ژئوئیدهای سانتیمتری دارد.

داده‌های گرانی بکار گرفته شده در مطالعات فوق‌الغلب به‌منظور اکتشافات ژئوفیزیکی یا تصحیح شبکه ارتفاعی کشور در طی دهه‌های متمادی تهیه شده‌اند. این داده‌ها علاوه بر تراکم غیریکنواخت، از خطاهای اتفاقی و سیستماتیک بزرگی رنج می‌برند. این خطاها به‌طور ویژه ناشی از خطا در موقعیت سه‌بعدی نقاط مخصوصاً ارتفاع و نامعلوم بودن دیتوم ارتفاعی و حتی گرانی است. بعبارت دیگر مبنای ارتفاعی و گرانی در اغلب نقاط نامعلوم است. برای رفع این مشکل در دو دهه اخیر طرح ایجاد شبکه

چندمنظوره ژئودزی فیزیکی و ژئودینامیک در سازمان نقشه‌برداری دنبال شد. این شبکه در سه سطح، شامل: نقاط درجه یک با متوسط فاصله ۵۵ کیلومتر، درجه دو با متوسط فاصله ۲۵ کیلومتر و درجه سه با متوسط فاصله ۱۰ کیلومتر طراحی شد. مشاهدات شامل داده‌های گرانی روی پنج مارک‌های این شبکه‌ها با دقت اسمی حدود ۵ تا ۱۵ میکروگال اندازه‌گیری می‌شود. ارتفاع ارتومتریک ایستگاه‌های شبکه درجه یک و دو با ترازیابی دقیق از شبکه درجه یک و دو ترازیابی کشور با دقت یک سانتیمتر منتقل می‌شود. تعیین موقعیت سه‌بعدی (ژئودتیک) آن‌ها با گیرنده‌های GPS با دقت بهتر از یک سانتیمتر انجام می‌شود. اگرچه که هنوز بخش زیادی از ایستگاه‌های درجه ۲ و ۳ احداث نشده‌اند، اما سعادت و همکاران [۸] با داده‌های موجود یک ژئوئید محلی بروش توابع پایه شعاعی کروی محاسبه کردند. نتایج مطالعه آن‌ها نیز نشان می‌دهد که علیرغم نقش داده‌های جدید در بهبود دقت ژئوئید، هنوز اختلاف ژئوئید در قیاس با نقاط GNSS-levelling از ۲۰ سانتیمتر بیشتر است.

تاکنون مطالعات متنوعی برای تعیین دقت و تراکم داده‌های موردنیاز برای تعیین ژئوئید دقیق با شبیه‌سازی میدان ثقل زمین انجام شده است. از جمله می‌توان به تلاش‌های [۹-۱۲] اشاره کرد. در مطالعه [۱۰] اثر نویز و تراکم داده‌ها با استفاده از داده‌های شبیه‌سازی شده از مدل EGM2008 بررسی شده است. آن‌ها از آنالیز نتایج انتگرال استوکس نشان دادند که برای دسترسی به دقت‌های سانتیمتری در مناطق کوهستانی، تراکم یک دقیقه و نویز کمتر از یک میلی‌گال موردنیاز است. در مطالعه [۱۱] با استفاده از روش کولوکیشن کمترین مربعات شرایط دستیابی به دقت ۵ میلی‌متر برای آنومالی ارتفاعی در سوئد بررسی شده است. آنها نشان دادند برای تأمین این دقت برای آنومالی ارتفاعی، به داده‌های گرانی با فاصله متوسط ۵ کیلومتر و نویز تصادفی کمتر از ۰٫۵ میلی‌گال و نویز وابسته کمتر از ۰٫۱ میلی‌گال نیاز است. در مطالعه [۱۲] نشان دادند که برای دستیابی به ژئوئید با دقت ۵ میلی‌متر در هلند متوسط فاصله داده باید کمتر از ۳٫۵ کیلومتر و نویز تصادفی آن‌ها کمتر از ۱٫۵ میلی‌گال باشد. لذا می‌توان حدس زد که داده‌های گرانی شبکه چندمنظوره حتی در صورت کامل شدن جوبگوی ژئوئید سانتیمتری نباشد. لذا سؤال اصلی این مطالعه میزان دقت قابل حصول با داده‌های

بررسی می‌شود. زیرا فرکانس‌ها پایین میدان اغلب توسط مدل‌های ژئوپتانسیل مدل می‌شود.

استراتژی آزمون شامل مراحل زیر است:

۱- آنومالی‌های هلمرت در سطح ژئوئید از مدل ژئوپتانسیل و مدل ارتفاعی هارمونیک روی یک شبکه منظم با فاصله ۳۰ ثانیه کماتی محاسبه می‌شود. مدل ارتفاعی هارمونیک و توان‌های دوم، سوم، چهارم آن از آنالیز هارمونیک مدل ارتفاعی جهانی ETOPO5 (با تفکیک ۵ دقیقه کماتی) تا درجه/مرتبه ۲۱۶۰ محاسبه شده است. آنومالی هلمرت از افزودن اثرات مستقیم و ثانویه غیرمستقیم توپوگرافی در فضای هلمرت به آنومالی‌های هوای آزاد محاسبه می‌شوند [۱۶]:

$$\Delta g^H = \Delta g^{FA} + DTE + SITE \quad (1)$$

که در این رابطه Δg^H آنومالی هلمرت، Δg^{FA} آنومالی هوای آزاد و DTE و SITE به ترتیب اثرات مستقیم و ثانویه غیر مستقیم توپوگرافی در فضای هلمرت هستند:

$$DTE = \frac{\partial \delta V}{\partial r}, \quad SITE = \frac{2}{R} \delta V \quad (2)$$

