



مدلی جدید برای همگن سازی مواد مرکب چندفازی با درصد حجمی بالای اشغال کننده

احمد پارسایی^۱، محمود مهرداد شکرپه^{۲*}، مهدی مندعلی^۳

۱- دانشجوی دکترا، مهندسی هوا فضا، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران

۲- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۳- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران

* تهران، صندوق پستی ۱۳۱۱۴-۱۶۸۴۶، shokrieh@iust.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت: ۹۵/۰۵/۱۳	هدف این تحقیق بدست آوردن خواص مکانیکی مواد مرکب چند فازی با درصد حجمی بالای اشغال کننده می باشد. بدین منظور یک روش جدید برای همگن سازی کامپوزیت های چندفازی ارایه گردیده است. روش همگن سازی ارائه شده در این مقاله بر پایه ترکیبی از مدل موری-تاناکا و مدل دیفرانسیلی توسعه یافته است. روش همگن سازی جدید با نام مدل MT-DS نام گذاری گردیده و شامل چهار مرحله می باشد. در مرحله اول، کرنش متوسط ایجاد شده در اشغال کننده محاسبه می شود. در مرحله دوم، تانسور سفتی برای ماده همگن سازی شده بر پایه مدل دیفرانسیلی تصحیح شده محاسبه می گردد. سپس در مرحله سوم، تانسور تمرکز کرنش بر اساس مدل موری-تاناکا و معادلات اشلبی محاسبه می گردد. در انتها و در مرحله چهارم، تانسور تمرکز کرنش و تانسور سفتی برای ماده همگن سازی شده بر اساس مدل MT-DS محاسبه می شوند. برای همگن سازی، با توجه به شکل اشغال کننده و درصد حجمی آن، تانسور تمرکز کرنش در هر مرحله محاسبه شده و برای محاسبه تانسور سفتی ماده همگن سازی بکار گرفته می شود. با این روش در هر مرحله خواص ماده زمینه همگن شده به جای مشخصات ماده زمینه اولیه وارد محاسبات می شوند. با انجام این عمل تأثیر سایر اشغال کننده ها بر روی اشغال کننده های مجاور نیز در نظر گرفته می شود. این جایگزینی به صورت پیوسته تکرار می شود تا در انتها تانسور سفتی معادل بدست آید. برای اعتبارسنجی مدل ارائه شده جدید، نتایج بدست آمده از آن با نتایج آزمایش ها مورد ارزیابی قرار گرفتند. نتایج بدست آمده از ارزیابی مدل جدید حاکی از توانمندی آن می باشد.
پذیرش: ۹۵/۰۹/۱۳	
کلیدواژگان:	
همگن سازی اشغال کننده کامپوزیت چند فازی تانسور سفتی	

A novel model for homogenization of multi-phase composites with high volume fraction of inclusions

Ahmad Parsaee¹, Mahmoud-Mehrdad Shokrieh^{2*}, Mehdi Mondali¹

1- Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad university, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, shokrieh@iust.ac.ir

Keywords

Homogenization
Inclusion
Multi-phase composite
Stiffness tensor

Abstract

This study aims to obtain mechanical properties of multi-phase composite materials with high volume fraction of inclusion. For this purpose, a new method is presented for the homogenization of multi-phase composites. A new homogenization method was developed based on a combination of the Mori-Tanaka model and the differential model. The new homogenization method was named MT-DS model which consists of four stages. In the first stage, average strain created in the inclusion is calculated. Then, based on the modified differential scheme, the stiffness tensor for the homogenized material is calculated. In the third stage, based on the Mori-Tanaka model as well as Eshelby equations, the strain concentration tensor is calculated. Finally, in the fourth stage, using the MT-DS model, the strain concentration and stiffness tensors for the homogenized material are calculated. For homogenization, according to shape of the inclusion as well as its volume fraction, the strain concentration tensor is calculated and the homogenized material is used in order to calculate the stiffness tensor. Using this method, in each stage, instead of properties of the raw matrix material, properties of the homogenized matrix material are included in the calculations. The effect of other inclusions on the adjacent inclusions is also considered. This procedure is continuously repeated until the equivalent stiffness tensor is obtained. To validate the new proposed model, obtained results were evaluated in a comparison with the results of the experiments.

Please cite this article using:

Parsaee, A. Shokrieh, M.M. and Mondali, M. "A novel model for homogenization of multi-phase composites with high volume fraction of inclusions". In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 4, No. 2, pp. 195-204, 2017.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

۱- مقدمه

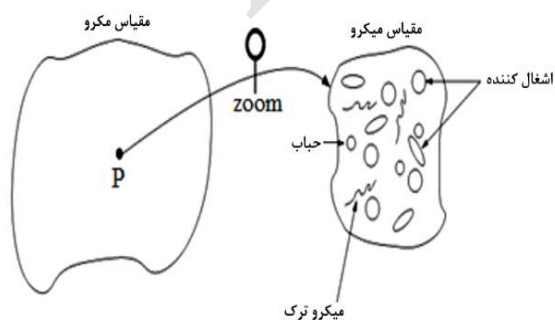
بر اساس تانسور چرخش^{۱۱} مورد بررسی قرار داده است. از میان مدل‌های ارائه‌شده، مدل موری-تاناکا برای درصد حجمی کمتر از ۳۰ درصد نتایج مناسبی ارائه می‌کند. علت این محدودیت، نحوه بدست آوردن تانسور تمرکز کرنش در روش موری-تاناکا می‌باشد. در این مدل، تأثیر اشغال‌کننده‌ها بر روی همدیگر در نظر گرفته شده اما اثرات آن‌ها بر روی خواص ماتریس لحاظ نمی‌شود. لذا، همواره خواص ماتریس در مراحل همگن‌سازی با خواص ماتریس اولیه یکسان در نظر گرفته می‌شود. لذا این نوع مدل‌سازی برای کسر حجمی بالای اشغال‌کننده نتایج مناسبی ارائه نمی‌دهد. از طرفی ادعا می‌شود که مدل دیفرانسیلی برای درصد حجمی بالای اشغال‌کننده کاربرد دارد [۱۳]. اما در این مدل، اثر اشغال‌کننده‌ها بر روی یکدیگر در نظر گرفته نمی‌شود. لذا با توجه به عدم لحاظ کردن اثر اشغال‌کننده‌ها بر روی یکدیگر، مدل دیفرانسیلی در عمل برای درصد حجمی بالای اشغال‌کننده نتایج مناسبی ارائه نمی‌دهد [۱۳].

در این مقاله تلاش شده است تا با تصحیح روابط مدل دیفرانسیلی و ترکیب کردن آن با مدل موری-تاناکا، مدلی ارائه گردد که بتواند با در نظر گرفتن اثر اشغال‌کننده‌ها بر روی یکدیگر، برای درصد حجمی بالای اشغال‌کننده نتایج مناسبی ارائه کند و محدودیت‌های دو مدل ارائه شده را نداشته باشد. بر این اساس در این تحقیق مدل جدیدی ارائه می‌گردد که قابلیت همگن‌سازی مواد مرکب با درصد حجمی بالای اشغال‌کننده را دارد. برای بررسی صحت مدل ارائه شده، نتایج بدست آمده از مدل با نتایج آزمایش‌ها مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

۲- مفهوم جزء حجمی معرف و شرایط مرزی

یک نقطه مانند P در محیط میکرو (شکل ۱) می‌تواند بیانگر یک حجم از ریز ساختارهای تشکیل دهنده ماده‌ای نامگن در مقیاس میکرو باشد. هدف از تعیین جزء حجمی معرف^{۱۲} این است که کمیات ساختاری در مقیاس میکرو یک نقطه از ماده به خواص میکرو ساختارهای تشکیل دهنده آن ماده ربط داده شود [۱۶]. از لحاظ ابعادی، جزء حجمی معرف باید آنقدر بزرگ باشد که شامل تعداد زیادی از انواع میکرو اجزای تشکیل دهنده ماده باشد و از طرفی از هر طولی که روی آن تنش‌ها و یا کرنش‌های میانگین ماده مرکب تغییر می‌کند کوچکتر باشد [۱۷].

