



نشریه علمی پژوهشی

علوم و فناوری کامپوزیت

http://jstc.iust.ac.ir



## تحلیل خرابی چندلایه‌های کامپوزیتی با سوراخ مرکزی با استفاده از مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته

بیژن محمدی<sup>۱\*</sup>، علی کاظمی<sup>۲</sup>، روح الله قاسمی<sup>۲</sup>

۱- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

\*تهران، صندوق پستی، ۱۶۸۴۶-۱۳۱۱۴، bijan\_mohammadi@iust.ac.ir

## چکیده

مدل‌های خرابی مبتنی بر مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته در دهه‌های اخیر مورد توجه محققین حوزه‌ی خرابی در کامپوزیت‌ها قرار گرفته است. این مدل‌ها با در نظر گرفتن اثرات خرابی روی خواص مکانیکی کامپوزیت مورد بررسی و بدون مدل کردن دقیق هندسه‌ی خرابی، توانسته است که طیف وسیعی از مدهای خرابی، بارگذاری‌ها و لایه‌چینی‌ها را تحلیل کند. این مقاله به تحلیل خرابی یک چندلایه‌ی کامپوزیتی دارای سوراخ مرکزی، با استفاده از مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته می‌پردازد. در این مطالعه از مدل خرابی لادوز برای تحلیل خرابی استفاده شده است که در آن کرنش‌های ماندگار و افت سفتی ناشی از وقوع خرابی در چندلایه محاسبه می‌شود. این مدل به صورت زیربرنامه تعریف مدل‌های مادی در نرم‌افزار اجزاء محدود آباکوس پیاده شده و تحلیل خرابی برای چهار لایه‌چینی<sub>s</sub> [۰/۲/۹۰/۰/۲]،<sub>s</sub> [۰/۹۰/۰/۹۰]،<sub>s</sub> [۴۵/۰/۴۵] و [۰/۹۰/۴۵/۰/۹۰] انجام گرفته است. نتایج حاصل از تحلیل عددی شامل چگونگی رشد و گسترش پارامترهای خرابی، کرنش‌های ماندگار و کانتور تنش برای لایه‌چینی‌های مختلف ارائه شده است. علاوه بر این، آنالیز حساسیت نسبت به اندازه سوراخ برای بررسی تاثیر اندازه‌ی سوراخ بر استحکام چندلایه انجام شده و همچنین تاثیر تغییر پارامتر مادی کرنش ماندگار بر اندازه‌ی کرنش‌های ماندگار مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحلیل مشخص شده است که با افزایش قطر سوراخ، استحکام چندلایه کاهش پیدا می‌کند و با بزرگ‌تر شدن پارامتر مادی کرنش ماندگار اندازه‌ی کرنش‌های ماندگار عرضی افزایش می‌یابد.

## اطلاعات مقاله

دریافت: ۹۴/۳/۱۲

پذیرش: ۹۴/۶/۹

## کلیدواژگان:

کامپوزیت‌های چندلایه سوراخ دار

مکانیک خرابی

مکانیک محیط پیوسته

مدل لادوز

## Damage analysis of holed composite laminates using continuum damage mechanics

Bijan Mohammadi\*, Ali Kazemi, Roohallah Ghasemi

School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

\*P.O.B. 16846-13144, Tehran, Iran, bijan\_mohammadi@iust.ac.ir

## Keywords

Holed laminated composite

Continuum

Damage mechanics

Ladeveze model

## Abstract

In recent decades, continuum damage mechanics based models, has been of interest to researchers in the area of damage in composites. These models with considering the effects of damage on the mechanical properties of composites and without considering detailed phenomenon of the damage, can analyze wide range of failure modes, loadings and layups. The aim of this paper is to analyze holed composite laminates using continuum damage mechanics. The general damage theory that serves as the foundation for the model of this paper is the model proposed by Ladeveze, which involves damage and inelastic strains to estimate residual stiffness. The Ladeveze model is implemented in a user material defined subroutine of the ABAQUS software, to analyze four different laminate sequences of [0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub>, [0/90/0/90]<sub>s</sub>, [45<sub>2</sub>/-45<sub>2</sub>]<sub>s</sub>, and [0/90/45/-45]<sub>s</sub>. The analysis includes initiation and growth of damage parameters, subsequently a parametric study for the influence of diameter of hole and the inelastic strain material constant in Ladeveze model. Hence, it was shown that increasing the hole diameter, reduces the laminate strength, while the inelastic strain material constant is proportional to transverse inelastic strains

## ۱- مقدمه

اخیر مورد توجه محققین حوزه‌ی خرابی در کامپوزیت‌ها قرار گرفته است.

این مدل‌ها امکان ورود افت سفتی ناشی از خرابی را در معادلات ساختاری

مدل‌های خرابی مبتنی بر مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته در دهه‌های

## Please cite this article using:

Mohammadi, B. Kazemi, A. and Ghasemi, R., "Damage analysis of holed composite laminates using continuum damage mechanics", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 2, No. 3, pp. 23-34, 2015.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

فراهم کرده‌اند [۲۰]. این مدل‌ها با در نظر گرفتن اثرات خرابی بر روی خواص مکانیکی کامپوزیت مورد بررسی و بدون مدل کردن دقیق هندسه‌ی خرابی، توانسته است که طیف وسیعی از مودهای خرابی، بارگذاری‌ها و لایه‌چینی‌ها را تحلیل کند. برای نخستین بار چبوچه<sup>۱</sup> [۳] استفاده از یک چارچوب ترمودینامیکی را در مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته برای خرابی‌های ایزوتروپیک پیشنهاد کرد. بعدها تالرجا<sup>۲</sup> [۴] و وویاجیس<sup>۳</sup> [۵] استفاده از چارچوب ترمودینامیکی را به خرابی‌های اورتوتروپیک تعمیم دادند. مدل‌های توسعه یافته توسط باربرو<sup>۴</sup> [۶]، لادووز<sup>۵</sup> [۷-۱۱]، محمدی<sup>۶</sup> و همکارانش [۱۲-۱۴] در استفاده از نگاه ترمودینامیکی، به بلوغ این نگاه کمک شایانی کرد. این مدل‌ها می‌توانستند خرابی در کامپوزیت‌ها که از نوع اورتوتروپیک هست را مدل کنند.

$$\begin{aligned} E_1 &= E_1^0(1 - d_1) \\ E_2 &= E_2^0(1 - d_2) \\ G_{12} &= G_{12}^0(1 - d_6) \end{aligned} \quad (2)$$

نحوه رشد پارامترهای خرابی  $d_6$  و  $d_2$  به صورت خطی در نظر گرفته شده است که به ترتیب در رابطه (۳) و رابطه (۴) آمده است.

$$d_6 = \begin{cases} \frac{\langle \sqrt{\hat{Y}} - \sqrt{Y_0} \rangle_+}{\sqrt{Y_0^C}}; & d_6 < 1, Y_2 < Y_2^C \\ 1; & d_6 < 1, Y_2 \geq Y_2^C \end{cases} \quad (3)$$

$$d_2 = \begin{cases} \frac{\langle \sqrt{\hat{Y}} - \sqrt{Y_0'} \rangle_+}{\sqrt{Y_0'^C}}; & d_2 < 1, Y_2 < Y_2^C \\ 1; & d_2 < 1, Y_2 \geq Y_2^C \end{cases} \quad (4)$$

مقادیر  $\hat{Y}$ ،  $Y_2$ ،  $Y_6$  پارامترهای گسترش خرابی می‌باشند که از طریق روابط (۵) الی (۸) به نیروهای ترمودینامیکی،  $Y$ ، مربوط می‌شوند.  $Y_0'$ ،  $Y_0$ ،  $Y_2^C$  و  $Y_6^C$  نیز ثوابت مادی هستند.

$$Y_2(t) = \max\{Y_2(\tau)\}, \tau \leq t \quad (5)$$

$$Y_6(t) = \max\{Y_6(\tau)\}, \tau \leq t \quad (6)$$

$$\hat{Y} = (Y_6 + bY_2) \quad (7)$$

$$\hat{Y}(t) = \max\{Y_6(\tau) + bY_2(\tau)\}, \tau \leq t \quad (8)$$

نیروهای ترمودینامیکی از مشتق‌گیری از چگالی انرژی داخلی  $E$  بر حسب پارامترهای خرابی با توجه به رابطه (۹) بدست می‌آیند.

$$\begin{aligned} Y_1 &= \frac{\partial E_D}{\partial d_1} \Big|_{\sigma, d_2, d_6; cte} = \frac{\langle \sigma_{11} \rangle_+^2}{2E_1^0(1 - d_1)^2} \\ Y_2 &= \frac{\partial E_D}{\partial d_2} \Big|_{\sigma, d_1, d_6; cte} = \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{2E_2^0(1 - d_2)^2} \\ Y_6 &= \frac{\partial E_D}{\partial d_6} \Big|_{\sigma, d_1, d_2; cte} = \frac{\sigma_{12}^2}{2G_{12}^0(1 - d_6)^2} \end{aligned} \quad (9)$$

برای محاسبه کرنش‌های ماندگار، تابع سطح تسلیم به صورت رابطه‌ی (۱۰) بیان می‌شود. پارامتر  $R(\tilde{p})$  در رابطه‌ی (۱۰) از رابطه‌ی (۱۱) محاسبه می‌شود.

$$f = \sqrt{\tilde{\sigma}_{12}^2 + a^2 \tilde{\sigma}_{22}^2} - R(\tilde{p}) - R_0 \quad (10)$$

$$R(\tilde{p}) = \beta \tilde{p}^\alpha \quad (11)$$

در رابطه‌ی (۱۱)،  $\alpha$  و  $\beta$  پارامترهای مادی هستند. مقادیر منفی  $f$  به معنای عدم رشد کرنش‌های ماندگار است و مقدار صفر برای  $f$  به معنای رسیدن به سطح تسلیم و ایجاد کرنش‌های ماندگار است. باید توجه شود که مقادیر مثبت  $f$  امکان وقوع ندارد و در صورت وقوع غیرواقعی آن در حین تحلیل عددی باید با استفاده از الگوریتم‌های برگشت به سطح تسلیم<sup>۸</sup>،

هدف این مقاله پیاده‌سازی مدل لادووز [۷] برای تحلیل خرابی در چندلایه‌های کامپوزیتی حاوی سوراخ مرکزی می‌باشد. این مدل آسیب‌های درون‌لایه‌ای و کرنش‌های ماندگار را در نظر می‌گیرد. استفاده از قواعد رشد آسیب غیر هم‌بسته<sup>۷</sup> و ایجاد ارتباط صریح بین پارامترهای آسیب و نیروهای ترمودینامیکی متناظر و همچنین پیاده‌سازی راحت آن از جمله ویژگی‌های مدل لادووز است. این مدل به عنوان یک مدل مادی توصیف‌کننده رفتار ماده به صورت زیربرنامه برای نرم‌افزار آباکوس توسعه داده شده است. در نهایت نتایج حاصل از تحلیل عددی شامل چگونگی رشد و گسترش کانتورهای خرابی، تفکیک مکانیزم‌های خرابی و اثرات هر یک در افت خواص مکانیکی، کانتور تنش و آنالیز حساسیت بر اندازه سوراخ به تفکیک لایه چینی انجام شده است.

