



## بررسی ارتعاشات اجباری غیرخطی نامتقارن ورق‌های نازک دایروی از جنس مواد هدفمند

اصغر نشیر<sup>۱</sup>، علی قاهری<sup>۲\*</sup>

۱- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

\* تهران، صندوق پستی ۱۱۱۵۵۹۵۶۷، ghaheeri@mech.sharif.edu

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت: آذر ۹۳	در تحقیق حاضر ارتعاشات غیرخطی اجباری ورق‌های نازک دایروی از جنس مواد هدفمند با در نظر گرفتن شرایط مرزی کلاسیک گیردار مطالعه شده است. برای وارد کردن جملات غیرخطی هندسی ناشی از جابه‌جایی‌های بزرگ ورق در راستای عرضی (به اندازه ضخامت ورق) از روابط کرنش-جابه‌جایی ون کارمن، و برای حل معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم از روش اغتشاشات MMS و مدهای فرضی در دستگاه مختصات قطبی استفاده شده است. خواص مکانیکی در راستای ضخامت ورق طبق رابطه توانی از کسر حجمی مواد تشکیل دهنده ماده هدفمند، تبعیت می‌کند. نیروی عرضی اعمالی به صورت هارمونیک، به فرکانس نوسان نزدیک به یکی از فرکانس‌های طبیعی نامتقارن سیستم فرض شده است. پدیده‌های ارتعاشات غیرخطی مانند پرش و رزونانس داخلی مورد بررسی قرار گرفته و اثرات شرایط مرزی، تغییرات کسر حجمی ماده هدفمند، دامنه و فرکانس نیروی خارجی اعمالی بر رفتار دینامیکی مطالعه شده است. نتایج به دست آمده از این روش با نتایج موجود در کارهای گذشته و در صورت امکان با نتایج نرم‌افزارهای المان محدود صحت سنجی شده‌اند.
پذیرش: دی ۹۳	
کلیدواژه‌گان:	
حل تحلیلی	
روش اغتشاشات	
مواد هدفمند	
تئوری ون کارمن	

## Nonlinear forced vibrations of thin circular functionally graded plates

Asghar Nosier, Ali Ghaheri\*

Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

\* P.O.B. 111559567, Tehran, Iran, ghaheeri@mech.sharif.edu

### Keywords

Analytical solution,  
Perturbation technique,  
Functionally graded materials,  
von Karman theory

### Abstract

Nonlinear forced vibrations of thin functionally graded circular plates under classical clamped boundary conditions are investigated based on the classical plate theory. The von Karman strain-displacement relations are employed to include the geometrical nonlinearity caused by large transverse displacements of the order of the plate thickness. Modal expansion in polar coordinate system along with the perturbation method of multiple scales is used to solve the governing equations. The material properties are graded through the plate thickness according to a power-law distribution of the volume fraction of the constituents. Transverse forcing is supposed to be harmonic with the angular frequency near to the natural frequency of one particular asymmetric mode. Nonlinear vibration phenomena such as jump phenomenon and internal resonance are studied and the effects of boundary conditions, power-law distribution, amplitude and frequency of external load on dynamical behavior of circular plate are examined. The validity of results is established by comparison with the existing results in the literature as well as FEM results.

### ۱- مقدمه

بنابراین برای این شرایط دینامیکی معادلات ون کارمن (معادلات حرکت غیرخطی حاکم بر ورق‌ها) به صورت گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲].  
مواد هدفمند با تغییرات تدریجی خواص<sup>۳</sup> اولین بار توسط گروهی از دانشمندان در ژاپن در سال ۱۹۸۴ [۳] به عنوان مواد تحمل کننده دما معرفی شدند. مواد هدفمند از دو یا چند جزء تشکیل شده‌اند و خواص آن‌ها به طور پیوسته با مکان تغییر می‌کند. این خاصیت با تغییر تدریجی ترکیب و درصد حجمی اجزاء تشکیل دهنده ماده در طی ساخت آن، بوجود می‌آید. بنابراین این مواد در زمره مواد غیرهمگن<sup>۴</sup> هستند. از مزایای استفاده از این

در بسیاری از مسائل مهندسی مانند اجزای سازه‌ها، ماشین‌ها، حسگرها، وسایل آکوستیکی، طراحی بدنه و سازه‌ی هواپیما، معماری بناها و سازه‌های عمرانی از ورق‌ها با ضخامت کم استفاده می‌شود و معمولاً این ورق‌ها تحت بارگذاری شدید دینامیکی قرار دارند که باعث ایجاد ارتعاشات با دامنه نوسان بزرگ می‌شود. وقتی که دامنه ارتعاشات از ضخامت ورق بیشتر شود، باعث غیرخطی شدن هندسی مسئله می‌گردد و تئوری‌های خطی دیگر توانایی پیش‌بینی رفتارهای ورق مانند پدیده پرش<sup>۱</sup> و رزونانس داخلی<sup>۲</sup> را ندارند [۱].

3. Functionally graded materials

4. Nonhomogeneous

1. Jump phenomenon

2. Internal resonance

Please cite this article using:

Ghaheri, A. and Nosier, A., "Nonlinear forced vibrations of thin circular functionally graded plates," Journal of Science and Technology of Composite, Vol. 1, No. 2, pp. 1-10, 2015.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

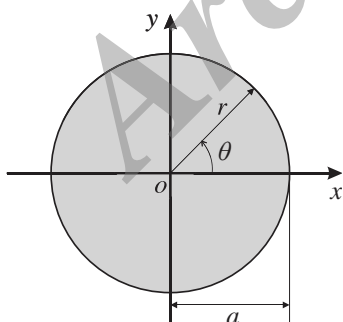
الله وردی زاده و همکاران [۱۴] در سال ۲۰۰۶ اولین محققینی بودند که روابط حاکم بر ارتعاشات غیرخطی متقارن محوری ورق‌های نازک دایروی هدفمند را بر اساس معادلات دینامیکی ون کارمن، فرمول بندی کردند و اثرات دامنه ارتعاش و کسر حجمی را بر تنش اعمالی در ورق بررسی کردند. هو و ژنگ [۱۵] پدیده دوشاخه شدن را در ارتعاشات غیرخطی متقارن ورق دایروی هدفمند با در نظر گرفتن اثرات دمایی و نیروی عرضی هارمونیک مطالعه کردند. در نهایت امینی و همکاران [۱۶] ارتعاشات آزاد و اجباری غیرخطی ورق‌های حلقوی ضخیم هدفمند بر اساس تئوری مرتبه اول برشی ورق مورد مطالعه قرار دادند و اثرات دامنه نوسانات و کسر حجمی را بر فرکانس‌های طبیعی سیستم بررسی کردند.

مرور بر ادبیات انجام شده در بالا به خوبی نشان می‌دهد، در حالی که تعداد پژوهش‌های زیادی به کمک روش‌های تحلیلی، نیمه تحلیلی و عددی یا به شکل تجربی به بررسی ارتعاشات آزاد و اجباری غیرخطی و ورق‌های دایروی و حلقوی ایزوتروپیک و هدفمند با در نظر گرفتن شرایط مرزی و اثرات گوناگون پرداخته‌اند، هیچ کار تئوری یا تجربی بر ارتعاشات غیرخطی نامتقارن ورق‌های نازک دایروی هدفمند انجام نشده است. از آنجایی که مدهای ارتعاشی نامتقارن دارای نقش مهمتری در ارتعاشات ورق‌ها هستند، هدف اصلی این تحقیق استفاده از تئوری کلاسیک ورق‌ها و تئوری ون کارمن برای به دست آوردن معادلات حاکم بر ارتعاشات غیرخطی اجباری و استفاده از روش مدهای فرضی و اغتشاشات برای حل این مساله می‌باشد. اثرات تغییرات کسر حجمی ماده هدفمند و دامنه و فرکانس نیروی خارجی اعمالی بر رفتار غیرخطی دینامیکی مطالعه و صحت نتایج با کارهای موجود و نتایج نرم افزار المان محدود سنجیده شده‌اند. در فصل بعد به تبیین اصول و مبانی تئوری و مدل سازی مساله و حل معادلات حاکم در دستگاه مختصات دایروی برای شرایط مرزی گوناگون پرداخته می‌شود.

## ۲- مدل سازی تئوری و حل معادلات غیرخطی

### ۲-۱- هندسه مساله و خواص مکانیکی ماده هدفمند

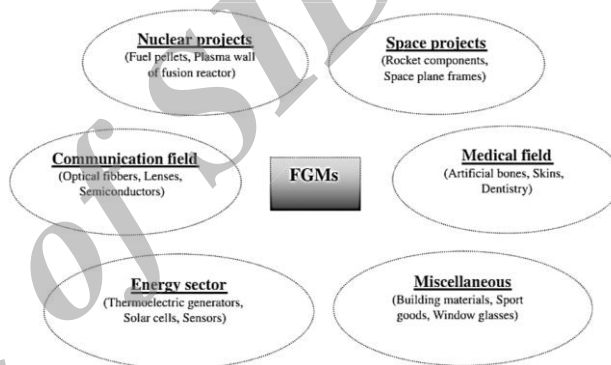
در این مرحله یک ورق دایروی از جنس ماده هدفمند با شعاع  $a$  و ضخامت  $h$  در نظر گرفته می‌شود. هندسه مسئله در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲ ورق دایروی و مختصات قطبی

ماده هدفمند به صورت ماده خطی الاستیک غیرهمگن که خواص آن،  $\rho$  به شکل پیوسته در راستای ضخامت ورق، که تابعی از کسر حجمی مواد تشکیل دهنده آن است، مدل سازی می‌شود. با فرض اینکه ورق از دو ماده سرامیک و فلز تشکیل شده است و کسر حجمی فلز از قانون توانی پیروی می‌کند،  $\rho$  به صورت رابطه (۱) بیان می‌شود.

مواد این است که به علت تغییرات تدریجی در ساختار و خصوصیات ماده، مشکلات موجود در فصل مشترک دو ماده متفاوت حذف شده و تنش‌های حرارتی، تنش‌های پسماند و عامل تمرکز تنش نسبت به مواد مرکب لایه‌ای<sup>۱</sup> مرسوم و یا روش‌های پوششی مرسوم برای مقاوم سازی ماده بسیار زیاد کاهش می‌یابد. لذا در سال‌های اخیر استفاده از این مواد به زمینه‌های بسیاری گسترش یافته است. مهمترین کاربرد این مواد استفاده از آن‌ها به عنوان سدهای حرارتی در محیط‌هایی با گرادیان دمای بالا مانند سازه‌های فضایی، راکتورهای هسته‌ای، پره‌های توربین و سیستم‌های احتراقی است. از دیگر کاربردهای این مواد می‌توان به مواد الکترونیکی و نوری، مواد مورد استفاده در تبدیل انرژی، پوشش محافظ در ماشین ابزار و استفاده در تجهیزات پیوندی بیوپزشکی اشاره نمود. شکل ۱ به صورت کلی این کاربردها را نشان می‌دهد. در ادامه به بیان مهمترین پژوهش‌های صورت گرفته بر ارتعاشات غیرخطی ورق‌های دایروی ایزوتروپیک و مواد هدفمند پرداخته می‌شود.



شکل ۱ زمینه‌های کاربرد مواد هدفمند [۴]

ارتعاشات خطی ورق‌های دایروی و حلقوی در کتاب لیسا [۵] به طور جامع مورد بررسی مطالعه قرار گرفته است. توپایس [۶] در سال ۱۹۵۷، و ویلیام و توپایس [۷] در سال ۱۹۶۳ جزء اولین افرادی بودند که ارتعاشات غیرخطی بدون دمپینگ ورق دایروی کامل و ناقص<sup>۲</sup> را مطالعه کردند. توز و همکاران [۸] به کمک روش اغتشاشات، ارتعاشات اجباری غیرخطی نامتقارن<sup>۳</sup> ورق‌های کامل و ناقص دایروی با شرایط مرزی آزاد را مطالعه کردند و نتایج خود را با نتایج به دست آمده از روش آزمایشگاهی [۹] مقایسه کردند. لی و یو [۱۰] ارتعاشات غیرخطی نامتقارن یک ورق دایروی با شرط مرزی گیردار و روی بستر الاستیک را به کمک روش اغتشاشات حل و پدیده رزونانس داخلی را مطالعه کردند.

مطالعه بر رفتار غیرخطی ورق‌های هدفمند در مقاسیه با پژوهش‌های انجام شده بر رفتار خطی ورق‌های هدفمند مستطیلی و دایروی بسیار کم می‌باشد. گونس و ردی [۱۱] به بررسی غیرخطی هندسی ورق‌های دایروی هدفمند با شرایط مرزی متفاوت تحت بارهای مکانیکی و گرمایی پرداختند. اخیراً، بر اساس تئوری اول برشی، نئیر و فلاح روش تحلیلی برای خمش نامتقارن خطی [۱۲] و غیرخطی [۱۳]، به کمک روش اغتشاشات، ورق‌های دایروی هدفمند با شرایط مرزی ساده و گیردار تحت بارهای مکانیکی و حرارتی ارائه دادند.

1. Laminated composites  
2. Imperfect  
3. Asymmetric

$$I = \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z) dz,$$

$$N_1 = N_r w_{,rr} + N_\theta \left( \frac{1}{r} w_{,r} + \frac{1}{r^2} w_{,\theta\theta} \right) + 2N_{r\theta} \left( \frac{1}{r} w_{,\theta} \right)_{,r}, \quad (6)$$

نیروها و ممان‌های به دست آمده در معادلات (۵) و (۶) به صورت رابطه (۷) معین می‌شوند.

$$(N_r, N_\theta, N_{r\theta}, Q_\theta, Q_r) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_{r\theta}, \sigma_{\theta z}, \sigma_{rz}) dz,$$

$$(M_r, M_\theta, M_{r\theta}) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_{r\theta}) z dz, \quad (7)$$

با استفاده از روابط خطی تنش و کرنش در مواد الاستیک [۱۲]، نیروها و ممان‌ها به شکل رابطه (۸) به دست می‌آیند.

$$N_r = A_1 \varepsilon_r^0 + (A_1 - 2A_2) \varepsilon_\theta^0 - B_1 w_{,rr} - (B_1 - 2B_2) \left( \frac{w_{,\theta\theta}}{r^2} + \frac{w_{,r}}{r} \right),$$

$$N_\theta = (A_1 - 2A_2) \varepsilon_r^0 + A_1 \varepsilon_\theta^0 - (B_1 - 2B_2) w_{,rr} - B_1 \left( \frac{w_{,\theta\theta}}{r^2} + \frac{w_{,r}}{r} \right),$$

$$N_{r\theta} = A_2 \gamma_{r\theta}^0 - 2B_2 \left( \frac{w_{,r\theta}}{r} - \frac{w_{,\theta}}{r^2} \right),$$

$$M_r = B_1 \varepsilon_r^0 + (B_1 - 2B_2) \varepsilon_\theta^0 - D_1 w_{,rr} - (D_1 - 2D_2) \left( \frac{w_{,\theta\theta}}{r^2} + \frac{w_{,r}}{r} \right),$$

$$M_\theta = (B_1 - 2B_2) \varepsilon_r^0 + B_1 \varepsilon_\theta^0 - (D_1 - 2D_2) w_{,rr} - D_1 \left( \frac{w_{,\theta\theta}}{r^2} + \frac{w_{,r}}{r} \right),$$

$$M_{r\theta} = B_2 \gamma_{r\theta}^0 - 2D_2 \left( \frac{w_{,r\theta}}{r} - \frac{w_{,\theta}}{r^2} \right), \quad (8)$$

که در آن‌ها ضرایب سفتی به شکل رابطه (۹) محاسبه می‌شود.

$$(A_1, B_1, D_1) = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E(z)}{1 - \nu^2(z)} (1, z, z^2) dz,$$

$$(A_2, B_2, D_2) = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E(z)}{2(1 + \nu(z))} (1, z, z^2) dz, \quad (9)$$

که  $E$  و  $\nu$ ، مدول یانگ و ضریب پواسون هستند و فرض شده است بر طبق رابطه توانی در (۱) تغییر کنند.

### ۳-۲- فرمول‌بندی مجدد معادلات حاکم

برای ساده‌تر شده معادلات حرکت (۵)، تابع نیرویی  $F(r, \theta)$  را می‌توان به شکل رابطه (۱۰) معرفی کرد.

$$N_r = \frac{1}{r} F_{,r} + \frac{1}{r^2} F_{,\theta\theta}, \quad N_\theta = F_{,rr}, \quad N_{r\theta} = - \left( \frac{1}{r} F_{,\theta} \right)_{,r}, \quad (10)$$

که با استفاده از تعریف بالا، دو رابطه اول معادلات (۵) به شکل دقیق برقرار می‌شوند. علاوه بر آن رابطه دوم (۶) به شکل رابطه (۱۱) تبدیل می‌شود.

$$N_1 = L(w, F) = \left( \frac{1}{r} F_{,r} + \frac{1}{r^2} F_{,\theta\theta} \right) w_{,rr} + F_{,rr} \left( \frac{1}{r} w_{,r} + \frac{1}{r^2} w_{,\theta\theta} \right) - 2 \left( \frac{1}{r} F_{,\theta} \right)_{,r} \left( \frac{1}{r} w_{,\theta} \right)_{,r} \quad (11)$$

$$p(z) = (p_m - p_c) \left( \frac{h - 2z}{2H} \right)^g + p_c, \quad (1)$$

که زیروند  $c$  و  $m$  نشان دهنده سرامیک و فلز هستند و  $g$  اندیس توانی است که مقادیر بزرگتر یا برابر صفر را می‌تواند اختیار کند. در این تحقیق، رابطه (۱) برای مدل کردن مدول یانگ ( $E$ )، ضریب پواسون ( $\nu$ ) و چگالی ( $\rho$ ) ورق هدفمند استفاده خواهد شد.

### ۲-۲- معادلات ارتعاشات غیرخطی

با در نظر گرفتن تئوری کلاسیک ورق‌ها، جابه‌جایی‌ها به صورت رابطه (۲) بیان می‌شوند [۲].

$$u_1(r, \theta, z) = u(r, \theta) - z w_{,r}(r, \theta),$$

$$u_2(r, \theta, z) = v(r, \theta) - \frac{z}{r} w_{,\theta}(r, \theta),$$

$$u_3(r, \theta, z) = w(r, \theta), \quad (2)$$

که در آن  $u$  و  $v$  و  $w$  جابه‌جایی‌های نقاط صفحه میانی ورق را در راستاهای  $r$ ،  $\theta$  و  $z$  نشان می‌دهد، و  $w_{,r}$  و  $w_{,\theta}$  مشتقات  $w$  نسبت به  $r$  و  $\theta$  بیان می‌کند. با جایگذاری معادلات (۲) در روابط الاستیسیته غیرخطی کرنش جابه‌جایی ون کارمن [۱۷]، کرنش‌ها به صورت رابطه‌های (۳) و (۴) به دست می‌آیند.

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r^0 - z w_{,rr},$$

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^0 - z \left( \frac{w_{,\theta\theta}}{r^2} + \frac{w_{,r}}{r} \right),$$

$$\varepsilon_z = 0,$$

$$\gamma_{r\theta} = \gamma_{r\theta}^0 - 2z \left( \frac{w_{,r\theta}}{r} - \frac{w_{,\theta}}{r^2} \right),$$

$$\gamma_{rz} = \gamma_{\theta z} = 0, \quad (3)$$

و

$$\varepsilon_r^0 = u_{,r} + \frac{1}{2} (w_{,r})^2,$$

$$\varepsilon_\theta^0 = \frac{1}{r} (u + v_{,\theta}) + \frac{1}{2r^2} (w_{,\theta})^2,$$

$$\gamma_{r\theta}^0 = \frac{1}{r} (u_{,\theta} - v) + v_{,r} + \frac{1}{r} w_{,r} w_{,\theta}, \quad (4)$$

بر اساس روابط (۳) و (۴)، و با استفاده از اصل همیلتون [۱۷]، و نادیده گرفتن اثر اینرسی دورانی و اینرسی داخل صفحه‌ای (به دلیل زیاد بودن فرکانس‌های طبیعی داخل صفحه‌ای)، معادلات حرکت به شکل (۵) به دست می‌آید.

$$\delta u; \quad N_{r,r} + \frac{1}{r} (N_r - N_\theta) + \frac{1}{r} N_{r\theta,\theta} = 0,$$

$$\delta v; \quad N_{r\theta,r} + \frac{1}{r} N_{\theta,\theta} + \frac{2}{r} N_{r\theta} = 0,$$

$$\delta w_{,r}; \quad M_{r,r} + \frac{1}{r} (M_r - M_\theta) + \frac{1}{r} M_{r\theta,\theta} - Q_r = 0,$$

$$\delta w_{,\theta}; \quad M_{r,r} + \frac{1}{r} (M_r - M_\theta) + \frac{1}{r} M_{r\theta,\theta} - Q_r = 0,$$

$$\delta w; \quad Q_{r,r} + \frac{1}{r} Q_{\theta,\theta} + \frac{1}{r} Q_r + N_1 - \mu \dot{w} + P(r, \theta, t) = I \ddot{w}, \quad (5)$$

که در آن  $P(r, \theta, t)$  نیروی عرضی اعمالی بر سطح صفحه،  $\mu$  ضریب دمپینگ،  $I$  اینرسی عرضی،  $\dot{w}$  و  $\ddot{w}$  نشان دهنده مشتقات مرتبه اول و دوم زمانی هستند و:

$$P = \bar{E}h w_0^3/a^4 \bar{P}, \quad \mu = (2\bar{E}h w_0^2/a^2)\sqrt{I/D\bar{\mu}} \quad (19)$$

که  $w_0$  اندازه جابجایی عرضی ورق می‌باشد و با توجه به مساله مورد بررسی انتخاب می‌گردد. با جایگذاری (۱۹) در معادلات (۱۶) و (۱۷)، و حذف علامت بار<sup>۳</sup> پس از ساده سازی نتیجه می‌دهد:

$$\nabla^2 \nabla^2 w + \ddot{w} = \varepsilon [L(w, F) - 2\mu \dot{w} + P(r, \theta, t)], \quad (20)$$

$$\nabla^2 \nabla^2 F = -\frac{1}{2} L(w, w), \quad (21)$$

که در آن  $\varepsilon = \bar{E}h w_0^2/D$  و شرایط مرزی مساله باید در  $r = 1$  اعمال شوند. باید توجه داشت که معادلات ون کارمن برای جابجایی‌های عرضی به اندازه ضخامت ورق برقرار هستند. در این صورت باید مقدار  $w_0 = h$  را در معادلات قرار داد. در این حالت مقدار  $\varepsilon$  نسبت به واحد بزرگتر می‌شود (برای ماده ایزوتروپیک:  $\varepsilon = 12(1 - \nu^2)$ )، پس عبارات غیر خطی در معادله (۲۰) از عبارات خطی بزرگتر می‌شوند. برای استفاده از روش اغتشاشات نیاز است که جملات غیرخطی از جملات خطی کوچکتر باشند. با انتخاب مقدار  $w_0 = h^2/a$  مقدار  $\varepsilon$  کوچکتر از واحد می‌شود (برای ماده ایزوتروپیک:  $\varepsilon = 12(1 - \nu^2)h^2/a^2$ ). همانطور که در کارهای گذشته ذکر شده است [۱۹]، این تئوری به عنوان توسعه تئوری خطی برای مطالعه پدیده‌های غیرخطی در ارتعاشات ورق‌ها می‌باشد. این روش برای جابجایی‌های عرضی به اندازه  $h^2/a$  پاسخ ورق را به شکل نسبتاً دقیقی بررسی می‌کند.

#### ۲-۵- شرایط مرزی

در این تحقیق شرایط مرزی گیردار<sup>۴</sup> در راستای عرضی و حالت‌های گیردار در راستای داخل صفحه‌ای و همچنین آزاد<sup>۵</sup> در راستای داخل صفحه‌ای را مورد مطالعه قرار داده شده است. لذا برای راستای عرضی در  $r = 1$  شرایط رابطه (۲۲) باید اعمال شود.

$$w = w_{,r} = 0, \quad (22)$$

برای حالتی که در راستای داخل صفحه‌ای شرط مرزی آزاد ( $N_r = N_{r\theta} = 0$ ) وجود داشته باشد از معادله (۱۰) نتیجه گرفته می‌شود:

$$F = F_{,r} = 0, \quad (23)$$

اگر شرط گیردار ( $u = v = 0$ ) در راستای داخل صفحه‌ای وجود داشته باشد، به کمک روابط (۴) و (۱۲) و در نظر داشتن معادلات (۲۲) بعد از ساده سازی رابطه (۲۴) به دست خواهد آمد.

$$F_{,rr} - \nu \left( \frac{F_{,r}}{r} + \frac{F_{,\theta\theta}}{r^2} \right) = 0, \quad (24)$$

$$F_{,rrr} + \frac{F_{,rr}}{r} - \frac{F_{,r}}{r^2} + (2 + \nu) \frac{F_{,r\theta\theta}}{r^2} - (3 + \nu) \frac{F_{,\theta\theta}}{r^3} = 0,$$

در ادامه ابتدا قسمت خطی معادلات برای شرایط مرزی مفروض حل و سپس پاسخ غیرخطی به صورت جمعی از مدهای خطی فرض خواهد شد.

#### ۲-۶- حل قسمت خطی

با در نظر گرفتن قسمت خطی معادلات (۲۰-۳) و (۲۱-۳) و پاسخ هامونیک ارتعاشاتی، معادلات حرکت به شکل روابط (۲۵) و (۲۶) بیان می‌شوند.

$$\nabla^2 \nabla^2 \phi - k^4 \phi = 0, \quad (25)$$

$$\nabla^2 \nabla^2 \psi - \zeta^4 \psi = 0, \quad (26)$$

رابطه بالا در تمامی معادلات غیرخطی ورق و پوسته ون کارمن ظاهر می‌شود [۲] و با نام عملگر ون کارمن<sup>۱</sup> نیز شناخته می‌شود. در ادامه، با حل سه معادله اول (۸) برای  $\varepsilon_\theta^0, \varepsilon_r^0, \gamma_{r\theta}^0$  نتیجه می‌دهد:

$$\varepsilon_r^0 = \frac{A_1}{A} (N_r + N_\theta) - \frac{1}{2A_2} N_\theta + \frac{B_2}{A_2} w_{,rr} - \frac{2\bar{C}}{A} \left( \frac{w_{,\theta\theta}}{r^2} + \frac{w_{,r}}{r} + w_{,rr} \right),$$

$$\varepsilon_\theta^0 = -\frac{1}{2A_2} N_r + \frac{A_1}{A} (N_r + N_\theta) + \frac{B_2}{A_2} \left( \frac{w_{,\theta\theta}}{r^2} + \frac{w_{,r}}{r} \right) - \frac{2\bar{C}}{A} \left( \frac{w_{,\theta\theta}}{r^2} + \frac{w_{,r}}{r} + w_{,rr} \right),$$

$$\gamma_{r\theta}^0 = \frac{1}{A_2} N_{r\theta} + \frac{2B_2}{A_2} \left( \frac{w_{,r\theta}}{r} - \frac{w_{,\theta}}{r^2} \right), \quad (12)$$

که در آن  $\bar{C} = A_1 B_2 - A_2 B_1$  و  $\bar{A} = 4A_2(A_1 - A_2)$  با جایگذاری معادلات (۱۰) در روابط (۱۲) و جایگذاری نتایج به دست آمده از آن در معادله سازگاری کرنش‌ها [۱۸]، معادله  $\varepsilon_{r,\theta\theta}^0 - r\varepsilon_{r,r}^0 - (r\gamma_{r\theta}^0)_{,r\theta} + (r^2\varepsilon_{\theta,r}^0)_r = N_2$  به دست می‌آید.

$$\nabla^2 \nabla^2 F - \frac{2\bar{C}}{A_1} \nabla^2 \nabla^2 w = \frac{\bar{A}}{A_1 r^2} N_2, \quad (13)$$

که در آن  $\nabla^2$  لاپلاسیان<sup>۲</sup> در مختصات قطبی بوده و  $N_2$  از رابطه (۱۴) به دست می‌آید.

$$N_2 = -\frac{r^2}{2} L(w, w) \quad (14)$$

با محاسبه  $Q_r$  و  $Q_\theta$  از معادلات سوم و چهارم (۵) و جایگذاری در معادله آخر آن، بعد از انجام محاسبات و ساده سازی به کمک معادله (۱۳) معادله حرکت ارتعاشی عرضی به شکل رابطه (۱۵) به دست می‌آید.

$$D\nabla^2 \nabla^2 w + I\ddot{w} = N_1 - \frac{2\bar{C}}{A_1 r^2} N_2 - \mu \dot{w} + P(r, \theta, t), \quad (15)$$

که در آن  $D = D_1 - B_1^2/A_1$ ، روابط (۱۳) و (۱۵)، معادلات دینامیکی ارتعاشات غیرخطی ورق‌های نازک هدفمند را در تمامی دستگاه‌های مختصات (به دلیل ظاهر شدن عملگر لاپلاسیان) بیان می‌کنند.

#### ۲-۴- بی‌بعد سازی

در این قسمت به مطالعه ارتعاشات ورق‌های هدفمند با ضریب پواسون ثابت پرداخته می‌شود. در نتیجه مقدار  $\bar{C} = 0$  می‌شود و معادلات (۱۳) و (۱۵) بعد از اعمال معادله (۱۴) و ساده سازی به شکل رابطه (۱۶) به دست می‌آیند.

$$D\nabla^2 \nabla^2 w + I\ddot{w} = L(w, F) - \mu \dot{w} + P(r, \theta, t), \quad (16)$$

$$\nabla^2 \nabla^2 F = -\frac{\bar{E}h}{2} L(w, w), \quad (17)$$

که در آن

$$\bar{E}h = \int_{-h/2}^{h/2} E(z) dz \quad (18)$$

مناسبت آن است که معادلات (۱۶) و (۱۷) به شکل بی‌بعد نوشته شوند. لذا مولفه‌های مساله به شکل بی‌بعد در رابطه (۱۹) تعریف می‌شود.

$$r = a\bar{r}, \quad t = a^2\sqrt{I/D}\bar{t}, \quad w = w_0\bar{w}, \quad F = \bar{E}h w_0^2\bar{F},$$

3. Overbar  
4. Clamped  
5. Free

1. von Karman operator  
2. Laplacian

$$\psi_{mn}^1(r, \theta) = e_{mn} \cos(m\theta)$$

$$J_m(\zeta_{mn}r) \left[ 1 - \left[ \frac{[(1+\nu)(m^2-m) - \zeta_{mn}^2] J_m(\zeta_{mn}) I_m(\zeta_{mn}r)}{\tilde{U} J_m(\zeta_{mn}r)} \right] + \left[ \frac{(1+\nu)\zeta_{mn} J_{m+1}(\zeta_{mn}) I_m(\zeta_{mn}r)}{\tilde{U} J_m(\zeta_{mn}r)} \right] \right]$$

$$\psi_{mn}^2(r, \theta) = g_{mn} \sin(m\theta)$$

$$J_m(\zeta_{mn}r) \left[ 1 - \left[ \frac{[(1+\nu)(m^2-m) - \zeta_{mn}^2] J_m(\zeta_{mn}) I_m(\zeta_{mn}r)}{\tilde{U} J_m(\zeta_{mn}r)} \right] + \frac{(1+\nu)\zeta_{mn} J_{m+1}(\zeta_{mn}) I_m(\zeta_{mn}r)}{\tilde{U} J_m(\zeta_{mn}r)} \right]$$

$$\tilde{U} = [(1+\nu)(m^2-m) + \zeta_{mn}^2] I_m(\zeta_{mn}) - (1+\nu)\zeta_{mn} I_{m+1}(\zeta_{mn}) \quad (34)$$

در پایان نیز برای تعیین ضرایب ثابت  $a_{mn}$  و  $c_{mn}$  برای شکل مدهای عرضی و همچنین  $e_{mn}$  و  $g_{mn}$  برای شکل مدهای داخل صفحه‌ای، از روابط نرمال سازی (۳۵) استفاده خواهد شد.

$$\iint_S [\Phi_{mn}(r, \theta)]^2 ds = 1, \quad \iint_S [\Psi_{mn}(r, \theta)]^2 ds = 1, \quad (35)$$

که در آن  $S = \{(r, \theta), 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi; r, \theta \in R\}$  مساحت ورق دایروی است. تا به اینجا قسمت خطی معادلات برای شرایط مرزی مفروض حل و مقادیر ویژه و شکل مدهای عرضی و داخل صفحه‌ای محاسبه شد.

#### ۲-۷- بسط مودال

معادلات (۲۰) و (۲۱) را می‌توان با بسط  $w$  و  $F$  بر حسب توابع مکانی مناسب به معادلات جدا از هم تبدیل کرد. یکی از مناسب‌ترین توابع فرضی شکل مدهای ارتعاشی قسمت خطی این معادلات است که به شکل دقیق در بخش قبل محاسبه شدند زیرا دارای خاصیت تعامد هستند. در اینجا  $(\omega_{mn}, \Phi_{mn})$  و  $(\zeta_{mn}, \Psi_{mn})$  به ترتیب شکل مدها و مقادیر ویژه عرضی و داخل صفحه‌ای قسمت خطی معادلات حاکم هستند که از روابط (۳۶) و (۳۷) تبعیت می‌کنند.

$$\nabla^2 \nabla^2 \Phi_{mn} - \omega_{mn}^2 \Phi_{mn} = 0 \quad (36)$$

$$\nabla^2 \nabla^2 \Psi_{mn} - \zeta_{mn}^4 \Psi_{mn} = 0 \quad (37)$$

حال  $w$  و  $F$  بر حسب ترکیبی از شکل مدهای عرضی و داخل صفحه‌ای تعریف می‌شوند:

$$w(r, \theta, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_k(r, \theta) q_k(t) \quad (38)$$

$$F(r, \theta, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \Psi_k(r, \theta) \eta_k(t) \quad (39)$$

با جایگذاری معادله (۳۹) در معادله (۲۱) و استفاده از رابطه (۳۷)، با ضرب طرفین در  $\Psi_k$  و انتگرال گیری روی مساحت ورق از طرفین معادله و استفاده از خاصیت تعامد شکل مدها، مقادیر  $\eta_k$  به شکل رابطه (۴۰) به دست می‌آید.

$$\eta_k(t) = -\frac{1}{2\zeta_k^4} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} H_{pq}^k q_p(t) q_q(t) \quad (40)$$

که در آن

که در آن  $k^4 = \omega^2$  و  $\omega$  فرکانس طبیعی سیستم است. حل تحلیلی معادلات با مشتقات جزئی بالا در دستگاه مختصات قطبی را بر اساس توابع بسل<sup>۱</sup> می‌توان بیان نمود [۲۰]:

$$\Phi(r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \Phi_m^1(r, \theta) + \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_m^2(r, \theta),$$

$$\Phi_m^1(r, \theta) = [a_m J_m(kr) + b_m I_m(kr)] \cos(m\theta),$$

$$\Phi_m^2(r, \theta) = [c_m J_m(kr) + d_m I_m(kr)] \sin(m\theta), \quad (27)$$

$$\Psi(r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \Psi_m^1(r, \theta) + \sum_{m=1}^{\infty} \Psi_m^2(r, \theta),$$

$$\Psi_m^1(r, \theta) = [e_m J_m(\zeta r) + f_m I_m(\zeta r)] \cos(m\theta),$$

$$\Psi_m^2(r, \theta) = [g_m J_m(\zeta r) + h_m I_m(\zeta r)] \sin(m\theta), \quad (28)$$

که  $m$  نشان دهنده تعداد قطره‌های صفر در شکل مد است. حال باید شرایط مرزی مساله اعمال شود تا معادله مشخصه سیستم و همچنین شکل مدها محاسبه گردند. پس از اعمال رابطه مرزی (۲۲) در  $r=1$  به پاسخ جابجایی عرضی ورق (۲۷) و ساده سازی معادله مشخصه به شکل رابطه (۲۹) به دست می‌آید.

$$J_m(k) I_{m+1}(k) + J_{m+1}(k) I_m(k) = 0, \quad (29)$$

که با حل آن مقادیر ویژه  $k_{mn}$  محاسبه می‌گردند و برای شکل مدهای عرضی نیز نتیجه می‌دهد:

$$\Phi_{mn}^1(r, \theta) = a_{mn} \left[ J_m(k_{mn}r) - \frac{J_m(k_{mn})}{I_m(k_{mn})} I_m(k_{mn}r) \right] \cos(m\theta),$$

$$\Phi_{mn}^2(r, \theta) = c_{mn} \left[ J_m(k_{mn}r) - \frac{J_m(k_{mn})}{I_m(k_{mn})} I_m(k_{mn}r) \right] \sin(m\theta) \quad (30)$$

به همین طریق، برای شرط مرزی آزاد در راستای داخل صفحه‌ای از روابط (۲۳) معادله مشخصه (۳۱) را می‌توان نتیجه گرفت.

$$J_m(\zeta) I_{m+1}(\zeta) + J_{m+1}(\zeta) I_m(\zeta) = 0, \quad (31)$$

که با حل آن مقادیر ویژه  $\zeta_{mn}$  محاسبه می‌گردند و شکل مدهای داخل صفحه‌ای به شکل رابطه (۳۲) حاصل می‌شوند.

$$\Psi_{mn}^1(r, \theta) = e_{mn} \left[ J_m(\zeta_{mn}r) - \frac{J_m(\zeta_{mn})}{I_m(\zeta_{mn})} I_m(\zeta_{mn}r) \right] \cos(m\theta),$$

$$\Psi_{mn}^2(r, \theta) = g_{mn} \left[ J_m(\zeta_{mn}r) - \frac{J_m(\zeta_{mn})}{I_m(\zeta_{mn})} I_m(\zeta_{mn}r) \right] \sin(m\theta), \quad (32)$$

در نهایت برای شرط مرزی گیردار در راستای داخل صفحه‌ای با استفاده از معادلات (۲۴) و پس از ساده سازی معادله مشخصه (۳۳) برای محاسبه مقادیر ویژه داخل صفحه‌ای به دست می‌آید.

$$I_{m+1}(\zeta) \{ J_m(\zeta) [(1+\nu)^2 m^4 - (1+\nu)(1+\nu+2\zeta^2)m^2 + 2\zeta^2(1+\nu)m + \zeta^4] - 2\zeta^3(1+\nu)J_{m+1}(\zeta) \} + I_m(\zeta) \{ J_{m+1}(\zeta) [(1+\nu)^2 m^4 - (1+\nu)(1+\nu-2\zeta^2)m^2 - 2\zeta^2(1+\nu)m + \zeta^4] - 4m^2\zeta(1+\nu)J_m(\zeta)(m-1) \} = 0, \quad (33)$$

و در نهایت شکل مدها نیز به صورت رابطه (۳۴) بیان می‌شوند.

1. Bessel functions

$$q(t) = q_1(T_0, T_1) + \varepsilon q_2(T_0, T_1) + O(\varepsilon^2), \quad (47)$$

به طوری که  $T_j = \varepsilon^j t$  جایگذاری (47) در (46) و برابر قرار دادن ضرایب با توان برابر  $\varepsilon$  و استفاده از تعریف  $D_j = \partial/\partial T_j$  نتیجه می‌دهد:

$$D_0^2 q_1 + \omega^2 q_1 = 0, \quad (48)$$

$$D_0^2 q_2 + \omega^2 q_2 = -2D_0 D_1 q_1 + \Gamma q_1^3 - 2\mu D_0 q_1 + Q \cos(\Omega t),$$

که با حل معادله اول رابطه زیر حاصل می‌گردد:

$$q_1 = A(T_1) \exp(i\omega T_0) + cc, \quad (49)$$

که در آن  $cc$  نشان دهنده مزدوج مختلط می‌باشد. حال با تعریف پارامتر تنظیم  $\gamma$  به صورت  $\Omega = \omega + \varepsilon\lambda$  و جایگذاری (49) در معادله دوم (48)، شرط حل پذیری<sup>4</sup> زیر منتج می‌شود:

$$-2i\omega(A' + \mu A) + 3\Gamma A^2 \bar{A} + Q \exp(i\lambda T_1) / 2 = 0, \quad (50)$$

که علامت پریم  $(\cdot)' = \partial/\partial T_1$  را نشان می‌دهد. با تعریف قطبی  $A(T_1) = a(T_1) \exp(i\theta(T_1))$  برای حل، سیستم دینامیکی زیر برای دامنه و فاز به دست می‌آید:

$$a' = -\mu a + Q \sin(\gamma) / 4\omega, \quad (51)$$

$$a\gamma' = a\lambda + 3\Gamma a^3 / 2\omega + Q \cos(\gamma) / 4\omega,$$

که  $\gamma = \lambda T_1 - \theta$  ویژگی‌های معادله (51) در کارهای گذشته بسیار کامل مورد مطالعه قرار گرفته است و در بخش عددی نیز مثال‌هایی با توجه به مساله مورد بررسی ارائه شده‌اند.

#### ۹-۲- رزونانس داخلی

در صورتی که شرایط مورد نیاز برای پدیده رزونانس داخلی در فرکانس‌های سیستم وجود داشته باشد ( $\omega_2 \approx \omega_1$  یا  $\omega_2 \approx 3\omega_1$ )، معادله (44) به شکل زیر ساده می‌شود:

$$\ddot{q}_1 + \omega_1^2 q_1 = \varepsilon [\Gamma_{11} q_1^3 + \Gamma_{12} q_2^3 + C_{11} q_1 q_2^2 + C_{12} q_1^2 q_2 - 2\mu \dot{q}_1 + Q_1 \cos(\Omega t)],$$

$$\ddot{q}_2 + \omega_2^2 q_2 = \varepsilon [\Gamma_{21} q_1^3 + \Gamma_{22} q_2^3 + C_{21} q_1 q_2^2 + C_{22} q_2^2 q_1 - 2\mu \dot{q}_2 + Q_2 \cos(\Omega t)], \quad (52)$$

که در آن

$$\Gamma_{11} = -\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(H_{11}^i)^2}{2\zeta_i^4}, \quad \Gamma_{22} = -\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(H_{22}^i)^2}{2\zeta_i^4},$$

$$\Gamma_{12} = -\sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_{22}^i H_{12}^i}{2\zeta_i^4}, \quad \Gamma_{21} = -\sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_{11}^i H_{12}^i}{2\zeta_i^4},$$

$$C_{11} = C_{22} = -2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(H_{12}^i)^2}{2\zeta_i^4} - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_{11}^i H_{22}^i}{2\zeta_i^4},$$

$$C_{12} = 3\Gamma_{21}, \quad C_{21} = 3\Gamma_{12} \quad (53)$$

حال در روش MMS پاسخ‌های زیر فرض می‌گردند:

$$q_1(t) = q_{11}(T_0, T_1) + \varepsilon q_{12}(T_0, T_1) + O(\varepsilon^2),$$

$$q_2(t) = q_{21}(T_0, T_1) + \varepsilon q_{22}(T_0, T_1) + O(\varepsilon^2), \quad (54)$$

سپس جایگذاری کردن روابط (54) در معادلات (52) و برابر قرار دادن ضرایب با توان برابر  $\varepsilon$  نتیجه می‌دهد:

$$D_0^2 q_{11} + \omega_1^2 q_{11} = 0,$$

$$H_{pq}^k = \iint_S \Psi_k L(\Phi_p, \Phi_q) ds / \iint_S \Psi_k^2 ds, \quad (41)$$

حال با قرار دادن معادلات (38) و (39) در معادله (20) و استفاده از معادله (36)، با ضرب طرفین در  $\Phi_k$  و انتگرال گیری روی مساحت ورق از طرفین معادله و استفاده از خاصیت تعامد شکل مدهای عرضی، معادلات زیر برای ضریب مدهای عرضی حاصل می‌شود:

$$\ddot{q}_k(t) + \omega_k^2 q_k(t) = \varepsilon \left[ \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} E_{pq}^k q_p(t) \eta_q(t) - 2\mu \dot{q}_k(t) + Q_k(t) \right] \quad (42)$$

که در آن

$$Q_k(t) = \iint_S P \Phi_k ds / \iint_S \Phi_k^2 ds,$$

$$E_{pq}^k = \iint_S \Phi_k L(\Phi_p, \Psi_q) ds / \iint_S \Phi_k^2 ds, \quad (43)$$

پس معادلات غیرخطی به معادلات (40) و (42) تبدیل شده‌اند که معادلات مرتبه 12 بر حسب  $q_k$  و  $\eta_k$  هستند. به علاوه جایگذاری  $\eta_k$  از رابطه (40) در معادله (42) رابطه (44) را نتیجه می‌دهد.

$$\ddot{q}_k(t) + \omega_k^2 q_k(t) = \varepsilon \left[ \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \Gamma_{pqr}^k q_p(t) q_q(t) q_r(t) - 2\mu \dot{q}_k(t) + Q_k(t) \right], \quad (44)$$

که در آن

$$\Gamma_{pqr}^k = -\sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_{pq}^i E_{ri}^k}{2\zeta_i^4}, \quad (45)$$

مشاهده می‌شود که در معادلات (44) ضرایب مرتبط به معادله داخل صفحه‌ای ( $\eta_k$ ) ظاهر نشده است. لذا، با حل این معادلات و به دست آوردن ضرایب  $q_k(t)$  و جایگذاری در معادله (38)، پاسخ ارتعاشات عرضی سیستم به دست می‌آید.

در ادامه فرض می‌شود که نیروی جانبی  $P(r, \theta, t)$  هارمونیک با فرکانس  $\Omega$  به ورق وارد شده است به طوری که ترم نیرو در معادله (44) از رابطه (43) به شکل  $Q_k(t) = Q_k \cos(\Omega t)$  محاسبه شود. پاسخ دینامیکی ورق را می‌توان بوسیله شکل مدهای که فرکانس طبیعی آنها به فرکانس تحریک نزدیک است و همچنین، به دلیل رابطه غیرخطی، شکل مدهایی که از طریق پدیده رزونانس داخلی تحریک می‌شوند به دست آورد.

#### ۸-۲- ارتعاشات تک مد

در این بخش فرض می‌شود که شرایط رزونانس داخلی وجود نداشته باشد و فرکانس تحریک به فرکانس طبیعی یکی از شکل مدها نزدیک باشد که در این صورت از معادله (44) نتیجه گرفته می‌شود.

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 q(t) = \varepsilon [\Gamma q^3(t) - 2\mu \dot{q}(t) + Q \cos(\Omega t)], \quad (46)$$

که در آن  $H^i = \iint_S \Psi_i L(\Phi, \Phi) ds / \iint_S \Psi_i^2 ds$  و  $\Gamma = -\sum_{i=1}^{\infty} (H^i)^2 / 2\zeta_i^4$  حال از تقریب مرتبه اول در روش اغتشاشات<sup>5</sup> MMS<sup>5</sup> [۱] استفاده می‌شود.

3. complex conjugate  
4. detuning  
5. solvability condition

1. Quadratic  
2. method of multiple scale

ماده هدفمند و همچنین دامنه و فرکانس تحریک هارمونیک خارجی بر پدیده رزونانس داخلی است. در ادامه‌ی بحث، ورق دایروی مورد مطالعه از جنس آلومینیوم-آلمینا<sup>۲</sup> با خواص مکانیکی و فیزیکی ( $\alpha = 1 \text{ m}$ ,  $h = 0.01 \text{ m}$ )، آلومینیوم ( $\nu = 0.3$ ,  $\rho_m = 2700 \text{ kg/m}^3$ ,  $E_m = 70 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ )، آلومینا ( $\nu = 0.3$ ,  $\rho_c = 3950 \text{ kg/m}^3$ ,  $E_c = 380 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ ) کد ریاضی مربوطه در نرم افزار Maple نوشته شده است تا با استفاده از آن مقادیر ویژه و مدهای ارتعاشی عرضی و داخل صفحه‌ای و ضرایب غیرخطی محاسبه و همچنین نقاط سکون<sup>۳</sup> و شرایط وجود رزونانس داخلی یافت شود. سپس با معرفی این نتایج و سیستم دینامیکی در نرم‌افزار matcont پاسخ پایدار<sup>۴</sup> ورق و اثرات تغییر پارامترهای دامنه و تنظیم نیرو بر دامنه نوسانات مورد مطالعه قرار گرفته است. همگرایی نتایج عددی برای محاسبه ضرایب غیرخطی به شیوه سعی و خطا بررسی شده، و استفاده از حداکثر ۸ فرکانس اول شکل مدهای متقارن محوری و ۸ فرکانس از شکل مدها با تعداد قطرهای صفر دوبرابر فرکانس عرضی مورد مطالعه [۸]، برای محاسبه ضرایب غیرخطی ارائه شده کافی است.

قبل از ارائه نتایج اصلی، باید نتایج این پروژه با سایر تحقیقات انجام شده و یا نرم افزارهای المان محدود مقایسه و صحت سنجی شود. بنابراین، نتایج ۱۰ فرکانس طبیعی (Hz) اول به ازای  $g = 1.5$  و شرط مرزی گیردار ورق دایروی ( $H = 0.01 \text{ m}$ ,  $a = 1 \text{ m}$ ) و همچنین نتایج به دست آمده از مدل المان محدود توسط نرم‌افزار آباکوس<sup>۵</sup> در جدول ۱ آورده شده است. تطابق خوبی بین نتایج تحلیلی و نتایج محاسبه شده به روش المان محدود دیده می‌شود. قابل توجه است که برای مدل سازی و شبکه بندی ورق هدفمند در نرم افزار آباکوس حداکثر از ۱۵۰۰ المان S8R5 (eight node doubly curved thin shell) و همچنین ۲۰ لایه به صورت ورق کامپوزیت در قسمت section استفاده شده است. برای ورق هدفمند با  $g = 5$  تغییرات خواص مکانیکی در راستای ضخامت بیشتر از حالت  $g = 1$  است و به همین دلیل نتایج المان محدود اختلاف بیشتری با نتایج تحلیلی دارد. بنابراین با افزایش نرخ تغییرات ماده، نیاز است که لایه‌های بیشتری فرض شود تا نتایج المان محدود دقت بهتری داشته باشد.

جدول ۱ صحت سنجی نتایج فرکانس طبیعی با نرم افزار المان محدود

$n_1$	$n_2$	محاسبه شده المان محدود	محاسبه شده المان محدود
۱	۰	۳۷/۱۴۳	۳۷/۱۳۵
۱	۱	۷۷/۲۸۲	۷۷/۲۸۳
۱	۲	۱۲۶/۷۴	۱۲۶/۷۸
۲	۰	۱۴۴/۵۲	۱۴۴/۵۷
۱	۳	۱۸۵/۴۰	۱۸۵/۵۰
۲	۱	۲۲۰/۹۷	۲۲۱/۱۲
۱	۴	۲۵۳/۰۲	۲۵۳/۲۴
۲	۲	۳۰۷/۱۱	۳۰۷/۴۶
۳	۰	۳۲۳/۵۴	۳۲۳/۹۰
۱	۵	۳۲۹/۴۷	۳۲۹/۸۴

2. Aluminum-Alumina  
3. Fixed points  
4. Steady state  
5. Abaqus

$$D_0^2 q_{21} + \omega_1^2 q_{21} = 0, \quad (55)$$

$$D_0^2 q_{12} + \omega_1^2 q_{12} = -2D_0 D_1 q_{11} + \Gamma_{11} q_{11}^3 + \Gamma_{12} q_{21}^3 + C_{11} q_{11} q_{21}^2 + C_{12} q_{11}^2 q_{21} - 2\mu D_0 q_{11} + Q_1 \cos(\Omega t),$$

$$D_0^2 q_{22} + \omega_1^2 q_{22} = -2D_0 D_1 q_{21} + \Gamma_{21} q_{11}^3 + \Gamma_{22} q_{21}^3 + C_{21} q_{11} q_{21}^2 + C_{22} q_{11}^2 q_{21} - 2\mu D_0 q_{21} + Q_2 \cos(\Omega t), \quad (56)$$

حل معادلات (۵۵) به شکل زیر می‌شود:

$$q_{11} = A_1(T_1) \exp(i\omega_1 T_0) + cc,$$

$$q_{21} = A_2(T_1) \exp(i\omega_2 T_0) + cc \quad (57)$$

در ورق‌های دایروی و در حالتی که حداقل یک قطر صفر وجود داشته باشد ( $m = 1, 2, \dots$ )، به ازای هر فرکانس طبیعی دو شکل مد با اختلاف فاز ۹۰ درجه وجود دارد (شکل مدهای عرضی (۳۰)). در حالت ورق واقعی به دلیل وجود اجتناب ناپذیر نقصان<sup>۱</sup> در هندسه و ساخت، نشان داده شده که مقادیر فرکانس طبیعی اندکی با هم متفاوت خواهند شد و شکل مدها نسبت به حالت تئوری اندکی چرخیده و دیگر ۹۰ درجه اختلاف فاز را دقیق ایجاد نمی‌کنند [۶]. بنابراین در ادامه حالت  $\omega_2 \approx \omega_1$  برای بررسی پدیده رزونانس داخلی در نظر گرفته می‌شود. با تعریف پارامتر تنظیم برای اختلاف فرکانس‌ها به صورت  $\omega_2 = \omega_1 + \varepsilon\sigma$ ، و اگر اختلاف فرکانس نیرو نسبت به فرکانس بزرگتر به شکل  $\Omega = \omega_2 + \varepsilon\lambda$  تعریف گردد و این دو را همراه با روابط (۵۷) در معادلات (۵۶) قرار داده شوند، شرایط حل‌پذیری (۵۸) حاصل می‌شوند.

$$\begin{aligned} -2i\omega_1(A_1' + \mu A_1) + 3\Gamma_{11}A_1^2\bar{A}_1 + 3\Gamma_{12}A_2^2\bar{A}_2 \exp(i\sigma T_1) \\ + C_{11}A_2[2A_1\bar{A}_2 + \bar{A}_1A_2 \exp(2i\sigma T_1)] \\ + C_{12}A_1 \exp(-i\sigma T_1)[A_1\bar{A}_2 \\ + 2\bar{A}_1A_2 \exp(2i\sigma T_1)] = 0, \\ -2i\omega_2(A_2' + \mu A_2) + 3\Gamma_{22}A_2^2\bar{A}_2 + 3\Gamma_{21}A_1^2\bar{A}_1 \exp(-i\sigma T_1) \\ + C_{22}A_1[2\bar{A}_1A_2 + A_1\bar{A}_2 \exp(-2i\sigma T_1)] \\ + C_{21}A_2 \exp(-i\sigma T_1)[\bar{A}_1A_2 \exp(2i\sigma T_1) \\ + 2A_1\bar{A}_2] + Q_2 \exp(i\lambda T_1) / 2 = 0, \quad (58) \end{aligned}$$

با استفاده از تعریف قطبی ( $A_1(T_1) = a_1(T_1) \exp(i\theta_1(T_1))$ ) و  $A_2(T_1) = a_2(T_1) \exp(i\theta_2(T_1))$  و با معرفی  $\gamma_1 = \sigma T_1 + \theta_2 - \theta_1$  و انجام عملیات ریاضی در نهایت سیستم دینامیکی طبق رابطه (۵۹) به دست می‌آید.