همان‌طور که در شکل ۱ دیده می‌شود می‌توان یک المان میکرو پیچیده از لحاظ ساختاری از فضای میکرو انتخاب نمود. هیچ ضرورتی برای یکنواخت بودن تنش و کرنش بر روی این المان وجود ندارد. و به همین علت از حوزه متوسط تنش و کرنش بر روی المان حجمی معرف استفاده می‌شود.



شکل ۱ ناهمگنی در مقیاس میکرو [۱۸]

مدل‌های ساختاری که براساس آن بتوان خواص مکانیکی مواد مرکب را تخمین زد، یکی از موارد مهم تحقیق در سال‌های اخیر بوده است. هدف از علم مایکرومکانیک ایجاد پلی بین خواص مایکروسکوپی مواد تشکیل‌دهنده و خواص ماده کامپوزیتی می‌باشد. این موضوع از چندین دهه قبل موضوع پژوهش دانشمندان زیادی بوده است. روش‌های توسعه‌یافته در این زمینه را به طور کلی می‌توان به چهار بخش تقسیم کرد:

(الف) تحلیل توزیع رقیق^۱ یا مدل سلول زبرین^۲ که در آن سلول واحد به عنوان نماینده به صورت پیکسل‌های دو یا سه‌بعدی انتخاب می‌شود [۱].

(ب) همگن‌سازی بر اساس سلول واحد^۳ با استفاده از شبیه‌سازی المان محدود [۲].

(ج) همگن‌سازی بر اساس حوزه جابجایی^۴ [۳].

(د) همگن‌سازی بر اساس روش میانگین میدان^۵ با استفاده از روابط مایکرومکانیک [۴-۵].

یکی از کارهای ارزشمند در زمینه همگن‌سازی بر اساس میانگین میدان، مسئله اشلیبی [۶] است که در آن میدان‌های تنش و کرنش درون و بیرون یک اشغال‌کننده بیضوی، درون یک محیط الاستیک و ایزوتروپیک مورد بررسی قرار گرفته است. این کار زمینه‌ساز فعالیت‌های بسیاری برای جانشین کردن ناخالصی‌های درون یک ماده مرکب با یک اشغال‌کننده معادل است. اشغال‌کننده یک ناحیه از یک ماده همسانگرد است که درون آن یک کرنش ویژه وجود دارد [۷].

دوره‌ای از مقالات موجود در این زمینه نشان می‌دهد که مدل‌های مختلفی در زمینه همگن‌سازی بر اساس مسئله اشلیبی ارائه شده است [۸-۱۵]. مدل موری-تاناکا [۸] برای همگن‌سازی کامپوزیت با درصد حجمی پایین اشغال‌کننده بسیار مناسب است. از جمله مدل‌های دیگر ارائه شده در این زمینه مدل خودسازگار^۶ [۹] است، که عمدتاً برای یک کامپوزیت با ساختار پلی کریستال استفاده می‌شود. مدل اشغال‌کننده دوتایی^۷ که توسط نعمت-ناصر^۸ [۱۰] ارائه شده ترکیبی از مدل موری-تاناکا و مدل خودسازگار است. مدل لیلنس^۹ [۱۱] نیز خاصیت ماده مرکب را تابعی از مقدار پیش‌بینی شده توسط روش موری-تاناکا و روش موری-تاناکای معکوس در نظر می‌گیرد. در مدل توزیع رقیق^{۱۱} [۱۲] فرض می‌شود که فاصله ناهمگنی‌ها از هم آنقدر زیاد است که ناهمگنی‌ها هیچگونه اثری بر یکدیگر ندارند. مدل دیفرانسیلی (DS) بیان شده در مرجع [۱۳] بیان شده بر مبنای جاسازی اشغال‌کننده، درون زمینه با گام‌های بسیار کوچک است. این روش می‌تواند با روش واقعی ساخت مواد نامگن که با الحاق تدریجی یک فاز درون زمینه صورت می‌گیرد، مرتبط باشد.

از جمله تحقیقات دیگری که در زمینه همگن‌سازی صورت گرفته می‌توان به تحقیقات صورت گرفته توسط ادوانی و تاکر [۱۴-۱۵] اشاره نمود که به جهت‌گیری اشغال‌کننده در کامپوزیت چندفازی پرداخته و این مسأله

¹ Dilute distribution analysis

² Sub-cell model

³ Unit cell

⁴ Displacement field

⁵ Mean-field

⁶ Self-Consistent

⁷ Double inclusion

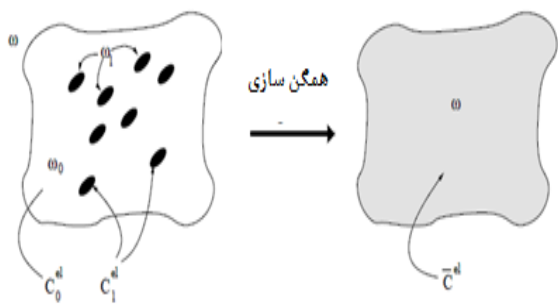
⁸ Nemat-Nasser

⁹ Lielens

¹⁰ Dilute distribution model

¹¹ Torsion tensor

¹² Representative volume element (RVE)



الف) کامپوزیت دو فازی

ب) کامپوزیت بعد همگن‌سازی

شکل ۳ الف) کامپوزیت دو فازی قبل از همگن‌سازی. ب) کامپوزیت بعد از

همگن‌سازی [۱۸]

$$\langle \varepsilon \rangle_{\omega_1} = A : \langle \varepsilon \rangle_{\omega_0} \quad (4)$$

ب) تانسور تمرکز کرنش \bar{A} که کرنش متوسط اشغال‌کننده و زمینه را به هم مرتبط می‌کند:

$$\langle \varepsilon \rangle_{\omega_1} = \bar{A} : \langle \varepsilon \rangle_{\omega_0} \quad (5)$$

در معادله (۶) نحوه ارتباط دو تانسور تمرکز کرنش بیان شده است.

$$A = [v_1 I^4 + (1 - v_1) \bar{A}^{-1}]^{-1} \quad (6)$$

سفتی الاستیک ماده همگن معادل، یک تانسور سفتی برای ماده همگن‌سازی شده است که در رابطه‌ی (۷) این تانسور نشان داده شده است.

$$C^- = C_m + v_1 (C_i - C_m) : A \quad (7)$$

هدف مدل‌های ارائه‌شده برای همگن‌سازی مواد کامپوزیت، محاسبه تانسور سفتی معادل می‌باشد. از جمله مدل‌های ارائه شده برای همگن‌سازی مواد کامپوزیت عبارتند از مدل موری-تاناکا [۸]؛ مدل خود سازگاری [۹]؛ مدل نعمت-ناصر [۱۰]؛ مدل لیلنس [۱۱]؛ مدل دیفرانسیلی (DS) [۱۳]؛ مدل رقیق [۲۱]؛ مدل ویت [۲۲] و مدل ریوس [۲۳]. از بین این مدل‌ها در همگن‌سازی، مدل‌های موری-تاناکا و مدل دیفرانسیلی رایج و پرکاربردتر می‌باشند. مدل موری-تاناکا مدلی مناسب برای همگن‌سازی مواد مرکب با کسر حجمی پایین اشغال‌کننده می‌باشد. ادعا می‌شود که برای درصد حجمی بالای اشغال‌کننده مدل دیفرانسیلی مدل مناسبی است. در ادامه مدل موری-تاناکا و مدل دیفرانسیلی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

