جلد ۳، شماره ۱، خرداد ۹۵، ص‌ص ۳۱- ۴۲

نشریه علمی پژوهشی

علوم و فناوری **کامپوزیت**

http://jstc.iust.ac.ir

# مدل‌سازی آغشتگی در فرآیند پالتروژن کامپوزیت‌های گرمانرم

**هادی قربانی[۱]، محمد گلزار[۲*]، امیرحسین بهروش[۲]**

۱- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

۲- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* تهران، صندوق پستی ۱۴۱۱۵-۱۴۳، m.golzar@modares.ac.ir

**اطلاعات مقاله**

دریافت: ۹۴/۶/۳۱

پذیرش: ۹۴/۹/۲۶

**کلیدواژگان:**

پالتروژن

مدل‌سازی آغشتگی

کامپوزیت

گرمانرم

**چکیده**

پیش‌بینی آغشتگی مذاب و الیاف تقویت‌کننده یکی از چالش‌های پالتروژن کامپوزیت گرمانرم‌ها می‌باشد. در این مقاله، دو مدل آغشتگی در فرآیند پالتروژن کامپوزیت گرمانرم توصیف شده است. ابتدا یک مدل ساده بر پایه رابطه دارسی ارایه شده است. در این مدل ابتدا بدون در نظر گرفتن جریان میکروسکوپیک، سرعت جریان ماکروسکوپیک محاسبه شده و فشار مذاب گرمانرم در جهت محور قالب در هر موقعیت طولی قالب محاسبه می‌شود. سپس به‌کمک محاسبه فشار در جریان ماکروسکوپیک طولی و ارتباط رابطه دارسی در دو جهت شعاعی میکروسکوپیک و طولی ماکروسکوپیک، رابطه ساده‌ای برای به‌دست آوردن سرعت جریان میکروسکوپیک شعاعی و شعاع خشک توده الیاف ارایه شده است که تخمینی از درجه آغشتگی را نشان می‌دهد. در بخش دوم، یک مدل آغشتگی توسعه یافته ارایه شده است که جریان میکروسکوپیک و تغییرات شعاع توده الیاف در طول قالب در آن در نظر گرفته شده است. معادله‌های دارسی در دو جهت جریان میکروسکوپیک شعاعی و جریان ماکروسکوپیک طولی نوشته شده است. با ترکیب رابطه‌ها، معادله‌ی کاملی با در نظر گرفتن دو جریان میکروسکوپیک و ماکروسکوپیک ارایه شده است. این معادله، گرادیان فشار در راستای طولی و شعاعی را به شعاع توده الیاف و شعاع منطقه خشک توده الیاف و ثابت های دیگر ارتباط می‌دهد. یک الگوریتم حل تکرار شونده برای حل مدل توسعه یافته ارایه شده است و هر دو مدل با در نظر گرفتن ورودی‌های مدل حل و شعاع آغشته نشده در توده الیاف و درجه آغشتگی محاسبه شده است.

# Modeling of impregnation in the pultrusion of thermoplastic composites

**Hadi Ghorbani, Mohammad Golzar*, Amir Hossein Behravesh**

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
*P.O.B. 14115-143, Tehran, Iran, m.golzar@modares.ac.ir

**Keywords**

Pultrusion
Impregnation model
Composite
Thermoplastic

**Abstract**

The impregnation prediction of melted thermoplastic into reinforced fiber is the one of the challenges in pultrusion of thermoplastic composites. In this paper, tow impregnation models has been presented to analyze the impregnation in the pultrusion process of thermoplastic composites. At first, a simple model based on Darcy's law is provided. In the first model, without considering microscopic impregnating flow, velocity of macroscopic flow and pressure of the molten thermoplastic calculated along the axis of the pultrusion mold. The calculated pressure in the macroscopic flow in the axial direction is combined with Darcy equations in microscopic and macroscopic flow, then the simple equation is obtained to calculate the radial velocity of melted thermoplastic and the radius dimension of the dry region of the fiber agglomeration. This dry region radius shows an estimate of the degree of impregnation. In the second part, a developed model has been proposed. In this model, microscopic flow and the radius changes of agglomeration are considered. Darcy equation is written in two radial microscopic and macroscopic axial direction flows. The perfect equation considering the macroscopic and microscopic flow is proposed. This equation represents the relationship between pressure drops in macroscopic axial and microscopic radial direction and the radius of the dry region and agglomeration radius with other constants. An iterative solution algorithm for solving the developed model is used. Both models for a series of inputs have been calculated. The degree of impregnation and radius of dried fiber region in agglomerations has been calculated.

**Please cite this article using:**

**برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:**

Ghorbani, H. Golzar, M. Behravesh A. H., ''Modeling of impregnation in the pultrusion of thermoplastic composites'', In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 3, No. 1, pp. 31-42, 2016.

Archive of SID

www.SID.ir

## ۱- مقدمه

پالتروژن[1] یکی از روش های تولید پیوسته مقاطع کامپوزیتی[2] تقویت شده با الیاف ممتد می‌باشد. امروزه استفاده از این روش به دلیل سرعت بالای فرآیند تولید آن رشد چشمگیری یافته است. در پالتروژن کامپوزیت‌ها اغلب از گرماسخت[3]ها بعنوان زمینه استفاده می‌شود ولی بدلیل رشد استفاده از گرمانرم‌ها[4] در صنایع مختلف و بدلیل مقاومت به ضربه‌ی بالا، استحکام قابل قبول، مقاومت به خوردگی بالا، پرداخت سطح مناسب، عدم نیاز به پخت[5] و سرعت بالای فرآیند و قابلیت بازیافت آن‌ها، استفاده از گرمانرم‌ها نیز در پالتروژن روز به روز در حال افزایش است. چالش اساسی در پالتروژن، به ویژه در پالتروژن کامپوزیت‌های با پایه‌ی گرمانرم، آغشته کردن الیاف تقویت کننده با مذاب گرمانرم می‌باشد. زیرا مذاب گرمانرم نسبت به رزین گرماسخت گرانروی[6] بیشتری دارد.

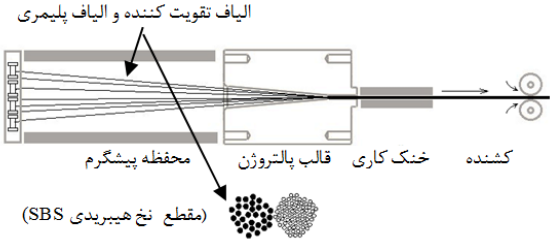
در فرآیند پالتروژن کامپوزیت‌های گرمانرم، الیاف تقویت کننده ممتد وارد قالب اصلی شده و با اعمال دما و فشار، با مذاب گرمانرم آغشته می‌شود. قالب اصلی مخروطی یا شیب‌دار بوده و با کشش الیاف در قالب، سبب ایجاد فشار در مذاب می‌شود. الیاف تقویت کننده بتدریج در طول قالب آغشته می‌شود. الیاف آغشته شده با مذاب گرمانرم، در قالب خنک کاری منجمد شده و تشکیل یک پروفیل کامپوزیتی تقویت شده با الیاف ممتد و با مقطع ثابت را می‌دهد. گرمانرم می‌تواند بصورت تزریقی، به‌شکل الیاف ممتد، الیاف هیبریدی[7] متشکل از الیاف تقویت کننده و الیاف گرمانرم، بصورت پودر و یا به همراه الیاف تقویت کننده پس از عبور از حمام حاوی مذاب گرمانرم به قالب اصلی تغذیه شود.

گرانروی مذاب گرمانرم گاهی تا هزار برابر بیشتر از رزین‌های گرماسخت است. بنابراین آغشتگی کامل مذاب گرمانرم و الیاف تقویت کننده در پالتروژن کامپوزیت‌های با زمینه‌ی گرمانرم یکی از چالش‌های اساسی این فرآیند می‌باشد. آغشتگی تاثیر مستقیم بر خواص نهایی کامپوزیت خواهد داشت. هرچه آغشتگی بیشتر باشد، حفره‌های درون مقطع کامپوزیت کم‌تر بوده و کامپوزیت تولید شده، خواص مکانیکی بهتری خواهد داشت.

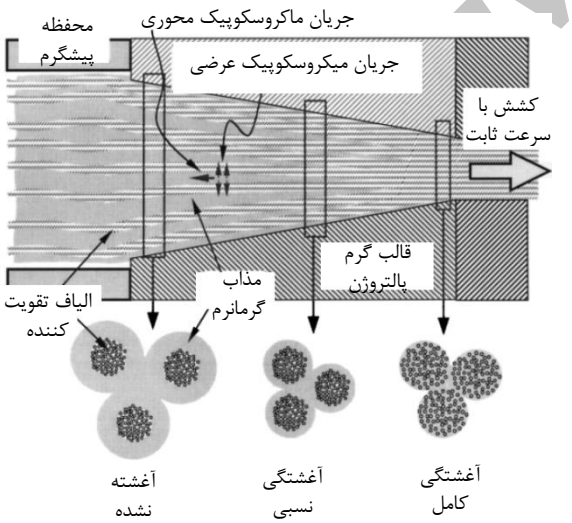
یکی از روش‌های بهبود آغشتگی در پالتروژن کامپوزیت‌های با زمینه گرمانرم، نزدیک کردن فاصله مذاب گرمانرم با الیاف تقویت کننده می‌باشد. در الیاف هیبریدی که از اختلاط الیاف تقویت کننده و الیاف گرمانرم به شکل‌های مختلف نخ‌های کومینگل[8]، ساید بای ساید[9] و... تولید می‌شوند، فاصله مذاب با الیاف تقویت کننده کاهش یافته و درجه آغشتگی بهبود می‌یابد. اختلاط الیاف تقویت کننده با پودر گرمانرم نیز یکی از روش های بهبود آغشتگی است که در [۱] و [۲] مورد استفاده قرار گرفته است. **شکل ۱** شماتیکی از فرآیند پالتروژن الیاف هیبریدی و مقطع یکی از نخ‌های هیبریدی ساید بای ساید را قبل از ورود به قالب پالتروژن و ذوب شدن الیاف پلیمری نمایش می‌دهد. استفاده از پیش آغشته‌ها نیز دستیابی به محصول با آغشتگی بالا را ساده‌تر می‌کند [۳]. در مقطع کامپوزیت، الیاف بصورت توده‌های[10] کنار هم دیده می‌شوند.