که در این روابط δV پتانسیل باقیمانده برابر اختلاف پتانسیل توپوگرافی V^t و پتانسیل توپوگرافی تحکیم شده V^c روی ژئوئید است:

$$\delta V = V^t - V^c. \quad (3)$$

برای محاسبه اثرات مستقیم و غیر مستقیم توپوگرافی از فرم طیفی پتانسیل باقیمانده با هارمونیک‌های کروی استفاده شده است. این پتانسیل در فرم طیفی بصورت یک سری همگرا از توان‌های توپوگرافی است که با افزایش توان توپوگرافی سهم آنها کم می‌شود [۱۷]:

$$\begin{aligned} \delta V(r, \theta, \lambda) &= \sum_{n=361}^{2160} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \left(\frac{1}{2n+1}\right) \left(\frac{n}{2}\right) H_n^{(2)} \\ &+ \frac{n(n+3)}{6R} H_n^{(3)} + \frac{n(n+1)(n+2)}{24R^2} H_n^{(4)} \end{aligned} \quad (4)$$

در این رابطه، (r, θ, λ) مختصات کروی نقطه و H_n^i طیف درجه n توان نام توپوگرافی است. در این مطالعه محاسبات تا توان چهارم انجام شده است و اثر توان‌های بالاتر ناچیز است [۱۷]. همانطور که در قبل اشاره شد،

گرانی این شبکه است. جواب این سؤال می‌تواند ما را به برنامه‌ریزی برای گسترش آن و یا نیاز به داده‌ها از منابع دیگر نظیر گرانی سنجی هوابرد رهنمون کند.

مطالعات فوق نشان می‌دهد که نتایج مطالعه درباره دقت ژئوئید وابسته به منطقه جغرافیایی است. زیرا پارامتر اصلی در تعیین ژئوئید شدت توپوگرافی منطقه است. تغییرات زیاد ارتفاع در ایران علاوه بر ایجاد فرکانس‌های بالا در میدان جاذبه، انتقال فرسوی آن‌ها که پروسه‌ای ناپایدار است را با سختی همراه می‌کند. لذا فارغ از وجود مطالعات قبلی، لازم است نويز و تراکم موردنیاز برای تعیین ژئوئید در ایران بررسی شود. هدف اصلی از این مطالعه بررسی کارایی شبکه چندمنظوره برای تعیین ژئوئید سانتیمتری است.

۲- برآورد خطای ژئوئید

یکی از روش‌های مرسوم برای تعیین ژئوئید، انتگرال استوکس است. به‌منظور مدل کردن توپوگرافی مزاحم، در روش استوکس، می‌توان تمام اجرام بالای ژئوئید را به‌صورت یک لایه با دانسیته سطحی در رو یا زیر آن متراکم کرد. این روش، موسوم به استوکس-هلمرت، در دو دهه اخیر توسط دانشگاه نیوبرانزویک کانادا توسعه داده شده است. روش استوکس-هلمرت، می‌تواند ژئوئید را در صورت وجود داده‌های مناسب با دقت سانتیمتر محاسبه کند [۱۳]. در این مطالعه از این روش برای تعیین ژئوئید استفاده می‌شود. در اینجا ما تنها به مراحل محاسبات و روابط اصلی آن اشاره می‌کنیم و خوانندگان برای جزئیات این روش می‌توانند به مطالعات [۱۴، ۱۵] مراجعه نمایند.

با توجه به اینکه هنوز احداث نقاط شبکه چندمنظوره یا مشاهدات آن کامل نشده است، امکان تعیین ژئوئید و برآورد دقت آن با داده‌های واقعی میسر نیست. ضمن اینکه آنالیز دقت با داده‌های واقعی تحت تأثیر خطای روش مدل‌سازی ژئوئید است. لذا در این مطالعه از داده‌های شبیه‌سازی شده از مدل ژئوپتانسیل EGM2008 استفاده می‌شود. داده‌های شبیه‌سازی شده امکان بررسی مراحل مختلف تعیین ژئوئید را فراهم می‌کند. از آنجایی که هدف از انجام این مطالعه بررسی اثر خطا و پراکندگی داده‌های گرانی شبکه چندمنظوره روی ژئوئید است، تنها فرکانس‌های مربوط به درجات هارمونیک ۳۶۱ تا ۲۱۶۰

$$b = Ax \quad (7)$$

در این رابطه $b = [\Delta g(x, y, h)]$ ، $x = [\Delta g(x', y', 0)]$ بردار مجهولات شامل آنومالی های هلمرت در سطح ژئوئید و ماتریس ضرایب A نیز از رابطه (6) محاسبه می شود.
 ۵- ژئوئید هلمرت با استفاده از انتگرال استوکس محاسبه می شود. برای حل انتگرال استوکس نیز از اصلاح کرنل اسفروئیدال استوکس بروش و نیچک-کلوزبرگ [۱۹] استفاده شده است:

$$\delta N^H = \frac{1}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} S_M^L(\psi) \Delta g(R, \varphi, \lambda) d\sigma \quad (8)$$

