



تحلیل تنش در اتصال چسبی تک لبه بین لوله‌های کامپوزیتی تحت گشتاور پیچشی و اثرات حرارتی - رطوبتی به روش تربیع دیفرانسیل

منصور محی‌الدین قمشه‌ای^{1*}، رضا شاهی²

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج، کرج
2- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج، کرج
* ghomshei@kiaiu.ac.ir, 31485-313 صندوق پستی

چکیده	اطلاعات مقاله
<p>در این تحقیق اتصال چسبی روپهم تک لبه بین لوله‌های کامپوزیتی که همزمان تحت یک گشتاور پیچشی و اثرات حرارتی-رطوبتی قرار دارد، به روش عددی تربیع دیفرانسیل (DQM) مورد مطالعه قرار گرفته است. این تحلیل بر اساس تئوری خطی پوسته‌های استوانه‌ای به انجام رسیده و در آن خیز عرضی ایجاد شده در لوله‌ها لحاظ گردیده است. ابتدا معادلات دیفرانسیل حاکم بر تغییر شکل لوله‌ها و ناحیه چسب برحسب مؤلفه‌های میدان جابجایی استخراج گردیده‌اند. کل سازه به چند ناحیه همپوشانی و غیرهمپوشانی تقسیم گردیده، و معادلات مربوط به نواحی همپوشانی لوله‌ها، که حل تحلیلی ندارند، به روش عددی DQM گسسته‌سازی شده، و نهایتاً مجموعه معادلات مربوط به کل سازه با توجه به شرایط مرزی و پیوستگی بین نواحی بطور همزمان حل گردیده‌اند، تا جابجایی‌های محیطی و شعاعی (عرضی) بدست آیند. سپس با معلوم بودن مؤلفه‌های جابجایی، مؤلفه‌های تنش برآمدن و تنش برشی در ناحیه همپوشانی تعیین شده‌اند. به منظور صحت سنجی مدل عددی حاضر، نتایج عددی حاصل از آن با نتایج عددی یک مرجع به چاپ رسیده و نیز با نتایج نرم‌افزار آباکوس مقایسه گردیده، که مطابقت و همخوانی قابل قبولی بین آن‌ها ملاحظه می‌شود. نهایتاً با استفاده از مدل DQM حاضر مطالعات پارامتری به انجام رسیده و تأثیر پارامترهایی شامل ضخامت لایه چسب، طول ناحیه همپوشانی، تغییر دما و رطوبت نسبی بر روی چگونگی توزیع تنش‌ها در این ناحیه بررسی گردیده است.</p>	<p>دریافت: 95/05/03 پذیرش: 95/07/16</p> <p>کلیدواژگان: لوله کامپوزیتی اتصال چسبی اثرات حرارتی-رطوبتی روش تربیع دیفرانسیل</p>

Stress analysis of single-lap bonded joints in composite tubes under torsion and hygrothermal effects using DQM

Mansour Mohieddin Ghomshei^{1*}, Reza Shahi¹

1- Department of Mechanical Engineering, Karaj Branch, Islamic Azad University, Karaj, Iran
* P.O.B. 31485-313, Karaj, Iran, ghomshei@kiaiu.ac.ir

Keywords

Composite tube
Adhesively bonded joint
Hygrothermal effects
Differential quadrature method (DQM)

Abstract

In this research, adhesively tubular single lap joints subjected to torsional and hygrothermal loadings are studied using the Differential Quadrature Method (DQM), in which the lateral deflections are taken into account. The analysis is based on the linear cylindrical shell theory. At first, governing differential equations of the tubes and the interfacing adhesive layer are expressed in terms of the displacement field components. The total structure is divided into the overlapping and non-overlapping areas. The differential equations of the overlapping area which do not have closed form solution, are discretized by implementing the DQM. Then, the equations of the total areas are solved simultaneously regarding their boundary and continuity equations, to find the circumferential and radial (lateral) displacements. Next, having known the displacement field components, the distribution of the peel and shear stresses in the interfacing adhesive are calculated. Results obtained from the presented DQM solutions are compared well with those of a published reference as well as those of an ABAQUS finite element model. Finally, using the DQM model, the influence of the adhesive layer thickness, the overlap length, and the changes in the temperature and relative humidity on the interfacing stress distributions are investigated.

Please cite this article using:

Mohieddin Ghomshei, M. Shahi, R., "Stress analysis of single-lap bonded joints in composite tubes under torsion and hygrothermal effects using DQM", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 4, No. 4, pp. 375-385, 2018.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

1- مقدمه

تنش-کرنش لوله‌های کامپوزیتی از تئوری خطی پوسته‌های استوانه‌ای به همراه تئوری کلاسیک چندلایه‌ها استفاده بعمل آمده است. همچنین لایه چسب به‌عنوان فنرهای کشش-فشاری و برشی توزیع یافته و پیوسته در نظر گرفته شده است. از روش تربیع دیفرانسیل تعمیم یافته⁴ (GDQM) جهت گسسته‌سازی و حل عددی معادلات دیفرانسیل تعادل بیان شده بر حسب مؤلفه‌های جابجایی بهره گرفته شده است. قابل ذکر است که مقاله حاضر تکمیل و توسعه یک مقاله قبلی از این مؤلفان [10] می‌باشد، که در اینجا فرمول‌بندی بطور جامع‌تری آورده شده و نتایج عددی شامل صحت‌سنجی و مطالعات پارامتری بطور کامل‌تری ارائه گردیده، و نیز مبحث بررسی همگرایی مدل عددی اضافه شده است.