هرچه این توده‌ها یکنواخت‌تر توزیع شده باشد، خواص کامپوزیت بهتر خواهد بود. معمولا در قالب پالتروژن دو نوع جریان مذاب در نظر گرفته می‌شود. یک جریان ماکروسکوپیک که خارج از توده‌های الیاف جریان دارد و یک جریان میکروسکوپیک که درون هرکدام از توده‌های الیاف جریان دارد و بتدریج رشته های الیاف را آغشته می‌کند (شکل ۲). هرکدام از جریان‌های ماکروسکوپیک یا میکروسکوپیک می‌توانند مولفه‌های شعاعی و طولی داشته باشند. شماتیک نفوذ مذاب گرمانرم در جهت شعاعی، در توده الیاف تقویت کننده در شکل ۳ نشان داده شده است.

پژوهشگران مدل‌های مختلفی را به منظور پیش بینی آغشتگی در فرآیند آغشته‌سازی مذاب گرمانرم با الیاف ممتد[۴] و در فرآیند پالتروژن کامپوزیت‌های پایه گرمانرم ارائه کرده اند [۵،۴]. مدلسازی آغشتگی کامپوزیت‌های گرمانرم به روش پودری نیز مورد توجه قرار گرفته است[۲]. در اغلب مدل‌ها مانند مدل ارائه شده توسط کیم و همکارانش [۵] یا مدل برنت و همکارانش [۶]، جریان ماکروسکوپیک بر پایه رابطه تجربی دارسی[11] توصیف شده است و یا مدل آغشتگی در محیط ماکروسکوپیک بر اساس معادله استوکس[12] و در محیط میکروسکوپیک، به کمک رابطه دارسی توسعه داده شده است [۸،۷].




**شکل ۱** شماتیک فرآیند پالتروژن الیاف هیبریدی و مقطع نخ هیبریدی سایدبای ساید



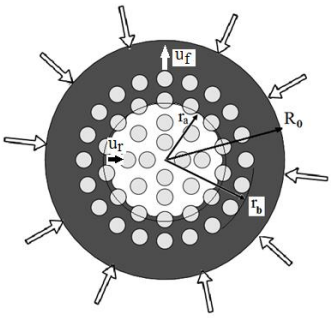

**شکل ۲** شماتیک جریان میکروسکوپیک و ماکروسکوپیک در قالب پالتروژن [۵]

رابطه دارسی سرعت نفوذ سیال در محیط متخلخل را به‌شرح رابطه (۱) توصیف می‌کند.

$$V_{\mathrm{Darcy}} = -\frac{k}{\mu}\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r} \qquad (۱)$$

1. Pultrusion
2. Composites
3. Thermoset
4. Thermoplastic
5. Curing
6. Viscosity
7. Hybrid Yarns
8. Commingled Yarn
9. Side-by-Side
10. Agglomeration
11. Darcy's Law
12. Stokes equation


www.SID.ir
Archive of SID




**شکل ۳** شماتیک نفوذ مذاب گرمانرم در توده الیاف

$V_{Darcy}$ سرعت دارسی، $P$ فشار و $r$ جهت مختصات را نشان می‌دهد. $k$ ثابت آغشتگی در راستای مختصات است.

هدف از این مقاله ارائه مدل تکمیل شده، بر پایه رابطه دارسی جهت تخمین آغشتگی مذاب در فرآیند پالتروژن می‌باشد. در این مقاله ابتدا مدل‌های آغشتگی مرتبطی که تاکنون ارائه شده است، اشاره شده و فرض‌های محدود کننده و ویژگی‌های هر مدل عنوان شده است. سپس یک مدل ساده با فرض‌های محدود کننده، جهت تخمین آغشتگی ارائه شده است. پس از آن، مدل توسعه یافته‌ای با هدف تخمین درجه آغشتگی و در نظر گرفتن دو جریان میکروسکوپیک و ماکروسکوپیک ارائه شده است. الگوریتم حل هر دو مدل ارائه شده و نتایج مدل برای ورودی مشخصی حل شده است. در پایان نتایج مدل‌ها مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲- مدل آغشتگی در قالب پالتروژن

مدل آغشتگی را می‌توان با شاخصه‌ی کمّی به نام درجه آغشتگی توصیف نمود. درجه آغشتگی را می‌توان تعداد الیاف تقویت کننده‌ی آغشته شده در مذاب گرمانرم به تعداد کل الیاف در نظر گرفت. رابطه (۲) درجه آغشتگی را توصیف می‌کند [۵].

که در آن $r_a$ شعاع منطقه خشک درون توده الیاف و $R_o$ شعاع توده الیاف احاطه شده با مذاب گرمانرم می‌باشد. $V_f$ کسر حجمی الیاف و $V_{f,i}$ کسر حجمی اولیه الیاف می‌باشد.

$$D_{imp} = \frac{\text{تعداد فیلامنت های آغشته شده}}{\text{تعداد کل فیلامنت ها}} = 1 - \frac{r_a^2}{R_o^2} \quad (۲)$$

$$V_f = V_{f,i} \cdot D_{imp} \quad (۳)$$

چنانچه توزیع الیاف در زمینه[1] یکنواخت باشد، آغشتگی را می‌توان با اندازه‌گیری مساحت منطقه خشک در عکس‌های میکروسکوپیک به کمک پردازش تصویر یا اندازه گیری درصد حجمی حباب تخمین زد [۹]. در واقع سرعت دارسی- که سرعت نسبی جبهه جریان مذاب را نشان می‌دهد- تغییرات موقعیت جبهه مذاب در واحد زمان می‌باشد. بنابراین با محاسبه سرعت دارسی، موقعیت جبهه جریان مذاب و اندازه منطقه خشک در توده الیاف قابل محاسبه است. مدل‌های آغشتگی بر پایه رابطه‌ی دارسی، ناچار به بدست آوردن گرادیان فشار مذاب می‌باشند. ضریب آغشتگی نیز عامل تعیین کننده در رابطه دارسی می‌باشد که به عامل‌های متعددی همچون هندسه قالب، آرایش الیاف، قطر فیلامنت‌های الیاف تقویت کننده و کسر حجمی الیاف بستگی دارد.

1. Matrix

رابطه دارسی برای جریان ماکروسکوپیک طولی، ماکروسکوپیک شعاعی و میکروسکوپیک شعاعی به ترتیب در رابطه‌های (۴) تا (۶) توصیف شده است.

$$\bar{V}_{z,M}(z) = \frac{k_{z,M}(z)}{\mu}\frac{dP_b(z)}{dz} \quad (۴)$$

$$V_{r,M}(r,z) = \frac{k_{r,M}(z)}{\mu}\frac{dP_b(z)}{dr} \quad (۵)$$

$$V_{r,m}(z) = \frac{k_{r,m}(z)}{\mu}\frac{dP_b(z)}{dr} \quad (۶)$$

$\bar{V}_{z,M}(z)$: سرعت متوسط جریان ماکروسکوپیک برگشتی در موقعیت $z$

$V_{r,M}$: سرعت ماکروسکوپیک شعاعی

$V_{r,m}(z)$: سرعت جریان میکروسکوپیک شعاعی در موقعیت $z$

$k_{r,m}(z)$: ضریب آغشتگی جریان میکروسکوپیک در راستای شعاعی در $z$

$k_{z,M}(z)$: ضریب آغشتگی جریان ماکروسکوپیک طولی در موقعیت $z$

$P_b(z)$: فشار ناشی از جریان برگشتی در موقعیت $z$

$\mu$: گرانروی

ضریب‌های آغشتگی از رابطه کارمن-کوزنی[2] که در سال ۱۹۳۸ ارائه شده با رابطه (۷) توصیف می‌شود [۱۰]. رابطه (۸) نیز ضریب آغشتگی جریان شعاعی میکروسکوپیک را توصیف می‌کند. چنانچه جریان میکروسکوپیک در راستای طولی و یا جریان ماکروسکوپیک شعاعی نیز در مدل استفاده شود، مشابه رابطه‌های (۷) و (۸) می‌توان رابطه‌ها را توسعه داد. $K_{Z,M}$ ثابت کارمن-کوزنی ماکروسکوپیک طولی و $K_{r,m}$ ثابت کارمن-کوزنی میکروسکوپیک شعاعی می‌باشد که به نوع گرمانرم، نوع الیاف و نوع فرآیند بستگی دارد. $R_f$ شعاع هر یک از ریز رشته‌های الیاف تقویت کننده است.

$$k_{z,M}(z) = \frac{r_b^2}{4K_{z,M}}\frac{(1-V_f(z))^3}{V_f(z)^2} \quad (۷)$$

$$k_{r,m}(z) = \frac{R_f^2}{4K_{r,m}}\frac{(1-V_f(z))^3}{V_f(z)^2} \quad (۸)$$

جریان مذاب ماکروسکوپیک در بیشتر مدل‌های ارائه شده‌ی پیشین، تک جهته و در راستای طولی قالب در نظر گرفته شده است. زیرا تغییرات فشار مذاب در راستای عرضی در جریان ماکروسکوپیک قابل چشم پوشی است. بنابراین از جریان ماکروسکوپیک عرضی (یا شعاعی) بین توده‌ها صرفنظر شده است. در این مدل‌ها غالبا برای توصیف جریان شعاعی میکروسکوپیک مذاب که درون توده‌های الیاف جریان دارد، از رابطه دارسی استفاده شده است. جریان میکروسکوپیک درون توده‌ها نیز تنها در راستای عرضی (یا شعاعی) و عمود بر الیاف در نظر گرفته شده است.

کیم و همکارانش [۵] مدلی برای تخمین درجه آغشتگی در فرآیند پالتروژن با الیاف هیبریدی الیاف شیشه/پلی پروپیلن[3] ارائه کرده اند. این مدل با درنظر گرفتن جریان ماکروسکوپیک طولی تک جهته در راستای محور قالب و جریان میکروسکوپیک در راستای عرضی عمود بر محور قالب می‌باشد. در مدل آن‌ها، جریان‌های فرض شده‌ی میکروسکوپیک و ماکروسکوپیک به کمک رابطه دارسی توصیف شده است.