که در این رابطه δN^H ژئوئید در فضای هلمرت، γ شتاب ثقل نرمال روی بیضوی، $S_M^L(\psi)$ کرنل اسفروئیدال اصلاح شده، $\Delta g(R, \varphi, \lambda)$ آنومالی هلمرت روی ژئوئید و $d\sigma = \cos \varphi d\varphi d\lambda$ برای حل انتگرال (۸) از نرم افزار gin.f استفاده شده است. این نرم افزار توانایی بازیابی فرکانس‌های بالای ژئوئید با دقت کافی (بهتر از یک سانتیمتر) را دارد [۲۰، ۲۱].

۶- ژئوئید هلمرت به ژئوئید واقعی با اعمال اثر غیرمستقیم توپوگرافی (PITE) تبدیل می شود. اثر غیرمستقیم توپوگرافی همانند سایر اثرات توپوگرافی از مدل هارمونیک ارتفاعی به دست می آید:

$$PITE = \frac{\delta V}{\gamma} \quad (9)$$

ژئوئید حاصل از مرحله (۶) با ژئوئیدی که مستقیماً از EGM2008 محاسبه می شود، مقایسه می شود. اختلاف این دو خطای ژئوئید است.

در این محاسبات سعی شده است تا حد امکان خطای مدل سازی ژئوئید کم باشد. برای این منظور بجای شبیه سازی مستقیم آنومالی هلمرت در سطح زمین با مدل EGM2008، از شبیه سازی آنها روی ژئوئید و انتقال فراسوی آنها با انتگرال پواسن استفاده شده است. زیرا در انتقال فرسوی عوامل زیادی بر نتایج عددی تاثیر دارند. عوامل مختلفی نظیر ۱- انتخاب شعاع انتگرال گیری، ۲- محاسبه اثر زون های دور، ۳- انتخاب تقریبات مختلف انتگرال پواسن اعم از صفحه ای، کروی و یا بیضوی، ۴- نحوه گسسته سازی انتگرال پواسن (بر مبنای آنومالی متوسط یا نقطه ای) و عوامل دیگر. هرچند این تاثیرات

ضرایب هارمونیک ارتفاعی از آنالیز مدل ارتفاعی ETOPO5 بدست می آیند.

۲- با انتقال فراسو، آنومالی های هلمرت مرحله قبل، به آنومالی های هلمرت در سطح زمین تبدیل می شوند. آنومالی های محاسبه شده نقش داده های شبکه چندمنظوره را ایفا می کنند. لذا موقعیت سه بعدی آنها منطبق بر نقاط ایستگاه های درجه ۱، ۲ و ۳ انتخاب می شود. انتقال فراسو با تقریب صفحه ای انتگرال پواسن و تا شعاع انتگرال گیری ۳۰ دقیقه کمائی انجام می شود [۱۸]:

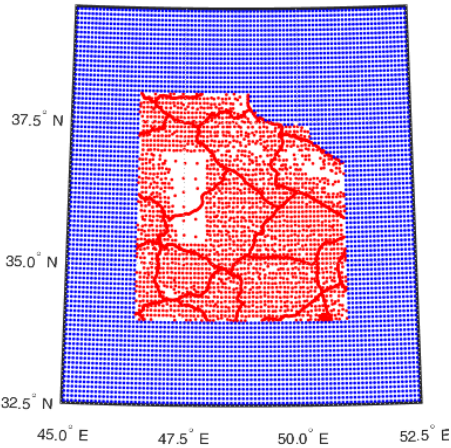
$$\Delta g(x, y, h) = \frac{h}{2\pi} \int_x \int_y K \Delta g(x', y', 0) dx' dy' \quad (5)$$

در این رابطه (x, y, h) مختصات کارتیزین نقطه روی زمین و $(x', y', 0)$ مختصات نقطه انتگرال گیری روی ژئوئید است. K کرنل صفحه ای پواسن است که در هر سلول از رابطه زیر بدست می آید. در این رابطه $\Delta \varphi$ و $\Delta \lambda$ به ترتیب گام آنومالی های روی ژئوئید در راستای عرض و طول ژئودتیکی است. همچنین d فاصله کارتیزین بین نقطه انتگرال گیری و محاسباتی است.