الف) - مدل موری-تاناکا

مدل موری-تاناکا زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد که نسبت حجمی ناهمگنی‌ها مقدار متوسطی (حداکثر ۳۰ درصد) داشته باشد. در روش موری-تاناکا فرض می‌شود که هر ناهمگنی تحت تأثیر کرنش ناشی از وجود ناهمگنی‌های اطرافش قرار دارد [۸]. رابطه‌ی (۹) نحوه بدست آوردن تانسور تمرکزکرنش در روش موری-تاناکا را نشان می‌دهد. در این مدل، همواره خواص زمینه (ماتریس) در مراحل همگن‌سازی با خواص زمینه اولیه یکسان در نظر گرفته می‌شود. این بدان معنی است که تأثیر اشغال‌کننده‌ها در

در این صورت دو نوع شرط مرزی شامل، اعمال جابه‌جایی خطی و اعمال کرنش^۱ یکنواخت روی مرزهای جزء حجمی معرف قابل اعمال است. کرنش متوسط اعمالی بر روی جزء حجمی معرف به صورت رابطه‌ی (۱) است:

$$\langle \varepsilon \rangle \equiv \frac{1}{V} \int_{\omega} \varepsilon(x) dV$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \varepsilon^0 \quad (1)$$

در شکل ۲ یک کامپوزیت دو فازی نشان داده شده است در این کامپوزیت دو فازی تنش ماکرو متوسط قرار گرفته بر روی جزء حجمی معرف را می‌توان به صورت مجموعی از تنش متوسط قرار گرفته بر روی زمینه و اشغال‌کننده به صورت رابطه‌ی (۲) بیان کرد:

$$\langle \sigma \rangle_{\omega} = v_1 \langle \sigma \rangle_{\omega_1} + v_0 \langle \sigma \rangle_{\omega_0} \quad (2)$$

بر روی RVE را می‌توان از رابطه‌ی (۳) استخراج کرد [۱۹]:

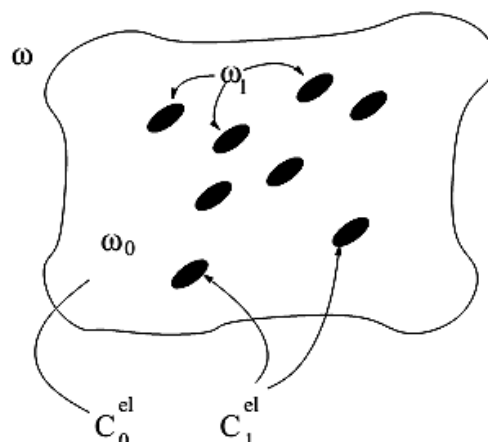
$$\langle \varepsilon \rangle_{\omega} = v_1 \langle \varepsilon \rangle_{\omega_1} + v_0 \langle \varepsilon \rangle_{\omega_0} \quad (3)$$

۲-۱- تئوری همگن‌سازی برای کامپوزیت‌های دو فازی

هرگاه ω بیانگر محدوده‌ای از فضای یک ماده باشد و ω_1 زیر مجموعه‌ای درون این محدوده باشد که با ω_0 همجنس نباشد، آنگاه ω_1 اشغال‌کننده نامیده می‌شود. در تعریف ناهمگنی هیچ کرنش ویژه‌ای در نظر گرفته نمی‌شود [۱۷]. در شکل ۳ ناخالصی ω_1 و محیط پیرامون آن ω_0 نشان داده شده است. در تئوری مایکرومکانیک برای همگن‌کردن و برداشتن عامل ناهمگنی، ناحیه ناهمگنی را با یک اشغال‌کننده معادل که در آن کرنش ویژه به شکل مناسبی توزیع شده است، عوض می‌کنند. پس از عوض کردن ناهمگنی با اشغال‌کننده معادل خواص ارتجاعی کل جسم ω همگن می‌شود [۲۰].

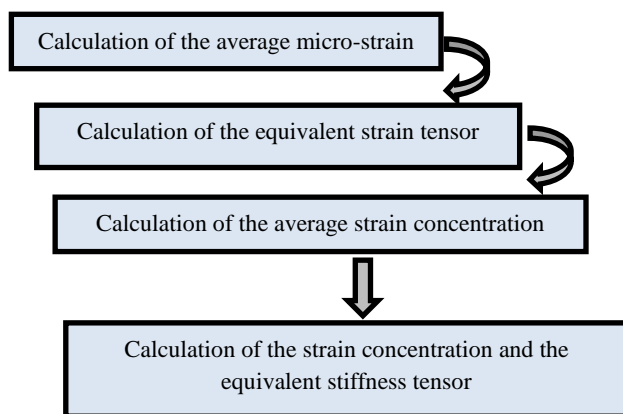
در تئوری همگن‌سازی دو نوع تانسور تمرکز کرنش تعریف شده است:

الف) تانسور تمرکز کرنش A که کرنش میانگین اشغال‌کننده‌ها را به کرنش میانگین روی جزء حجمی معرف ربط می‌دهد.



شکل ۲ کامپوزیت دو فازی [۱۸]

¹ Traction



شکل ۴ فلوجارت مراحل مدل MT-DS

همگن‌سازی شده قرار می‌گیرد. با این روش در هر مرحله خواص ماده زمینه همگن‌شده به جای مشخصات ماده زمینه اولیه وارد محاسبات می‌شود. با انجام این عمل تأثیر سایر اشغال‌کننده‌ها بر روی اشغال‌کننده‌های مجاور نیز در نظر گرفته می‌شود. این جایگزینی به‌صورت پیوسته تکرار می‌شود تا در انتها تانسور سفتی معادل بدست آید. با این روش می‌توان یک کامپوزیت حاوی چند نوع اشغال‌کننده با ابعاد و خواص متفاوت در ماتریس زمینه را نیز همگن‌سازی نمود. در ادامه مراحل چهارگانه مذکور با جزئیات بیشتر شرح گردیده‌اند.

۳-۱- مرحله اول

در این مرحله ارتباط کرنش متوسط مایکرو بر اساس کرنش متوسط رزین و الیاف طبق رابطه‌ی (۱۰) تا (۱۲) بیان می‌شود.

$$\langle \varepsilon \rangle_{\omega_1} = A : \langle \varepsilon \rangle_{\omega} \quad (10)$$

$$v_1 \langle \varepsilon \rangle_{\omega_1} + v_0 \langle \varepsilon \rangle_{\omega_0} = \langle \varepsilon \rangle_{\omega} \quad (11)$$

$$\langle \sigma \rangle_{\omega_1} = C_1 : \langle \varepsilon \rangle_{\omega_1} \langle \sigma \rangle_{\omega_0} = C_0 : \langle \varepsilon \rangle_{\omega_0} \quad (12)$$

۳-۲- مرحله دوم

در این مرحله یک جزء حجمی کوچک dV از ماتریس خارج می‌شود و به جای آن یک المان جزء dV از ناخالصی جایگزین می‌گردد. رابطه (۱۳) نسبت دیفرانسیلی اشغال‌کننده به حجم کلی ماتریس را بیان می‌کند. این مقدار در هر مرحله به عنوان اشغال‌کننده به ماتریس زمینه اضافه می‌شود. با این روش در هر مرحله، تانسور تمرکزکرنش و تانسور سفتی معادل محاسبه می‌شوند و همان‌طور که در رابطه‌ی (۱۴) نشان داده شده، از تانسور سفتی معادل در مرحله بعدی همگن‌سازی به عنوان تانسور سفتی زمینه استفاده می‌گردد. رابطه‌ی (۱۵) تغییرات تانسور تمرکزکرنش در هر مرحله برای جایگزینی در تانسور سفتی معادل را ارائه می‌کند، این عمل به صورت پیوسته تکرار می‌شود تا تانسور سفتی معادل ماده کامپوزیت محاسبه گردد. v_i درصد حجمی اشغال‌کننده قرار گرفته در زمینه می‌باشد. همان‌طور که در رابطه‌ی (۱۶) نشان داده شده است اگر درصد حجمی اشغال‌کننده $v_i = 0$ بشود تانسور سفتی معادل با تانسور ماتریس یکی می‌شود.