2. Carman-Kozeny
3 .Glass/Polypropylene



Archive of SID
www.SID.ir

در هر مدل فرض‌های محدود کننده ای لحاظ شده است، برای مثال مدل [۶،۴] با فرض عدم حرکت شعاعی الیاف تقویت کننده در زمینه گرمانرم ارائه شده است که در مدل توسعه یافته‌ی این مقاله، حرکت شعاعی الیاف تقویت کننده در زمینه گرمانرم لحاظ شده است. مدل های ارائه شده بیشتر در محدوده حفره مخروطی یا شیبدار قالب می‌باشد و مدل ها در طول آزاد قالب[1] توسعه داده نشده‌اند. مدل آغشتگی درصدد یافتن درجه آغشتگی است. در واقع با یافتن مقدار شعاع خشک مانده از توده الیاف یا همان $r_a$ می‌توان تخمینی از درجه آغشتگی به کمک رابطه (۲) ارائه کرد.

توصیف یک مدل آغشتگی بر پایه دارسی، مستلزم محاسبه مقدار فشار است. پتری و همکارانش در [۱۱] برای بدست آوردن فشار در قالب پالتروژن، مدلی ارائه کرده‌اند که مستقل از پارامترهای تجربی است و قادر به پیش بینی مقدار فشار در فرآیند پالتروژن است. این مدل، تک جهته و بدون در نظر گرفتن جریان میکروسکوپیک و بدون لحاظ کردن درجه آغشتگی (یا الیاف آغشته نشده در توده الیاف) در مدل می‌باشد. آستروم [۱۲] نیز یک مدل ریاضی برای بدست آوردن گرادیان فشار در قالب پالتروژن ارائه کرده است که وابسته به ضریب‌هایی مانند فاکتور شکل و ضریب انحنا است. یافتن این ضریب‌ها بر پیچیدگی مدل می افزاید.

فشار مذاب در قالب پالتروژن ناشی از هندسه‌ی قالب و انبساط حرارتی مذاب در حین فرآیند ذوب گرمانرم می‌باشد. بیشترین فشار مذاب در قالب پالتروژن ناشی از سرعت جریان برگشتی مذاب می‌باشد. جریان برگشتی به دلیل هندسه مخروطی (یا شیب‌دار) قالب بوجود می‌آید. به این فشار، فشار ناشی از جریان برگشتی گفته می‌شود. گرمانرم از دمای محیط به دمای قالب رسیده و بنابراین فشار دیگری که ناشی از انبساط حرارتی ماده گرمانرم است، در قالب بوجود می‌آید. بچ در[۱۳] رابطه (۹) را برای فشار ناشی از تغییرات دمایی رزین ارائه کرده است.

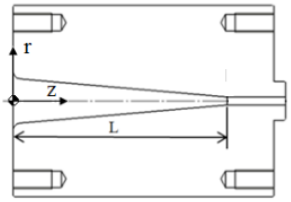
$$P_T(z) = \frac{\alpha_v}{k_c}[\bar{T}(z) - T_{amb}] \qquad (۹)$$

$P_T(z)$ فشار ناشی از تغییرات دما، $\alpha_v(^\circ C^{-1})$ ضریب انبساط حرارتی[2]، $k_c(m^2N^{-1})$ ضریب فشردگی رزین[3]، $\bar{T}(z)$ دمای رزین در موقعیت z و $T_{amb}$ دمای محیط می‌باشد. غالبا در مدل‌ها تنها فشار ناشی از هندسه‌ی قالب در نظر گرفته می‌شود. زیرا در نظر گرفتن فشار ناشی از تغییرات دما مستلزم محاسبه توزیع دما در قالب پالتروژن است. علاوه بر این، مقدار این فشار در مقایسه با فشار ناشی از هندسه قالب بسیار کم‌تر است.

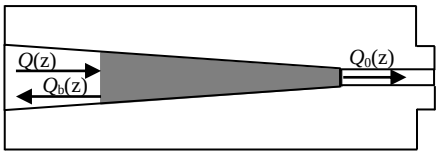
### ۲-۱- مدل ساده شده

در یک مدل با فرض‌های ساده، بدون در نظر گرفتن جریان میکروسکوپیک و تنها با در نظر گرفتن جریان تک جهته‌ی ماکروسکوپیک در راستای طولی قالب که در شکل ۴ نشان داده شده است، و با در نظر گرفتن حجم کنترل بدون در نظر گرفتن جریان میکروسکوپیک، رابطه‌های (۱۰) و (۱۱) نوشته شده است. رابطه (۱۰)، دبی حجمی جریان برگشتی و رابطه (۱۱) معادله پیوستگی را بیان می‌کند. با در نظر گرفتن کسر حجمی الیاف تقویت کننده، رابطه (۱۲) نوشته می‌شود و در نهایت، با استفاده از رابطه های (۱۰) تا (۱۲)، سرعت جریان برگشتی به کمک رابطه (۱۳) محاسبه می شود. فشار ناشی از جریان برگشتی از رابطه (۱۴) با انتگرال‌گیری از رابطه (۴) و جای‌گذاری مقدار سرعت جریان برگشتی که از رابطه (۱۳) بدست آمد، محاسبه می‌شود.

در شکل ۵ حجم کنترل اختیار شده بدون در نظر گرفتن جریان میکروسکوپیک نشان داده شده است.




**شکل ۴** شماتیک هندسه قالب پالتروژن و مبدا مختصات




**شکل ۵** حجم کنترل اختیار شده بدون در نظر گرفتن جریان میکروسکوپیک

$$Q_b(z) = \bar{V}_{z,M}(z)A(z) \qquad (۱۰)$$

$$Q_b(z) = Q(z) - Q(0) \qquad (۱۱)$$

$$Q_b(z) = V_p\left(1 - V_f(z)\right)\cdot A(z) - V_p\left(1 - V_f(0)\right)\cdot A(0) \qquad (۱۲)$$

$$\bar{V}_{z,M}(z) = -V_p\left[\left(1 - V_f(z)\right) - (1 - V_f(0))\frac{A(0)}{A(z)}\right] \qquad (۱۳)$$

$$P_b(z) = \int_0^z \mu\cdot\frac{\bar{V}_{z,M}(z)}{k_{z,M}(z)}dz = \mu\cdot\int_0^z \frac{\bar{V}_{z,M}(z)}{k_{z,M}(z)}dz \quad 0 \ll z < L \qquad (۱۴)$$

$Q_b(z)$: دبی جریان مذاب برگشتی در موقعیت $z$

$A(z)$: سطح مقطع حفره قالب در موقعیت $z$

$V_p$: سرعت کشنده

$V_f(z)$: کسر حجمی الیاف تقویت کننده در موقعیت $z$

در مدل ساده شده، اگرچه مقدار فشار در طول قالب محاسبه می‌شود ولی از آن‌جایی که جریان میکروسکوپیک در آن لحاظ نشده است، این مدل تا اینجا تخمینی از درجه آغشتگی و اندازه منطقه خشک در توده الیاف ارائه نمی‌کند. به عبارت دیگر، تا این مرحله، مدل حل ماکروسکوپیک دارد و نفوذ میکروسکوپیک مذاب گرمانرم در توده الیاف در نظر گرفته نشده است.

چنانچه رابطه دارسی در جهت میکروسکوپیک نیز نوشته شود، مقدار فشار که کمیتی اسکالر است، فصل مشترک رابطه دارسی در جهت شعاعی$(r)$ و در جهت طولی $(z)$ خواهد بود. رابطه‌های (۴) تا (۶) بترتیب معادله دارسی در جهت ماکروسکوپیک طولی، ماکروسکوپیک شعاعی و میکروسکوپیک شعاعی را نشان می‌دهد. با حذف پارامتر فشار از تقسیم دو معادله (۴) و (۵) معادله (۱۵) بدست می‌آید. از طرفی در یک دیفرانسیل زمانی $dt$ می‌توان رابطه (۱۶) را نوشت. بنابراین با داشتن سرعت ماکروسکوپیک مذاب در راستای طولی و داشتن ضریب‌های آغشتگی، می‌توان سرعت میکروسکوپیک شعاعی را از رابطه (۱۷) تخمین زد.

با محاسبه سرعت جریان میکروسکوپیک شعاعی، موقعیت جبهه جریان مذاب درون توده الیاف (شعاع منطقه خشک در توده الیاف) از رابطه (۱۸)

1. Land
2. Thermal Expansion
3. Compressibility



Archive of SID
www.SID.ir

قابل محاسبه خواهد بود. تخمین ساده از شعاع منطقه خشک در توده الیاف به صورت ارائه شده در مدل ساده شده‌ی فوق، تا کنون گزارش نشده است و نوآوری این مدل محسوب می‌شود.

$$\frac{V_{r,m}}{\bar{V}_{z,M}} = \frac{k_{r,m}}{k_{z,M}} \cdot \frac{dz}{dr} \quad (۱۵)$$

$$\frac{dz}{dr} = \frac{\bar{V}_{z,M}}{V_{r,m}} \quad (۱۶)$$

$$V_{r,m} = \sqrt{\frac{k_{r,m}}{k_{z,M}}} \cdot \bar{V}_{z,M} \quad (۱۷)$$

$$r_a = \int_0^t V_{r,m} \cdot dt \quad (۱۸)$$

**۲-۲- مدل توسعه یافته**

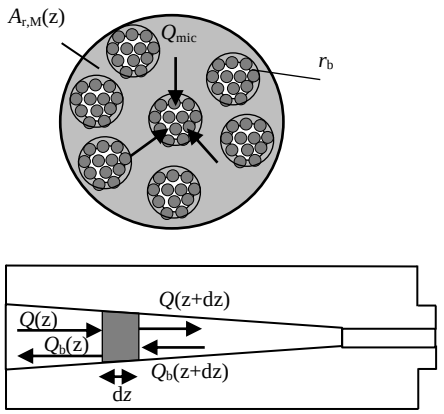
در قسمت قبل، در ابتدا مدل آغشتگی بدون در نظر گرفتن جریان میکروسکوپیک توصیف شد و سرعت جریان ماکروسکوپیک برگشتی در راستای محور قالب محاسبه شد. با توجه به اینکه فشار، کمیتی اسکالر است رابطه دارسی برای سرعت شعاعی میکروسکوپیک نوشته شد و مقدار آن به کمک مقدار سرعت جریان ماکروسکوپیک برگشتی طولی محاسبه گردید.