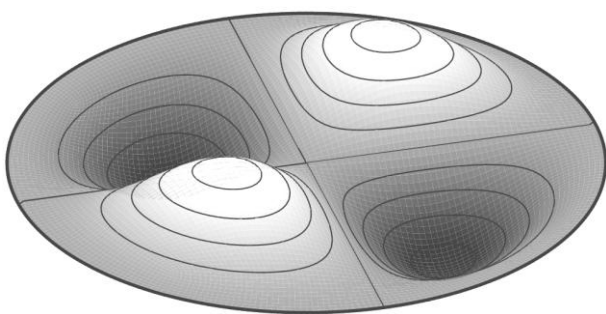
$$\begin{aligned} a_1' &= -\mu a_1 + [3\Gamma_{12}a_2^3 \sin(\gamma_1) + C_{11}a_1a_2^2 \sin(2\gamma_1) \\ &\quad + C_{12}a_1^2a_2 \sin(\gamma_1)] / 2\omega_1, \\ a_1\theta_1' &= \{-3\Gamma_{11}a_1^3 - 3\Gamma_{12}a_2^3 \cos(\gamma_1) - C_{11}a_1a_2^2[2 + \cos(2\gamma_1)] \\ &\quad - 3C_{12}a_1^2a_2 \cos(\gamma_1)\} / 2\omega_1, \\ a_2' &= -\mu a_2 + [-3\Gamma_{21}a_1^3 \sin(\gamma_1) - C_{22}a_1^2a_2 \sin(2\gamma_1) \\ &\quad - C_{21}a_1a_2^2 \sin(\gamma_1) + Q_2 \sin(\gamma_2) / 2] / 2\omega_2, \\ a_2\theta_2' &= \{-3\Gamma_{22}a_2^3 - 3\Gamma_{21}a_1^3 \cos(\gamma_1) - C_{22}a_1^2a_2[2 + \cos(2\gamma_1)] \\ &\quad - 3C_{21}a_1a_2^2 \cos(2\gamma_1) - Q_2 \cos(\gamma_2) / 2\} / 2\omega_2 \quad (59) \end{aligned}$$

### ۳- نتایج عددی

برای آنکه بتوان دید بهتری از ماهیت و چگونگی رفتار پاسخ بدست آمده داشت، در این قسمت به ارائه چند نمونه از نتایج عددی پرداخته می‌شود. هدف اصلی این بخش بررسی اثرات شرایط مرزی داخل صفحه‌ای و تغییرات

1. Imperfection

سرامیک ( $g = \infty$ ) تبدیل می‌شود و در نتیجه فرکانس‌های طبیعی سیستم افزایش خواهند یافت (توجه به جدول (۱) و همچنین روابط بی بعد سازی (۱۹)). بنابراین برای مطالعه اثر تغییرات ماده بر رفتار بی بعد ورق‌های هدفمند، اثرات تغییر ضریب تنظیم نیز باید بررسی شود. در ادامه پدیده رزونانس داخلی برای شکل مد ( $m = 2, n = 1$ ) مطالعه خواهد شد (شکل ۴). در چنین وضعیتی که دو فرکانس با هم برابر هستند از روابط بخش ۲-۷ به راحتی می‌توان نشان داد ضرایب غیرخطی  $\Gamma_{12} = \Gamma_{21} = C_{12} = C_{21} = 0$  و همچنین  $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} = C_{11} = C_{22} = \Gamma$ ، که مقادیر  $\Gamma$  در جدول ۲ به ازای شرایط مرزی مفروض آورده شده است [۸]. عدد ثابت  $\varepsilon\sigma = 0.01$  برای مدل سازی اختلاف فرکانسی در نظر گرفته شده و تمامی شکل‌های بعدی در این بخش بر اساس چنین فرضی ترسیم شده‌اند.



شکل ۴ شکل مد ( $m = 2, n = 1$ )

شکل ۵ و ۶ تغییرات دامنه نوسانات و شرایط تحریک شکل مد اول از طریق انتقال انرژی داخلی را بر حسب تغییرات فرکانس و دامنه نیرو نمایش می‌دهند. پاسخ کوپل<sup>۲</sup> روی شکل‌ها با علائم ریاضی مربوطه و پاسخ‌های ناپایدار با خط چین مشخص شده‌اند. در همه حالت‌ها ضریب دمپینگ  $\mu = 0.05$  و  $Q_2 = 60$  در شکل ۵ و  $\lambda = 20$  در شکل ۶ فرض گردیده است. از شکل مشخص است که مقادیر جابجایی عرضی ورق برای شرط مرزی گیردار-گیردار کوچکتر از شرط مرزی گیردار-آزاد می‌باشد. درگیر بودن مرز در راستای داخلی صفحه‌ای و کوپل بودن جابجایی عرضی و جابجایی صفحه‌ای علت چنین رفتاری است. در حالت پاسخ کوپل، از طریق انتقال انرژی داخلی از مد با فرکانس بالاتر به مد با فرکانس کوچکتر، شکل مد اول دامنه ارتعاشی بزرگتری نسبت به شکل مد دوم پیدا می‌کند. این خود نشان دهنده اهمیت بسیار بالای بررسی پدیده‌های غیرخطی در سازه‌های مکانیکی می‌باشد. در هر دو حالت تغییرات با فرکانس و دامنه نیرو مقدار جابجایی شکل مد دوم روند افزایشی دارد اما شکل مد اول با افزایش دامنه نیرو روند کاهشی از خود نشان می‌دهد تا اینکه مقدار آن از مقدار دامنه شکل مد دوم کمتر می‌شود.

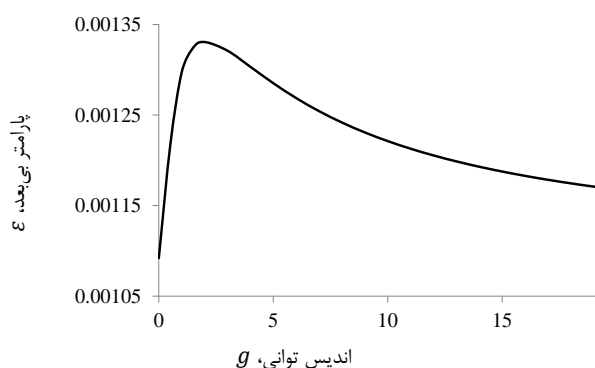
همچنین به ازای  $Q_2$  برابر، شرط مرزی گیردار-گیردار نسبت به شرط مرزی گیردار-آزاد در دامنه وسیع‌تری از اختلاف فرکانس نیرو دارای پاسخ کوپل می‌باشد که در شکل ۷ این قضیه بهتر دیده می‌شود. شکل ۷ مکان هندسی نقاط حدی<sup>۳</sup> را برای ضرایب دمپینگ  $\mu = 0.01, 0.05, 0.1, 0.2$  مشخص می‌کند. به ازای هر مقدار دامنه نیرو ( $Q_2$ ) دو مقدار اختلاف فرکانس ( $\lambda$ ) وجود دارد که فاصله فرکانسی بین این دو نقطه پاسخ کوپل برای سیستم وجود دارد.

همچنین به منظور صحت سنجی ضرایب غیرخطی  $\Gamma$ ، جدول ۲ نتایج محاسبه شده برای ورق ایزوتروپیک ( $\nu = 0.3$ ) و شرایط مرزی داخلی صفحه‌ای گیردار (گیردار-گیردار) و آزاد (گیردار-آزاد) را همراه با نتایج ارائه شده در مرجع [۱۸] نشان می‌دهد. وجود همگرایی خوب در نتایج نشان دهنده صحت مقادیر محاسبه شده در این تحقیق می‌باشد. علاوه، از مقایسه نتایج محاسبه شده برای ضرایب غیرخطی دو شرط مرزی داخلی صفحه‌ای فرض شده می‌بینیم که با زیاد شدن محدودیت<sup>۱</sup> مرزی در حالت گیردار داخلی صفحه‌ای، مقادیر این ضرایب نیز زیاد می‌شود. در واقع وجود محدودیت جابجایی در راستای داخلی صفحه‌ای موجب افزایش محدودیت برای جابجایی عرضی و در نتیجه افزایش اثر عوامل غیرخطی می‌گردد.

جدول ۲ صحت سنجی ضرایب غیرخطی  $\Gamma$  با مرجع [۱۸]

گیردار-گیردار		گیردار-آزاد		$\eta_1$	$\eta_2$
محاسبه شده	مرجع [۱۸]	محاسبه شده	مرجع [۱۸]		
-۸/۳۳۱۸	-۸/۳۳۳۳	-۲/۱۷۶۸	-۲/۱۷۶۸	۱	۰
-۵۹/۸۶۳	-۵۹/۸۶۳	-۱۷/۲۲۴	-۱۷/۲۲۴	۱	۱
-۱۵۴/۹۰	-۱۵۴/۸۹	-۴۷/۳۰۴	-۴۷/۳۰۴	۱	۲
-۲۸۸/۲۰	-۲۸۸/۲۰	-۱۶۱/۱۲	-۱۶۱/۱۲	۲	۰
-۳۶۶/۸۸	-۳۶۶/۸۸	-۱۲۹/۸۹	-۱۲۹/۸۹	۱	۳
-۸۱۰/۶۱	-۸۱۰/۶۱	-۳۸۴/۶۸	-۳۸۴/۶۸	۲	۱
-۷۵۸/۵۱	-۷۵۸/۵۱	-۳۰۳/۸۳	-۳۰۳/۸۳	۱	۴

شکل ۳ تاثیر تغییرات اندیس توانی بر پارامتر بی بعد  $\varepsilon$  را نشان می‌دهد. از شکل مشخص است که به ازای  $g = 0, \infty$  که ورق به طور کامل ایزوتروپیک (فلز یا سرامیک) می‌شود مقدار  $\varepsilon = 0.001092$  کمترین، و برای حالت  $g = 2$  بیشترین مقدار  $\varepsilon = 0.001331$  را داراست.



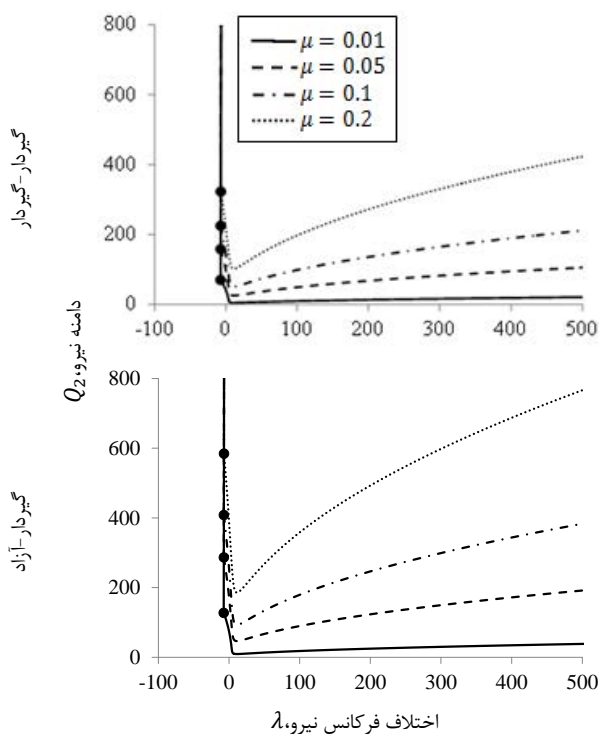
شکل ۳ تغییرات  $\varepsilon$  بر حسب اندیس توانی

برای یک ورق با هندسه ثابت اختلاف بین دو فرکانس طبیعی بی بعد آن عددی ثابت است (به دلیل حل معادلات بی بعد (۲۰) و (۲۱))، که در نتیجه مقدار  $\varepsilon\sigma$  به کار رفته در بخش ۹-۲ نیز عددی ثابت می‌شود. بنابراین، تغییر جنس ورق موجب تغییرات در ضریب  $\varepsilon$  شده و در نتیجه عدد  $\sigma$  به کار رفته برای پارامتر تنظیم عوض خواهد شد. البته این نکته را هم باید در نظر داشت که در حالت با بعد با زیاد شدن اندیس توانی، جنس ورق از فلز ( $g = 0$ ) به

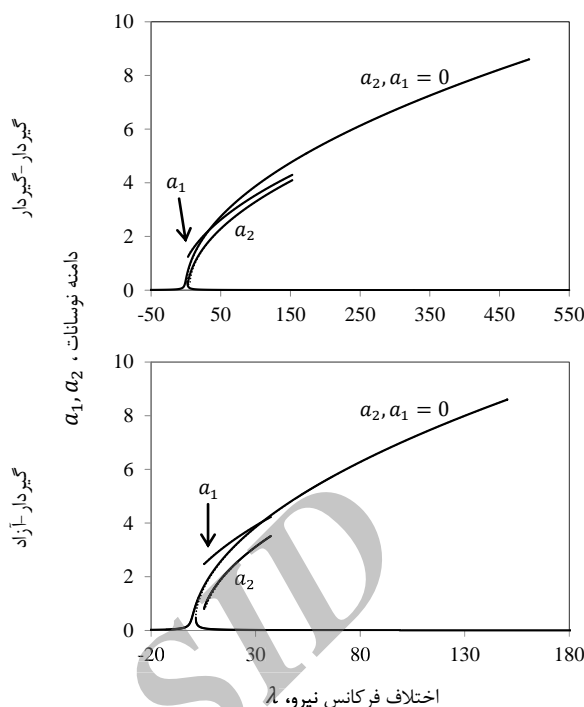
2. Coupled  
3. Limit points

5. Constraint





شکل ۷ مکان هندسی نقاط حدی



شکل ۸ تغییرات دامنه نوسانات با تغییرات فرکانس نیرو

یعنی به ازای دامنه نیروی معین (بالتر از نقاط) و با افزایش فرکانس نیرو، از مقدار مشخص  $\lambda$  به بعد، دامنه مد اول از صفر شروع به افزایش می‌کند، برخلاف دامنه نیروهای کم (پایین‌تر از نقاط) که در ابتدایی‌ترین نقطه شروع پدیده رزونانس داخلی مقدار جابجایی عرضی مد اول صفر نمی‌باشد (شکل ۵ و ۶).

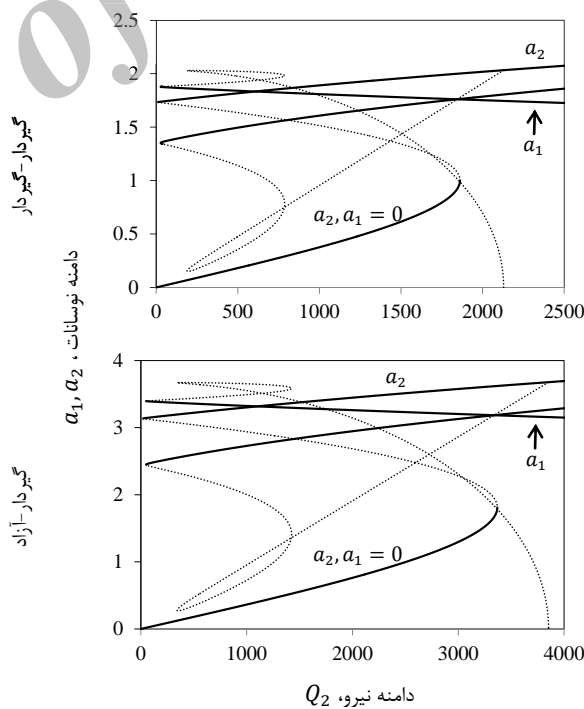
علاوه بر این، با افزایش ضریب دمپینگ حداقل نیروی مورد نیاز برای ایجاد رزونانس داخلی افزایش می‌یابد و دامنه فرکانسی که در آن رزونانس داریم نیز کوچکتر می‌شود. با مقایسه دو شرط مرزی دیده می‌شود که احتمال وقوع رزونانس داخلی برای حالت گیردار داخل صفحه‌ای به مراتب بیشتر از حالت آزاد داخل صفحه‌ای می‌باشد.

شکل ۸ تغییرات دامنه نوسانات با تغییرات پارامتر تنظیم فرکانس طبیعی ( $\sigma$ ) را نشان می‌دهد. همانطور که قبلاً ذکر شد، به دلیل ثابت بودن  $\varepsilon\sigma$  تغییر کردن ضریب  $\varepsilon$  با جنس ماده، پارامتر  $\sigma$  تغییر خواهد کرد. از شکل مشخص می‌شود که با کم شدن  $\sigma$  (افزایش  $\varepsilon$ ) دامنه جابجایی عرضی مد دوم افزایش و مد اول کاهش می‌یابد.

پس برای اندیس توانی  $g = 2$ ، که بیشترین مقدار  $\varepsilon$  را داراست، پاسخ مد اول و دوم به هم نزدیکتر هستند. این نتیجه از بررسی حالت بی‌بعد به دست آمده است و البته می‌دانیم که افزایش اندیس توانی باعث افزایش فرکانس‌های طبیعی و همچنین با توجه به ثابت فرض کردن  $Q_2$  در این مطالعه، باعث افزایش نیروی خارجی بعد دار ( $P$ ) خواهد شد. پس در حالت بعد دار عملاً دامنه و فرکانس نیروی خارجی وارده نیز تغییر می‌کند.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش یک مدل ریاضی براساس تئوری کلاسیک ورق‌ها و فرضیات ون کارمن برای بررسی ارتعاشات غیرخطی ورق‌های هدفمند ارائه شد.

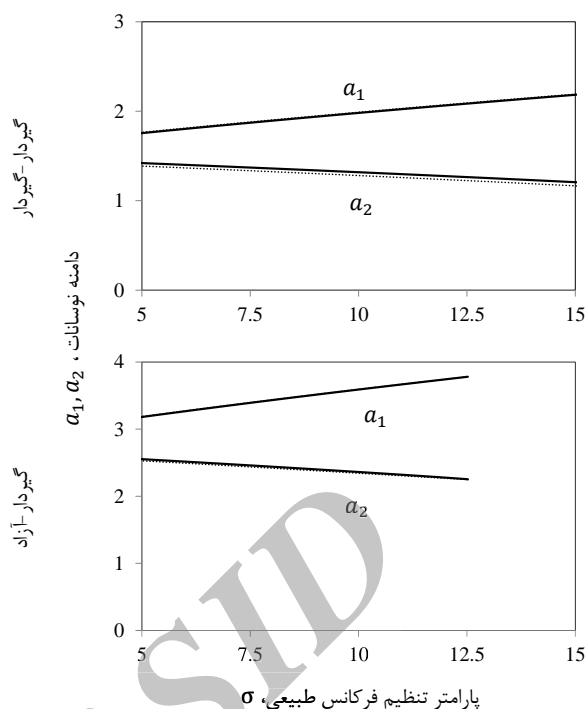


شکل ۹ تغییرات دامنه نوسانات با تغییرات دامنه نیرو

نقاط دایره‌ای روی نمودارها حداکثر مقدار نیرو و فرکانسی را مشخص می‌کنند که با ازای آن دامنه نوسانات مد تحریک شده از طریق رزونانس داخلی بر روی شاخه سمت چپی منحنی‌ها صفر نشده است. برای دامنه نیروهای بیشتر مکان هندسی شاخه سمت چپ، مقدار جابجایی مد اول را صفر می‌دهد.

Sound and Vibration, Vol. 258, No. 4, pp. 649-676, 2002.

- [9] Thomas, O. Touze, C. and Chaigne, A., "Asymmetric Non-Linear Forced Vibrations of Free-Edge Circular Plates. Part II: Experiments," Journal of Sound and Vibration, Vol. 265, No. 5, pp. 1075-1101, 2003.
- [10] Lee, W.K. and Yeo, M.H., "Non-Linear Interactions in Asymmetric Vibrations of a Circular Plate," Journal of Sound and Vibration, Vol. 263, No. 5, pp. 1017-1030, 2003.
- [11] Gunes R. and Reddy J.N., "Nonlinear Analysis of Functionally Graded Circular Plates Under Different Loads and Boundary Conditions," International Journal of Structural Stability and Dynamics, Vol. 8, No. 1, pp. 131-59, 2008.
- [12] Nosier, A. and Fallah, F., "Reformulation of Mindlin-Reissner Governing Equations of Functionally Graded Circular Plates," Acta Mechanica, Vol. 198, No. (3-4), pp. 209-33, 2008
- [13] Fallah, F. and Nosier, A., "Nonlinear Behavior of Functionally Graded Circular Plates with Various Boundary Supports Under Asymmetric Thermo-Mechanical Loading," Composite Structures, Vol. 94, No. 9, pp. 2834-2850, 2012.
- [14] Allahverdizadeh, A., Naei, M.H. and Rastgo, A., "The Effects of Large Vibration Amplitudes on the Stresses of Thin Circular Functionally Graded Plates," International Journal of Mechanics and Materials in Design, Vol. 3, No. 2, pp. 161-174, 2006.
- [15] Hu, Y. and Zhang, Z., "The Bifurcation Analysis on the Circular Functionally Graded Plate with Combination Resonances," Nonlinear Dynamics, Vol. 67, No. 3, pp. 1779-1790, 2012.
- [16] Amini, M.H., Soleimani, M., Altafi, A. and Rastgo, A., "Effects of Geometric Nonlinearity on Free and Forced Vibration Analysis of Moderately Thick Annular Functionally Graded Plate," Mechanics of Advanced Materials and Structures, Vol. 20, No. 9, pp. 709-720, 2013.
- [17] Fung, Y.C. and Tong, P., "Classical and Computational Solid Mechanics," World Scientific, New Jersey, 2001.
- [18] Nayfeh, A.H. and Pai, P.F., "Linear and Nonlinear Structural Mechanics," John Wiley and Sons Ltd, United Kingdom, 2004.
- [19] Sridhar, S. Mook, D.T. and Nayfeh, A.H., "Nonlinear Resonances in the Forced Responses of Plates. Part II: Asymmetric Responses of Circular Plates," Journal of Sound and Vibration, Vol. 59, No. 22, pp. 159-170, 1978.
- [20] Rao, S.S., "Vibration of Continuous Systems," John Wiley and Sons, Hoboken, 2007.



شکل ۸ تغییرات دامنه نوسانات با تغییرات پارامتر تنظیم فرکانس طبیعی

سیس قسمت مکانی معادلات غیرخطی حاکم به روش تحلیلی در دستگاه مختصات قطبی برای شرایط مرزی گیردار-گیردار و گیردار-آزاد بر اساس توابع بسط حل شدند. از روش اغتشاشات MMS برای حل معادلات زمانی غیرخطی حاصله استفاده گردید و در حالات  $\omega_1 \approx \omega_2$  پدیده رزونانس داخلی و شرایط بوجود آمدن آن مورد مطالعه قرار گرفت. تاثیر دامنه و فرکانس نیروی اعمالی و همچنین تغییرات کسر حجمی ماده هدفمند بر رفتار ارتعاشی ورق دایروی و بیضوی مفروض بررسی شد. به طور مشخص مشاهده شد که در حالت پاسخ کوپل از طریق انتقال انرژی داخلی از مد با فرکانس بالاتر به مد با فرکانس کوچکتر، دامنه نوسانات مد اول بزرگتر از دامنه نوسانات مد دوم می‌شود. همچنین، با افزایش ضریب دمپینگ حداقل نیروی مورد نیاز برای ایجاد پدیده رزونانس داخلی افزایش می‌یابد. بعلاوه، احتمال وقوع رزونانس داخلی برای شرط مرزی گیردار-گیردار به مراتب بیشتر از شرط مرزی گیردار-آزاد می‌باشد. در نهایت، با افزایش  $\varepsilon$  (کاهش  $\sigma$ )، دامنه جابجایی عرضی مد دوم افزایش و مد اول کاهش پیدا می‌کند.

#### ۵- مراجع

- [1] Nayfeh, A.H. and Mook, D.T., "Nonlinear Oscillations," New York, John Wiley and Sons, 1979.
- [2] Chia, C.Y., "Nonlinear Analysis of Plates," Mc Graw Hill, New York, 1980.
- [3] Koizumi, M., "The Concept of FGM," Ceramic Transactions, Functionally Gradient Materials, Vol. 34, pp. 3-10, 1993.
- [4] Miyamoto, Y., "Functionally Graded Materials: Design, Processing, and Applications," Dordrecht, Netherlands, Kluwer Academic Publications, 1999.
- [5] Leissa, A.W., "Vibration of Plates," NASA SP-160, U.S. Government Printing Office, Washington DC, USA, 1969.
- [6] Tobias, S.A., "Free Undamped Non-Linear Vibrations of Imperfect Circular Disks," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol. 171, No. 1, pp. 691-715, 1957.
- [7] Williams, C.J.H. and Tobias, S.A., "Forced Undamped Non-Linear Vibrations of Imperfect Circular Disks," Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 5, No. 4, pp. 325-335, 1963.
- [8] Touze, C. Thomas, O. and Chaigne, A., "Asymmetric Non-Linear Forced Vibrations of Free-Edge Circular Plates. Part I: Theory," Journal of



## بررسی تأثیر امپدانس و ضخامت لایه‌های متفاوت بر خیز لایه هدف در سیستم‌های زرهی لایه‌بندی شده تحت بارگذاری انفجاری با استفاده از روش تحلیل عددی

علی اصلانی<sup>۱</sup>، جمال زمانی اشانی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۲- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

\* تهران، صندوق پستی ۴۳۳۴-۱۹۹۹۱، zamani@kntu.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت: آذر ۹۳	سازه‌های چند لایه به‌طور گسترده با هدف ایجاد ساختاری مقاوم در برابر بارگذاری دینامیک مورد استفاده قرار گرفته‌اند. رفتار سازه‌های چند لایه در نرخ کرنش بالا و تأثیر آن‌ها بر میرایی موج شوک و خیز لایه هدف مواردی هستند که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته‌اند. اثر ضخامت لایه‌های سرامیکی، آلومینیومی و فولادی بر خیز لایه هدف، به‌صورت عددی، مورد تحقیق قرار گرفته و مدل ریاضی برای خیز لایه هدف ارائه شده است. برای شبیه‌سازی عددی از نرم افزار LS-DYNA بهره گرفته و از مدل‌های مادی جانسون-هولمکوئیست و جانسون-کوک به‌ترتیب برای مدل‌سازی سرامیک و فلز استفاده شده است. سازه‌های ترکیبی دو لایه و سه لایه با ثابت نگه‌داشتن ضخامت کل قسمت لایه‌بندی شده، شبیه‌سازی و تأثیر آن‌ها بر میزان خیز لایه هدف مطالعه شده است. با توجه به مهم بودن فاکتور وزن در ایجاد یک سازه زرهی، برای مقایسه بهتر سازه‌های چند لایه از نسبت سفتی به وزن استفاده شده و مقایسه بین این موارد انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد که استفاده از دو لایه سرامیک در اطراف لایه فلزی باعث افزایش نسبت سفتی به وزن سازه شده و در نتیجه کارایی سیستم زرهی را افزایش می‌دهد. در نهایت، با توجه به نتایج مراحل قبل سیستم چهار لایه متشکل از ترکیب سرامیک و فلز پیشنهاد شده است که علاوه بر داشتن کارایی بهتر در کاهش خیز لایه هدف، وزن کمتری را نیز دارد. در این سیستم از الگوی کاهشی امپدانس در لایه‌ها استفاده شده که تأثیر مثبتی بر کارایی سازه زرهی داشته است.
پذیرش: دی ۹۳	
کلیدواژگان:	
سازه زرهی چندلایه	
بارگذاری دینامیک	
LS-DYNA	
شبیه‌سازی عددی	
نرخ کرنش بالا	

## A numerical analysis on effect of impedance and thickness of various layers on deflection of target plate in layered armor systems under explosive loading

Ali Aslani, Jamal Zamani Ashani\*

Department of Mechanical Engineering, K.N.Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

\*P.O.B. 19991-43344, zamani@kntu.ac.ir

### Keywords

Multi-layered Armor,  
Dynamic Loading,  
LS-DYNA, Numerical  
Simulation,  
High Strain Rate

### Abstract

Multi-layer structures have been widely used for producing resistant structures under dynamic loads. In this article, behavior of multi-layer structures at high strain rates, their effect on the shock wave attenuation and deflection of target layer are investigated. The effect of the thickness of SiC, Al6061 and RHA steel on deflection of target layer was investigated numerically; and mathematical modeling was applied for target layer deflection. LS-DYNA software was used for simulation. The Johnson-Cook and Johnson-Holmquist material models were used for modeling of ceramics and metals, respectively. Two-layer and three-layer composite structures with a constant total thickness of layered system were simulated and their impact on the target layer deflection were studied. Due to the importance of weight factor in creation of a multi-layer armor, for better comparison of multi-layer structures, the stiffness to weight ratio was used. The results show that using two ceramic layers around metal layer increases the stiffness to weight ratio of the structure and improves armored system performance. Consequently, a four-layer system consisting of a combination of ceramics and metals was suggested which has a less weight and better performance. In this system, a reduction pattern for acoustic impedance is used which has positive impact on the performance of armored structure.

Please cite this article using:

Aslani, A. and Zamani Ashani, J., "A numerical analysis on effect of impedance and thickness of various layers on deflection of target plate in layered armor systems under explosive loading" Journal of Science and Technology of Composite, Vol. 1, No. 2, pp. 11-20, 2015.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

۱- مقدمه

سیستم‌های زرهی به طور سنتی از یک لایه متشکل از ورق فولادی با مقاومت بسیار بالا تشکیل شده‌اند [۱-۴]. با این وجود خواسته‌ها در مورد تولید سازه‌های چند لایه با حداکثر محافظت بالستیک با کمترین وزن روبه افزایش است. در سال‌های گذشته سرامیک‌ها و پلیمرها به طور گسترده‌ای در تولید زره‌های محافظتی به کار گرفته شده‌اند [۵، ۶]. زره‌های ترکیبی (کامپوزیتی)، که به عنوان سیستم‌های زرهی چند لایه شناخته می‌شوند، از یک لایه سخت سرامیکی برای مقابله با ضربه و یک ورق پستی از جنس کامپوزیت تقویت شده توسط الیاف تشکیل شده‌اند. کاربرد اصلی لایه سرامیکی تقلیل فشار وارده به ورق پستی، توسط تغییر شکل دادن و فرسایش ضربه زنده می‌باشد. لایه کامپوزیت پستی قسمتی از انرژی جنبشی را جذب می‌کند. همچنین ورق‌های فلزی نیز برای استفاده در لایه پستی در زره‌های چند لایه مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۷-۱۰].

زمانی که موج شوک با سرعتی بالا به لایه سخت جلویی برخورد می‌کند، یک موج فشاری تولید می‌شود که از ناحیه برخورد موج در جهت برخورد منتشر می‌شود، پس از اینکه موج به سطح پستی لایه سخت می‌رسد، کسری از آن به صورت موج کششی بازتابش می‌شود، که سبب آسیب زدن به این لایه می‌شود. مطالعاتی بر روی نحوه انتشار موج تنش در زره‌های ترکیبی هم به صورت تحلیلی و هم عددی صورت گرفته است [۱۱-۱۲]. تفاوت بین امپدانس آکوستیک لایه سخت جلویی و لایه پشت آن نقش اساسی در کارایی بالستیک زره ایفا می‌کند [۱۳]. بعلاوه اینکه اضافه کردن یک لایه بین دو لایه پستی و سخت جلویی مشخصاً بر روی انتشار موج و کارایی بالستیک زره تأثیر گذار خواهد بود. آنچه در این مقاله مورد تحقیق و بررسی قرار گرفته است، کارایی زره‌های چند لایه در زمینه اتلاف موج شوک حاصل از ماده منفجره می‌باشد. از جمله عوامل مهم و موثر در این زمینه، امپدانس و مقاومت لایه هستند، که برای تحقیق در این زمینه از نرم‌افزار LS-DYNA برای شبیه سازی سیستم لایه‌بندی شده متشکل از لایه‌های متفاوت استفاده شده است. میزان تغییر شکل لایه هدف و همچنین میزان تنش منتقل شده به لایه هدف مواردی هستند که مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌اند. همچنین سیستم لایه بندی شده از منظر سختی خمشی و وزن سازه مورد تحقیق قرار گرفته است. در این تحقیق از موادی استفاده شده که بیشترین کاربرد را در تولید سیستم‌های زرهی داشته‌اند. محاسبات انجام شده به پاسخ سریع سازه (کمتر از ۵ میلی ثانیه) محدود شده‌اند. لایه‌های متفاوت طوری در نظر گرفته شده‌اند که به طور کامل و بدون هیچ عیبی با هم در تماس باشند و سطح مشترک بدون عیبی داشته باشند.

۲- شبیه‌سازی عددی، مدل مادی و موج شوک بارگذاری شده بر روی سازه

پیش پردازش شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم‌افزار LS-PrePost-4.2 انجام گرفته و سپس از تحلیلگر LS-DYNA برای انجام محاسبات استفاده شده است. این تحلیلگر یک نرم‌افزار المان محدود برای تحلیل‌های دینامیک غیر خطی سازه‌های غیر الاستیک می‌باشد. برای شبیه‌سازی موج شوک حاصل از انفجار از روش LBE<sup>۱</sup> کمک گرفته شده و همچنین سازه‌های فلزی و سرامیکی با استفاده از المان‌های جامد و مدل‌های مادی و معادلات حالتی که در ادامه آورده شده، مدل‌سازی شده‌اند. در این تحقیق آلومینیوم ۶۰۶۱، فولاد

زرهی RHA و سیلیکون کارباید<sup>۲</sup> به عنوان لایه‌های محافظ و PMMA<sup>۳</sup> به عنوان لایه هدف بکار گرفته شده‌اند. سیلیکون کارباید توسط مدل مادی جانسون-هولمکوئیست<sup>۴</sup> مدل‌سازی شده است. این مدل مادی برای مدل کردن سرامیک‌ها، شیشه و سایر مواد شکننده مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۴]. تنش معادل برای مواد سرامیکی توسط معادله (۱) داده می‌شود [۱۴].

$$\sigma = \sigma - (\sigma - \sigma) \quad (1)$$

که در آن رابطه (۲) برقرار است [۱۴].

$$\sigma = \left( \begin{matrix} + \\ + \end{matrix} \right) \left( \begin{matrix} + \\ \dot{\epsilon} \end{matrix} \right) \quad (2)$$

که بیان کننده رفتار بدون عیب و غیر آسیب دیده است. پارامتر آسیب برای این مدل مادی به صورت رابطه (۳) تعریف می‌شود [۱۴].

$$= \sum \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \quad (3)$$

که در آن معادله کرنش پلاستیک شکست از معادله (۴) محاسبه می‌شود [۱۴].

$$\epsilon = \left( \begin{matrix} + \\ + \end{matrix} \right) \quad (4)$$

و همچنین رفتار ماده آسیب دیده با استفاده از رابطه (۳) بیان می‌شود [۱۴].

$$\sigma = \left( \begin{matrix} \end{matrix} \right) \left( \begin{matrix} + \\ \dot{\epsilon} \end{matrix} \right) \leq \quad (5)$$

که <sup>۱\*</sup> در این معادله بیانگر کمیت نرمالیزه شده است، تنش‌ها توسط تنش معادل در حد الاستیک هوگونویوت، فشار توسط فشار در حد الاستیک هوگونویوت و نرخ کرنش با نرخ کرنش مرجع. پارامتر d1<sup>۱</sup> نرخ را که در آن آسیب اتفاق می‌افتد کنترل می‌کند. اگر این مقدار برابر با صفر باشد آسیب کامل در یک گام زمانی به صورت آنی اتفاق می‌افتد. در مواد غیر آسیب دیده، فشار هیدرواستاتیک در حالت فشاری توسط معادله ۶ محاسبه می‌شود [۱۴].

$$= \mu + \mu + \mu \quad (6)$$

و در حالت کششی که  $\mu = \rho - \rho$  از معادله ۷ فشار هیدرواستاتیک محاسبه می‌شود [۱۴].

$$= \mu \quad (7)$$

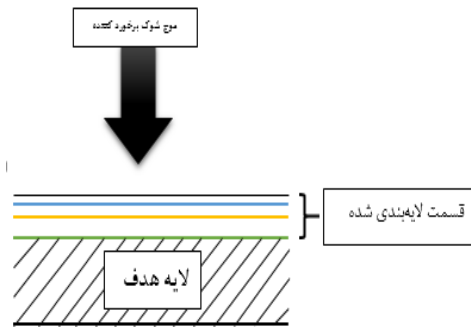
مشخصات مربوط به این مدل برای سیلیکون کارباید در جدول ۱ آورده شده است. برای مدل‌سازی سایر موارد از مدل مادی جانسون-کوک استفاده شده است. این مدل در سال ۱۹۸۳ توسط جانسون و کوک ارائه شده و به طور گسترده‌ای در نرم افزارهای شبیه سازی برای بررسی رفتار فلزات مورد استفاده قرار گرفته است. مدل مادی جانسون-کوک به صورت رابطه (۸) است [۱۴].

$$\sigma = \left( \begin{matrix} + \\ \bar{\epsilon} \end{matrix} \right) \left( \begin{matrix} + \\ \dot{\epsilon} \end{matrix} \right) \left( \begin{matrix} - \\ \end{matrix} \right) \quad (8)$$

که در آن  $\bar{\epsilon}$  کرنش پلاستیک،  $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}$  نرخ بی بعد کرنش در  $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}$  دما می‌باشد. پنج ثابت برای ماده تعریف می‌شوند. اولین پیرانتز این معادله نشان دهنده تنش بر اساس کرنش در  $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}$  . همچنین آنچه در پیرانتزهای دوم و سوم آورده شده به ترتیب تأثیر نرخ کرنش و دما بر تنش است. جدول ۲ نمایانگر ثوابت و مقادیر مورد نیاز در معادله جانسون کوک می‌باشد.

2. SiC  
3. polymethylmethacrylate  
4. Johnson-Holmquist

1. Load Blast Enhanced

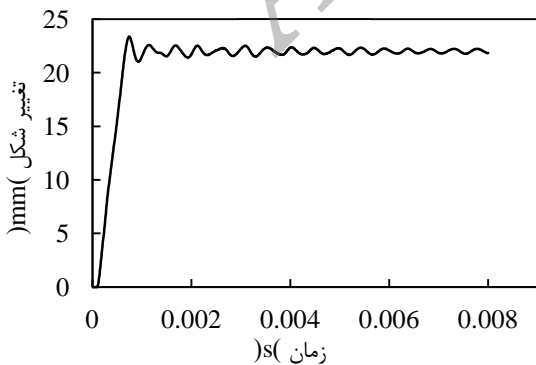


شکل ۱ طرح کلی قرارگیری لایه‌ها

نحوه قرارگیری لایه‌ها به این صورت است که لایه زیرین یا انتهایی به عنوان هدف در نظر گرفته شده و لایه چینی قسمت محافظ بر روی آن صورت گرفته است. در این مطالعه PMMA به عنوان لایه هدف در انتهای سازه در نظر گرفته شده است. حداکثر تعداد لایه‌ای که بر روی این لایه قرار گرفته، ۴ عدد می‌باشد.

از جمله فاکتورهای مورد بررسی، میزان تنش است که توسط موج شوک به لایه هدف منتقل می‌شود و همچنین میزان تغییر شکل این لایه، فاکتور دیگری است که مورد تحقیق قرار گرفته است. برای بررسی اثر لایه‌ها ابتدا قسمت تلف کننده موج شوک که بر روی هدف قرار می‌گیرد به صورت تک لایه متشکل از سیلیکون کارباید، فولاد زرهی و آلومینیوم ۶۰۶۱ در نظر گرفته شده است، تأثیر ضخامت این تک لایه بر روی فاکتورهای خروجی مورد بررسی قرار گرفته است. سپس تعداد لایه‌ها به دو عدد افزایش پیدا کرده است. با افزایش تعداد لایه‌ها به دو عدد تأثیر ضخامت هر لایه بر فاکتورهای خروجی مورد بررسی قرار گرفته است. به این صورت که با ثابت نگهداشتن مجموع ضخامت دو لایه، با کم کردن ضخامت یک لایه ضخامت دیگری افزایش پیدا کرده است. در حالت بعدی، سه لایه بر روی لایه هدف قرار گرفته و تأثیر ضخامت لایه‌ها بررسی شده است. در این مرحله الگوهای امپدانس متفاوتی نیز برای لایه‌ها در نظر گرفته شده، که در نمودارهای زیر مشخص شده است. مرحله نهایی مربوط به بررسی الگوی کاهش امپدانس در قسمت لایه‌چینی شده و بررسی نتایج آن می‌باشد.

برای صحت سنجی روش مورد استفاده از مقاله [۲۰] بهره گرفته شده است. نتایج حاصل از شبیه سازی خرج ۴۰ گرمی از ماده C4 در فاصله ۲۵۰ میلی‌متری از ورق آلومینیوم EN AW-1050A H24 در نمودار شکل ۲ آورده شده است.



شکل ۲ تغییر شکل نقطه میانی ورق آلومینیومی در بارگذاری ۴۰ گرم خرج C4 در فاصله ۲۵۰ میلی‌متری

جدول ۱ مشخصات سیلیکون کارباید برای مدل جانسون-هولمکوئیست [۱۵]

پارامتر	پارامتر	پارامتر	پارامتر
G (GPa)	۱۹۳	۵/۱۳	
A	۰/۹۶	$\beta$	۱
N	۰/۶۵	$K_1$ (GPa)	۲۲۰
B	۰/۳۵	$K_2$ (GPa)	۳۶۱
M	۱/۰	$K_3$ (GPa)	۰
C	۰/۰۰۹	$D_1$	۰/۴۸
$\epsilon$	۱/۰	$D_2$	۰/۴۸
T (GPa)	۰/۷۵	$\epsilon$	۱/۲
$\sigma$	۱۲/۲	$\epsilon$	۰/۰
$\sigma$	۱/۳	FS	۰/۲
HEL (GPa)	۱۱/۷	Damage	۰

جدول ۲ پارامترهای مربوط به معادله جانسون-کوک و مای-گرونیزن

پارامتر	آلومینیوم [۱۶] ۶۰۶۱	فولاد RHA [۱۷]	PMMA [۱۸]
$C_1$ (GPa)	۰/۳۲۴۱	۰/۷۹۲۲	۰/۰۶۴۸
$C_2$ (GPa)	۰/۱۱۳۸	۰/۵۱۰	۰/۰۰
n	۰/۴۲	۰/۲۶	۱/۰
$C_3$	۰/۰۰۲	۰/۰۱۴	۰/۰
m	۱/۳۴	۱/۰۳	۰/۰
$K_2$ (GPa)	۷۶/۷۴	۱۶۳/۹	۵/۸۵
$K_2$ (GPa)	۱۲۸/۳	۲۹۴/۳	۳۵/۴
$K_3$ (GPa)	۱۲۵/۱	۵۰۰/۰	۱/۷۴
$\Gamma$	۲/۰	۱/۲	۰/۸

رفتار ماده در هنگام شکست توسط یک مدل آسیب پیوسته<sup>۱</sup> توصیف می‌شود که D به عنوان پارامتر آسیب به صورت رابطه (۹) تعریف خواهد شد [۱۴].

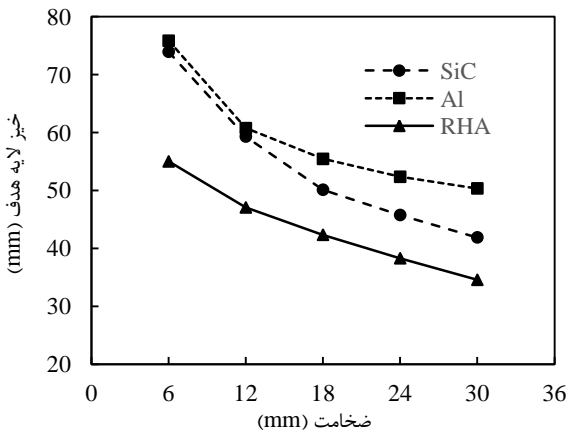
$$= \sum \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \quad (9)$$

که در آن  $\epsilon$  معادل نرخ کرنش پلاستیک در شکست است. برای استفاده از این مدل در نرم افزار LS-DYNA در صورتی که از المان جامد استفاده شود، باید از یک معادله حالت نیز کمک گرفت. در چنین حالتی معمولاً از معادله حالت مای-گرونیزن<sup>۲</sup> استفاده می‌شود. این معادله حالت به صورت رابطه (۱۰) تعریف می‌شود [۱۴].

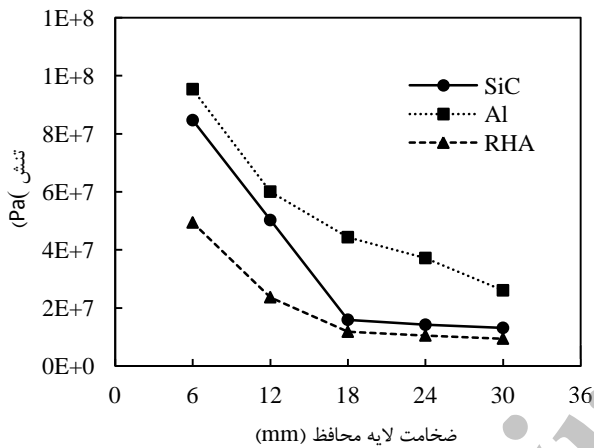
$$= \left( \mu + \mu + \mu \right) \left( -\frac{\Gamma \mu}{\mu} \right) + \Gamma \rho \quad (10)$$

در این معادله ، و ثوابت ماده هستند،  $\mu =$  که در آن و به ترتیب حجم ویژه اولیه و حجم ویژه در زمانی است که فشار را بدست می‌آوریم،  $\Gamma$  نسبت گرونیزن ( برابر با  $\Gamma$  ) که  $\Gamma$  نسبت گرونیزن اولیه است، و E انرژی داخلی در واحد جرم می‌باشد [۱۹]. ضرایب مربوط به مدل مادی و معادله حالت فلزات در جدول ۲ نشان داده شده است. شکل ۱ طرح کلی قرارگیری لایه‌ها را نشان می‌دهد.

1. Continuum damage model  
2. Mie-Gruneisen



شکل ۳ حداکثر تغییر شکل لایه هدف در اثر بارگذاری انفجاری ۶۰۰gr ماده منفجره TNT در فاصله ۱۵۵mm با تغییر جنس و ضخامت لایه محافظ



شکل ۴ حداکثر تنش انتقالی به لایه هدف در اثر بارگذاری انفجاری ۶۰۰gr ماده منفجره TNT در فاصله ۱۵۵mm با تغییر جنس و ضخامت لایه محافظ

می‌توان نتیجه گرفت که تغییر در ضخامت این لایه پس از ۱۸mm تأثیر کمتری بر تنش عبوری و با توجه به نمودار قبل تأثیر کمتری بر میزان تغییر شکل لایه هدف دارد. این مسئله را در مورد لایه محافظ فولاد زرهی نیز می‌توان بیان کرد. علت این مسائل را می‌توان وجود اختلاف امپدانس بین دو لایه، سرعت صوت درون هر لایه و همچنین میزان میراکنندگی آن‌ها معرفی کرد. بالا بودن سرعت صوت درون لایه باعث پخش سریعتر موج و در نتیجه بهتر شدن آن می‌شود. همچنین اختلاف امپدانس بین دو لایه بر میزان موج عبوری و بازتابش شده در سطح مشترک اثر گذار خواهد بود.

۲-۲- ارائه مدل ریاضی برای تغییر شکل لایه هدف با استفاده از روش RSM برای بررسی دقیق‌تر نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی‌های تک لایه، از روش RSM استفاده شده است و مدل ریاضی برای حداکثر تغییر شکل ورق ارائه شده است. متغیرهای در نظر گرفته شده شامل جنس، ضخامت و Z (فاصله مقیاس شده [۲۲]) می‌باشند. فاصله مقیاس شده رابطه ایست که برای ایجاد ارتباط بین تاثیرات مشابه حاصل از موج بلست در فواصل متفاوت استفاده می‌شود.

این مقیاس نسبت فاصله به ریشه سوم وزن خرج می‌باشد که با استفاده از معادله رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود.

حداکثر تغییر شکل نقطه میانی ۲۲/۹۳ میلی متر بوده است که در مقایسه با حداکثر خیز بیان شده در آزمایشات تجربی مقاله [۲۰]، که برابر ۲۲ میلی متر بدست آورده شده است، مقدار قابل قبولی است و خطای ۴/۲ درصد را نشان می‌دهد.

### ۳- نتایج و بحث

#### ۳-۱- بررسی حالت تک لایه محافظ

برای بررسی تأثیر ضخامت هر یک از مواد انتخاب شده به عنوان لایه محافظ، یعنی آلومینیوم ۶۰۶۱، فولاد زرهی و سرامیک سیلیکون کارباید، ۵ ضخامت برای هر لایه در نظر گرفته شده و شبیه‌سازی‌ها انجام شده‌اند. تأثیر ضخامت هر یک از لایه‌ها بر حداکثر خیز لایه هدف و همچنین حداکثر تنش انتقالی به لایه هدف مورد بررسی قرار گرفته است. جدول ۳ شبیه‌سازی‌های انجام شده به صورت تک لایه را نشان می‌دهد که برای بررسی تأثیر ضخامت لایه محافظ بر میزان تغییر شکل لایه هدف انجام شده است.

شکل ۳ حداکثر تغییر شکل لایه هدف را در سه نوع از لایه چینی با جنس و ضخامت متفاوت، نشان می‌دهد. همانطور که از نمودار مشخص است در تمامی ضخامت‌ها، لایه چینی با استفاده از تک لایه فولاد زرهی، در مقایسه با لایه‌های تشکیل شده از دو جنس دیگر با ضخامت مشابه، دارای کمترین مقدار تغییر شکل لایه هدف می‌باشد. کمتر بودن تغییر شکل ایجاد شده در لایه هدف در استفاده از فولاد زرهی به عنوان لایه محافظ، می‌تواند به دو علت (الف) قدرت بالای میراکنندگی فولاد زرهی و (ب) اختلاف بالای امپدانس بین لایه فولادی و لایه هدف از جنس PMMA باشد. در حالتی که لایه محافظ متشکل از فولاد زرهی باشد، ضریب بازتابش و ضریب عبور موج تنش برخورد کننده را می‌توان از طریق فرمول‌های زیر محاسبه کرد. در این فرمول I<sub>1</sub> و I<sub>2</sub> به ترتیب امپدانس لایه اول و دوم، R و T به ترتیب ضرایب عبور و بازتابش می‌باشند (رابطه (۱۱)) [۲۱].

$$(11) \quad \frac{-}{+} = \frac{-}{+}$$

با توجه به ضریب بازتابش و ضریب عبور، ۱۳/۲ درصد از موج برخورد کننده عبور کرده و ۸۶/۸ درصد از آن به درون لایه فولادی بازتاب می‌شود. این درحالیست که برای لایه سرامیکی ۱۵ درصد عبور کرده و ۷۵ درصد بازتابش می‌شود و همچنین در لایه آلومینیومی این مقدار برای ضریب عبور ۳۱ درصد و برای ضریب بازتابش ۶۹ درصد می‌باشد. بازتابش زیاد موج به درون لایه محافظ می‌تواند برای این لایه مشکل ساز باشد. وقتی که یک جسم تحت فشار قرار می‌گیرد، موج در درون آن به صورت فشاری منتشر می‌شود که پس از بازتابش موج از سطح پشت ماده کششی خواهد بود. برهم نهی امواج کششی درون ماده باعث ایجاد ترک در ماده می‌شود، که به این پدیده اسپال گویند. به خاطر پایین بودن مقاومت کششی، در لایه محافظ از جنس سیلیکون کارباید در ضخامت‌های ۶ تا ۱۸، بازتابش زیاد موج به صورت موج کششی باعث اتفاق افتادن اسپال در این لایه شده‌است. نمودار تنش عبوری از لایه محافظ به لایه هدف در شکل ۴ تایید می‌کند که عبور تنش از لایه آلومینیومی به لایه هدف نسبت به سایر موارد بیشتر است. نمودار شکل ۴ حداکثر تنش انتقالی از لایه محافظ به لایه هدف را نشان می‌دهد.

از نمودار شکل ۴ می‌توان دریافت که مقدار تنش عبوری با افزایش در ضخامت لایه سرامیکی تا ضخامت ۱۸mm شیب تندتری دارد و پس از آن تا ضخامت ۳۰mm شیبی نزدیک به صفر دارد.

جدول ۳ شبیه‌سازی انجام گرفته برای تک لایه محافظ

#	شناسه	لایه اول	لایه دوم	لایه سوم	اسپال	وزن TNT (gr)	فاصله خرج از سازه (mm)	نوع تغییر شکل ورق*	حداکثر تغییر شکل لایه هدف (mm)
۰	۱۰P	۱۰mm-PMMA	-	-	-	۶۰۰	۱۵۵	پاره شدن به صورت گلبرگی	-
۱	۶R	۶mm-RHA	-	-	-	۶۰۰	۱۵۵	I	۵۵
۲	۱۲R	۱۲mm-RHA	-	-	-	۶۰۰	۱۵۵	I	۴۷
۳	۱۸R	۱۸mm-RHA	-	-	-	۶۰۰	۱۵۵	I	۴۲/۳
۴	۲۴R	۲۴mm-RHA	-	-	-	۶۰۰	۱۵۵	I	۳۸/۳
۵	۳۰R	۳۰mm-RHA	-	-	-	۶۰۰	۱۵۵	I	۳۴/۵
۶	۶S	۶mm-SiC	-	-	√	۶۰۰	۱۵۵	I	۷۳/۹
۷	۱۲S	۱۲mm-SiC	-	-	√	۶۰۰	۱۵۵	I	۵۹/۳
۸	۱۸S	۱۸mm-SiC	-	-	√	۶۰۰	۱۵۵	I	۵۰/۱
۹	۲۴S	۲۴mm-SiC	-	-	-	۶۰۰	۱۵۵	I	۴۵/۷
۱۰	۳۰S	۳۰mm-SiC	-	-	-	۶۰۰	۱۵۵	I	۴۱/۹
۱۱	۶A	۶mm-Al6061	-	-	-	۶۰۰	۱۵۵	I	۷۵/۸
۱۲	۱۲A	۱۲mm-Al6061	-	-	-	۶۰۰	۱۵۵	I	۶۰/۷
۱۳	۱۸A	۱۸mm-Al6061	-	-	-	۶۰۰	۱۵۵	I	۵۵/۴
۱۴	۲۴A	۲۴mm-Al6061	-	-	-	۶۰۰	۱۵۵	I	۵۲/۳
۱۵	۳۰A	۳۰mm-Al6061	-	-	-	۶۰۰	۱۵۵	I	۵۰/۳

\*نوع تغییر شکل ورق با توجه به موارد ذکر شده در منبع [۲۳] می‌باشد.

صورت فول فاکتوریال<sup>۲</sup> برای بررسی داده‌ها از طریق نرم افزار میننی تب<sup>۳</sup> ارائه شده است. جدول ۴ نتایج آزمایشات طراحی شده با تغییر در متغیرهای مختلف را نشان می‌دهد.

با بررسی مقدار پی<sup>۴</sup> در جدول آنالیز واریانس پارامترهایی که  $\alpha < 0.005$  دارند به عنوان پارامترهای موثر در نظر گرفته شده‌اند. به این ترتیب پارامترهای جنس<sup>۵</sup>، ضخامت<sup>۶</sup>، فاصله مقیاس شده<sup>۷</sup>، توان دوم جنس<sup>۸</sup> و توان دوم ضخامت<sup>۹</sup>

موثر هستند. در مرحله بعد با حذف پارامترهای غیر موثر و انجام مجدد آنالیز واریانس داده‌ها مدل ریاضی رابطه (۱۳) برای تغییر شکل لایه هدف بدست آمده است.

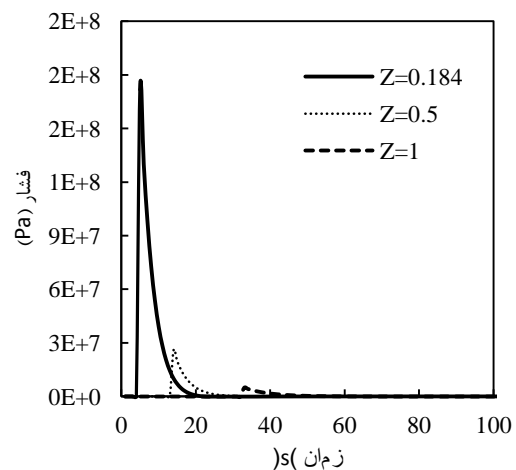
$$D = 28.8966 - 2.193A - 12.8930B - 13.9760C + 13.9760A^2 + 3.50357B \quad (13)$$

که در آن A جنس ماده، B ضخامت لایه محافظ و C فاصله مقیاس شده است. از مدل پیشنهاد شده می‌توان موارد زیر را دریافت:

- حداکثر تغییر شکل لایه هدف با ضخامت لایه محافظ نسبت خطی و مستقیم دارد. هرچند پارامتر B\*B نیز موثر است اما با توجه به ضریب بیشتر B نسبت خطی و مستقیم در نظر گرفته می‌شود.
- حداکثر تغییر شکل لایه هدف به عنوان تابعی درجه دو از جنس ماده می‌باشد. هرچند پارامتر A نیز در مدل وجود دارد اما به علت بیشتر بودن ضریب A\*A در معادله این پارامتر غالب خواهد بود.

$$Z = \frac{R}{W^{1/3}} \quad (12)$$

که در آن R فاصله از خرج و W وزن خرج می‌باشد. برای Z های مورد استفاده نمودار فشار وارد شده به مرکز ورق (با توجه به کروی بودن موج این مقدار بیشینه فشار وارد به ورق می‌باشد) در شکل ۵ آورده شده است. کاملاً مشخص است که با افزایش مقدار Z فشار اعمال شده توسط بارگذاری انفجاری کاهش یافته است.