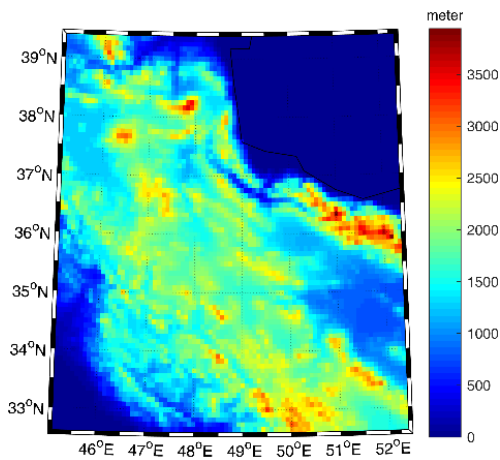
$$K = \left| \left| \frac{x' y'}{d h} \right| \right|_{-R\Delta\varphi}^{+R\Delta\varphi} \left| \right|_{-R\Delta\lambda \cos \varphi'}^{+R\Delta\lambda \cos \varphi'} \quad (6)$$

۳- به آنومالی های هلمرت در سطح زمین نویز تصادفی غیر وابسته (سفید) افزوده می شود. علاوه بر این، خطای گرانی در هر ایستگاه یک نویز سفید و مستقل از خطای سایر ایستگاه ها نبوده و بلعکس به صورت یک نویز وابسته به خطای سایر ایستگاه ها می باشد. برآورد نویز وابسته نیازمند به معلوم بودن تابع اتوکوریانس خطای مشاهدات است که عملاً در شبکه چندمنظوره وجود ندارد. لذا با صرف نظر از کوریانس و اثرات سیستماتیک، به آنومالی های هلمرت در سطح زمین، تنها یک نویز سفید (مستقل) با دامنه متناسب با دقت اندازه گیری گرانی و تعیین موقعیت گزارش شده از سوی سازمان نقشه برداری افزوده می شود.

۴- انتقال فرسوی آنومالی های هلمرت بروی ژئوئید که از حل معکوس انتگرال پواسن و با رابطه (5) انجام میشود. مدل ریاضی و پارامترهای حل این انتگرال نظیر شعاع انتگرال گیری همانند مرحله ۲ است. گسسته سازی انتگرال پواسن (رابطه ۴) برای تعیین آنومالیهای هلمرت در سطح ژئوئید منجر به دستگاه معادلات زیر می شود:

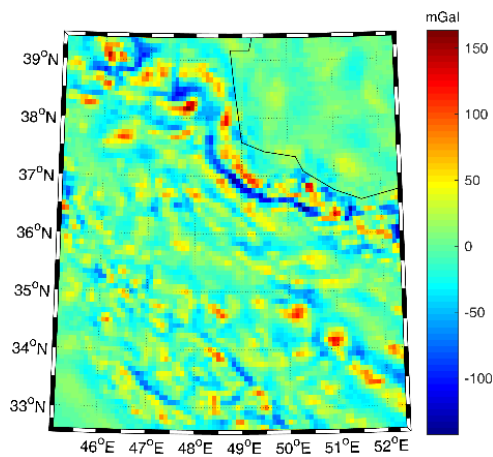


شکل ۱- توزیع نقاط چندمنظوره و ترازبایی (نقاط قرمز) و توسعه آن با شبکه ۵ دقیقه (نقاط آبی)



شکل ۲- توپوگرافی منطقه آزمون، بر اساس مدل رقومی SRTM، واحد متر
min=0, max= 3942, mean= 1225, STD= 832.175

در این رابطه s_g دقت اندازه‌گیری گرانی و s_H دقت اندازه‌گیری ارتفاع است.



شکل ۳- آنومالی‌های هلمرت در سطح زمین، واحد میلی گال
min=-142.668, max=163.447, mean=-1.029, STD=29.435

ناپایداری دستگاه معادله خطی (۷) که از گسسته سازی معادلات انتگرال انتقال فروسو بدست می آید، با کاهش

کم است اما با یکی بودن مدل ریاضی انتقال فراسو و فروسو، خطای مدلسازی انتگرال پواسن تا حد زیادی کاهش می یابد.

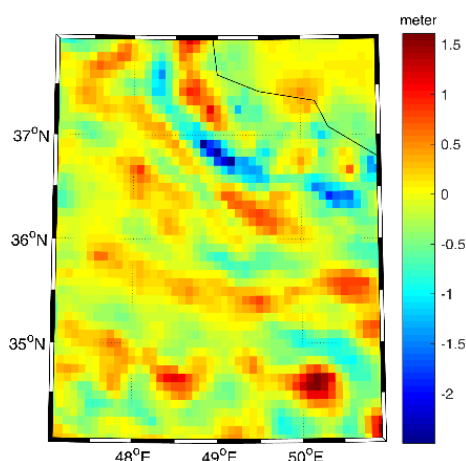
۳- نتایج عددی

منطقه آزمون در شمال غربی ایران محدود به عرض جغرافیایی $34^\circ < \varphi < 38^\circ$ و طول جغرافیایی $46.5^\circ < \lambda < 51^\circ$ است. این منطقه با توجه به اتمام احداث و اندازه‌گیری شبکه‌های درجه ۱، ۲ و ۳ انتخاب شده است (شکل ۱). وضعیت توپوگرافی منطقه آزمون را نشان می‌دهد. علاوه بر داده‌های چندمنظوره، داده‌های گرانی مربوط به خطوط ترازبایی (با توزیع خطی) و داده‌های مطالعات موردی نیز وجود دارد. با توجه به این شکل مناطق خالی از داده معطوف به دریاچه ارومیه و خزر و مناطق کوهستانی است. متوسط داده‌ها تقریباً ۵ دقیقه کمانی (حدود ۱۰ کیلومتر) است. البته با فرض اینکه داده‌ها در دریای خزر از ارتفاع‌یابی ماهواره‌ای در اختیار باشد، این منطقه با شبکه ۵ دقیقه پر شده است.