در مدل توسعه یافته جریان میکروسکوپیک نیز در نظر گرفته می‌شود. حجم کنترل اختیار شده در شکل ۶ نشان داده شده است. این حجم کنترل شامل تبادل جرم مذاب جریان ماکروسکوپیک و تبادل جرم مذاب با توده میکروسکوپیک می‌باشد. حال با در نظر گرفتن جریان میکروسکوپیک و اندازه توده‌ها در نوشتن معادله‌های بقای جرم در حجم کنترل دیفرانسیلی، رابطه‌های (۱۹) و (۲۰) نوشته شده است. رابطه (۲۰) تبادل جرم مذاب از محیط میکروسکوپیک به حجم کنترلی را توصیف می‌کند که نسبت به معادله ارائه شده توسط کیم و همکارانش [۵] که سرعت میکروسکوپیک شعاعی را در این معادله لحاظ نکرده اند، معادله‌ی کامل‌تری می‌باشد.

سطح مقطع اشغال شده توسط جریان ماکروسکوپیک مذاب گرمانرم با کم کردن مساحت توده‌ها از سطح مقطع حفره قالب از رابطه (۲۲) بدست می‌آید. با جای‌گذاری مساحت توده‌ها از رابطه (۲۲) در رابطه (۲۱)، رابطه (۲۳) حاصل می‌شود که یک رابطه کامل دیفرانسیلی است که سرعت جریان ماکروسکوپیک طولی و سرعت جریان میکروسکوپیک شعاعی را به اندازه شعاع توده و شعاع آغشته نشده از توده مرتبط می‌کند. رابطه دیفرانسیلی (۲۳) نسبت به معادله مشابه ارائه شده توسط کیم و همکارانش [۵] معادله جامع‌تر و دقیق‌تری است، زیرا در بردارنده همزمان سرعت میکروسکوپیک شعاعی و سرعت ماکروسکوپیک محوری است و تاکنون گزارش نشده است.

فشار در ابتدای قالب، برابر با فشار اتمسفر و گرادیان فشار در انتهای حفره مخروطی قالب، برابر با صفر است. با انتگرال‌گیری از رابطه (۲۳)، رابطه (۲۴) بدست می‌آید. ضریب $C_0$ موجود در این رابطه، با جای‌گذاری شرایط مرزی (۲۴) در رابطه (۲۳) ، مطابق رابطه (۲۶) بدست می‌آید.

برای حل رابطه (۲۴)، سرعت‌ها را می‌توان از رابطه (۴) و رابطه (۶) جای‌گذاری نمود و یا از رابطه (۱۷) که در قسمت مدل ساده شده این مقاله به دست آمد استفاده کرد. در این صورت معادله (۲۴) به ترتیب به شکل معادله‌های (۲۷) و (۲۸) تبدیل می‌شود. وجود دو عبارت سرعت جریان میکروسکوپیک شعاعی و سرعت جریان ماکروسکوپیک طولی در معادله (۲۷)، حل آن را پیچیده می‌کند.




**شکل ۶** حجم کنترل دیفرانسیلی با در نظر گرفتن جریان میکروسکوپیک

در صورت اندازه‌گیری فشار در دو نقطه از قالب، گرادیان فشار در راستای محور قالب ($\frac{dP_b(z)}{dz}$) را می‌توان در این معادله جایگزین نمود. در این صورت، با فرض یکسان بودن مقدار فشار در هر مقطع در محیط ماکروسکوپیک، گرادیان فشار میکروسکوپیک ($\frac{dP_b(z)}{dr}$) را نیز می‌توان در رابطه (۲۷) جای گذاری نمود. در این صورت یک رابطه دیفرانسیلی جدید و مفید از $r_a$ و $r_b$ حاصل خواهد شد که با ارتباط آن با رابطه‌های بقای جرم و دارسی در محیط میکروسکوپیک- که در بخش بعدی به آن‌ها اشاره شده است- و شرایط مرزی، مقدار $r_a$ و $r_b$ و درجه آغشتگی قابل محاسبه خواهد بود.

حل معادله (۲۸) نیز مستلزم داشتن ضریب‌های آغشتگی در راستای میکروسکوپیک شعاعی و ماکروسکوپیک طولی می‌باشد.

کیم و همکارانش [۵] برای سادگی حل، از ابتدا به جای سرعت میکروسکوپیک شعاعی ($V_{r,m}$)، از مقدار سرعت کشنده ($V_P$) استفاده کرده‌اند. با این فرض، معادله (۲۳) به شکل معادله (۲۹) ساده می‌شود. که البته این معادله با معادله ارائه شده در [۵] متفاوت است. با انتگرال‌گیری از رابطه (۲۹) و اعمال شرایط اولیه (۲۵)، رابطه (۳۰) بدست می‌آید. با حدس اولیه‌ی شعاع منطقه خشک از توده الیاف ($r_a(L)$)، می‌توان تغییرات فشار در راستای محور قالب را از رابطه (۳۰) محاسبه نمود.

$$-Q_b(z) + Q_b(z+dz) + Q(z) - Q(z+dz) + Q_{mic} = 0 \quad (۱۹)$$

$$\frac{dQ_{mic}}{dz} = V_{r,m} \cdot \frac{d}{dz}\left[\pi\left(r_b^2(z) - r_a^2(z)\right) \cdot N_{cell}\right] \quad (۲۰)$$

$$\frac{d}{dz}\left[V_p \cdot A_{r,M}(z) - \bar{V}_{z,M}(z) \cdot A_{r,M}(z) + V_{r,m}(z) \cdot \pi\left(r_b^2(z) - r_a^2(z)\right) \cdot N_{cell}\right] = 0 \quad (۲۱)$$

$$A_{r,M}(z) = A(z) - \pi r_b^2(z) \cdot N_{cell} \quad (۲۲)$$

$$\frac{d}{dz}\left[A(z) \cdot (V_p - \bar{V}_{z,M}(z)) - \pi r_b^2(z) N_{cell}\left(V_p - \bar{V}_{z,M}(z)\right) + \pi N_{cell}(r_b^2(z) - r_a^2(z)) V_{r,m}(z)\right] = 0 \quad (۲۳)$$

$$A(z) \cdot (V_p - \bar{V}_{z,M}(z)) - \pi r_b^2(z) \cdot N_{cell}\left(V_p - \bar{V}_{z,M}(z)\right) + \pi N_{cell}(r_b^2(z) - r_a^2(z)) V_{r,m}(z) = C_0 \quad (۲۴)$$

$$\frac{dP_b(z)}{dz} = 0 \; at \; z = L, \quad P_b(z) = 0 \; at \; z = 0 \quad (۲۵)$$

$$C_0 = A(L) \cdot V_p - \pi r_b^2(L) N_{cell} \cdot V_p + \pi N_{cell}\left(r_b^2(L) - r_a^2(L)\right) V_r(L) \quad (۲۶)$$

Archive of SID


www.SID.ir

$$\frac{d}{dz}\left[A(z)\cdot\left(V_p-\frac{k_{z,M}(z)}{\mu}\frac{dP_b(z)}{dz}\right)-\pi r_b^2(z)N_{cell}\left(V_p-\frac{k_{z,M}(z)}{\mu}\frac{dP_b(z)}{dz}\right)+\pi N_{cell}(r_b^2(z)-r_a^2(z))\frac{k_{r,M}(z)}{\mu}\frac{dP_b(z)}{dr}\right]=0 \quad (۲۷)$$

$$\frac{d}{dz}\left[A(z)\cdot\left(V_p-\bar{V}_{z,M}(z)\right)-\pi r_b^2(z)N_{cell}\left(V_p-\bar{V}_{z,M}(z)\right)+\pi N_{cell}(r_b^2(z)-r_a^2(z))\sqrt{\frac{k_{r,m}}{k_{z,M}}}\cdot\bar{V}_{z,M}\right]=0 \quad (۲۸)$$

$$\frac{d}{dz}\left[A(z)\cdot\left(V_p-\bar{V}_{z,M}(z)\right)+\pi N_{cell}(\bar{V}_{z,M}(z)r_b^2(z)-V_p r_a^2(z))\right]=0 \quad (۲۹)$$

$$\frac{dP_b(z)}{dz}=\frac{V_p.\mu}{k_{z,M}(z)}\cdot\frac{(A(z)-\pi r_a^2(z)N_{cell})-(A(L)-\pi r_a^2(L)N_{cell})}{A(z)-\pi r_b^2(z)N_{cell}} \quad (۳۰)$$

با حل معادله ۳۰ می‌توان مقدار فشار در جریان ماکروسکوپیک در مرز توده‌ها را محاسبه کرد. از آنجایی که مقادیر اندازه شعاع های$r_b(z)$ و $r_a(z)$ به جز در دهانه ورودی قالب (شرط مرزی ۳۱)، مقدارهای مجهولی هستند، بنابراین یک حل تکرار شونده برای یافتن همزمان مقدار فشار، $r_b(z)$ و $r_a(z)$ مورد نیاز است. برای بدست آوردن فشار، از رابطه‌ی اویلر[1] استفاده می‌شود. طول حفره مخروطی قالب به تعداد h منطقه دیفرانسیلی تقسیم می‌شود. با شروع از ورودی قالب و به کمک رابطه اویلر، رابطه‌های (۳۲) و (۳۳) نوشته می‌شود.

رابطه (۳۳) نشان می‌دهد که برای محاسبه مقدار فشار، به یک حدس اولیه برای $r_a(L)$ نیاز است. $r_b(0)$ و $r_a(0)$ که شعاع توده و شعاع مرز جبهه مذاب در توده میکروسکوپیک (یا همان شعاع منطقه خشک مانده در توده الیاف) مقادیر معلومی هستند که در معادله (۳۰) وارد می‌شوند.