## ۲- مدل خرابی لادووز

مدل خرابی لادووز با فرض وجود حالت تنش صفحه‌ای در ماده توسعه داده شده است. در این مدل افت سفتی ناشی از به وجود آمدن خرابی و پلاستیسیته محاسبه شده است. این مدل کرنش‌های غیرالاستیک ماندگار در ماده را تنها به پلاستیسیته منحصر کرده و بیان می‌کند که هیچ کرنش ماندگاری در اثر خرابی بوجود نمی‌آید. یکی از مهمترین فرضیات این مدل نسبت دادن خرابی و کرنش‌های ماندگار به ماده‌ی زمینه و عدم ایجاد خرابی و کرنش ماندگار در راستای الیاف است [۷].

لادووز پارامترهای  $\varepsilon$  (کرنش)،  $d$  (پارامتر خرابی) و  $p$  (کرنش ماندگار موثر) را به عنوان متغیرهای داخلی سیستم و  $\sigma$ ،  $Y$  و  $R$  را به ترتیب به عنوان نیروهای ترمودینامیکی متناظر با متغیرهای داخلی معرفی می‌کند. تنش موثر در مدل لادووز از رابطه‌ی (۱) محاسبه می‌شود.

$$\{\tilde{\sigma}\} = \begin{Bmatrix} \frac{\langle \sigma_{11} \rangle_+}{(1 - d_1)} + \langle \sigma_{11} \rangle_- \\ \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+}{(1 - d_2)} + \langle \sigma_{22} \rangle_- \\ \frac{\sigma_{12}}{(1 - d_6)} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

در رابطه (۱) مقادیر  $d_1$  و  $d_2$  و  $d_6$  مقادیر پارامترهای خرابی به ترتیب در راستای الیاف، عمود بر الیاف و برش می‌باشد. این مقادیر برای ماده بدون خرابی مقدار صفر و برای ماده حاوی خرابی به طور کامل که منجر به

1. Chaboche  
2. Talreja  
3. Voyiadjis  
4. Barbero  
5. Ladeveze  
6. Mohammadi  
7. Non associated

8. return mapping algorithm

تست کشش لایه‌چینی  $[\pm 67/5]_s$ ، به دلیل ایجاد تنش‌های بین‌لایه‌ای کوچک و همچنین غیر صفر بودن همه‌ی مولفه‌های تنش، برای محاسبه‌ی ثوابت مربوط به راستای عرضی و ثوابت مربوط به کوپلینگ کشش عرضی و برش مناسب است [۷]. با انجام این تست و بارگذاری-باربرداری‌های متوالی و رسم نمودار تنش عرضی بر حسب کرنش عرضی  $(\sigma_{22} - \varepsilon_{22})$  و نمودار تنش برشی بر حسب کرنش برشی  $(\sigma_{12} - \varepsilon_{12})$ ، می‌توان نمودار خرابی عرضی  $(d_2)$  بر حسب پارامتر  $\sqrt{\bar{Y}}$  را رسم کرد. در این نمودار شیب منحنی همان  $1/\sqrt{Y'_C}$  است و عرض از مبدا نمودار  $1/\sqrt{Y'_0}$  است. همچنین  $Y$  متناظر لحظه‌ی شکست همان پارامتر  $Y_2^C$  است. ثابت  $b$  نیز از محاسبه‌ی  $d_6$  و  $d_2$  در یک  $\sqrt{\bar{Y}}$  مشخص از دو تست کشش  $[\pm 45]_s$  و  $[\pm 67/5]_s$  محاسبه می‌شود.

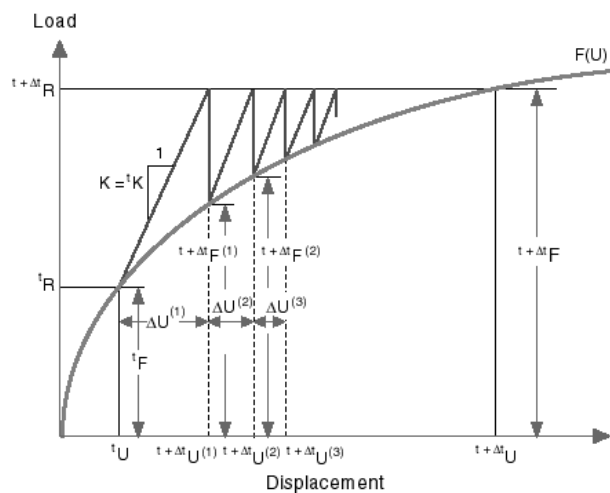
با مشخص بودن کرنش ماندگار در راستای برشی و عرضی در هر لحظه، پارامتر  $a$  را می‌توان از رابطه‌ی (۱۴) محاسبه کرد. با در اختیار داشتن پارامتر  $a$  و با فرض  $f = 0$  برای پلاستیسیته،  $R(\bar{p}) + R_0$  از رابطه‌ی (۱۵) محاسبه می‌شود. با محاسبه‌ی پارامتر  $R(\bar{p}) + R_0$  می‌توان نمودار این پارامتر بر حسب کرنش ماندگار موثر  $(\bar{p})$  را رسم کرد. با رسم این نمودار و برازش منحنی با معادله‌ای به فرم رابطه‌ی (۱۱)، پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  محاسبه می‌شوند.

$$a^2 = \frac{\dot{\varepsilon}_{22}^{in} \sigma_{12} (1 - d_2)^2}{2 \dot{\varepsilon}_{12}^{in} \sigma_{22} (1 - d_6)^2} \quad (14)$$

$$R(\bar{p}) + R_0 = \sqrt{\frac{\sigma_{12}^2}{(1 - d_6)^2} + \frac{a^2 \sigma_{22}^2}{(1 - d_2)^2}} \quad (15)$$

### ۳- پیاده سازی عددی

حل معادلات غیر خطی به روش عددی روش‌های متنوعی دارد. در حل عددی مسائل اجزای محدود دو روش از بقیه متداول‌تر می‌باشند. روش ساده‌تر، استفاده از روش ساده شده‌ی نیوتن-رافسون برای محاسبه‌ی ماتریس سفتی است که سفتی به دست آمده از این روش به سفتی سکانت معروف است. شکل ۳ به صورت شماتیک سفتی سکانت را نشان می‌دهد.



شکل ۳ شکل شماتیک روش نیوتن رافسون ساده شده [۱۵]

تنش‌های متناظر را به‌روز نمود. نرخ رشد کرنش‌های ماندگار از رابطه‌ی (۱۲) محاسبه می‌شود.

$$\dot{\varepsilon}_{12}^{in} = \frac{\lambda_p}{2} \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{12}} = \dot{\bar{p}} \frac{\bar{\sigma}_{12}}{2 [R(\bar{p}) + R_0]} \quad (12)$$

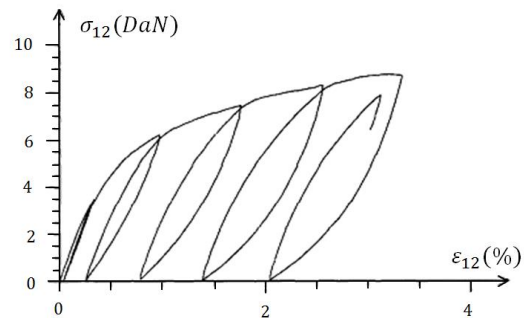
$$\dot{\varepsilon}_{22}^{in} = \frac{\lambda_p}{2} \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{22}} = \dot{\bar{p}} \frac{a^2 \bar{\sigma}_{22}}{[R(\bar{p}) + R_0]} \quad (13)$$

$$\dot{\bar{p}} = \frac{\bar{\sigma}_{12} \dot{\bar{\sigma}}_{12} + a^2 \bar{\sigma}_{22} \dot{\bar{\sigma}}_{22}}{(R(\bar{p}) + R_0) \frac{\partial}{\partial \bar{p}} R(\bar{p})}$$

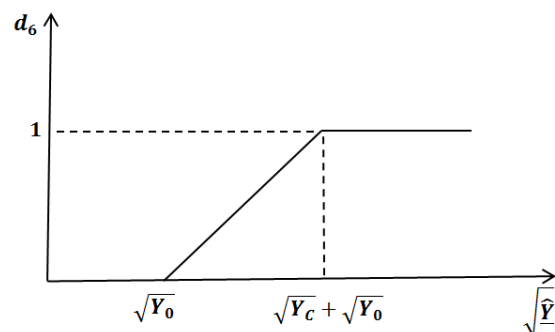
پارامتر  $\bar{p}$  به کار رفته در رابطه‌ی (۱۲) از رابطه‌ی (۱۳) محاسبه می‌شود.

### ۲- مشخصه‌سازی مادی مدل لادووز

ثوابت مادی مدل لادووز را می‌توان به سه بخش تقسیم کرد. دسته‌ی اول پارامترهای رشد خرابی هستند که شامل  $Y_0, Y'_0, Y_C, Y'_C$  می‌باشد. دسته‌ی دوم پارامترهای مربوط به کرنش‌سختی سطح تسلیم بوده که شامل  $\alpha$  و  $\beta$  می‌باشند و در نهایت دسته‌ی سوم ثوابت کوپلینگ بین کشش عرضی و برش  $a$  و  $b$  می‌باشند. لادووز برای محاسبه‌ی این پارامترها دو تست کشش برای کامپوزیت با لایه‌چینی‌های  $[\pm 45]_s$  و  $[\pm 67/5]_s$  را پیشنهاد کرد [۷]. در  $[\pm 45]_s$ ، به دلیل کوچک بودن تنش در راستای عرضی  $(\sigma_{22})$ ، می‌توان بارگذاری را برش خالص فرض نمود. در این حالت وقوع آسیب تنها در اثر برش رخ می‌دهد. با رسم نمودار تنش برشی بر حسب کرنش برشی  $(\sigma_{12} - \varepsilon_{12})$  و باربرداری‌های متوالی مانند شکل ۱ می‌توان نمودار خرابی برشی  $(d_6)$  بر حسب پارامتر  $\sqrt{\bar{Y}}$  را رسم کرد در این نمودار شیب منحنی همان  $1/\sqrt{Y'_C}$  است و عرض از مبدا نمودار  $1/\sqrt{Y'_0}$  است. بدین ترتیب پارامترهای  $Y_0$  و  $Y_C$  محاسبه می‌شوند. در شکل ۲ نمودار شماتیک رشد خرابی برشی نشان داده شده است.