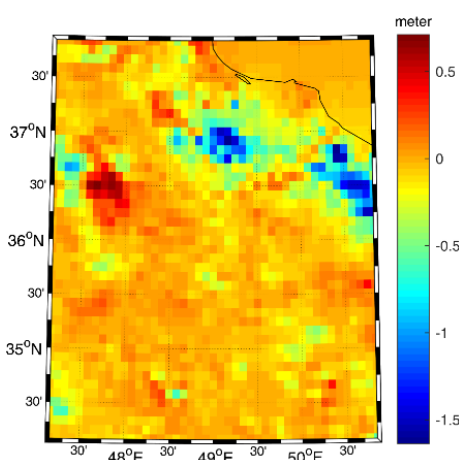
تنها اطلاعات واقعی این مطالعه موقعیت مسطحاتی نقاط شبکه چندمنظوره ژئودزی است. آنومالی‌های هلمرت در موقعیت جغرافیایی واقعی نقاط چندمنظوره، از انتقال فراسوی آنومالی‌های هلمرت روی ژئوئید محاسبه می‌شوند (شکل ۳). از آنجاکه ارتفاع نقاط چندمنظوره در دسترس این مطالعه قرار نداشت، از مدل ارتفاعی SRTM با گام یک کیلومتر استفاده شد. در بخش قبل اشاره شد، شعاع انتگرال گیری در انتگرال پواسن ۳۰ دقیقه کمانی است. بروش سعی و خطا شعاع مناسب برای انتگرال استوکس ۱ درجه انتخاب گردید. لذا باید محدوده داده‌ها به اندازه مجموع این دو شعاع (به میزان ۱،۵ درجه) گسترش یابد. برای این منظور ابعاد منطقه با داده‌های با گام ۵ دقیقه توسعه داده شده است. موقعیت نهایی داده‌های شبیه‌سازی شده در شکل (۱) نشان داده شده است. به آنومالی‌های هلمرت در سطح زمین مقدار ۳۰ میکروگال نویز تصادفی افزوده می‌شود. این مقدار با توجه به دقت مورد ادعا برای این شبکه انتخاب شده است. دقت اندازه‌گیری گرانی ۳۰ میکروگال و دقت ارتفاع ۱ سانتیمتر فرض شده است. با اعمال قانون انتشار خطا روی رابطه آنومالی هوای آزاد برای دقت آنومالی‌های سطح زمین داریم:

$$s_{\Delta g} = \pm \sqrt{s_g^2 + (0.3086)^2 s_H^2} = \pm 0.030 \text{ mGal} \quad (10)$$

بر اساس این شکل، دقت ژئوئید در مناطق کوهستانی و مناطق خالی از داده مثلاً در دریاچه ارومیه زیاد است. این امر نشان‌دهنده تأثیر شدت توپوگرافی و تراکم داده‌ها در تعیین ژئوئید است. همین‌طور خطای ژئوئید در دریای خزر نیز کم است. زیرا همان‌طور که قبلاً بدان اشاره شد، در این منطقه داده‌های شبیه‌سازی شده با توزیع یکنواخت قرار داده شده است.



شکل ۵- ژئوئید حاصل از داده‌های گرانی شبکه چندمنظوره. واحد متر

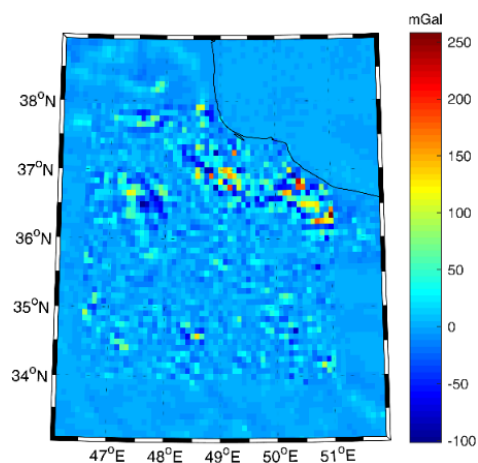


شکل ۶- خطای ژئوئید محاسبه شده با داده‌های گرانی شبیه‌سازی شده با استفاده از ضرایب ۳۶۱ تا ۲۱۹۰ مدل ژئوپتانسیلی EGM2008 بر روی موقعیت ایستگاه‌های شبکه چندمنظوره. واحد متر

همان‌طور که در قبل بدان اشاره شد، ناپایداری دستگاه معادلات خطی در انتقال فروسو که ناشی از تراکم خوشه‌ای داده‌ها است، خطای زیادی را در ژئوئید وارد می‌کند. برای غلبه بر این مشکل، آنومالی‌های هلمرت روی یک شبکه بافاصله ۵ دقیقه پیش‌بینی (درون‌یابی) شد. در اینجا باید به نکته مهمی بپردازیم که از نظر تئوری هرچه تراکم داده‌ها بیشتر باشد، خطای تعیین ژئوئید کمتر می‌شود. از سوی دیگر تراکم بالا باعث ناپایداری مساله انتقال فروسو می‌شود. در این حالت نیاز

فواصل داده‌ها و افزایش شدت توپوگرافی ناپایدار می‌شود. مطالعه [۲۲] نشان می‌دهد که انتقال فروسوی آنومالی‌های با گام ۵ دقیقه حتی در مناطق کوهستانی، مسئله خوش وضع است. با این حال، نزدیکی برخی از نقاط که گاه به کمتر از صد متر نیز می‌رسد، باعث ایجاد ناپایداری دستگاه معادلات خطی شده و دقت آنومالی‌های هلمرت روی ژئوئید را کم می‌کند.