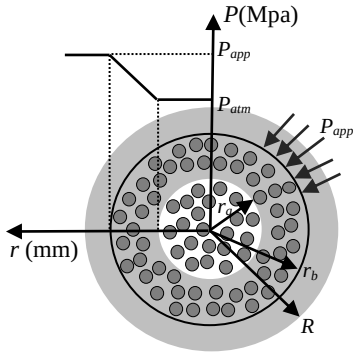
$$z=0\ \rightarrow P_b(0)=0 \quad (۳۱)$$

$$P_b(0+h)=P_b(0)+h\cdot P_b'(0) \quad (۳۲)$$

$$P_b(0+h)=0\ +h\cdot\frac{V_p\mu}{k_{z,M}(0)}\cdot\frac{(A(0)-\pi r_a^2(0)N_{cell})-(A(L)-\pi r_a^2(L)N_{cell})}{A(0)-\pi r_b^2(0)N_{cell}} \quad (۳۳)$$

با حدس اولیه‌ی شعاع آغشته نشده از توده الیاف در خروجی قالب$r_a(L)$ و با داشتن این مقادیر در ورودی قالب( $r_b(0)$و $r_a(0)$ ) مقدار فشار در المان بعدی (0+h) از معادله‌ی (۳۳) قابل محاسبه خواهد بود. پس از محاسبه مقدار فشار در یک محدوده دیفرانسیلی، مقدار فشار محاسبه شده، در رابطه‌های مربوط به جریان میکروسکوپیک وارد می‌شود و بار دیگر روش اویلر برای محاسبه موقعیت مرز مذاب درون توده در جریان میکروسکوپیک به کار گرفته می‌شود تا موقعیت جبهه جریان میکروسکوپیک که همان شعاع آغشته نشده از توده الیاف است، بدست آید. تا اینجا با داشتن یک حدس اولیه برای مقدار $r_a(L)$ و داشتن مقادیر $r_b(0)$و $r_a(0)$از حل رابطه‌های مربوط به جریان میکروسکوپیک، مقدار فشار در هر موقعیت از $z$ قابل محاسبه است.

شکل ۷ نشان می‌دهد که مقدار فشار در مرز توده الیاف همان مقدار فشار ماکروسکوپیک است ولی در محدوده‌ی داخل توده، فشار افت کرده و تا فشار اتمسفر که در منطقه‌ی خشک از توده الیاف است، کاهش می‌یابد. البته برنت و همکارانش [۶] فشار در منطقه خشک از توده الیاف را فشار اتمسفر در نظر نگرفته و رابطه‌ای برای آن ارائه کرده اند.




**شکل ۷** افت فشار در توده الیاف

معادله‌ی بقای جرم برای مذاب گرمانرم درون توده الیاف و معادله‌ی بقای جرم برای الیاف تقویت کننده درون توده با معادله‌های (۳۳) و (۳۴) توصیف می‌شوند. معادله (۳۵) نیز همان رابطه دارسی است که سرعت دارسی بصورت حاصلضرب تفاضل سرعت الیاف تقویت کننده در توده الیاف ($u_f$) و سرعت شعاعی جبهه مذاب در توده الیاف ($u_r$) در درصد حجمی رزین نوشته شده است. با جمع معادله های (۳۴) و (۳۵)، رابطه (۳۷) بدست می‌آید.

با انتگرال گیری از رابطه (۳۶) و جای‌گذاری رابطه دارسی که در رابطه (۳۵) نشان داده شد، سرعت‌های $u_f$ و $u_r$ بر حسب گرادیان فشار به ترتیب به شکل معادله‌های (۳۸) و (۳۹) بدست می‌آید. ضریب $C_1$ از اعمال شرط اولیه (۴۰)، برابر با صفر بدست می‌آید.

در موقعیت شعاعی $r=r_a$، سرعت گرمانرم مذاب برابر با $\frac{dr_a}{dt}$ و در موقعیت شعاعی $r=r_b$ ، سرعت الیاف برابر $\frac{dr_b}{dt}$ می‌باشد. بنابراین چنانچه زمان لازم جهت عبور از حفره مخروطی قالب که از رابطه (۴۱) بدست می‌آید به تعداد i قسمت تقسیم شود، موقعیت $r_a$ و $r_b$، به کمک روش اویلر با داشتن مقادیر مشتق‌های آن‌ها نسبت به زمان و مقدار اولیه آن‌ها در زمان t، در زمان (t+dt) محاسبه می‌شود. رابطه‌های (۴۲) و (۴۳) این موضوع را نشان می‌دهد. بنابراین با مقدار فشار محاسبه شده از حل ماکروسکوپیک، موقعیت $r_a$ و $r_b$ قابل محاسبه خواهد بود. $t_{total}$ مدت زمانی است که طی آن، الیاف قسمت مخروطی قالب را طی می‌کند.

$$\frac{\partial}{\partial t}(1-V_f)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[(1-V_f)\cdot r\cdot u_r\right]=0 \quad (۳۴)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}V_f+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[V_f\cdot r\cdot u_f\right]=0 \quad (۳۵)$$

$$V_r(z)=(1-V_f)(u_r-u_f)=\frac{k_{r,m}}{\mu}\frac{dP_b(z)}{dr} \quad (۳۶)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r(1-V_f)(u_r-u_f)+r\cdot u_f\right]=0 \quad (۳۷)$$

$$u_f=\frac{C_1}{r}-\frac{k_{r,m}}{\mu}\frac{dP}{dr} \quad (۳۸)$$

$$u_r=\frac{C_1}{r}+\frac{V_f}{(1-V_f)}\frac{k_{r,m}}{\mu}\frac{dP}{dr} \quad (۳۹)$$

$$\mathrm{r}=r_a\rightarrow u_r=\frac{dr_a}{dt},\frac{dP}{dr}=0,\qquad \mathrm{r}=r_b\rightarrow u_f=\frac{dr_b}{dt} \quad (۴۰)$$

$$t_{total}=\frac{L}{V_p},dt=\frac{t_{total}}{\mathrm{i}} \quad (۴۱)$$

1. Euler


Archive of SID
www.SID.ir

$$r_a(t+dt) = r_a(t) + \mathrm{i}\cdot\frac{dr_a(t)}{dt} \quad (۴۲)$$

$$r_b(t+dt) = r_b(t) + \mathrm{i}\cdot\frac{dr_b(t)}{dt} \quad (۴۳)$$

## ۳-فرآیند حل و نتایج مدل ساده شده

### ۳-۱- فرآیند حل مدل ساده شده

روند حل مدل ساده شده در شکل ۸ نشان داده شده است. ورودی‌های مدل ساده شده، عبارتند از طول قسمت مخروطی قالب، سطح مقطع قالب در هر موقعیت از طول آن، شعاع توده الیاف، شعاع ریز الیاف‌های تشکیل دهنده الیاف، گرانروی، ضریب‌های ثابت آغشتگی، تعداد الیافی که به قالب وارد می‌شود و سرعت کشنده.

با شروع از ورودی قالب (z=0)، سرعت جریان برگشتی در راستای محور قالب از رابطه (۱۳) محاسبه می‌شود. مقدار ضریب آغشتگی ماکروسکوپیک در راستای طولی قالب، از رابطه (۷) محاسبه شده و سپس مقدار فشار نیز از رابطه (۱۴) محاسبه می‌شود. ضریب آغشتگی شعاعی میکروسکوپیک از رابطه (۸) محاسبه شده و به کمک رابطه (۱۷)، سرعت میکروسکوپیک شعاعی محاسبه می شود. در نهایت شعاع منطقه خشک‌مانده در توده الیاف از رابطه (۱۸) محاسبه می شود و این فرآیند حل در طول قالب محاسبه می‌شود.

### ۳-۲- نتایج حل مدل ساده شده

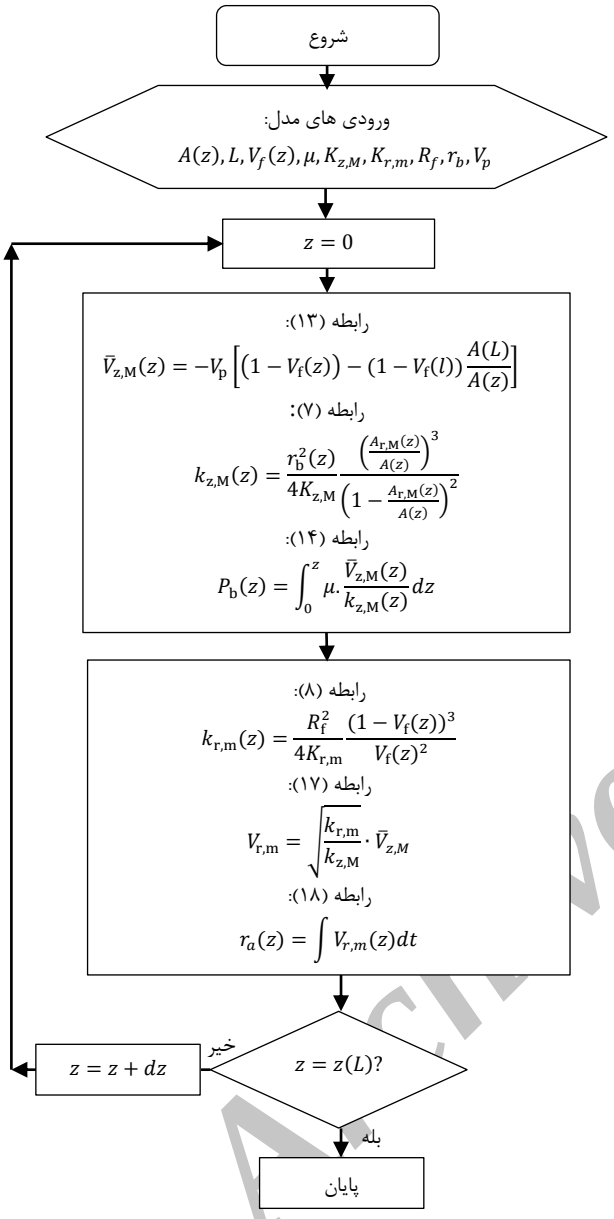
در حل مدل ساده شده، رابطه‌های مربوطه، برای یک مدل ساده با ورودی های درج شده در جدول ۱ در سه سرعت کشنده‌ی ۳، ۴ و ۵ میلیمتر بر ثانیه حل شده است.

سرعت جریان ماکروسکوپیک برگشتی مذاب گرمانرم در شکل ۹ نمایش داده شده است. نتایج حل مدل، در شکل ۹ و شکل ۱۰ نشان می‌دهد که با نزدیک شدن به خروجی قالب و همینطور با کاهش سرعت کشنده، سرعت جریان برگشتی و همینطور سرعت شعاعی میکروسکوپیک کاهش می‌یابد. هر چند مقدار سرعت شعاعی مذاب گرمانرم بسیار کمتر از سرعت در طول قالب است. شکل ۱۱ نشان می‌دهد که مقدار فشار مذاب گرمانرم درون قالب، با نزدیک شدن به خروجی قالب و با افزایش سرعت کشنده، افزایش می‌یابد.