شکل ۱ نمودار تنش برشی بر حسب کرنش برشی برای چندلایه‌ی  $[\pm 45]_s$  کربن/اپوکسی [۱۰]



شکل ۲ نمودار شماتیک رشد خرابی برشی [۷]

پایه مشتق‌گیری از رابطه کرنش کل به عنوان حاصل جمع کرنش الاستیک با کرنش غیرالاستیک، تعریف گردید.

$$\epsilon^t = \epsilon^E + \epsilon^P \quad (18)$$

با فرض عدم پیشرفت خرابی در بارهای فشاری و حذف روابط  $\langle \dot{\sigma}_{11} \rangle_-$  و با ادغام روابط (1) و (12) سه معادله اصلی ذیل به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{11} &= \frac{\dot{\sigma}_{11}}{E_1} + \frac{v_{12}^0}{E_1} \dot{\sigma}_{22} \\ \dot{\epsilon}_{22} &= \frac{\dot{\sigma}_{22}}{E_2} - \frac{v_{12}^0}{E_2} \dot{\sigma}_{11} + \frac{\dot{p}a^2 \bar{\sigma}_{22}}{(R(p) + R_0)} \\ \dot{\epsilon}_{12} &= \frac{\dot{\sigma}_{12}}{2G_{12}} + \frac{\dot{p} \bar{\sigma}_{12}}{2(R(p) + R_0)} \end{aligned} \quad (19)$$

که مولفه‌های  $\dot{\sigma}$  از روابط (20) محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{11} &= \frac{\langle \dot{\sigma}_{11} \rangle_+}{E_1^0(1-d_1)} + \dot{d}_1 \frac{\langle \sigma_{11} \rangle_+}{E_1^0(1-d_1)^2} \\ \dot{\sigma}_{22} &= \frac{\langle \dot{\sigma}_{22} \rangle_+}{E_2^0(1-d_2)} + \dot{d}_2 \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+}{E_2^0(1-d_2)^2} \\ \dot{\sigma}_{12} &= \frac{\dot{\sigma}_{12}}{2G_{12}^0(1-d_6)} + \dot{d}_6 \frac{\sigma_{12}}{2G_{12}^0(1-d_6)^2} \end{aligned} \quad (20)$$

$\dot{d}$  و  $\dot{Y}$  به ترتیب از روابط (21) و (22) محاسبه می‌شوند.

$$\dot{d}_2 = \frac{\dot{Y}_6}{2\sqrt{(Y_6 + bY_2)Y'_c}} + \frac{b\dot{Y}_2}{2\sqrt{(Y_6 + bY_2)Y'_c}} \quad (21)$$

$$\dot{d}_6 = \frac{\dot{Y}_6}{2\sqrt{(Y_6 + bY_2)Y'_c}} + \frac{b\dot{Y}_2}{2\sqrt{(Y_6 + bY_2)Y'_c}}$$

$$\dot{Y}_2 = \frac{1}{E_2^0(1-d_2)} \left[ \frac{\sigma_{22} \dot{\sigma}_{22}}{(1-d_2)} + \frac{\dot{d}_2 \sigma_{22}^2}{(1-d_2)^2} \right] \quad (22)$$

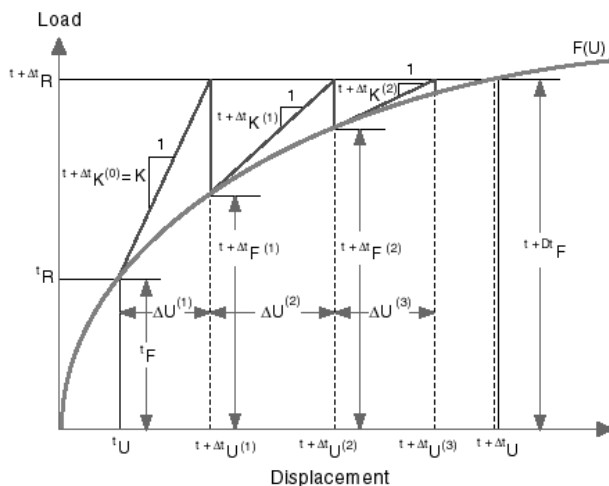
$$\dot{Y}_6 = \frac{1}{G_{12}^0(1-d_6)} \left[ \frac{\sigma_{12} \dot{\sigma}_{12}}{(1-d_6)} + \frac{\dot{d}_6 \sigma_{12}^2}{(1-d_6)^2} \right]$$

پس از قرار دادن روابط (13)، (20)، (21) و (22) در رابطه‌ی (19)، سه معادله بر اساس تنش نسبت به  $\dot{\epsilon}$  قابل حل خواهد بود. شیب معادلات به دست آمده، مدول تانژانت معادله‌ی ساختاری حاضر خواهد بود. رابطه‌ی نهایی بدست آمده که ارتباط‌دهنده‌ی نرخ تغییرات تنش به نرخ تغییرات کرنش است، به صورت صریح و تابعی از کرنش لحظه‌ای و نرخ تغییرات کرنش و پارامترهای خرابی خواهد بود. با توجه به حجیم بودن رابطه‌ی صریح بدست آمده، ارائه‌ی آن در این نوشتار امکان‌پذیر نمی‌باشد.

### 3-1- روندنمای زیربرنامه‌ی مدل مادی

برنامه‌ی پیاده‌شده در زیربرنامه UMAT از منطق نشان داده شده در روندنمای شکل 5 برای حل مسئله استفاده می‌کند. همانطور که از شکل 5 مشاهده می‌شود، منطق برنامه به‌گونه‌ایست که در صورت باربرداری هیچ‌کدام از پارامترهای خرابی و کرنش‌های ماندگار به‌روز نمی‌شوند و تنش در افزایش بعد از مدول سکانت محاسبه می‌شود و در هنگام بارگذاری، رشد تنش با استفاده از مدول‌های مماسی صورت می‌گیرد و پس از آن پارامترهای خرابی و کرنش‌های ماندگار به‌روز شده و مساله وارد افزایش بعدی می‌شود. برای بررسی صحت کد نوشته شده، منحنی تنش عرضی ( $\sigma_{22}$ ) بر حسب کرنش

سفتی سکانت هر نقطه شیب خط واصل آن نقطه به مرجع مختصات است. پیاده‌سازی این روش ساده‌تر از روش‌های دیگر است، اما برای همگرایی به گام‌های کوچکتر و بیشتری نیاز دارد. بنابراین همگرایی این روش خیلی آهسته است و هزینه محاسباتی زیادی را تحمیل می‌نماید. جنبه‌ی مثبت دیگر این روش هزینه محاسباتی کم آن به ازای هر تکرار است. روش دیگر استفاده از الگوریتم حل معادلات غیر خطی به روش نیوتن-رافسون است. سفتی به دست آمده با این روش در حل مسائل اجزای محدود به سفتی مماسی معروف است. این سفتی شیب خط مماس به منحنی در هر نقطه است. شکل 4 به صورت شماتیک این روش را نشان می‌دهد.



شکل 4 شکل شماتیک روش نیوتن رافسون [15]

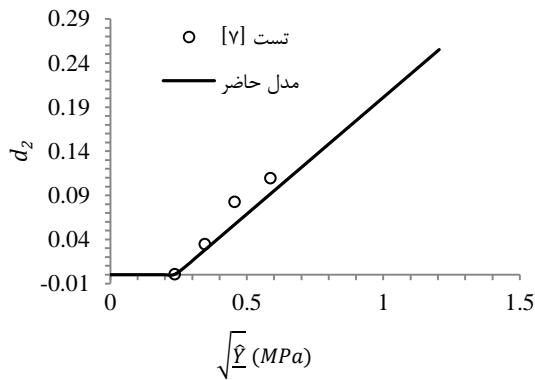
سرعت و دقت همگرایی این روش به مراتب از روش قبل بهتر است. مشکل این روش هزینه محاسباتی زیاد به ازای هر تکرار است که بعضاً استفاده از آن را دشوار و در پاره‌ای از مسائل ناممکن می‌کند. در ادبیات موجود پیاده‌سازی عددی روش لادووز به ندرت دیده شده است. لذا یکی از نوآوری‌هایی که در این مقاله به آن پرداخته شده است پیاده‌سازی عددی روش لادووز در نرم‌افزار المان محدود است. در همین راستا نیاز است تا ماتریس‌های سفتی این مدل بدست آید. با استفاده از ترکیب روابط (1) و (2)، سفتی سکانت در این مدل از رابطه (16) بدست می‌آید.

$$E_{sec} = \begin{bmatrix} \frac{(1-d_1)E_1^0}{Q} & \frac{(1-d_2)v_{12}^0 E_1^0 E_2^0}{Q} & 0 \\ \frac{(1-d_2)v_{12}^0 E_1^0 E_2^0}{Q} & \frac{(1-d_2)E_1^0 E_2^0}{Q} & 0 \\ 0 & 0 & (1-d_6)E_{12}^0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

که در آن، Q به صورت (17) تعریف می‌شود.