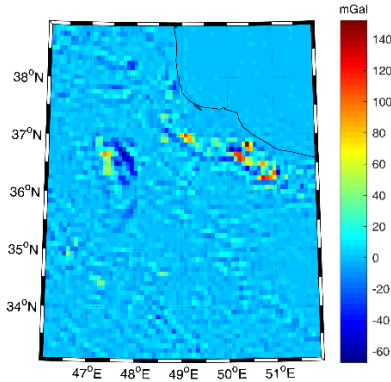
حل دستگاه معادلات خطی از روش تکراری کمترین مربعات که از دو قطری سازی لنگروز سود می‌برد [23]، انجام شده است. روش‌های تکراری برای حل دستگاه معادلات خطی یک جواب در هر تکرار به دست می‌آورند که با افزایش تکرارها جواب‌ها به حل کمترین مربعات نزدیک می‌شود. اما در مسائل ناپایدار جواب کمترین مربعات نویزی و مطلوب نیست. لذا باید تکرارها قبل از تأثیر نویز بر جواب‌ها قطع شوند. این خاصیت را شبه همگرایی می‌نامند [۲۴]. انتخاب تکرار بهینه (معادل با پارامتر پایداری) در مسئله انتقال فروسو به دلیل وجود اثر لبه‌ها (ناشی از شعاع انتگرال‌گیری) به سادگی امکان‌پذیر نیست [۲۲]. برای جلوگیری از خطای شبه همگرایی، با توجه به معلوم بودن جواب صحیح (آنومالی‌های هلمرت در مرحله اول) تکرار بهینه با کمترین خطا انتخاب شد. حتی با این وجود، به دلیل تراکم کم داده‌ها و ناپایداری مسئله، خطای انتقال فروسو زیاد است (شکل ۴). این خطا در مناطق کوهستانی البرز و مناطقی که داده‌ها توزیع نامنظم دارند، بزرگ است.



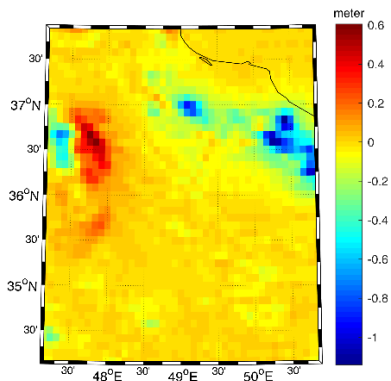
شکل ۴- خطای انتقال فروسو آنومالی‌های هلمرت، واحد میلی گال

اشکال (۵) و (۶) به ترتیب ژئوئید محاسبه شده و خطای آن را نشان می‌دهد. پارامترهای آماری این خطاها در جدول (۱) آمده است. بر اساس نتایج جدول ۱، خطای متوسط ژئوئید حدود ۲۳ سانتیمتر و بایاس آن ۹٫۵ سانتیمتر است.

خوش وضع بوده و براساس نتایج عددی جدول (۱)، دقت آن نسبت به داده‌ها با داده‌های نامنظم بیشتر است. نکته دیگر عدم نیاز به قطع تکرارها در حل دستگاه معادلات خطی است. به طوری که جواب انتقال فروسو بدون دخالت و مقایسه با جواب صحیح به دست آمده است. نتایج روی ارتفاع ژئید نیز حاکی از بهبود دقت ژئوئید نیز نسبت به داده‌های نامنظم به میزان ۴۰٪ است.



شکل ۷- خطای انتقال فروسو آنومالی‌های هلمرت گرید شده



شکل ۸- خطای ژئوئید حاصل از داده‌های گرانی گرید شده. واحد متر

جدول ۱- پارامترهای آماری ژئوئید، خطای انتقال فروسو و خطای ژئوئید برای داده‌های پراکنده و گرید شده

داده‌های پراکنده					
کمیت	min	max	mean	STD	RMS
خطای انتقال فروسو (میلی گال)	101.9	258.2	1.2	19.0	19.0
ژئوئید (متر)	-2.4	1.6	-0.1	0.4	-
خطای ژئوئید (متر)	-1.6	0.7	-0.1	0.23	0.25
داده‌های گرید شده					
خطای انتقال فروسو (میلی گال)	67.2	152.2	0.6	10.1	10.1
ژئوئید (متر)	-1.7	1.9	-0.05	0.40	-
خطای ژئوئید (متر)	-1.14	0.6	-0.04	0.15	0.16

به پایدارسازی مساله انتقال فروسو است. اما مشکلی که در داده‌های سازمان نقشه برداری در منطقه آزمون وجود دارد، تراکم خوشه‌ای و غیر یکنواخت نقاط است. در حالی که تراکم متوسط داده‌ها حدود ۱۰ کیلومتر است، در مناطق بسیار معدودی نقاط با فواصل کمتر از ۲۰۰ متر دیده می‌شود. زیرا داده‌های کنونی مجموع نقاط چند منظوره، مطالعات موردی (اکتشافات ژئوفیزیکی) و ترازبایی است. به نظر می‌رسد وجود این نقاط بسیار معدود تأثیری بر بالا بردن تراکم کلی ندارد و در مقابل باعث ناپایداری مساله انتقال فروسو می‌شود.