مراحل همگن‌سازی بر روی خواص زمینه در نظر گرفته نمی‌شود. لذا این نوع مدل‌سازی برای کسر حجمی بالای اشغال‌کننده نتایج مناسبی ارائه نمی‌دهد.

$$C^- = C_m + v_1 (C_i - C_m) : A \quad (8)$$

$$A = [(1 - v_1) \{I^4 + S_{I, C_m} : [C_m^{-1} : C_i - I^4]\} + v_1 I^4]^{-1} \quad (9)$$

رابطه‌ی (۹) نحوه بدست آوردن تانسور تمرکزکرنش در روش موری-تاناکا را نشان می‌دهد. در این مدل، همواره خواص زمینه (ماتریس) در مراحل همگن‌سازی با خواص زمینه اولیه یکسان در نظر گرفته می‌شود. این بدان معنی است که تأثیر اشغال‌کننده‌ها در مراحل همگن‌سازی بر روی خواص زمینه در نظر گرفته نمی‌شود. لذا این نوع مدل‌سازی برای کسر حجمی بالای اشغال‌کننده نتایج مناسبی ارائه نمی‌دهد.

(ب) - مدل دیفرانسیلی

مدل دیفرانسیلی بر مبنای جاسازی اشغال‌کننده، درون زمینه با گام‌های بسیار کوچک است. این روش به روش واقعی ساخت مواد ناهمگن که با افزودن تدریجی یک فاز درون زمینه صورت می‌گیرد، شبیه است. از آنجا که در هر گام فقط یک حجم ناچیز از فاز ناهمگنی به تانسور سفتی درون حجم بی‌کرن همگن‌شده زمینه جاسازی می‌شود، استفاده از مدل توزیع رقیق برای بدست آوردن تانسور تمرکزکرنش A مناسب می‌باشد. در این روش اثر اشغال‌کننده‌ها بر روی یکدیگر در نظر گرفته نمی‌شود. لذا به همین علت این مدل نیز برای کسر حجمی بالای اشغال‌کننده نتایج مناسبی را ارائه نمی‌دهد. اما از مزایای این مدل در نظر گرفتن تأثیر اشغال‌کننده‌ها در مراحل همگن‌سازی بر روی خواص زمینه می‌باشد.

۳-۳- مدل توسعه داده شده در تحقیق حاضر

مدل همگن‌سازی ارائه‌شده در این مقاله بر اساس تصحیح مدل دیفرانسیلی و سپس ترکیب آن با مدل موری-تاناکا پایه‌گذاری شده‌است. در مدل دیفرانسیلی تانسور تمرکزکرنش A بر اساس مدل رقیق محاسبه می‌شود و به همین علت تأثیرپذیری اثر اشغال‌کننده‌ها بر روی یکدیگر لحاظ نمی‌شود. اما در مدل ارائه شده در این تحقیق، تانسور تمرکزکرنش A بر اساس مدل موری-تاناکا محاسبه می‌شود و سپس در معادلات مدل‌سازی دیفرانسیلی قرار می‌گیرد. با این روش اثر اشغال‌کننده‌ها بر روی یکدیگر و بر روی خواص زمینه در محاسبات لحاظ می‌شود. مدل حاضر از ترکیب مدل موری-تاناکا با مدل اصلاح شده دیفرانسیلی، توسعه یافته و بنام مدل MT-DS نام‌گذاری گردیده است. در فلوجارت شکل ۴ مدل MT-DS شرح گردیده است.

در این فلوجارت در مرحله اول، کرنش متوسط ایجاد شده در اشغال‌کننده محاسبه می‌شود. سپس در مرحله دوم، تانسور سفتی برای ماده همگن‌سازی شده بر پایه مدل دیفرانسیلی تصحیح شده محاسبه می‌گردد. بدنبال آن در مرحله سوم، تانسور تمرکزکرنش بر اساس مدل موری-تاناکا و معادلات اشلبی محاسبه می‌گردد. در مرحله چهارم، تانسور تمرکزکرنش و تانسور سفتی برای ماده همگن‌سازی شده بر اساس مدل MT-DS محاسبه می‌شوند. برای همگن‌سازی، با توجه به شکل اشغال‌کننده و درصد حجمی آن، تانسور تمرکزکرنش در هر مرحله محاسبه و در تانسور سفتی برای ماده

$$C_m: (\varepsilon^0 + \varepsilon'' + S\varepsilon^* - \varepsilon^*) = C_i: (\varepsilon^0 + \varepsilon'' + S\varepsilon^*) \quad (24) \quad \frac{dV}{V} = \frac{dv_i}{1 - v_i} \quad (13)$$

$$(C_m - C_i): (\varepsilon^0 + \varepsilon'') + [(C_m - C_i)S - C_m]\varepsilon^* = 0 \quad (25) \quad C^*(v_i + dv_i) = C^*(v_i) + \frac{dV}{V}(C_i - C^*(v_i)): A_i \quad (14)$$

کرنش متوسط معادل ایجاد شده برابر است:

$$\varepsilon^* = -[(C_m - C_i)S - C_m]^{-1}(C_m - C_i): (\varepsilon^0 + \varepsilon'') \quad (26) \quad A_i = A_i(C^*(v_i)) \quad (15)$$

$$\varepsilon^* = -[(C_m^{-1}C_i - I)^{-1} + S]^{-1}: (\varepsilon^0 + \varepsilon'') \quad (27) \quad \text{For } v_i = 0 \rightarrow C^* = C_m \quad (16)$$

با جایگزینی معادله (27) در معادله (23) خواهیم داشت:

$$\varepsilon_i = [I - S[(C_m^{-1}C_i - I)^{-1} + S]^{-1}]: (\varepsilon^0 + \varepsilon'') \quad (28)$$

بر اساس فرض موری-تاناکا:

$$\langle \varepsilon'' \rangle_i = \langle \varepsilon_i^1 + \varepsilon'' \rangle_M \quad (29)$$

با جایگزینی رابطه (29) در رابطه (28) خواهیم داشت:

$$\varepsilon_i = [I + S(C_m^{-1}C_i - I)]^{-1}: \langle \varepsilon \rangle_m \quad (30)$$

با جایگزینی رابطه (30) در رابطه (4) و (5) تانسور تمرکز کرنش به روش موری-تاناکا محاسبه می شود:

$$A_{(MT)} = [I + v_0 S C_m^{-1} (C_i - C_m)]^{-1} \quad (31)$$

$$\langle \varepsilon \rangle_i = A_{(MT)} \varepsilon^0 \quad (32)$$

۳-۴- مرحله چهارم

در رابطه (31) تانسور تمرکز کرنش به روش موری-تاناکا بیان شده است. برای استفاده از این تانسور در معادله تصحیح شده دیفرانسیلی باید این تانسور به صورت مرحله ای محاسبه شود. لذا تانسور اشلبی S و تانسور سفتی زمینه C_m با تانسور S_{vi} و C_{vi} تعویض می شوند (معادله (33)). یعنی این دو تانسور در هر محله از حل مجدد محاسبه شده و در معادلات وارد می شوند. با این عمل اثر دیفرانسیلی در معادلات موری-تاناکا وارد می شود. بدین صورت در هنگام حل معادلات تأثیر سایر اشغال کننده ها بر روی یکدیگر در نظر گرفته می شود و همچنین در همگن سازی اشغال کننده های چند فازی نیز این امکان بوجود می آید که بتوان از این معادله استفاده کرد. رابطه (33) فرم تصحیح شده معادله موری-تاناکا می باشد که در این تحقیق این مدل به نام MT-DS نام گذاری شده است:

$$A_{(MT-DS)vi} = [I + (1 - v_i)S_{vi}(C_{vi}^-)^{-1}(C_i - (C_{vi}^-))]^{-1} \quad (33)$$

با جایگزینی رابطه (33) در رابطه (14) معادله تصحیح شده برای محاسبه تانسور سفتی معادل به صورت رابطه (34) بدست می آید:

$$C_{(MT-DS)vi+dv_i} = C_{vi}^- + \frac{dv_i}{1 - v_i} [C_i - C_{vi}^-]: A_{(MT-DS)vi} \quad (34)$$