$$Q = E_2^0 \times v_{12}^0 \times 2 \times (d_2 - 1) + E_1^0 \quad (17)$$

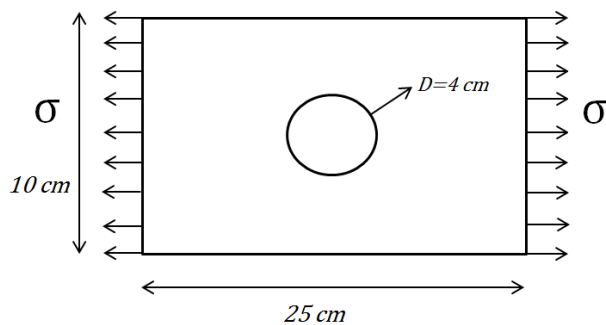
در مدل لادووز کرنش الاستیک و غیرالاستیک از هم جدا شده‌اند. این کار باعث ساده‌تر شدن این روش شده است؛ اما محاسبه‌ی مدول سفتی تانژانت را بسیار دشوار می‌کند. لادووز در مرجع [7] برای حالت ساده‌ای از چندلایه‌ی  $[\pm 45]_s$  رابطه‌ی مستقیمی که از روی آن بتوان مدول تانژانت را برای این حالت خاص بدست آورد، ارائه کرده است. ولی مشکل آنجاست که در این رابطه با فرض غالب بودن کرنش برشی در مساله ( $\sigma_{22} \ll \sigma_{11}$ ) بدست آمده، لذا آن را برای چندلایه‌های دیگر بلااستفاده می‌نماید. محاسبه‌ی مدول تانژانت کلی، با الهام‌گیری از مدول تانژانت چندلایه‌ی  $[\pm 45]_s$  بر



شکل ۷ نمودار خرابی عرضی ( $d_2$ ) بر حسب پارامتر  $\sqrt{\bar{\sigma}}$  برای لایه چینی  $s_{\pm 67/5}$

#### ۴- تعریف مساله

مساله‌ی مورد بررسی، تحلیل چندلایه‌ی کامپوزیتی با سوراخ مرکزی تحت بارگذاری کششی بر مبنای مدل خرابی لادووز است. شکل ۸ هندسه و بارگذاری مسئله‌ی مورد بررسی را نشان می‌دهد. نتایج حاصل از تحلیل عددی باید شامل چگونگی رشد و گسترش کانتورهای خرابی، کانتور تنش، کانتور کرنش ماندگار، مقایسه‌ی پارامترهای خرابی و کرنش‌های ماندگار و آنالیز حساسیت بر اندازه سوراخ باشد.



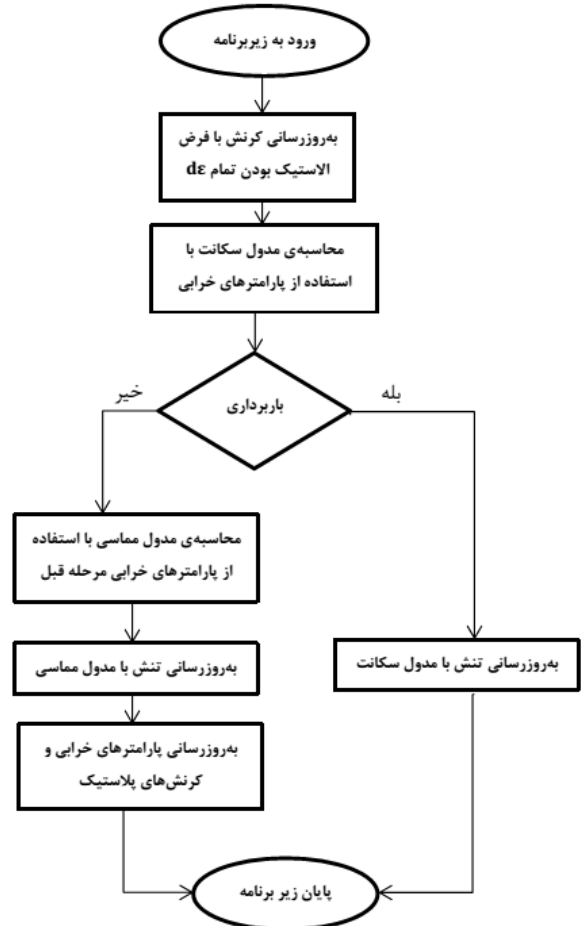
شکل ۸ چندلایه‌ی دارای سوراخ مرکزی تحت بار کششی

صفحات کامپوزیتی از جنس کربن/اپوکسی (IM6/914) دارای لایه‌چینی‌های  $[0.9/90.9/0.9]_s$ ،  $[0.9/90.9]_s$ ،  $[0.9/90.9/0.9]_s$  و  $[45.7/45.7]_s$  می‌باشند. خواص مکانیکی و پارامترهای خرابی IM6/914 در جدول ۱ نشان داده شده است.

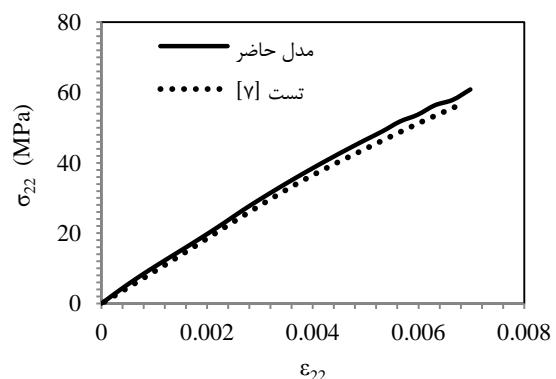
#### ۵- انتخاب روش

برای بررسی شروع و گسترش آسیب در چندلایه‌های کامپوزیتی مذکور روش مکانیک خرابی محیط پیوسته‌ی تشریح شده در این مقاله استفاده خواهد شد. حسن این روش نسبت به روش‌های آسیب اولین لایه<sup>۱</sup> مثل روش تسای-وو یا هشین [۱۶]، دقت آن در شروع و گسترش آسیب می‌باشد؛ چنانچه در روش‌های مذکور کاهش سفتی المان به صورت ناگهانی اعمال شده و فقط با مقادیر صفر و یک تعریف می‌شود، حال آنکه در روش مکانیک خرابی محیط پیوسته‌ی مورد استفاده پارامتر آسیب از مقدار صفر به صورت پیوسته رشد کرده و اثرات کاهش سفتی به خوبی دیده می‌شود.

عرضی ( $\epsilon_{22}$ ) و همچنین منحنی خرابی عرضی ( $d_2$ ) بر حسب پارامتر  $\sqrt{\bar{\sigma}}$  برای لایه‌چینی  $s_{\pm 67/5}$  رسم شده و با نمودارهای تجربی گزارش شده در مرجع [۷] مقایسه شدند. شکل ۶ و شکل ۷ نتایج این مقایسه را نشان می‌دهد که بیانگر صحت کد نوشته شده می‌باشد.



شکل ۹ روندنمای زیر برنامه مدل مادی

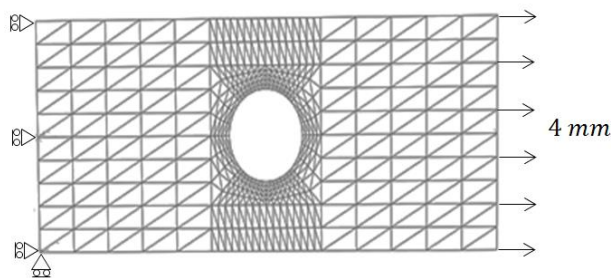


شکل ۶ نمودار تنش عرضی بر حسب کرنش عرضی برای لایه چینی  $s_{\pm 67/5}$

بیشترین خطا بین داده‌های تجربی و مدل حاضر در شکل ۶، ۴/۸ درصد و در شکل ۷، ۳۱ درصد است که این خطا مربوط به سومین نقطه از نقاط مربوط به نتایج تجربی است که در شکل ۷ قابل مشاهده است.

1. First Ply Failure (FPF)

المان‌ها از نوع المان سه گرهی پوسته STRI3 انتخاب شدند. علت انتخاب این نوع المان، رفتار تنش صفحه‌ای آن به عنوان المانی دو بعدی می باشد، در حالیکه المان‌های چهاروجهی به این گونه نبوده و مدول‌های برشی خارج صفحه‌ای در رابطه‌ی ساختاری آن ظاهر می‌شوند. با توجه به اینکه مدل لادوز برای حالت تنش صفحه‌ای توسعه داده شده و کد توسعه یافته برای خواص ماده در شرایط تنش صفحه‌ای برقرار است، این المان برای حل مساله موردنظر مناسب می‌باشد. خواص مکانیکی ماده در قالب زیربرنامه UMAT وارد نرم‌افزار شده است و بارگذاری به صورت اعمال جابه‌جایی مشخص به مرزها انجام شده است؛ بدین ترتیب که مطابق شکل ۱۰، نمونه از یک طرف تحت جابه‌جایی به اندازه‌ی ۴ mm قرار می‌گیرد. در سمت دیگر نمونه در راستای اعمال جابه‌جایی مقید شده و در یک گره‌ی گوشه‌ای در راستای عمود بر جابه‌جایی اعمال شده مقید می‌شود تا از چرخش مدل جلوگیری شود.



شکل ۱۰ هندسه‌ی نمونه‌ی المان‌بندی‌شده و شرایط مرزی

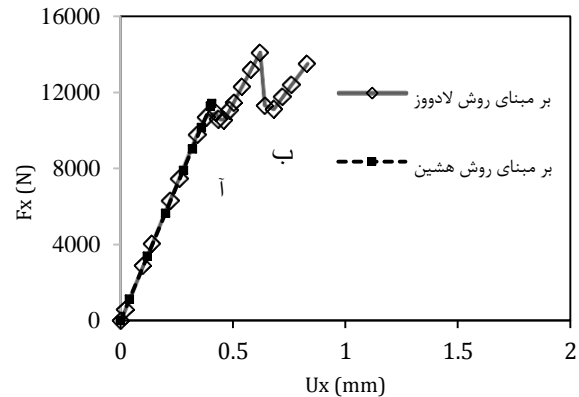
### ۷- نتایج حل

نتایج حاصل از تحلیل عددی شامل چگونگی رشد و گسترش پارامترهای خرابی، کرنش‌های ماندگار و کانتور تنش می‌باشد که در ادامه برای لایه چینی‌های مختلف ارائه می‌شود. علاوه بر این، آنالیز حساسیت نسبت به اندازه سوراخ نیز انجام شده و تاثیر اندازه‌ی سوراخ بر خواص چندلایه و همچنین تاثیر تغییر پارامتر a بر اندازه‌ی کرنش‌های ماندگار مورد بررسی قرار گرفته است.