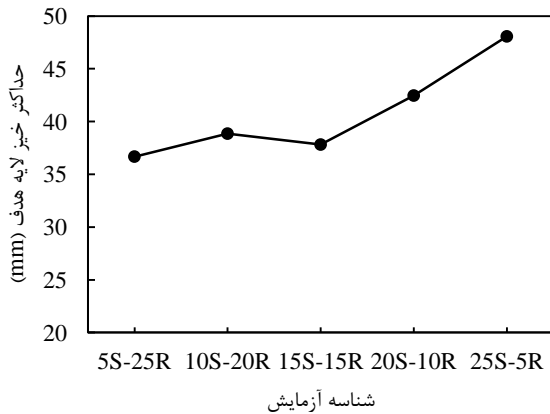


شکل ۵ نمودار فشار-زمان در مرکز ورق برای بارگذاری انفجاری با سه مقدار متفاوت برای Z

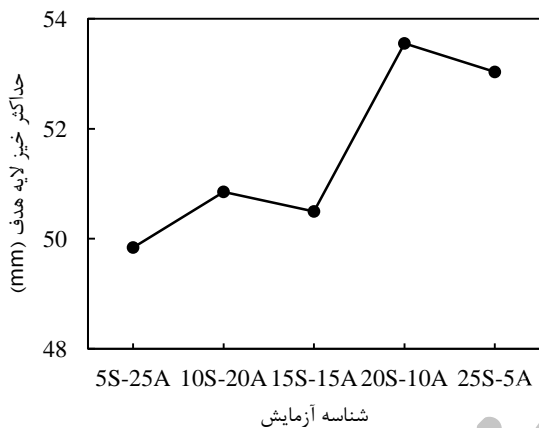
در این تحلیل به دلیل اینکه در شبیه‌سازی‌ها انجام تکرار آزمایش موجب می‌شود تا جواب‌های یکسانی داشته باشیم، تعداد نقاط مرکزی برابر یک در نظر گرفته شده است. همانطور که در جدول ۴ مشخص است، ۱۵ آزمایش به

2. Full Factorial  
3. Minitab  
4. P value  
5. Material  
6. Thickness  
7. Z  
8. Material\*Material  
9. Thickness\*Thickness

1. Center Point



شکل ۶ تغییر شکل لایه هدف در اثر بارگذاری ۶۰۰ گرم TNT در فاصله ۱۵۵ میلی متری برای لایه چینی دو لایه فولاد زرهی-سرامیک بر روی لایه هدف



شکل ۷ تغییر شکل لایه هدف در اثر بارگذاری ۶۰۰ گرم TNT در فاصله ۱۵۵ میلی متری برای لایه چینی دو لایه آلومینیوم ۶۰۶۱-سرامیک بر روی لایه هدف

سرعت بالای صوت در لایه سرامیکی و همچنین اختلاف امپدانس موجود بین این لایه و لایه آلومینیومی باعث می‌شود موج در هنگام رسیدن به سطح مشترک یک حالت ضربه‌ای ایجاد کند که افزایش تغییر شکل را نتیجه می‌دهد. لایه دوم یعنی آلومینیوم سرعت بسیار پایین تری برای انتشار موج دارد و به همین دلیل از این ضربه می‌کاهد و در نتیجه تغییر شکل کاهش خواهد یافت. پس تا زمانی که ضخامت لایه‌های آلومینیومی و سرامیکی برابر می‌شود عامل اول یعنی میرا کنندگی لایه سرامیکی موثرتر بوده و در نتیجه با افزایش ضخامت آن تا ۱۵ میلی‌متر خیز لایه هدف کاهش یافته است. وجود ضخامت بالاتر آلومینیوم در این حالات یعنی 5S-25A، 10S-20A، 15S-15A در کم‌رنگ کردن ایجاد ضربه موثر است. این در حالی است که با افزایش ضخامت سرامیک به بیش از ۱۵ میلی‌متر عامل دوم یعنی اختلاف امپدانس بین لایه‌ها و در نتیجه ایجاد ضربه در سطح مشترک موثرتر خواهد بود. در این حالات با افزایش ضخامت سرامیک و کاهش ضخامت آلومینیوم، خیز لایه هدف افزایش یافته است. جدول ۶ ترتیب قرارگیری لایه‌ها، ضخامت هر لایه، نوع تغییر شکل و حداکثر تغییر شکل لایه هدف در سیستم زرهی ترکیبی سه لایه را نشان می‌دهد.

• حداکثر تغییر شکل لایه هدف با فاصله مقیاس شده رابطه مستقیم و خطی دارد.

جدول ۴ نتایج بدست آمده از آزمایشات طراحی شده با متغیرهای جنس لایه محافظ،

ضخامت لایه محافظ و Z				
ردیف	جنس	ضخامت (میلی متر)	Z	حداکثر تغییر شکل لایه هدف (میلی متر)
۱	Al6061	۶	۰/۱۸۴	۷۵/۸۵
۲	SiC	۶	۰/۱۸۴	۷۳/۹۵
۳	Al6061	۳۰	۰/۱۸۴	۵۰/۳۵
۴	SiC	۳۰	۰/۱۸۴	۴۱/۸۹
۵	Al6061	۶	۱	۴۴/۹۳
۶	SiC	۶	۱	۴۱/۵۲
۷	Al6061	۳۰	۱	۲۲/۸۹
۸	SiC	۳۰	۱	۱۷/۸۲
۹	Al6061	۱۸	۰/۵	۴۴/۲۶
۱۰	SiC	۱۸	۰/۵	۴۱/۱۶
۱۱	RHA	۶	۰/۵	۴۵/۲۶
۱۲	RHA	۳۰	۰/۵	۱۹/۶۴
۱۳	RHA	۱۸	۰/۱۸۴	۴۲/۳۳
۱۴	RHA	۱۸	۱	۱۷/۴۴
۱۵	RHA	۱۸	۰/۵	۲۶/۸۲

### ۳-۳- نتایج شبیه سازی‌های دو لایه

پنل‌های دوگانه یا دو تایی کارایی بهتری را نسبت به زره‌های تشکیل شده از یک لایه از خود نشان می‌دهند [۲۴]. از اینرو مرحله دوم از شبیه‌سازی‌ها مربوط به لایه چینی با استفاده از دو لایه محافظ بر روی لایه هدف در نظر گرفته شده‌است. هدف از این مرحله رسیدن به نسبتی بین ضخامت فولاد زرهی-سرامیک و آلومینیوم -سرامیک می‌باشد که در آن نسبت، خیز کمتری برای لایه هدف اتفاق بیفتد. شبیه سازی‌های صورت گرفته در این مرحله به این صورت است که با ثابت نگاه داشتن ضخامت لایه محافظ که متشکل از دو لایه فولاد زرهی-سرامیک یا آلومینیوم -سرامیک است، به مقدار ۳۰ میلی متر، از ضخامت یکی از لایه‌ها کم کرده و به دیگری افزوده شده است. جدول ۵ شبیه سازی‌های صورت گرفته و نتایج حاصل از آن را نشان می‌دهد.

نمودار شکل ۶ نتایج حاصل از شبیه‌سازی دو لایه فولاد زرهی-سرامیک را نشان می‌دهد. با توجه به نمودار شکل ۶ آزمایشات 5S-25R و 15S-15R نتایج بهتری را از خود نشان می‌دهند. نتایج بدست آمده در این مرحله برای شبیه‌سازی‌های سه لایه مورد استفاده قرار خواهند گرفت.

به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت که افزایش ضخامت لایه سرامیکی تأثیر کمتری در اتلاف موج تنش دارد و با توجه به نتایج بدست آمده با زیاد شدن ضخامت این لایه در هر دو نوع از شبیه سازی‌های دو لایه میزان حداکثر تغییر شکل ورق افزایش یافته است. با توجه به نمودار شکل ۷ آزمایشات 5S-25A و 15S-15A نتایج بهتری را از خود نشان داده‌اند.

از ویژگی‌های لایه سرامیکی سرعت بالای صوت درون این لایه است. دو عامل موثر در رسیدن موج به لایه هدف عبارتند از: ۱- میزان میرا کنندگی لایه؛ ۲- تفاوت امپدانس موجود بین دو لایه.



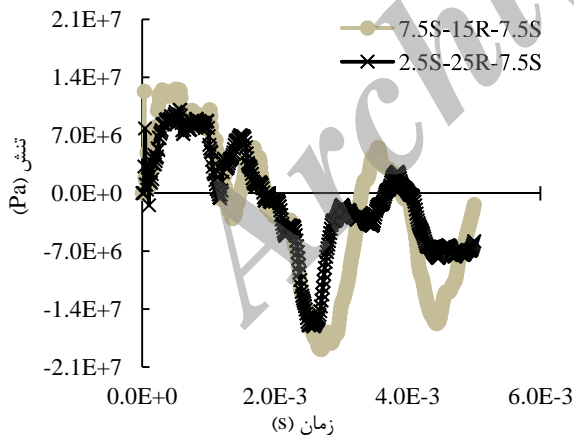
جدول ۵ ترتیب قرارگیری لایه‌ها، ضخامت هر لایه، نوع تغییر شکل و حداکثر تغییر شکل لایه هدف در سیستم زرهی ترکیبی دو لایه

ردیف	شناسه	لایه اول	لایه دوم	لایه سوم	اسپال	وزن TNT (gr)	SOD (mm)	نوع تغییر شکل ورق	شکل لایه هدف (mm)	حداکثر تغییر شکل لایه هدف (mm)
۱۶	5S-25R	۰/۵cm-SiC	۲/۵cm-RHA	-	-	۶۰۰	۱۵۵	۱	۳۶/۶	۳۶/۶
۱۷	10S-20R	۱cm-SiC	۲cm-RHA	-	-	۶۰۰	۱۵۵	۱	۳۸/۸۶	۳۸/۸۶
۱۸	15S-15R	۱/۵cm-SiC	۱/۵cm-RHA	-	-	۶۰۰	۱۵۵	۱	۳۷/۸۱	۳۷/۸۱
۱۹	20S-10R	۲cm-SiC	۱cm-RHA	-	-	۶۰۰	۱۵۵	۱	۴۲/۴۶	۴۲/۴۶
۲۰	25S-5R	۲/۵cm-SiC	۰/۵cm-RHA	-	-	۶۰۰	۱۵۵	۱	۴۸/۰۷	۴۸/۰۷
۲۱	5S-25A	۰/۵cm-SiC	۲/۵cm-Al 6061	-	-	۶۰۰	۱۵۵	۱	۴۹/۸۴	۴۹/۸۴
۲۲	10S-20A	۱cm-SiC	۲cm-Al 6061	-	-	۶۰۰	۱۵۵	۱	۵۰/۸۵	۵۰/۸۵
۲۳	15S-15A	۱/۵cm-SiC	۱/۵cm-Al 6061	-	-	۶۰۰	۱۵۵	۱	۵۰/۴۹	۵۰/۴۹
۲۴	20S-10A	۲cm-SiC	۱cm-Al 6061	-	-	۶۰۰	۱۵۵	۱	۵۳/۵۵	۵۳/۵۵
۲۵	25S-5A	۲/۵cm-SiC	۰/۵cm-Al 6061	-	-	۶۰۰	۱۵۵	۱	۵۳/۰۳۲	۵۳/۰۳۲

جدول ۶ ترتیب قرارگیری لایه‌ها، ضخامت هر لایه، نوع تغییر شکل و حداکثر تغییر شکل لایه هدف در سیستم زرهی ترکیبی سه لایه

ردیف	شناسه	لایه اول	لایه دوم	لایه سوم	وزن TNT (gr)	SOD (mm)	نوع تغییر شکل ورق	شکل لایه هدف (mm)	حداکثر تغییر شکل لایه هدف (mm)
۲۶	2/5S-25R-2/5S	۲/۵mm-SiC	۲۵mm-RHA	۲/۵mm-SiC	۶۰۰	۱۵۵	۱	۳۶/۵۱	۳۶/۵۱
۲۷	7/5S-15R-7/5S	۷/۵mm-SiC	۱۵mm-RHA	۷/۵mm-SiC	۶۰۰	۱۵۵	۱	۳۹/۲۲۸	۳۹/۲۲۸
۲۸	2/5S-25A-2/5S	۲/۵mm-SiC	۲۵mm-Al6061	۲/۵mm-SiC	۶۰۰	۱۵۵	۱	۴۹/۷۲	۴۹/۷۲
۲۹	7/5S-15A-7/5S	۷/۵mm-SiC	۱۵mm-Al6061	۷/۵mm-SiC	۶۰۰	۱۵۵	۱	۴۹/۷۱	۴۹/۷۱

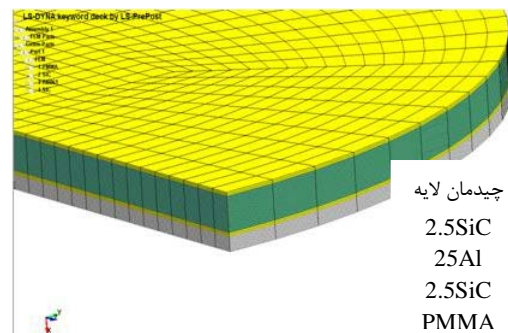
همانطور که در شکل ۹ مشخص است میزان تنش انتقالی به لایه هدف در چیدمان لایه‌ها به صورت افزایش-کاهش، در حالتی که ضخامت لایه سرامیکی کمتر باشد، کمتر شده و در نتیجه میزان تغییر شکل ایجاد شده در لایه هدف کمتر شده است.



شکل ۹ نمودار تنش انتقالی به لایه هدف در آزمایشات 7.5S-15R- و 2.5S-25R-7.5S در بارگذاری ۶۰۰ گرم TNT در فاصله ۱۵۵ میلی متری

علت انتخاب لایه سرامیکی و استفاده از آن در زره‌های چند لایه، مقاومت و سختی بالای این لایه در برابر ضربه وارده توسط موج شوک یا در صورت وجود پرتابه، مقاومت در برابر نفوذ و ضربه حاصل از آن می‌باشد. همچنین سرعت بالای حرکت موج درون لایه سرامیکی باعث می‌شود تا بار وارد شده به این لایه با سرعت بیشتری پخش شده و تمرکز بار ناگهانی ایجاد شده در اثر جبهه کروی موج شوک کاهش یابد [۲۵]. به همین دلیل این لایه

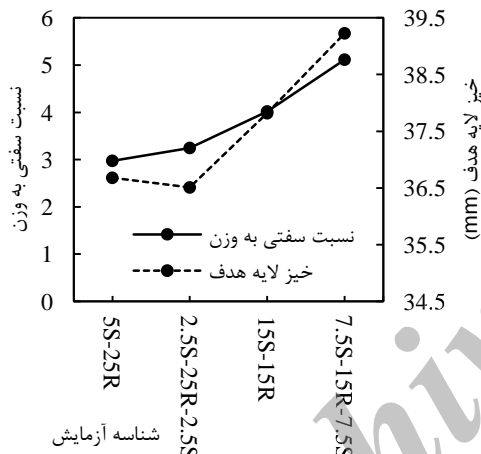
الگوهای امپدانسی کاهش-افزایش در استفاده از دو لایه سرامیک سیلیکون کارباید و آلومینیوم و همچنین الگوی افزایش-کاهش با استفاده از دو لایه فولاد زرهی و سرامیک سیلیکون کارباید ایجاد شده است. شکل ۸ ضخامت در نظر گرفته شده برای هر یک از این موارد با توجه به نسبت ضخامت موثر در کاهش حداکثر تغییر شکل لایه هدف در قسمت قبل انتخاب شده است. در نسبت ضخامت سیلیکون کارباید به فولاد زرهی و همچنین نسبت ضخامت سیلیکون کارباید به آلومینیوم برابر با ۱ و ۰/۲، حداکثر تغییر شکل لایه هدف در کمترین مقدار خود بوده است (این نسبت‌ها از تقسیم ضخامت سرامیک بر ضخامت آلومینیوم یا فولاد در حالتی که کمترین خیز را داشته‌ایم، بدست آمده است). با توجه به این نسبت‌ها و ثابت بودن ضخامت قسمت لایه چینی شده در ۳۰ میلی متر، آزمایشات به صورتی که در جدول ۶ نمایش داده شده است، طراحی شده‌اند. نمودار تنش انتقالی به لایه هدف در آزمایشات سه لایه ۲۶ و ۲۷ در شکل ۸ نشان داده شده است.



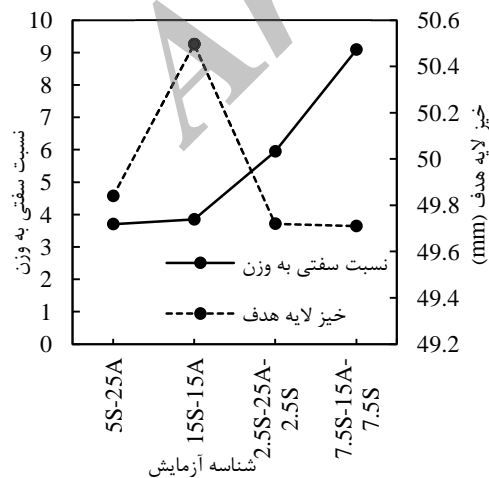
شکل ۸ شبیه سازی سه لایه 2.5S-25R-2.5S

۳-۴-۱- نسبت سفتی به وزن

به این خاطر که وزن یکی از فاکتورهای موثر در طراحی سازه چند لایه محافظ می‌باشد، برای مقایسه بین لایه چینی به صورت دولایه و سه لایه از نسبت سفتی خمشی به وزن سازه استفاده شده‌است. همچنین این نسبت این امکان را به ما می‌دهد که در تعداد لایه‌های متفاوت بتوانیم مقایسه بهتری را انجام دهیم. افزایش سفتی و همچنین کاهش وزن و در نتیجه افزایش نسبت سفتی به وزن می‌تواند باعث تولید لایه محافظ مقاوم‌تری شود. در شکل ۱۱ نمودار نسبت سفتی به وزن برای لایه بندی با استفاده از فولاد زرهی و آلومینیوم نشان داده شده است. همانطور که در نمودار بالا مشخص است حالت 7.5S-15R-7.5S دارای بیشترین مقدار نسبت سفتی به وزن است و از این نظر کارایی بهتری نسبت به سایر موارد دارد. اما اگر میزان تغییر شکل لایه هدف را به عنوان شاخص در نظر بگیریم حالت‌های 2.5S-25R-2.5S و 5S-25R بهترین عملکرد را دارند. که مورد 2.5S-25R-2.5S از نظر نسبت سفتی خمشی به وزن در وضعیت بهتری است. در شکل ۱۲ نمودار مربوط به نسبت سفتی به وزن را برای لایه چینی دو لایه و سه لایه با استفاده از آلومینیوم و سرامیک را مشاهده می‌کنیم.



شکل ۱۱ نمودار نسبت سفتی به وزن قسمت لایه چینی شده و تغییر شکل لایه هدف در لایه چینی به صورت دو لایه و سه لایه با استفاده از فولاد زرهی و سرامیک



شکل ۱۲ نمودار نسبت سفتی به وزن قسمت لایه چینی شده و تغییر شکل لایه هدف در لایه چینی به صورت دو لایه و سه لایه با استفاده از آلومینیوم و سرامیک، خط چین تغییر شکل و خط ممتد نسبت سفتی به وزن را نشان می‌دهد.

پس از برخورد موج شوک با آن و گرفتن ضربه، باید توسط یک لایه با امپدانس نزدیک حمایت شود تا از بازگشت زیاد موج برخورد کننده به سطح انتهایی لایه سرامیکی، جلوگیری شود. در صورتی که این موج به میزان زیادی بازتابش یابد، موج کششی ایجاد شده موجب بروز پدیده اسپال در لایه سرامیکی می‌شود. در اصل لایه سرامیکی ضربه را گرفته، مقدار زیادی از موج را به لایه بعدی انتقال می‌دهد و این لایه یا لایه‌های بعدی هستند که انرژی جنبشی را جذب می‌کند [۸]. همانطور که در نتایج بدست آمده نیز مشخص است، ضخامت لایه سرامیکی تأثیر کمتری بر اتلاف موج شوک و تغییر شکل لایه هدف دارد. از اینرو برای انتخاب ضخامت این لایه مقادیر زیر ۶ میلی متر انتخاب می‌شود. انتخاب این مقادیر احتمال ایجاد اسپال را افزایش می‌دهد که باید با انتخاب لایه بعدی با امپدانس نزدیک به سرامیک و توانایی اتلاف موج شوک، این احتمال را از بین برد. آنچه از نتایج بدست آمده از آزمایشات برداشت می‌شود، قدرت بالای اتلاف انرژی موج شوک توسط لایه فولاد زرهی است. اما محدودیت دیگری در اینجا وجود دارد و آن وزن زره لایه بندی شده است که باید در نظر گرفته شود.

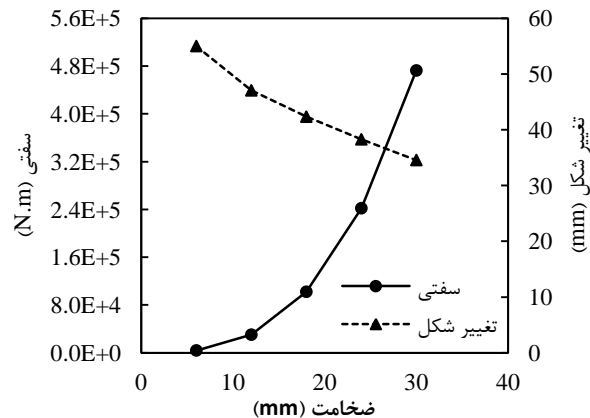
۳-۴-۲- بررسی زره لایه بندی شده بر اساس سفتی خمشی

مقاومت یک ماده نسبت به تغییر شکل یا خمیدگی الاستیکی را سفتی یا صلبیت می‌گویند. ماده‌ای که تغییر شکل کمی تحت بار نشان می‌دهد، سفتی بیشتری دارد. برای بدست آوردن سفتی خمشی سازه چند لایه قرار گرفته بر روی لایه هدف از روش ارائه شده در منبع [۲۶] کمک گرفته شده است. برای محاسبه سفتی از معادله (۱۴) استفاده می‌شود [۲۶].

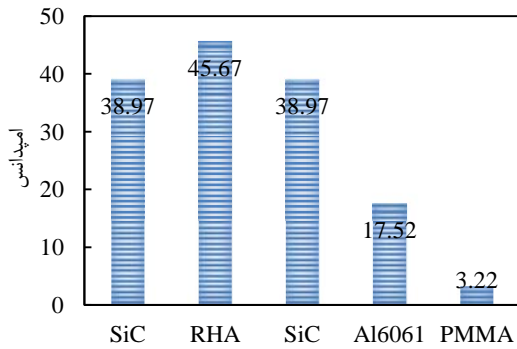
$$S = \frac{EI}{b} \quad (14)$$

که در آن E مدول الاستیسیته، I ممان اینرسی و b عرض لایه می‌باشد. این در حالیکه برای بدست آوردن سفتی خمشی سیستم‌های چند لایه، با توجه به متفاوت بودن جنس در طول سازه، موقعیت تار خنثی باید با معادل سازی عرض لایه و در نتیجه یکسان کردن مدول الاستیسیته آن‌ها محاسبه شود [۲۶].

با افزایش میزان سفتی خمشی در لایه محافظ تک لایه، همانطور که در نمودار شکل ۱۰ مشخص است، میزان تغییر شکل لایه هدف کاهش می‌یابد و در نتیجه کارایی سازه افزایش می‌یابد. این حالت برای هر سه جنس در حالی که به صورت تک لایه بر روی لایه هدف قرار گرفته باشند، روند مشابهی داشته است.



شکل ۱۰ تغییرات سفتی و تغییر شکل لایه هدف با تغییر در ضخامت تک لایه محافظ فولاد زرهی



شکل ۱۴ تغییر امیدانس در سیستم زرهی لایه بندی شده متشکل از چهار لایه

آنچه از نتیجه بدست آمده قابل توجه است، کارایی بالای سازه در کاهش حداکثر خیز لایه هدف و همچنین کم بودن وزن سازه نسبت به آزمایشات 30R و 2.5S-25R-2.5S می‌باشد. با افزایش تعداد لایه‌ها و کاهش تدریجی امیدانس در سیستم لایه بندی شده، علاوه بر اتلاف بیشتر و موثرتر موج شوک، وزن سازه نیز کاهش یافته در نتیجه سازه‌ای با کارایی بالاتر ایجاد شده است.

#### ۴- نتیجه‌گیری

مدلسازی عددی انجام شده در این مطالعه با استفاده از نرم افزار LS-DYNA انجام و لایه چینی‌های متفاوت و ایجاد یک سیستم ترکیبی برای اتلاف موج شوک با استفاده از این نرم‌افزار شبیه‌سازی شده‌اند. تأثیر ضخامت هر نوع از لایه‌ها بر تغییر شکل لایه هدف و میزان تنش انتقالی به این لایه مورد بررسی قرار گرفته و مدل ریاضی برای بدست آوردن خیز لایه هدف بر اساس ضخامت لایه محافظ، جنس لایه محافظ و Z ارائه گردید. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که خیز لایه هدف با Z و ضخامت لایه محافظ رابطه مستقیم و خطی دارد. همچنین دریافتیم که تغییر در ضخامت لایه سرامیکی نسبت به تغییر در ضخامت آلومینیوم و فولاد زرهی، تأثیر کمتری بر حداکثر خیز لایه هدف دارد.

استفاده از لایه فلزی در پشت لایه سرامیکی باعث می‌شود لایه سرامیکی تا ضخامت‌های پایین ۲ میلی متری دچار اسپال نشود، این در حالی است که در صورت عدم وجود لایه پشتی پدیده اسپال برای بارگذاری مشابه تا ضخامت ۱۸ میلی متری لایه سرامیکی اتفاق افتاده است.

در پنل‌های دوگانه طراحی شده حالتی که در آن نسبت ضخامت سرامیک به آلومینیوم یا ضخامت سرامیک به فولاد زرهی برابر ۰/۲ یا ۱ باشد، اتلاف موج شوک بیشتر در پنل و تغییر شکل کمتری در لایه هدف را از خود نشان داده است. در مقایسه بین سیستم‌های دوگانه و سه‌گانه حالتی که دو لایه سرامیکی در اطراف لایه فلزی قرار گرفته‌اند، کارایی بهتری داشته‌اند.

در صورتی که وزن سازه زرهی به عنوان عامل تأثیرگذار در نظر گرفته نشود، سیستم زرهی تک لایه متشکل از RHA بهترین عملکرد را خواهد داشت.

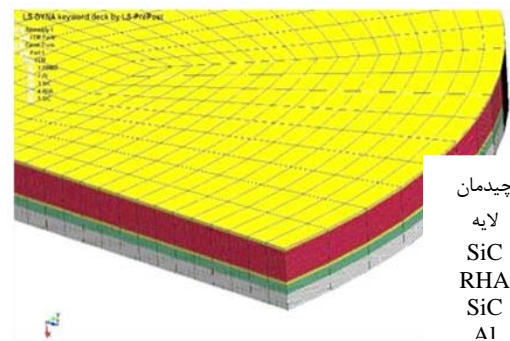
استفاده از الگوی کاهشی امیدانس باعث می‌شود که اتلاف موج شوک به صورت کارآمدتر انجام شود. همچنین استفاده از الگوی کاهشی امیدانس و لایه‌های مختلف فلزی در سیستم زرهی باعث کاهش قابل توجه وزن سازه خواهد شد.

با توجه به موارد اشاره شده در مورد کاهش کارایی میرا کنندگی سازه در صورت زیاد بودن ضخامت لایه سرامیکی، می‌توان اینگونه گفت که حالت 2.5S-25R-2.5S با داشتن ضخامت کم لایه سرامیک و همچنین نسبت سفتی به وزن بیشتر نسبت به 5S-25R از سایر موارد کارایی بهتری را داشته است. با توجه به شکل (۱۲)، حالت 7.5S-15A-7.5S دارای بیشترین نسبت سفتی به وزن می‌باشد و با توجه به شاخص تغییر شکل لایه هدف حالت 2.5S-25A-2.5S نیز عملکرد مناسبی از خود نشان داده است.

#### ۳-۵- بررسی سیستم زرهی ترکیبی از منظر الگوی کاهشی امیدانس

با در نظر گرفتن وزن سازه زرهی، همچنین وجود لایه سخت با مقاومت بالا برای مقاومت در برابر ضربه و وجود لایه‌ای از جنس فلز پس از لایه سخت برای جذب انرژی جنبشی موج شوک وارد شده به سیستم زرهی ترکیبی، می‌توان سیستمی را طراحی کرد که تمامی این شرایط را دارا باشد و کارایی کافی را در استفاده از خود نشان دهد.

استفاده از سیستم‌های ترکیبی ساخته شده از چند لایه مختلف با توجه به بازتابش و عبور موج در چند سطح مشترک به تقلیل موج شوک کمک می‌کند. با استفاده از چند لایه که دارای اختلاف امیدانس هستند، هم می‌توان سازه را در برابر نفوذ پرتابه مقاوم کرد و هم می‌توان انرژی بیشتری را تلف کرد. هدف، طراحی مدلی است که با داشتن ضخامت مشابه به سیستم تک لایه و حداقل تعداد لایه و داشتن یک شیب تغییر و نه یک تغییر ناگهانی در امیدانس، اتلاف موج شوک بیشتر و کمترین تغییر شکل و واماندگی را در ماده داشته باشد. برای این منظور از طراحی 2.5S-25R-2.5S که وضعیت مناسب‌تری را از نظر خیز ایجاد شده در لایه هدف و نسبت سفتی به وزن دارد کمک گرفته و همچنین با در نظر گرفتن افزایش وزن سازه در اثر وجود ضخامت بالای فولاد زرهی، بخشی از ضخامت به آلومینیوم اختصاص یافته می‌دهیم. چیدمان نهایی لایه‌ها در شکل ۱۳ آورده شده است.



شکل ۱۳ نحوه لایه چینی بر اساس الگوی امیدانسی در سیستم زرهی ترکیبی

همانطور که اشاره شد در این الگو سعی شده تا امیدانس لایه‌ها به تدریج کاهش یابد و کاهش ناگهانی در امیدانس اتفاق نیافتد. نمودار شکل ۱۴ تغییرات امیدانس در طول سیستم زرهی ترکیبی را نشان می‌دهد.

جدول ۷ ترتیب قرارگیری لایه‌ها و همچنین ضخامت هر لایه را مشخص کرده است. با ثابت نگاه داشتن نسبت موثر ضخامت بین سرامیک و فولاد، یعنی ۰/۲، از ضخامت این دو لایه کاسته شده و برای ایجاد الگوی امیدانسی کاهشی آلومینیوم با ضخامت ۶ میلی متر در بین لایه سرامیک دوم و لایه هدف قرار گرفته است.

جدول ۷ ترتیب قرارگیری لایه‌ها و ضخامت هر لایه در سیستم زرهی ترکیبی چهار لایه

وزن زره لایه بندی در سطح ده سانتی متر مربع (گرم) $V = (10\text{cm}^2 \times t)$	حداکثر تغییر شکل لایه هدف (میلی متر)	نوع تغییر شکل ورق	لایه چهارم	لایه سوم	لایه دوم	لایه اول	شناسه	ردیف
۱۸۵/۵	۳۶/۷	I	۶mm-Al	۲mm-SiC	۲۰mm-RHA	۲mm-SiC	2S-20R-2S-6A	۳۰

۵- مراجع

[20] Spranghers, K. Vasilakos, I. Lecompte, D. Sol, H. Vantomme, J. "Full-field deformation measurements of aluminum plates under free air blast loading", *Experimental mechanics*, Vol. 52, No. 9, pp. 1371-1384, 2012.

[21] Shull, P. J., "Nondestructive evaluation: theory, techniques, and applications", CRC press, 2002.

[22] Rajendran, J. M. L. R., "Blast loaded plates", Elsevier, 2008.

[23] Nurick, G. Shave, G., "The deformation and tearing of thin square plates subjected to impulsive loads—an experimental study", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 18, No. 1, pp. 99-116, 1996.

[24] M. Lee, Y. Yoo, Analysis of ceramic/metal armour systems, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 25, No. 9, pp. 819-829, 2001.

[25] Wang, Y. Wang, F. Yu, X. Ma, Z. Gao, J. Kang, X., "Effect of interlayer on stress wave propagation in CMC/RHA multi-layered structure", *Composites Science and Technology*, Vol. 70, No. 12, pp. 1669-1673, 2010.

[26] Wyser, Y. Pelletier, C. Lange, J. "Predicting and determining the bending stiffness of thin films and laminates", *Packaging Technology and Science*, Vol. 14, No. 3, pp. 97-108, 2001.

[1] Bórvik, T. Langseth, M. Hopperstad, O. Malo, K., "Ballistic penetration of steel plates", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 22, No. 9, pp. 855-886, 1999.

[2] Gupta, N. Madhu, V., "Normal and oblique impact of a kinetic energy projectile on mild steel plates", *International journal of impact engineering*, Vol. 12, No. 3, pp. 333-343, 1992.

[3] Littlefield, D. L. Anderson Jr, C. E. Partom, Y. Bless, S. J., "The penetration of steel targets finite in radial extent", *International journal of impact engineering*, Vol. 19, No. 1, pp. 49-62, 1997.

[4] Sorensen, B. Kimsey, K. Silsby, G. Scheffler, D. Sherrick, T. De Rosset, W., "High velocity penetration of steel targets", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 11, No. 1, pp. 107-119, 1991.

[5] Tasdemirci, A. Hall, I. "Numerical and experimental studies of damage generation in multi-layer composite materials at high strain rates", *International journal of impact engineering*, Vol. 34, No. 2, pp. 189-204, 2007.

[6] Gupta, Y. Ding, J. "Impact load spreading in layered materials and structures: concept and quantitative measure", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 27, No. 3, pp. 277-291, 2002.

[7] Gooch, W. A., Chen, B. Burkins, M. Palicka, R. Rubin, J. J. Ravichandran, R., "Development and ballistic testing of a functionally gradient ceramic/metal applique, in Proceeding of", *Trans Tech Publ*, pp. 614-621.

[8] López-Puente, J. Arias, A. Zaera, R. Navarro, C., "The effect of the thickness of the adhesive layer on the ballistic limit of ceramic/metal armours. An experimental and numerical study", *International journal of impact engineering*, Vol. 32, No. 1, pp. 321-336, 2005.

[9] Roeder, B. Sun, C., "Dynamic penetration of alumina/aluminum laminates: experiments and modeling", *International journal of impact engineering*, Vol. 25, No. 2, pp. 169-185, 2001.

[10] Zuoguang, Z. Mingchao, W. Shuncheng, S. Min, L. Zhijie, S., "Influence of panel/back thickness on impact damage behavior of alumina/aluminum armors", *Journal of the European Ceramic Society*, Vol. 30, No. 4, pp. 875-887, 2010.

[11] R. Mines, A one-dimensional stress wave analysis of a lightweight composite armour, *Composite structures*, Vol. 64, No. 1, pp. 55-62, 2004.

[12] Gama, B., "Study of through-thickness wave propagation in multi-layer hybrid lightweight armor", in *Proceeding of*, 1998.

[13] D. Hui, P. K. Dutta, A new concept of shock mitigation by impedance-graded materials, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 42, No. 8, pp. 2181-2184, 2011.

[14] Hallquist, J. O., "LS-DYNA keyword user's manual", Livermore Software Technology Corporation, 2007.

[15] Zhu, D. Yan, S. Li, B. "Single-grit modeling and simulation of crack initiation and propagation in SiC grinding using maximum undeformed chip thickness", *Computational Materials Science*, Vol. 92, pp. 13-21, 2014.

[16] Takaffoli, M. Papini, M., "Numerical simulation of solid particle impacts on Al6061-T6 Part II: Materials removal mechanisms for impact of multiple angular particles", *Wear*, Vol. 296, No. 1, pp. 648-655, 2012.

[17] Espinosa, H. Dwivedi, S. Zavattieri, P. Yuan, G. "A numerical investigation of penetration in multilayered material/structure systems", *International journal of solids and structures*, Vol. 35, No. 22, pp. 2975-3001, 1998.

[18] Dorogoy, A. Rittel, D. Brill, A., "A study of inclined impact in polymethylmethacrylate plates", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 37, No. 3, pp. 285-294, 2010.

[19] Robbins, J. Ding, J. Gupta, Y. "Load spreading and penetration resistance of layered structures—a numerical study", *International journal of impact engineering*, Vol. 30, No. 6, pp. 593-615, 2004.



## اثر هیبرید نمودن الیاف تقویت کننده بر خواص کششی کامپوزیت‌های زمینه اپوکسی

حسین ابراهیم‌نژاد خالجیری<sup>۱</sup>، رضا اسلامی فارسانی<sup>۲\*</sup>، حمید خرسند<sup>۱</sup>، کوشا عباس بنایی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مواد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۲- استادیار، مهندسی مواد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۳- دانشجوی دکتری، مهندسی نساجی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد یزد

\* تهران، صندوق پستی ۴۳۳۴۴-۱۹۹۹۱، eslami@kntu.ac.ir

### اطلاعات مقاله

دریافت: دی ۹۳

پذیرش: بهمن ۹۳

### کلیدواژگان

الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده

اپوکسی

کامپوزیت هیبریدی

خواص کششی

### چکیده

الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده از پایدارسازی حرارتی الیاف پلی‌اکریلونیتریل به دست می‌آید و به عنوان ماده ی اولیه برای تولید الیاف کربن استفاده می‌شود. در این تحقیق اثر افزودن این الیاف بر خواص مکانیکی کامپوزیت‌های زمینه پلیمری تقویت شده با پارچه‌های سه نوع الیاف پیشرفته بررسی می‌شود. بدین منظور ۱۳ نوع کامپوزیت زمینه اپوکسی تقویت شده با یکی از انواع پارچه الیاف کربن، کولار و شیشه به همراه الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده به روش لایه گذاری دستی به صورت چهار لایه با چیدمان‌های متفاوت ساخته شدند. برای ساخت کامپوزیت‌ها از رزین اپوکسی بیسفنول F و هاردنر پلی‌آمین استفاده شده و نسبت رزین به الیاف ۶۰ به ۴۰ درصد وزنی انتخاب شد. سپس خواص کششی و سطح مقطع شکست کامپوزیت‌ها مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که با افزایش نسبت الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده به پارچه کربن، کولار و شیشه، استحکام کششی و مدول الاستیک کاهش یافته اما در نسبت‌های بالای ۵۰٪ وزنی میزان کرنش شکست افزایش می‌یابد. بررسی سطح مقطع شکست نشان داد که کامپوزیت‌های ساخته شده با یکی از پارچه‌های الیاف کربن، کولار و شیشه به همراه الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده، به ترتیب دارای نوع شکست عرضی، انفجاری و لایه لایه شدن لبه‌ای می‌باشند و با افزایش نسبت الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده به پارچه‌های کربن، کولار و شیشه، نوع شکست عرضی می‌شود.

## Hybridization effect of fibers reinforcement on tensile properties of epoxy composites

Hossein Ebrahimnezhad Khaljiri<sup>1</sup>, Reza Eslami Farsani<sup>1\*</sup>, Hamid khorsand<sup>1</sup>, Kosha Abbas Banaie<sup>2</sup>

1- Department of Materials Science and Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

2- Department of Textile Engineering, Islamic Azad University, Yazd Branch, Yazd, Iran.

\* P.O.B. 1991-43344, Tehran, Iran, eslami@kntu.ac.ir

### Keywords

Oxidized Polyacrylonitrile Fibers,  
Epoxy,  
Hybrid Composite,  
Tensile Properties

### Abstract

Oxidized Polyacrylonitrile fibers (OPF) are made by thermal stabilization of polyacrylonitrile (PAN) fibers and are used as precursors materials for production of carbon fibers. In this paper, effect of adding these fibers on tensile properties of polymer matrix composites was studied. So thirteen kind weights of epoxy matrix composite reinforced with one of the carbon, Kevlar and glass fabrics including OPF by hand lay up method as four layers with different layering were made. For making of composites epoxy Bisphenol F resin and polyamine hardener were used and the resin to fiber fraction was selected as 60 percent. Then tensile properties and failure cross section of them were studied. Results showed that by increasing OPF to carbon, Kevlar and glass fabric ratio; the tensile and modulus strength decreased but in more than 50 weight percent ratios failure strain increased. Study of the fail cross section showed that composites made with one of the carbon, Kevlar, glass fabrics including OPF have lateral, explosive and edge delamination failure modes respectively and with increasing the OPF to carbon, Kevlar and glass fabric transverse failure mode happens.

### ۱- مقدمه

شرکت الیاف کربن<sup>۴</sup> انگلیس استفاده شد [۳]. پایدارسازی حرارتی در محیط هوا و در محدوده‌ی دمایی ۳۰۰-۱۸۰°C انجام می‌شود و در حین پایدارسازی

الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده<sup>۱</sup> از پایدارسازی حرارتی پلی‌اکریلونیتریل<sup>۲</sup> به دست می‌آید [۲،۱]. نام تجاری این الیاف پنوکس<sup>۳</sup> می‌باشد که ابتدا توسط

2. Polyacrylonitrile (PAN)

3. PANOX

4. R. K. Carbon Fiber

1. Oxidized Polyacrylonitrile Fibers (OPF)

### Please cite this article using:

Ebrahimnezhad Khaljiri, H. Eslami Farsani, R. khorsand, H. and Abbas Banaie, K., "Hybridization effect of fibers reinforcement on tensile properties of epoxy composites" Journal of Science and Technology of Composite, Vol. 1, No. 2, pp. 21-28, 2015.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

مانع استفاده از آنها می شود. از طرف دیگر الیاف پلیمری، چگالی کمی دارند و داکتیل نیز هستند، اما سفتی کم و مقاومت دمایی محدودی دارند [۱۶]. الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده، نوعی الیافی پلیمری است که مقاوت دمایی بالا و کرنش شکست مناسبی دارد ولی خواص استحکامی آن کم است. با توجه به توضیحات فوق در خصوص استفاده از مزایای دو نوع الیاف در کنار هم، هدف این تحقیق امکان سنجی ساخت کامپوزیت زمینه پلیمری هیبریدی شامل الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده به همراه یکی از انواع الیاف کربن، کولار و شیشه و همچنین تاثیر هیبرید کردن بر خواص استحکام کششی، مدول الاستیک و کرنش شکست این کامپوزیت ها می باشد.

## ۲- بخش تجربی

### ۲-۱- مواد

نوع رزین استفاده شده در ساخت کامپوزیت ها، رزین اپوکسی بیسفنول F (ML-506) و هاردنر پلی آمینی<sup>۶</sup> نوع (HA-11) محصول شرکت مواد مهندسی مکرر می باشد. پارچه الیاف شیشه با چگالی سطحی  $200 \text{ g/cm}^2$  و بافت ساده (۹۰/۰) محصول شرکت کام الیاف<sup>۷</sup> ترکیه، پارچه الیاف کربن با چگالی سطحی  $200 \text{ g/cm}^2$  و بافت مورب<sup>۸</sup>  $2 \times 2$  محصول جی. آنجلونی<sup>۹</sup> ایتالیا، پارچه الیاف کولار با چگالی سطحی  $175 \text{ g/cm}^2$  و بافت مورب  $2 \times 2$  محصول شرکت کولان<sup>۱۱</sup> استرالیا و الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده با چگالی خطی  $1/16 \text{ dtex}$  دارای سطح مقطع گرد محصول شرکت کورتولز<sup>۱۲</sup> کشور انگلستان در ساخت کامپوزیت ها استفاده شد. به دلیل عدم دسترسی به الیاف شیشه با چگالی  $200 \text{ g/cm}^2$  و بافت مورب  $2 \times 2$  در زمان ساخت کامپوزیت ها، با توجه به منابع موجود از الیاف شیشه با بافت ساده با چینش و فشردگی<sup>۱۳</sup> مناسب تار و پود که خواص استحکامی معادل بافت مورب  $2 \times 2$  را دارد، استفاده شد [۱۷]. بدین ترتیب خواص استحکامی کامپوزیت های ساخته شده، مستقل از نوع بافت هستند.

### ۲-۲- آماده سازی و ساخت کامپوزیت ها

کامپوزیت ها به صورت ۴ لایه با چیدمان های متفاوت با ابعاد  $30 \times 25 \text{ cm}^2$  توسط روش لایه چینی دستی<sup>۱۴</sup> ساخته شدند شکل ۱. نسبت رزین به هاردنر ۱۰۰ به ۱۵ واحد است. مدت زمان اختلاط رزین و هاردنر ۲ دقیقه می باشد. زمان پخت<sup>۱۵</sup> برای این کامپوزیت ها ۲۴ ساعت در دمای محیط انتخاب شد. به دلیل جذب بالای رزین توسط الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده، نسبت رزین به الیاف ۶۰ به ۴۰ درصد وزنی انتخاب شد. برای ساخت کامپوزیت با این نسبت، ابتدا وزن الیاف با ابعاد مورد نظر توسط ترازوی دیجیتال با دقت  $0.01 \text{ g}$  اندازه گیری شده، سپس با توجه به وزن به دست آمده و نسبت ۶۰ به ۴۰ زمینه به تقویت کننده، وزن مخلوط رزین و هاردنر تعیین شد. همچنین برای حصول اطمینان از رعایت این نسبت، وزن کامپوزیت ها پس از فرآیند پخت اندازه گیری شد. دقت در این روش  $\pm 2\%$  می باشد. برای کاهش حفرات در داخل کامپوزیت وزنه ۲۰ کیلوگرمی بر روی سطح قالب قرار داده

رنگ الیاف از سفید به قهوه ای و سپس سیاه تغییر می کند که به خاطر واکنش های حلقه ای شدن می باشد. پایداری حرارتی شامل واکنش های دی هیدروژنه کردن، حلقه ای شدن و اکسیداسیون می باشد که حلقه ای شدن در دماهای پایین و اکسیداسیون در دماهای بالا رخ می دهد [۱۵].

تحقیقات قبلی در مورد ترکیب شیمیایی الیاف پلی اکریلونیتریل نشان می دهد که این الیاف حاوی ۸۵٪ اکریلیک و ۱۵٪ کومونومرهای<sup>۱</sup> مانند ایتاکونیک اسید<sup>۲</sup> و متیل اکریلات<sup>۳</sup> می باشند. اضافه کردن متیل اکریلات باعث افزایش سرعت واکنش های پایداری می شود [۱۵]. اضافه کردن کومونومرهای یونی و اسیدی نظیر سدیم متالیل سولفونات<sup>۴</sup> و سدیم دو متیل دو اکریل آمینو پروپان سولفونات<sup>۵</sup> سبب افزایش استحکام کششی این الیاف می شوند [۱۶].

مطالعات نشان می دهد که در حین پایداری حرارتی استحکام کششی افزایش می یابد [۱۷]. بهبود جهت گیری کریستالی الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده باعث کاهش ساختار آمورف، کاهش حفرات و بهبود خواص استحکامی الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده می شود. کشش الیاف به صورت گسترده برای بهبود جهت گیری کریستالی استفاده می شود اما دارای محدودیت می باشد. مطالعات نشان می دهد که استفاده از میدان مغناطیسی قوی برای بهبود جهت گیری کریستالی روش مناسب تری می باشد [۱۸].

تحقیقات قبلی در مورد خواص مکانیکی الیاف پلی اکریلونیتریل نشان داد که با افزایش زمان پایداری، استحکام کششی و درصد ازدیاد طول روندی کاهشی دارند اما مدول الاستیک در ابتدا روندی افزایشی و سپس کاهشی دارد. این کاهش در خواص مکانیکی به خاطر تبدیل شدن گروه های نیتریل به نیترو در حین پایداری می باشد. دلیل دیگر در کاهش خواص مکانیکی به خاطر اکسیداسیون بیش از حد در محدوده دمایی پایداری می باشد [۱۹]. همچنین با افزایش سرعت حرارت دهی تا سرعت  $2 \text{ }^\circ\text{C/min}$  افزایش استحکام به سرعت رخ می دهد اما در سرعت های حرارت دهی بالاتر با شیب ملایم تری رخ می دهد [۱۰].

مطالعات نشان می دهد که واکنش های حلقه ای شدن، دی هیدروژنه شدن، اتصالات عرضی و اکسیداسیون در اتمسفر حاوی اکسیژن رخ می دهد. اما در نیتروژن خالص فقط واکنش های حلقه ای شدن و دی هیدروژنه شدن وجود دارد. در اتمسفرهای حاوی اکسیژن و نیتروژن با افزایش غلظت اکسیژن تا ۲۰٪ حجمی افزایش استحکام دیده می شود اما در غلظت های بیشتر از ۲۰٪ حجمی با افزایش غلظت اکسیژن کاهش استحکام وجود دارد [۱۱].

مهم ترین ویژگی های الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده، مقاومت حرارتی بالا، انحلال ناپذیر بودن، نقطه ذوب بالا، مقاومت الکتریکی بالا، امن از نظر بیولوژیکی و قابلیت جذب رطوبت می باشد [۱۲-۳]. وجود چنین خواصی باعث شده است تا از آن در تولید پارچه های مقاوم به آتش، پوشش های سطحی، لایه های مقاوم به آتش برای باتری ها و تولید الیاف کربن استفاده شود [۱۳-۱۵].

به طور کلی هدف از هیبرید کردن دو الیاف در کامپوزیت بدست آوردن فواید دو الیاف و کم کردن معایب می باشد. با جایگزین کردن الیاف داکتیل به جای الیاف ترد در کامپوزیت زمینه پلیمری می توان کرنش شکست را بهبود بخشید. الیاف فلزی، سفتی بالا و کرنش شکست زیادی دارند. اما چگالی زیاد

6. Resin epoxy Bisphenol F  
7. Polyamine Hardener  
8. Camelyaf  
9. Twill weave  
10. G. Angeloni  
11. Colan  
12. Courtaulds  
13. Crimp  
14. Hand Lay-Up  
15. Cure

1. Comonomer  
2. Itaconic Acid  
3. Methyl Acrylate  
4. Sodium Methallyl Sulfonate  
5. Sodium 2-methyl-2-acrylamidopropane sulfonate

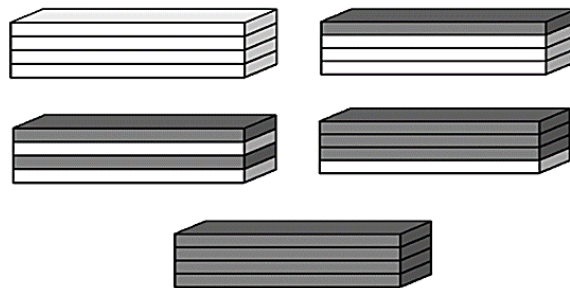


استاندارد در مورد استفاده از کاغذ سمباده به جای تب پلیمری اشاره شده است.



شکل ۲ نمونه های آزمون کشش با تب سمباده ای.

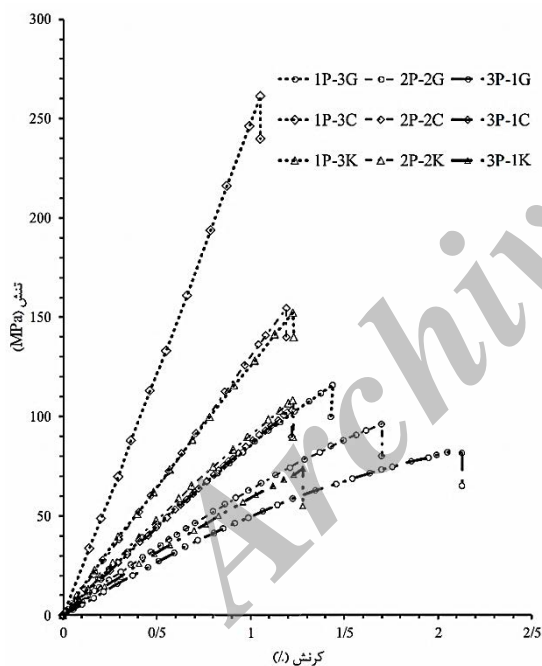
شد. کد کامپوزیت های زمینه اپوکسی، همچنین تعداد لایه های پارچه استفاده شده در کامپوزیت و نسبت تقویت کننده ها در جدول ۱ آورده شده است.



شکل ۱ انواع چیدمان لایه ها- لایه روشن: پارچه الیاف کربن یا الیاف شیشه یا الیاف کولار، لایه تیره: الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده.

### ۳- نتایج و بحث

شکل ۳، نمودار تنش- کرنش کامپوزیت های هیبریدی تقویت شده با پارچه الیاف کربن، کولار و شیشه به همراه الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده را نشان می دهد. این نمودار از نمودارهای نیرو-جابجایی آزمون کشش براساس استاندارد D ۳۰۳۹ به دست آمده است.



شکل ۳ نمودار تنش- کرنش کامپوزیت های هیبریدی.

جدول ۱ مشخصات و کد کامپوزیت های ساخته شده

کد نمونه	تعداد لایه های پارچه تقویت کننده	نسبت الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده به کل تقویت کننده در کامپوزیت (%)
0P-4C	۴	۰
1P-3C	۳	۴۸
2P-2C	۲	۷۶
3P-1C	۱	۸۹
0P-4K	۴	۰
1P-3K	۳	۵۳
2P-2K	۲	۷۵
3P-1K	۱	۸۶
0P-4G	۴	۰
1P-3G	۳	۵۱
2P-2G	۲	۷۴
3P-1G	۱	۸۹
4P	۰	۱۰۰

P = الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده، C = پارچه کربن، K = پارچه کولار، G = پارچه شیشه

### ۳-۲- تجهیزات

آزمون کشش توسط دستگاه هانسفیلد<sup>۱</sup> H25KS با نیروی ۲۵ KN و سرعت کشش ۲ mm/min انجام شد. برای هر آزمایش براساس استاندارد D ۳۰۳۹ انجمن آزمایش مواد آمریکا، تعداد پنج نمونه کامپوزیتی آزمون کشش با ابعاد ۲۵۰×۲۰×۲ mm<sup>۲</sup> (طول × عرض × ضخامت) بریده و سمباده زنی شدند. همچنین طول سنجه<sup>۳</sup> نیز ۱۰۰mm انتخاب شد. از کاغذ سمباده به عنوان تب<sup>۴</sup> استفاده شد شکل ۲. هدف از استفاده از تب پلیمری افزایش اصطکاک بین گیره و نمونه آزمایش و همچنین شکست در ناحیه طول سنجه در آزمون کشش می باشد. کاغذ سمباده باعث افزایش اصطکاک بین گیره و نمونه می شود. برای شکستن نمونه در طول سنجه کافی است دقت عرض نمونه را توسط سمباده زنی به زیر ۰/۳ mm رساند. همچنین در

1. Hounsfield  
2. ASTM D3039  
3. Gauge Length  
4. Tab

چیدمان های متفاوت را نشان می دهد. داده های مربوط به استحکام کششی و مدول الاستیک رفتاری مشابه کامپوزیت های چهار لایه با چیدمان های پارچه کربن و الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده از خود نشان می دهند.

بر اساس این داده ها کامپوزیت با چیدمان چهار لایه پارچه کولار با استحکام کششی  $322/44 \pm 10/01$  MPa و کامپوزیت با چیدمان چهار لایه الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده با استحکام کششی  $610/7 \pm 6/73$  MPa، به ترتیب بیشترین و کمترین استحکام کششی را دارند. با افزایش نسبت درصد وزنی پارچه کولار به الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده در دیگر چیدمان ها، استحکام کششی روندی افزایشی دارد.

کامپوزیت با چیدمان چهار لایه پارچه الیاف کولار با مدول الاستیک  $19/60 \pm 0/90$  GPa و کامپوزیت با چیدمان چهار لایه الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده با مدول الاستیک  $4/87 \pm 0/06$  GPa، به ترتیب بیشترین و کمترین مدول الاستیک را دارند. با افزایش نسبت درصد وزنی پارچه الیاف کولار به الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده مدول الاستیک روندی افزایشی دارد که به علت حضور پارچه کولار و تاثیر آن بر مدول الاستیک کامپوزیت می باشد. نتایج نشان داد که حضور الیاف کولار در کامپوزیت های پلیمری تقویت شده با الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده خواص مکانیکی این کامپوزیت ها را بهبود می دهد.

با توجه به داده های جدول ۳ کامپوزیت با چیدمان چهار لایه پارچه کولار بیشترین کرنش شکست را دارد. با افزایش نسبت درصد وزنی پارچه کولار به الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده تا درصد وزنی  $5/3$ ، کرنش شکست روندی کاهش یافته است. اما در درصد های بالاتر از  $5/3$ ، کرنش شکست از روندی افزایشی برخوردار است. کاهش اولیه کرنش شکست به دلیل عدم تطابق بین پارچه الیاف کولار و الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده می باشد. اما با افزایش نسبت الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده به الیاف کولار کرنش شکست پهنه می شود.