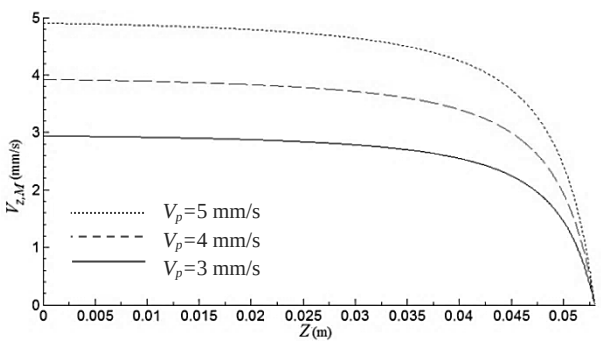
ضریب‌های آغشتگی میکروسکوپیک شعاعی و ماکروسکوپیک طولی نیز با نزدیک شدن به خروجی قالب، کاهش می‌یابد(شکل ۱۲). مقدار ضریب آغشتگی میکروسکوپیک شعاعی بسیار کمتر از ضریب آغشتگی ماکروسکوپیک طولی است.

بنابراین با نزدیک شدن به خروجی قالب، فشار ناشی از جریان برگشتی مذاب، افزایش یافته و این افزایش مقدار فشار در سرعت‌های کششی بالاتر بیشتر است. ضریب آغشتگی ماکروسکوپیک و میکروسکوپیک نیز با نزدیک شدن به خروجی قالب، بشدت کاهش می‌یابد و با فرض ثابت ماندن مقدار گرانروی در طول قالب بدلیل یکنواختی دما و نرخ برشی پایین فرآیند پالتروژن، مقادیر فشار و ضریب آغشتگی، تعیین کننده درجه آغشتگی در قالب خواهند بود.

در شکل ۱۳ مقدار محاسبه شده برای شعاع خشک‌مانده در توده الیاف را در طول قالب نشان داده شده است. نتایج مدل ساده شده نشان می‌دهد که در سرعت کششی ۳ میلیمتر بر ثانیه و با شعاع توده ۰/۲ میلیمتر، آغشتگی در طول ۱۱ میلیمتری از دهانه قالب کامل می‌شود. با افزایش شعاع توده از ۰/۱ میلیمتر به ۰/۲ میلیمتر، آغشتگی در طول دورتری از دهانه قالب رخ می‌دهد (۷ میلیمتر دورتر). این در حالی است که با افزایش شعاع توده از ۰/۲ میلیمتر به ۰/۳ میلیمتر، آغشتگی در طول نزدیکتری از دهانه قالب رخ می‌دهد. این نشان می‌دهد که حد بهینه‌ای برای شعاع توده وجود دارد. ثابت گرفتن شعاع $r_b$ در طول قالب، سبب ایجاد خطا در این مدل می‌باشد.



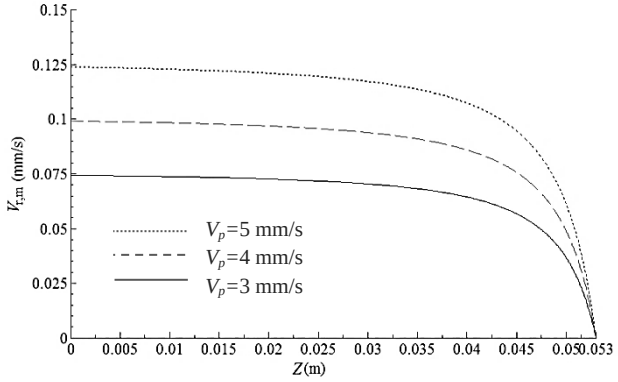

**شکل ۸** فرآیند حل مدل ساده شده



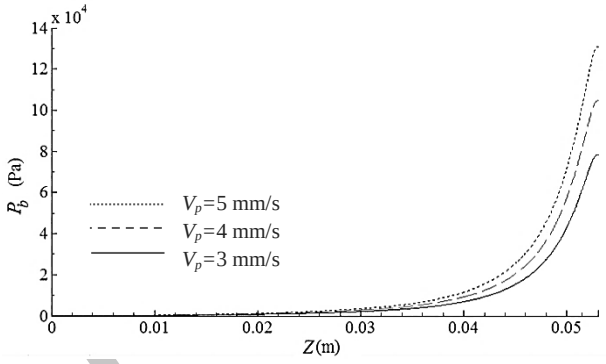

**شکل ۹** سرعت جریان برگشتی ماکروسکوپیک مذاب گرمانرم در طول حفره قالب



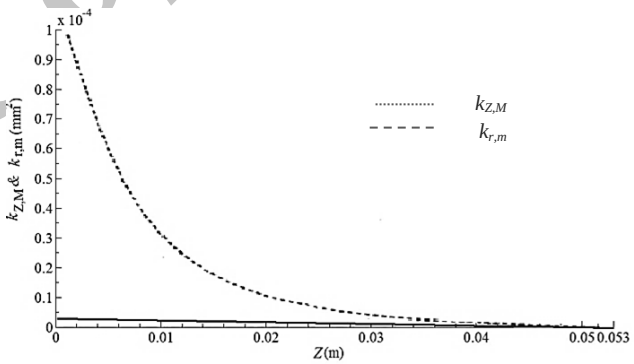
Archive of SID
www.SID.ir



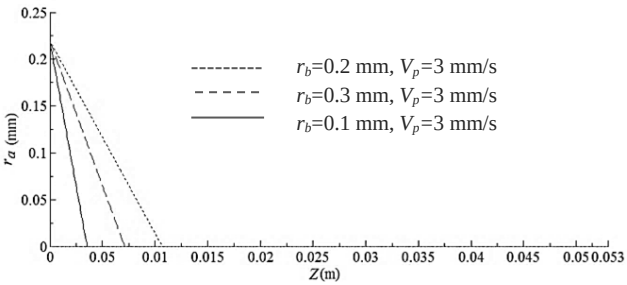

**شکل ۱۰** سرعت جریان میکروسکوپیک شعاعی مذاب گرمانرم در طول حفره قالب




**شکل ۱۱** فشار (نسبی) مذاب گرمانرم در هر موقعیت از حفره قالب

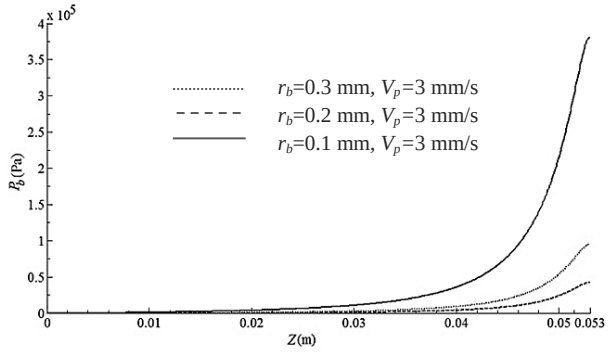



**شکل ۱۲** مقایسه مقادیر ضریب آغشتگی در جهت ماکروسکوپیک طولی و میکروسکوپیک شعاعی در طول حفره قالب




**شکل ۱۳** اثر شعاع توده الیاف در کاهش شعاع خشک توده الیاف($r_a$) در طول قالب

اثر شعاع توده الیاف در شکل ۱۴ نشان داده شده است. با کاهش مقدار $r_b$ در سرعت ثابت کشنده، مقدار فشار افزایش یافته است. این مطلب در نمودار زیر نشان داده شده است. همینطور افزایش اندازه $r_b$، سبب می‌شود تا توده الیاف در فاصله دورتری از ورودی قالب آغشته شود(شکل ۱۳).




**شکل ۱۴** اثر شعاع توده الیاف در فشار در طول قالب

**جدول ۱** پارامترهای ورودی مدل

| پارامتر | مقادیر/مشخصه |
|---|---|
| نوع کامپوزیت | شیشه/پلی پروپیلن (هیبریدی *SBS*) |
| تکس روینگ شیشه(Tex) | ۱۰۳ |
| تکس نخ پلی پروپیلن(Tex) | ۹۵ |
| گرانروی نخ پلی پروپیلن مذاب($\mu$) | ۵۳۸(Pa.s) |
| کسر حجمی الیاف شیشه($V_f$) | ۰/۳۲ |
| قطر روینگ شیشه | ۰/۲۲(mm) |
| ضریب کوزنی جریان ماکروسکوپیک در جهت طولی($K_{z,M}$) | ۱/۲ |
| ضریب کوزنی جریان میکروسکوپیک در جهت شعاعی ($K_{r,m}$) | ۱۲ |
| تعداد توده ها($Ncell$) | ۲۷ |
| قطر ورودی قالب | ۱۱/۲(mm) |
| قطر خروجی قالب | ۱/۸(mm) |
| طول قالب($L$) | ۵۳(mm) |
| سرعت کشش ($V_p$) | ۳ و ۴ و ۵(mm/s) |

## ۴- فرآیند حل و نتایج مدل توسعه یافته

### ۴-۱- فرآیند حل مدل توسعه یافته

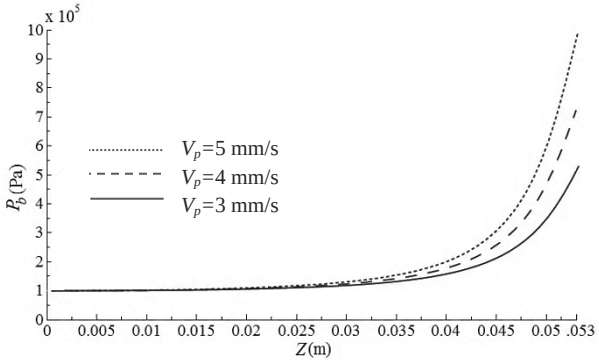
ورودی‌های مدل و حدس اولیه درخصوص شعاع خشک در توده الیاف در انتهای مخروط قالب، جزو ورودی مدل می‌باشد. ابتدا حل ماکروسکوپیک انجام شده و با بدست آوردن مقدار فشار، حل میکروسکوپیک آغاز می‌شود. در طی حل، مقدار $r_b$ یا همان شعاع توده با محدودیت هندسی موجود در هر مقطع دایروی از حفره قالب در موقعیت $z$ کنترل می‌شود. زیرا با توجه به تعداد توده ها ($N_{cell}$) مقدار شعاع توده از لحاظ هندسی نمی‌تواند از مقدار شعاع بیشینه‌ای ($r_{b\,max}$) بیشتر باشد. چنانچه مقدار شعاع توده محاسبه شده در هر گام به این مقدار برسد، در گام‌های بعدی، شعاع بیشینه جایگزین شعاع محاسبه شده خواهد شد. در نهایت چرخه تکرار با جایگزینی شعاع خشک محاسبه شده از حل میکروسکوپیک و جای‌گذاری آن در حل ماکروسکوپیک ادامه می‌یابد تا آنجایی که تفاضل این دو مقدار عدد بسیار کوچکی باشد.