#### ۷-۱- لایه چینی [۰/۲/۹۰/۲]

مطابق انتظار در این لایه‌چینی، لایه‌های صفر درجه تا رسیدن به تنش نهایی، خرابی در راستای عرضی و برشی را تجربه نمی‌کنند و بعد از رسیدن تنش در این لایه به تنش نهایی و شکست الیاف،  $d_1$  برابر یک شده و در نتیجه سایر پارامترهای خرابی همگی به صورت ناگهانی به یک می‌رسند و لایه‌ی صفر درجه به طور کامل گسیخته می‌شود. در لایه‌های ۹۰ درجه نیز با توجه به اینکه تنش در راستای عمود بر الیاف مقادیر قابل توجهی را تجربه می‌کند، قبل از رسیدن به بار نهایی  $d_2$  و  $d_6$  مقادیر غیر صفر را تجربه کرده و با رسیدن تنش عرضی در این لایه به مقدار تنش نهایی پارامترهای خرابی به صورت ناگهانی مقدار ۱ را تجربه می‌کنند. علت اینکه تنش لایه‌ی ۹۰ درجه ناگهان به مقدار نهایی خود می‌رسد این است که با رسیدن تنش لایه‌ی صفر درجه به مقدار ماکزیمم خود، عملاً این لایه باربری خود را از دست داده و تمام بار را لایه‌های ۹۰ درجه تحمل می‌کنند. در این لحظه بلافاصله تنش عرضی لایه‌ی ۹۰ درجه به مقدار نهایی خود می‌رسد و پارامترهای خرابی  $d_2$  و  $d_6$  برای لایه‌های ۹۰ درجه یک می‌شوند. شکل ۱۱ و شکل ۱۲ موید این نکته است. در مورد کرنش‌های ماندگار نیز وضعیت مشابهی به وجود می‌آید.

این تفاوت در رفتار پس از شروع آسیب به خوبی در شکل ۹ نشان داده شده است.



شکل ۹ مقایسه نمودار بار-جابجایی روش‌های لادوز و هشین برای چندلایه [۰/۲/۹۰/۲]<sub>s</sub> سوراخ دار

چنانچه در شکل ۹ مشاهده می‌شود معیار هشین پس از شروع آسیب در اولین المان لایه صفر درجه به شدت با مشکل همگرایی مواجه می‌شود و در عمل مشاهده رفتار پس از آسیب را ناممکن می‌سازد. اما در واقعیت به علت روش تحلیل که کنترل جابه‌جایی می‌باشد، پس از شروع آسیب هم سازه ظرفیت باربری خود را حفظ می‌کند؛ این در حالی است که روش مکانیک محیط پیوسته پس از شروع آسیب هم رفتار چندلایه را به درستی بیان می‌کند. از مقایسه شکل ۹ و شکل ۱۶ کاهش باربری پس از لحظه‌ی گسترش خرابی (در نقطه ی آ)، افزایش تدریجی بار تا رسیدن به سطح تنش آسیب در المان‌های مجاور ناحیه آسیب دیده (نقطه ی ب) و در نهایت گسترش خرابی و گسیختگی چندلایه به خوبی دیده می‌شود.

حسن دیگر این روش نسبت به روش‌های FPF جداسازی مکانیزم‌های آسیب به سه مورد آسیب در راستای الیاف، عمود بر الیاف و در جهت برش و بررسی توأمان آن‌ها با قابلیت مقایسه رشد آسیب در هر مکانیزم است. با توجه به تمامی جوانب استفاده از روش محیط پیوسته گزینه مناسبی برای بررسی آسیب در چندلایه‌های کامپوزیتی جمع‌بندی می‌شود.

جدول ۱ خواص مکانیکی و پارامترهای خرابی کرن/اپوکسی [۷]

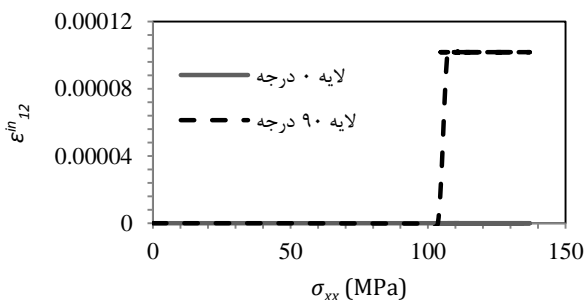
$E_1^0, GPa$	$E_2^0, GPa$	$G_{12}^0, GPa$	$\nu_{12}$	$s_{uf}, MPa$
۱۷۰	۱۰/۸	۵/۸	۰/۳۴	۱۰۰۰
$Y_C, MPa$	$Y_0, MPa$	$Y_C, MPa$	$Y_0, MPa$	$Y_2^0, MPa$
۱۴/۲۹	۰/۰۵۷۶	۷/۶۷۳	۰/۰۲۲۵	۰/۴۹
$R_0$	$\alpha$	$\beta$	$a^2$	$b$
۲۲/۲۹	۰/۴۲۳۶	۷۲۰	۱	۵/۲

### ۶- مدل‌سازی اجزا محدود

برای مدل‌سازی اجزا محدود مساله از نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است. شکل ۱۰ هندسه‌ی نمونه‌ی المان‌بندی‌شده را نشان می‌دهد. در این مساله

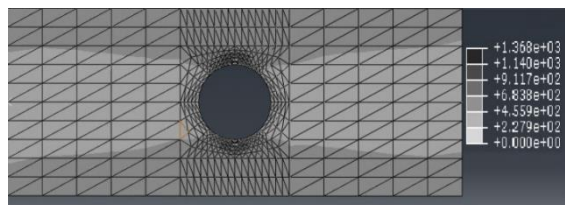
1. Displacement control



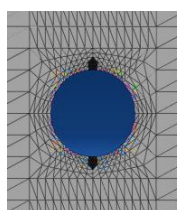


شکل ۱۴ نمودار کرنش ماندگار برشی بر حسب بار اعمالی برای  $[0_2/90_2]_S$

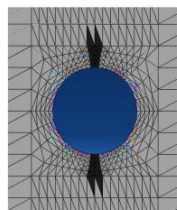
در ادامه شکل ۱۵ و شکل ۱۶، نمونه‌ای از وضعیت توزیع تنش در اطراف سوراخ در لایه‌ی صفر درجه و چگونگی رشد پارامتر خرابی  $d_2$  برای لایه‌ی ۹۰ درجه را نشان می‌دهد. وجود تمرکز تنش در اطراف سوراخ که منجر به شروع خرابی از این نواحی می‌شود کاملاً مشخص است.



شکل ۱۵ کانتور تنش در لایه‌ی صفر درجه برای  $[0_2/90_2]_S$



(ا)



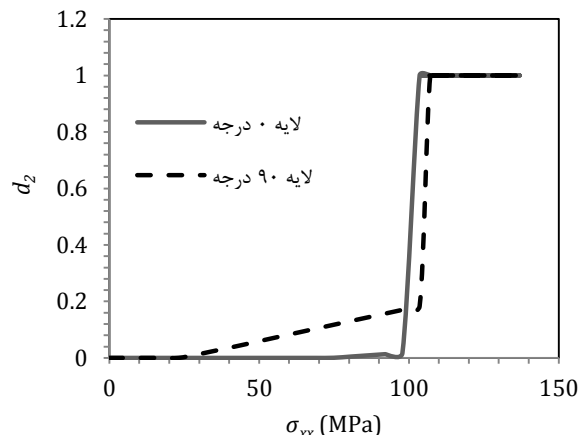
(ب)

شکل ۱۶ کانتور پارامتر خرابی  $d_2$  برای لایه‌ی ۹۰ درجه در  $[0_2/90_2]_S$  (آ) شروع خرابی (ب) پس از گسترش خرابی

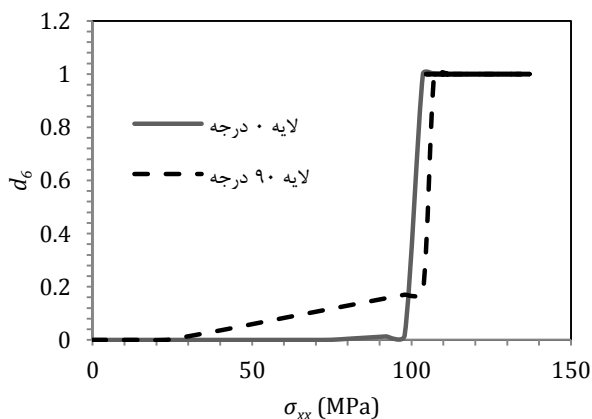
### ۷-۲- لایه چینی $[0/90/0/90]_S$

این لایه‌چینی نیز رفتاری مشابه لایه‌چینی  $[0_2/90_2]_S$  از خود نشان می‌دهد. شکل ۱۷ و شکل ۱۸ نحوه‌ی رشد پارامترهای خرابی و شکل ۱۹ و شکل ۲۰ نحوه‌ی رشد کرنش‌های ماندگار را نشان می‌دهد. دلایل مطرح شده در مورد علت نحوه‌ی رشد پارامترهای خرابی و کرنش‌های ماندگار برای لایه‌چینی  $[0_2/90_2]_S$  برای این لایه چینی نیز قابل تعمیم است. علت تشابه رفتار لایه‌چینی  $[0_2/90_2]_S$  و  $[0/90/0/90]_S$  این است که مدل لادوز قادر به وارد کردن اثرات تنش‌های بین‌لایه‌ای و اثرات لبه نیست؛ در نتیجه تاثیر ترتیب چیدمان لایه‌ها تفاوتی در رفتار دو چندلایه بوجود نمی‌آورد. همچنین از

مطابق شکل ۱۳ و شکل ۱۴ در لایه‌های صفر درجه به دلیل کوچک بودن تنش در راستای عرضی و برشی، کرنش ماندگاری به وجود نمی‌آید.

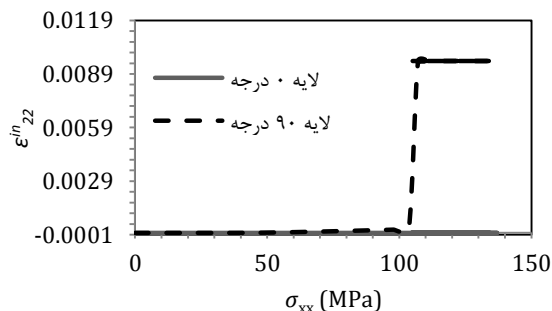


شکل ۱۱ نمودار  $d_2$  بر حسب تنش اعمالی برای  $[0_2/90_2]_S$

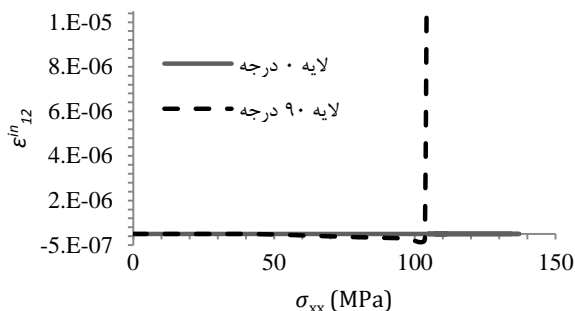


شکل ۱۲ نمودار  $d_6$  بر حسب تنش اعمالی برای  $[0_2/90_2]_S$

در لایه‌های ۹۰ درجه نیز تنش‌های راستای عرضی و و برشی در حدی نیستند که کرنش ماندگار قابل ملاحظه‌ای ایجاد کنند. مطابق ، تا زمانیکه لایه‌ی صفر درجه باربرداری خود را از دست نداده و تمام بارها به لایه ۹۰ درجه نمی‌رسد کرنش‌های ماندگار بسیار کوچکی در لایه‌ی ۹۰ درجه مشاهده می‌شود. با تخریب ناگهانی لایه‌ی صفر درجه و در نتیجه‌ی آن در آستانه‌ی تخریب قرار گرفتن لایه‌ی ۹۰ درجه، به صورت ناگهانی کرنش‌های ماندگار بزرگی در این لایه بوجود می‌آید که این همزمان با تخریب این لایه است.