اکسید شده در طی مراحل پایداری سازی به دلیل تشکیل اتصالات عرضی ضعیف در ساختار این الیاف کاهش می یابد [۱۸]. به همین دلیل کامپوزیت با چیدمان چهار لایه الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده کمترین استحکام کششی را دارد. بنابراین برای بهبود خواص استحکامی این کامپوزیت تقویت کننده های پارچه الیاف کربن و الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده به صورت لایه لایه در کامپوزیت هیبرید شده اند. با افزایش نسبت درصد وزنی پارچه کربن به الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده به خاطر خواص استحکامی پارچه الیاف کربن، استحکام کششی کامپوزیت ها بیشتر می شود.

با توجه به جدول ۲، کامپوزیت با چیدمان چهار لایه پارچه کربن کرنش شکست  $1/3$  را نشان می دهد. با افزایش نسبت درصد وزنی پارچه کربن به الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده تا درصد وزنی  $4/8$ ، کرنش شکست روندی کاهش یافته و بعد از آن روندی افزایشی را از خود نشان می دهد. بیشترین کرنش شکست را کامپوزیت با چیدمان چهار لایه الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده با کرنش شکست  $1/68$  دارد. در حین پایداری در داخل الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده ساختار پلیمری نزدیکی تشکیل می شود که این ساختار باعث افزایش درصد از یاد طول الیاف به مقدار زیاد می شود. به همین دلیل کامپوزیت تقویت شده با چهار لایه الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده بیشترین کرنش شکست را دارد. کاهش اولیه کرنش شکست در کامپوزیت ها تا  $4/8$  وزنی حاوی الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده عدم تطابق بین پارچه الیاف کربن و الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده می باشد. نتایج این کامپوزیت ها نشان می دهد که حضور الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده کرنش شکست را در کامپوزیت های تقویت شده با پارچه الیاف کربن را افزایش می دهد. با توجه به این نتایج می توان نتیجه گرفت که هیبرید کردن الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده با پارچه الیاف کربن تردی کامپوزیت های تقویت شده با الیاف کربن را کاهش و داکتیلیتی را افزایش می دهد.

جدول ۲ نتایج آزمون کشش کامپوزیت با چیدمان های متفاوت الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده و پارچه کربن

کد نمونه	استحکام کششی (MPa)	مدول الاستیک (GPa)	کرنش شکست (%)
0P-4C	$566/40 \pm 15/80$	$42/45 \pm 0/48$	$1/30 \pm 0/03$
1P-3C	$261/38 \pm 12/30$	$25/00 \pm 0/60$	$1/05 \pm 0/01$
2P-2C	$154/54 \pm 8/09$	$12/69 \pm 0/40$	$1/19 \pm 0/04$
3P-1C	$103/11 \pm 2/70$	$8/86 \pm 0/20$	$1/22 \pm 0/05$
4P	$610/7 \pm 6/73$	$4/87 \pm 0/06$	$1/68 \pm 0/04$

جدول ۳ نتایج آزمون کشش کامپوزیت با چیدمان های متفاوت الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده و پارچه کولار

کد نمونه	استحکام کششی (MPa)	مدول الاستیک (GPa)	کرنش شکست (%)
0P-4K	$322/44 \pm 10/01$	$19/60 \pm 0/90$	$1/75 \pm 0/06$
1P-3K	$152/37 \pm 8/51$	$11/86 \pm 0/56$	$1/22 \pm 0/03$
2P-2K	$108/02 \pm 8/32$	$8/74 \pm 0/36$	$1/23 \pm 0/06$
3P-1K	$73/69 \pm 2/63$	$6/41 \pm 0/27$	$1/28 \pm 0/03$
4P	$610/7 \pm 6/73$	$4/87 \pm 0/06$	$1/68 \pm 0/04$

### ۳-۳- خواص کششی کامپوزیت حاوی الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده و پارچه شیشه

جدول ۴ نتایج مربوط به آزمون کشش کامپوزیت های چهار لایه تقویت شده با الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده و پارچه شیشه با چیدمان های متفاوت را نشان می دهد. پارچه شیشه نیز مانند پارچه کولار و کربن باعث بهبود استحکام کششی و مدول الاستیک کامپوزیت های چهار لایه با چیدمان های متفاوت الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده و پارچه شیشه می شود. در این حالت، کامپوزیت با چیدمان چهار لایه پارچه شیشه با استحکام کششی  $215/91 \pm 9/65$  MPa و کامپوزیت با چیدمان چهار لایه الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده با استحکام کششی  $610/7 \pm 6/73$  MPa، به

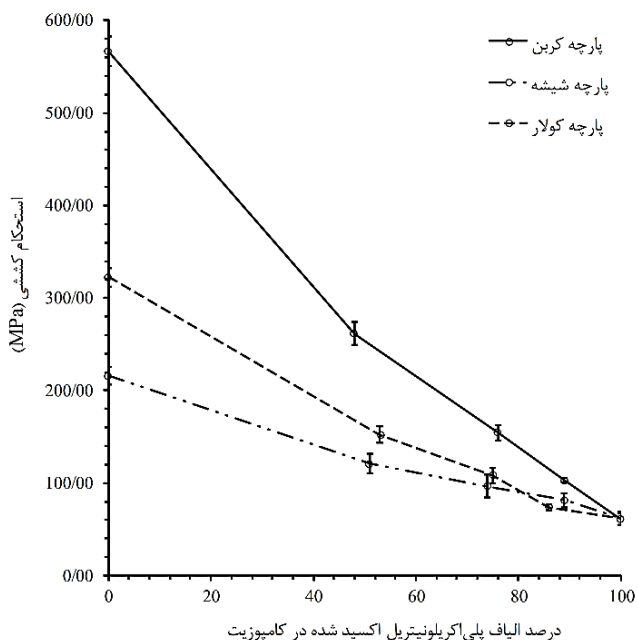
مدول الاستیک کامپوزیت با چیدمان چهار لایه پارچه الیاف کربن،  $42/45 \pm 0/48$  GPa و کامپوزیت با چیدمان چهار لایه الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده،  $4/87 \pm 0/06$  GPa است که به ترتیب، بیشترین و کمترین مدول نسبت به دیگر لایه گذاری ها دارند. مدول الاستیک الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده رفتاری مشابه استحکام کششی این الیاف دارد [۱۸]. به همین دلیل با افزایش نسبت درصد وزنی پارچه کربن به الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده در کامپوزیت، مدول الاستیک روندی افزایشی دارد.

### ۳-۲- خواص کششی کامپوزیت حاوی الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده و پارچه کولار

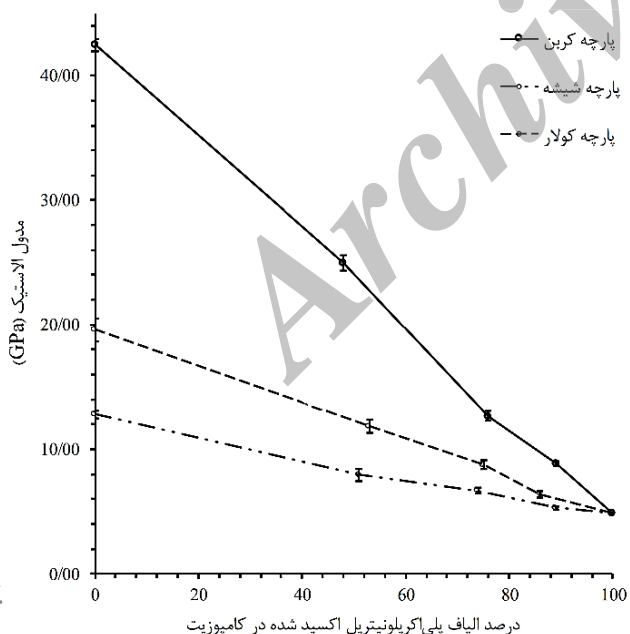
جدول ۳ نتایج مربوط به آزمون کشش شکل ۳، کامپوزیت های چهار لایه تقویت شده با پارچه الیاف کولار و الیاف پلی اکریلونیتریل اکسید شده با



منطقه شکست در جدول ۵ آمده است [۱۹-۲۰]. براساس جدول ۵، نتایج حالت شکست برای کامپوزیت‌های ساخته شده از پارچه‌های کربن، کولار و شیشه به همراه الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده به صورت خلاصه و به ترتیب در جداول ۶ تا ۸ آورده شده است.



شکل ۴ تغییرات استحکام کششی برحسب درصد الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده به کل الیاف تقویت کننده در کامپوزیت.



شکل ۵ تغییرات مدول الاستیک برحسب درصد الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده به کل الیاف تقویت کننده در کامپوزیت.

ترتیب بیشترین و کمترین استحکام کششی را دارا می‌باشند. با افزایش نسبت درصد وزنی پارچه شیشه به الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده استحکام کششی روندی افزایشی دارد.

کامپوزیت با چیدمان ۴ لایه پارچه شیشه با مدول الاستیک  $12/80$  GPa و کامپوزیت با چیدمان ۴ لایه الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده با مدول الاستیک  $4/87$  GPa، به ترتیب بیشترین و کمترین مدول الاستیک را دارند. با افزایش نسبت درصد وزنی پارچه شیشه به الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده، مدول الاستیک روندی افزایشی دارد.

با توجه به داده‌های به دست آمده، میزان کرنش شکست کامپوزیت با چیدمان چهار لایه پارچه شیشه بیشتر از کامپوزیت با چیدمان چهار لایه الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش نسبت درصد وزنی الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده به پارچه شیشه تا نسبت  $0/51$ ، کرنش شکست روندی کاهشی دارد و بعد از نسبت وزنی  $0/51$  روندی افزایشی دارد که این کاهش کرنش به خاطر تفاوت در نوع بافت پارچه و الیاف و عدم یکنواختی کامپوزیت می‌باشد. در چیدمان‌های دیگر این عدم یکنواختی کمتر شده و باعث افزایش میزان کرنش شده است. بیشترین میزان کرنش شکست در نسبت وزنی  $0/89$  به دست آمده است. با توجه به نتایج کرنش شکست می‌توان نتیجه گرفت هیبرید کردن الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده با پارچه الیاف شیشه، داکتیلیتی کامپوزیت را افزایش می‌دهد.

جدول ۴ نتایج آزمون کشش کامپوزیت با چیدمان‌های متفاوت الیاف

کد نمونه	استحکام کششی (MPa)	مدول الاستیک (GPa)	کرنش شکست (%)
0P-4G	$215/91 \pm 9/65$	$12/80 \pm 0/30$	$1/76 \pm 0/04$
1P-3G	$120/90 \pm 10/73$	$7/96 \pm 0/50$	$1/34 \pm 0/05$
2P-2G	$96/36 \pm 12/62$	$6/70 \pm 0/25$	$1/70 \pm 0/02$
3P-1G	$81/75 \pm 7/65$	$5/30 \pm 0/15$	$2/13 \pm 0/07$
4P	$61/07 \pm 6/73$	$4/87 \pm 0/06$	$1/68 \pm 0/04$

### ۳-۴- مقایسه خواص کششی کامپوزیت‌ها

نتایج نشان می‌دهند که در سه دسته کامپوزیت‌های با چیدمان و درصد وزنی یکسان، کامپوزیت‌های حاوی الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده و پارچه کربن بیشترین استحکام کششی و مدول الاستیک را دارند. همچنین کامپوزیت‌های شامل الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده و پارچه شیشه به جز در درصد‌های وزنی بالای  $0/80$  که نتایج مشابهی با کامپوزیت‌های ساخته شده با الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده و پارچه کولار دارند؛ کمترین استحکام کششی و مدول الاستیک را ارائه می‌دهند (شکل‌های ۴-۵).

مطابق با نتایج ارائه شده در شکل ۶، کامپوزیت‌های ساخته شده از الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده و پارچه شیشه و کامپوزیت‌های ساخته شده از الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده و پارچه کربن دارای بیشترین و کمترین کرنش شکست می‌باشند.

### ۳-۵- نوع شکست کامپوزیت‌ها

در آزمون کشش، حالت شکست به نوع شکست<sup>۱</sup>، ناحیه شکست<sup>۲</sup> و منطقه شکست<sup>۳</sup> وابسته می‌باشد. حالت‌های مختلف نوع شکست، ناحیه شکست و

1. Failure Mode

2. Failure Type  
3. Failure Area

جدول ۵ حالت شکست در آزمون کشش

نوع شکست	ناحیه شکست	منطقه شکست
زاویه ای	داخل گیره/ تب	پایین
چند لایه شدن	در گیره/ تب	بالا
گیره/ تب	در نزدیکی گیره/ تب	چپ
عرضی	طول سنجه	راست
حالت چندگانه	چند ناحیه ای	وسط
شکاف بلند	مختلف	مختلف
انفجاری	نامعلوم	نامعلوم
سایر		

جدول ۶ حالت شکست در آزمون کشش کامپوزیت‌های حاوی الیاف پلی‌اکریلونیتریل

کد نمونه	نوع شکست	ناحیه شکست	منطقه شکست
0P-4C	عرضی	چند ناحیه‌ای	مختلف
1P-3C	عرضی	طول سنجه	بالا
2P-2C	چندگانه	طول سنجه	وسط
3P-1C	زاویه‌ای	طول سنجه	وسط
4P	زاویه‌ای	چند ناحیه‌ای	مختلف

جدول ۷ حالت شکست در آزمون کشش کامپوزیت‌های حاوی الیاف پلی‌اکریلونیتریل

کد نمونه	نوع شکست	ناحیه شکست	منطقه شکست
0P-4K	انفجاری	طول سنجه	بالا
1P-3K	انفجاری	طول سنجه	وسط
2P-2K	انفجاری	طول سنجه	وسط
3P-1K	زاویه‌ای	طول سنجه	وسط
4P	زاویه‌ای	چند ناحیه‌ای	مختلف

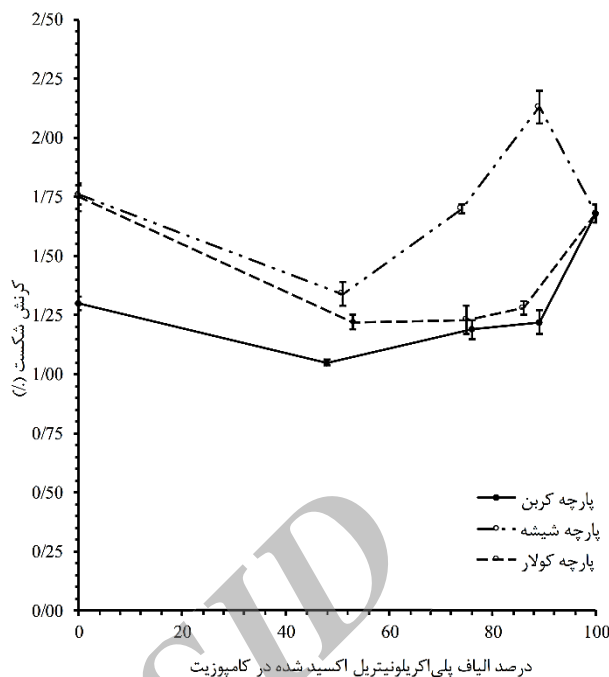
جدول ۸ حالت شکست در آزمون کشش کامپوزیت‌های حاوی الیاف پلی‌اکریلونیتریل

کد نمونه	نوع شکست	ناحیه شکست	منطقه شکست
0P-4G	انفجاری	طول سنجه	بالا
1P-3G	چند لایه شدن	طول سنجه	مختلف
2P-2G	چند لایه شدن	طول سنجه	وسط
3P-1G	چندگانه	طول سنجه	وسط
4P	زاویه‌ای	چند ناحیه‌ای	مختلف

## ۴- نتیجه‌گیری

نتایج آزمایشات نشان داد که حضور پارچه‌های الیاف کربن، کولار و شیشه باعث افزایش و بهبود تنش شکست و مدول الاستیک کامپوزیت زمینه اپوکسی حاوی الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده می‌شود. بیشترین تنش شکست و مدول الاستیک را کامپوزیت‌های تقویت شده با پارچه الیاف کربن و پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده داشتند.

هیبرید کردن الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده در کامپوزیت‌های تقویت شده با پارچه کربن و شیشه و کولار باعث افزایش و بهبود کرنش شکست شده است. بیشترین کرنش شکست را کامپوزیت‌های ساخته شده از الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده و پارچه شیشه داشتند.

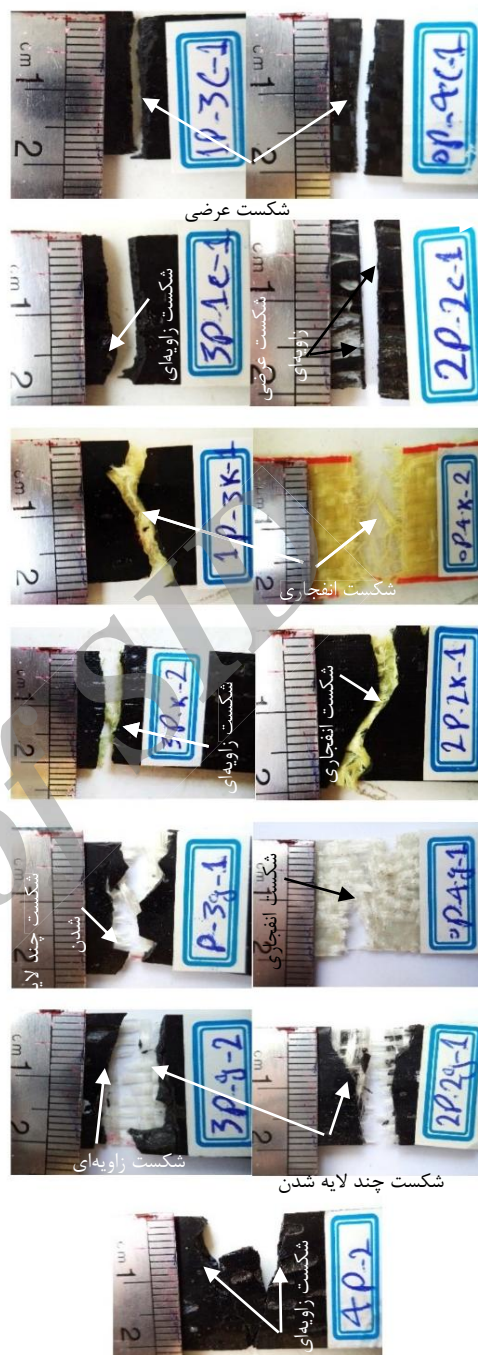


شکل ۶ تغییرات کرنش شکست برحسب درصد الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده به کل الیاف تقویت کننده در کامپوزیت.

بررسی شکل ۷ و سطح مقطع شکست کامپوزیت‌های تقویت شده با یکی از الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده، کولار و شیشه نشان می‌دهد که این کامپوزیت‌ها به ترتیب دارای نوع شکست زاویه‌ای<sup>۱</sup>، عرضی<sup>۲</sup>، انفجاری<sup>۳</sup> و چند لایه شدن<sup>۴</sup> می‌باشند. با توجه به تحقیقات انجام شده کامپوزیت‌های تقویت شده با الیاف کربن دارای نوع شکست عرضی هستند که نشان می‌دهد که دارای شکست ترد می‌باشند. با افزایش نسبت پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده به پارچه الیاف کربن نوع شکست از حالت عرضی به زاویه‌ای تغییر می‌کند (شکل ۷). این بدین معنی است که الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده داکتیلیتی کامپوزیت را بهتر می‌کند که نتایج کرنش شکست این را ثابت می‌کند. کامپوزیت تقویت شده با پارچه الیاف کولار دارای نوع شکست انفجاری می‌باشد (شکل ۷). با افزایش نسبت الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده به پارچه الیاف کولار نوع شکست از حالت انفجاری به زاویه‌ای تغییر می‌کند. تغییرات نوع شکست با تغییرات کرنش شکست مطابقت دارد. کامپوزیت تقویت شده با چیدمان چهار لایه پارچه الیاف شیشه نوع شکست انفجاری دارد. با اضافه شدن الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده نوع شکست چند لایه شدن غالب می‌شود. با افزایش نسبت این الیاف به پارچه شیشه نوع شکست چندگانه شامل شکست‌های لایه لایه شدن و عرضی غالب می‌شود و در نهایت در کامپوزیت چهار لایه الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده نوع شکست عرضی می‌شود. این نتایج، به طور دقیق مشابه رفتار کرنش شکست کامپوزیت‌های هیبرید شده با الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده و پارچه الیاف شیشه در شکل ۶ می‌باشد.

1. Angled
2. Lateral
3. Explosive
4. Delamination

- [2] Rahaman, M.S.A. Ismail, A.F. and Mustafa A., "A Review of Heat Treatment on Polyacrylonitrile Fiber," *Polymer Degradation and Stability*, Vol. 92, No. 8, pp. 1421-1432, 2007.
- [3] Johnson, H.D., "Synthesis-Characterization-Processing and Physical Behavior of Melt-Processible Acrylonitrile Co- and Terpolymers for Carbon Fibers: Effect of Synthetic Variables on Copolymer Structure," MSc Thesis, Virginia University, USA, 2006.
- [4] Arbab, S. and Zeinolebadi, A., "A Procedure For Precise Determination of Thermal Stabilization Reactions in Carbon Fiber Precursors," *Polymer Degradation and Stability*, Vol. 98, No. 12, pp. 2537-2545, 2013.
- [5] Xue, Y. Liu, J. and Liang, J., "Correlative Study of Critical Reactions in Polyacrylonitrile Based Carbon Fiber Precursors During Thermal-Oxidative Stabilization," *Polymer Degradation and Stability*, Vol. 98, No. 1, pp. 219-229, 2013.
- [6] Sedghi, A. Eslami Farsani, R. and Shokuhfar, A., "The Effect of Commercial Polyacrylonitrile Fibers Characterizations on the Produced Carbon Fibers Properties," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 198, No. 1-3, pp. 60-67, 2008.
- [7] Badrnezhad, R. and Eslami Farsani, R., "Modeling and Differential Evolution Optimization of PAN Carbon Fiber Production Process," *Fibers and Polymers*, Vol. 15, No. 6, pp. 1182-1189, 2014.
- [8] Xiaomeng, R. Yuansheng, W. Te, H. and Zhengcai, X., "Analysis and Characterization of Orientation Structure of Pre-oxidized PAN Fibers in High Magnetic Fields," *Journal of Wuhan University of Technology Mater. Sci. Ed*, Vol. 29, No. 2, pp. 224-228, 2014.
- [9] Karacan, I. and Erdog'an, G., "The Role of Thermal Stabilization on the Structure and Mechanical Properties of Polyacrylonitrile Precursor Fibers," *Fibers and Polymers*, Vol. 13, No. 7, pp. 855-863, 2012.
- [10] Hou, Y., Sun, T., Wang, H. and Wu, D., "Effect of Heating Rate on the Chemical Reaction during Stabilization of Polyacrylonitrile Fibers," *Textile Research Journal*, Vol. 78, No. 9, pp. 806-811, 2008.
- [11] SUN, T., Hou, Y. and Wang, H., "Effect of Atmospheres on Stabilization of Polyacrylonitrile Fibers," *Journal of Macromolecular ScienceR, Part A: Pure and Applied Chemistry*, Vol. 46, No. 8, pp. 807-815, 2009.
- [12] Horrocks, A. R. and Anand, S. C., "Handbook of Technical Textiles, First Edition, Woodhead Publishing, Cambridge, pp. 25-31, 2000.
- [13] Smith, W. N., "Flame Retarding Fusion Bonded Non-Woven Fabrics," US Pat. 4, 970, 111, 1990.
- [14] McCarthy, T., "Surface Veil of Oxidized Pan Fiber," US Pat. 2007/0072504A1, 2007.
- [15] Ogle, S. E. and et al, "Bi-layer Nonwoven Fire Resistant Batt and an Associated Method for Manufacturing the Same," US Pat. 2005/0233668A1, 2005.
- [16] Swolfs, Y. Gorbatikh, L. and Verpoest I., "Fibre hybridisation in polymer composites: A review," *Composite Part A*, Vol. 67, No. 1, pp. 181-200, 2014.
- [17] Gasser, A. Boisse, P. and Hanklar, S., "Mechanical behaviour of dry fabric reinforcements. 3D simulations versus biaxial tests", *Computational Materials Science*, Vol. 17, No. 1, pp. 7-20, 2000.
- [18] Kalfon-Cohen, E. Harel, H., Saadon-Yechezkia, M. Timna, K. Zhidkov, T. Weinberg, A. and Marom, G., "Thermal-crosslinked polyacrylonitrile fiber compacts," *Polymers for Advanced Technologies*, Vol. 21, No. 12, pp. 904-910, 2010.
- [19] Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials, Annual Book of ASTM Standard, 08. 01, D3039/D3039M-00, 2002.
- [20] Paiva, J. M. F., Mayer, S. and Rezende, M. C., "Comparison of Tensile Strength of Different CarbonFabric Reinforced Epoxy Composites," *Materials Research*, Vol. 9, No. 1, pp. 83-89, 2006.



شکل ۷ سطح مقطع شکست کامپوزیت.

سطح مقطع شکست کامپوزیت ساخته شده از پارچه کربن، کولار، شیشه و الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده به ترتیب به صورت شکست عرضی، انفجاری، چند لایه شدن و زاویه‌ای می‌باشد. بررسی سطح مقطع شکست نشان داد که رفتاری مشابه نتایج کرنش شکست دارد. با ترکیب الیاف پلی‌اکریلونیتریل اکسید شده و پارچه‌های کربن، کولار و شیشه می‌توان کامپوزیت با خواص تنش شکست و مدول الاستیک و کرنش شکست بهینه ساخت.

#### ۵- مراجع

- [1] Schwartz, M., "Encyclopedia of Materials, Parts, and Finishes," Second Edition, Boca Raton, Florida, pp. 8-10, 2002.

Archive of SID



## تحلیل خزشی دیسک دوار ساخته شده از مواد مدرج تابعی با پروفیل غیریکنواخت

حدیث ژرفی<sup>۱</sup>، حمید اختراعی طوسی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی، مشهد

۲- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی، مشهد

\* مشهد، کد پستی ۹۱۷۷۹۴۸۹۷۴، ekhteraee@um.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت: آذر ۹۳	دیسک‌های دوار بخش مهم بسیاری از ماشین‌آلات صنعتی می‌باشند. در بسیاری از موارد این دیسک‌ها در شرایط سرعت دورانی و دمایی زیاد کار می‌کنند. به این سبب تحلیل و مطالعه خزش در دیسک‌های دوار، ارزشمند و ضروری است. اخیراً کاربردهای مواد مدرج تابعی در ساخت دیسک‌های دوار مورد توجه محققین بسیاری قرار گرفته است. این مواد مرکب پیشرفته با داشتن قابلیت تنوع در ساختار، امکان ترکیب مناسب خواص مواد و ایجاد خواص مطلوب ترمومکانیکی را فراهم می‌آورند. علاوه بر نوع ماده، عامل دیگری که در توزیع میدان‌های تنش و در نتیجه تغییر شکل‌ها و عمر دیسک موثر است شکل مقطع عرضی (پروفیل) دیسک می‌باشد. برای مطالعه تاثیر شکل مقطع عرضی دیسک روی پاسخ‌های خزشی آن، سه نوع دیسک مدرج تابعی متفاوت، مرکب از آلومینیوم و کاربید سیلیسیم Al-SiC مورد مطالعه قرار گرفته است. با فرض توزیع خطی ذرات کاربید سیلیسیم در زمینه آلومینیوم خالص، پروفیل این دیسک‌ها به سه صورت شامل ضخامت ثابت، کاهش ضخامت خطی و کاهش ضخامت غیرخطی در نظر گرفته شده‌اند. مسئله به صورت تحلیلی فرمول‌بندی و حل شده است. توزیع تنش‌ها و نرخ‌های کرنش محاسبه شده‌اند. تاثیر پارامتر سرعت در پاسخ خزشی دیسک‌های مختلف مطالعه شده است. سرعت ویژه‌ای که در آن خزش در دیسک به میزان چشم‌گیری کاهش می‌یابد مشاهده شد. این سرعت مهم سرعت حدی خزش نامگذاری شد و تاثیر پروفیل دیسک روی این سرعت حدی مطالعه و بررسی شد.
پذیرش: دی ۹۳	
کلیدواژگان	
خزش	
مواد مدرج تابعی	
دیسک دوار	
پروفیل دیسک	
سرعت حدی	

## Creep Analysis of FGM Rotating Disc with non-Uniform Profiles

Hodais Zharfi, Hamid Ekhteraei Toussi\*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

\*P.O.B. 9177948974, Mashhad, ekhteraee@um.ac.ir

### Keywords

Creep, FGM materials, Rotating disc, Disc profile, Limit speed

### Abstract

Rotating discs are the vital part of many kinds of machineries. Usually they are operating at a relatively high angular velocity and temperature conditions. Accordingly in practice, the creep analysis is an essential necessity in the study of rotating discs. More recently the application of Functionally Graded Materials (FGMs) in the construction of rotating discs is the subject of many researches. These newly developed heterogeneous compounds enable the designer to manage the distribution of material properties and benefit their superior thermo-mechanical capacities. Apart from the patterns of material distribution, the shape of a disc is another factor which controls the stress field and consequently the deformation and life expectations. To study the effects of cross sectional profile, three different Aluminum-Silicon Carbide FGM discs with uniform, convergent and divergent cross section profiles are selected as the case studies. It is seen that there is a definite speed in which creep relaxation reduces considerably at the entirety of the disc. This important rotational speed is named the creep limit speed. Some case studies are represented to show the effects of disc profile upon the disc creep limit speeds.

### ۱- مقدمه

کرنش) شامل پدیده‌هایی از قبیل رهاسازی و بازتوزیع تنش، تغییرشکل‌های تصاعدی و کاهش موضعی استحکام ماده می‌باشد. خزش به عنوان رفتار ماده دارای سه مرحله مجزا می‌باشد که مراحل اول، دوم و سوم خزش نامگذاری می‌شوند.

خزش یک تغییر شکل غیر الاستیک پیش‌رونده وابسته به زمان در دماها و تنش‌های بالا می‌باشد. تغییرات وابسته به زمان در وضعیت اعمال تنش (یا

Please cite this article using:

Zharfi, H. and Ekhteraei Toussi, H., "Creep Analysis of FGM Rotating Disc with non-Uniform Profiles" Journal of Science and Technology of Composite, Vol. 1, No. 2, pp. 29-36, 2015.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

داشت [۹]. واندانا<sup>۱۱</sup> و سینگ<sup>۱۲</sup> تاثیر ناهمسانگردی و تغییرات ضخامت را در پاسخ خزشی دیسک دوار ساخته شده از توزیع ذرات کاربرد سیلیسیم در آلومینیوم خالص بررسی نمودند. آنها از قانون شربی و تئوری تسلیم میز استفاده نمودند [۱۰]. تحقیقات دیگری توسط سینگ و ری<sup>۱۳</sup> انجام شد [۱۱-۱۳]. در تمام این مطالعات تاثیر نحوه توزیع ذرات در توزیع تنش‌ها، نرخ‌های کرنش و تغییرشکل‌ها بررسی شدند. جاهد و بیدآبادی با استفاده از روش مشخصات مواد متغیر<sup>۱۴</sup> خزش اولیه و ثانویه را در مسائل متقارن محوری مانند دیسک‌ها و مخازن تحت فشار مطالعه کردند [۱۴]. گوپتا و همکارانش با در نظر گرفتن توزیع‌های مختلف ذرات کاربرد سیلیسیم و گرادیان حرارتی و با استفاده از مدل اجزای محدود، پاسخ خزشی حالت پایای دیسک دوار را مطالعه نمودند [۱۵]. در سال‌های اخیر مطالعه خزش در دیسک‌های دوار ادامه پیدا کرده است. تحلیل خزش در دیسک دوار ناهمسانگرد در حضور تاثیرات حرارتی [۱۶]، مسائل شکست و آسیب تحت تغییرشکل‌های خزشی [۱۷]، خزش در مواد و سازه‌های هوشمند [۱۸] و بهینه سازی رفتار خزشی دیسک دوار [۱۹] از جمله تحقیقات اخیر در زمینه خزش سازه‌های ساخته شده از مواد مدرج تابعی می‌باشند.

در این مقاله رفتار خزشی حالت پایای دیسک‌های دوار با ضخامت متغیر که از مواد مدرج تابعی ساخته شده‌اند تحت دمای ثابت، بررسی شده است. بدین منظور مدل ریاضی استخراج شده و تنش‌ها و نرخ‌های کرنش برای سه دیسک با ضخامت‌های مختلف تحلیل و مقایسه گردیده است. نتایج تحلیل خزش دیسک نشان دادند که سرعت مشخصی وجود دارد که به ازای آن آزادسازی خزش رفتار مطلوب‌تری خواهد داشت. این سرعت که در این مقاله سرعت حدی خزشی دیسک نامگذاری شده است و تاکنون در مراجع به آن پرداخته نشده است، سرعتی است که به ازای آن پاسخ خزشی دیسک تغییر رفتار می‌دهد. به عبارت دیگر پاسخ خزشی دیسک که تا قبل از این سرعت روند کاهشی داشت پس از آن شروع به رشد می‌کند. اگر این سرعت به عنوان سرعت کارکرد دیسک انتخاب شود و یا اگر با تغییر پارامترهای فیزیکی دیسک بتوان سرعت کارکرد آن را در محدوده سرعت حدی دیسک نگه داشت می‌توان شاهد کمترین نرخ‌های خزشی و به عبارتی بقاء طولانی دیسک دوار بود. همچنین در این مقاله تاثیر شکل پروفیل دیسک در مقدار سرعت حدی آن مطالعه شده است.

## ۲- تحلیل خزش در دیسک‌های دوار مدرج تابعی

در این بخش با استفاده از فرمول‌بندی‌های ارائه شده در مراجع ردیف‌های [۲۰، ۲۱] یک مدل ریاضی برای تحلیل خزش حالت پایای دیسک دوار با ضخامت متغیر بسط داده شده است. برای توصیف خزش حالت پایا از قانون شربی به صورت رابطه (۱) استفاده شده است [۲۲].

$$\dot{\epsilon} = [M(\bar{\sigma} - \sigma_0)]^n \quad (1)$$

که  $\bar{\epsilon}$ ،  $\bar{\sigma}$  و  $\sigma_0$  به ترتیب نرخ خزش پایا، تنش موثر و تنش آستانه<sup>۱۵</sup> می‌باشند.

$n$  توان تنش است و ضریب  $M$  با استفاده از رابطه (۲) بیان می‌شود.

$$M = \frac{A_s^{1/n}}{E} \quad (2)$$

مرحله اول خزش<sup>۱</sup> که به عنوان خزش اولیه شناخته می‌شود در واقع بیانگر دوره‌ای از خزش است که در آزمون خزش یک‌محوری نرخ خزش کاهش می‌یابد. دومین مرحله خزش<sup>۲</sup>، بنام خزش ثانویه شناخته می‌شود. در این مرحله نرخ خزش تقریباً ثابت است. خزش ثانویه نتیجه‌ی توازن و تعادل در رقابت بین کرنش سختی<sup>۳</sup> و بازیابی<sup>۴</sup> می‌باشد. خزش مرحله سوم وقتی اتفاق می‌افتد که در اثر شکل‌گیری حفره‌های درونی یا گلوبی شدن، کاهشی موثر در مقطع عرضی نمونه رخ دهد. در این منطقه آهنگ کرنش به علت کاهش سطح موثر ماده به سرعت افزایش یافته و به سمت بی‌نهایت میل می‌کند که در نهایت منجر به شکست ماده می‌شود. نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهند که بیشتر عمر خزشی سازه مربوط به ناحیه دوم خزش یا خزش حالت پایا است بنابراین بیشتر مورد توجه محققین قرار گرفته است [۱]. دیسک‌های دوار به طور گسترده در ماشین‌آلات مختلف مانند وسایل نقلیه، توربوماشین‌ها و وسایل انتقال قدرت کاربرد دارند. در بسیاری از این کاربردها دیسک‌های دوار در دماهای بالا و با سرعت‌های دورانی زیاد کار می‌کنند. این شرایط کارکرد منجر به افزایش بارهای ترمومکانیکی و در نتیجه وقوع پدیده خزش می‌شود.

در سال‌های اخیر مواد مدرج تابعی به عنوان مواد مهندسی جدید، توجه بسیاری از محققین را به خود جلب کرده‌اند. در واقع هدف از ایجاد و توسعه این مواد، افزایش کارایی اجزای مختلف سازه و کنترل تغییرشکل‌ها و تنش‌های ناخواسته می‌باشد. خواص مطلوب مواد مدرج تابعی مانند استحکام بالا، وزن کم، رسانایی خوب، مقاومت بالا در مقابل خوردگی و دمای زیاد موجب افزایش روزافزون کاربرد این مواد در صنایع مختلف شده است. در این مواد، خواص در هر نقطه توسط یک قانون اختلاط مناسب به صورت تابعی از خواص اجزاء تشکیل‌دهنده (معمولاً فلز و سرامیک) و بر اساس کسر حجمی آنها در هر نقطه تعریف می‌شود [۲].

به علت کاربرد مواد مدرج تابعی<sup>۵</sup> در تولید دیسک‌های دوار و اهمیت بررسی پدیده خزش در عملکرد این وسایل، مطالعات گسترده‌ای در زمینه تحلیل خزش در دیسک‌های مدرج صورت گرفته است. تقریباً اولین تحقیقات در زمینه خزش این نوع دیسک‌ها توسط وال<sup>۶</sup> و همکارانش انجام شده است [۳]. آنها با در نظر گرفتن یک توزیع توانی برای ناهمسانگردی و نیز استفاده از تئوری‌های تسلیم وون-میروز و ترسکا رفتار خزشی دیسک دوار را مطالعه نمودند. در تحقیق دیگری که توسط ما<sup>۷</sup> و همکارانش انجام شد با استفاده از تئوری ماکزیمم تنش برشی، تنش‌ها و نرخ‌های کرنش در دیسک‌های موتور جت و توربین گاز بدست آمدند [۴]. آنها همچنین در تحقیقات دیگری تاثیر ضخامت دیسک و مدل توانی خزش را بررسی نمودند [۵، ۶]. این تحقیقات توسط بهاتنگار<sup>۸</sup> و آریا<sup>۹</sup> ادامه یافت. آنها دریافتند که تنش مماسی در هر شعاعی و نرخ خزش مماسی در شعاع درونی دیسک با افزایش ناهمگنی دیسک کاهش می‌یابد [۷]. بهاتنگار و همکارانش مطالعات خود را به دیسک‌های دوار با ضخامت متغیر گسترش دادند و از قانون نورتون برای توصیف خزش استفاده نمودند [۸]. گوپتا<sup>۱۰</sup> و همکارانش دریافتند که دیسک با کاهش چگالی و ضخامت در امتداد شعاع، استحکام خزشی بهتری خواهد

1. primary creep
2. Secondary creep
3. Paste Strain hardening
4. recovery
5. Functionally Graded Material
6. Whal
7. Ma
8. Bhatnagar
9. Arya
10. Gupta

11. Vandana  
12. Singh  
13. Ray  
14. Variable Material Properties (VMP)  
15. Threshold stress



$$\dot{\varepsilon}_z = \frac{\dot{\varepsilon}}{2\sigma} (-\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (11)$$

که در رابطه فوق E مدول الاستیسته است و  $A_s$  ثابتی است که به صورت رابطه (۳) تعریف می‌شود.

$$A_s = \frac{AD_L \lambda^3}{|b|^5} \quad (3)$$

در روابط فوق  $\dot{\varepsilon}$  نرخ کرنش موثر و  $\bar{\sigma}$  تنش موثر است که از روابط (۱) و (۴) بدست می‌آیند. با جایگذاری مقادیر فوق در روابط (۹) و (۱۰) روابط (۱۲) و (۱۳) به دست می‌آیند.

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{du_r}{dr} = \frac{\{M(r)[\bar{\sigma} - \sigma_\theta(r)]\}^n}{\sqrt{2}[\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 + (\sigma_r - \sigma_\theta)^2]^{1/2}} (2\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (12)$$

در رابطه فوق A مقداری ثابت است که با آزمایش تعیین می‌شود.  $D_L$  و  $\lambda$  به ترتیب ضریب نفوذ شبکه‌ای<sup>۱</sup>، اندازه ریزدانه‌ها و اندازه بردار برگرز<sup>۲</sup> برگرز<sup>۲</sup> می‌باشند. برای محاسبه تنش موثر، از تئوری تسلیم وون-میزز به صورت رابطه (۴) استفاده شده است.

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 + (\sigma_r - \sigma_\theta)^2]^{1/2} \quad (4)$$

در روابط فوق  $\dot{u}_r$  نرخ جابجایی شعاعی می‌باشد و بقیه پارامترها قبلاً معرفی شده‌اند. براساس تقارن دیسک، جابجایی‌های مماسی و محوری طبق رابطه (۱۴) صفر خواهند بود.

$$u = u(r), \quad (v = w = 0) \quad (14)$$

با در نظر گرفتن نسبت تنش  $x(r) = \frac{\sigma_r(r)}{\sigma_\theta(r)}$  و جایگذاری آن در روابط (۱۲) و (۱۳) روابط (۱۵) و (۱۶) به دست می‌آیند.

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{du_r}{dr} = \frac{[2x(r) - 1] \{M(r)[\bar{\sigma} - \sigma_\theta(r)]\}^n}{2[x(r)^2 - x(r) + 1]^{1/2}} \quad (15)$$

در رابطه (۴)،  $\sigma_r$  و  $\sigma_\theta$  به ترتیب مولفه‌های تنش شعاعی و مماسی هستند. نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهند که در یک ماده مدرج پارامترهای خزش به اندازه ذرات، کسر حجمی ذرات و دمای حاکم بستگی دارند. براساس نتایج آزمایشگاهی موجود گوپتا و همکارانش [۹] روابط (۵) و (۶) را برای پارامترهای خزش ارائه دادند.

$$\ln M = -35.38 + 2.07 \ln P + 4.98 \ln T - 0.622 \ln V(r) \quad (5)$$

$$\sigma_\theta = -2.119 - 0.035 P + 0.01057 T + 1.00536 V(r) \quad (6)$$

$$\dot{\varepsilon}_\theta = \frac{u_r}{r} = \frac{[2 - x(r)] \{M(r)[\bar{\sigma} - \sigma_\theta(r)]\}^n}{2[x(r)^2 - x(r) + 1]^{1/2}} \quad (16)$$

در روابط فوق P اندازه ذرات کاربرد سیلیسیم است که در این مقاله برابر  $1/7 \mu m$  در نظر گرفته شده است. همانطور که این روابط نشان می‌دهند پارامترهای خزش تابعی از کسر حجمی  $V(r)$  می‌باشد. با استفاده از یک قانون اختلاط مناسب پارامترهای فیزیکی دیگر نیز به صورت تابعی از کسر حجمی بیان می‌شوند. به عنوان مثال چگالی دیسک در هر نقطه توسط رابطه اختلاط خطی (۷) براساس کسر حجمی ذرات بیان می‌شود [۲۳].

$$\rho(r) = \rho_m + (\rho_d - \rho_m) V(r) \quad (7)$$

روابط (۱۵) و (۱۶) را برهم تقسیم نموده و از تابع حاصل تا شعاع دلخواه  $r$  انتگرال گیری شده و روابط (۱۷) و (۱۸) حاصل می‌شود.

$$\int_a^r \frac{du_r}{u_r} = \int_a^r \frac{1}{r} \left[ \frac{2x(r) - 1}{2 - x(r)} \right] dr \quad (17)$$

$$\dot{u}_r = \dot{u}_{ra} \exp\left(\int_a^r \frac{f(r)}{r} dr\right) \quad (18)$$

که در رابطه (۱۸)،  $f(r) = \frac{2x(r) - 1}{2 - x(r)}$ ،  $\dot{u}_{ra}$  جابجایی شعاعی در شعاع داخلی دیسک است. اگر معادله (۱۸) را بر  $r$  تقسیم شود رابطه (۱۹) به دست می‌آید.

$$\frac{\dot{u}_r}{r} = \frac{\dot{u}_{ra}}{r} \exp\left(\int_a^r \frac{f(r)}{r} dr\right) = \frac{[2 - x(r)] \{M(r)[\bar{\sigma} - \sigma_\theta(r)]\}^n}{2[x(r)^2 - x(r) + 1]^{1/2}} \quad (19)$$

با جایگذاری تنش موثر از رابطه (۴) در رابطه (۱۹)، تنش مماسی در هر شعاع دلخواهی از رابطه (۲۰) قابل محاسبه است.

$$\sigma_\theta(r) = \frac{(\dot{u}_{ra})^{1/n}}{M(r)} \lambda_1(r) + \lambda_2(r) \quad (20)$$

در این رابطه،  $V(r)$  توزیع شعاعی کسر حجمی است که برای هر سه دیسک یکسان در نظر گرفته شده است. سایر فرضیات به کار رفته در تحلیل‌ها به شرح زیر است.

۱. مصالح همسانگرد هستند و در تسلیم از معیار وون-میزز پیروی می‌کنند.
۲. تغییر شکل‌های الاستیک در مقابل تغییر شکل‌های خزشی ناچیز هستند.
۳. ضخامت دیسک در مقایسه با سایر ابعاد آن کوچک است. بنابراین می‌توان از تنش‌های عرضی چشم‌پوشی کرد و فرض تنش صفحه‌ای را به کار برد البته تمام معادلات با در نظر گرفتن ضخامت دیسک استخراج شدند که این مطلب می‌تواند تا حدودی خطای ناشی از این فرض را پوشش دهد.
۴. فرض می‌شود ماده دیسک تراکم ناپذیر باشد. بنابراین،

$$\dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_\theta + \dot{\varepsilon}_z = 0 \quad (8)$$

در این رابطه  $\lambda_1(r)$  و  $\lambda_2(r)$  از روابط (۲۱) و (۲۲) بدست می‌آیند.

$$\lambda_1(r) = \frac{\lambda(r)}{[x(r)^2 - x(r) + 1]^{1/2}} \quad (21)$$

$$\lambda_2(r) = \frac{\sigma_\theta(r)}{[x(r)^2 - x(r) + 1]^{1/2}} \quad (22)$$

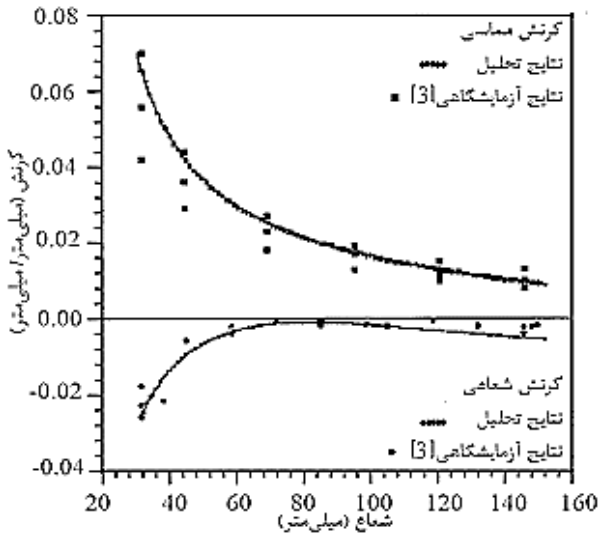
در رابطه (۸)،  $\dot{\varepsilon}_r$ ،  $\dot{\varepsilon}_\theta$  و  $\dot{\varepsilon}_z$  به ترتیب نرخ کرنش‌های شعاعی، مماسی و محوری می‌باشند. معادلات پیوستگی خزش در یک مساله تنش صفحه‌ای به صورت روابط (۹) تا (۱۱) بیان می‌شوند.

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\dot{\varepsilon}}{2\sigma} (2\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (9)$$

$$\dot{\varepsilon}_\theta = \frac{\dot{\varepsilon}}{2\sigma} (2\sigma_\theta - \sigma_r) \quad (10)$$

1. Lattice diffusivity  
2. Burgers vector

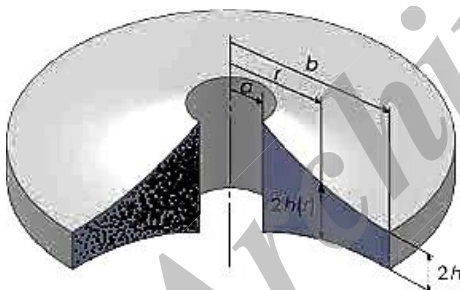
صحت الگوریتم و برنامه کامپیوتری نوشته شده، نتایج دیسک فولادی با ضخامت ثابت که با سرعت زاویه‌ای 15000 rpm دوران می‌کند با نتایج آزمایشگاهی مرجع [3] مقایسه گردید که شکل 2 گویای تطابق خوب نتایج این کد با نتایج آزمایشگاهی موجود می‌باشد.



شکل 2 اعتبارسنجی مطالب برای دیسک دوار فولادی

3- مشخصات دیسک‌ها

یکی از پارامترهای مهمی که در توزیع تنش‌ها و تغییرشکل‌ها تاثیر دارد مطابق شکل 3 پروفیل دیسک یا شکل مقطع عرضی آن است. برای بررسی تاثیر پروفیل دیسک بر پاسخ خزشی آن از سه پروفیل مختلف برای دیسک استفاده شد.



شکل 3 پروفیل و پارامترهای یک دیسک دوار FGM

سه پروفیل مختلف برای دیسک، مطابق روابط (31)، (32) و (33) در نظر گرفته شده است. دیسک 1 دیسکی با ضخامت ثابت است و دیسک 2 و 3 دیسک‌هایی با کاهش ضخامت در امتداد شعاع دیسک می‌باشند.

$$h_1(r) = 0.005415 \quad (31)$$

$$h_2(r) = 0.003257 + 0.03886 \times (b-r) \quad (32)$$

$$h_3(r) = 0.0198 \times a \times r^{-0.74} \quad (33)$$

در این روابط a شعاع درونی دیسک و برابر  $a = 0.05$  m است. شعاع بیرونی دیسک است که مقدار آن  $b = 0.12$  m می‌باشد. مقاطع عرضی دیسک‌ها با توجه به روابط (31)، (32) و (33) در شکل 4 آورده شده است. حجم هر سه دیسک یکسان است.

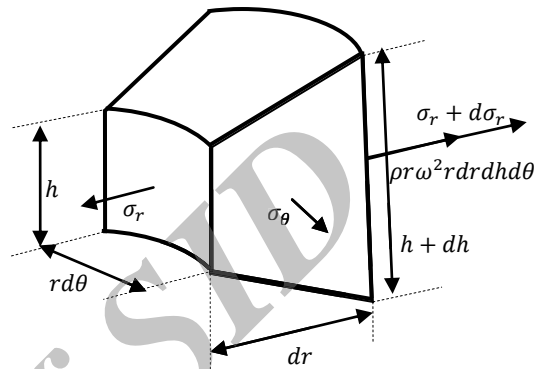
اکنون با در نظر گرفتن یک المان از دیسک با ضخامت متغیر که با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  دوران می‌کند، مطابق شکل 1 می‌توان معادله تعادل دیسک را به صورت رابطه (24) نوشت.

$$\frac{d}{dr} (rh\sigma_r) - h\sigma_\theta - \rho h r^2 \omega^2 = 0 \quad (24)$$

فرض شده است دیسک در شرایط آزاد-آزاد دوران می‌کند بنابراین شرایط مرزی دیسک را می‌توان به صورت روابط (25) و (26) در نظر گرفت.

$$\sigma_r(r=a) = \sigma_{ra} = 0 \quad (25)$$

$$\sigma_r(r=b) = \sigma_{rb} = 0 \quad (26)$$



شکل 1 المانی از دیسک با ضخامت متغیر

با استفاده از شرایط مرزی دیسک و با انتگرال‌گیری از معادله تعادل (24)، در بازه  $r=a$  تا  $r=b$  رابطه (27) حاصل می‌شود.

$$[hr\sigma_\theta]_{r=a}^{r=b} - \int_a^b h\sigma_\theta dr + \rho\omega^2 \int_a^b hr^2 dr = 0 \quad (27)$$

با تقسیم رابطه (27) بر  $\int_a^b h dr$  به دست می‌آید.

$$\sigma_{\theta,av} = \frac{\int_a^b h\sigma_\theta dr}{\int_a^b h dr} = \frac{hb\sigma_{rb} - ha\sigma_{ra} + \rho\omega^2 \int_a^b hr^2 dr}{\int_a^b h dr} \quad (28)$$

با استفاده از  $\sigma_\theta$  از رابطه (20) و شرایط مرزی از روابط (25) و (26) می‌توان رابطه (29) را نتیجه گرفت.

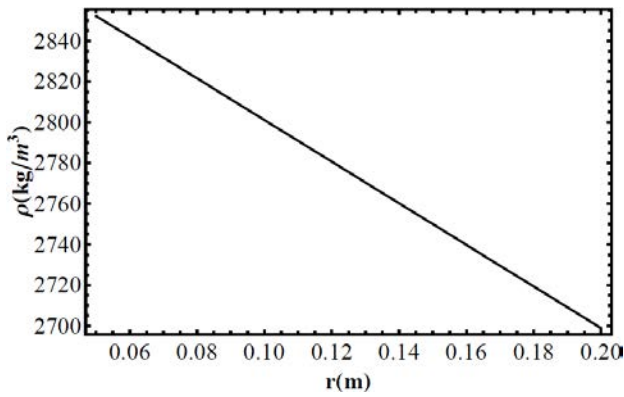
$$u_{ra}^{1/n} = \frac{\int_a^b M(r)h\sigma_{\theta,av} dr - \int_a^b M(r)h\lambda_2(r) dr}{\int_a^b h\lambda_1(r) dr} \quad (29)$$

برای تحلیل پدیده خزش با استفاده از روابطی که در بالا استخراج شد از یک فرآیند محاسباتی استفاده می‌کنیم. بدین ترتیب که در مرحله اول تنش مماسی در هر شعاع از دیسک را برابر تنش مماسی متوسط در نظر می‌گیریم که از رابطه (30) بدست می‌آید.

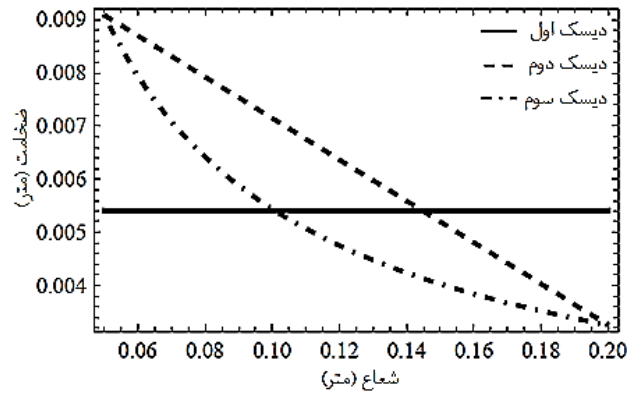
$$\sigma_{\theta,av} = \frac{\int_a^b \sigma_\theta dr}{\int_a^b h dr} \quad (30)$$

با حل معادله تعادل و بدست آوردن توزیع تنش شعاعی می‌توان نسبت تنش و بنابراین مقادیر  $\lambda_1(r)$ ،  $\lambda_2(r)$  و  $\lambda(r)$  را حساب کرد. سپس با استفاده از رابطه (20) می‌توان دومین تخمین برای توزیع تنش مماسی را بدست آورد و مجدداً با تکرار حلقه فوق مقادیر جدید پارامترها را تعیین نمود. این عمل تا جایی ادامه پیدا می‌کند که به همگرایی مناسبی برسیم و در نهایت مقادیر نهایی تنش‌ها و نرخ‌های کرنش محاسبه می‌شوند. این الگوریتم برای سه دیسک با کسر حجمی یکسان و ضخامت‌های متفاوت انجام شده که نتایج آن در بخش 4 ارائه می‌گردد. قبل از ارائه نتایج، به منظور اعتبارسنجی





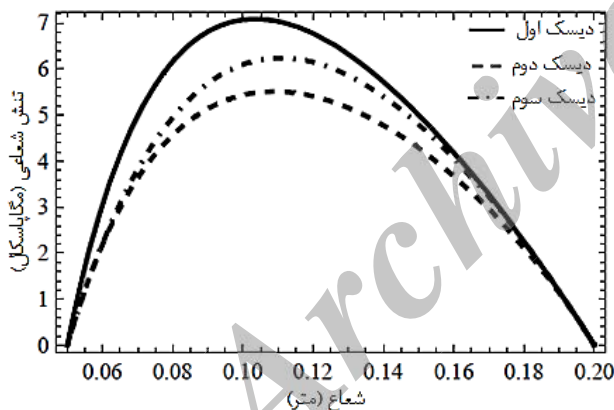
شکل ۷ توزیع چگالی دیسک‌ها در امتداد شعاع



شکل ۴ ضخامت دیسک‌ها

#### ۴- نتایج و بحث

بر اساس الگوریتم ارائه شده در بخش قبل و با استفاده از یک کد کامپیوتری تحلیل خزش حالت پایا در دیسک‌های دوار ساخته شده از مواد مدرج تابعی انجام شد و نتایج این تحلیل برای سه نوع دیسک با ضخامت‌های مختلف در ادامه ارائه شده است. توزیع تنش شعاعی در سه دیسک و به ازای سرعت دوران  $\omega = 500 \text{ rad/s}$  در شکل ۸ آورده شده است. این شکل نشان می‌دهد اختلاف در ضخامت دیسک‌ها منجر به اختلاف در توزیع تنش‌های شعاعی در این سه دیسک می‌شود و تنش شعاعی در دیسک با ضخامت ثابت یعنی دیسک شماره ۱، بیشتر از دیسک‌های با پروفیل غیریکنواخت است. بنابراین دیسک‌های با ضخامت بیشتر در شعاع درونی متحمل تنش‌های شعاعی کمتری می‌شوند.