Archive of SID

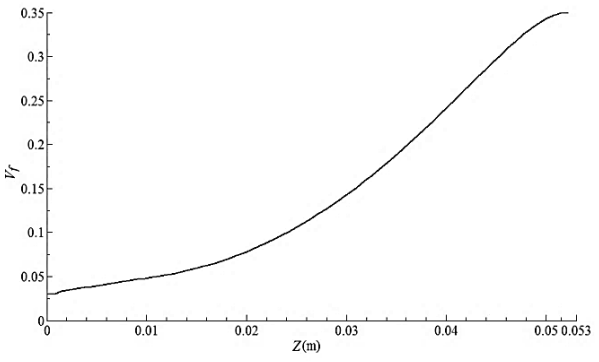

www.SID.ir

**۴-۲- نتایج حل مدل توسعه یافته**

مدل توسعه یافته برای ورودی های نشان داده شده در جدول ۱ حل شده است. مقادیر محاسبه شده فشار در شکل ۱۵ آمده است. با نزدیک شدن به انتهای قالب، فشار افزایش یافته است. کسر حجمی محاسبه شده با توجه به درجه آغشتگی در هر موقعیت از طول قالب در شکل ۱۶ نشان داده شده است. الگوریتم حل مدل توسعه یافته در شکل ۱۷ نشان داده شده است. و درجه آغشتگی در طول قالب در شکل ۱۸ نشان داده شده است. درجه آغشتگی در انتهای قالب نزدیک به عدد ۱ (آغشتگی کامل) محاسبه شده است. در نهایت، شعاع خشک و شعاع توده الیاف محاسبه شده در هر موقعیت از طول قالب در شکل ۱۹ نشان داده شده است. شعاع توده الیاف از ۰/۲۵ میلیمتر در دهانه ورودی قالب، در ابتدا با نفوذ مذاب گرمانرم به درون توده الیاف، افزایش می‌یابد و سپس با کمتر شدن سطح مقطع حفره قالب، شعاع هرکدام از توده‌های الیاف تا کمتر از ۰/۲ میلیمتر کاهش می‌یابد. شعاع خشک توده الیاف نیز از ۰/۲۴ میلیمتر در شروع قالب، تا کمتر از ۰/۰۴ میلیمتر کاهش می‌یابد. شکل ۱۹ نشان می‌دهد که فرآیند حل با پنجاه تکرار به پایان رسیده است و آغشتگی در طول ۵۲ میلیمتری از دهانه ورودی قالب کامل شده است.



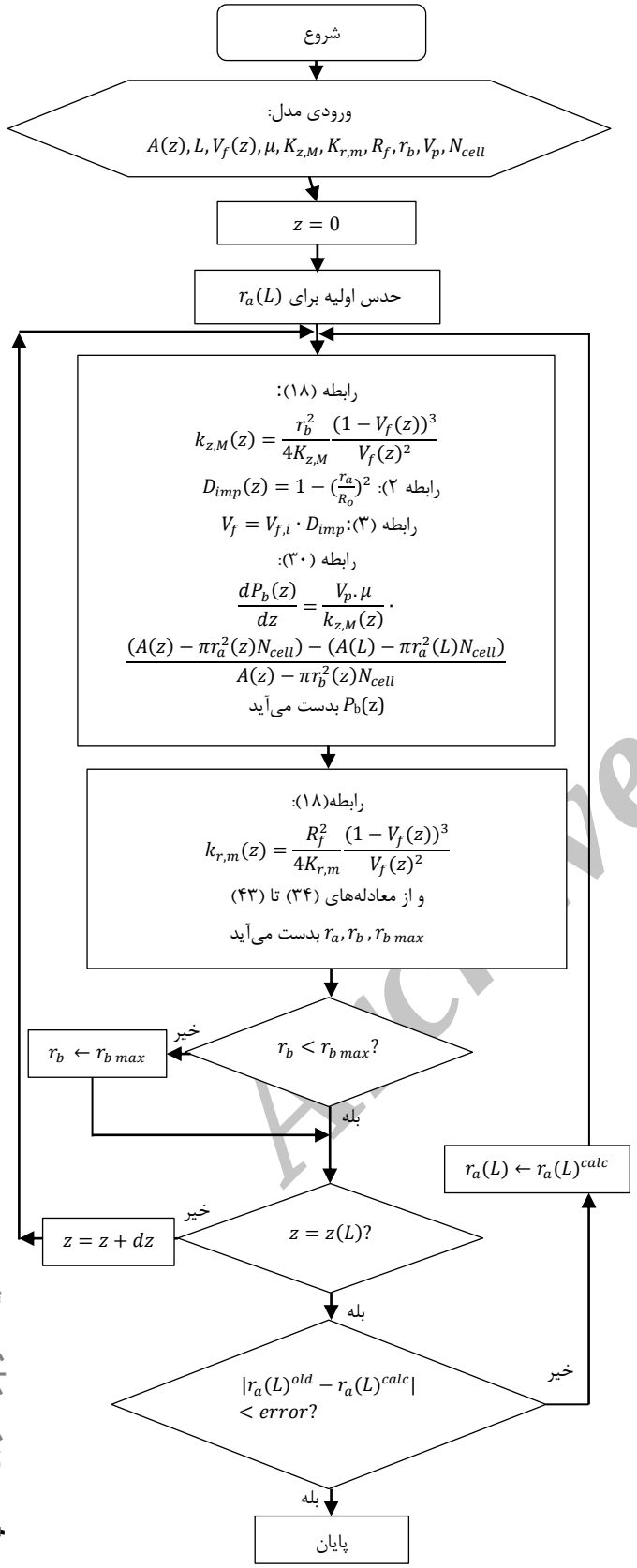

**شکل ۱۵** فشار (مطلق) مذاب گرمانرم در سه سرعت کشش در طول قالب




**شکل ۱۶** کسر حجمی الیاف در طول قالب

**۵- آزمایش عملی**

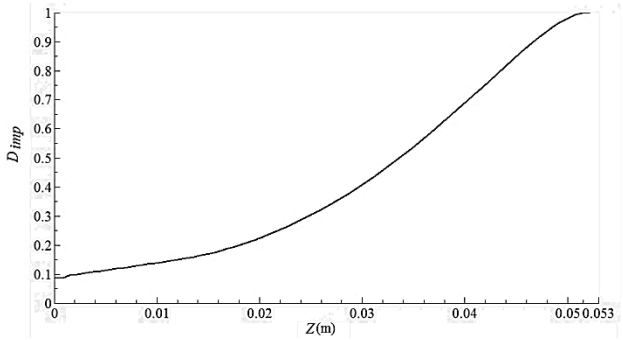
به منظور صحت سنجی مدل آغشتگی می‌توان با یک حسگر فشار، فشار مذاب گرمانرم را در نقاط مختلف از قالب اندازه‌گیری نمود و مقدار فشار را در نقاط اندازه‌گیری شده، با نتایج حاصل از حل مدل، مقایسه نمود. راه دیگر، بررسی عکس‌های میکروسکوپیک گرفته شده از مقطع عرضی نمونه کامپوزیت تولید شده می‌باشد. این بررسی می‌تواند بطور کیفی با دیدن منطقه‌های آغشته نشده از توده‌ها یا با اندازه گیری کسر حجمی آن‌ها به کمک پردازش تصویر انجام شود.



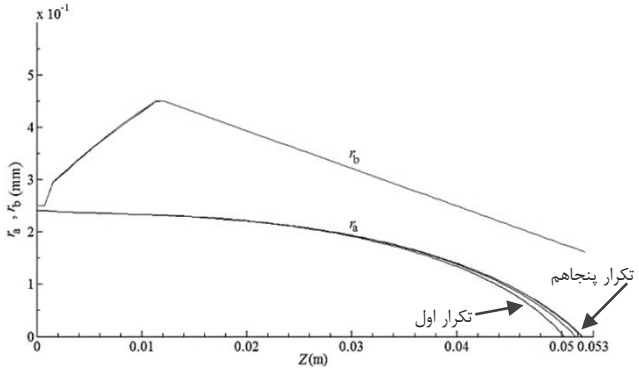

**شکل ۱۷** فرآیند حل در مدل توسعه یافته



www.SID.ir




**شکل ۱۸** درجه آغشتگی($D_{imp}$) در طول قالب

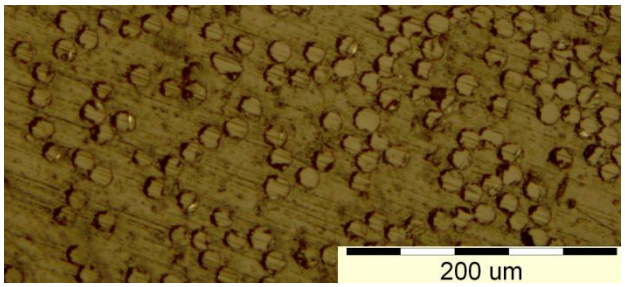



**شکل ۱۹**شعاع خشک $r_a$ و شعاع توده $r_b$ در طول قالب

در این بخش صرفا به منظور بررسی کیفی آغشتگی در کامپوزیت پالترود شده و مقایسه با نتیجه نهایی مدل توسعه یافته که آغشتگی تقریبا کاملی را در خروجی قالب پیش بینی نموده است، یک آزمایش عملی انجام شده است. مفتول کامپوزیتی تولید شده با هندسه قالب نشان داده شده در شکل ۴ و مشخصات قالب و مواد اولیه درج شده در جدول ۱، بطور عملی مورد آزمایش قرار گرفته است.