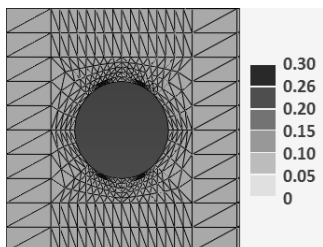


شکل ۱۳ نمودار کرنش ماندگار عرضی بر حسب بار اعمالی برای  $[0_2/90_2]_S$



شکل ۲۰ نمودار کرنش ماندگار برشی بر حسب بار اعمالی برای  $s_{[0/90/0/90]}$

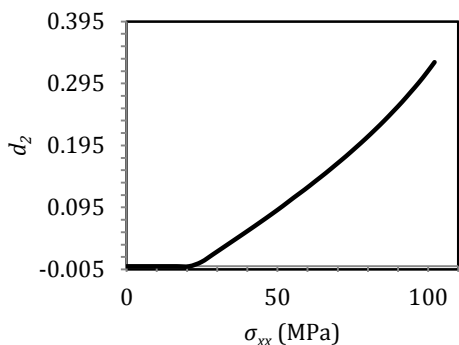
شکل ۲۱، چگونگی رشد پارامتر خرابی  $d_6$  برای لایه‌ی ۹۰ درجه را نشان می‌دهد. وجود تمرکز تنش در اطراف سوراخ و شروع خرابی از این نواحی در این شکل‌ها نیز مشهود است.



شکل ۲۱ کانتور پارامتر خرابی  $d_6$  در لایه‌ی ۹۰ درجه قبل از تخریب ناگهانی لایه‌ی صفر درجه برای  $s_{[0/90/0/90]}$

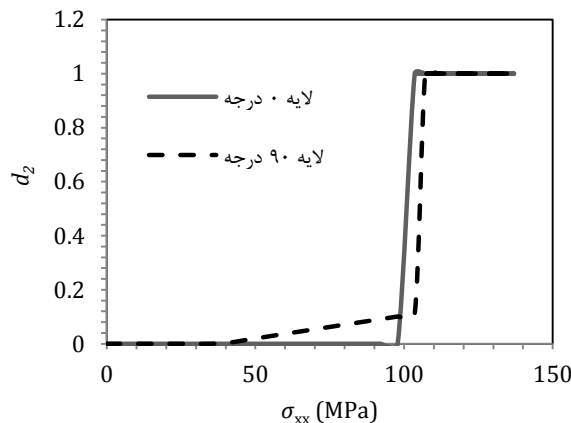
### ۷-۳- لایه چینی $s_{[45_2/-45_2]}$

در این لایه‌چینی به دلیل غالب بودن موده‌های برشی انتظار می‌رود که رشد خرابی و کرنش‌های ماندگار شدیدتر از لایه‌چینی‌های قبل اتفاق بیفتد. برخلاف لایه‌چینی‌های متعامد که در آن رشد اندک پارامترهای خرابی و پلاستیسیته تا لحظه‌ی تخریب لایه‌های صفر درجه و رشد ناگهانی این پارامترها بعد از تخریب لایه‌ی صفر درجه در همه‌ی لایه مشهود است، در لایه چینی  $s_{[45_2/-45_2]}$  مشاهده می‌شود که پارامترهای خرابی و کرنش‌های ماندگار رشدی تدریجی و یکنواخت داشته‌اند و مقادیر این پارامترها در تنش‌های اعمالی برابر با لایه‌چینی‌های متعامد، بزرگتر است. شکل ۲۲ و شکل ۲۳ به ترتیب نمودارهای پارامترهای خرابی  $d_2$  و  $d_6$  برای لایه‌ی ۴۵ درجه را نشان می‌دهد (لایه‌های ۴۵ درجه و -۴۵ درجه رفتاری مشابه از خود نشان می‌دهند).

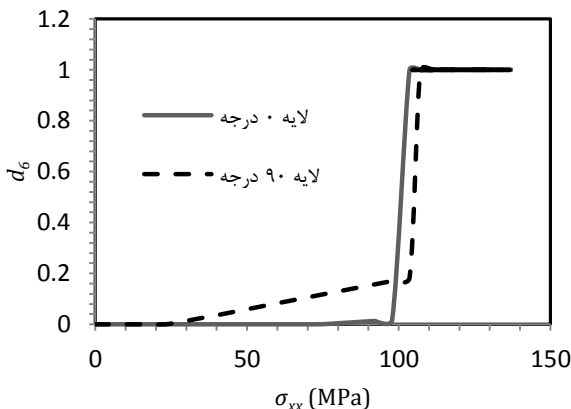


شکل ۲۲ نمودار  $d_2$  بر حسب تنش اعمالی برای  $s_{[45_2/-45_2]}$

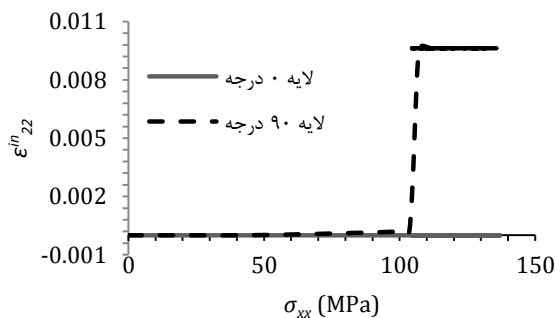
آنجایکه مدل لادووز مدلی نقطه‌ای<sup>۱</sup> محسوب می‌شود و صرفاً وضعیت تنش در هر نقطه برای آن ملاک محاسبه‌ی پارامترهای آسیب است، این مدل نمی‌تواند تفاوتی بین این دو لایه‌چینی قائل شود؛ در واقعیت، قرار گرفتن لایه‌های مشابه در کنار هم باعث ایجاد سطوح ترک و نرخ رهایی انرژی بزرگتر و در نتیجه رشد سریع‌تر ترک می‌شود و مدل لادووز قادر به در نظر گرفتن این موضوع نیست.



شکل ۱۷ نمودار  $d_2$  بر حسب تنش اعمالی برای  $s_{[0/90/0/90]}$



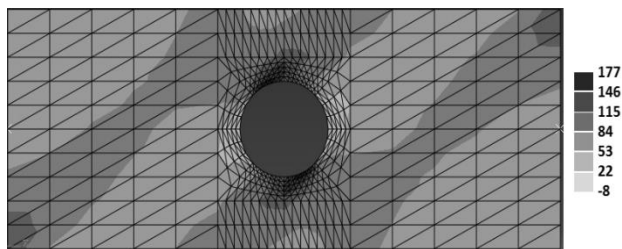
شکل ۱۸ نمودار  $d_6$  بر حسب تنش اعمالی برای  $s_{[0/90/0/90]}$



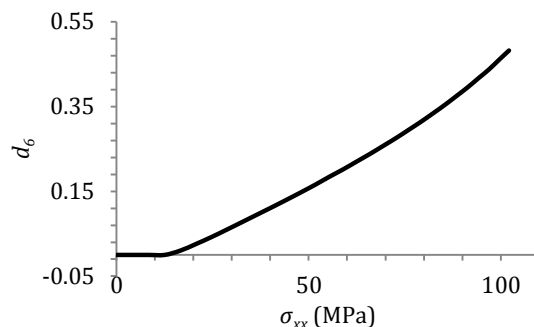
شکل ۱۹ نمودار کرنش ماندگار عرضی بر حسب بار اعمالی برای  $s_{[0/90/0/90]}$

1. Point wise



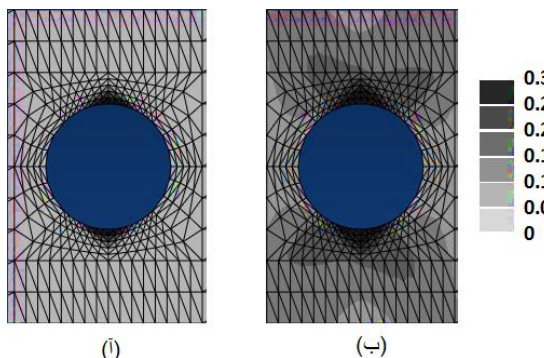


شکل ۲۶ کانتور تنش در لایه‌ی ۴۵ درجه برای  $s_{45^\circ/45^\circ}$

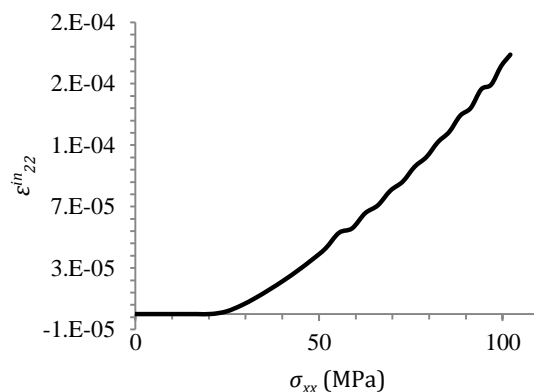


شکل ۲۳ نمودار  $d_6$  بر حسب تنش اعمالی برای  $s_{45^\circ/45^\circ}$

مطابق این شکل‌ها هر دو پارامتر خرابی در ابتدا مقدار صفر را تجربه می‌کنند و با رسیدن  $\bar{Y}$  به مقادیر بحرانی خود در راستای عرضی و برشی،  $d_2$  و  $d_6$  به تدریج رشد کرده و مقادیر غیر صفر را تجربه می‌کنند. شکل ۲۴ و شکل ۲۵ نیز نمودار کرنش‌های ماندگار عرضی و برشی را نشان می‌دهند. رشد تدریجی و یکنواخت کرنش‌های ماندگار نیز در این شکل‌ها بوضوح قابل مشاهده است.