۴- ارزیابی مدل ارائه شده در این تحقیق

۴-۱- مواد

برای ارزیابی مدل MT-DS ارائه شده در این تحقیق یک سری از آزمایشات انجام گردید. از رزین اپوکسی بعنوان زمینه و از ماربل های شیشه ای به صورت

۳-۳- مرحله سوم

روش حل در مدل موری-تاناکا شبیه مدل توزیع رقیق است. زمینه تحت تأثیر کرنش ε^0 ناشی از میدان جابه جایی یکنواخت در دور دست بر روی مرزها، کرنش ε'' از طرف سایر ناهمگنی ها و کرنش ε_i^1 در نتیجه حضور ناهمگنی درون زمینه، قرار دارد. رابطه (17) تنش و کرنش ایجاد شده در فاز ماتریس را بیان می کند:

$$\varepsilon_m = \varepsilon^0 + \varepsilon'' + \varepsilon_i^1 \quad (17)$$

$$\sigma_m = C_m: (\varepsilon^0 + \varepsilon'' + \varepsilon_i^1)$$

همچنین رابطه (18) تنش و کرنش ایجاد شده درون اشغال کننده را بیان می کند:

$$\varepsilon_i = \varepsilon^0 + \varepsilon'' + \varepsilon_i^0 \quad (18)$$

$$\sigma_i = C_i: (\varepsilon^0 + \varepsilon'' + \varepsilon_i^0)$$

رابطه (19) تنش و کرنش معادل ایجاد شده در ناحیه همگن شده را بیان می کند:

$$\varepsilon_{in} = \varepsilon^0 + \varepsilon'' + \varepsilon_i^0 - \varepsilon^* \quad (19)$$

$$\sigma_{in} = C_m: (\varepsilon^0 + \varepsilon'' + \varepsilon_i^0 - \varepsilon^*)$$

باید توجه شود که منظور از ε'' مقدار میانگین آن روی فاز مربوطه است. چون تنش درون ناهمگنی و اشغال کننده معادل با آن برابر است (رابطه (20)):

$$C_m: (\varepsilon^0 + \varepsilon'' + \varepsilon_i^0 - \varepsilon^*) = C_i: (\varepsilon^0 + \varepsilon'' + \varepsilon_i^0) \quad (20)$$

رابطه (21) شکل ساده شده رابطه (20) می باشد.

$$(C_m - C_i): (\varepsilon^0 + \varepsilon'' + \varepsilon_i^0) - C_m \varepsilon^* = 0 \quad (21)$$

رابطه (22) کرنش متوسط معادل در RVE:

$$\varepsilon^* = C_m^{-1}(C_m - C_i): (\varepsilon^0 + \varepsilon'' + \varepsilon_i^0) \quad (22)$$

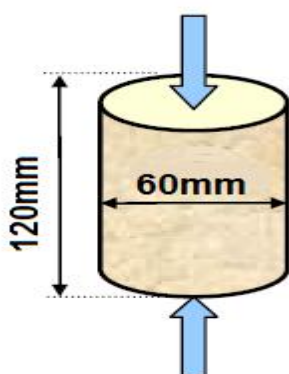
اشلبی توانست کرنش درون اشغال کننده ε_i را به کرنش متوسط معادل در RVE ربط دهد. تنسوری که این ارتباط را برقرار می کند تانسور اشلبی می نامند. در رابطه (23) تانسور اشلبی نشان داده شده است [16]. با استفاده از این ارتباط تانسور تمرکز کرنش معادل محاسبه می شود.

$$\varepsilon_i = S: \varepsilon^* \quad (23)$$

با قرار دادن رابطه (23) در رابطه (20) خواهیم داشت:

۴-۲- آزمایش های مکانیکی

آزمایش فشاری مطابق استاندارد ASTM C39-46 [۲۴] با سرعت پیشروی ۵ mm/min انجام شده است. قطعه مورد آزمایش، یک کامپوزیت پلیمری (مخلوطی از ماربل شیشه و رزین اپوکسی) به شکل استوانه ای به قطر ۶ mm و طول ۱۲ mm مطابق با استاندارد ASTM C293-554T [۲۵] می باشد (شکل ۶). از دستگاه یونیورسال STM150 شرکت سنتام برای آزمایش استفاده شده است. در این آزمایش از یک فک خود تنظیم استفاده گردید. سر فک قابلیت تنظیم بار در راستای طولی استوانه کامپوزیتی هنگام بارگذاری را داراست. این کمک می کند که حتی اگر سطح قطعه تخت و هموار نباشد، بتوان نیروی فشاری محوری بر سطح نمونه اعمال کرد. در این آزمایش کرنش محوری توسط اکستنسومتر و کرنش محیطی توسط کرنش سنج اندازه گیری می شود (شکل ۷). کرنش سنج مورد استفاده ساخت شرکت Zemic [۲۶] با مشخصات نشان داده شده در جدول ۳ می باشد.



شکل ۶ ابعاد نمونه مورد آزمایش



شکل ۷ آزمایش نمونه فشاری

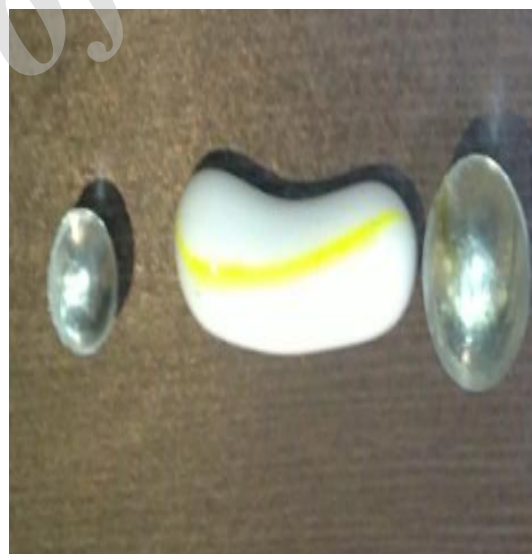
جدول ۳ مشخصات کرنش سنج مورد استفاده [۲۶]

مشخصات کرنش سنج	
۳۵۰	مقاومت اسمی (Ω)
۲-۲/۲	ضریب کاری
-۳۰ تا +۸۰	دمای کاری (°C)
۸×۳/۶	ابعاد (mm) L×W

کروی و بیضی بعنوان اشغال کننده استفاده شد (شکل ۵). رزین مورد استفاده EPON 828 با سخت کننده ۲۰۵ می باشد. خواص مکانیکی و فیزیکی رزین در جدول ۱ نشان داده شده است. هدف از انجام آزمایش ها بررسی صحت مدل ارائه شده در این مقاله می باشد. با توجه به استفاده از تئوری اشلیبی در معادلات و تأثیرگذاری شکل ماده ناهمگنی بر روی معادله اشلیبی، در آزمایش های انجام شده از ماربل های شیشه ای با شکل های کروی و بیضی استفاده گردیده است. در جدول ۲ خواص مکانیکی ماربل شیشه نشان داده شده است. ماربل های شیشه ای در این مقاله به عنوان اشغال کننده در نظر گرفته می شوند. روش ساخت مدل بدین گونه است که در مرحله اول ماربل های شیشه ای به صورت تصادفی در داخل قالب ریخته می شوند و سپس رزین بر روی آن ها ریخته می شود. سپس قطعات به مدت ۷ روز در دمای ۲۵ درجه نگهداری می شوند تا به شرایط لازم برای آزمایش برسند. از هر نمونه برای آزمایش نیز ۲ عدد ساخته شد.