شکل ۲۰ قالب پالتروژن، ورود الیاف هیبریدی و خروج مفتول کامپوزیتی به قطر ۱/۸ میلیمتر را نشان می‌دهد. دمای قالب بطور یکنواخت در ۲۰۰ درجه سانتیگراد تنظیم شده است و فرآیند پس از یکنواختی دما در سرتاسر قالب آغاز شده است. مطابق تعداد توده درج شده در جدول ۱، از ۲۷ الیاف هیبریدی شیشه و پلی پروپیلن در ورودی قالب استفاده شده است. مفتول کامپوزیتی تولید شده برش عرضی داده شده و پس از آماده سازی و پولیش کاری، مقطع آن به کمک یک میکروسکوپ نوری دیده شده است. تصویر میکروسکوپیک مقطع عرضی کامپوزیت تولید شده در شکل ۲۱ نشان می‌دهد که آغشتگی الیاف و مذاب گرمانرم در قالب پالتروژن تقریبا به طور کامل رخ داده است.

**شکل ۲۰** قالب پالتروژن تولید مفتول کامپوزیتی از الیاف هیبریدی




**شکل ۲۱** عکس میکروسکوپیک مقطع عرضی کامپوزیت پالترود شده (پایان قالب)

## ۶- نتیجه‌گیری

در ابتدا مدل ساده‌ای بدون در نظر گرفتن جریان میکروسکوپیک و با فرض ثابت بودن شعاع توده الیاف ارائه گردید. با مرتبط کردن جریان ماکروسکوپیک طولی به جریان میکروسکوپیک شعاعی، سرعت شعاعی میکروسکوپیک و به کمک آن، شعاع خشک مانده در توده الیاف محاسبه شد. این مدل می‌تواند جهت تخمین سریع از سرعت شعاعی میکروسکوپیک و اندازه توده الیاف خشک در طول قالب به کار رود.

در بخش بعد، یک مدل توسعه یافته، با فرض وجود تغییرات در شعاع توده الیاف و تبادل جرم جریان میکروسکوپیک درون توده الیاف با جریان ماکروسکوپیک خارج از توده الیاف ارائه شد. در حل قسمت ماکروسکوپیک این مدل، رابطه (۲۳) ارائه گردید که می‌تواند ارتباط افت فشار جریان ماکروسکوپیک طولی و میکروسکوپیک شعاعی و شعاع توده و شعاع قسمت خشک توده الیاف را به هم مرتبط کند و همانطوریکه توضیح داده شد، با اندازه گیری فشار قالب در دو نقطه و استفاده از این رابطه، می‌توان اندازه شعاع خشک توده الیاف را محاسبه کرد. در حل تئوری مدل، به دلیل وجود عبارت سرعت شعاعی میکروسکوپیک در رابطه (۲۳) و پیچیدگی حل همزمان آن با سرعت ماکروسکوپیک طولی، دو راه حل ارائه شد که یکی استفاده از رابطه (۱۷) و راه دیگر، جای‌گذاری تقریبی سرعت کشنده به جای سرعت میکروسکوپیک شعاعی است. از روش اویلر برای حل تکراری کمک گرفته شد. نهایتا حل مدل توسعه یافته نشان داد که با افزایش اندازه شعاع توده‌ها، فشار مذاب درون قالب کاهش می‌یابد و آغشتگی در فاصله دورتری از ورودی قالب رخ می‌دهد. درجه آغشتگی در نزدیکی خروجی قالب به بیشترین مقدار می‌رسد. افزایش سرعت کشنده از ۳ تا ۵ میلیمتر نیز افزایش فشار درون قالب را نشان می‌دهد.

نتیجه آزمایش عملی که هندسه قالب و مشخصات مواد اولیه در این آزمایش، مطابق مشخصات ورودی مدل‌ها در نظر گرفته شده است نیز آغشتگی کامل در قالب پالتروژن را تایید می‌کند.

## ۷- فهرست علائم

| | |
|---|---|
| $A$ | سطح مقطع حفره قالب ($m^2$) |
| $A_{r,M}$ | مساحت اشغال شده از رزین در فضای ماکروسکوپیک ($m^2$) |
| $D_{imp}$ | درجه آغشتگی |
| $h$ | تعداد بازه‌های طولی مورد استفاده در روش اویلر(حل ماکروسکوپیک) |
| $i$ | تعداد بازه‌های شعاعی مورد استفاده در روش اویلر(حل میکروسکوپیک) |
| $k$ | ضریب آغشتگی ($m^2$) |


Archive of SID
www.SID.ir

$k_c$ ضریب فشردگی رزین($m^2N^{-1}$)

$k_{r,m}$ ضریب آغشتگی جریان میکروسکوپیک در راستای شعاعی ($m^2$)

$k_{Z,M}$ ضریب آغشتگی جریان ماکروسکوپیک طولی ($m^2$)

$K_{r,m}$ ضریب کارمن کوزنی درراستای شعاعی میکروسکوپیک

$K_{Z,M}$ ضریب کارمن کوزنی درراستای طولی ماکروسکوپیک

$L$ طول قسمت مخروطی قالب (m)

$N_{cell}$ تعداد توده ها

$P$ فشار ($kgm^{-1}s^{-2}$)

$P_T$ فشار ناشی از تغییرات دما ($kgm^{-1}s^{-2}$)

$P_b$ فشار ناشی از جریان برگشتی مذاب ($kgm^{-1}s^{-2}$)

$Q_b$ دبی جریان مذاب برگشتی($m^3s^{-1}$)

$Q_{imp}$ دبی جریان میکروسکوپیک ($m^3s^{-1}$)

$R_f$ شعاع فیلامنت (m)

$R_o$ شعاع توده الیاف احاطه شده با مذاب گرمانرم (m)

$r_{b\,max}$ حد هندسی بیشینه شعاع توده

$r_a$ موقعیت شعاعی جبهه مذاب درون توده الیاف (m)

$r_b$ موقعیت شعاعی مرز توده الیاف(مرز الیاف در توده) (m)

$T_{amb}$ دمای محیط (°C)

$t_{total}$ زمان پیمایش قسمت مخروطی توسط الیاف (s)

$u_f$ سرعت شعاعی الیاف ($ms^{-1}$)

$u_r$ سرعت شعاعی رزین($ms^{-1}$)

$V_f$ کسر حجمی الیاف

$V_P$ سرعت کشنده ($ms^{-1}$)

$V_{f,i}$ کسر حجمی اولیه الیاف

$\bar{V}_{z,M}$ سرعت متوسط جریان ماکروسکوپیک برگشتی ($ms^{-1}$)

$V_{r,m}$ سرعت جریان میکروسکوپیک شعاعی ($ms^{-1}$)

$V_{Darcy}$ سرعت دارسی($ms^{-1}$)

**علایم یونانی**

$\alpha_v$ ضریب انبساط حرارتی ($°C^{-1}$)

$\mu$ لزجت دینامیکی ($kgm^{-1}s^{-1}$)

## ۸- مراجع


[1] Sala, G. and Cutolo, D.,"The Pultrusion Of Powder-Impregnated Thermoplastic Composite," Composites PartA, Vol. 28, pp. 637–646, 1997.

[2] Steggall-Murphy, C. Simacek, P. Advani, S.G. Yarlagadda, S. and Walsh, S., "A Model for Thermoplastic Melt Impregnation of Fiber Bundles During Consolidation of Powder-Impregnated Continuous Fiber Composites," Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, Vol. 41, No. 1, pp. 93–100, 2010.

[3] Tutunchi, M. Golzar, M. and Behravesh, A. H.,"Investigation of Thermoplastic Pultrusion for Tubular Product Production Using Prepregs," Journal of Science and Technology of Composies, Vol. 2, No. 1, pp. 23–32, 2015.

[4] Kim, T. W. Jun, E. J. Um, M. K. and Lee, W. I., "Effect of Pressure on the Impregnation of Thermoplastic Resin into a Unidirectional Fiber Bundle," Advances in Polymer Technology, Vol. 9, No. 4, pp. 275–279, 1989.

[5] Kim, D. H. Lee, W. Il. and Friedrich, K., "A Model for a Thermoplastic Pultrusion Process Using Commingled Yarns," Composites Science and Technology, Vol. 61, No. 8, pp. 1065–1077, 2001.

[6] Bernet, N. Michaud, V. Bourban, P. E. and Manson, J. a. E., "An Impregnation Model for the Consolidation of Thermoplastic Composites Made from Commingled Yarns," Journal of Composite Materials, Vol. 33, No. 8, pp. 751–772, 1999.

[7] Koubaa, S. Burtin, C. Le Corre, S. and Poitou, A., "Simple Modelling of Impregnation in Pultrusion Process of Thermoplastic Composites," International journal of Microstructure and Materials Properties, Vol. 7, No. 5, pp. 428–438, 2012.

[8] Koubaa, S. Le Corre, S. and Burtin, C.,"Thermoplastic Pultrusion Process: Modeling and Optimal Conditions for Fibers Impregnation," Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 32, No. 17, pp. 1285–1294, 2013.

[9] Ghorbani, H. Ataee, B. and Golzar, M., "Investigation of Impregnation in a Pultrusion die for Glass/Polypropylene Composite Wire," in The 3rd International Conference on Composites: Characterization, Fabrication and Application (CCFA-3), pp. 129–130, 2012.

[10] Skartis, L. Kardos, J. and Khomami, B.,"Resin Flow Through Fiber Beds During Composite Manufacturing Process. Part I: Review of Newtonian Flow Through Fiber Beds," Polymer engineer and science, pp. 32:221–30, 1992.

[11] Hepola, P. J. Advani, S. G. and Pipes, R. B.,"A Process Model to Descibe Matrix Flow and Heat Transfer in Thermoplastic Pultrusin," in 49th Anuual Conference,Composites Institue,the Society of Plastics Industry, 1994.

[12] Astrom, B. T., "Development and Application of a Process Model for Thermoplastic Pultrusion," Composites Manufacturing, Vol. 3, No. 3, pp. 189–197, 1992.

[13] Batch, G. L.,"Crosslinking Free Radical Kinetics and the Pultrusion Processing of Composites" PhD thesis, University of Minnesota,USA, 1989.


Archive of SID



www.SID.ir