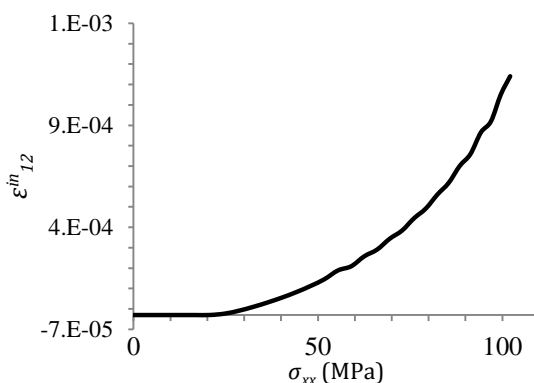


شکل ۲۷ کانتور پارامتر خرابی  $d_2$  برای لایه‌ی ۴۵ درجه (آ شروع خرابی (ب) پس از گسترش خرابی برای  $s_{45^\circ/45^\circ}$ )

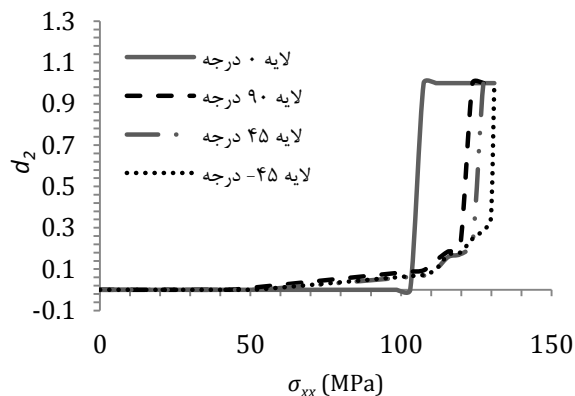


شکل ۲۴ نمودار کرنش ماندگار عرضی بر حسب بار اعمالی برای  $s_{45^\circ/45^\circ}$

۴-۷- لایه چینی  $s_{0/90/45/-45}$   
در این لایه چینی تا قبل از رسیدن تنش در لایه‌ی صفر درجه به مقدار نهایی خود، تمام پارامترهای خرابی برای لایه‌ی صفر درجه، صفر هستند و برای بقیه‌ی لایه‌ها پارامترهای خرابی، رشد با نرخ نزدیک به هم را تجربه می‌کنند. بعد از شکست لایه‌ی صفر مابقی لایه‌ها افزایش بار ناگهانی را تجربه می‌کنند و این منجر به رشد پارامترهای خرابی با نرخ بالاتری می‌شود. شکل ۲۸ و شکل ۲۹ مویید این نکته است. این نکته بیانگر آن است که بعد از شکست الیاف در لایه‌ی صفر درجه، چندلایه همچنان باربری خود را حفظ می‌کند که با توجه به اینکه بارگذاری از نوع کنترل جابه‌جایی است این موضوع قابل قبول و منطقی به نظر می‌رسد. در ادامه و با رسیدن  $\bar{Y}_2$  به  $\bar{Y}_2^C$ ،  $d_6$  و  $d_2$  برای لایه ۹۰ درجه یک شده و در ادامه همین اتفاق برای لایه‌های ۴۵ و ۴۵- می‌افتد و خرابی کامل چندلایه حاصل می‌شود.

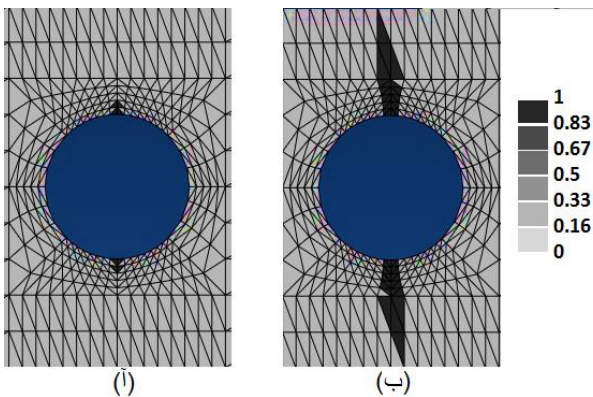


شکل ۲۵ نمودار کرنش ماندگار برشی بر حسب بار اعمالی برای  $s_{45^\circ/45^\circ}$

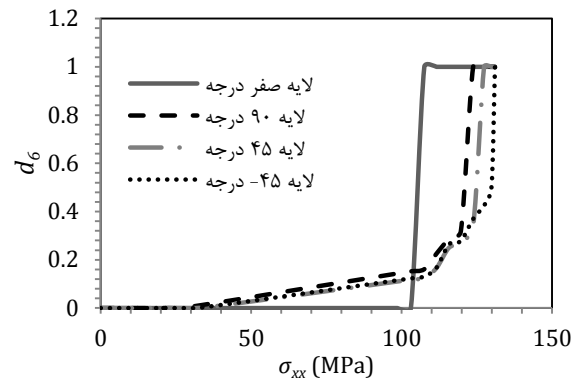


شکل ۲۸ نمودار  $d_2$  بر حسب تنش اعمالی برای  $s_{0/90/45/-45}$

شکل ۲۶ و شکل ۲۷، به ترتیب نشان‌دهنده‌ی نحوه‌ی توزیع تنش در اطراف سوراخ در لایه‌ی ۴۵ درجه و چگونگی گسترش پارامتر خرابی  $d_2$  در این لایه‌ی است.



شکل ۲۲ کانطور پارمتر خرابی  $d_2$  برای لایه‌ی ۴۵- درجه (آ) شروع خرابی (ب) در لحظه‌ی شکست برای  $[0/90/45/-45]_s$

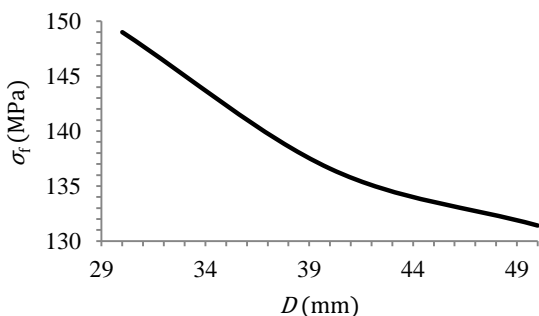


شکل ۲۹ نمودار  $d_6$  بر حسب تنش اعمالی برای  $[0/90/45/-45]_s$

#### ۷-۵- آنالیز حساسیت به قطر سوراخ

تغییر قطر سوراخ می‌تواند با تاثیر روی مقدار ضریب تمرکز تنش منجر به تغییر اندازه‌ی تنش‌ها در اطراف سوراخ و در نتیجه تغییر استحکام نهایی قطعه ( $\sigma_f$ ) شود. منظور از استحکام، بیشینه بار اعمالی به سطح مقطع در قسمت بدون سوراخ است. بار بیشینه نیز برابر با اندازه نیروی کششی اعمالی در قله‌ی نمودار نیرو - جابه‌جایی کلی است. برای بررسی این موضوع آنالیز حساسیت بر روی قطر سوراخ انجام شده است. شکل ۳۳ نمودار استحکام چندلایه‌ی  $[0/90/45/-45]_s$  را بر حسب افزایش قطر سوراخ نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که با افزایش قطر سوراخ استحکام چندلایه کاهش می‌یابد. این موضوع می‌تواند به دلیل بیش‌تر شدن تمرکز تنش در اطراف سوراخ با افزایش قطر سوراخ و کاهش سطح مقطع در محل سوراخ باشد. شکل ۳۴ تغییرات ضریب تمرکز تنش را با تغییر قطر سوراخ نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که با افزایش قطر سوراخ ضریب تمرکز تنش افزایش می‌یابد. در این نمودار ضریب تمرکز تنش به صورت نسبت تنش در اطراف سوراخ در لایه‌ی صفر درجه به تنش اعمالی تعریف می‌شود (رابطه ۱۶).

$$k = \frac{\text{حداکثر تنش در مرز سوراخ}}{\text{تنش دوردست}} \quad (16)$$

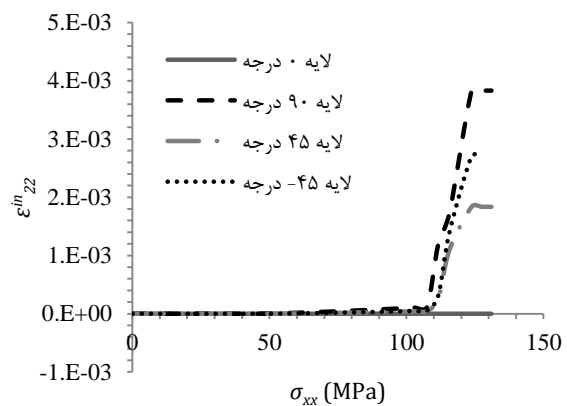


شکل ۳۳ نمودار استحکام بر حسب قطر سوراخ

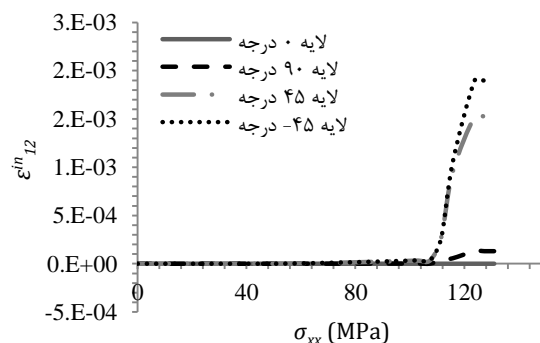
#### ۷-۶- آنالیز حساسیت به پارامتر a

پارامتر a ضریبی است که در معادله‌ی سطح ماندگار، تاثیر تنش عرضی را مشخص می‌کند. در این قسمت آنالیز حساسیت نسبت به این پارامتر انجام شده و تاثیر تغییر این پارامتر بر اندازه‌ی کرنش‌های ماندگار بررسی شده‌است.

شکل ۳۰ و شکل ۳۱ نیز نمودار رشد کرنش‌های ماندگار عرضی و برشی را بر حسب تنش اعمالی نشان می‌دهد. مطابق این شکل‌ها نیز مشخص است که در بارهایی که در آن لایه‌ی صفر درجه هنوز باربری دارد، کرنش‌های ماندگار بسیار ناچیزی در سایر لایه‌ها وجود می‌آید و بعد از تخریب لایه‌ی صفر درجه، رشد سریع کرنش‌های ماندگار در بقیه‌ی لایه‌ها را می‌توان مشاهده کرد.