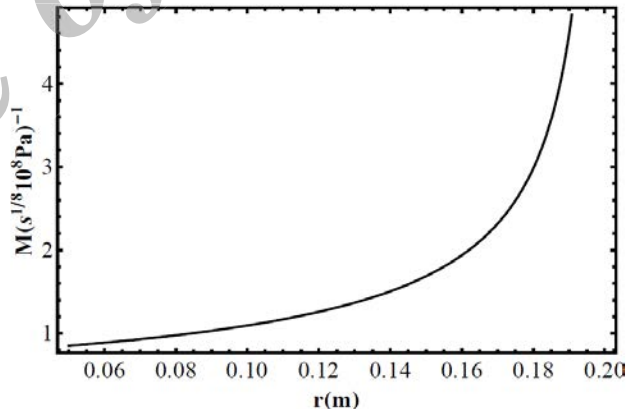
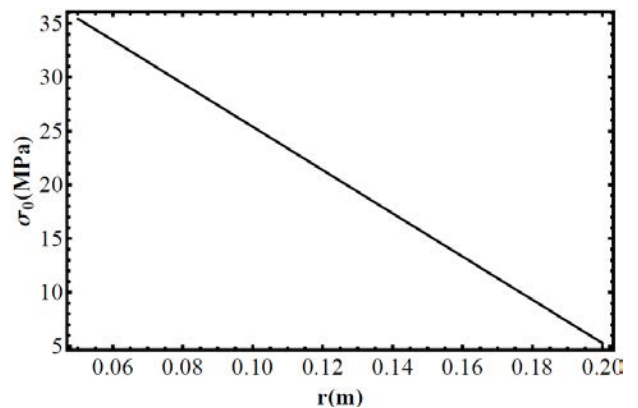
شکل ۸ توزیع تنش شعاعی

شکل ۹ توزیع تنش مماسی را در امتداد شعاع دیسک نشان می‌دهد. تنش مماسی در امتداد شعاع روند کاهشی دارد. این یعنی بیشترین مقدار تنش مماسی در شعاع درونی دیسک و کمترین مقادیر آن در شعاع‌های بیرونی اتفاق می‌افتد. تاثیر پروفیل دیسک در این شکل مشهود است. تنش مماسی در شعاع درونی دیسک ۱ بیشتر از دو دیسک دیگر است در حالی که تنش مماسی هر سه دیسک در شعاع بیرونی و نیز تنش مماسی دو دیسک با ضخامت متغیر تقریباً یکسان است. توزیع نرخ کرنش شعاعی در امتداد شعاع دیسک برای هر سه دیسک در شکل ۱۰ ارائه شده است.

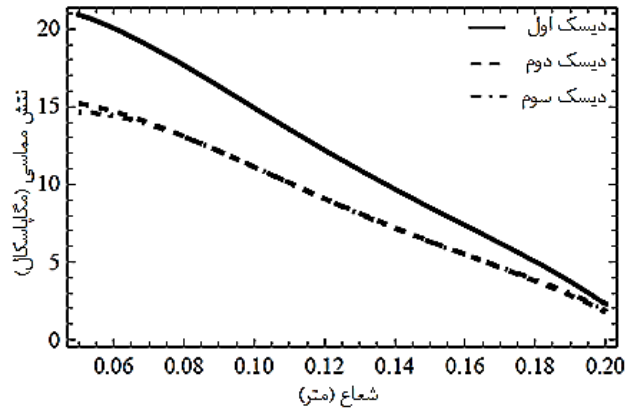
برای مقایسه بهتر نتایج، کسر حجمی هر سه دیسک یکسان و مطابق رابطه (۳۴) در نظر گرفته شده است.

$$V(r) = \left[ 0.3 - 0.3 \left( \frac{r-a}{b-a} \right) \right] 100 \quad (34)$$

توان تنش در قانون خزش (رابطه ۱) مشابه [۲۱] برابر ۸ در نظر گرفته شده است. در رابطه (۷)، چگالی آلومینیوم برابر  $2698.9 \text{ kg/m}^3$  و چگالی ذرات کاربید سیلیسیم برابر  $3210 \text{ kg/m}^3$  در نظر گرفته شده است. دمای حاکم بر دیسک‌ها  $700 \text{ K}$  است. براین اساس توزیع شعاعی پارامترهای  $M(r)$  و  $\sigma_0(r)$  در دیسک‌ها مطابق شکل‌های ۵ و ۶ می‌باشند. توزیع چگالی دیسک‌ها نیز در شکل ۷ قابل مشاهده می‌باشد.

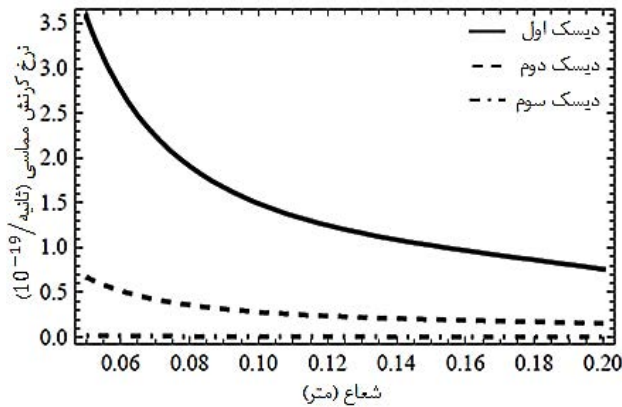
شکل ۵ توزیع پارامتر  $M(r)$  در امتداد شعاعشکل ۶ توزیع پارامتر  $\sigma_0(r)$  در امتداد شعاع

نرخ کرنش مماسی بیشترین مقدار خود را در شعاع درونی دارد سپس در امتداد شعاع به تدریج کاهش پیدا می‌کند تا به کمترین مقدار خود در شعاع خارجی می‌رسد. تغییرات شعاعی نرخ خزش مماسی در شکل ۱۲ نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهند انتخاب دیسکی با کاهش ضخامت در امتداد شعاع می‌تواند در کنترل نرخ کرنش مماسی بسیار موثر باشد. از شکل ۱۲ بر می‌آید که دیسک شماره ۳ در سرعت  $\omega = 500 \text{ rad/s}$  دارای نرخ‌های کمتر کرنش مماسی است اما همانطور که در شکل ۱۳ از مقایسه دو دیسک با ضخامت متغیر مشخص است، در سرعت  $\omega = 700 \text{ rad/s}$  دیسک ۲ نرخ‌های کمتر کرنش مماسی را خواهد داشت. این مقایسه علاوه بر اینکه تاثیر پروفیل دیسک در پاسخ خزشی آن را نشان می‌دهد، اهمیت بررسی اثر سرعت دوران دیسک را نیز نمایان می‌سازد.

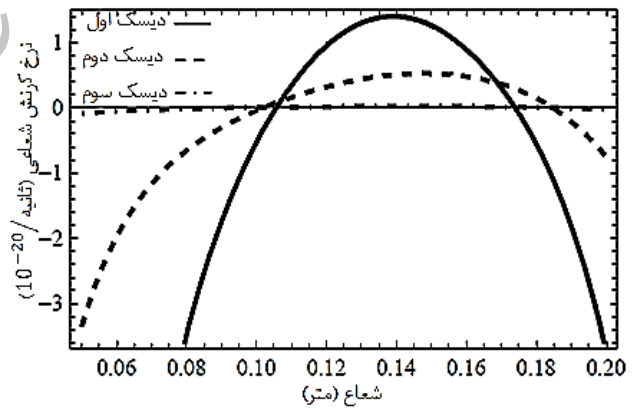


شکل ۹ توزیع تنش مماسی در امتداد شعاع دیسک

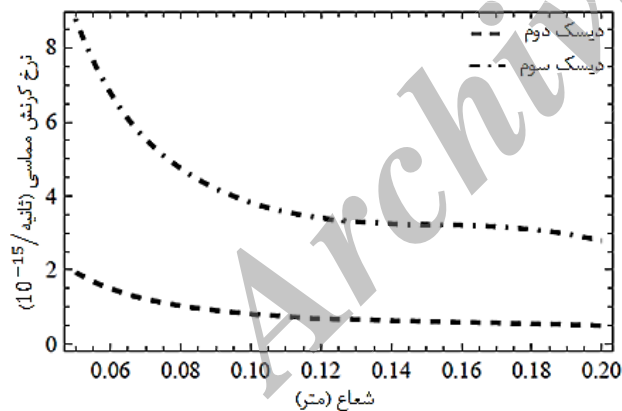
نتایج نشان می‌دهند که کمترین نرخ کرنش مربوط به دیسک دارای کاهش ضخامت به صورت غیرخطی می‌باشد. همچنین بیشترین مقادیر نرخ خزش شعاعی در شعاع‌های داخلی و یا خارجی اتفاق می‌افتد و در شعاع‌های میانی دیسک، کرنش تغییر علامت می‌دهد. همانطور که مشخص است دیسک با ضخامت ثابت دارای نرخ‌های کرنش بزرگ‌تری نسبت به دیسک‌های دارای ضخامت متغیر می‌باشد. برای مقایسه بهتر توزیع نرخ کرنش شعاعی در دیسک‌های با ضخامت متغیر، این توزیع در سرعت زاویه‌ای  $\omega = 700 \text{ rad/s}$  برای هر دو دیسک در شکل ۱۱ ارائه شده است. این شکل نشان می‌دهد کاهش ضخامت در امتداد شعاع دیسک تاثیر مشابهی در نرخ خزش شعاعی هر دو دیسک دارد اما این تاثیر در مورد دیسک شماره ۲ یعنی دیسک با کاهش خطی ضخامت بزرگ‌تر است.



شکل ۱۲ توزیع نرخ کرنش مماسی در امتداد شعاع دیسک‌ها

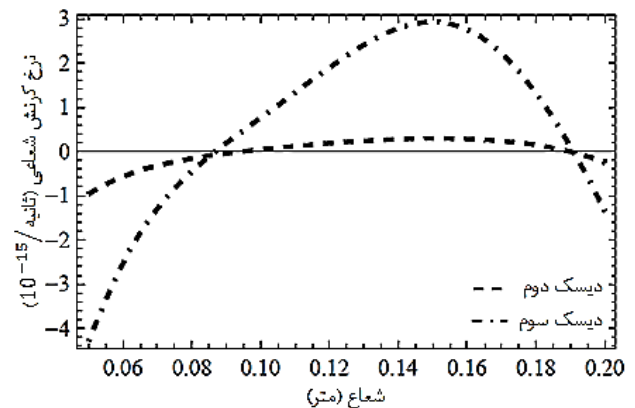


شکل ۱۰ توزیع نرخ کرنش شعاعی در امتداد شعاع دیسک‌ها

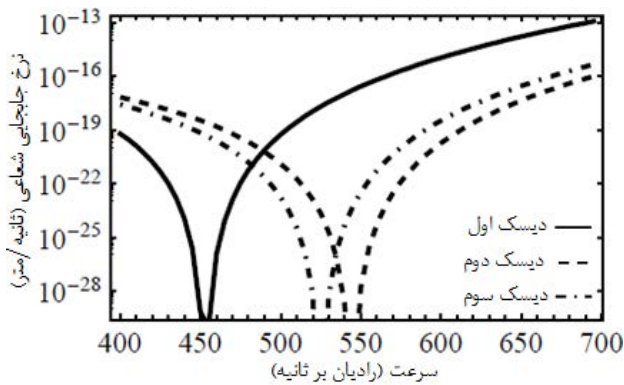


شکل ۱۳ توزیع نرخ کرنش مماسی در امتداد شعاع دیسک‌های ۲ و ۳

تغییرات نرخ جابجایی شعاعی در امتداد شعاع دیسک‌ها در شکل ۱۴ نشان داده شده است. با توجه به طبیعت انتگرالی جابجایی (در مقایسه با توزیع کرنش)، بسیاری از جزئیات منحنی‌های توزیع تنش یا کرنش در این نمودار آشکار نمی‌شود. برطبق شکل ۱۴ جابجایی شعاعی در هر سه دیسک از یک روند ملایم و مشابه پیروی می‌کند. با این وجود این شکل نشان می‌دهد که تغییرات نرخ جابجایی شعاعی دارای الگویی مشابه نرخ کرنش مماسی است. در بسیاری از کاربردها، دیسک‌های دوار در طول دوره کاری خود بطور مکرر دچار افزایش و کاهش‌های سرعت می‌شوند. همانطور که از نمودارهای قبل نتیجه شد سرعت اثر مهمی در مقادیر تنش‌ها و نرخ‌های کرنش داشت.

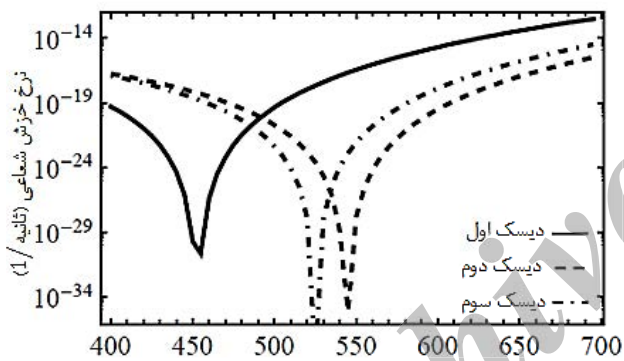


شکل ۱۱ توزیع نرخ کرنش شعاعی در دیسک‌های ۲ و ۳



شکل ۱۶ توزیع لگاریتمی نرخ جابجایی شعاعی نسبت به افزایش سرعت

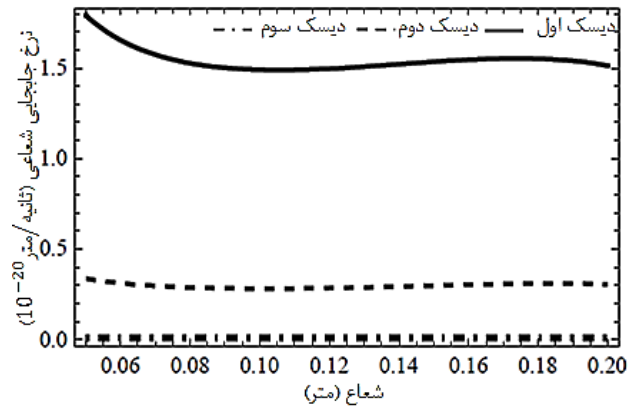
در شکل ۱۷ توزیع لگاریتمی تغییرات نرخ خزش شعاعی در میانه دیسک و در شعاع  $r = 0.15 \text{ m}$ ، نسبت به تغییرات سرعت نشان داده شده است. همانطور که از این شکل بر می آید تغییرات نرخ کرنش خزشی نسبت به تغییرات سرعت نیز دارای رفتار افزایشی و کاهشی در کل دیسک می باشد و در سرعت حدی خزش دارای کمترین مقدار خود می باشد. همچنین این شکل نشان می دهد علاوه بر اینکه دیسک دوم دارای سرعت حدی خزشی بزرگتری است، دارای نرخ خزشی کمتری در این سرعت نیز می باشد.



شکل ۱۷ توزیع لگاریتمی نرخ خزش شعاعی نسبت به افزایش سرعت

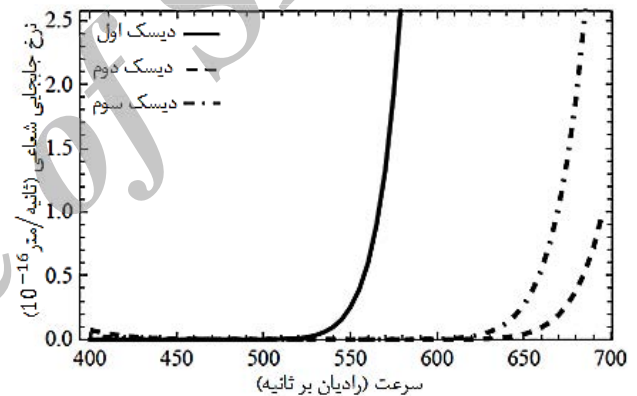
در شکل ۱۸ تغییرات تنش شعاعی نسبت به افزایش سرعت در شعاع  $r = 0.1 \text{ m}$ ، ارائه شده است. همچنین تغییرات تنش مماسی در شعاع داخلی دیسکها نسبت به سرعت، در شکل ۱۹ نشان داده شده است. با حفظ مقدار سرعت بحرانی، روند مشاهده شده در این اشکال در سایر شعاعها به همین شکل تکرار می شود. به عبارت دیگر این ویژگی کاهشی-افزایشی سرعت اختصاص به یک شعاع خاص ندارد، بلکه یک مشخصه دیسک است و در تمام شعاعهای آن حاکم است.

شکلهای ۱۸ و ۱۹ نشان می دهند تنشهای شعاعی و مماسی در نقطه سرعت حدی دچار تغییر شیب ناگهانی می شوند. شیب تغییرات تنش قبل از سرعت حدی برای هر سه دیسک تقریباً یکسان می باشد اما بلافاصله بعد از سرعت حدی شیب تغییرات تنش در دیسک با ضخامت ثابت بیشتر از دیسکهای با ضخامت متغیر است. علاوه بر اینکه در دیسک ۱ یعنی دیسک با ضخامت ثابت، این افزایش شیب ناگهانی در سرعتهای پایینتری اتفاق می افتد. یعنی دیسک با ضخامت ثابت دارای سرعت حدی خزشی کوچکتری می باشد. بنابراین روند روبه رشد نرخهای خزش در دیسک با ضخامت ثابت سریعتر رخ می دهد.



شکل ۱۴ توزیع نرخ جابجایی شعاعی در امتداد شعاع دیسکها

بنابراین در ادامه به بررسی تاثیر سرعت در پاسخ خزشی دیسک دوار پرداخته شده است. در شکل ۱۵ تغییرات نرخ جابجایی شعاعی در شعاع داخلی دیسک بر حسب سرعتهای مختلف آورده شده است. این شکل نشان می دهد نرخ جابجایی شعاعی با افزایش سرعت ابتدا دارای روند کاهشی و سپس افزایشی می باشد.

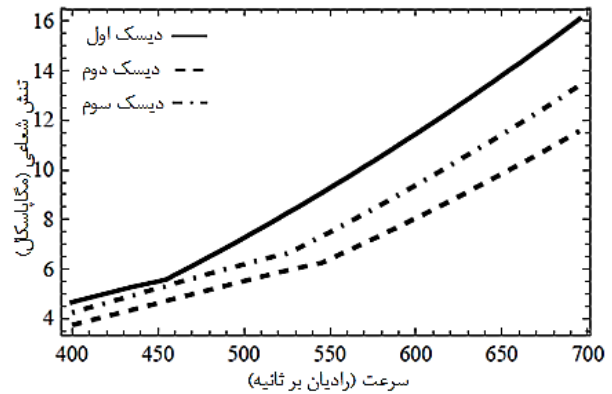


شکل ۱۵ توزیع نرخ جابجایی شعاعی نسبت به افزایش سرعت

برای مقایسه دقیق تر رفتار منحنی شکل ۱۵، ضمن تغییر مقیاس محور قائم از مقیاس خطی به لگاریتمی بار دیگر این منحنی در شکل ۱۶ ارائه شده است. در این شکل رفتار کاهشی-افزایشی نرخ جابجایی شعاعی نسبت به افزایش سرعت به صورت مشخصتری دیده می شود. بر اساس این نوع رفتار می توان سرعت دورانی ویژه ای که طی آن تغییر روند شکل ۱۶ رخ می دهد را اندازه گیری کرد. چنانچه این کمیت «سرعت حد خزشی دیسک» نامیده شود می توان از آن به عنوان یک معیار کلیدی برای طراحی دیسک دوار استفاده نمود. به ازای این سرعت، نرخهای خزشی دیسک کمترین مقادیر خود را دارند. به عبارت دیگر اگر این سرعت به عنوان سرعت کارکرد دیسک انتخاب شود، می توان شاهد نرخهای خزشی کمتر و در نتیجه عمر خزشی بیشتر برای دیسک بود.

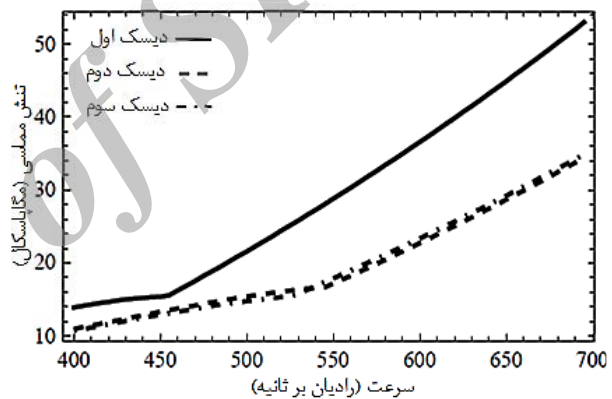
با توجه به شکل ۱۶ پروفیل دیسک در مقدار سرعت حدی آن تاثیر زیادی دارد. در شرایط یکسان اگر دیسک ضخامت متغیر داشته باشد مقدار سرعت حدی خزشی آن بزرگتر خواهد بود. این بدان معنی است که روند کاهشی نرخ خزش در محدوده بزرگتری حاکم است و خزش مخرب به تعویق افتاده است.

- [2] Birman, V. Byrd, L. W., "Modeling and analysis of functionally graded materials and structures", Journal of Transaction of the ASME, Vol. 60, pp. 195-216, 2007.
- [3] Wahl, A. M. Sankey, G. O. Manjone M. J. Shoemaker, E., "Creep test of rotating discs at elevated temperature and comparisons with theory", Journal of Applied Mechanics, Vol. 21, pp. 225-235, 1954.
- [4] Ma, B. M., "A creep analysis of rotating solid discs", Journal of the Franklin Institute, Vol. 267, pp.157-168, 1959.
- [5] Ma, B. M., "Creep analysis of rotating solid discs with variable thickness and temperature", Journal of the Franklin Institute, Vol. 270, pp.40-54, 1961.
- [6] Ma, B. M. "A power-function creep analysis for rotating solid discs having variable thickness and temperature", Journal of the Franklin Institute, Vol. 277, pp.593-612, 1964.
- [7] Arya, V. K. and Bhatnagar, N. S., "Creep analysis of rotating orthotropic discs", International Journal of Nuclear Engineering and Design, Vol. 55, pp.323-330, 1979.
- [8] Bhatnagar, N. S., Kulkarni P. S., Arya, V. K., "Steady state creep of orthotropic rotating discs of variable thickness", International Journal of Nuclear Engineering and Design, Vol. 91, pp.121-141, 1986.
- [9] Deivedi, D. D., Gupta V. K., Dham, A. K., "Investigating the effect of thickness profile of a rotating functionally graded disc on its creep behavior", Journal of Thermoplastic Composite Materials, Vol. 26, No. 4, pp. 461-475, 2011.
- [10] Vandana, V., Singh, S. B. "Modeling anisotropy and steady state creep in a rotating disc of Al-SiC having varying thickness", International journal of scientific & engineering research, Vol. 2, No. 10, 1-12, 2011.
- [11] Singh, S. B., Ray, S., "Steady-state creep behavior in an isotropic functionally graded material rotating disc of Al-SiC composite", Journal of Metallurgical and Materials Transactions, Vol. 32A, pp. 1679-1685, 2001.
- [12] Singh, S. B., Ray, S., "Modeling the anisotropy and creep in orthotropic Al-SiC composite rotating disc", International Journal of Mechanics of Materials, Vol. 34, No. 6, pp. 363-372, 2002.
- [13] Singh, S. B., Ray, S., "Newly proposed yield criteria for residual stress and steady state creep in an anisotropic rotating composite disc", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 143, pp. 623-628, 2003.
- [14] H. Jahed and J. Bidabady, "An axisymmetric method of creep analysis for primary and secondary creep", International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol. 80, pp. 597-606, 2003.
- [15] Gupta, V. K. Singh, S. B. Chandrawat H. N. Ray, S., "Creep behavior of a rotating functionally graded composite disc operating under thermal gradients", Journal of Metallurgical and Material Transactions, Vol. 35A, pp. 1381-1391, 2004.
- [16] Gupta, V. and Singh, S. B., "Mathematical model of creep behavior in an anisotropic rotating disc of Al-SiC with thickness variation in presence of thermal residual stress", International Journal of Mechanical engineering and technology, Vol. 3, pp. 274-283, 2012.
- [17] Terada, Y. and Sato, T., "Relationship between minimum creep rate and rupture life for a Die-Cast Mg-Al-Mn alloy", Journal of Materials transactions, Vol. 49, pp. 439-442, 2008.
- [18] Ghorbanpour Arani, A., Mosallaei Barzoki, A. A., Kolahchi, R. Mozdianfar, M. R. Lohman, A. "Semi-analytical solution of time-dependent electro-thermo-mechanical creep for radially polarized piezoelectric cylinder", Journal of Computers and Structures, Vol. 89, pp. 1494-1502, 2011.
- [19] Vakili-Tahami, F. Zehsaz, M. AlizadeFard, A. M., Multi-objective optimum design of an FG Al-SiC rotating disc with temperature dependent properties based on creep behavior, Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 12, pp. 23-34, 2013. (In Persian)
- [20] Gupta, V. K. Singh, S. B. Chandrawat, H. N. Ray, S., "Steady state creep and material parameters in a rotating disc of Al-SiC composite", European Journal of Mechanics-A/Solids, Vol. 23, pp. 335-344, 2004.
- [21] Gupta, V. K. Kumar, V. Ray, S., "Modeling creep in a rotating disc with linear and quadratic composition gradient", International Journal for Computer-Aided Engineering and Software, Vol. 26, pp. 400-421, 2009.
- [22] Pandey, A. B. Mishra, R. S. Mahajan, Y. R., "Steady state creep behavior of silicon carbide particulate reinforced aluminum composites", Acta Metallurgica et Materialia, Vol. 40, 2045-2082, pp. 1992.
- [23] Rattan, M. Chamoli, N. Singh, S. B., "Creep analysis of an isotropic functionally graded rotating disc", International Journal of Contemporary Mathematical Sciences, Vol. 5, pp.419-431, 2010.



شکل ۱۸ توزیع تنش شعاعی در  $r = 0.1$  m نسبت به افزایش سرعت

سرعت حدی در دیسک‌های با ضخامت متغیر تقریباً نزدیک به هم است اما در دیسک شماره ۲ نسبت به دیسک شماره ۳ مقدار تنش شعاعی کوچک‌تر و مقدار سرعت حدی خزشی کمی بزرگ‌تر است. تنش‌های مماسی دیسک‌های شماره ۲ و ۳ تقریباً یکسان است اما مقدار تنش مماسی در دیسک با ضخامت ثابت بزرگ‌تر از دو دیسک دیگر است.



شکل ۱۹ توزیع تنش مماسی در شعاع داخلی نسبت به افزایش سرعت

#### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله پاسخ خزشی حالت پایای دیسک دوار FGM در سرعت‌های مختلف، با پروفیل‌های متفاوت و با توزیع یکسان ذرات کاربید سیلیسیم در زمینه آلومینیوم خالص بررسی شده است. سه پروفیل مختلف برای دیسک در نظر گرفته شده است و حل تحلیلی کامل خزش دیسک دوار ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهند نوع پروفیل دیسک تأثیر زیادی بر توزیع تنش‌ها و نرخ‌های کرنش دارد. مشاهده می‌شود که دیسک با ضخامت متغیر پاسخ بهتری را ارائه می‌دهد. در سرعت‌های پایین، دیسک با کاهش سهمی ضخامت نرخ‌های خزش کوچکتری نسبت به دو دیسک دیگر داشت اما در سرعت‌های بالاتر دیسک با کاهش خطی ضخامت دارای نرخ‌های خزشی کمتری بود. همچنین نتایج سرعت مشخصی را نشان می‌دادند که در آن رژیم تغییرات نرخ کرنش عوض می‌شد. این سرعت که سرعت حدی خزشی نامگذاری شد سرعتی است که به ازای آن نرخ‌های خزش کمترین مقادیر خود را خواهند داشت. تأثیر شکل پروفیل دیسک بر سرعت حدی نیز مطالعه شد. تحلیل‌ها نشان داد با تغییر پروفیل دیسک می‌توان به سرعت‌های حدی بیشتری دست یافت.

#### ۶- مراجع

- [1] Betten, J., "Creep Mechanics", 2<sup>nd</sup> edition, Springer Press, Berlin Heidelberg, New York, 2005.





## بررسی تجربی خزش در کامپوزیت‌های پلیمری فنولیک تقویت شده با الیاف بازالت

سید محمدرضا خلیلی<sup>۱\*</sup>، رضا اسلامی فارسانی<sup>۲</sup>، علی دستمرد<sup>۳</sup>، علی سعیدی<sup>۴</sup>

۱- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، مرکز تحقیقات مواد و سازه های پیشرفته و هوشمند، تهران

۲- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، مرکز تحقیقات مواد و سازه های پیشرفته و هوشمند، تهران

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد واحد جنوب، تهران

۴- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، مرکز تحقیقات مواد و سازه های پیشرفته و هوشمند، تهران

\* تهران، صندوق پستی ۴۳۳۴۴-۱۹۹۹۱، smrkhalili2005@gmail.com

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت: شهریور ۹۳	رفتار کامپوزیت‌ها تحت اثر بار مکانیکی و دما در مدت زمان عملکرد، یکی از زمینه‌های مهم تحقیقات در حوزه مواد مرکب می‌باشد، چرا که پاسخ خزشی کامپوزیت‌ها بر عمر و عملکرد آن‌ها در طول دوره استفاده به‌صورت چشمگیری تاثیر گذار است. در تحقیقات صورت گرفته در زمینه خزش کامپوزیت‌های پلیمری، کامپوزیت تقویت شده با الیاف بافته شده بازالت کمتر مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله رفتار خزشی کامپوزیت رزین فنولیک تقویت شده با پارچه بافته شده از الیاف بازالت به‌صورت تجربی مورد بررسی قرار گرفته است. دو نوع پارچه بافته شده از الیاف بازالت با بافت ساده (Plane weave) و بافت اطلسی (Satin weave) برای آزمایش مورد استفاده قرار گرفت. برای بررسی اثر دما و تنش بر رفتار خزشی کامپوزیت تقویت شده با الیاف بازالت، نمونه‌های کامپوزیتی در سه دمای مختلف ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰۰ درجه سانتیگراد و همچنین دو بارگذاری مکانیکی با مقادیر ۳/۸ و ۶/۵ مگاپاسکال تحت آزمایش قرار گرفتند. مقایسه نتایج نشان داد نرخ کرنش در کامپوزیت‌های با بافت اطلسی نسبت به نمونه‌های با بافت ساده کاهش یافته است و این میزان کاهش تا حدود ۶۸٪ در دمای ۲۰۰ درجه به‌دست آمد. همچنین پارامترهای دیگر نظیر عمر و مکانیزم گسیختگی کامپوزیت‌ها مورد بررسی قرار گرفت.
پذیرش: آبان ۹۳	
کلیدواژگان: خزش کامپوزیت پلیمری الیاف بازالت	

## Experimental investigation of creep behavior in Phenolic based polymer composites

Seyed Mohamad Reza Khalili<sup>1\*</sup>, Reza Eslami Farsani<sup>1</sup>, Ali Dastmard<sup>2</sup>, Ali Saedi<sup>1</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, K.N. Toosi university of technology, Tehran, Iran.

2- MSC Student, Islamic azad university, Tehran, Iran

\*P.O.B. 19991-43344, Tehran, Iran, smrkhalili2005@gmail.com

### Keywords

Creep  
Polymeric composites  
Basalt fiber

### Abstract

The behavior of composite structures under applied loads and temperatures is one of the most important topics of research in composite materials. The creep properties of composite materials have very important effect on the behavior of the structure during life time. Among various investigations on creep behavior of polymeric composites, Basalt fiber reinforced polymers has been rarely investigated. In the present paper the creep of basalt/polymer composites with two different types of basalt woven including plane weave and satin weave are experimentally investigated. Creep tests were performed at three different temperatures: 100, 150 and 200 °C and also two mechanical stresses including 3.8 and 6.5 MPa. The results showed that strain rate in satin wave is reduced by 68% at 200 °C in comparison with the plane weave. Moreover, some other parameters such as failure mechanism and creep life of specimens were investigated.

### ۱- مقدمه

نظیر خواص استاتیکی، دینامیکی، خستگی، تخریب و مواردی مشابه صورت گرفته است. یکی از زمینه‌های مهم تحقیقات حوزه کامپوزیت‌ها، پاسخ این مواد به بارگذاری‌های اعمالی در طول زمان و تحت دماهای بالا می‌باشد. خزش در کامپوزیت‌های پلیمری در هر دمایی حتی در دمای پایین به علت تغییر شکل ویسکوالاستیک زمینه ممکن است اتفاق بیفتد، اگر چه بطور عادی در این دما الیاف دچار خزش نمی‌شوند. رفتار خزشی کامپوزیت‌ها

کامپوزیت‌های پایه پلیمری بخش مهمی از کامپوزیت‌ها می‌باشند که در سال‌های اخیر کاربردهای متنوعی را در صنایع مختلف از جمله صنایع هوا فضا، خودروسازی، حمل و نقل، ساختمان و مواردی این‌چنین را به خود اختصاص داده‌اند. به جهت کاربردهای فراوان این کامپوزیت‌ها در صنایع مختلف، تحقیقات وسیعی نیز در زمینه مشخصه‌سازی خواص مختلف آن‌ها،

Please cite this article using:

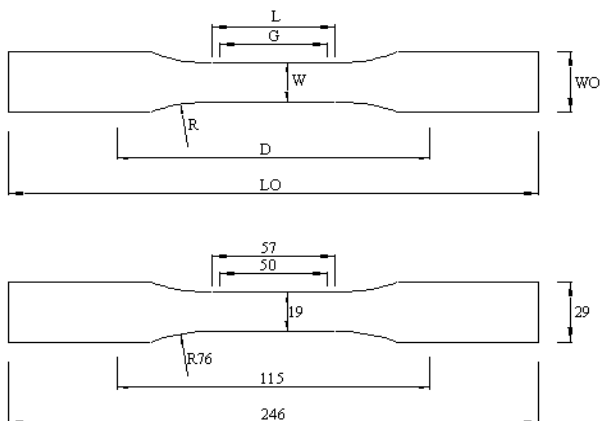
Khalili, S.M.R. Eslami Farsani, R. Dastmard, A. and Saedi, A., "Experimental investigation of creep behavior in Phenolic based polymer composites" Journal of Science and Technology of Composite, Vol. 1, No. 2, pp. 37-42, 2015.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

مختلف ۲۵، ۵۰ و ۸۰ درجه اندازه‌گیری شده‌اند. رن و همکاران [۸]، رفتار خزشی کامپوزیت‌های پلیمری تقویت شده را برای بررسی پایداری مورد کاوش قرار دادند. ایشان نتیجه گرفتند افزایش دما و یا رطوبت، مقاومت خزشی و مدت زمان گسیختگی را کاهش می‌دهد. همچنین در دمای اتاق تنش گسیختگی خزشی در ارتباط با سیالات روغنی (روغن موتور، روغن ترمز) آب و سیالات پایه آب (آب نمک، ضدجوش و ضد یخ) و اسید باتری (فرو بردن و چرب کردن) کاهش می‌یابد. مقاومت خزشی و زمان گسیختگی اندکی بوسیله ارتعاش کاهش می‌یابد، اما توسط نیروهای دوره‌ای با فرکانس پایین مقاومت خزشی و زمان گسیختگی بطور آشکار افت پیدا می‌کند. هوشیار و همکاران [۹] بر روی رفتار خزش کششی کامپوزیت‌های پلی‌پروپیلن تقویت شده با الیاف پلی‌پروپیلن کار کردند. ایشان نشان دادند که الیاف بلند پلی‌پروپیلن در داخل ماتریس پروپیلن همراه اتیلن، مقاومت خزشی و مدل الاستیسیته کامپوزیت را در مقایسه با ماتریس‌های پلیمری بهبود بخشیده است. ماتریس پلی‌پروپیلن به همراه اتیلن دارای بیشترین خزش (۹۰ درصد) می‌باشد، در حالیکه هنگامیکه الیاف پلی‌پروپیلن به ماتریس اضافه شده است خزش کمتری (۱۰ درصد) را نشان می‌دهد. همچنین با افزایش نیروها در دمای اتاق تغییر شکل خزشی کامپوزیت نیز افزایش یافته است. پاپانیکولا و همکاران [۱۰] پژوهشی در زمینه تاثیر جهت الیاف کربن پیوسته در رفتار ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت‌های زمینه اپوکسی ارائه دادند. ایشان از معادله ساختاری غیرخطی برای توصیف رفتار ویسکوالاستیک غیرمحوری مواد کامپوزیتی کربنی استفاده نمودند. کاوایی و همکاران [۱۱] بر روی خزش کششی غیر محوری در کامپوزیت پلیمری تقویت شده با الیاف کربن در دمای بالا مطالعه نمودند. نمودارهای تنش کرنش کامپوزیت هنگامیکه الیاف با زاویای ۱۰ تا ۹۰ درجه جهت داده شده اند، به دست آمده است. نشان داده شده است که با افزایش زاویه الیاف مدول یانگ و تنش شکست کاهش می‌یابند. همچنین مقاومت گسیختگی خزش غیرمحوری هنگامی که زاویه جهت‌گیری الیاف زیاد است کاهش می‌یابد. گیدس و همکاران [۱۲] پیش بینی طول عمر کامپوزیت‌های پلیمری تحت نیروی ثابت یکنواخت را مورد بررسی قرار داد. نمونه‌ها شامل دو نوع الیاف شیشه خرد شده و جهت‌گیری تصادفی و همچنین الیاف پیوسته کربن و ماتریس پلی‌یورتان می‌باشند. گورتزن و همکاران [۱۳] رفتار خزشی کامپوزیت‌های زمینه اپوکسی با الیاف کربن را مورد توجه قرار دادند. ایشان آزمایش‌های کشش و پیچش را برای بررسی رفتار خزشی کامپوزیت بر روی نمونه‌ها انجام دادند. فراس و همکاران [۱۴] به مطالعه رابطه بین طول عمر کامپوزیت تحت خزش و نرخ تنشی ثابت برای کامپوزیت‌های پلیمری پرداختند. نتایج حاصل از آزمایش نشان داد که نمودارهای تنش-زمان گسیختگی تحت نرخ تنشی ثابت شکل یکسانی دارند. پراساد و همکاران [۱۵] تأثیرات دما بر روی رفتار خزشی کامپوزیت با الیاف نمد شکل شیشه مورد مطالعه قرار دادند. آزمایش‌های خزشی با تنش در محدوده‌ی ۲۰ تا ۶۰ مگاپاسکال و دمای ۹۰ تا ۹۰ درجه سانتیگراد انجام شده است. نتایج نشان می‌دهند که نمی‌توان از کرنش ویسکوالاستیک در شرایط دما و تنش بالا صرف نظر نمود. پیش‌بینی‌های مدل، انطباق خوبی با داده‌های آزمایشگاهی در اکثر سطوح دمایی و تنشی دارند. در نهایت نتایج مشخص می‌کنند که این نوع کامپوزیت‌ها نمی‌بایست در تنش بالاتر از ۶۰ مگاپاسکال بویژه اگر سرویس کاری دمای بالاتر از ۶۵ درجه سانتی‌گراد دارد به کار گرفته شوند. اسپاتیس و همکاران [۱۶] یک مدل تحلیلی بر اساس مسیرهای ویسکوالاستیک در کرنش‌های کوچک و

بطور کلی متاثر از هندسه و خصوصیات مواد سازنده و اجزاء متشکله آن‌ها است.

ویژگی‌های خزشی کامپوزیت‌ها در سال‌های اخیر توسط محققین مورد بررسی قرار گرفته است. هوگو و همکاران [۱] خزش و آسیب خزشی کامپوزیت پلی‌پروپیلن تقویت شده با الیاف شیشه را مورد بررسی قرار دادند. ایشان آزمایش‌های تجربی بر روی نمونه‌ها را در دماهای مختلف و سطوح تنش متفاوت انجام دادند. نتایج نشان داد که خزش و گسیختگی خزشی بوسیله مکانیسم خزش حالت پایدار پلی‌پروپیلن کنترل می‌شوند. همچنین دریافتند مکانیسم خزش غیر قابل بازیافت پلی‌پروپیلن در حضور الیاف شیشه بدون تغییر باقی می‌ماند و تفاوت بین خزش پلی‌پروپیلن و کامپوزیت زمینه پلی‌پروپیلن اندک است. راگوان و میشی [۲] پیش بینی گسیختگی خزشی کامپوزیت پلیمری اپوکسی تقویت شده با الیاف کربن تک جهته را مورد بررسی قرار دادند. ایشان پیش بینی گسیختگی خزشی کامپوزیت را در دمای نزدیک به دمای شیشه ای شدن ( $T_g$ ) مورد بررسی قرار دادند. نمودارهای مدل خزشی پیش بینی شده با نتایج خزش آزمایشگاهی در محدوده دمای مورد بررسی تطابق خوبی را نشان داد. همچنین تطابق بسیار خوبی بین انرژی فعالسازی بدست آمده از مدل عددی و نتایج آزمایشگاهی وجود دارد. بتگیت و همکاران [۳] تأثیر دما را بر روی رفتار خزشی کامپوزیت‌های وصله شده مورد توجه قرار دادند. آزمایش‌های خزش در دماهای مختلف انجام گرفت و نتایج نشان دادند که تغییر شکل خزشی پس از وصله کردن کامپوزیت در جهت ضخامت بطور چشمگیری بهبود یافته و گسیختگی خزشی و مقاومت خزشی کامپوزیت افزایش می‌یابد. تای و همکاران [۴] بر روی رفتار خزشی کامپوزیت ۴ لایه‌ای پلی‌پروپیلن تقویت شده با الیاف کربن بازوایه ۴۵ درجه کار مطالعاتی انجام دادند. خصوصیات کششی کامپوزیت در دمای بالا اندازه‌گیری شده و شکل شناسی شکست در دمای بالا بوسیله‌ی واری میکرروسکوپ الکترونی پژوهش شده است. ایشان دریافتند که رفتار خزشی کامپوزیت ۴ لایه‌ای ۴۵ درجه، تغییرات غیرخطی با تنش و دما را نشان می‌دهند. تأثیر نواقص در رفتار خزشی در کامپوزیت‌های پلیمری با الیاف بافته شده گرافیت در دمای بالا توسط گویندراجان و همکاران [۵] مورد بررسی قرار گرفت. رفتار کرنش خزشی با دو کسر حجمی مختلف ۴۰ درصد و ۶۰ درصد با یکدیگر مقایسه شده اند. نشان داده شد که با افزایش الیاف، کرنش خزشی به میزان چشمگیر ۱۸ درصد کاهش می‌یابد. همچنین تأثیر حفره‌های موجود در زمینه در دو دما مورد بررسی قرار گرفت و نشان داده شد که در کسرهای حجمی کمتر حفره‌ها، کرنش‌های خزشی و الاستیک کمتری ایجاد می‌شوند. فیاپنگ و همکاران [۶] مدلی برای پیش بینی خزشی کامپوزیت‌های الیافی بافته شده و کامپوزیت‌های وصله شده ارائه کردند. ایشان فرض کردند که الیاف کربن در محدوده الاستیک باقی می‌مانند و ماتریس به صورت ویسکو الاستیسیته خطی رفتار می‌کند. نشان داده شده است که مدل ارائه شده برای هر دو نوع کامپوزیت بافته شده معمولی و کامپوزیت با وصله، با نتایج آزمایشگاهی همخوانی دارد. نتایج نشان دادند که کامپوزیت‌های وصله شده نیازمند تنش بالاتر و مدت زمان بیشتر برای غالب شدن کرنش خزشی نسبت به کامپوزیت‌های معمولی وصله نشده می‌باشند. گسیختگی خزشی کامپوزیت شیشه / پلی‌استر در دمای بالا توسط پیاش و همکاران [۷] مورد بررسی قرار گرفت. در تحقیقات ایشان رفتار کششی و فشاری کامپوزیت تحت بار ثابت در درجه حرارت بالا ارائه شده است. تغییر شکل حرارتی وابسته به زمان و تنش‌های واماندگی در سه درجه حرارت



شکل ۱ شکل هندسی و ابعاد نمونه مورد آزمایش [۲۱]

## ۲-۲- انجام آزمایش خزش

آزمایش‌های مکانیکی توسط دستگاه آزمایش خزش انجام گرفت. دمای آزمایشگاه بین  $25^{\circ}\text{C}$  تا  $27^{\circ}\text{C}$  ثابت شد. میزان افزایش طول نمونه‌ها تحت دما و بارگذاری، با فواصل  $1/100$  میلی‌متر اندازه‌گیری و ثبت شد. انجام آزمایش در دو حالت بارگذاری با مقادیر تنش وارده  $3/8$  مگاپاسکال و  $6/5$  مگاپاسکال و تحت سه دمای مختلف  $100^{\circ}\text{C}$ ،  $150^{\circ}\text{C}$  و  $200^{\circ}\text{C}$  انجام شده است. شکل ۲ تجهیزات انجام آزمایش را نمایش می‌دهد. هر نمونه آزمایش در محفظه هم دمای دستگاه قرار داده می‌شود و سپس جهت انجام آزمایش خزش، تحت تنش ثابتی برابر با  $3/8$  یا  $6/5$  مگاپاسکال قرار می‌گیرد. اندازه‌گیری کرنش توسط دستگاه آزمایش خزش انجام پذیرفت. بدین صورت که برای اندازه‌گیری کرنش، تغییر طول‌های به دست آمده از دستگاه بر طول اولیه نمونه‌ها تقسیم شده و کرنش خزشی در دماهای مختلف و در هر زمان اندازه‌گیری گردید.



شکل ۲ تجهیزات مورد استفاده برای آزمایش خزش

## ۳- نتایج

پس از انجام آزمایش بر روی نمونه‌ها، داده‌های کرنش بر حسب زمان از دستگاه استخراج گردید. نمونه‌های کامپوزیتی تا گسیختگی کامل تحت بارگذاری قرار داده شدند. شکل ۳ نمونه‌های با بافت ساده را پس از گسیختگی نمایش می‌دهد.

مسیرهای ویسکوپلاستیک در کرنش‌های بزرگ ارائه دادند. ایشان پارامترهای مدل را با آزمایش بر روی مواد پلیمری و کامپوزیت‌های پلیمری مورد بررسی قرار دادند و به تطابق خوبی با نتایج آزمایش دست یافتند. ندجار [۱۷] مدلسازی گسیختگی خزشی را در کامپوزیت‌های پلیمری با الیاف تک جهت مورد بررسی قرار داد. مدل ایشان بر اساس رفتار پلاستیک فصل مشترک الیاف و زمینه پایه‌گذاری شد. مدل توسعه داده شده توانایی پیش‌بینی عمر خزشی کامپوزیت‌های پلیمری را داراست. اخیراً رفیعی و مظهری [۱۸] به بررسی روش‌های مختلف پیش‌بینی خزش در کامپوزیت‌های پایه پلیمری از قبیل روش‌های تجربی، نیمه تجربی، اجزاء محدود، بر هم نهی و رئولوژی‌کال پرداخته و با مقایسه تطبیقی روش‌های موجود، نحوه مناسب پیش‌بینی عمر خزشی در کامپوزیت‌های پلیمری را مورد توجه قرار دادند. رفتار خزشی در کامپوزیت‌های پلیمری تقویت شده توسط ذرات نانو نیز در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است. خسروجردی و همکاران [۱۹] تاثیر افزودن نانوذرات کربنات کلسیم را بر رفتار خزشی کامپوزیت پلی‌اتیلن مورد بررسی قرار دادند. همچنین مدلسازی اجزاء محدود خزش در نانوکامپوزیت‌های پلیمری توسط شاه‌آبادی و همکاران مورد توجه قرار گرفت [۲۰].

همانگونه که ذکر شد، در پژوهش‌های انجام شده تا کنون کمتر به بررسی رفتار کامپوزیت‌های تقویت شده با الیاف بازالت پرداخته شده است و مطالعه بر روی کامپوزیت پلیمری فنولیک با الیاف بازالت بسیار محدود است. از این رو در این مقاله رفتار خزشی کامپوزیت پلیمری فنولیک با الیاف بازالت به صورت تجربی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

## ۲- مشخصه سازی تجربی

## ۲-۱- ساخت نمونه‌ها

برای ساخت کامپوزیت از زمینه رزین فنولیک و پارچه بافته شده از جنس الیاف بازالت استفاده شد. جدول ۱ خصوصیات مکانیکی رزین و الیاف را نمایش می‌دهد.

جدول ۱ ویژگی‌های مکانیکی رزین فنولیک و الیاف بازالت	ماده
ویسکوزیته: 320 cp	رزین فنولیک
وزن مخصوص: $1.25 \text{ kg/m}^3$	
استحکام کششی: 98 MPa	
استحکام خمشی: 177 MPa	
مدول خمشی: 6 GPa	پارچه بازالت
چگالی: $2.7 \text{ kg/m}^3$	
نقطه ذوب: $1350^{\circ}\text{C}$	
مدول یانگ: 84-87 GPa	

دو نوع پارچه با بافت ساده و بافت اطلسی استفاده گردید. پارچه‌ها با زاویه  $45^{\circ}$  درجه نسبت به راستای طولی نمونه قرار داده شدند. ساخت نمونه‌ها به روش لایه‌چینی دستی انجام گرفت. تعداد لایه‌های بازالت در نمونه‌ها پنج لایه بوده و کسر حجمی الیاف در کامپوزیت  $23\%$  درصد بدست آمد. ابعاد و شکل نمونه مورد استفاده در آزمایش مطابق استاندارد ASTM D638 به صورت شکل ۱ می‌باشد [۲۱].

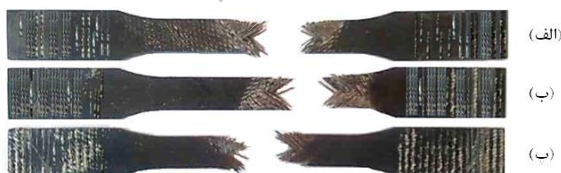
جدول ۲ نتایج آزمایش خزش برای نمونه‌های با بافت ساده

زمان گسیختگی (دقیقه)	نرخ کرنش $\frac{\Delta \epsilon}{\Delta t}$	زمان تاخیر (دقیقه)	تنش وارده (مگاپاسکال)	دما (°C)
۵۷	۰/۰۶۹	۳۰	۳/۸	۱۰۰
۴۴	۰/۰۸۱۷	۱۷	۶/۵	۱۰۰
۴۳	۰/۰۹۱۳	۱۵	۳/۸	۱۵۰
۳۷/۵	۰/۰۹۱۸	۱۱	۶/۵	۱۵۰
۱۸/۵	۰/۲۳۸۳	۶	۳/۸	۲۰۰
۱۴/۵	۰/۲۵۰۰	۴	۶/۵	۲۰۰

با توجه به نتایج مشخص است که در دمای ثابت با افزایش تنش، زمان گسیختگی و زمان تاخیر کاهش یافته و آهنگ کرنش خزشی افزایش می‌یابد. همچنین در تنش ثابت با افزایش دما، زمان گسیختگی و تاخیر زمانی قطعه کاهش یافته و آهنگ کرنش افزایش می‌یابد.

با بررسی سطح نمونه‌ها مشخص است که در لایه‌های سطحی (لایه‌های ۱ و ۵ در طرفین نمونه) الیاف زودتر گسیخته می‌شوند و سپس لایه‌های ۲ و ۴ و در نهایت لایه ۳ که دقیقاً در وسط این کامپوزیت قرار دارد دچار گسیختگی می‌شوند. در ابتدای بارگذاری، تنش توسط الیاف هر ۵ لایه تحمل می‌گردد. پس از قرار گرفتن در معرض حرارت، دما بر روی لایه‌های خارجی اثر کرده و باعث تسلیم این لایه‌ها می‌گردد. در این حالت تعداد کمی از الیاف لایه‌های بیرونی نیروی اعمالی را تحمل می‌کنند. از این رو بیشتر تنش اعمالی بر روی لایه‌های ۲ و ۴ قرار می‌گیرد. حال بعد از گسیخته شدن لایه‌های ۱ و ۵ حرارت بیشتری می‌تواند به لایه‌های میانی نفوذ کند و لایه‌های ۲ و ۴ نیز در معرض حرارت بالاتری قرار می‌گیرند. بعد از آنکه لایه‌های ۲ و ۴ نیز به مرز تسلیم می‌رسند، لایه میانی یعنی لایه ۳ تمامی تنش اعمالی را تحمل می‌کند و در نهایت پس از تسلیم این لایه، گسیختگی نهایی رخ می‌دهد. علاوه بر الیاف بازالت، زمینه نیز نقش مهمی در رفتار خزشی کامپوزیت ایفا می‌کند. آزمایش‌ها نشان دادند که در هر سه دمای بکار برده شده (۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰ درجه سانتیگراد) رزین مقاومت خوبی را از خود نشان داده است. بدین معنی که هرگز سیال و روان نشده و حالت خود را در طول آزمایش‌ها حفظ کرده است.

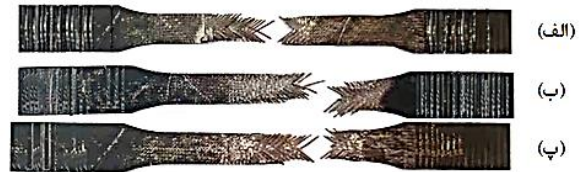
آزمایش‌های مشابهی بر روی نمونه‌های ساخته شده توسط الیاف بازالت با بافت اطلسی انجام گرفت. شکل ۷ نمونه‌های تولید شده با پارچه بافته شده اطلسی را پس از گسیختگی نمایش می‌دهد.



شکل ۷ نمونه‌های کامپوزیتی با بافت اطلسی پس از آزمایش در سه دمای

(الف) ۱۰۰، (ب) ۱۵۰، (پ) ۲۰۰ درجه سانتیگراد

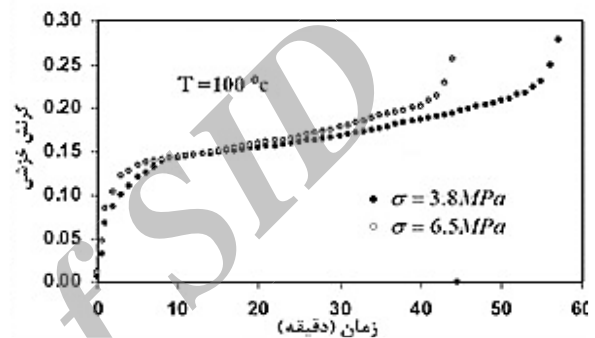
نمودار کرنش بر حسب زمان در طول بارگذاری برای نمونه‌های با بافت اطلسی در شکل ۸ تا ۱۰ نشان داده شده است. جدول ۳ نرخ کرنش محاسبه شده برای نمونه‌های کامپوزیتی را نمایش می‌دهد.