جدول ۱ خواص مکانیکی و فیزیکی رزین EPON 828

خواص مکانیکی			خواص فیزیکی
σ_T (MPa)	43.12	1.16	چگالی (g/ml)
E_T (GPa)	3.14	110-115	ویزکوزیته (P) °C
σ_C (MPa)	42.3	60-70	زمان سخت شدن (min)
E_C (GPa)	3.02	1-7	زمان لازم برای استفاده (روز)
G (MPa)	41	6-8	زمان لازم برای جامد شدن



شکل ۵ اشغال کننده کروی و بیضی

جدول ۲ خواص مکانیکی شیشه

خواص مکانیکی شیشه	
σ_T (MPa)	۲۵
E_T (GPa)	۶۵
ν	۰/۲۲

۳-۴ نتایج آزمایش‌ها

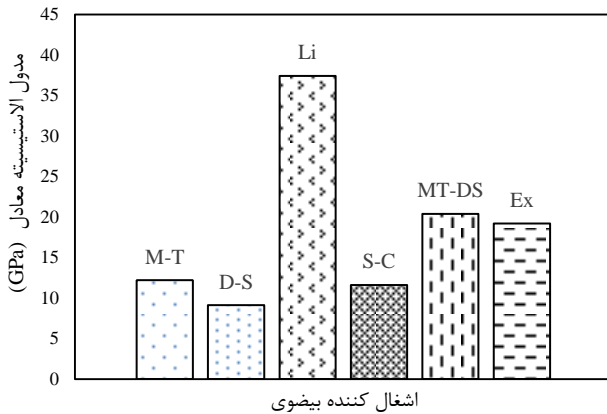
سه دسته آزمایش‌های متفاوت انجام شده است. الف) آزمایش فشاری رزین تقویت شده با ماربل شیشه کروی، ب) آزمایش فشاری رزین تقویت شده با شیشه بیضوی و ج) آزمایش فشاری رزین تقویت شده با مخلوطی از ماربل‌های شیشه کروی و بیضوی. آزمایش‌های انجام شده به گونه‌ای است که بتوان با انجام آن‌ها تأثیر درصد حجمی و همچنین تأثیر شکل اشغال‌کننده مورد بررسی قرار گیرد.

الف) آزمایش فشاری کامپوزیت پلیمری با اشغال‌کننده کروی

در این آزمایش، ماربل شیشه‌ای کروی با درصد حجمی متغیر به صورت تصادفی در داخل ماتریس زمینه قرار داده شده تا تأثیر اشغال‌کننده کروی با درصد حجمی بالا مورد بررسی قرار گیرد. به علت کروی بودن اشغال‌کننده نسبت منظری در معادله اشلیبی $A_r = 1$ می‌باشد. در شکل ۸ تغییرات مدول الاستیسیته معادل بر حسب درصد حجمی اشغال‌کننده کروی نشان داده شده است. همان طور که در شکل ۸ دیده می‌شود، نتایج حاصل از مدل ارایه شده (MT-DS) با نتایج حاصل از آزمایش همخوانی مناسبی داشته و کمترین خطا را در مقایسه با روش‌های دیگر ارائه می‌کند.

ب) آزمایش فشاری کامپوزیت پلیمری با اشغال‌کننده بیضوی

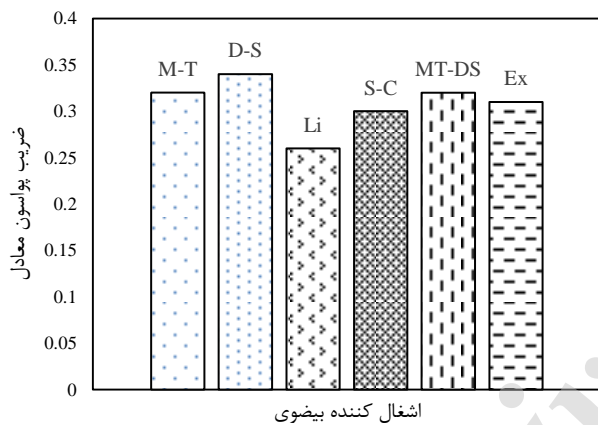
در این آزمایش‌ها از شیشه‌های بیضوی شکل به‌عنوان اشغال‌کننده در زمینه ماتریس استفاده شده است. با توجه به محدودیت ابعادی شیشه‌های بیضوی، آزمایش‌ها صرفاً در کسر حجمی اشغال‌کننده معادل با ۸۸٪ انجام شده‌اند. نسبت منظری در معادله اشلیبی مساوی $A_r = 3.23$ می‌باشد. پیش‌بینی خواص مکانیکی معادل کامپوزیت با اشغال‌کننده‌های غیرکروی بسیار پیچیده و سخت می‌باشد. لذا برای بررسی توانمندی مدل ارائه شده در این مقاله در همگن‌سازی اشغال‌کننده غیرکروی، نتایج بدست آمده از مدل ارائه شده در این مقاله با نتایج حاصل از آزمایش‌ها مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج بدست آمده برای مدول الاستیک معادل، ضریب پواسون معادل و مدول برشی معادل به ترتیب در شکل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ ارائه شده است. همانگونه که ملاحظه می‌شود نتایج بدست آمده از مدل ارائه شده در این تحقیق تطابق بسیار خوبی با نتایج آزمایش‌ها ارائه می‌دهد.



شکل ۹ مدول الاستیسیته معادل کامپوزیت با اشغال‌کننده بیضوی با درصد حجمی

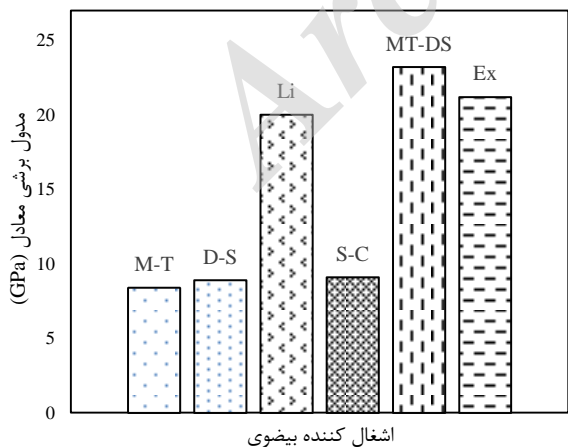
۸۸٪

(MT = Mori-Tanaka model, D-S = Diff-Scheme, Li = Lielens, S-C = Self-Consistent, MT-DS = Present Model, Ex = Experiments)



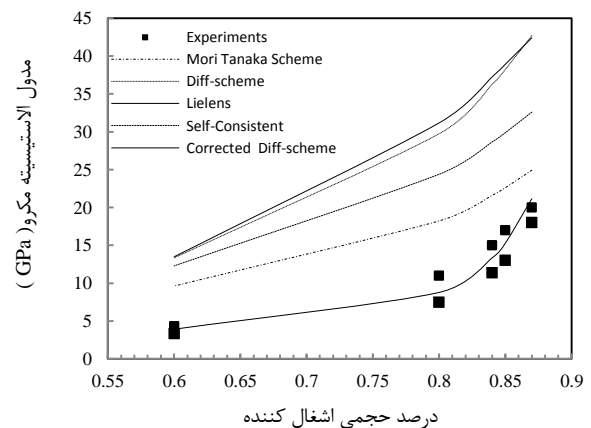
شکل ۱۰ ضریب پواسون معادل کامپوزیت با اشغال‌کننده بیضوی با درصد حجمی

(MT = Mori-Tanaka model, D-S = Diff-Scheme, Li = Lielens, S-C = Self-Consistent, MT-DS = Present Model, Ex = Experiments)