شکل ۳۰ نمودار کرنش ماندگار عرضی بر حسب بار اعمالی برای  $[0/90/45/-45]_s$



شکل ۳۱ نمودار کرنش ماندگار برشی بر حسب بار اعمالی برای  $[0/90/45/-45]_s$

شکل ۳۲ نحوه‌ی رشد پارامتر خرابی  $d_2$  برای لایه‌ی ۴۵- درجه را نشان می‌دهد. وجود تمرکز تنش در اطراف سوراخ که علت اصلی شروع خرابی‌ها و کرنش‌های ماندگار از این نواحی هستند در این شکل‌ها قابل مشاهده است.

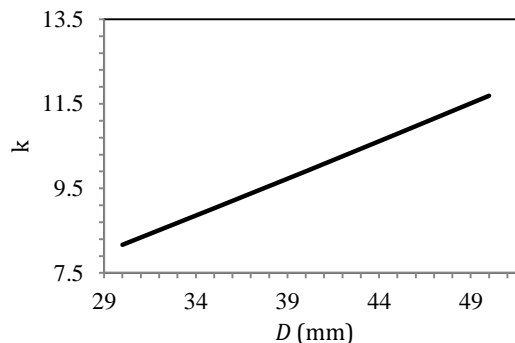
۸- نتیجه‌گیری

در این تحقیق یک چندلایه‌ی کامپوزیتی دارای سوراخ مرکزی، با استفاده از مدل خرابی لادووز مورد تحلیل قرار گرفت. تحلیل خرابی برای چهار لایه‌چینی  $[0_2/90_2]_s$ ،  $[0_2/90/0/90]_s$ ،  $[45_2/0/90/0/90]_s$  و  $[45_2/0/90/0/90]_s$  انجام شده و نحوه‌ی رشد و گسترش پارامترهای خرابی و کرنش‌های ماندگار ارائه و مورد بحث قرار گرفتند. بررسی‌های انجام‌گرفته نشان داد که در چندلایه  $[0_2/90_2]_s$  تا قبل از رسیدن لایه‌ی صفر درجه به بار نهایی، در لایه‌ی صفر درجه خرابی بوجود نمی‌آید و در لایه‌ی در ۹۰ درجه خرابی با نرخ‌ی ملایم رشد می‌کند و پس از رسیدن لایه‌ی صفر درجه به بار نهایی و شکست این لایه، خرابی در لایه‌ی ۹۰ درجه نیز به سرعت رشد کرده و باعث خرابی کامل این لایه می‌شود. برای لایه‌چینی  $[0_2/90/0/90]_s$  نتایج مشابه لایه‌چینی  $[0_2/90_2]_s$  بوده‌است. این بدین معناست که مدل لادووز نمی‌تواند تاثیر چیدمان را بر روی رفتار چندلایه ببیند. این موضوع به دلیل عدم توانایی مدل در وارد کردن اثرات غیر محلی است.

در لایه‌چینی  $[45_2/0/90/0/90]_s$ ، تنش‌های برشی غالب بوده و پارامترهای خرابی و کرنش‌های ماندگار مقادیر بزرگتری را نسبت به سایر لایه‌چینی‌ها تجربه می‌کنند. در این حالت پارامترهای خرابی و کرنش‌های ماندگار، رشدی تدریجی و یکنواخت داشته‌اند. نتایج پیاده‌سازی مدل برای لایه چینی  $[0_2/90/0/90/0/90]_s$  نشان داد که تا قبل از رسیدن لایه‌ی صفر درجه به بار نهایی، لایه‌های دیگر رشد پارامترهای خرابی با نرخ‌ی کند را تجربه می‌کنند و بعد رسیدن لایه‌ی صفر درجه به بار نهایی و حذف این لایه، پارامترهای خرابی در سایر لایه‌ها رشد با نرخ‌ی بزرگتر را تجربه می‌کنند و این روند تا لحظه خرابی کامل این لایه‌ها ادامه پیدا می‌کند. در ادامه با انجام مطالعه‌ی پارامتری در مورد تاثیر افزایش قطر سوراخ بر استحکام چندلایه مشخص شد که با افزایش قطر سوراخ استحکام چندلایه کاهش پیدا می‌کند. همچنین مشخص شد که با بزرگ‌تر شدن پارامتر  $a$  اندازه‌ی کرنش‌های ماندگار عرضی افزایش می‌یابد.

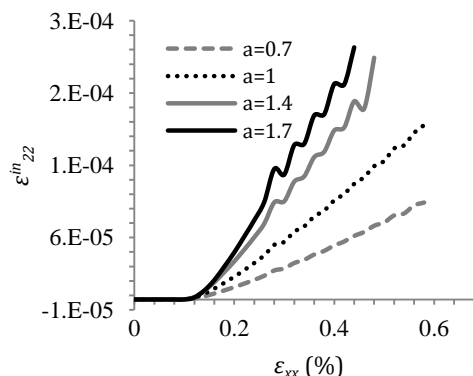
۹- مراجع

- [1] Raghavan, P. and Ghosh, S., "A Continuum Damage Mechanics Model for Unidirectional Composites Undergoing Interfacial Debonding," Mech. Mater., Vol. 37, No. 9, pp. 955-979, 2005.
- [2] Mohammadi, B. Hosseini-Toudeshky, H. and Sadr-Lahidjani, M. H., "Damage Evolution of Laminated Composites Using Continuum Damage Mechanics Incorporate with Interface Element," Key Eng. Mater., Vol. 385, pp. 277-280, 2008.
- [3] Chaboche, J.-L., "Continuous Damage Mechanics—a Tool to Describe Phenomena Before Crack Initiation," Nucl. Eng. Des., Vol. 64, No. 2, pp. 233-247, 1981.
- [4] Talreja, R., "Internal Variable Damage Mechanics of Composite Materials," Yielding, Damage, Fail. Anisotropic Solids, pp. 509-533, 1987.
- [5] Voyiadjis, G. Z., Advances in Damage Mechanics: Metals and Metal Matrix Composites: Metals and Metal Matrix Composites. Elsevier, 2012.
- [6] Barbero, E. J., Finite Element Analysis of Composite Materials Using Abaqus™. Taylor & Francis, 2013.
- [7] Carl H. T., Mechanics of Fibrous Composites. Wiley New York, 1991.
- [8] Ladeveze, P., "A Damage Computational Method for Composite Structures," Comput. Struct., Vol. 44, No. 1, pp. 79-87, 1992.
- [9] Ladeveze, P., "A Damage Computational Approach for Composites: Basic Aspects and Micromechanical Relations," Comput. Mech., Vol. 17, No. 1-2, pp. 142-150, 1995.
- [10] Ladeveze, P. and LeDantec, E., "Damage Modelling of the Elementary Ply for Laminated Composites," Compos. Sci. Technol., Vol. 43, No. 3, pp. 257-267, 1992.
- [11] Ladeveze, P. Allix, O. Deü, J.-F. and Lévêque, D., "A Mesomodel for Localisation and Damage Computation in Laminates," Comput. Methods Appl. Mech. Eng., Vol. 183, No. 1, pp. 105-122, 2000.
- [12] Mohammadi, B. Hosseini-Toudeshky, H. Sadr-Lahidjani, M. H. and Aivazzadeh, S., "Prediction of Inelastic Behavior of Composite

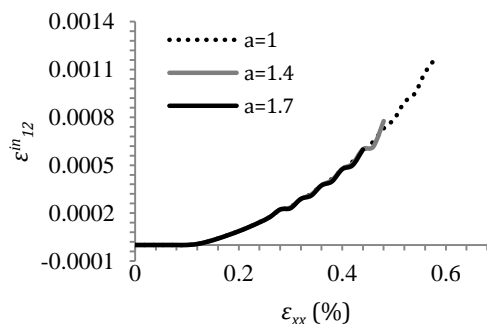


شکل ۳۴ نمودار ضریب تمرکز تنش بر حسب قطر سوراخ

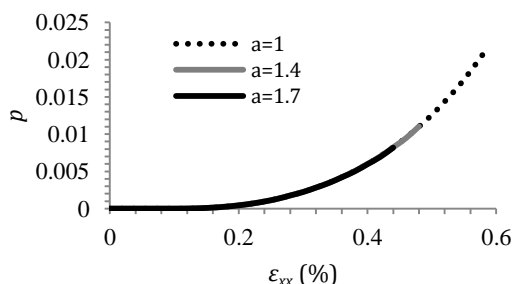
با افزایش این پارامتر و افزایش تاثیر تنش عرضی در سطح ماندگار، کرنش‌های ماندگار بزرگتری در این راستا بوجود می‌آید. شکل ۳۵ موید این نکته است. شکل ۳۶ و شکل ۳۷ نیز نشان می‌دهد که تغییر این پارامتر تاثیری بر روی اندازه کرنش ماندگار برشی و پارامتر  $p$  ندارد.



شکل ۳۵ تاثیر پارامتر  $a$  بر کرنش ماندگار عرضی



شکل ۳۶ تاثیر پارامتر  $a$  بر کرنش ماندگار برشی



شکل ۳۷ تاثیر پارامتر  $a$  بر پارامتر  $p$

- Laminates Using Multi-Surface Continuum Damage-Plasticity," Adv. Mater. Res., Vol. 47, pp. 773-776, 2008.
- [13] Mohammadi, B. Olia, H. and Hosseini-Toudeshky, H., "Intra and Damage Analysis of Laminated Composites Using Coupled Continuum Damage Mechanics with Cohesive Interface Layer," Compos. Struct., Vol. 120, pp. 519-530, 2015.
- [14] Hosseini-Toudeshky H. and Mohammadi, B., "Coupling of Continuum Damage Mechanics with De-Cohesive Element for Delamination Analysis in Laminated Composites," Adv. Mater. Res., Vol. 123, pp. 527-530, 2010.
- [15] [Http://help.solidworks.com/2012/English/SolidWorks/cworks/Iterative\\_Solution\\_Methods\\_Newton-Raphson\\_\(NR\)\\_Scheme.htm](http://help.solidworks.com/2012/English/SolidWorks/cworks/Iterative_Solution_Methods_Newton-Raphson_(NR)_Scheme.htm), "asass".
- [16] Hashin, Z., "Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites," J. Appl. Mech., Vol. 47, No. 2, pp. 329-334, 1980.