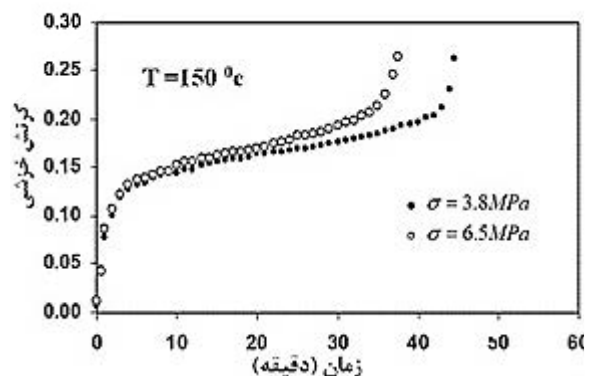
شکل ۳ نمونه‌های کامپوزیتی با بافت ساده پس از آزمایش در سه دمای

(الف) ۱۰۰، (ب) ۱۵۰، (پ) ۲۰۰ درجه سانتیگراد

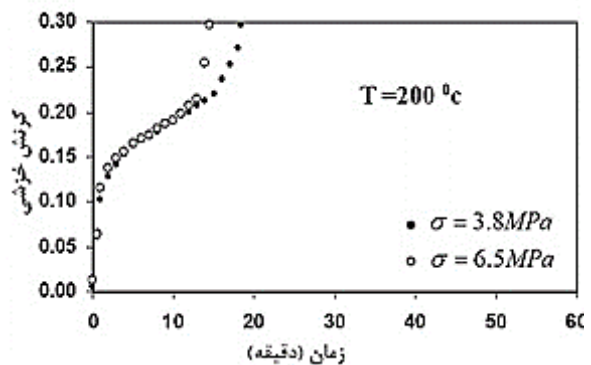
نمودار کرنش بر حسب زمان در طول بارگذاری برای نمونه‌های با بافت ساده در شکل ۴ تا ۶ نشان داده شده است. نرخ کرنش برای نمونه‌ها در دماها و بارگذاری‌های مختلف در جدول ۲ محاسبه و نشان داده شده است.



شکل ۴ نمودار کرنش خزشی بر حسب زمان برای دمای ۱۰۰ درجه سانتیگراد- نمونه با بافت ساده



شکل ۵ نمودار کرنش خزشی بر حسب زمان برای دمای ۱۵۰ درجه سانتیگراد نمونه با بافت ساده

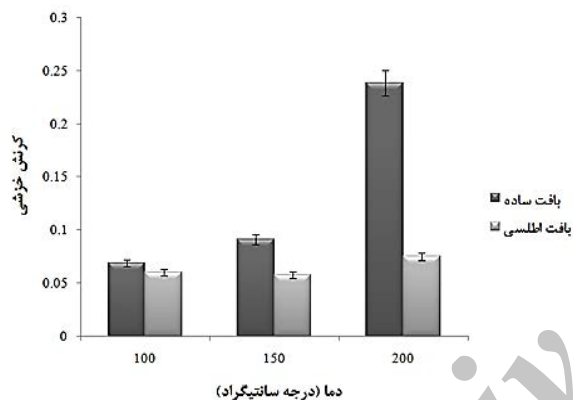


شکل ۶ نمودار کرنش خزشی بر حسب زمان برای دمای ۲۰۰ درجه سانتیگراد نمونه با بافت ساده

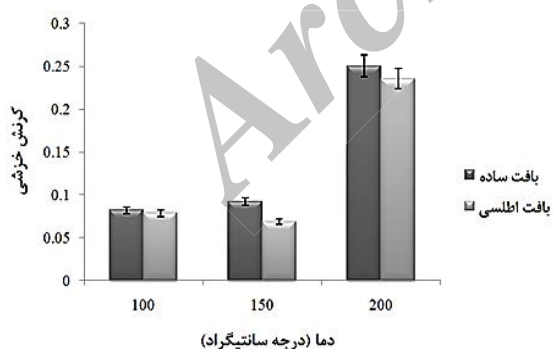


نتایج نشان می‌دهند که مشابه نمونه‌های با بافت ساده، در دمای ثابت با افزایش تنش، زمان گسیختگی و زمان تاخیر کاهش یافته و آهنگ کرنش خزشی افزایش می‌یابد. همچنین در تنش ثابت با افزایش دما زمان گسیختگی و تاخیر زمانی قطعه کاهش یافته و آهنگ کرنش افزایش می‌یابد. سطح گسیخته شده قطعات نشان می‌دهد بر خلاف الیاف پارچه‌ای بافت ساده، که هر لایه در زمان متفاوتی گسیخته می‌شد، الیاف پارچه‌ای اطلسی تقریباً در یک زمان گسیخته می‌شوند. این بدان معنی است که تمامی الیاف در ۵ لایه تحت تنش تقریباً برابری قرار دارند، در حالی که در الیاف پارچه بافت ساده اینگونه نیست. نکته دیگری که می‌توان به آن اشاره کرد این است که کامپوزیتی که با الیاف بافت اطلسی ساخته شده است در مقایسه با آزمایش مشابه آن با کامپوزیت با الیاف بافت ساده نرخ کرنش کمتری را نشان می‌دهد و زمان گسیختگی آن نیز بیشتر است.

برای مقایسه رفتار نرخ کرنش نمونه‌های با بافت ساده و بافت اطلسی، نمودار نرخ کرنش این نمونه‌ها در تنش ۳/۸ مگاپاسکال در شکل ۱۱ و برای تنش ۶/۵ مگاپاسکال در شکل ۱۲ نمایش داده شده است.

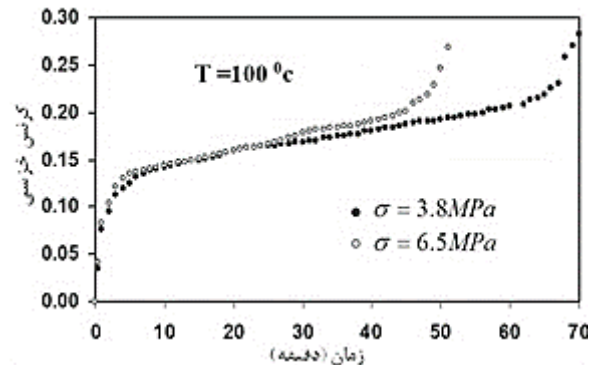


شکل ۱۱ مقایسه نتایج نرخ کرنش برای نمونه‌های با بافت ساده و بافت اطلسی در تنش ۳/۸ مگاپاسکال

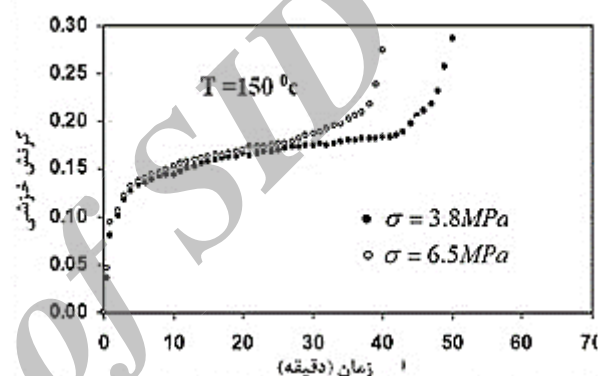


شکل ۱۲ مقایسه نتایج نرخ کرنش برای نمونه‌های با بافت ساده و بافت اطلسی در تنش ۶/۵ مگاپاسکال

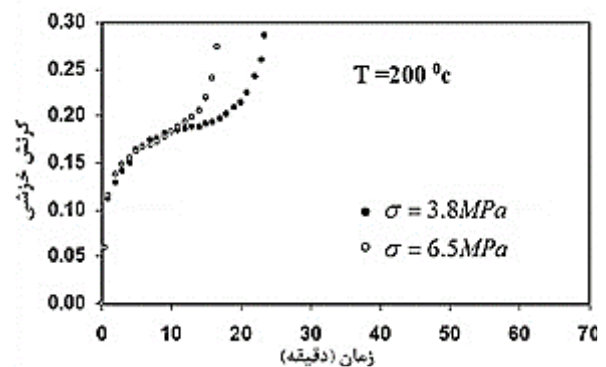
با توجه به نمودار ۱۱ مشخص است که در تنش ۳/۸ مگاپاسکال و در هر سه دما نرخ خزش نمونه‌های بافت اطلسی پایین از نمونه‌های بافت ساده می‌باشد. تفاوت در نرخ کرنش در دمای ۲۰۰ درجه سانتی‌گراد به بیشترین مقدار خود می‌رسد. در این دما نرخ کرنش نمونه‌های با بافت اطلسی ۶۸٪



شکل ۸ نمودار کرنش خزشی بر حسب زمان برای دمای ۱۰۰ درجه سانتیگراد نمونه با بافت اطلسی



شکل ۹ نمودار کرنش خزشی بر حسب زمان برای دمای ۱۵۰ درجه سانتیگراد نمونه با بافت اطلسی



شکل ۱۰ نمودار کرنش خزشی بر حسب زمان برای دمای ۲۰۰ درجه سانتیگراد نمونه با بافت اطلسی

جدول ۳ نتایج آزمایش خزش برای نمونه‌های با بافت اطلسی

زمان گسیختگی (دقیقه)	نرخ کرنش ( $\Delta \epsilon / \Delta t$ )	زمان تاخیر (دقیقه)	تنش وارده (مگاپاسکال)	دما (°C)
۷۰	۰/۰۶۰۲	۴۰	۳/۸	۱۰۰
۵۱	۰/۰۷۸۳	۳۰	۶/۵	۱۰۰
۵۰	۰/۰۵۷۷	۲۷	۳/۸	۱۵۰
۴۰	۰/۰۶۸۴	۱۴	۶/۵	۱۵۰
۲۳/۵	۰/۰۸۵۰	۶	۳/۸	۲۰۰
۱۶/۵	۰/۲۳۵۰	۴	۶/۵	۲۰۰

- 319, 2002.
- [9] Houshyar, S. Shanks, R. A. & Hodzic, A., "Tensile creep behaviour of polypropylene fibre reinforced polypropylene composites." *Polymer Testing*, Vol. 24, No. 2, pp.257-264, 2005.
- [10] Papanicolaou, G. C. Zouros, S. P. Kontou, E. A., "Fiber orientation dependence of continuous carbon/epoxy composites nonlinear viscoelastic behavior." *Composites science and technology*, Vol. 64, No. 16, pp. 2535-2545, 2004.
- [11] Kawai, M. Masuko, Y. Sagawa, T., "Off-axis tensile creep rupture of unidirectional CFRP laminates at elevated temperature." *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 37, No. 2, pp. 257-269, 2006.
- [12] Guedes, R. M. "Lifetime predictions of polymer matrix composites under constant or monotonic load." *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 37, No. 5, pp. 703-715, 2006.
- [13] Goertzen, W. K., & Kessler, M. R. "Creep behavior of carbon fiber/epoxy matrix composites." *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 421, No. 1, pp.217-225, 2006.
- [14] Guedes, R. M. "Relationship between lifetime under creep and constant stress rate for polymer-matrix composites." *Composites Science and Technology*, Vol. 69, No. 7, pp. 1200-1205, 2009.
- [15] Dasappa, P., Lee-Sullivan, P., & Xiao, X. "Temperature effects on creep behavior of continuous fiber GMT composites." *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 40, No. 8, pp.1071-1081, 2009.
- [16] Spathis, G. Kontou, E., "Creep failure time prediction of polymers and polymer composites." *Composites Science and Technology*, Vol. 72, No. 9, pp.959-964, 2012.
- [17] Nedjar, B. "Modeling long-term creep rupture by debonding in unidirectional fibre-reinforced, composites." *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 51, No. 10, pp. 1962-1969, 2014.
- [18] Rafiei, R. and Mozafari, B., "Comparison of methods for predicting creep in polymer-based composites" 22<sup>th</sup> ISME, Ahwaz, Iran, 2014, (In Persian).
- [19] Khosrojerdi, H. Abedi, A. Farzi, Gh., "The effect of calcium carbonate nanoparticles on the creep behavior of nanocomposite bridge Yatyln either Ypayyn / calcium carbonate", 6<sup>th</sup> IMES, Iran, 2012
- [20] Shahabadi, Z. Hajimoradi, Ab. Hajimoradi, Ah., "Finite element modeling of creep in CNT polymer nanocomposites", National Conference of Mechanical Engineering, Shiraz, Iran, 2014
- [21] ASTM D638, Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics, 2010.

نسبت به نمونه بافت ساده کاهش یافته است. کاهش چشمگیر نرخ کرنش به دلیل تفاوت در مکانیزم تحمل تنش در نمونه‌ها می‌باشد. همانطور که پیشتر ذکر شد، در نمونه‌های بافت ساده لایه‌ها در زمان‌های مختلف و به ترتیب گسیخته شدند، در حالی که در نمونه‌های بافت اطلسی گسیختگی به یک‌باره اتفاق افتاد. رفتار مشابهی برای نرخ کرنش در تنش ۶/۵ مگاپاسکال مشاهده می‌گردد. همانگونه از نمودار ۱۲ مشخص است، در این سطح تنش نیز نرخ کرنش نمونه‌های بافت اطلسی نسبت به بافت ساده کاهش یافته است.

#### ۴- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله آزمایش خزش کششی، در تنش‌ها و شرایط دمایی مختلف بر روی کامپوزیت رزین فنولیک تقویت شده با پارچه بافته شده از الیاف بازالت انجام گرفت. ساخت نمونه‌ها توسط دو نوع پارچه بافته شده از الیاف بازالت شامل بافت ساده و بافت اطلسی انجام شد. آزمایش خزش در سه دما و دو تنش متفاوت انجام پذیرفت. دماهای ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰۰ درجه سانتیگراد و تنش‌های ۳/۸ و ۶/۵ مگاپاسکال برای آزمایش انتخاب شدند. در همه‌ی حالات بارگذاری و نیز در همه دماها نرخ کرنش در کامپوزیت‌های با بافت اطلسی نسبت به نمونه‌های با بافت ساده کمتر بوده است. در دمای ۲۰۰ درجه سانتیگراد و در تنش ۳/۸ مگاپاسکال، اختلاف بین نرخ کرنش پارچه‌های بافت ساده و بافت اطلسی ۶۸٪ محاسبه گردید. در همه نمونه‌ها در دمای ثابت با افزایش تنش، زمان گسیختگی و زمان تاخیر کاهش یافته و آهنگ کرنش خزشی افزایش می‌یابد. همچنین در تنش ثابت با افزایش دما، زمان گسیختگی و تاخیر زمانی قطعه کاهش یافته و آهنگ کرنش افزایش می‌یابد. بررسی سطح شکست نمونه‌ها نشان داد که در پارچه بافت ساده، ابتدا لایه‌های بیرونی و سپس لایه‌های درونی گسیخته می‌شوند، در حالی که در نمونه‌های با بافت اطلسی، تمامی لایه‌ها تقریباً در یک زمان دچار گسیختگی شدند. تفاوت در مکانیزم انتقال تنش در نمونه‌ها عامل تفاوت در رفتار گسیختگی خزشی کامپوزیت می‌باشد.

#### ۵- مراجع

- [1] Hugo, J. Sova, M. Cizinsky, J., "Creep and creep damage of glass fibre reinforced polypropylene". *Composite structures*. Vol. 24, No. 3, pp.233-244, 1993.
- [2] Raghavan, J. & Meshii, M., "Prediction of creep rupture of unidirectional carbon fiber reinforced polymer composite." *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 197, NO. 2, pp. 237-249, 1995.
- [3] Bathgate, R. G. Wang, C. H. Pang, F., "Effects of temperature on the creep behaviour of woven and stitched composites." *Composite structures*, Vol. 38, No. 1, pp. 435-445, 1997.
- [4] Ma, C. C. M., Tai, N. H. Wu, S. H. Lin, S. H. Wu, J. F. Lin, J. M., "Creep behavior of carbon-fiber-reinforced polyetheretherketone (PEEK)[±45]<sub>4s</sub> laminated composites" (I). *Composites Part B: Engineering*, Vol. 28, No. 4, pp. 407-417, 1997.
- [5] Govindarajan, S. Langrana, N. A. & Weng, G. J. "The influence of imperfections on the creep behavior of woven polymer composites at elevated temperatures" *Finite elements in analysis and design*, Vol. 23, No. 2, pp.333-347, 1996.
- [6] Pang, F. & Hui Wang, C., "A predictive creep model for un-stitched and stitched woven composites." *Composites science and technology*, Vol. 60, No.(2), pp. 255-261, 2000.
- [7] Dutta, P. K. Hui, D., "Creep rupture of a GFRP composite at elevated temperatures." *Computers & Structures*, Vol. 76, No. 1, pp. 153-161, 2000.
- [8] Ren, W., "Creep behavior of a continuous strand, swirl mat reinforced polymeric composite in simulated automotive environments for durability investigation: Part I: experimental development and creep-rupture." *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 334, No. 1, pp. 312-



## مدلسازی درجه پخت در فرآیند ساخت پیش‌آغشته اپوکسی-شیشه

حمیدرضا خلفی<sup>۱</sup>، مهرزاد مرتضایی<sup>۲\*</sup>، ایرج امیری امرائی<sup>۳</sup>

۱- کارشناسی ارشد، مهندسی کامپوزیت، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

۲- استادیار، مهندسی کامپوزیت، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

۳- دانشیار، مهندسی کامپوزیت، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

\* تهران، صندوق پستی ۱۳۸۷۷۶۳۶۸۱، mortezaee@mut.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت: آذر ۹۳	درجه پخت پیش‌آغشته، یکی از مهم‌ترین مشخصه‌های آن به‌شمار می‌رود، به‌طوری‌که با تغییر در آن مشخصه‌های دیگر پیش‌آغشته مانند چسبناکی و جریان‌پذیری نیز تغییر می‌کند. برای کنترل و پیش‌بینی درجه پخت باید ارتباط کمی آن با پارامترهای فرآیندی مانند سرعت خط تولید پیش‌آغشته، دمای آون و میزان رزین تعیین شود. در این مقاله معادله انتقال حرارت حاکم بر سیستم پخت پیش‌آغشته اپوکسی-شیشه هم‌زمان با معادله سرعت پخت رزین اپوکسی، به‌روش عددی و به‌کمک برنامه رایانه‌ای نوشته شده در محیط نرم افزار میپل حل شد. همچنین پارامترهای سینتیک پخت رزین با استفاده از اطلاعات آزمون گرماسنجی پوششی تفاضلی هم‌دما به‌دست آمده است. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که هر چه میزان رزین پیش‌آغشته بیشتر باشد، در ابتدا دما و درجه پخت کمتر خواهد بود اما با آزاد شدن گرمای واکنش پخت، سرعت تغییرات دما و درجه پخت افزایش می‌یابد. همچنین نوع الیاف نیز بر درجه پخت پیش‌آغشته اثر گذار است به‌طوری‌که هر چه الیاف مورد استفاده چگالی و ظرفیت گرمایی ویژه بالاتری داشته باشد، دما و درجه پخت پیش‌آغشته کمتر خواهد بود. همان‌طور که انتظار می‌رفت با افزایش دمای آون، درجه حرارت پیش‌آغشته افزایش یافته و به‌طبع آن درجه پخت نیز افزایش خواهد یافت، درحالی‌که با افزایش سرعت خط تولید پیش‌آغشته، دما و درجه پخت پیش‌آغشته کاهش می‌یابد.
پذیرش: دی ۹۳	
کلیدواژگان:	
پیش‌آغشته	
مدلسازی	
درجه پخت	
معادله انرژی	
روش حل عددی	

## Modeling of Degree of Cure in Epoxy-glass Prepreg

Hamidreza Khalafi, Mehrzad Mortezaei\*, Iraj Amiri Amraei

Department of Composite Engineering, Maleke Ashtar University, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 1387763681, Tehran, Iran, mortezaee@mut.ac.ir

## Keywords

Prepreg,  
Modeling,  
Degree of Cure,  
Energy Equation,  
Numerical solution techniques

## Abstract

Degree of cure is one of the most important properties of prepregs, so that the change in degree of cure will cause the changing of other properties such as, mechanical properties, tack and resin flow. In order to predict and monitor degree of cure, the quantitative relation with processing parameters such as line speed, oven temperature and resin content have to be determined. In this paper, the heat transfer equation governing epoxy-glass prepreg curing systems, together with the equation for the rate of epoxy resin curing is solved using numerical methods and computer programs written in the MAPLE software. The kinetic parameters of the curing reaction of epoxy resin are also evaluated by using isothermal differential scanning calorimetry data. According to results, initially, the temperature and the degree of cure will be reduced by increasing the amount of resin. However, releasing of the heat of curing increases both the temperature variation rate and the degree of curing. Moreover, the fiber types affect the degree of curing; the higher the density and specific heat capacity of the fibers, the less the temperature and degree of curing. Finally, increasing the oven temperature raised the temperature and degree of cure, as expected. On the other hand, increasing the line speed decreased the temperature and the degree of cure.

## ۱- مقدمه

خواص کامپوزیت تولیدی دو مورد از مزایای استفاده از پیش‌آغشته‌ها می‌باشد

[۱-۴].

روش‌های مختلفی برای ساخت پیش‌آغشته استفاده می‌شود که طرح کلی یک نمونه آن در شکل ۱ نشان داده شده است. در این دستگاه الیاف پس از آغشته‌سازی در حمام رزین، وارد ستون حرارتی تا به صورت جزئی پخت شود. پس از خارج شدن پیش‌آغشته از آون حرارتی دو لایه فیلم جدا

پیش‌آغشته محصول واسطه‌ای شامل الیاف تقویت‌کننده و ماده پلیمری است که به صورت جزئی پخت شده است. پیش‌آغشته‌ها آماده شکل‌گیری و تبدیل به محصول نهایی کامپوزیتی هستند. بیشترین کاربرد پیش‌آغشته‌ها در ساخت قطعات کامپوزیتی حساس مانند محفظه موتور موشک‌ها، فداشونده‌ها و قطعات هواپیما است. امکان کنترل مناسب فرآیند پخت و یکنواخت بودن

Please cite this article using:

Khalafi, H. Mortezaei, M. and Amiri Amraei, I., "Modeling of Degree of Cure in Epoxy-glass Prepreg" Journal of Science and Technology of Composite, Vol. 1, No. 2, pp. 43-48, 2015.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

www.SID.ir

استفاده از اطلاعات آزمون گرماسنجی پویشی تفاضلی همدا، پخت در طول آن به شکل دینامیک عمل کند.

## ۲- مدل‌سازی

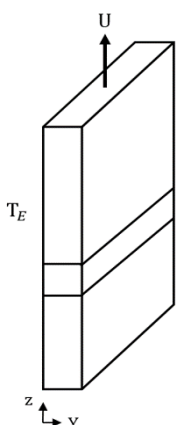
در شکل ۲ یک المان از مجموعه الیاف آغشته شده به رزین، در حال حرکت درون آن نشان داده شده است. در المان مورد نظر چهار نوع گرما شامل گرمای ورودی و خروجی ناشی از هدایت گرمایی، گرمای ورودی و خروجی ناشی از حرکت الیاف آغشته شده به رزین، گرمای ورودی از آن و گرمای تولید شده در حین فرآیند پخت وجود دارد. با توجه به ضخامت کم المان، تغییرات دما در جهت ضخامت بسیار ناچیز است. فرآیند در حالت پایدار قرار دارد و دما نیز در سرتاسر آن ثابت است. از اثر دما بر تغییرات چگالی و ظرفیت گرمایی، صرف نظر می‌شود.

با در نظر گرفتن فرضیات بالا معادله موازنه انرژی حاکم بر این سیستم به صورت رابطه (۱) می‌باشد [۱۴-۱۸].

$$\rho \frac{dT}{dt} + \rho \phi \Delta \frac{\alpha}{\rho} = \dots \quad (1)$$

با توجه به تعریف مشتق وقتی  $dz \rightarrow 0$ ، رابطه (۲) برقرار است.

$$-\rho \frac{dT}{dz} + \rho \phi \frac{\alpha}{\rho} \Delta = \dots \quad (2)$$



شکل ۲ المان در نظر گرفته شده برای الیاف آغشته شده به رزین در داخل آن

اگر از انتقال حرارت به روش هدایت در مقابل انتقال حرارت ناشی از جریان صرف نظر شود، معادله نهایی به صورت رابطه (۳) خواهد بود.

$$-\rho \frac{dT}{dz} + \rho \phi \frac{\alpha}{\rho} \Delta = \dots \quad (3)$$

شرط مرزی معادله ۳ درجه پخت ثابت در دمای اولیه می‌باشد (رابطه (۴)).

$$\alpha = \dots = \alpha \quad (4)$$

چگالی و ظرفیت گرمایی ویژه پیش‌آغشته در معادله ۳ به صورت روابط (۵) و (۶) محاسبه می‌شوند [۱۹].

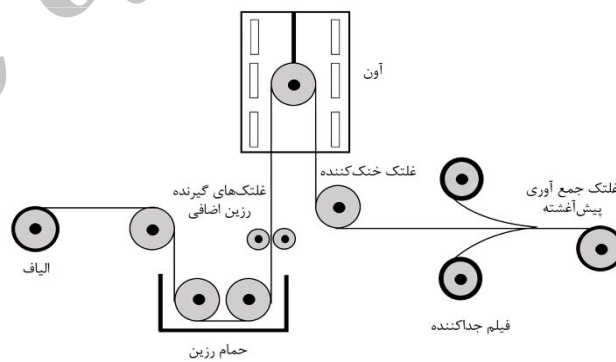
$$\rho = \phi \rho_f + (1-\phi) \rho_r \quad (5)$$

$$= \frac{\rho_f}{\rho} \phi + \frac{\rho_r}{\rho} (1-\phi) \quad (6)$$

کننده در دو طرف آن قرار گرفته و سپس پیش‌آغشته بر روی غلتک جمع و در انبار نگهداری می‌شود [۵، ۶].

درجه پخت پیش‌آغشته معمولاً به عنوان یکی از مشخصه‌های پیش‌آغشته گزارش می‌شود اما در عین حال بر روی خواص دیگر پیش‌آغشته مانند خواص مکانیکی، جریان‌پذیری و چسبناکی نیز اثر گذار است [۷، ۸]. برای پیش‌بینی و کنترل درجه پخت، باید بتوان ارتباطی بین درجه پخت با پارامترهای فرآیندی مانند سرعت خط تولید پیش‌آغشته، دمای حمام آغشته‌سازی، ضخامت پیش‌آغشته، نوع الیاف و دمای آن برقرار نمود. دو روش می‌تواند مطرح شود: در روش اول (روش تجربی) این ارتباط با انجام آزمون‌های متعدد بدست می‌آید که مستلزم صرف هزینه و زمان است. در روش دوم این ارتباط با استفاده از مدلسازی ریاضی فرآیند بدست می‌آید. در نتیجه مدلسازی فرآیند تولید پیش‌آغشته‌ها با وجود پیچیده بودن به‌عنوان روش بهتر مطرح می‌شود.

تاکنون مطالعات بسیاری بر روی سینتیک پخت رزین اپوکسی و پیش‌آغشته‌های گرما سخت انجام شده است. در اکثر این مطالعات با استفاده از نتایج آزمایش‌های تجزیه گرمایی به کمک دستگاه گرماسنج پویشی تفاضلی<sup>۱</sup>، درجه پخت بر اساس تغییرات جریان گرما و تنها به عنوان تابعی از نوع رزین، دمای پخت و مدت زمان قرارگیری در دمای پخت با روش برازش<sup>۲</sup> مدل می‌شود [۹]. از این جمله سان و همکاران با انجام آزمون گرماسنجی پویشی تفاضلی دینامیک بر روی پیش‌آغشته کربن-اپوکسی، درجه پخت را با روش برازش مدل کردند [۱۰]. حیاتی و همکاران نیز در پژوهشی مشابه بر روی پیش‌آغشته شیشه-اپوکسی انجام دادند [۱۱].



شکل ۱ طرح کلی دستگاه پیش‌آغشته‌ساز

تفاوت عمده تحقیقات انجام شده، در یافتن یک مدل تجربی با دقت بیشتر برای برقراری ارتباط میان درجه پخت پیش‌آغشته با دما و زمان است. برخی تحقیقات به سمت محاسبه درجه پخت با استفاده از دمای انتقال شیشه‌ای سوق پیدا کرد که از این جمله نیز می‌توان به مقالات سبزواری [۱۲]، وانگ [۱۳] اشاره کرد.

در این مقاله با مدلسازی فرآیند انتقال گرما در حین عبور الیاف آغشته شده از داخل آن، درجه پخت پیش‌آغشته بر حسب پارامترهای فرآیندی مانند سرعت خط تولید، دمای آن، ضخامت پیش‌آغشته و مواردی این چنین تعیین می‌شود که تاکنون در این زمینه پژوهشی انجام نشده است. همچنین به بررسی اثر پارامترهای دیگری چون نوع الیاف و میزان رزین نیز پرداخته می‌شود. روش حل عددی به‌کار برده شده نیز به نحوی است که در عین

1. DSC  
2. Fitting

تفاضلی بر روی رزین اپوکسی به صورت همدا، در محیط گاز نیتروژن با خلوص (۹۹/۹۹٪) و در ۵ دمای ۱۵۵، ۱۶۰، ۱۶۵، ۱۷۰ و ۱۷۵ درجه سانتیگراد انجام پذیرفت. بر این اساس در هر دما اطلاعات درجه پخت بر حسب زمان حاصل می‌شود که با برازش بر روی معادله ۷ پارامترهای سینتیک پخت رزین محاسبه می‌شود.

برای محاسبه پارامترهای سینتیک پخت رزین معادله ۷ به شکل معادلات (۱۴) تا (۱۶) بازنویسی شد.

$$\frac{\alpha}{\alpha} = \alpha + \alpha - \alpha \quad (14)$$

$$\frac{\alpha}{-\alpha} = \alpha + \alpha \quad (15)$$

$$\frac{\alpha}{-\alpha} + \alpha = -\alpha \quad (16)$$

شیب نمودار  $\frac{\alpha}{\alpha}$  بر حسب  $-\alpha$  در معادله ۱۴، n را برای استفاده در معادله ۱۵ در اختیار قرار می‌دهد. ثابت سرعت  $k_1$  برابر با مقدار سرعت تبدیل در زمان آغاز واکنش ( $\alpha = 0$ ) است، بنابراین با استفاده از

شیب و نقطه تلاقی نمودار  $\frac{\alpha}{-\alpha}$  بر حسب  $\alpha$ ، مقادیر m و

$k_2$  بدست می‌آیند که با قرار دادن آن‌ها در معادله ۱۶ و رسم نمودار  $\alpha + \alpha - \alpha$  بر حسب  $-\alpha$  مقدار جدید n حاصل می‌شود. این محاسبات آنقدر تکرار شد تا اختلاف مقدار n بدست آمده با مقدار ماقبلش کمتر از یک درصد شود.

جدول ۱ مشخصات رزین اپوکسی مورد استفاده [۲۴].

مقدار	واحد	کمیت
۱۹۲-۱۸۵	—	وزن آکی والان
۱۵۰-۱۱۰	—	گرانروی در دمای ۲۵ درجه سانتیگراد
۲/۱	—	ظرفیت گرمایی ویژه
۱/۱۳	—	چگالی

در ادامه کار برای محاسبه  $A_1$ ،  $A_2$ ،  $Ea_1$  و  $Ea_2$ ، معادله (۸) و (۹) به صورت روابط (۱۷) و (۱۸) بازنویسی شد.

$$= \dots \quad (17)$$

$$= \dots \quad (18)$$

با استفاده از شیب نمودارهای  $\alpha + \alpha - \alpha$  و  $\frac{\alpha}{-\alpha}$  بر حسب  $-\alpha$  به ترتیب مقادیر  $\alpha$  و  $\alpha$  و با استفاده از عرض از مبدا آن‌ها به ترتیب مقادیر  $\alpha$  و  $\alpha$  بدست آمد.

#### ۵- نتایج و بحث

پارامترهای سینتیکی رزین اپوکسی با استفاده از نتایج آزمون گرماسنجی پوششی تفاضلی و براساس مدل کمال در جدول ۲ آورده شده است. همچنین

معادله خود کاتالیستی کمال برای بیان سرعت پخت رزین به صورت رابطه (۷) می‌باشد [۲۰-۲۲].

$$\frac{\alpha}{\alpha} = \alpha - \alpha \quad (7)$$

ثوابت سرعت در معادله ۷ بر اساس رابطه آرنیوس و مطابق معادله (۸) و (۹) محاسبه می‌شود [۲۳]:

$$= \dots \quad (8)$$

$$= \dots \quad (9)$$

#### ۳- روش حل مدل

با استفاده از نرم افزار میپل<sup>۱</sup> برنامه رایانه‌ای نوشته شد که اساس آن بر حل عددی به روش تکرار است. در این برنامه ابتدا طول آون (L) به بازه‌های بسیار کوچک (i قسمت) تقسیم می‌شود. در هر بازه یک دما حدس زده می‌شود ( $T_{i,j}$  در  $j=1$ )، سپس با استفاده از معادلات ۱۰ و ۱۱ محاسبه می‌شود. در نهایت با استفاده از معادله ۱۲ دمای تکرار بعدی به دست می‌آید.

$$\frac{\alpha}{\alpha} = \dots \quad (10)$$

$$\dots + \frac{\rho \phi}{\rho} \frac{\alpha}{\Delta} \quad (11)$$

$$\dots + \dots \quad (12)$$

اگر  $\xi \leq T_{(i,j+1)} - T_{(i,j)} \leq \xi$  باشد آنگاه دمای بدست آمده به عنوان دمای بازه i ثبت می‌شود. در این صورت برای یافتن درجه پخت بازه i از معادله ۱۳ استفاده می‌شود. سپس یک واحد به i اضافه می‌شود و روند بیان شده دوباره تکرار می‌شود.

$$\alpha = \frac{\alpha}{\alpha} + \alpha \quad (13)$$

اگر  $\xi \geq T_{(i,j+1)} - T_{(i,j)} \geq \xi$  باشد آنگاه یک واحد به i اضافه می‌شود و روند بیان شده دوباره تکرار می‌شود. در این حالت دمای بدست آمده از معادله ۱۲ به عنوان حدس بعدی استفاده می‌شود. نکته قابل توجه این است که با این روش حل، دما در هر بازه ثابت است (پخت همدا) ولی در مجموع شاهد یک پخت دینامیک هستیم.

#### ۴- تجزیه

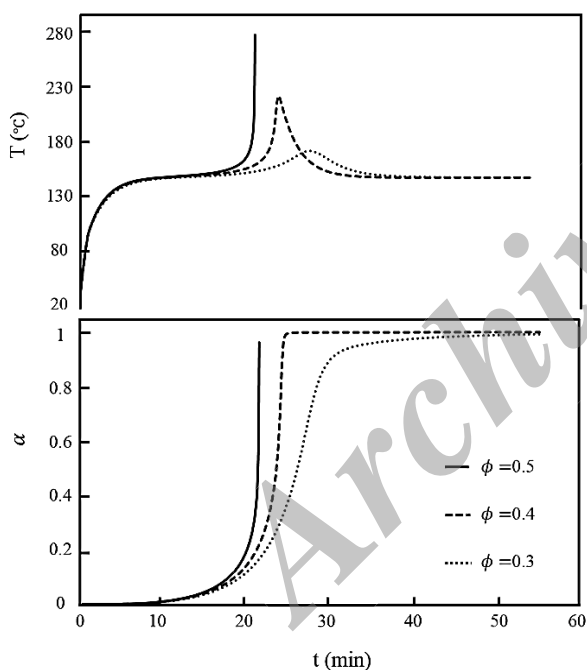
در این پژوهش از رزین اپوکسی مایع با کد تجاری ایپون ۸۲۸ محصول شرکت شل<sup>۲</sup> استفاده شده است. مشخصات رزین اپوکسی در جدول ۱ آمده است [۲۴]. همچنین از دی سیان دی آمید<sup>۳</sup> محصول شرکت مرک<sup>۴</sup> با ابعاد کمتر از ۱۰ میکرون به عنوان عامل پخت استفاده شده است.

برای بدست آوردن پارامترهای سینتیک پخت رزین، از گرماسنج پوششی تفاضلی ساخت شرکت متلر<sup>۵</sup> استفاده شده است. آزمون گرماسنجی پوششی

1. MAPLE  
2. Shell  
3. DICY  
4. Merck  
5. Mettler

نکته قابل توجه این است که اندازه پیک دمایی بدست آمده به میزان رزین بستگی دارد در حالیکه در آزمون گرماسنجی پویشی تفاضلی مقدار رزین ثابت و بسیار ناچیز است. همچنین با خروج الیاف آغشته‌شده به رزین از داخل آون، دما به صورت یک تابع نمایی کاهش می‌یابد تا به دمای محیط برسد. زمان یا مسافت لازم جهت رسیدن به دمای محیط خود یکی دیگر از نکات مهم دستگاه پیش‌آغشته‌ساز است.

در شکل ۴ نمودارهای دما و درجه پخت بر حسب زمان برای الیاف شیشه آغشته‌شده به رزین اپوکسی در سه کسر حجمی مختلف رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود هرچه کسر حجمی رزین (با فرض ثابت بودن ضخامت پیش‌آغشته) افزایش یابد درجه پخت پیش‌آغشته در زمان‌های کمتر به درجه مشخصی (معمولاً بین ۰/۲ تا ۰/۳ در پیش‌آغشته‌های تجاری) می‌رسد. دلیل این امر آن است که با افزایش کسر حجمی رزین گرمای ناشی از واکنش پخت افزایش می‌یابد. همچنین با توجه به کمتر بودن ظرفیت گرمایی رزین اپوکسی نسبت به الیاف شیشه، افزایش کسر حجمی رزین ظرفیت گرمایی پیش‌آغشته را نیز کاهش می‌دهد و در نتیجه گرمای کمتری برای افزایش دما نیاز دارد. نکته قابل توجه در شکل ۴ این است که در کسر حجمی ۰/۵ آنقدر گرمای آزاد شده توسط رزین زیاد است که با افزایش ناگهانی و بسیار دما، سیستم به سمت سوختن محصول خروجی پیش می‌رود.



شکل ۴ تغییرات دما و درجه پخت بر حسب زمان برای الیاف شیشه آغشته‌شده به رزین اپوکسی با سه کسر حجمی مختلف.

نوع الیاف مورد استفاده در ساخت پیش‌آغشته نیز بر درجه پخت تاثیر می‌گذارد. در شکل ۵ دما و درجه پخت بر حسب زمان عبور از آون برای سه نوع الیاف کربن، شیشه و کولار رسم شده است.

اثر گذاری نوع الیاف با تغییر دو پارامتر چگالی و ظرفیت گرمایی پیش‌آغشته خواهد بود. در جدول ۴ مقادیر چگالی و ظرفیت گرمایی ویژه برای سه نوع الیاف شیشه، کربن و کولار آمده است. به طور کلی افزایش چگالی و ظرفیت گرمایی الیاف باعث افزایش چگالی و ظرفیت گرمایی

برای انجام محاسبات عددی، چگالی الیاف شیشه طبق [۲۵] برابر  $\frac{2.5}{\text{cm}^3} \text{gr}$  و طبق [۲۶] ظرفیت گرمایی ویژه آن  $\frac{0.756}{\text{g.mol} \cdot \text{K}}$  در نظر گرفته شد. ضریب انتقال حرارت جابجایی نیز  $\frac{5.4 \times 10^{-2}}{\text{cm}^2 \cdot \text{min} \cdot \text{K}}$  است [۲۷] و فرض اولیه مقادیر پارامترهای مدل در جدول ۳ آمده است.

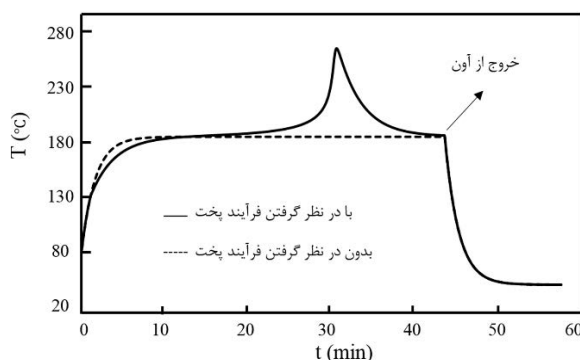
تصور غالب این است که با ورود الیاف شیشه آغشته‌شده به رزین به داخل آون، دمای این مجموعه افزایش یافته تا به دمای آون برسد. برای بررسی این موضوع، معادله ۱۳ یکبار با در نظر گرفتن پخت و بار دیگر بدون در نظر گرفتن پخت حل شد (شکل ۳).

جدول ۲ مقادیر پارامترهای سینتیکی مدل کمال

پارامتر	واحد	مقدار
A <sub>1</sub>		$7.702 \times 10^{11}$
A <sub>2</sub>		$1.021 \times 10^{11}$
Ea <sub>1</sub>	—	۱۲۴۸۰۹/۷۶۸
Ea <sub>2</sub>	—	۹۹۶۰۱/۷۲
m	-	-۰/۹۳۲
n	-	۱/۱۹۸
R	—	۸/۳۱۴
ΔH	—	۱۲۰

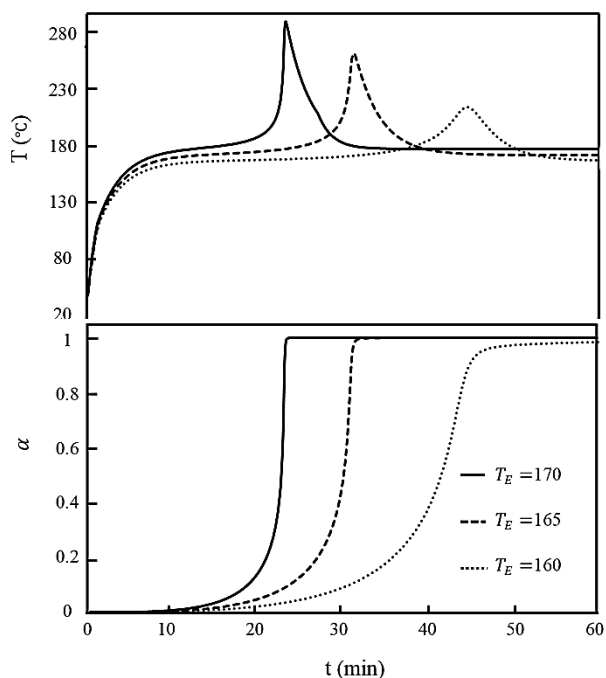
جدول ۳ فرض اولیه مقادیر پارامترهای فرآیندی

کمیت	واحد	مقدار
سرعت خط تولید پیش‌آغشته	—	۰/۶
دمای آون		۱۷۰
کسر حجمی رزین اپوکسی	-	۰/۴



شکل ۳ تغییرات دمای الیاف شیشه آغشته‌شده به رزین اپوکسی بر حسب زمان در دو حالت با در نظر گرفتن فرآیند پخت و بدون لحاظ فرآیند پخت.

همان‌طور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود تنها در حالتی که فرآیند پخت در سیستم اتفاق نیفتد، دمای الیاف آغشته‌شده به رزین از دمای محیط آغاز و در نهایت با دمای آون هم‌دما خواهد شد و با وجود فرآیند پخت، دما ابتدا کمتر از حالت بدون پخت و در ادامه بیشتر از دمای آون نیز خواهد شد. این پدیده بدلیل این است که فرآیند پخت در ابتدا نیازمند گرفتن گرما برای آغاز واکنش پخت است ولی با توجه به گرمازا بودن واکنش پخت رزین اپوکسی، در نهایت دمای الیاف آغشته‌شده به رزین از دمای آون بیشتر می‌شود.



شکل ۶ تغییرات دما و درجه پخت برحسب زمان برای الیاف شیشه آغشته‌شده به رزین اپوکسی در سه دمای آن مختلف.

همان‌گونه که انتظار می‌رفت با افزایش سرعت خط تولید پیش‌آغشته، درجه پخت در یک زمان مشخص کاهش می‌یابد. این به دلیل زمان کمتر حضور الیاف آغشته‌شده به رزین در داخل آن است. بدیهی است هر چه زمان پخت کمتر شود، درجه پخت نیز کاهش یابد. نکته قابل توجه این است که تغییری کوچک در سرعت خط تولید پیش‌آغشته، موجب تغییر بسیار زیادی بر درجه پخت خواهد شد.

با توجه به نتایج بدست آمده از مدل می‌توان گفت نتایج روند کیفی صحیح و مشخصی دارد. همچنین مقایسه نتایج مدل با نتایج تجربی بدست آمده از دستگاه پیش‌آغشته‌ساز و اصلاح مدل ارائه شده از جمله فعالیت‌هایی است که در پژوهش‌های بعدی دنبال می‌شود.

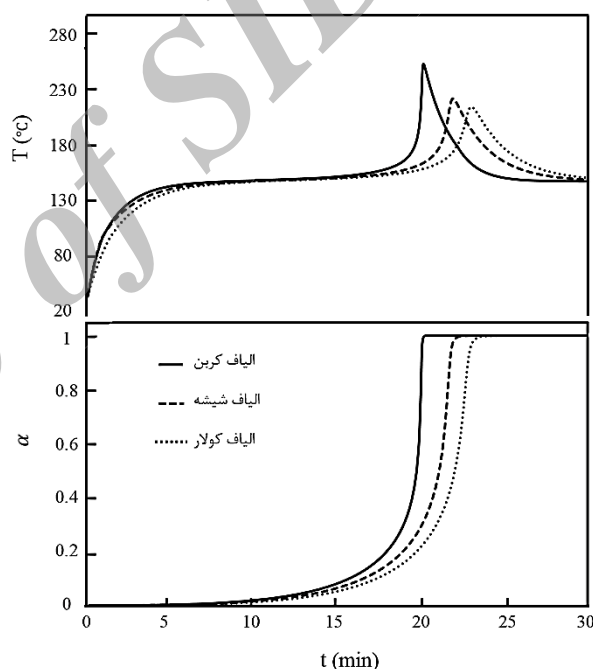
#### ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله با نوشتن معادله موازنه انرژی برای الیاف آغشته‌شده به رزین در داخل آن، معادله انتقال حرارت حاکم بر سیستم بدست آمد. سپس معادلات انتقال حرارت در پیش‌آغشته و سینتیک پخت رزین به طور همزمان به کمک برنامه رایانه‌ای در محیط نرم افزار میپل حل شد. نتایج بدست آمده نشان داد که هر چه میزان رزین پیش‌آغشته بیشتر باشد، در ابتدا دما و درجه پخت کمتر خواهد بود اما با آزاد شدن گرمای واکنش پخت، سرعت تغییرات دما و درجه پخت افزایش می‌یابد. همچنین نوع الیاف نیز بر درجه پخت پیش‌آغشته اثر گذار است بطوریکه هر چه الیاف مورد استفاده چگالی و ظرفیت گرمایی ویژه بالاتری داشته باشد، دما و درجه پخت پیش‌آغشته کمتر خواهد بود. در پایان نیز همانطور که انتظار می‌رفت با افزایش دمای آن، دما و در نتیجه درجه پخت پیش‌آغشته افزایش و با افزایش سرعت خط تولید پیش‌آغشته، دما و درجه پخت پیش‌آغشته کاهش می‌یابد.

پیش‌آغشته می‌شود. هر چه ظرفیت گرمایی پیش‌آغشته بیشتر باشد، برای رسیدن به درجه پخت مشخصی، به میزان گرمای بیشتری نیاز دارد. هر چه چگالی الیاف بیشتر باشد میزان گرمای آزاد شده توسط رزین کمتر خواهد بود. همانطور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود هر چند الیاف کولار نسبت به الیاف کربن و شیشه چگالی کمتری دارد اما دلیل اینکه ظرفیت گرمایی آن دو برابر الیاف شیشه و کربن است در نهایت دمای پیش‌آغشته آن کمتر است و در زمان بیشتری به درجه پخت مشخصی می‌رسد.

جدول ۴ مقادیر چگالی و ظرفیت گرمایی برای الیاف مختلف [۲۵-۲۶].

نوع الیاف	چگالی	ظرفیت گرمایی ویژه
شیشه	۲/۵	۰/۷۵۶
کربن	۱/۷۶	۰/۷۹۴
کولار	۱/۴۴	۱/۴۲۰



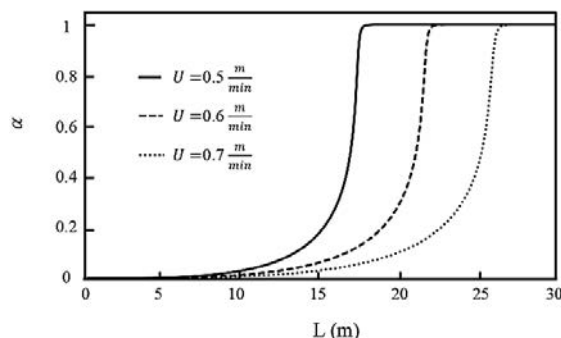
شکل ۵ تغییرات دما و درجه پخت برحسب زمان برای سه نوع الیاف مختلف آغشته‌سازی شده با رزین اپوکسی.

در شکل ۶ درجه پخت الیاف شیشه آغشته‌شده به رزین اپوکسی در سه دمای آن متفاوت بر حسب طول آن ترسیم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش دمای آن، در یک زمان مشخص، درجه پخت پیش‌آغشته افزایش می‌یابد. نکته قابل توجه تاثیر پذیری زیاد درجه پخت از دمای آن است. با افزایش دما، پیک گرمازا که نشان دهنده‌ی واکنش پخت می‌باشد، به سمت زمان‌های کمتر میل می‌کند. بدیهی است که هر چه دما بالاتر باشد انرژی اکتیواسیون لازم جهت انجام واکنش پخت سریعتر تامین می‌شود و این واکنش در زمان‌های کمتر شروع می‌شود.

سرعت خط تولید پیش‌آغشته یکی از مهمترین عوامل اثر گذار بر درجه پخت پیش‌آغشته است. در شکل ۷ درجه پخت الیاف شیشه آغشته‌شده به رزین بر حسب طول آن در سرعت خط تولید پیش‌آغشته مختلف نشان داده شده است.



- [2] Beheshty, M. H. and Heidary, A.R. "Science and Technology of Prepregs", Iran Journal Polymer Science and Technology, Vol. 4, No. 1, pp. 34-47, 1991. (In Persian)
- [3] Mazumdar, S. K., "Composites manufacturing : materials, product, and process engineering", pp. 58-59, USA :CRC Press LLC, 2000.
- [4] Vafayan, M. Beheshty, M. H. Ghoreishy, M. H. R. Abedini, H., "Advanced integral isoconversional analysis for evaluating and predicting the kinetic parameters of the curing reaction of epoxy prepreg", Thermochimica Acta, Vol. 557, pp. 37-43, 2013.
- [5] Hayes, B. S. Seferis, J. C., "Simulation Engineering of Polymeric Prepreg Composite Systems", PhD Thesis, University of Washington, Washington, 1997.
- [6] prepreg, <http://www.hexcel.com>, available in March 2005
- [7] Shaghghi, S. Beheshty, M. H. Rahimi, H., "Preparation and Rheological Characterization of Phenolic/Glass Prepregs", Iran Polymer Journal, Vol. 20, No. 12, pp. 969-977, 2011.
- [8] Shaghghi, S. Beheshty, M. H. Rahimi, H. "Preparation of phenolic-glass prepregs and investigation the effect of phenolic resin type on their properties", MSc Thesis, Iran Polymer and Petrochemical Institute, Tehran, 2010. (In Persian)
- [9] Jubslip, C. Punson, K. Takeichi, T. Rimdusit, S., "Curing Kinetics of Benzoxazine- Epoxy Copolymer Investigated by non-Isothermal Differential Scanning Calorimetry", Polymer Degradation and Stability, Vol. 95, pp. 918-924, 2010.
- [10] Sun, L. Pang, S. Sterling, A. M. Negulescu, I. I. Stubblefield, M. A., "Dynamic Modeling of Curing Process of Epoxy Prepreg", Journal of applied polymer science, Vol. 86, pp. 1911-1923, 2002.
- [11] Hayaty, M. Beheshty, M. H. Esfandeh, M., "Cure Kinetics of a Glass/Epoxy Prepreg by Dynamic Differential Scanning Calorimetry", Journal of applied polymer science, Vol. 120, pp. 62-69, 2011.
- [12] Sabzevari, S. M. Alavi-Soltani, S. Minaie, B., "New Method for Estimating the Extent of Curing of Thermosetting Prepregs", Journal of applied polymer science, Vol. 121, pp. 883-891, 2011.
- [13] Wang, Q. Storm, B. K. Houmoller, L. P., "Study of the Isothermal Curing of an Epoxy Prepreg by Near-Infrared Spectroscopy", Journal of applied polymer science, Vol. 87, pp. 2295-2305, 2003.
- [14] Zhang, J. Xu, Y.C. Huang, P., "Effect of Cure Cycle on Curing Process and Hardness for Epoxy Resin", Express Polymer Letters, Vol. 3, No. 9, pp. 534-541, 2009.
- [15] Blest, D. C. Duffy, B. R. Mckee, S. Zulkifly, A. K., "Curing Simulation of Thermoset Composites", Composite: Part A, Vol. 30, pp. 1289-1309, 1999.
- [16] Ghoreishy, M. H. R. Rafei, M. Bakhshandeh, G. R. Nasiri, M., "Computer Simulation of Cure Process of an Axisymmetric Rubber Article Reinforced by Metal Plates Using Extended Abaqus Code", Iran Journal Polymer Science and Technology, Vol. 23, No. 2, pp. 121-131, 2010. (In Persian)
- [17] Loos, A. C. Springer, G. S., "Curing of Epoxy Matrix Composites, Composite Materials", Vol. 17, pp. 135-169, 1983.
- [18] Ghoreishy, M. H. R. Naderi, G., "The Three Dimensional Simulation and Development of a Computer Software for Rubber Curing Process by Finite Element Method", Iran Journal Polymer Science and Technology, Vol. 17, No. 1, pp. 21-28, 2004. (In Persian)
- [19] Behzad, T. Sain, M. "Finite Element Modeling of Polymer Curing in Natural Fiber Reinforced Composites", Composites Science and Technology, Vol. 67, pp. 1666-1673, 2007.
- [20] Atarsia, A. Boukhili, R., "Relationship Between Isothermal and Dynamic Cure of Thermosets Via the Isoconversion Representation", polymer Engineering and Science, Vol. 40, No. 3, pp. 607-620, 2000.
- [21] Kamal, M. R. Sourour, S., "Kinetics and thermal characterization of thermoset cure", polymer Engineering and Science, Vol. 13, pp. 59-64, 1973.
- [22] Kamal, M. R. Sourour, S., "Differential Scanning Calorimetry of Epoxy Cure: Isothermal Cure Kinetics", Thermochimica Acta, Vol. 14, pp. 41-59, 1976.
- [23] Lam, P. W. K. Plaumann, H. P. Tran, T., "An Improved Kinetic Model for the Autocatalytic Curing of Styrene-Based Thermoset Resins", Journal of applied polymer science, Vol. 41, pp. 3043-3057, 1990.
- [24] Technical data sheet-Epon828, <http://www.Momentive.com>, available in September 2005.
- [25] Krug, D. J. Asuncion, M. Z. Popova, V. Laine, R. M., "Transparent Fiber Glass Reinforced Composites", Composites Science and Technology, Vol. 77, pp. 95-100, 2013.
- [26] Bitzer, T., "Honeycomb technology—materials, design, manufacturing, applications and testing", pp. 86, London: Chapman and Hall, 1997.
- [27] Ahn, K. J. Seferis, J. C., "Prepreg Process Analysis", Polymer Composite, Vol. 14, No. 4, pp. 349-360, 1993.



شکل ۷ تغییرات درجه پخت الیاف شیشه آغشته شده به رزین اپوکسی بر حسب طول آون در سرعت خط تولید پیش‌آغشته مختلف.