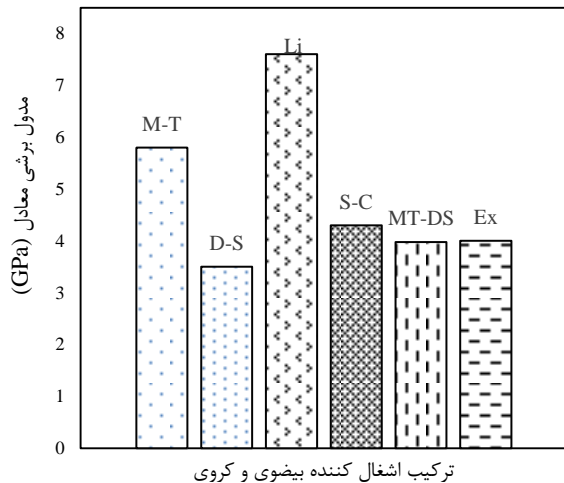


شکل ۱۱ مدول برشی معادل کامپوزیت با اشغال‌کننده بیضوی با درصد حجمی

(MT = Mori-Tanaka model, D-S = Diff-Scheme, Li = Lielens, S-C = Self-Consistent, MT-DS = Present Model, Ex = Experiments)



شکل ۸ تغییرات مدول الاستیسیته معادل بر حسب درصد حجمی اشغال‌کننده کروی



شکل ۱۴ مدول برشی معادل کامپوزیت با اشغال‌کننده بیضوی (Vf=20%) و

اشغال‌کننده کروی (Vf=63%)

(MT = Mori-Tanaka model, D-S = Diff-Scheme, Li = Lielens, S-C = Self-Consistent, MT-DS = Present Model, Ex = Experiments)

همان‌طور که دیده می‌شود مدل ارائه شده در این تحقیق توانایی پیش‌بینی خواص مکانیکی کامپوزیت با اشغال‌کننده ترکیبی کروی و بیضوی را نیز دارا می‌باشد.

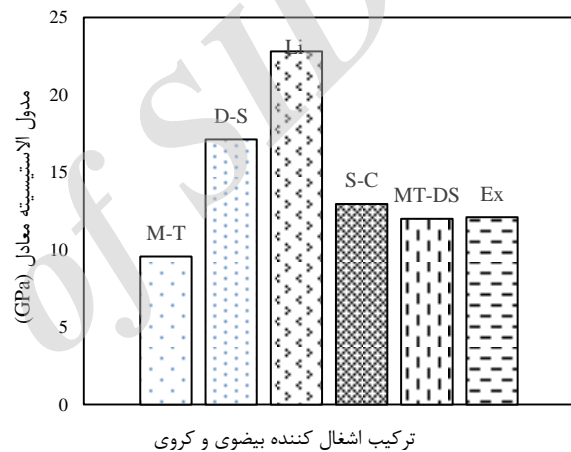
۵- نتیجه‌گیری

هدف این مقاله پیش‌بینی خواص مکانیکی مواد کامپوزیت چند فازی با استفاده از تئوری همگن‌سازی می‌باشد. ابتدا روش همگن‌سازی چندفازی جدیدی برای مواد کامپوزیت با درصد حجمی بالای اشغال‌کننده ارائه گردید. تفاوت مدل جدید ارائه شده در این مقاله (MT-DS) با مدل‌های ارائه شده قبلی در زمینه همگن‌سازی، در نظر گرفتن تأثیر سایر اشغال‌کننده‌ها بر روی یکدیگر و همچنین تأثیر آن‌ها بر روی خواص مکانیکی ماتریس می‌باشد. مدل ارائه شده در این مقاله بر پایه ترکیب دو مدل موری-تاناکا و مدل دیفرانسیلی پایه‌گذاری گردیده است. مدل موری-تاناکا برای درصد حجمی پایین اشغال‌کننده نتایج مناسبی ارائه می‌کند اما در درصد حجمی بالای اشغال‌کننده نتایج مناسبی ارائه نمی‌کند علت ضعف مدل موری-تاناکا در عدم لحاظ کردن اثر اشغال‌کننده بر روی خواص ماتریس می‌باشد. ادعا می‌شود که مدل دیفرانسیلی در درصد حجمی بالای اشغال‌کننده کاربرد دارد، اما به علت عدم لحاظ کردن تأثیر اشغال‌کننده‌ها بر روی یکدیگر نتایج مناسبی ارائه نمی‌کند. لذا ابتدا مدل دیفرانسیلی اصلاح گردید و سپس از مدل موری-تاناکا برای محاسبه تانسور تمرکزگرانش استفاده شد و این تانسور در معادله تصحیح شده دیفرانسیلی جایگزین گردید. با این روش در مدل MT-DS تأثیر اشغال‌کننده بر روی یکدیگر و تأثیر آن بر روی ماتریس لحاظ می‌شود و لذا نتایج مناسبی نسبت به سایر مدل‌های همگن‌سازی با درصد حجمی بالای اشغال‌کننده ارائه می‌دهد.

برای بررسی صحت مدل MT-DS، نتایج مدل با نتایج آزمایش‌ها مورد ارزیابی قرار گرفتند. در این آزمایش‌ها، قطعات کامپوزیتی پلیمری چند فازی با اشغال‌کننده‌های کروی و بیضوی به صورت نمونه‌های استوانه‌ای ساخته شدند. سپس با نصب کرنش‌سنج و اکستنسومتر بر روی قطعات و استفاده از

ج) آزمایش فشاری کامپوزیت پلیمری با اشغال‌کننده‌های کروی و بیضوی

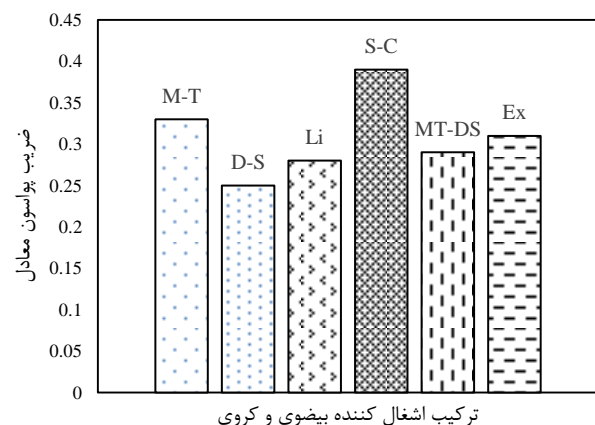
در این آزمایش کامپوزیتی ساخته شده با ترکیبی از اشغال‌کننده بیضوی و کروی در زمینه رزین مورد بررسی قرار می‌گیرد. درصد حجمی اشغال‌کننده کروی 63% با نسبت منظری $A_r = 1$ و درصد حجمی اشغال‌کننده بیضوی 20% با نسبت منظری $A_r = 3.23$ می‌باشند. در شکل ۱۲ مدول الاستیسیته معادل کامپوزیت با اشغال‌کننده کروی و بیضوی نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۱۲ نشان داده شده است مدل S-C و مدل ارائه شده در این مقاله همخوانی مناسبی با نتایج حاصل از آزمایش دارد. در شکل ۱۳ ضریب پواسون معادل کامپوزیت با اشغال‌کننده کروی و بیضوی نشان داده شده است. از بین مدل‌های مختلف ارائه شده مدل Li و مدل ارائه شده در این مقاله با نتایج آزمایش همخوانی دارد. شکل ۱۴ مدول برشی معادل کامپوزیت با اشغال‌کننده کروی و بیضوی نشان داده شده است. از بین مدل‌های ارائه شده، مدل S-C و مدل ارائه شده در این مقاله با نتایج حاصل از آزمایش همخوانی مناسبی دارد.