از آنجایی که آنومالی‌های هلمرت با توپوگرافی تغییرات زیادی دارند، پیش‌بینی آن‌ها همراه با خطای زیادی خواهد شد. لذا ابتدا از آنومالی‌های نقطه‌ای هلمرت اثرات مستقیم و غیرمستقیم ثانویه توپوگرافی کم می‌شود تا آنومالی‌های آزاد نقطه‌ای روی ایستگاه‌های شبکه چند منظوره ژئودزی به دست آید:

$$\Delta g^{FA} = \Delta g^H - DTE - SITE \quad (11)$$

با حذف اثر پلیت بوگه آنومالی‌های نقطه‌ای بوگه روی ایستگاه‌های شبکه چند منظوره ژئودزی به دست می‌آید:

$$\Delta g^B = \Delta g^{FA} - 0.1119H \quad (12)$$

با حذف اثر توپوگرافی، وابستگی آنومالی‌های نقطه‌ای بوگه با ارتفاع کم می‌شود و دقت درونیابی آنها در قیاس با آنومالی‌های آزاد بیشتر خواهد شد. در مرحله بعد با گرید کردن آنومالی‌های نقطه‌ای بوگه، آنومالی‌های متوسط بوگه روی گرید ۵ دقیقه‌کمانی بدست می‌آیند. این آنومالی‌های با رابطه زیر به آنومالی‌های آزاد متوسط روی گرید ۵ دقیقه تبدیل می‌شوند:

$$\overline{\Delta g^{FA}} = \overline{\Delta g^B} + 0.1119\overline{H} \quad (13)$$

در اینجا \overline{H} ارتفاع متوسط نقاط گرید است. در مرحله نهایی با افزودن مقدار متوسط DTE و SITE به آنومالی متوسط هوای آزاد، آنومالی متوسط هلمرت روی گرید ۵ دقیقه بدست می‌آید. برای جزییات کاملتر مراجعه کنید به [۲۵، ۱۶].

اشکال (۷) و (۸) به ترتیب خطای انتقال فروسو و ژئوئید را با استفاده از داده‌های گرید شده نشان می‌دهد. پارامترهای آماری مربوط به خطای انتقال فروسو و ژئوئید در جدول (۱) آمده است. انتقال فروسو در این حالت مسئله

۴- نتیجه‌گیری

با فاصله متوسط ۵ دقیقه تکرار شد. در این حالت انتقال فروسو پایدار بوده و با دقت بیشتری انجام می‌شود. دقت ژئوئید با استفاده از داده‌های نامنظم برابر ۲۵ سانتیمتر و با داده‌های گرید شده ۱۵ سانتیمتر برآورد شد. ضمن اینکه هنوز اثر عدم قطعیت طول‌موج‌های بلند میدان، خطای وابسته مشاهدات گرانی که اغلب ناشی از بایاس شبکه ارتفاعی است، خطای اطلاعات ارتفاعی (مدل‌های رقومی ارتفاعی) و خطای مدل‌سازی (دقت روش بکار گرفته‌شده) منظور نشده است.

خوشبختانه ژئوئید هندسی (حاصل از اختلاف ارتفاع ژئودتیک و ارتومتریک) روی نقاط شبکه چندمنظوره با دقت چند سانتیمتر وجود دارد و می‌توان از تلفیق این دو به دقت‌های بالاتری برای ژئوئید دست یافت. لذا پیشنهاد می‌شود، این مطالعه با تلفیق داده‌های ژئوئید گرانی و ژئوئید هندسی روی نقاط شبکه چندمنظوره بررسی شود.

در این مطالعه دقت قابل حصول برای ژئوئید با استفاده از شبیه‌سازی داده‌های گرانی روی ایستگاه‌های شبکه چندمنظوره سازمان نقشه‌برداری به دست آمد. برای این منظور از فرکانس‌های بالای میدان ژئوپتانسیل EGM2008 برای بازسازی آنومالی‌های جاذبه در نقاط شبکه چندمنظوره استفاده شد. منطقه آزمون شمال غرب با تراکم تقریبی نقاط حدود ۵ دقیقه کمائی است. روش استوکس-هلمرت در سیکل بسته برای برآورد خطای ژئوئید استفاده شد. نتایج عددی نشان می‌دهد که تعیین ژئوئید چند سانتیمتری با داده‌های گرانی شبکه چندمنظوره دور از دسترس است. یکی از عوامل مهم در نقصان دقت ژئوئید، نزدیکی بیش‌ازحد داده‌ها در برخی از نقاط است. این نزدیکی باعث بدوضع دستگاه معادلات خطی انتقال فروسو می‌شود. از این‌رو مراحل آزمون به‌طور جداگانه با داده‌های گرید شده