#### ۷- فهرست علائم

$A$	فاکتور پیش‌نمایی واکنش پخت
$A'$	سطح مقطع المان پیش‌آغشته
$A''$	سطح جانبی المان پیش‌آغشته
$b$	طول المان پیش‌آغشته
$C$	ظرفیت گرمایی
$e$	ضخامت المان پیش‌آغشته
$Ea$	انرژی فعالساز
$h$	ضریب انتقال گرمای جابجایی
$K$	ضریب انتقال گرمای هدایتی
$k$	ثابت سرعت واکنش پخت
$L$	طول آون
$\dot{m}$	سرعت جرمی جریان پیش‌آغشته
$w$	نماهای واکنش پخت
$R$	ثابت قانون گازها
$T$	متغیر دمای پیش‌آغشته
$t$	متغیر زمان
$U$	سرعت خط تولید پیش‌آغشته
$V$	حجم المان پیش‌آغشته
$y$	مختصات جهت عمود بر حرکت پیش‌آغشته
$z$	مختصات جهت حرکت پیش‌آغشته

#### علائم یونانی

$\alpha$	درجه پخت پیش‌آغشته
$\Delta$	گرمای کل واکنش پخت
$\xi$	مقدار بسیار ناچیز
$\rho$	چگالی
$\phi$	کسر حجمی رزین اپوکسی

#### زیر نویس‌ها

$E$	محیط (آون)
$F$	الیاف
$P$	پیش‌آغشته
$R$	رزین

#### ۸- مراجع

- [1] Hoseini, S. A. V., Pol, M. H., "Investigation of the tensile and the flexural properties of the glass/epoxy composites reinforced with nanoclay particles", Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 7, pp. 103-108, 2014. (In Persian)





## تحلیل ارتعاشات آزاد و خمش استاتیکی ورق ساندویچی انحنادار با وجود لایه روغن هوشمند مغناطیسی در رویه‌ها با استفاده از تئوری مرتبه بالای بهبودیافته‌ی ورق‌های ساندویچی کرامت ملک‌زاده فرد<sup>۱\*</sup>، محسن رضائی حسن‌آبادی<sup>۲</sup>

۱- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران  
 ۲- کارشناس ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران  
 \* تهران، صندوق پستی ۱۳۸۷۷۶۳۶۸۱، kmalekzadeh@mut.ac.ir

چکیده	اطلاعات مقاله
در این تحقیق به تحلیل ارتعاشات آزاد و خمش استاتیکی ورق ساندویچی انحنادار با وجود لایه روغن هوشمند مغناطیسی در رویه‌ها پرداخته شده است. ورق ساندویچی مورد بررسی دارای شرایط تکیه‌گاهی ساده بوده و تحت بارگذاری خمشی می‌باشد. برای استخراج معادلات حرکت حاکم بر سیستم، برای اولین بار از تئوری مرتبه بالای بهبود یافته‌ی ورق‌های ساندویچی و اصل همیلتون برای ورق ساندویچی دوانحنایی تحت بارگذاری خمشی با لایه روغن هوشمند در رویه‌ها استفاده شده است. سپس، بعد از مقایسه با نتایج مشابه موجود در حیطه‌ی این موضوع و اطمینان از صحت معادلات استخراج شده، اثرات شدت میدان مغناطیسی و پارامترهای هندسی مثل ضخامت هسته، ضریب منطری ورق، شعاع انحنای و موارد دیگر بر مشخصه‌های ارتعاشی و خیز ورق مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش ارتعاشات آزاد مشاهده شده که فرکانس طبیعی ورق با افزایش شدت میدان مغناطیسی و ضریب منطری افزایش و با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق کاهش پیدا می‌کند. همچنین مشاهده شده، فرکانس‌های طبیعی ورق برای حالت دو انحنایی بیشتر از حالت‌های تک انحنایی و تخت می‌باشد. در بخش تحلیل خمش استاتیکی نیز مشاهده شده است که با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت ورق، و با افزایش نسبت شعاع‌های انحنای خیز ورق افزایش، و با افزایش شدت میدان مغناطیسی، خیز ورق کاهش می‌یابد. بنابراین می‌توان با تغییر این پارامترها، فرکانس طبیعی و خیز سیستم را در محدوده‌ی مورد نظر حاصل نمود و همچنین با داشتن یک میدان مغناطیسی قابل کنترل در سیستم، می‌توان فرکانس طبیعی و خیز سیستم را کنترل نمود.	دریافت: آبان ۹۳ پذیرش: دی ۹۳ کلیدواژگان: ارتعاشات آزاد خمش استاتیکی ورق ساندویچی دوانحنایی تئوری مرتبه بالای بهبود یافته روغن هوشمند مغناطیسی

## Free Vibration and Static Bending Analysis of Curved Sandwich Panel with Magneto-Rheological Fluid Layer in Sheets using Improved High Order Sandwich Panel Theory

Keramat Malekzadeh Fard\*, Mohsen Rezaei Hassanabadi

Department of Aerospace Engineering, Malek ashtar University of Technology, Tehran, Iran.  
 \* P.O.B. 1387763681, Tehran, Iran, kmalekzadeh@mut.ac.ir

### Keywords

Free Vibration,  
 Static Bending,  
 Double Curved Sandwich  
 Panel,  
 Improved High Order Theory,  
 Magneto-Rheological.

### Abstract

In this study, free vibration and static bending analysis of curved sandwich panel with magneto-rheological (MR) fluid layer in sheets have been studied. Sandwich panel that is studied is double curved with simply support boundary condition and it is under bending load. In order to derive the governing equations of motion, an improved high order sandwich panel theory and Hamilton's principle are used for the first time. After comparing with similar results in the domain of this issue and ensure that the accuracy of the derived equations, the effect of magnetic field on the frequency of the panel has been investigated. The effects of magnetic field intensity and changing the geometric parameters such as aspect ratio, thickness of MR layer, radius of curvature and thickness ratio on the characteristics of vibration and deflection have been studied. In the free vibration analysis section, the obtained results showed that the natural frequency of panel increases by increasing the magnetic field, also increases by increasing the panel aspect ratio, and decreases by increasing the core thickness to panel thickness ratio. Likewise the obtained results showed that the natural frequency for the case of double curved panel is more than single curved and flat panel. In the static bending analysis section, obtained results showed that the natural deflection of the panel decreases by increasing the magnetic field, increases by increasing the radiuses of curvatures ratio, and increases by increasing the core thickness to panel thickness ratio. Therefore, by changing these parameters, the natural frequency and deflection of the system, can be changed in the desired range, and also by having a controllable magnetic field in the system, the natural frequency and deflection of the system can be controlled.

Please cite this article using:

Malekzadeh Fard, K. and Rezaei Hassanabadi, M., "Free Vibration and Static Bending Analysis of Curved Sandwich Panel with Magneto-Rheological Fluid Layer in Sheets using Improved High Order Sandwich Panel Theory" Journal of Science and Technology of Composite, Vol. 1, No. 2, pp. 49-62, 2015.

۱- مقدمه

امروزه ورق‌های ساندویچی یکی از اجزای اصلی در سازه‌های مورد استفاده در صنایع هوافضا، صنایع دریایی، صنعت حمل و نقل، صنایع بسته‌بندی، مهندسی مکانیک، مهندسی عمران، عایق کاری و غیره می‌باشند. صفحات سبک ساندویچی دارای نسبت استحکام به وزن بالایی هستند. این صفحات معمولاً از دو رویه فلزی و یا کامپوزیتی و یک هسته با چگالی پائین انتخاب می‌شوند. لایه میانی می‌تواند از جنس مواد پلاستیکی متخلخل مثل فوم<sup>۱</sup>، مواد لانه زنبوری<sup>۲</sup> با فویل‌های فلزی با ضخامت پائین، پروفیل‌های جدار نازک جدا از هم که دو لایه بیرونی را به هم متصل می‌کنند و یا ورق‌های موجی شکل با ضخامت پائین باشند.

به دلیل مصارف و کاربردهای فراوان این سازه‌های ساندویچی در صنعت، در دو دهه اخیر بررسی و تحلیل این نوع سازه‌ها در ابعاد مختلف مورد توجه محققین و دانشمندان علوم مختلف قرار گرفته است. از جمله این تحلیل‌ها می‌توان به ارتعاشات آزاد، ارتعاشات اجباری، خمش، کمانش و ضربه اشاره نمود. بررسی و تحلیل رفتار مکانیکی ورق‌ها، غالباً با استفاده از تئوری‌های ورق انجام می‌گیرد. اکثر تئوری‌های ورق و پوسته بر پایه یک فرض سینماتیک برای جابجایی‌ها یا همان تغییر شکل‌های جسم در سه بعد استوار است. [۱]

مطالعه مواد هوشمند و سیستم‌های هوشمند یک حوزه بسیار گسترده است. در طی ۱۰ تا ۲۰ سال گذشته، تعدادی از مواد به خاطر خواص جالب توجه خود به عنوان هوشمند نام‌گذاری شده‌اند. بعضی از این مواد وقتی تحت تاثیر یک محرک خارجی مثل پتانسیل الکتریکی قرار می‌گیرند تغییر حجم می‌دهند، بعضی وقتی سرد یا گرم می‌شوند منقبض یا منبسط شده و یا حرکت می‌کنند و بعضی دیگر هم وقتی خمیده یا کشیده می‌شوند سیگنال‌های الکتریکی تولید می‌کنند. از جمله این مواد هوشمند آلیاژهای حافظه دار<sup>۳</sup>، مواد پیزوالکتریک<sup>۴</sup>، روغن هوشمند مغناطیسی<sup>۵</sup> و ... هستند [۲]. در ادامه برخی از جدیدترین کارهای انجام شده در مورد تحلیل ورق‌های ساندویچی و همچنین کاربرد مواد هوشمند بررسی و بیان شده است.

رحمانی و همکاران [۳] تحلیل ارتعاشات سازه ساندویچی با هسته مواد طبقه بندی شده تابعی<sup>۶</sup> با استفاده از تئوری مرتبه بالا را ارائه دادند و ضمن ارائه یک تحلیل عددی از ارتعاشات آزاد تیر، به مطالعه پارامتری تاثیر توزیع مواد طبقه بندی شده تابعی در هسته سازه ساندویچی پرداختند. همچنین رحمانی و همکاران [۴] پاسخ ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته انعطاف پذیر را نیز با استفاده از تئوری مرتبه بالا مورد بررسی قرار دادند. نجفی زاده و همکاران [۵] به تحلیل خمشی صفحات چهارگوش کامپوزیتی با لایه‌های پیزوالکتریک بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی به روش کانتروویچ<sup>۷</sup> توسعه یافته پرداختند. خیری‌خواه و همکاران [۶] تحلیل کمانش دو محوری ورق ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته نرم را با استفاده از تئوری مرتبه بالای بهبودیافته مورد بررسی قرار دادند. آنها در این تحقیق به مطالعه پارامتری ویژگی‌های هندسی رویه‌ها و هسته و تاثیر آنها بر کمانش ورق پرداختند. ویولا و همکاران [۷] نیز یک چارچوب کلی برای فرمول‌بندی و محاسبات تحلیل دینامیکی پوسته و

ورق دوانحنایی چندلایه با ضخامت متوسط را ارائه کرده‌اند. در این تحقیق مسائل دوبعدی ارتعاش پوسته با استفاده از روش مربع سازی دیفرانسیلی تعمیم یافته به صورت عددی حل شده اند. همچنین گلمکانی و امامی [۸] به تحلیل غیرخطی خمش و کمانش صفحات حلقوی از جنس مواد طبقه بندی شده تابعی با تغییرات خاص در راستای شعاعی تحت بار مکانیکی به روش رهایی پویا پرداخته و اثرات پارامترهای مختلفی همچون شرایط مرزی گوناگون، تاثیر توان ماده تابعی و نسبت ضخامت به شعاع خارجی را بر روی خمش و کمانش صفحات مورد بررسی قرار دادند. همچنین رحیمی و رحمانی [۹] اثر گام بر رفتار خمشی ساختارهای ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته ترکیبی موج‌دار با هندسه‌ی دوزنقه‌ای را مورد بررسی قرار دادند. انصاری و همکاران [۱۰] نیز به بررسی خیز تیر کامپوزیتی موج دار به کمک سیم آلیاژ حافظه دار پرداختند. آنها در این تحقیق از مدل برینسون به منظور مدل‌سازی رفتار آلیاژ حافظه‌دار استفاده کردند. داریوشی و صدیقی [۱۱] به تحلیل رفتار خمشی تیر ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی تحت بارگذاری استاتیکی با استفاده از تئوری مرتبه بالای غیر خطی ارتقاء یافته پرداختند و مطالعه پارامتری تاثیر پارامترهای هندسی مانند طول تیر، ضخامت رویه و ضخامت هسته بر میزان اختلاف بین تحلیل خطی و غیر خطی را مورد بررسی قرار دادند. خان محمدی و احمدی [۱۲] نیز به بررسی پیشروی آسیب در ورق‌های کامپوزیتی تحت بار خستگی خمشی پرداختند. همچنین روزگار و غلامی [۱۳] به تحلیل خمش غیرخطی ورق‌های مستطیلی ضخیم با استفاده از تئوری برشی اصلاح شده چهار متغیره و روش رهایی پویا پرداختند.

روغن‌هایی که خواصشان با تغییر میدان مغناطیسی تغییر می‌کند، روغن هوشمند مغناطیسی (MR) نامیده می‌شوند. این مواد با پاسخ زمانی سریعی که از خود نشان می‌دهند، در حد میلی ثانیه، کاربرد گسترده‌ای در کنترل سازه‌ها دارند. این روغن‌ها تحت تاثیر میدان مغناطیسی، تغییرات مشخص و سریعی در خواص سختی و میرایی از خود نشان می‌دهند. تنش تسلیم روغن MR در حدود ۲ تا ۳ کیلوپاسکال در غیاب میدان مغناطیسی است. این مقدار در حضور میدان مغناطیسی تا ۸۰ کیلوپاسکال افزایش می‌یابد. این روغن‌ها همچنین برای کنترل ارتعاشات با دامنه‌های بسیار بزرگ کاملاً مناسب هستند [۱۴].

از جدیدترین کارهای انجام شده در مورد مایعات MR نیز می‌توان به کار راجاموهان و همکاران [۱۵] اشاره کرد. آنها یک تیر ساندویچی با هسته MR را با در نظر گرفتن اثرات برشی لایه مفیدکننده MR در هسته و به کار بردن مدول برشی معادل مدل‌سازی کردند. آنها برای حل مساله از روش اجزای محدود استفاده کردند و اثرات شدت میدان مغناطیسی بر ویژگی‌های ارتعاشی را برای شرایط مرزی مختلف و بارگذاری اجباری بررسی کردند. راجاموهان و همکاران [۱۶] همچنین برای اولین بار ویژگی‌های ارتعاشی یک تیر ساندویچی پرشده‌ی جزئی از MR را هم با روش اجزای محدود و هم به صورت تجربی بررسی کردند. اثر تغییر محل جز MR و پارامترهای مختلف مثل ضخامت رویه‌ها و هسته بر پاسخ ارتعاشی در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفت. پریو [۱۷] نیز قابلیت کنترل مشخصه‌های ارتعاشی یک تیر ساندویچی با هسته‌ی MR را در حالت‌های افقی و عمودی و در حالت تحریک جزئی و کامل مورد بررسی قرار داد. او برای مقایسه اثر مواد مختلف از دو ماده متفاوت آلومینیوم و پلی اتیلن ترفنات برای رویه‌ها استفاده کرد. ملک زاده و همکاران [۱۸] نیز بهینه‌سازی تک هدفی و چند هدفی ورق ساندویچی

1. Foam
2. Honeycomb
3. Shape Memory Alloy
4. Piezoelectric
5. Magneto-Rheological
6. Functionally Graded Materials
7. Kantorovich

رویه‌های کامپوزیتی که با اندیس ۳ در کنار اندیس‌های  $t$  و  $b$  معین شده‌اند، رویه‌های کامپوزیت پایه برای ورق ساندویچی می‌باشند که به هسته متصل می‌باشند. طول و عرض ورق به ترتیب  $a$  و  $b$  می‌باشد و محورهای مختصات در شکل ۱ نشان داده شده‌اند. ضخامت ورق رویه‌ی بالایی، شامل ۳ قسمت لایه کامپوزیتی - روغن هوشمند MR - لایه کامپوزیتی، به ترتیب عبارتند از:  $h_{1t}$ ،  $h_{2t}$  و  $h_{3t}$ . برای ورق رویه‌ی پایینی نیز به همین شکل می‌باشد. ضخامت هسته  $h_c$  و ضخامت کلی ورق  $h$  در نظر گرفته شده است. شعاع انحنای ورق رویه‌ی بالایی، ورق رویه‌ی پایینی و هسته در صفحات  $x-z$  و  $y-z$  به ترتیب عبارتند از:  $R_{ex}$ ،  $R_{bx}$ ،  $R_{cy}$  و  $R_{by}$ ،  $R_{ey}$  و  $R_{by}$ .

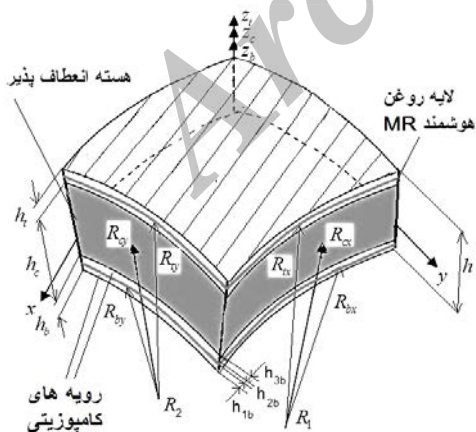
#### ۲-۱- میدان‌های جابجایی و روابط کرنش-جابجایی برای رویه‌ها و هسته

با توجه به تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی، جابجایی‌های  $u$ ،  $v$  و  $w$  رویه‌ها در جهت‌های  $x$ ،  $y$  و  $z$  با فرض جابجایی‌های خطی کوچک به صورت رابطه (۱) می‌باشند [۱].

$$\begin{aligned} &= \psi + \\ &= \psi + \\ &= \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن  $T$  بیانگر زمان،  $\psi$  و  $\psi$  مولفه‌های چرخش نرمال متقاطع حول محورهای  $x$  و  $y$  صفحات میانی رویه‌های بالایی و پایینی، و جابجایی‌های  $x$  و  $y$  و تغییر شکل عمودی رویه‌های بالایی و پایینی و مختصه عمودی هر یک از رویه‌ها که از صفحه میانی هر کدام از رویه‌ها اندازه‌گیری می‌شود، می‌باشند (شکل ۱). بنابراین تعداد مجهولات در هر کدام از لایه‌های کامپوزیتی رویه‌های بالایی و پایینی ۵ عدد می‌باشد. در مجموع برای ۴ لایه کامپوزیتی تعداد مجهولات ۲۰ عدد می‌باشد. معادلات سینماتیک کرنش در رویه‌ها به صورت رابطه (۲) می‌باشند.

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon + \kappa & \varepsilon &= \varepsilon + \kappa \\ \gamma &= \varepsilon = \varepsilon + \kappa \\ \gamma &= \varepsilon = \varepsilon & \gamma &= \varepsilon = \varepsilon \end{aligned} \quad (2)$$



شکل ۱ ورق ساندویچی دو انحنایی با ورق‌های کامپوزیتی چندلایه در رویه‌ها

که در آن‌ها:

انحنادار با هسته‌ی روغن هوشمند مغناطیسی به روش الگوریتم ژنتیک را ارائه دادند.

به طور کلی بررسی و مرور مقالات ارائه شده در زمینه‌ی تحلیل ارتعاشات و خمش ورق‌های ساندویچی نشان می‌دهد که به مرور زمان و با گسترش علم، مقالات به تدریج از فرضیات بهتری برای تحلیل استفاده نموده و نتایج بهتری را کسب کرده‌اند.

هدف از این تحقیق تحلیل ارتعاشات آزاد و خمش استاتیکی ورق ساندویچی انحنادار با وجود لایه روغن هوشمند مغناطیسی در رویه‌ها می‌باشد. ورق ساندویچی مورد بررسی دارای شرایط تکیه‌گاهی ساده بوده و تحت بارگذاری خمشی می‌باشد. برای استخراج معادلات حرکت حاکم بر سیستم، برای اولین بار از تئوری مرتبه بالای بهبود یافته‌ی ورق‌های ساندویچی و اصل همیلتون برای ورق ساندویچی دو انحنایی تحت بارگذاری خمشی با لایه روغن هوشمند در رویه‌ها استفاده شده است. سپس، بعد از مقایسه با نتایج مشابه موجود در حیطه‌ی این موضوع و اطمینان از صحت معادلات استخراج شده، اثرات شدت میدان مغناطیسی و پارامترهای هندسی مثل ضخامت هسته، ضریب منطری ورق، شعاع انحنای ... بر مشخصه‌های ارتعاشی و خیز ورق مورد بررسی قرار گرفته.

فرضیات در نظر گرفته شده برای مدل‌سازی مساله به شرح زیر است:

۱. رویه‌ها به صورت الاستیک بوده و می‌توانند ایزوتروپیک یا از جنس مواد کامپوزیتی باشند.
۲. فرض شده است که هیچگونه لغزشی بین رویه‌های الاستیک و لایه MR وجود ندارد.
۳. جابجایی عرضی برای تمام نقاط روی یک سطح مقطع فرضی از رویه‌ها یکسان فرض شده است.
۴. فرض شده است که در لایه MR تنش نرمال وجود ندارد.
۵. فرض شده است که ماده MR در شرایط قبل از تسلیم و به صورت ماده ویسکوالاستیک خطی مدل شده است.
۶. جابجایی‌ها به صورت خطی و کوچک در نظر گرفته شده و رویه‌ها نازک فرض شده‌اند.

#### ۲- به دست آوردن معادلات حاکم بر سیستم

در این تحقیق به منظور استخراج معادلات حاکم بر سیستم، از تئوری مرتبه بالای بهبود یافته‌ی ورق‌های ساندویچی (IHSAPT) و اصل همیلتون برای ورق ساندویچی دو انحنایی تحت بارگذاری خمشی با لایه روغن هوشمند در رویه‌ها استفاده گردیده است. طبق تئوری مرتبه بالای بهبود یافته، برای صفحات کامپوزیتی رویه، از تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی<sup>۱</sup> و برای هسته، عبارت چند جمله‌ای جابجایی‌ها که بر پایه‌ی جابجایی‌های مدل دوم فروستیگ<sup>۲</sup> می‌باشد، استفاده شده است [۱۹]. در این حالت، مجهولات عبارتند از ضرایب ثابت چند جمله‌ای و همچنین جابجایی‌های صفحات رویه. سپس با استفاده از اصل انرژی پتانسیل کمینه، معادلات حاکم بر مساله استخراج شده است.

در این تحقیق اندیس  $t$  مربوط به ورق رویه‌ی بالایی، اندیس  $b$  مربوط به ورق رویه‌ی پایینی و اندیس  $c$  مربوط به هسته می‌باشد. لایه‌های روغن هوشمند با اندیس ۲ و رویه‌های کامپوزیت نگهدارنده روغن با اندیس‌های ۱ و ۳ در کنار اندیس‌های  $t$  و  $b$  (بیانگر رویه‌های بالایی و پایینی) مشخص شده‌اند.

1. FsdT  
2. Frostig

برای روابط کرنش لایه روغن هوشمند MR، با فرض اینکه تنش نرمال در لایه MR وجود ندارد و با در نظر گرفتن تئوری مرتبه اول برشی FSDT برای رویه‌ها، روابط کرنش عرضی لایه MR به صورت رابطه (۶) و (۷) قابل حصول است [۲۰].

لایه MR بالایی:

$$\gamma = -\psi + \frac{\partial w}{\partial x} \quad \gamma = -\psi + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (6)$$

لایه MR پایینی:

$$\gamma = -\psi + \frac{\partial w}{\partial x} \quad \gamma = -\psi + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (7)$$

که در روابط فوق  $\psi = \psi + \psi$  است.

نهایتاً رابطه‌ی بین تنش‌ها و کرنش‌های عرضی در لایه MR به شکل رابطه (۸) بیان می‌شود [۲۰].

$$\sigma = \gamma \quad \sigma = \gamma \quad (8)$$

که  $G_2$  نشان دهنده‌ی مدول برشی ویسکوالاستیک مربوط به لایه MR است.

از آنجایی که ماده MR در ناحیه قبل از تسلیم خاصیت مواد ویسکوالاستیک خطی را دارد لذا مدول برشی شکل مختلط داشته و وابسته به شدت میدان مغناطیسی است. در این مساله از رابطه‌ای که راجاموهان و همکاران [۱۵-۱۶] برای ارتباط بین مدول برشی مختلط یک نوع مایع MR و شدت میدان مغناطیسی پیشنهاد داده‌اند استفاده شده است. مدول برشی مختلط برای مواد ویسکوالاستیک به صورت رابطه (۹) است [۱۶، ۱۵].

$$= ' + " \quad (9)$$

که  $G'$  و  $G''$  به ترتیب مدول دخیره و مدول اتلاف بوده و برای یک نوع ماده‌ی MR به صورت یک تابع چند جمله‌ای از میدان مغناطیسی (برحسب گائوس) به شکل زیر تعریف می‌شوند [۱۶، ۱۵]:

$$' = - + \times + \quad " = - + \times + \quad (10)$$

## ۲-۲- شرایط سازگاری

در این تحقیق فرض شده که رویه‌ها به صورت ایده‌آل به هسته چسبیده‌اند. به عبارت دیگر شرایط پیوستگی جابجایی‌ها در فصل مشترک‌ها برقرار است. بنابراین هر سه مولفه جابجایی لایه پایینی رویه بالایی (3t) و هسته، در فصل مشترک این دو، با هم برابرند. این شرایط برای فصل مشترک لایه بالایی رویه پائینی (3b) با هسته نیز برقرار است. به این ترتیب با فرض خمش کامل بین هسته و رویه‌ها، شرایط سازگاری در اتصال بالا و پایین هسته و رویه‌ها به صورت روابط (۱۱) می‌باشد.

$$\begin{aligned} ( = ) &= +(-) \quad \psi \\ ( = ) &= +(-) \quad \psi \quad = \rightarrow = = \\ ( = ) &= \quad = \rightarrow = = \end{aligned} \quad (11)$$

با جایگزینی روابط (۴) و (۱۱) در روابط (۵) و مقاداری ساده‌سازی، شرایط سازگاری به صورت روابط (۱۲) خواهند بود.

$$\varepsilon = \frac{\partial}{\partial} + \quad \varepsilon = \frac{\partial}{\partial} + \quad \varepsilon = \frac{\partial}{\partial} + \frac{\partial}{\partial}$$

$$\varepsilon = \frac{\partial}{\partial} + \psi \quad \varepsilon = \frac{\partial}{\partial} + \psi$$

$$\kappa = \frac{\partial \psi}{\partial} \quad \kappa = \frac{\partial \psi}{\partial} \quad \kappa = \frac{\partial \psi}{\partial} + \frac{\partial \psi}{\partial}$$

(۳)

همان‌طور که ملاحظه می‌شود،  $\varepsilon_{zz}$  برای رویه‌ها برابر صفر شده است. این بدان مفهوم است که رویه‌ها در راستای z صلب فرض شده‌اند.

روابط جابجایی بر اساس مدل دوم فروستینگ برای هسته‌ی ضخیم به صورت روابط (۴) می‌باشند [۱۹].

$$\left\{ \begin{aligned} ( ) &= + \quad ( ) \\ &+ \quad ( ) \\ ( ) &+ \quad ( ) \\ &+ \quad ( ) \\ &+ \quad ( ) \\ &+ \quad ( ) \end{aligned} \right. \quad (4)$$

که در آن  $u_k^c$  و  $v_k^c$  ( $k=0,1,2,3$ ) مجهولات جابجایی‌های درون صفحه‌ای هسته و  $w_k^c$  ( $k=0,1,2$ ) مجهولات جابجایی‌های عمودی آن می‌باشند. فرض شده که شتاب و سرعت در هسته توزیع یکسانی دارند.

روابط سینماتیک هسته در یک ورق ساندویچی دو انحنایی بر اساس تغییر شکل‌های کوچک به صورت روابط (۵) می‌باشند:

$$\varepsilon = \frac{\partial}{\partial} + \frac{\partial}{\partial}$$

$$\varepsilon = \frac{\partial}{\partial} + \frac{\partial}{\partial} \quad \varepsilon = +$$

$$\gamma = \varepsilon = \frac{\partial}{\partial} + \frac{\partial}{\partial}$$

$$\gamma = \varepsilon = \frac{\partial}{\partial} + \frac{\partial}{\partial}$$

$$\gamma = \varepsilon = \frac{\partial}{\partial} + \frac{\partial}{\partial}$$

(۵)

$$\left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \end{matrix} \right\} = \int \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \end{matrix} \right\} + \dots + \dots$$

$$\left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \end{matrix} \right\} = \int \dots + \dots + \dots$$

(۱۳)

از آنجایی که رویه‌ها نازک می‌باشند، می‌توان از مقادیر  $\frac{z_i}{R_{xi}}$  و  $\frac{z_i}{R_{yi}}$  صرف‌نظر کرد  $(\frac{z_i}{R_{xi}}, \frac{z_i}{R_{yi}} \ll 1; i = 1t, 2t, 3t, 1b, 2b, 3b)$ . بنابراین تنش‌های برآیند در واحد طول برای رویه‌های کامپوزیتی به صورت روابط (۱۴) و (۱۵) می‌باشند [۲۱].


$$\left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \end{matrix} \right\} = \int \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \end{matrix} \right\} \quad \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \end{matrix} \right\} = \int \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \end{matrix} \right\}$$

(۱۴)

$$\left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \sigma \end{matrix} \right\} = \int \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \sigma \end{matrix} \right\} =$$

(۱۵)

که در آن  $k_s$  ضریب تصحیح برشی می‌باشد. برای یک ورق چند لایه کامپوزیتی با سطح مقطع مستطیل شکل، مقدار ضریب تصحیح برشی  $k_s = 5/6$  خواهد شد [۲۲].  
و همچنین تنش‌های برآیند در واحد طول برای لایه MR به صورت رابطه (۱۶) می‌باشند [۲۰].

$$= \int \tau$$


(۱۶)

ممان اینرسی هسته به صورت رابطه (۱۷) می‌باشد.

$$= \int \rho$$

(۱۷)

$$= \int (\rho)$$

(۱۸)

همچنین ممان اینرسی در واحد طول برای لایه MR به صورت رابطه (۱۹) می‌باشد.

$$= \left[ \begin{matrix} ( + ) - \psi + \psi - \\ ( - ) - \psi + \psi - - \\ ( + ) - \psi + \psi - \\ ( - ) - \psi + \psi - - \\ ( - ) \\ + - \end{matrix} \right]$$

(۱۲)

با توجه به روابط (۱۲) مشاهده می‌شود که تعداد مجهولات در هسته به ۵ عدد کاهش می‌یابد که عبارتند از:  $w_0^c, v_1^c, v_0^c, u_1^c, u_0^c$ . همچنین جابجایی عرضی برای تمام نقاط روی یک سطح مقطع فرضی از رویه‌ها یکسان فرض شده است. بنابراین:  $w_0^{1t} = w_0^{3t}, w_0^{1b} = w_0^{3b}$ . پس تعداد مجهولات در رویه‌ها نیز به ۱۸ عدد کاهش می‌یابد.

۳-۲ روابط تنش‌ها، تنش‌های برآیند و ممان اینرسی در هسته و رویه‌ها تنش‌های برآیند در واحد طول برای هسته به صورت روابط (۱۳) می‌باشند [۲۱].

$$\left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \\ \sigma \end{matrix} \right\} = \int \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \\ \sigma \end{matrix} \right\}$$

$$\left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \\ \sigma \end{matrix} \right\} = \int \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \\ \sigma \end{matrix} \right\}$$

$$\left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \\ \sigma \end{matrix} \right\} = \int \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \\ \sigma \end{matrix} \right\}$$

$$\delta = \sum \left( \int \left( \sigma \delta \varepsilon + \sigma \delta \varepsilon + \tau \delta \gamma + \tau \delta \gamma + \tau \delta \gamma \right) + \sum \left( \int \tau \delta \gamma + \tau \delta \gamma \right) + \int \left( \sigma \delta \varepsilon + \sigma \delta \varepsilon + \sigma \delta \varepsilon + \tau \delta \gamma + \tau \delta \gamma \right) \right) \quad (22)$$

کرنش‌های برشی درون‌صفحه‌ای و کرنش‌های برشی درون‌صفحه‌ای رویه‌های بالایی و پایینی می‌باشند.  $\gamma_{xy}^i$  و  $\tau_{xy}^i$  ( $i=1t,3t,1b,3b$ ) بیانگر تنش‌های برشی درون‌صفحه‌ای و کرنش‌های برشی درون‌صفحه‌ای  $\gamma_{xz}^c$  و  $\tau_{xz}^c$  ( $i=x,y$ ) بیانگر تنش‌های برشی خارج از صفحه و کرنش‌های برشی درون‌صفحه‌ای و کرنش برشی درون‌صفحه‌ای هسته،  $\varepsilon_{zz}^c$  و  $\sigma_{zz}^c$  بیانگر تنش نرمال و کرنش نرمال هسته،  $\varepsilon_{xx}^c$ ،  $\sigma_{xx}^c$ ،  $\varepsilon_{yy}^c$  و  $\sigma_{yy}^c$  بیانگر تنش‌های نرمال درون‌صفحه‌ای و کرنش‌های نرمال درون‌صفحه‌ای هسته در راستای جهت‌های  $x$  و  $y$  می‌باشند. در قسمت تحلیل خمش استاتیکی، سیستم مورد نظر تحت بارگذاری خمشی و نیروهای عرضی  $q_t$  و  $q_b$  وارده بر صفحات بالایی و پایینی ورق ساندویچی مورد نظر، می‌باشد. بنابراین برای تغییرات انرژی ناشی از نیروهای وارده بر سیستم رابطه (۲۳) برقرار است.

$$\delta = \int \left( \dots \right) \quad (23)$$

لازمه به ذکر است برای حالت ارتعاشات آزاد،  $\delta$  برابر صفر می‌باشد.

در نهایت با جایگزینی روابط تنش‌ها، تنش‌های برآیند و ممان اینرسی هسته و رویه‌ها (روابط ۱۳-۱۹) و روابط ساختاری لمینت [۲۵]، و همچنین جایگزینی روابط مربوط به میدان‌های جابجایی و روابط کرنش-جابجایی و شرایط سازگاری (روابط ۱-۱۲) در روابط تغییرات انرژی جنبشی سیستم، تغییرات انرژی پتانسیل و تغییرات انرژی ناشی از نیروهای وارده بر سیستم (روابط ۲۱-۲۳)، و استفاده از اصل همپلتون (رابطه ۲۰) و اصل اساسی حساب تغییرات، معادلات حرکت برای سیستم مورد نظر به صورت یک سیستم معادلات دیفرانسیل جزئی دارای ۲۳ معادله و ۲۳ مجهول بدست می‌آیند. ۲۳ مجهول مورد نظر عبارتند از:

$$\left\{ \begin{matrix} u_0^{1t}, u_0^{1b}, u_0^{3t}, u_0^{3b}, v_0^{1t}, v_0^{1b}, v_0^{3t}, v_0^{3b}, w_0^{1t}, w_0^{1b}, w_0^{3t}, w_0^{3b}, \psi_x^{1t}, \psi_x^{1b}, \psi_x^{3t}, \psi_x^{3b}, \psi_y^{1t}, \psi_y^{1b}, \psi_y^{3t}, \psi_y^{3b}, u_0^c, u_1^c, v_0^c, v_1^c, w_0^c \end{matrix} \right\}$$

$$\dots = \int \tau \dots = \int \tau \dots = \quad (19)$$

#### ۴-۲- به‌کارگیری اصل همپلتون

برای بدست آوردن معادلات حاکم بر حرکت سیستم از اصل همپلتون [۲۳] طبق رابطه (۲۰) استفاده می‌شود.

$$\int \delta = \int \dots = \quad (20)$$

که در آن  $\delta K$  نشان‌دهنده تغییرات انرژی جنبشی سیستم،  $\delta$  نشان‌دهنده تغییرات انرژی پتانسیل سیستم و  $\delta$  نشان‌دهنده تغییرات انرژی ناشی از نیروهای وارده بر سیستم است. تغییرات انرژی جنبشی سیستم مورد نظر، با فرض شرایط همگن برای جابه‌جایی و سرعت با توجه به مختصه زمان در شکل کلی را می‌توان به صورت روابط (۲۱) نوشت.

$$\delta = \dots \quad (21)$$

اندیسهای 1t و 3b و 1b و 3t نشان دهنده رویه‌های بالایی و پایینی از جنس کامپوزیت بوده و اندیسهای 2t و 2b معرف لایه روغن MR در بالا و پایین پانل می‌باشد، اندیس c نیز هسته میانی را نشان می‌دهد.

همچنین  $\rho_j$ ،  $\rho_{jt}$ ،  $\rho_{jb}$  به ترتیب نشان‌دهنده چگالی لایه‌های رویه‌ی پایینی، لایه‌های رویه‌ی بالایی و هسته می‌باشند.  $\tilde{u}_b$  و  $\tilde{u}_t$  اجزای شتاب رویه‌ی پایینی،  $\tilde{u}_t$  و  $\tilde{u}_b$  اجزای شتاب رویه‌ی بالایی،  $\tilde{u}_c$  و  $\tilde{v}_c$  اجزای شتاب هسته می‌باشند.  $A_j$  به ترتیب بیانگر مساحت صفحه میانی رویه‌ی بالایی، رویه‌ی پایینی و هسته می‌باشند. در همه‌ی موارد  $u$  و  $v$  اجزای افقی حرکت و  $w$  جزء عمودی حرکت می‌باشند. همچنین ( ) نشان‌دهنده مشتق دوم نسبت به زمان می‌باشد.

تغییرات انرژی پتانسیل برای یک ورق ساندویچی دو انحنایی شامل رویه‌های بالایی و پایینی و هسته - با صرف نظر کردن از تغییرات انرژی پتانسیل رویه‌ها که در اثر ممانعت چرخش جسم صلب ایجاد می‌شود، به دلیل ضخامت کم رویه‌ها [۲۴]، به صورت روابط (۲۲) می‌باشد.

که در آن  $\varepsilon_{ij}^i$  و  $\sigma_{ij}^i$  ( $i=x,y$ ;  $i=1t,3t,1b,3b$ ) بیانگر تنش‌های نرمال و کرنش‌های نرمال رویه‌های بالایی و پایینی در راستای جهت‌های  $x$  و  $y$  می‌باشند.  $\gamma_{xz}^i$  و  $\tau_{xz}^i$  ( $i=x,y$ ;  $i=1t,2t,3t,1b,2b,3b$ ) بیانگر تنش‌های برشی و کرنش‌های برشی خارج از صفحه رویه‌های بالایی و پایینی می‌باشند.

در این تحقیق شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده برای هر چهار لبه‌ی ورق ساندویچی فرض شده است. می‌توان نشان داد که پاسخ‌های مفروض رابطه (۲۴) شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده را ارضا می‌کنند [۲۶].

۲-۶-۱- بارگذاری عرضی سینوسی  
بارگذاری عرضی سینوسی بر روی ورق انجام می‌شود که به صورت رابطه (۲۸) تعریف می‌شود.

$$q_i(x, y) = q_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{b}y\right) ; (i = t, b) \quad (28)$$

که در آن  $q_0$  مقداری ثابت است. برای حل تحلیلی مساله خمش، باید بارگذاری وارد بر ورق به فرم حل ناویز تبدیل شود (رابطه (۲۹))، [۲۵].

$$q_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{b}y\right) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \Lambda_{mn} \cdot \sin(\alpha_m x) \cdot \sin(\beta_n y)$$

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{a}, \beta_n = \frac{n\pi}{b} \quad (29)$$

با حل معادله فوق به راحتی می‌توان دید که  $\Lambda_{11} = q_0$  شده و بقیه  $\Lambda_{mn}$  ها صفر خواهند شد.

$$\left\{ \begin{matrix} \psi \\ \psi \end{matrix} \right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{matrix} \psi \\ \psi \end{matrix} \right\} \frac{\pi}{\pi} \frac{\pi}{\pi}$$

$$\left\{ \begin{matrix} \psi \\ \psi \end{matrix} \right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{matrix} \psi \\ \psi \end{matrix} \right\} \frac{\pi}{\pi} \frac{\pi}{\pi}$$

$$\left\{ \begin{matrix} \psi \\ \psi \end{matrix} \right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{matrix} \psi \\ \psi \end{matrix} \right\} \frac{\pi}{\pi} \frac{\pi}{\pi}$$

$$\left\{ \begin{matrix} \psi \\ \psi \end{matrix} \right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{matrix} \psi \\ \psi \end{matrix} \right\} \frac{\pi}{\pi} \frac{\pi}{\pi}$$

$$\left\{ \begin{matrix} \psi \\ \psi \end{matrix} \right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{matrix} \psi \\ \psi \end{matrix} \right\} \frac{\pi}{\pi} \frac{\pi}{\pi} = \quad (24)$$

در رابطه (۲۴)،  $m$  و  $n$  به ترتیب اعداد مربوط به نیم موج در راستاهای  $x$  و  $y$  هستند.

### ۲-۵- پاسخ دینامیکی ارتعاشات آزاد

با جایگزینی روابط (۲۴) در معادلات حاکم بر حرکت سیستم و سپس با به کار بردن روش باقیمانده وزنی به روش تابع وزنی گالرکین [۲۷]، معادلات حاکم به صورت سیستم معادلات دیفرانسیل معمولی کوپله به شکل رابطه (۲۵) درمی‌آیند.

$$\begin{matrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{matrix} = \begin{matrix} \psi \\ \psi \\ \psi \\ \psi \\ \psi \\ \psi \end{matrix} \quad (25)$$

بنابراین مساله‌ی ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی دوانحایی با تکیه‌گاه ساده، به معادلات استاندارد پاسخ سازه‌ی تبدیل می‌شود. در این رابطه  $d$  بردار ثوابت شکل مود،  $[K]$  ماتریس سفتی و  $[M]$  ماتریس جرم می‌باشند. برخی درایه‌های ماتریس‌های سفتی و جرم در پیوست (بخش ۶) آورده شده است.

نهایتاً با فرض ارتعاشات آزاد، با توجه به اینکه مدول برشی  $MR$  به صورت مختلط می‌باشد (رابطه ۹)، یک مساله مقدار ویژه با مقادیر ویژه مختلط بدست می‌آید. معادله مقادیر ویژه مطابق رابطه (۲۶) است.

$$\left\{ \begin{matrix} -\tilde{\omega} \end{matrix} \right\} = \quad (26)$$

$\tilde{\omega}$  بدست آمده از رابطه (۲۶) به صورت یک عدد مختلط می‌باشد که از آن می‌توان فرکانس‌های طبیعی سیستم  $(\omega)$ ، و ضرایب استهلاك مودال سیستم  $(\eta_v)$ ، برای مودهای مختلف ارتعاشی را از روابط (۲۷) محاسبه کرد [۱۵، ۱۶].

$$\omega = \sqrt{\tilde{\omega}} \quad \eta = \frac{\tilde{\omega}}{\tilde{\omega}} \quad (27)$$

### ۲-۶- بارگذاری عرضی و پاسخ خمش استاتیکی

بارگذاری عرضی بر روی سطوح فوقانی و تحتانی ورق ساندویچی باعث ایجاد خمش در ورق می‌گردد.

۲-۶-۲- بارگذاری عرضی یکنواخت  
بارگذاری عرضی یکنواخت نوع دیگری از بارگذاری است که به صورت رابطه (۳۰) تعریف می‌شود [۲۶].

$$q(x, y) = q_0 \quad (30)$$

که در آن  $q_0$  مقداری ثابت است. مشابه با بارگذاری عرضی سینوسی، لازم است برای حل تحلیلی مسئله خمش، بارگذاری وارد بر ورق به فرم حل ناویز تبدیل شود (رابطه (۲۸))، [۲۶].

$$q_0 = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \Lambda_{mn} \cdot \sin(\alpha_m x) \cdot \sin(\beta_n y)$$

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{a}, \beta_n = \frac{n\pi}{b} \quad (31)$$

با حل معادله فوق به راحتی می‌توان  $\Lambda_{mn}$  ها را به صورت رابطه (۳۲) محاسبه نمود [۲۶].

$$\Lambda_{mn} = \begin{cases} 0 & m, n = \text{فرد} \\ \frac{16q_0}{mn\pi^2} & m, n = \text{زوج} \end{cases} \quad (32)$$

در نهایت برای حل مسئله خمش استاتیکی نیز، مانند ارتعاشات آزاد، معادلات حرکت حاکم برای تحلیل استاتیکی خمش به صورت رابطه (۳۳) خواهند شد.

$$=$$

$$=$$

$$\begin{matrix} \psi \\ \psi \\ \psi \\ \psi \\ \psi \end{matrix} \quad (33)$$

در این رابطه  $[K]$  ماتریس سفتی و  $[Q]$  بردار نیرو یا نیروهای استاتیکی می‌باشند.

### ۲- نتایج و تشریح

#### ۲-۱- اعتبارسنجی معادلات

در این بخش نتایج عددی بدست آمده از فرمولاسیون تحقیق حاضر با دیگر کارها مورد مقایسه قرار می‌گیرند. از آنجایی که تا کنون برای سازه‌ای با

مشخصات سازه مورد نظر در این پژوهش، تحقیقاتی صورت نگرفته است، بنابراین مثال‌هایی برای سازه‌ی مذکور در نظر گرفته شده و نتایج مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

**مثال ۱: ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی دو انحنایی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم**

مشخصات مکانیکی و هندسی سازه‌ی مورد نظر در این مثال، در جدول ۱ ارائه شده است.

لایه چینی رویه‌های بالایی و پایینی به صورت  $[0,90,0]$  می‌باشد و نسبت به صفحه‌ی میانی متقارن می‌باشد.

در جدول ۲ نتایج بدست آمده از تحقیق حاضر برای ورق ساندویچی دو انحنایی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم با استفاده از تئوری مرتبه بالای بهبودیافته‌ی ورق‌های ساندویچی ارائه شده در این مقاله، با نتایج بدست آمده از مدل‌سازی در نرم‌افزار المان محدود آباکوس و همچنین نتایج بدست‌آمده با استفاده از تئوری مرتبه بالای کلاسیک ورق‌های چند لایه [۲۹]، مقایسه شده که در این تئوری در رویه‌ها از تئوری کیرشهف استفاده شده است.

شدت میدان مغناطیسی نیز در این مثال برابر ۱۵۰ گاوس می‌باشد.

**جدول ۳** مشخصات مکانیکی و هندسی ورق ساندویچی تخت با لایه روغن هوشمند در رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم [۱۵، ۲۹]

مشخصات مکانیکی لایه MR	مشخصات مکانیکی در رویه‌ها
$\rho = 3500 \text{ Kg/m}^3$	$h_c/h = 0.88$
$G_{13} = G_{23} = G' + iG''$	$a = 1.0h$
$G' = -3.3691B^2 + 4.9975 \times 10^3 B + 0.873 \times 10^6$	$a = b$
$G'' = -0.9B^2 + 0.8124 \times 10^3 B + 0.1855 \times 10^6$	$h_{1t} = h_{1b} = 0.001 \text{ m}$
	$h_{2t} = h_{2b} = 0.001 \text{ m}$
	$h_{3t} = h_{3b} = 0.001 \text{ m}$

**جدول ۴** مقادیر فرکانس‌های طبیعی اول و دوم برای ورق ساندویچی تخت با لایه روغن هوشمند در رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم

فرکانس طبیعی (Hz)	تحقیق حاضر (آباکوس)	المان محدود (درصد)	قدرمطلق تئوری کلاسیک (درصد)	قدرمطلق طبیعی (درصد)
اول	۱۲/۶۷	۱۳/۴۶	۱۴/۳۶	۴/۸۰
دوم	۲۴/۹۸	۲۴/۵۹	۲۶/۳۹	۵/۳۴

جدول ۴ نیز مطابقت خوبی را بین نتایج نشان می‌دهد و عدم تطبیق کامل به دلیل تفاوت در روش حل می‌باشد. در تئوری کلاسیک ورق‌های چند لایه، در رویه‌ها از تئوری کیرشهف استفاده شده که در این تئوری از کرنش‌های قائم و برشی عرضی رویه‌ها صرف‌نظر شده است.

**مثال ۳: خمش استاتیکی ورق ساندویچی تک انحنایی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم**

این مقایسه در حالتی انجام شده است که ورق تک انحنایی در نظر گرفته شده و با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم می‌باشد. مشخصات مکانیکی و هندسی سازه‌ی مورد نظر در این مثال، در جدول ۱ ارائه شده است. لایه چینی رویه‌های بالایی و پایینی به صورت  $[0,90,0]$  می‌باشد و ورق نسبت به صفحه‌ی میانی متقارن می‌باشد.

در این مثال فرض شده که بار استاتیکی به صورت هارمونیک بر روی رویه بالایی ورق اعمال شده است. و بارگذاری به صورت رابطه (۳۴) می‌باشد.

مشخصات سازه مورد نظر در این پژوهش، تحقیقاتی صورت نگرفته است، بنابراین مثال‌هایی برای سازه‌ی مذکور در نظر گرفته شده و نتایج مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

**مثال ۱: ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی دو انحنایی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم**

مشخصات مکانیکی و هندسی سازه‌ی مورد نظر در این مثال، در جدول ۱ ارائه شده است.

لایه چینی رویه‌های بالایی و پایینی به صورت  $[0,90,0]$  می‌باشد و ورق نسبت به صفحه‌ی میانی متقارن می‌باشد.

در جدول ۲ نتایج بدست آمده از تحقیق حاضر برای ورق ساندویچی دو انحنایی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم با استفاده از تئوری مرتبه بالای بهبودیافته‌ی ورق‌های ساندویچی ارائه شده در این مقاله، با نتایج بدست‌آمده از مدل‌سازی در نرم‌افزار المان محدود آباکوس و همچنین نتایج بدست‌آمده با استفاده از تئوری مرتبه بالای ورق‌های ساندویچی [۲۸]، مقایسه شده است.

**جدول ۱** مشخصات مکانیکی و هندسی ورق ساندویچی دو انحنایی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم [۲۸]

مشخصات مکانیکی هسته	مشخصات مکانیکی رویه‌ها	مشخصات هندسی
$E_1 = E_2 = E_3 = 0.10263 \text{ Gpa}$	$E_1 = 24.51 \text{ Gpa}$	$h_c/h = 0.88$
$G_{12} = G_{13} = G_{23} = 0.005 \text{ Gpa}$	$E_2 = E_3 = 7.77 \text{ Gpa}$	$a = 1.0h$
$\nu = 0.32$	$G_{12} = G_{13} = 3.34 \text{ Gpa}$	$a = b$
$\rho = 130 \text{ Kg/m}^3$	$G_{23} = 1.34 \text{ Gpa}$	$R_{c1} = R_{c2} = 3a$
	$\nu = \nu = 0.078$	$h_t = h_b = 0.001 \text{ m}$
	$\nu = 0.49$	
	$\rho = 1800 \text{ Kg/m}^3$	

**جدول ۲** مقادیر فرکانس‌های طبیعی اول تا چهارم برای ورق ساندویچی دو انحنایی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم

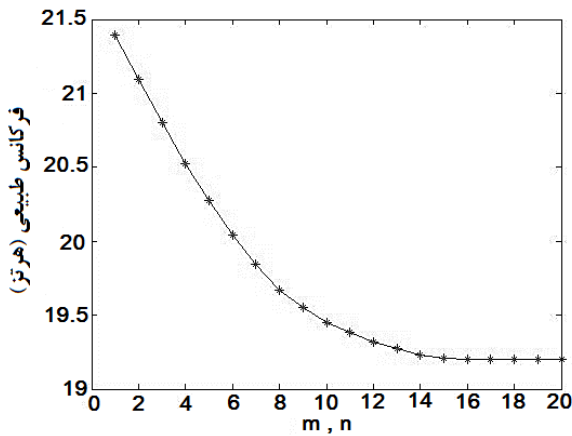
فرکانس طبیعی (Hz)	تحقیق حاضر (آباکوس)	قدرمطلق اختلاف (درصد)	مرجع اختلاف [۲۸]	قدرمطلق (درصد)
اول	۱۴/۴۰	۱۴/۲۵	۱۴/۵۹	۱/۳۰
دوم	۲۶/۵۳	۲۶/۲۷	۲۶/۸۶	۱/۲۳
سوم	۲۷/۱۷	۲۶/۷۶	۲۷/۳۵	۰/۴۸
چهارم	۳۵/۲۴	۳۴/۸۷	۳۵/۵۴	۰/۸۴

جدول ۲ مطابقت بسیار خوبی را بین نتایج نشان می‌دهد که این بیانگر اطمینان از صحت معادلات استخراج شده در تحقیق حاضر می‌باشد. عدم تطبیق کامل به دلیل تفاوت در روش حل می‌باشد. در روش المان محدود از فرضیات ساده کننده‌ی کمتری نسبت به روش تحقیق حاضر در نظر گرفته می‌شود و در تئوری مرتبه بالای ورق‌های ساندویچی، برای رویه‌ها از تئوری کلاسیک ورق‌های چند لایه استفاده شده و در آن از کرنش‌های برشی عرضی رویه‌ها صرف‌نظر شده است، ولی در تحقیق حاضر از این کرنش‌ها صرف‌نظر نشده است.

**مثال ۲: ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی تخت با لایه روغن هوشمند در رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم**



بررسی شده است. همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، تقریباً از  $m=n=17$  به بعد مقادیر فرکانس طبیعی یکسان بوده و به همگرایی می‌رسد. در ادامه، حل مساله با این تعداد جمله سری فوریه انجام شده است.



شکل ۲ مقادیر اولین فرکانس طبیعی ورق بر حسب تعداد جملات سری فوریه

۳-۲-۱- تاثیر نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق بر فرکانس طبیعی ضخامت هسته تاثیر بسیار مهمی بر روی ارتعاشات ورق دارد. شکل ۳ نشان‌دهنده نمودار تغییرات فرکانس طبیعی اول ورق ساندویچی دوانحنایی با هسته‌ی فوم و لایه روغن هوشمند MR در رویه‌های کامپوزیتی، بر حسب نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت ورق ( $h_c/h_t$ )، برای شدت میدان‌های مغناطیسی ( $MF$ ) مختلف در  $a=b$  می‌باشد.

با توجه به شکل ۳ مشاهده شده است که با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق، فرکانس طبیعی ورق کاهش می‌یابد. از آنجایی‌که هسته از جنس فوم می‌باشد و رویه‌ها از کامپوزیت، پس مدول هسته کمتر از رویه‌ها می‌باشد و با بیشتر شدن نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق، مدول کل ورق کاهش می‌یابد و در نتیجه فرکانس طبیعی ورق نیز کاهش می‌یابد.

### ۳-۲-۲- تاثیر نسبت شعاع‌های انحنا بر روی فرکانس طبیعی

نسبت شعاع‌های انحنا نیز تاثیر بسیار مهمی بر روی ارتعاشات ورق دارد. شکل ۴ نشان‌دهنده نمودار تغییرات فرکانس طبیعی اول ورق بر حسب نسبت‌های مختلف شعاع‌های انحنا، برای نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت کل ورق در شدت میدان مغناطیسی ۳۰۰ گاوس می‌باشد. با توجه به شکل ۴ مشاهده شده است که با افزایش نسبت شعاع‌های انحنا، تقریباً تا جایی که این نسبت مساوی ۳٫۷ می‌شود، فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد و سپس به سمت یک مقدار ثابت میل می‌کند.

### ۳-۲-۳- تاثیر شدت میدان مغناطیسی بر روی فرکانس طبیعی

شکل ۵ نشان‌دهنده نمودار تغییرات فرکانس طبیعی اول ورق ساندویچی دوانحنایی با هسته‌ی فوم و لایه روغن هوشمند MR در رویه‌های کامپوزیتی، بر حسب شدت میدان مغناطیسی برای ورق با حالت‌های تخت، تک انحنایی و دوانحنایی می‌باشد.

با توجه به شکل ۵ مشاهده شده است که با افزایش شدت میدان مغناطیسی، فرکانس طبیعی ورق افزایش می‌یابد. زیرا با توجه به روابط (۹) و (۱۰)، با افزایش میدان مغناطیسی، سفتی سازه افزایش یافته و در نتیجه فرکانس طبیعی نیز افزایش می‌یابد.

$$q_t(x, y) = q_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{b}y\right) \quad (34)$$

در جدول ۵ نتایج بدست آمده از فرمولاسیون این تحقیق با استفاده از تئوری مرتبه بالای بهبودیافته‌ی ورق ساندویچی (مدل دوم فروستینگ)، با تئوری برشی مرتبه بالا [۳۰] مقایسه شده است. خیز مرکزی بی بعد برای صفحه میانی هسته، در نسبت‌های مختلف ضخامت به طول ورق و همچنین نسبت‌های مختلف شعاع انحنا با ضخامت ورق، با استفاده از رابطه (۳۵) بدست آمده و ارائه شده است.

$$\bar{w} = \frac{100wE_c h^3}{qa^4}, \quad z_c = 0 \quad (35)$$

با توجه به نتایج جدول ۵، مشاهده شده است که برای ورق نازک ( $h/a=0.1$ ) اختلاف کمتری در نتایج حاصل از ۲ روش وجود دارد، ولی با ضخیم تر شدن ورق، این اختلاف افزایش می‌یابد. دلیل آن این است که تئوری مورد استفاده در تحقیق حاضر، می‌تواند هسته سازه ساندویچی را به صورت انعطاف پذیر مدل نماید.