شکل ۱۲ مدول الاستیسیته معادل کامپوزیت با اشغال‌کننده بیضوی (Vf=20%) و

اشغال‌کننده کروی (Vf=63%)

(MT = Mori-Tanaka model, D-S = Diff-Scheme, Li = Lielens, S-C = Self-Consistent, MT-DS = Present Model, Ex = Experiments)



شکل ۱۳ ضریب پواسون معادل کامپوزیت با اشغال‌کننده بیضوی (Vf=20%) و

اشغال‌کننده کروی (Vf=63%)

(MT = Mori-Tanaka model, D-S = Diff-Scheme, Li = Lielens, S-C = Self-Consistent, MT-DS = Present Model, Ex = Experiments)

- Structures,” *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 29, No.1, pp. 2181-2200, 1992.
- [4] Lielens, G., “Micro-macro Modeling of Structured Materials,” Ph.D. dissertation, UCL/FSA, Louvain-la-Neuve, Belgium, 1999.
- [5] Pierard, O., and Friebel, I., “Mean-field Homogenization of Multi-Phase Thermo-Elastic Composites,” *Composites Science and Technology*, Vol. 64, pp. 1587-1603, 2004.
- [6] Eshelby, J. D., “The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion,” *Proceedings of the Royal Society London*, Vol. 1, No.1, pp. 376-396, 1957
- [7] Qu, J. and Cherkouki, M., “Fundamentals of Micromechanics of Solids,” John Wiley & Sons, pp. 60-70, 2006.
- [8] Takahide, M. and Tanaka, K., “Average Stress in Matrix and Average Elastic Energy of Materials with Misfitting Inclusions,” *Elsevier*, Vol. 21, No.1, pp. 571-574, 1973
- [9] Hill, R., “A Self-Consistent Mechanics of Composite Materials,” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 13, No.3, pp. 213-222, 1965.
- [10] Nemat-Nasser, S. and Hori, M., “Micromechanics Overall Properties of Heterogeneous Materials,” Elsevier Science Publishers, Vol. 10, No.1, pp. 812-822, 1999.
- [11] Lielens, G., “Micro-Macro Modeling of Structured Materials,” Ph.D. dissertation, UCL/FSA, Louvain-la-Neuve, Belgium, 1999.
- [12] Ouaar, A., Doghri, I. and Thimus, J. Fr., “Modeling and Simulation of Fiber Reinforced Concrete using Homogenization Schemes,” 5th National Congress on Theoretical and Applied Mechanics, pp. 355-358, 2000.
- [13] McLaughlin, R., “A Study of the Differential Scheme for Composite Materials,” *International Journal of Engineering Science*, Vol. 15, No.1, pp. 237-244, 1977.
- [14] Advani, S. and Tucker, C. L., “The use of Tensors to Describe and Predict Fiber Orientation in Short Fiber Composites,” *Journal of Rheology*, Vol. 31, No.1, pp. 751-784, 1987.
- [15] Friebel, C. Doghri, I. and Legat, V., “General Mean-Field Homogenization Schemes for Viscoelastic Composites Containing Multiple phase of Coated Inclusions,” *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, No.1, pp. 2513-2541, 2006.
- [16] Ouaar, A., “Micromechanics of Rate-Independent Multi-Phase Composites. Application to Steel Fiber-Reinforced Concrete,” Ph.D. thesis, Université Catholique de Louvain Faculté des Sciences Appliquées, 2006.
- [17] Gross, D. and Seelig T., “Fracture Mechanics with an Introduction to Micromechanics,” Springer, 2006.
- [18] Ouaar, A. Doghri, I. Delannay, L. and Thimus, J. F., “Micromechanics of the Deformation and Damage of Steel Fiber-Reinforced Concrete,” *International Journal of Damage Mechanics*, Vol.16, No.1, pp. 227-260, 2007.
- [19] Doghri, I. and Tinel, L., “Micromechanical Modeling and Computation of Elastoplastic Materials Reinforced with Distributed Orientation Fibers,” *International Journal of Plasticity*, Vol. 21, No.1, pp. 1919-1940, 2005.
- [20] Hill, M. R., “Determination of Residual Stress Based on the Estimation of Eigen Strain,” Ph.D. Thesis, Stanford University, 1996.
- [21] Kouznetsova, V., Brekelmans, W. A. M. and Baaijens, F.P.T., “An Approach to Micro-Macro Modelling of Heterogeneous Materials,” *Computational Mechanics*, Vol. 27, No.1, pp. 37-48, 2001.
- [22] Grimaldi, A. and Luciano, R., “Tensile Stiffness and Strength of Fiber-Reinforced Concrete,” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 48, No.1, pp.1987-2008, 2000
- [23] Hashin, Z. Shtrikman, S., “Variational Approach to the Theory of the Elastic Behaviour of Multiphase Materials,” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 11, pp. 127-140, 1963.
- [24] Compressive Strength of Molded Concrete Cylinders, ASTM C 39-49, 2002.
- [25] Flexural Strength of Concrete using Simple Beam with Center Point Loading, ASTM C 293-54T, 2002.
- [26] Strain gages for transducer, Zhonghang Electronic Measuring Instruments Co. Ltd., 2015.

دستگاه کشش آزمایش‌ها انجام و نتایج بدست آمده با نتایج مدل ارائه شده در این تحقیق مقایسه گردید.

همان‌طور که در شکل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ دیده می‌شود زمانی که از ماربل بیضوی به‌عنوان اشغال‌کننده استفاده می‌شود، مدل‌های مثل موری-تاناکا، خودسازگار و غیره توانایی بیان مدول الاستیسیته را دارا نمی‌باشند و خطای زیادی بین نتایج آزمایش و نتایج تئوری آن‌ها وجود دارد. علت وجود این خطا در نحوه در نظر گرفتن تانسور اشلیبی می باشد. تانسور اشلیبی یک تانسور غیرمتقارن می‌باشد که سبب غیرمتقارن شدن ماتریس سفتی معادل در کامپوزیت می‌شود. این اثر در سایر مدل‌ها نظر گرفته نشده است. تمامی مدل‌ها برای ضریب پؤاسون تقریباً نتایج یکسانی را نشان می‌دهند. و برای مدول برشی نیز همانند مدول الاستیسیته بین نتایج آزمایش و نتایج تئوری سایر مدل‌ها خطای زیادی وجود دارد.

در شکل‌های ۱۲، ۱۳ و ۱۴ با افزایش اشغال‌کننده کرووی، اثر نامتقارنی تانسور سفتی معادل که به علت نامتقارن بودن تانسور اشلیبی می‌باشد کاهش می‌یابد. به همین علت همان‌طور که دیده می‌شود نتایج مدل خودسازگار که زمینه ماتریس را به صورت متغییر در نظر می‌گیرد به نتایج آزمایش نزدیک می‌شود. این بیان‌کننده این مطلب است که ثابت در نظر نگرفتن خواص رزین در طی محاسبات کمک زیادی به تصحیح نتایج می‌کند و در این حالت نتایج بهتری بدست می‌آید. همان‌طور که دیده می‌شود مدول الاستیسیته و مدول برشی مدل خودسازگار و مدل MT-DS ارائه شده در این تحقیق تقریباً با نتایج آزمایش همخوانی مناسبی پیدا می‌کند. تقریباً همه مدل‌ها برای ضریب پؤاسون نیز همانند ماربل بیضوی در آزمایش اول نتایج یکسانی را ارائه می‌کنند. نتایج بدست آمده نشان‌دهنده همخوانی مناسبی بین نتایج حاصل از آزمایش با نتایج ارائه شده توسط مدل است. مدل حاضر قابلیت همگن‌سازی مواد کامپوزیت چندفازی با درصد حجمی بالای اشغال‌کننده‌ها را دارا می‌باشد.

۶- فهرست علائم

A	تانسور تمرکز کرنش
C^{-}	ماتریس معادل الاستیک کامپوزیت همگن شده
S	تانسور اشلیبی
I	تانسور واحد
A_T	نسبت منطری
علائم یونانی	
σ	تنش (Nm^{-2})
ϵ	کرنش
زیرنویس‌ها	
m	ماتریس
i	مقدار متوسط

۷- مراجع

- [1] Dvorak, G. J., “Transformation Field Analysis of Inelastic Composite Materials,” Springer, Vol. 377, No.1, pp. 1-16, 1997.
- [2] Wu-Gui, J. and Ren-Zhi, Z., “Homogenized Finite Element Analysis on Effective Elastoplastic Mechanical Behaviors of Composite with Imperfect Interfaces,” *International Journal of Molecular Sciences*, Vol. 15, No.1, pp. 389-407, 2014.
- [3] Jansson, S., “Homogenized Nonlinear Constitutive Properties and local Stress Concentrations for Composites with Periodic Internal

Archive of SID