مراجع

- [1] Weber, G. and H. Zomorrodian, Regional geopotential model improvement for the Iranian geoid determination. *Bulletin géodésique*, 1988. 62(2): p. 125-141.
- [2] Ardalan, A.A. and E.W. Grafarend, High-resolution regional geoid computation without applying Stokes's formula: a case study of the Iranian geoid. *Journal of Geodesy*, 2004. 78: p. 138-156.
- [3] Safari, A., A.A. Ardalan, and E.W. Grafarend, A new ellipsoidal gravimetric, satellite altimetry and astronomic boundary value problem, a case study: The geoid of Iran. *Journal of Geodynamics*, 2005. 39: p. 545-568.
- [4] Najafi-Alamdari, M., et al., Determination of Precise Geoid for Iran Based on Stokes-Helmert Scheme, in TOTAK Project. 2004, National Cartographic Center of Iran (NCC): .
- [5] Kiamehr, R. and L.E. Sjöberg, Effect of the SRTM global DEM on the determination of a high-resolution geoid model: a case study in Iran. *Journal of Geodesy*, 2005. 79(9): p. 540-551.
- [6] Hatam, Y., Etablissement des nouveaux réseaux multi-observations géodésiques et gravimétriques et détermination du géoïde en Iran. 2010, Université Montpellier 2.
- [7] Goli, M., M. Najafi-Alamdari, and P. Vaníček, Numerical behaviour of the downward continuation of gravity anomalies. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 2011. 55(2): p. 191-202.
- [8] Saadat, A., A. Safari, and D. Needell, IRG2016: RBF-based regional geoid model of Iran. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 2017.
- [9] Jekeli, C., Omission Error, Data Requirements, and the Fractal Dimension of the Geoid, in VII Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy: Proceedings of the Symposium in Rome, 6-10 June, 2009, N. Sneeuw, et al., Editors. 2012, Springer Berlin Heidelberg: Berlin, Heidelberg. p. 181-187.
- [10] Jekeli, C., H. Yang, and J. Kwon, Using gravity and topography-implied anomalies to assess data requirements for precise geoid computation. *Journal of Geodesy*, 2009. 83: p. 1193-1202.
- [11] Ågren, J. and L.E. Sjöberg, Investigation of Gravity Data Requirements for a 5 mm-Quasigeoid Model over Sweden, in Gravity, Geoid and Height Systems: Proceedings of the IAG Symposium GGHS2012, October 9-12, 2012, Venice, Italy, U. Marti, Editor. 2014, Springer International Publishing: Cham. p. 143-150.
- [12] Farahani, H.H., R. Klees, and C. Slobbe, Data requirements for a 5-mm quasi-geoid in the Netherlands. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 2017. 61(4): p. 675-702.

- [13] Janák, J., et al., Computation of precise geoid model of Auvergne using current UNB Stokes-Helmert's approach, in Contributions to Geophysics and Geodesy. 2017. p. 201.
- [14] Tenzer, R., et al., A review of the UNB Stokes-Helmert approach for precise geoid determination In Honoring The Academic Life Of Petr Vanicek M.Santos (Ed). 2003.
- [15] Vaníček, P., et al., Testing Stokes-Helmert geoid model computation on a synthetic gravity field: experiences and shortcomings. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 2013. 57(3): p. 369-400.
- [16] Vaníček, P., et al., Determination of the boundary values for the Stokes-Helmert problem. *Journal of Geodesy*, 1999.
- [17] Najafi-Alamdari, M., Contributions towards the Computation of a Precise Regional Geoid. 1996, University of New Brunswick.
- [18] Goli, M. and M. Najafi-Alamdari, Planar, spherical and ellipsoidal approximations of Poisson's integral in near zone. 2011.
- [19] Vaníček, P. and L.E. Sjoberg, Reformulation of Stokes's theory for higher than second-degree reference field and a modification of integration kernels. *Journal geophysical Research*, 1991. 96 (B4): p. 6529-6539.
- [20] Huang, J., P. Vanicek, and P. Novak, An alternative algorithm to FFT for the numerical evaluation of Stokes's integral. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 2000. 44: p. 374-380.
- [21] Novák, P., et al., On the accuracy of modified Stokes's integration in high-frequency gravimetric geoid determination. *Journal of Geodesy*, 2001. 74(9): p. 644-654.
- [22] Goli, M., I. Foroughi, and P. Novak, On estimation of stopping criteria for iterative solutions of gravity downward continuation. *Canadian Journal of Earth Sciences*, 2018.
- [23] Björck, Å., A bidiagonalization algorithm for solving large and sparse ill-posed systems of linear equations. *BIT Numerical Mathematics*, 1988. 28(3): p. 659-670.
- [24] Borges, L.S., F.S. Viloche Bazán, and M.C.C. Cunha, Automatic stopping rule for iterative methods in discrete ill-posed problems. *Computational and Applied Mathematics*, 2015. 34(3): p. 1175-1197.
- [25] Goli, M., Impact of Gridding on Stability of Downward Continuation of Gravity Anomaly. *ISSGE*, 2016. 5(3): p. 129-138.