جدول ۵ مقادیر خیز مرکزی بی بعد برای صفحه میانی هسته برای ورق ساندویچی تک انحنایی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم

h/a	تحقیق حاضر	مرجع [۳۰]	قدرمطلق اختلاف (درصد)
۰/۱	۲/۱۹۹۵۲	۲/۱۴۵۴۵	۲/۵
۰/۲۵	۷/۶۲۶۳۵	۷/۳۴۹۸۲	۳/۸

### ۳-۲- تحلیل ارتعاشات آزاد

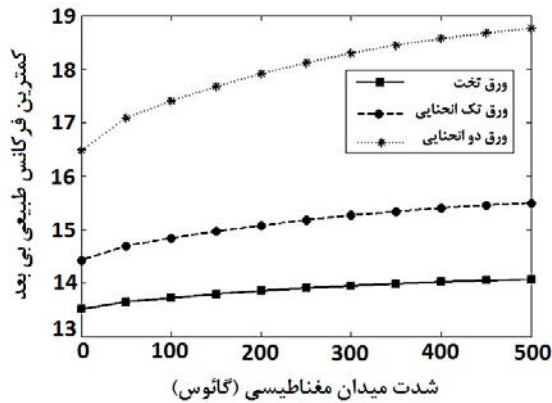
در این بخش به بررسی ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی و لایه روغن MR در رویه‌ها و هسته فوم پرداخته شده و اثرات تغییر ضخامت هسته، ضریب منطری، شعاع‌های انحنا، نسبت طول به ضخامت و شدت میدان مغناطیسی بر روی فرکانس‌های طبیعی ورق مورد بررسی قرار گرفته است.

مشخصات مکانیکی و هندسی ورق ساندویچی دوانحنایی با هسته‌ی فوم و لایه روغن هوشمند MR در رویه‌های کامپوزیتی در جدول ۶ آورده شده است.

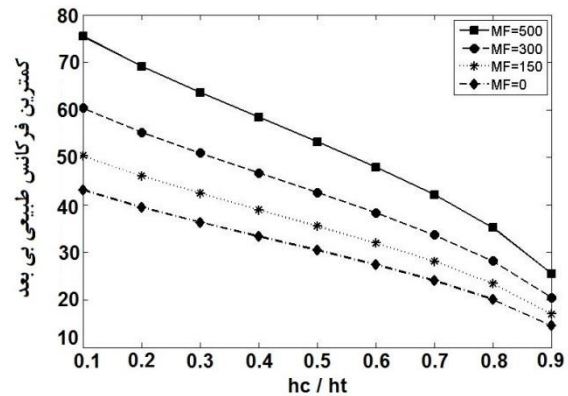
جدول ۶ مشخصات مکانیکی و هندسی ورق ساندویچی دوانحنایی با هسته‌ی فوم و لایه روغن هوشمند MR در رویه‌های کامپوزیتی [۱۵، ۲۸، ۲۹]

مشخصات هندسی	خواص رویه‌های کامپوزیتی	خواص لایه MR	خواص هسته فوم
$h_c/h = 0/188$	$E_1 = 24/51 \text{ Gpa}$	$\rho = 350 \text{ Kg/m}^3$	$E_1 = E_2 =$
$a = 10h$	$E_2 = E_3 = 7/77 \text{ Gpa}$	$G_{13} = G_{23} = G' + iG''$	$E_3 = 0/10363$
$a = b$	$G_{12} = G_{13} = 2/34 \text{ Gpa}$	' = -	Gpa
$Re_1 = Re_2 = 3a$	$G_{23} = 1/34 \text{ Gpa}$	x	$G_{12} = G_{13} =$
$h_{1t} = h_{1b} = 0/001 \text{ m}$	$\nu = \nu =$	" = -	$G_{23} = 0/05 \text{ GPa}$
$h_{2t} = h_{2b} = 0/001 \text{ m}$	$\nu = \nu =$	x	$\nu = 0/32$
$h_{3t} = h_{3b} = 0/001 \text{ m}$	$\rho = 180 \text{ Kg/m}^3$	x	$\rho = 130 \text{ Kg/m}^3$

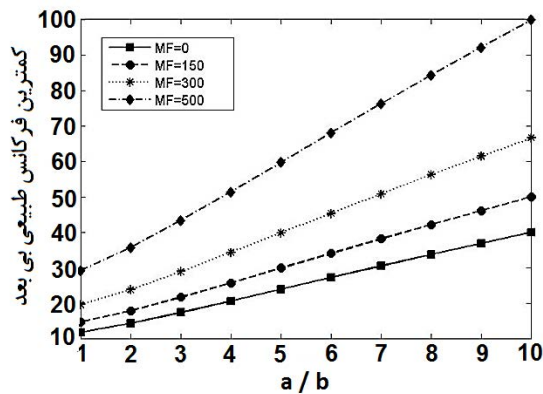
برای بررسی ارتعاشات آزاد، ابتدا همگرایی مقادیر فرکانس طبیعی ورق برای تعداد جملات سری فوریه در شدت میدان مغناطیسی ۳۰۰ گاوس



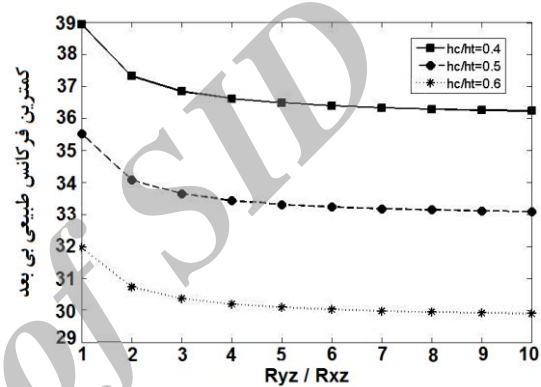
شکل ۵ نمودار تغییرات فرکانس طبیعی ورق بر حسب شدت میدان مغناطیسی برای ورق با حالت‌های تخت، تک انحنایی و دوانحنایی



شکل ۳ نمودار تغییرات فرکانس طبیعی ورق بر حسب نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت ورق، برای شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف



شکل ۶ نمودار تغییرات فرکانس طبیعی بر حسب ضریب منطری برای شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف



شکل ۴ نمودار تغییرات فرکانس طبیعی ورق بر حسب نسبت‌های مختلف شعاع‌های انحناء، برای نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت ورق

با توجه به شکل ۷ مشاهده شده است که با افزایش نسبت طول به ضخامت ورق، فرکانس طبیعی ورق کاهش می‌یابد. زیرا با افزایش این نسبت ورق نازک‌تر شده و در نتیجه سفتی آن کاهش می‌یابد.

### ۳-۲-۳- تحلیل خمش استاتیکی

در این بخش تحلیل خمش استاتیکی ورق ساندویچی دوانحنایی هسته‌ی فوم و لایه روغن هوشمند MR در رویه‌های کامپوزیتی، با تکیه گاه ساده ارائه شده است. مشخصات مکانیکی ورق طبق جدول ۶ بوده و ورق به صورت متقارن می‌باشد. فرض شده است که بار استاتیکی  $q_0$  به دو صورت یکنواخت (UDL) و هارمونیک (SSL) بر روی رویه بالایی ورق اعمال شده است.

در جدول ۷ خیز بی بعد در حالت همگرا شده ( $m=n=19$ )، در نقطه مرکزی صفحات میانی رویه‌های بالایی و پایینی و همچنین هسته ورق ارائه شده اند. در این تحلیل بار استاتیکی  $q_0 = -10$  MPa در نظر گرفته شده است. با توجه به مقادیر جدول ۷، مشاهده شده است که خیز بی بعد در رویه پایینی، به مقدار قابل توجهی کمتر از رویه بالایی می‌باشد، و این ناشی از آن است که بارگذاری روی رویه بالایی صورت گرفته و میان رویه بالایی و پایینی هسته انعطاف پذیر قرار گرفته است.

در شکل ۸، شکل سه بعدی خیز بی بعد در صفحات میانی رویه‌های بالایی و پایینی ورق ساندویچی دوانحنایی تحت بارگذاری خمشی یکنواخت و هارمونیک ارائه شده است. معادله خیز بی بعد به صورت رابطه (۳۵) است.

$$(35)$$

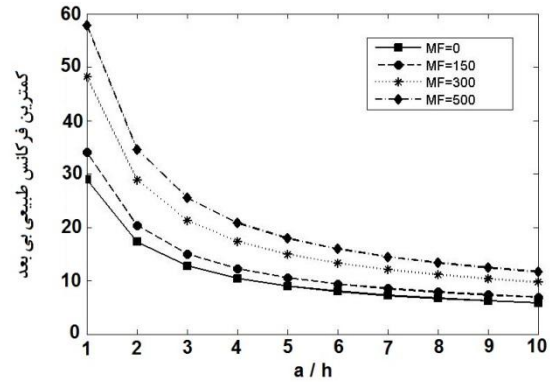
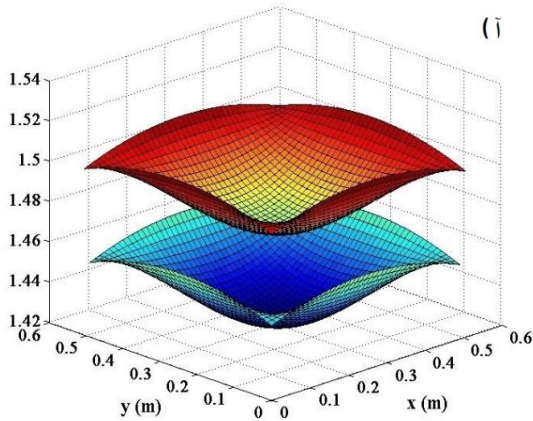
البته این افزایش فرکانس فقط تا حدی از افزایش شدت میدان مغناطیسی ادامه می‌یابد و از یک مقدار به بعد دیگر افزایش نمی‌یابد و تقریباً ثابت می‌شود که از آن به عنوان شدت میدان مغناطیسی اشباع ( $B_s$ ) اتلاق می‌شود، که در این تحقیق این مقدار تقریباً برابر با ۴۵۰ گاوس می‌باشد.

همچنین مشاهده شده است که فرکانس‌های طبیعی برای حالت تخت کمتر از حالت‌های تک انحنایی و دو انحنایی می‌باشد، و فرکانس‌های طبیعی برای حالت دو انحنایی بیشتر از حالت‌های تک انحنایی و تخت می‌باشد. زیرا هرچه ورق انحنادارتر شود، سفتی آن افزایش یافته و در نتیجه فرکانس طبیعی ورق افزایش می‌یابد.

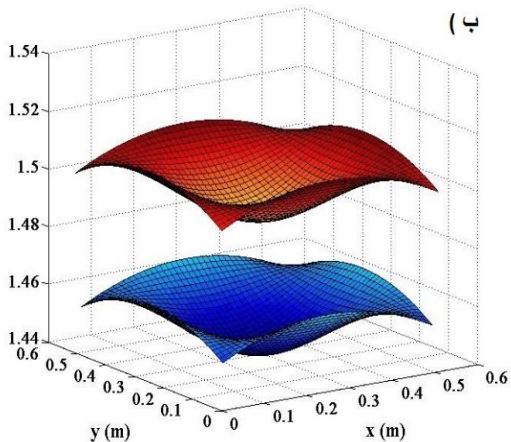
### ۳-۲-۴- تاثیر ضریب منطری بر روی فرکانس طبیعی

شکل ۶ نشان‌دهنده نمودار تغییرات فرکانس طبیعی اول ورق ساندویچی دوانحنایی با هسته‌ی فوم و لایه روغن هوشمند MR در رویه‌های کامپوزیتی، بر حسب ضریب منطری برای شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف می‌باشد. با توجه به شکل ۶ مشاهده شده است که با افزایش ضریب منطری، فرکانس طبیعی ورق افزایش می‌یابد. زیرا با افزایش ضریب منطری، ورق رفته رفته تبدیل به یک باریکه شده که سفتی عرضی آن افزایش می‌یابد و در نتیجه فرکانس طبیعی نیز افزایش می‌یابد. ۳-۲-۵- تاثیر نسبت طول به ضخامت ورق بر روی فرکانس طبیعی

شکل ۷ نشان‌دهنده نمودار تغییرات فرکانس طبیعی اول ورق ساندویچی دوانحنایی با لایه روغن هوشمند MR در رویه‌های کامپوزیتی، بر حسب نسبت طول به ضخامت ورق برای شدت میدان‌های مغناطیسی می‌باشد.



شکل ۷ نمودار تغییرات فرکانس طبیعی بر حسب ضریب منطری برای شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف



شکل ۸ شکل سه بعدی خیز بی بعد در صفحات میانی رویه‌های بالایی و پایینی پانل ساندویچی دوانحنایی تحت بارگذاری خمشی، الف) بارگذاری یکنواخت، ب) بارگذاری هارمونیک

در نسبت‌های پایین تر شعاع‌های انحنای، بیشترین نرخ افزایش خیز مشاهده شده است. زیرا با افزایش نسبت شعاع‌های انحنای، ورق انعطاف‌پذیرتر شده و در نتیجه خیز آن افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده شده است که خیز رویه‌های بالایی و پایینی ورق در حالت بارگذاری یکنواخت بیشتر از بارگذاری هارمونیک می‌باشد.

### ۳-۳-۳- تغییرات تنش برشی هسته برای بارگذاری‌های مختلف

شکل ۱۱ نشان‌دهنده تغییرات تنش برشی هسته (τ) در صفحه اتصال پایینی (—) برای بارگذاری‌های یکنواخت و هارمونیک بر روی رویه بالایی، در ورق ساندویچی دوانحنایی می‌باشد.

با توجه به شکل ۱۱ مشاهده شده است که تنش برشی ناشی از بارگذاری یکنواخت ایجاد شده در هسته بیشتر از تنش برشی ناشی از بارگذاری هارمونیک می‌باشد. همچنین مشاهده شده است که تنش برشی در هر دو حالت بارگذاری در مرزهای ورق، دارای بیشترین مقدار خود می‌باشد. در جدول ۸ مقادیر تنش برشی هسته در لبه‌های ورق و همچنین بیشترین مقدار تنش‌های برشی هسته برای دو حالت بارگذاری یکنواخت و هارمونیک ارائه شده است.

جدول ۷ خیز بی بعد در نقطه مرکزی صفحات میانی رویه‌های بالایی و پایینی و هسته ورق ساندویچی دو انحنایی با لایه روغن هوشمند در رویه‌ها

نوع بار / خیز	یکنواخت	هارمونیک
۰/۱۰۶۶	۱/۴۷۲۶	۰/۷۹۳۶
۲/۹۷۷۷	۵/۳۶۲۴	۴/۰۲۶۵

### ۳-۳-۱- تاثیر نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق بر روی خیز

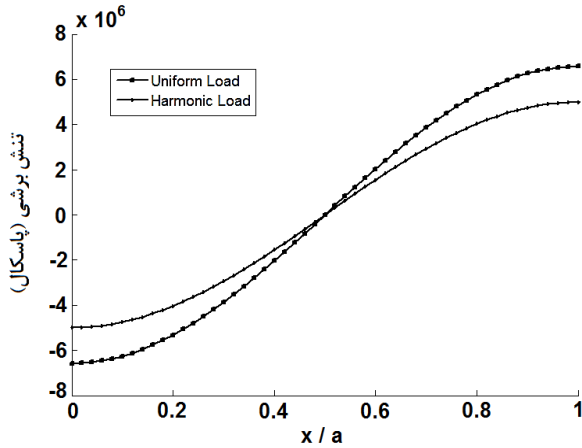
شکل ۹ نشان دهنده نمودار تغییرات بیشترین خیز رویه‌های بالایی و پایینی ورق بر حسب نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت ورق، برای شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف می‌باشد.

با توجه به شکل ۹، مشاهده شده است که با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت ورق، خیز ورق در رویه‌های بالایی و پایینی و برای هر دو حالت بارگذاری یکنواخت و هارمونیک، افزایش می‌یابد. زیرا با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت ورق، با توجه به اینکه هسته منعطف‌تر از رویه‌ها بوده، ورق انعطاف‌پذیرتر شده و در نتیجه خیز آن افزایش می‌یابد. در نسبت‌های پایین تر ضخامت هسته به ضخامت ورق، این افزایش خیز کمتر بوده و در نسبت‌های بالاتر، نرخ افزایش خیز بیشتر می‌باشد.

همچنین مشاهده شده است که با افزایش شدت میدان مغناطیسی، مقدار خیز رویه‌های بالایی و پایینی ورق کاهش یافته است. همچنین مشاهده شده که خیز بی بعد در رویه پایینی، به مقدار قابل توجهی کمتر از رویه بالایی می‌باشد، و این ناشی از آن است که بارگذاری روی رویه بالایی صورت گرفته و میان رویه بالایی و پایینی هسته انعطاف پذیر قرار گرفته است.

### ۳-۳-۲- تاثیر نسبت شعاع‌های انحنای ورق بر روی خیز

شکل ۱۰ نشان دهنده نمودار تغییرات بیشترین خیز رویه‌های بالایی و پایینی ورق بر حسب نسبت‌های مختلف شعاع‌های انحنای، برای شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف، تحت بارگذاری‌های یکنواخت و هارمونیک می‌باشد. با توجه به شکل ۱۰، مشاهده شده است که با افزایش نسبت شعاع‌های انحنای، خیز ورق در رویه‌های بالایی و پایینی و برای هر دو حالت بارگذاری یکنواخت و هارمونیک، افزایش می‌یابد.



شکل ۱۱ نمودار تغییرات تنش برشی هسته برای بارگذاری‌های مختلف

جدول ۸ مقادیر تنش برشی هسته در لبه‌های ورق و بیشترین مقدار تنش‌های برشی ورق

نوع بارگذاری	لبه $x/a=0, y=b/s$	لبه $x/a=1, y=b/s$	بیشترین مقدار
یکنواخت	-۶۶۷۰ Pa	۶۶۷۰ Pa	۶۶۷۰ Pa
هارمونیک	-۴۹۱۰ Pa	۴۹۱۰ Pa	۴۹۱۰ Pa

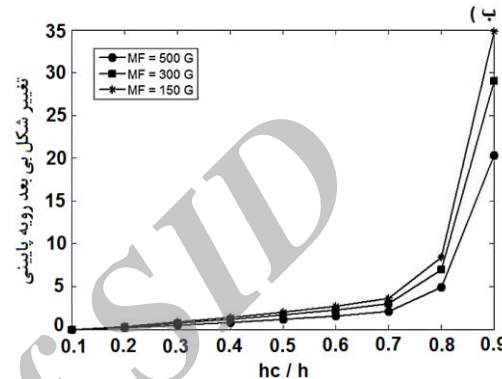
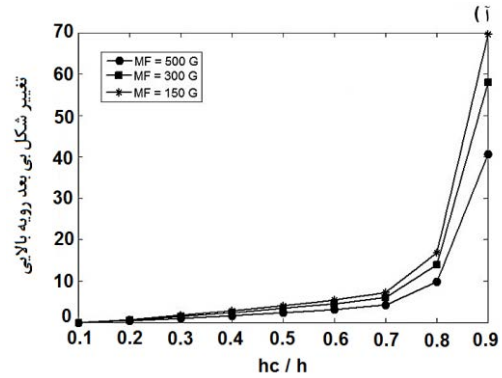
#### ۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق مطالعه‌ی گسترده‌ای در مورد مدل‌سازی ورق ساندویچی دوانحنایی با لایه روغن هوشمند MR در رویه‌ها صورت گرفته است. برای اولین بار معادلات حاکم بر ارتعاشات ورق ساندویچی دوانحنایی با هسته‌ی فوم و لایه روغن هوشمند MR در رویه‌های کامپوزیتی، استخراج گردیده است. معادلات بدست آمده برای شرایط مرزی چهار طرف ساده توسط روش گالرکین حل شد و اثرات پارامترهای مختلف بر مشخصه‌های ارتعاشی و خیز ورق ساندویچی بررسی گردید و نتایج ذیل حاصل شده است:

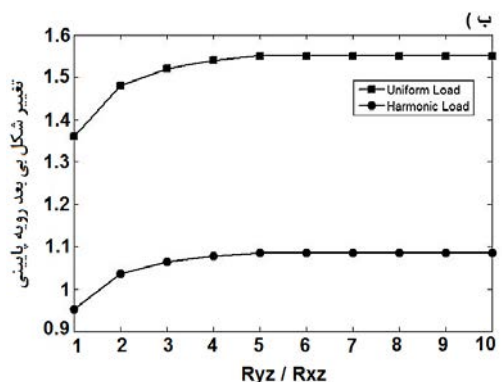
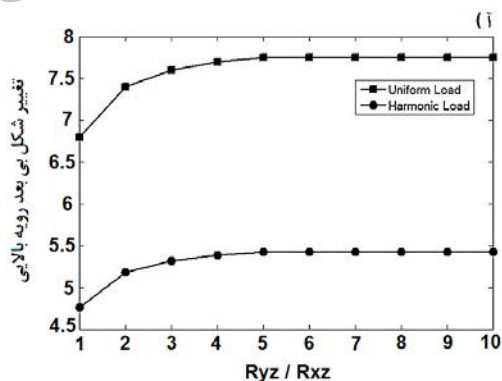
۱- اثر ضخامت هسته به صورتی است که با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق در شدت میدان مغناطیسی ثابت، افت فرکانس مشاهده شده است. از آنجایی که هسته از جنس فوم می‌باشد و رویه‌ها از کامپوزیت، پس سفتی هسته کمتر از رویه‌ها می‌باشد و با بیشتر شدن نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق، سفتی کل ورق کاهش می‌یابد.

۲- با افزایش نسبت شعاع‌های انحنا ( $R_y/R_x$ ) تا یک نسبت مشخص، فرکانس طبیعی کاهش یافته و سپس به سمت یک مقدار ثابت میل کرده است. بنابراین با توجه به نیاز می‌توان به مقدار بهینه‌ای از این نسبت در سازه دست یافت و آن را اعمال نمود.

۳- کلیت مساله نشان از افزایش فرکانس‌های طبیعی ورق ساندویچی با وجود روغن MR در رویه‌ها با افزایش شدت میدان مغناطیسی داشته است. زیرا با افزایش شدت میدان مغناطیسی، سفتی سازه افزایش یافته و در نتیجه فرکانس طبیعی نیز افزایش می‌یابد. البته این افزایش فرکانس فقط تا حدی از افزایش شدت میدان مغناطیسی ادامه یافته و از یک مقدار به بعد دیگر افزایش نمی‌یابد و تقریباً ثابت می‌شود که از آن به عنوان شدت میدان مغناطیسی اشباع ( $B_s$ ) اتلاق می‌شود، که در این تحقیق این مقدار تقریباً برابر با ۴۵۰ گاوس می‌باشد. بنابراین می‌توان با ایجاد یک میدان مغناطیسی که



شکل ۹ نمودار تغییرات بیشترین خیز رویه‌های بالایی و پایینی ورق بر حسب نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت ورق، برای شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف، الف) رویه بالایی، ب) رویه پایینی



شکل ۱۰ نمودار تغییرات بیشترین خیز رویه‌های بالایی و پایینی ورق بر حسب نسبت‌های مختلف شعاع انحنا، برای بارگذاری‌ها و شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف: الف) رویه بالایی، ب) رویه پایینی

ضریب تصحیح برشی	$K_s$
انرژی جنبشی و پتانسیل (J)	$K, U$
شعاع انحنای صفحه میانی رویه بالایی، رویه پایینی و هسته	$R_{jt}, R_{jb}, R_{jc}$
هسته $(j = x, y)$ (m)	
اجزای جابجایی هسته	$u_e, v_e, w_e$
اجزای جابجایی رویه‌ها $(i = t, b)$	$u'_0, v'_0, w'_0$
<b>علائم یونانی</b>	
ضرایب پواسون	$\nu_{12}, \nu_{21}$
چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )	$\rho$
فرکانس طبیعی (Hz)	$\omega$
چرخش صفحه میانی حول $x$	$\psi_x$
چرخش صفحه میانی حول $y$	$\psi_y$

### پیوست

برخی درایه‌های ماتریس‌های سفتی و جرم که در رابطه‌ی (۲۵) آمده‌اند، به‌صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$K(2,5) = \frac{ab}{4} \begin{bmatrix} \alpha_p [-4 \frac{g_2^{cx}}{h_c^3} - 4 \frac{g_3^{cx}}{h_c^4} + 24 \frac{g_4^{cx}}{h_c^5}] \\ + \alpha_p [-2 \frac{H_2^{cx}}{R_{ct} h_c^3} + 2 \frac{H_4^{cx}}{R_{ct} h_c^4} - 8 \frac{H_5^{cx}}{R_{ct} h_c^5} - 8 \frac{H_6^{cx}}{R_{ct} h_c^5}] \\ + \alpha_p [-4 \frac{g_3^{cx}}{R_{ct} h_c^3} + 4 \frac{g_4^{cx}}{R_{ct} h_c^4} + 24 \frac{g_5^{cx}}{R_{ct} h_c^5}] \end{bmatrix}$$

$$K(8,10) = \frac{ab}{4} \begin{bmatrix} \alpha_p \beta h_b^2 [-\frac{g_4^{cx}}{h_c^4} + 4 \frac{g_5^{cx}}{h_c^5} - 4 \frac{g_6^{cx}}{h_c^6}] \end{bmatrix}$$

$$K(13,7) = \frac{ab}{4} \begin{bmatrix} \alpha_p \beta h_b h_c [\frac{g_2^{cx}}{h_c^2} + 2 \frac{g_3^{cx}}{h_c^3} - 4 \frac{g_4^{cx}}{h_c^4} - \\ 8 \frac{g_5^{cx}}{h_c^5} + \frac{g_3^{cx}}{R_{ct} h_c^2} + 2 \frac{g_4^{cx}}{R_{ct} h_c^3} - 4 \frac{g_5^{cx}}{R_{ct} h_c^4} - 8 \frac{g_6^{cx}}{R_{ct} h_c^5}] \end{bmatrix}$$

$$M(4,14) = \frac{ab}{4} \left( \frac{2I_3^c}{h_c^2} - \frac{4I_4^c}{h_c^3} - \frac{8I_5^c}{h_c^4} + \frac{16I_6^c}{h_c^5} \right)$$

$$M(7,11) = \frac{ab}{4} \begin{bmatrix} (-\frac{h_t}{h_c^2} (I_2^c + \frac{I_3^c}{R_{ct}}) - \frac{2h_t}{h_c^3} (I_3^c + \frac{I_4^c}{R_{ct}}) \\ + \frac{4h_t I_4^c}{h_c^4} + \frac{4h_t I_5^c}{R_{ct} h_c^4} + \frac{8h_t I_5^c}{h_c^5} + \frac{8h_t I_6^c}{R_{ct} h_c^5} \end{bmatrix}$$

$$K(13,7) = \frac{ab}{4} \begin{bmatrix} \alpha_p \beta h_b h_c [\frac{g_2^{cx}}{h_c^2} + 2 \frac{g_3^{cx}}{h_c^3} - 4 \frac{g_4^{cx}}{h_c^4} - 8 \frac{g_5^{cx}}{h_c^5} + \\ \frac{g_3^{cx}}{R_{ct} h_c^2} + 2 \frac{g_4^{cx}}{R_{ct} h_c^3} - 4 \frac{g_5^{cx}}{R_{ct} h_c^4} - 8 \frac{g_6^{cx}}{R_{ct} h_c^5}] \end{bmatrix}$$

### ۶- مراجع

- [1] Reddy, J. N. "Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells", Theory and Analysis. 2nd Edition, CRC Press, New York, 2004.
- [2] J. L. Donald, "Engineering analysis of smart materials systems". s.l. John Wiley & Sons Inc., 2007.
- [3] Rahmani, O. Khalili, S.M.R. Malekzadeh, K. Hadavini, H., "Free vibration analysis of sandwich structures with a flexible functionally graded syntactic core", Composite Structures, Vol. 91, No. 2, pp. 229-235, 2009.
- [4] Rahmani, O. Khalili, S.M.R. Malekzadeh, K., "Free vibration response of composite sandwich cylindrical shell with flexible core", Composite Structures, Vol. 92, No. 5, pp. 1269-1281, 2010.
- [5] Najafzadeh, M.M. Azari, Sh. Salmasi, F., "Bending Analysis of Rectangular Composite Plates with Piezoelectric Layers Based on the First Order Shear Deformation Theory Using the Extended Kantorovich Method", Aerospace Mechanics Journal, Vol. 6, No. 4, pp. 57-69, 2011. (In Persian)

شدت آن قابل کنترل است، فرکانس‌های طبیعی و در نتیجه ارتعاشات سازه را کنترل نمود.

۴- فرکانس‌های طبیعی ورق برای حالت دوانحنایی بیشتر از حالت‌های تک انحنایی و تخت می‌باشد. زیرا هرچه ورق انحنادارتر شود، سفتی آن افزایش یافته و در نتیجه فرکانس طبیعی ورق افزایش می‌یابد.

۵- با افزایش ضریب منطری، ورق رفته رفته تبدیل به یک باریکه شده که سفتی عرضی آن افزایش یافته و در نتیجه فرکانس طبیعی نیز افزایش می‌یابد. بنابراین می‌توان با تغییر این پارامتر، فرکانس طبیعی سازه را در محدوده‌ی مورد نظر حاصل نمود.

۶- با افزایش نسبت طول به ضخامت ورق، فرکانس طبیعی ورق کاهش یافته است. زیرا با افزایش این نسبت، ورق نازک‌تر شده و در نتیجه سفتی آن کاهش یافته است. بنابراین می‌توان با تغییر این پارامتر نیز، فرکانس طبیعی سازه را در محدوده‌ی مورد نظر حاصل نمود.

۷- با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت ورق، خیز ورق در رویه‌های بالایی و پایینی و برای هر دو حالت بارگذاری یکنواخت و هارمونیک، افزایش می‌یابد. زیرا با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت ورق، با توجه به اینکه هسته منعطف‌تر از رویه‌ها بوده، ورق انعطاف‌پذیرتر شده و در نتیجه خیز آن افزایش می‌یابد. در نسبت‌های پایین تر ضخامت هسته به ضخامت ورق، این افزایش خیز کمتر بوده و در نسبت‌های بالاتر، نرخ افزایش خیز بیشتر می‌باشد.

۸- با افزایش نسبت شعاع‌های انحنای خیز ورق در رویه‌های بالایی و پایینی و برای هر دو حالت بارگذاری یکنواخت و هارمونیک، افزایش می‌یابد. در نسبت‌های پایین تر شعاع‌های انحنای بیشتر نرخ افزایش خیز مشاهده شده است. زیرا با افزایش نسبت شعاع‌های انحنای ورق انعطاف‌پذیرتر شده و در نتیجه خیز آن افزایش می‌یابد.

۹- با افزایش شدت میدان مغناطیسی، مقدار خیز رویه‌های بالایی و پایینی ورق کاهش یافته است. از آنجایی که مدول برشی لایه MR رابطه‌ی مستقیم با شدت میدان مغناطیسی دارد، پس طبیعی است که با افزایش شدت میدان مغناطیسی، مدول برشی آن بالاتر رفته و انعطاف پذیری ورق کاهش یافته و در نتیجه خیز آن نیز کاهش یابد.

۱۰- خیز بی بعد در رویه پایینی، به مقدار قابل توجهی کمتر از رویه بالایی می‌باشد، و این ناشی از آن است که بارگذاری روی رویه بالایی صورت گرفته و میان رویه بالایی و پایینی هسته انعطاف پذیر قرار گرفته است.

۱۱- خیز رویه‌های بالایی و پایینی ورق در حالت بارگذاری یکنواخت بیشتر از بارگذاری هارمونیک می‌باشد.

۱۲- تنش برشی ناشی از بارگذاری یکنواخت ایجاد شده در هسته بیشتر از تنش برشی ناشی از بارگذاری هارمونیک می‌باشد. همچنین مشاهده شده است که تنش برشی در هر دو حالت بارگذاری در مرزهای پانل، دارای بیشترین مقدار خود می‌باشد.

### ۵- فهرست علائم

$a, b$	طول و عرض ورق (m)
$E_1, E_2, E_3$	مدول الاستیسیته (GPa)
$G_{xy}, G_{xz}, G_{yz}$	مدول برشی (GPa)
$h$	ضخامت کل ورق (m)
$h_t, h_c, h_b$	ضخامت رویه‌ی بالایی، هسته و رویه‌ی پایینی (m)



- [30] Khare, R. K. Rode, V. Garg, A. K. John, S. P. H., "Higher-order Closed-form Solutions for Thick Laminated Sandwich Shells", *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 7, pp. 335-358, 2005.
- [6] Kheirikhah, M.M. Khalili, S.M.R. Malekzadeh Fard, K., "Biaxial buckling analysis of soft-core composite sandwich plates using improved high-order theory", *European Journal of Mechanics - A/Solids*, Vol. 31, No. 1, pp. 54-66, 2012.
- [7] Viola, E. Tornabene, F. Fantuzzi, N., "General higher-order shear deformation theories for the free vibration analysis of completely doubly-curved laminated shells and panels", *Composite Structures*, Vol. 95, pp. 639-666, 2013.
- [8] Golmakani, M.E. Emami, M. "Nonlinear bending and buckling analysis of functionally graded annular plates", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 14, pp. 1-14, 2014. (In Persian)
- [9] G. H. Rahimi, R. Rahmani, Pitch effect on flexural behavior of sandwich structure with composite skins and a corrugated combinatorial core with trapezoidal geometry, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 5, pp. 194-202, 2014. (In Persian)
- [10] M. Ansari, M. Golzar, A. H. Behraves, Evaluation of corrugated composite beam deflection by shape memory alloy wire, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 8, pp. 49-58, 2014. (In Persian)
- [11] Dariushi, S. Sadighi, M., "Analysis of composite sandwich beam with enhanced nonlinear high order sandwich panel theory", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 16, pp. 1-8, 2015 (In Persian)
- [12] Khanmohammadi, M. Ahmadi, I., "Progressive damage analysis of laminated composite plate subjected to bending fatigue", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 72-80, 2015 (In Persian)
- [13] Rouzegar, J. Gholami, M., "Non-linear bending analysis of thick rectangular plates by four-variable refined plate theory and Dynamic Relaxation method", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 221-230, 2015 (In Persian)
- [14] Sadat Fattahi, S. Zabihollah, A., "Vibration of laminated composite structures integrated with magnetorheological fluid segments", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 12, pp. 156-160, 2013. (In Persian)
- [15] Rajamohan, V. Sedaghati, R. Rakheja, S., "Vibration analysis of a multi-layer beam containing magnetorheological fluid", *Smart Mater. Struct.*, Vol. 19, pp. 1-12, 2010.
- [16] Rajamohan, V. Rakheja, S. Sedaghati, R., "Vibration analysis of a partially treated multi-layer beam with magnetorheological fluid", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, pp. 3451-3469, 2010.
- [17] Lara-Prieto, V., "Vibration characteristics of MR cantilever sandwich beams: experimental study", *Smart Mater. Struct.*, Vol. 19, 2010.
- [18] Malekzadeh Fard, K. Rezaei Hassanabadi, M. Livani, M., "Single-objective and multi-objective optimization of curved sandwich panel with magneto-rheological fluid core using genetic algorithm", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 414-422, 2015. (In Persian)
- [19] Frostig, Y. Thomsen, O.T., "High-order free vibration of sandwich panels with a flexible core", *International Journal Solids Structures*, Vol. 41, pp. 1697-1724, 2004.
- [20] Sun, Q. Zhou, J. X. Zhang, L., "An Adaptive Beam Model and Dynamic Characteristics of Magnetorheological Materials", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 261, pp. 465-481, 2003.
- [21] Reddy, J.N., "A refined nonlinear theory of plates with transverse shear deformation", *International Journal Solids Structures*, Vol. 20, pp. 881-896, 1987.
- [22] Whitney, J. M., "Shear correction factors for orthotropic laminates under static load", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 40, pp. 302-304, 1973.
- [23] Reddy, J.N., "Energy and variational methods in applied mechanics, First Edition", New York: John Wiley, 1984.
- [24] Sanders, J.L., "An improved first approximation theory for thin shells", NASA THR24, 1959.
- [25] Keshmiri, A. Ghaheri, A. Taheri-Behrooz, F., "Buckling and vibration of symmetrically-laminated composite elliptical plates restin on Winkler-type foundation subjected to initial in-plane stresses", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 19-26, 2014. (In Persian)
- [26] Reddy, J.N., "Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells, Theory and Analysis", Second Edition, New york: CRC Press, 2004.
- [27] Paknejada, R. Ashenai, F. Malekzadeh Fard, K., "Response of fully-clamped composite laminated plate subjected to low velocity impact using Galerkin method", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 50-45, 2014. (In Persian)
- [28] Biglari, H. Jafari, A.A., "High-order free vibrations of doubly-curved sandwich panels with flexible core based on a refined three-layered theory", *Composite Structures*, Vol. 92, pp. 2685-3694, 2010.
- [29] Asgari, M. "Optimum design of composite sandwich panels with Magneto-Rheological fluid layer using new high order theory", MSc Thesis, K. N. Toosi University of Technology, Iran, 2010.

Archive



## قالب پیش نویس مقاله برای نشریه علوم و فناوری کامپوزیت با بکارگیری امکانات استایل (سبک) در نرم افزار ورد (سبک عنوان)

نام و نام خانوادگی نگارنده اول<sup>۱</sup>، نام و نام خانوادگی نگارنده دوم<sup>۲</sup>، ....\* (سبک نویسندگان)

- ۱- مرتبه علمی نگارنده، رشته تخصصی، نام سازمان، نام شهر (سبک مشخصات نویسندگان)  
۲- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران  
۳- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران  
\* شهر، صندوق پستی، پست الکترونیکی (سبک آدرس نویسندگان)

### چکیده (سبک عنوان چکیده)

### اطلاعات مقاله:

در این قالب، شیوه تهیه سریع ساختار مقاله با استفاده از امکانات استایل (سبک) نرم افزار ورد برای مجله علمی پژوهشی علوم و فناوری کامپوزیت شرح داده می شود. روش قالب بندی مقاله، بخش های مختلف آن، انواع قلم ها و اندازه آن ها، به طور کامل در سبک ها تهیه شده است و کافی است نویسندگان با کپی کردن متن مقاله و چسباندن (پیست) آن در بخش های مختلف و انتخاب سبک مربوط، مقاله خود را تهیه فرمایند. نویسندگان محترم مقالات باید توجه داشته باشند، مجله از پذیرش مقالاتی که خارج از این قالب تهیه شده باشند، معذور است. برای آماده سازی مقاله از همین فایل و کمک گرفتن از نوار ابزار «سبک ها» (Styles) استفاده کنید. توجه فرمایید که در هنگام استفاده از نسخه ۲۰۱۰ بخش هایی از متن مقاله در نسخه های پایین تر به صورت به هم چسبیده نشان داده می شود بنابراین هنگام ذخیره فایل، سازگاری ذخیره (Save Compatibility) به نسخه ۲۰۰۷ مورد توجه قرار گیرد. چکیده برای مقاله پژوهشی کامل حداقل ۱۸۰ و حداکثر شامل ۲۵۰ کلمه می باشد. چکیده باید به طور صریح و شفاف، موضوع و هدف پژوهش، روش های انجام و نتایج آن را مطرح کند. در چکیده از ذکر جزئیات کار، شکل ها، جدول ها، فرمول ها، و مراجع پرهیز شود. (سبک چکیده)

دریافت: .....  
پذیرش: .....  
کلیدواژه ها (سبک عنوان کلید واژه ها)  
حداقل ۳، حداکثر ۵ واژه، با جداکننده  
کاما (سبک کلیدواژه ها)  
بخش انگلیسی مقاله شامل عنوان تا انتهای کلید واژه ها است و تمامی اجزای آن مانند بخش فارسی است. قلم انگلیسی به کار رفته در سرتاسر مقاله فقط کامبریا است.

## A template for preparing papers in Journal of Science and Technology of Composites using styles in Microsoft Word (Style: English Title)

Name Surname<sup>1</sup>, Hamed Mohammadi<sup>2</sup>, ....\* (Style: Authors)

- 1- Name of the Department, University Name, City, Country.  
2- School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran  
3- Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran  
\* P.O.B. 123456789, Tehran, Iran, email@address.ac.ir (Style: Authors' Affiliation)

### Keywords (Style: Keywords Title)

Between 3 and 5 words, with separator comma (Style: Keywords), As:  
Composites, Foam, Shear, Deflection

### Abstract (Style: Abstract Title)

The abstract should briefly summarize the main contents of your contribution. It must be limited between 180 to 250 words for full research paper. The abstract should include a definition of the problem, assumptions, method of solution, summary of results. It should clearly state the objective, results and the conclusion of the work. Please do not insert any picture, diagram, table, references and other media material in your abstract. (Style: Abstract)

انتخاب نمایید. همچنین در هر قسمت از مقاله پس از پیست کردن متن می توانید از مسیر زیر، به طور مستقیم سبک مربوط را اعمال فرمایید:  
Paste option -> match with Destination format  
پاراگراف های دوم به بعد در هر عنوان با فرورفتگی به اندازه ۵ میلی متر از شروع سطر و بدون فاصله پس یا پیش از پاراگراف است.  
موقع استفاده از علایمی نظیر ، ؛ و غیره، به خاطر داشته باشید که کلیه این علائم بدون فاصله از حرف قبلی و با یک فاصله از حرف بعدی نوشته می شوند.

### ۱- مقدمه (سبک عنوان سطح ۱)

برای آماده سازی مقاله خود از همین قالب استفاده نمایید. نوع صفحه و فواصل از اطراف، در این قالب تنظیم شده است. کافی است نویسندگان محترم، یک کپی از این فایل را در قسمتی از رایانه ذخیره نمایند. پس از آن با کپی و سپس چسباندن<sup>۱</sup> (پیست) متن خود در این فایل، سبک<sup>۲</sup> مربوط را

1. Paste  
2. Style



صفحات پیش‌نویس مقاله بین ۱۰ تا ۱۵ صفحه (با رعایت قالب فعلی) است. (سبک متن اصلی)

#### ۲-۱- اشاره به مراجع (سبک عنوان سطح ۲ و ۳)

اشاره به مراجع با علامت [۱] در متن مقاله شروع می‌شود و بقیه مراجع نیز به ترتیب ادامه می‌یابند. مراجع باید به ترتیب ارجاع در متن شماره‌گذاری شوند و نمی‌توان به منبع شماره ۳ زودتر از منبع شماره ۲ اشاره کرد. در اشاره به چند منبع پشت سر هم، به جای ذکر تک‌تک آن‌ها می‌توان یک‌جا اشاره کرد [۲-۴] و برای اشاره به دو یا چند منبع غیر متوالی در داخل براکت از جداکننده کاما استفاده می‌شود [۷،۵،۲].

از ارجاع به مراجع به صورت: "در این موضوع محققان بسیاری تحقیق نموده‌اند [۲-۴]" خودداری شود. در مقاله‌های پژوهشی ارجاع باید به طور عمده در بخش‌های اصلی مقاله صورت گیرد. مراجعی که فقط در مقدمه آورده شده‌اند در واقع مرجع پژوهش نیستند و تعداد آن‌ها باید اندک باشد.

#### ۱-۲-۱- کلمات انگلیسی (سبک عنوان سطح ۲ و ۳)

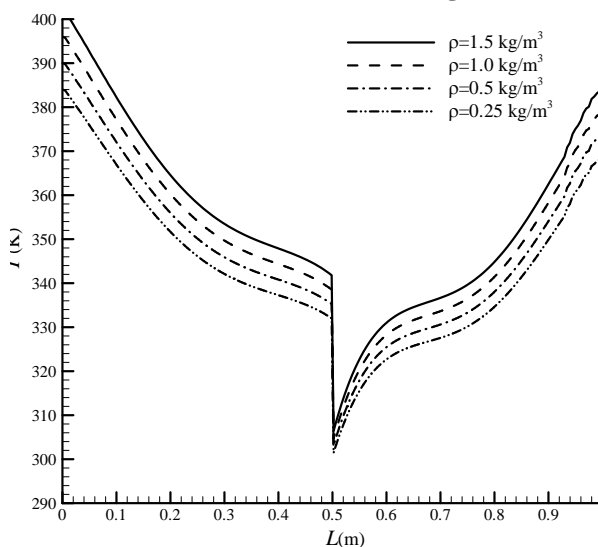
در مقاله فارسی استفاده از کلمات انگلیسی<sup>۱</sup> مجاز نیست و حتماً باید معادل فارسی آن‌ها را در متن مقاله، شکل‌ها، نمودارها و جدول‌ها به کار برد. در صورت لزوم، اصل انگلیسی کلمات به صورت زیرنویس اشاره شود.

اشاره به زیرنویس با اعداد فارسی بوده و در هر صفحه از مقاله با عدد ۱ شروع می‌شود. باید توجه کرد که از زیرنویس وقتی استفاده می‌شود که اولین بار آن کلمه در متن مقاله استفاده می‌شود و در دفعات بعدی نیازی به تکرار زیرنویس نیست.

#### ۲- شکل‌ها، جدول‌ها، نمودارها و روابط (سبک عنوان سطح ۱)

##### ۱-۲- شکل‌ها و جدول‌ها (سبک عنوان سطح ۲ و ۳)

شکل‌ها، جدول‌ها و نمودارها نیز با فرمت دوستونی در مقاله درج می‌شوند. در صورتی که نتوان آن‌ها را در اندازه یک ستون رسم نمود، و شکل مطلوب بیش از عرض یک ستون را اشغال کند، در بالا یا پایین صفحه و بعد از محل ارجاع درج می‌شوند. شکل ۱، نمونه شکل با کیفیت و مورد تایید مجله را نشان می‌دهد. (سبک متن اصلی)



شکل ۱ اثر تغییرات چگالی بر دما در زوایای مختلف (سبک زیرنویس شکل)

برای تهیه شکل‌ها و جدول‌های مورد تایید مجله، به فایل راهنمای تهیه شکل‌ها و نمودارها، و همچنین فایل راهنمای تهیه جدول‌ها، مراجعه کنید. به همه شکل‌ها، جدول‌ها و نمودارها در مقاله باید اشاره کرد. اشاره به شکل‌ها در متن، با ذکر شماره شکل و همان سایز متن مقاله و بدون پرانتز است. مگر در پایان جمله که در این حالت در داخل پرانتز اشاره می‌شود. محورهای مختصات فقط با پارامتر توصیف می‌شوند. شکل‌ها و جدول‌ها در هر صفحه در بالا و یا پایین هر ستون بعد از اولین ارجاع به آن جانمایی شوند. برای این منظور، پس از کلیک روی شکل از مسیر زیر محل آن را در مکان‌های ذکر شده، مشخص نمایید:

Picture Tools -> Format -> Arrange -> Position

شکل‌ها با زمینه سفید (زمینه خاکستری و یا رنگی نباشد) و بدون قاب اضافی بیرونی رسم می‌شود. مجله به صورت سیاه و سفید چاپ می‌شود. بنابراین اجزای شکل‌ها، نمودارها و جدول‌های رنگی باید به گونه‌ای باشند که در چاپ سیاه و سفید قابل تفکیک باشند. به خصوص در شکل‌هایی که کانتور رنگی دارند طیف رنگ استفاده شده باید در چاپ سیاه و سفید قابل تفکیک باشد. جدول‌ها حتی‌الامکان فقط با سه خط افقی اصلی و بدون خطوط عمودی تنظیم می‌شوند. جدول ۱ نمونه صحیح جدول مورد تایید مجله را نشان می‌دهد.

##### ۲-۲- روابط و فرمول‌های ریاضی (سبک عنوان سطح ۲ و ۳)

روابط و فرمول‌های ریاضی با استفاده از ابزار معادله<sup>۲</sup> موجود در نرم‌افزار آفیس با قلم کامبریا م<sup>۳</sup> ۹ و از سمت چپ تایپ می‌شوند و با شماره‌گذاری از یک مشخص شده و برای اشاره به آن‌ها از شماره فرمول در داخل پرانتز استفاده می‌شود. یادآور می‌شود در نسخه‌های ۲۰۰۷ به بعد نرم‌افزار آفیس، فونت کامبریا م<sup>۴</sup> به طور پیش‌فرض برای نوشتن روابط و فرمول‌ها بکار رفته و کافی است اندازه آن در ابزار معادله تغییر کند.

در صورت استفاده از نرم‌افزار م<sup>۴</sup> تایپ می‌توانید از مسیر زیر فونت مربوطه و اندازه آن را انتخاب نمایید:

Style -> Define -> Primary Font -> Cambria Math  
Size -> Define -> Full -> 9

جدول ۱ نوع و اندازه قلم‌های استفاده شده در مجله (سبک عنوان جدول)

اندازه قلم	نام قلم	موقعیت استفاده <sup>(۵)</sup>
۱۰	بی‌نازنین پرنگ	عناوین بخش‌های سطح ۱
۹	بی‌نازنین پرنگ	عناوین بخش‌های سطح ۲
۱۰	بی‌نازنین	متن اصلی مقاله
۹	بی‌نازنین	عنوان شکل‌ها و جدول‌ها
۸	بی‌نازنین	زیرنویس و آخرنویس فارسی
۹	بی‌نازنین	متون داخل جدول‌ها (فارسی)
۷	کامبریا	متون داخل جدول‌ها (انگلیسی)
۹	کامبریا م <sup>۴</sup>	فرمول‌ها

<sup>(۵)</sup> منظور جایگاه استفاده در مقاله است (فونت ۸)

2. Insert -> Symbols -> Equation  
3. Cambria Math  
4. Math Type

1. English (Style: Sub Title)

## ۴- فهرست علائم (سبک عنوان سطح ۱)

فشار (kgm<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>)

عدد پراتل

سرعت (ms<sup>-1</sup>)

دما (K)

## علائم یونانی

 $\rho$  چگالی (kgm<sup>-3</sup>) $\mu$  لزجت دینامیکی (kgm<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>)

## بالانویس‌ها

SGS مقیاس زیرشبکه

## زیرنویس‌ها

air هوا

Ave مقدار متوسط

nf نانو سیال

## ۵- تقدیر و تشکر و پیوست‌ها

در صورت وجود تقدیر و تشکر و پیوست در مقاله، به ترتیب در انتهای مقاله و پس از لیست علائم و نشانه‌ها آورده می‌شود. باید به پیوست‌ها در متن مقاله اشاره و ارجاع شده باشد.

## ۶- مراجع

مراجع فارسی زبان باید به صورت معادل انگلیسی آن‌ها درج شده و از عبارت In Persian استفاده شود. تمامی مراجع با قلم کامبریا ۷ نوشته می‌شوند. شماره مرجع داخل کروش و با ایجاد بیرون‌زدگی ۵ میلی‌متر از خط دوم هر مرجع، نوشته می‌شود.

## مثال:

[1] Safarabadi, M., "More accurate evaluation of curing residual stress field considering interphase characteristics," In Persian, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 1, No. 1, pp. 3-12, 2014.

چگونگی آوردن کتاب‌ها در بخش مراجع به ترتیب زیر است:

نام خانوادگی و نام نویسنده، عنوان کتاب و ناشر آن، محل نشر، نوبت چاپ، شماره صفحه و سال انتشار.

## مثال:

[2] Timoshenko, S., "Strength of Materials, Part II, Advanced Theory and Problems," Third ed., Krieger Publishing Company, Florida, pp. 121-132, 1976.

مقالات نیز در بخش مراجع به ترتیب زیر آورده می‌شوند:

نام خانوادگی، نام، عنوان، نام مجله، شماره جلد، صفحات ابتدایی و انتهایی و سال انتشار.

(توجه شود حروف اول در عناوین مقالات بخش مراجع همه بزرگ باشند)

## مثال:

[3] Switzky, H. and Cary, J. W., "Minimum Weight Design of Cylindrical Structures," *AIAA Journal*, Vol. 1, No. 10, pp. 2330-2337, 1963.

پایان نامه‌ها:

[4] Carlson, W. R., "Dialectic and rhetoric in Pierre Bayle," MSc Thesis, Yale University, USA, 1977.

ثبت اختراع:

[5] Chin D.A. and Irvin D.J., "Actuator Device Utilizing a Conductive Polymer Gel," US Pat. 6, 685, 442, 2004.

در نوشتن فرمول‌ها رعایت نکات زیر الزامی است:

۱- در فرمول‌نویسی پارامترها و متغیرها به صورت ایتالیک می‌آیند، ولی اعداد، کلمات، توابع مشخص و واحدها به صورت غیرایتالیک می‌آیند.

۲- در صورتی که فرمول طولانی باشد و طول آن از یک سطر تجاوز کند، باید در جای مناسب شکسته شده و ادامه فرمول در سطر بعدی آورده شود و از فشرده کردن آن پرهیز شود.

۳- وقتی ادامه فرمول در سطرها بعدی آورده می‌شود، باید از سطر دوم به بعد از سمت چپ فرورفتگی داشته باشد.

۴- شماره هر فرمول در گوشه سمت راست آخرین سطر فرمول درج می‌شود و در صورتی که در سطر آخر برای نوشتن شماره فرمول جا نباشد، در گوشه سمت راست سطر بعد نوشته می‌شود.

۵- دقت شود از نقطه ممیز یا همان نقطه پایان جمله (a.b) به جای نقطه ضرب (a\*b) استفاده نشود.

$$(\rho c_p)_{nf} \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (1)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_{air}} = 1 + 4.4 \text{Re}_p^{0.4} \text{Pr}^{0.66} \left( \frac{T}{T_{fr}} \right)^{10} \left( \frac{k_s}{k_{bf}} \right)^{0.03} \varphi^{0.66} \quad (\text{الف-۲})$$

## ۳- قواعد نوشتاری

تلاش شود در متن مقاله از جملات رسا، گویا و کوتاه استفاده شود و از نوشتن جملات تودرتو پرهیز شود. جداسازی اجزای مختلف یک جمله نیز نقش زیادی در فهم آسان آن دارد. درستی نوشتار بر پایهٔ املاي زبان پارسی ضروری است. در این بخش، برخی از موارد اشتباه متداول یادآوری می‌شود.

در افعال حال و گذشته استمراری باید دقت شود که «می» از جزء بعدی فعل جدا نماند. برای این منظور از «فاصلهٔ متصل» استفاده کنید. برای نوشتن فاصلهٔ متصل از «کلید Ctrl» به همراه «کلید -» استفاده کنید. همچنین دقت کنید که جزء «می» و جزء بعدی فعل را به صورت یکپارچه ننویسید. بنابراین «می‌شود» و «میشود» اشتباه، و درست آن «می‌شود» است.

در مورد «ها»ی جمع نیز دقت کنید که از کلمهٔ جمع بسته شده جدا نوشته شود. برای جدانویسی نیز از فاصلهٔ متصل استفاده کنید. مثلاً «شکل‌ها» را به صورت «شکل‌ها» بنویسید. جمع بستن کلمات پارسی یا لاتین با قواعد زبان عربی اشتباه است. بنابراین، «پیشنهادات» و «اساتید» اشتباه و درست آن‌ها «پیشنهادها» و «استادان» است.

## ۲-۲- علائم، نشانه‌ها و ارقام (سبک عنوان سطح ۲)

از علائم و نشانه‌های متداول در زبان فارسی و همچنین از علائم و نشانه‌های به‌کار رفته در متون مهندسی مکانیک می‌توان استفاده نمود. باید از ارقام فارسی برای نشان‌دادن اعداد استفاده نمود، مگر آنکه به صورت عمدی در مقاله از چند گروه ارقام استفاده شده و این گروه‌بندی در علائم و نشانه‌ها ذکر شده باشد. اندازه و قلم علائم در داخل فرمول و در داخل متن و در لیست علائم باید دقیقاً یکسان باشد.

در صورت نیاز، لیست علائم و نشانه‌ها، در انتهای مقاله و پیش از مراجع درج می‌شود. این لیست به صورت جدول دوستونی و ترتیب الفبایی تنظیم شده و هر سطر به ترتیب شامل نماد و شرح (و ابعاد) آن است. مثال:

**پایگاه های الکترونیکی:**

- [6] Mauritz K, "Sol-gel Chemistry,"  
<http://www.psrc.usm.edu/mauritz/solgel.htm>, available in 13,  
February 2005.

**استانداردها:**

- [7] Standard Test Method for Solidification Point of BPA, Annual Book of  
ASTM Standard, 06.04, D 4493-94, 2000.