2- معادلات حاکم

در شکل 1 هندسه سازه‌ی متشکل از دو لوله کامپوزیتی و اتصال رویهم‌تک‌لبه بین آن‌ها، به همراه گشتاور پیچشی وارده بر آن نمایش داده شده است. همانطور که در شکل 1-الف ملاحظه می‌شود، هر یک از لوله‌ها به یک ناحیه همپوشانی و یک ناحیه خارج از اتصال چسب قابل تفکیک می‌باشند. در این شکل $R_1 (= R_2)$ و $r_1 (= r_2)$ به ترتیب شعاع خارجی و داخلی لوله درونی و $R_4 (= R_3)$ و $r_4 (= r_3)$ به ترتیب شعاع‌های داخلی و خارجی مربوط به لوله بیرونی است. همچنین طول نواحی چهارگانه 1 تا 4 به ترتیب با L_1 تا L_4 مشخص شده‌اند. به منظور تعیین میدان تنش شامل مؤلفه‌های تنش برآمدن⁵ و تنش برشی در ناحیه چسب، ابتدا معادلات دیفرانسیل تعادل مربوط به دو لوله و لایه چسب بر حسب مؤلفه‌های میدان جابجایی بیان می‌گردد، سپس این دستگاه معادلات برای یافتن مؤلفه‌های میدان جابجایی بطور همزمان حل می‌شوند. نهایتاً، بطور معکوس با جایگزینی از جابجایی‌ها در روابط کرنش-جابجایی و سپس قرار دادن از مقادیر بدست آمده برای کرنش-ها در روابط تنش-کرنش، توزیع تنش‌ها تعیین خواهند شد.

با قبول تئوری خطی پوسته‌های استوانه‌ای، معادلات دیفرانسیل تعادل برحسب متجه‌های تنش در لوله‌های کامپوزیتی بصورت رابطه‌ی (1) قابل بیانند [11]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xs}}{\partial s} + p_x &= 0, \\ \frac{\partial N_{xs}}{\partial x} + \frac{\partial N_s}{\partial s} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial M_s}{\partial s} + \frac{\partial M_{xs}}{\partial x} \right) + p_s &= 0, \\ \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xs}}{\partial x \partial s} + \frac{\partial^2 M_s}{\partial s^2} - \frac{N_s}{r} + p_z &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

در رابطه‌ی (1)، x, s, z مؤلفه‌های مختصات ترتیب در جهات محوری، محیطی و عرضی با مبدأ منطبق بر صفحه میانی پوسته، \bar{r} شعاع انحناء صفحه میانی پوسته، N_x, N_s, N_{xs} بترتیب متجه‌های نیروی داخل صفحه محوری، محیطی و برشی، M_x, M_s, M_{xs} بترتیب متجه‌های ممان خمشی محوری، ممان خمشی محیطی، و ممان پیچشی، p_x, p_s, p_z بارهای گسترده وارده بر پوسته بترتیب در جهات محوری، محیطی و عرضی می‌باشند. برطبق تئوری کلاسیک چندلایه‌ها بردارهای منتجه نیرو و ممان N, M با رابطه‌ی (2) به بردارهای کرنش صفحه میانی و انحناء ϵ و κ مرتبط می‌شوند:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon \\ \kappa \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N^T \\ M^T \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N^M \\ M^M \end{Bmatrix} \quad (2)$$

امروزه اتصالات چسبی کاربردهای گسترده‌ای یافته و بطور فزاینده‌ای در حال جایگزین شدن بجای اتصالات مکانیکی سنتی می‌باشند. اتصالات چسبی تاکنون پیشرفت‌های بزرگی را در صنعت مدرن به بار آورده‌اند، که این به دلیل مزایای متعدد این نوع اتصال شامل انعطاف پذیری در طراحی، وزن کمتر، توزیع تنش نسبتاً یکنواخت، و قابلیت اتصال‌دهی قطعات ناهم‌جنس می‌باشد. در کنار این مزایا، اتصالات چسبی دارای محدودیت‌هایی نیز می‌باشند، که این مستلزم احتیاط بیشتر در بکارگیری آن‌ها بوده و نیز انجام مطالعات بیشتری را در این زمینه می‌طلبد. در بین تحقیقات انجام گرفته در مورد اتصالات چسبی در لوله‌ها، مسئله تنش‌های پیچشی در اتصالات رویهم‌تک‌لبه¹ در لوله‌ها اولین بار توسط ولکرسن [1] بررسی گردید. در تحلیل ولکرسن دو لوله با رویکرد مقاومت مصالح مدل‌سازی شده و لایه چسب بین آن‌ها بعنوان "فنر برشی"² در نظر گرفته شده‌اند. دو محقق به نام‌های آدامز و پیپات [2] مدل ریاضی ولکرسن را با لحاظ کردن ضخامت لایه چسب، بهبود بخشیدند. گریوز و آدامز [3] با روش اجزاء محدود اتصال چسبی رویهم‌بین یک لوله فولادی و یک لوله کامپوزیتی تحت گشتاور پیچشی و اثرات حرارتی-رطوبتی را تحلیل نمودند. همچنین هایپول [4] یک مدل اجزاء محدود جهت تعیین توزیع تنش‌ها در اتصال چسبی رویهم‌بین دو لوله تحت پیچش پیشنهاد نمود. شخصی به نام پوگنو با همکاری سوریس [5] یک تحلیل تئوری از اتصال چسبی تک‌لبه بین لوله‌های همگن و ایزوتروپیک تحت گشتاور پیچشی ارائه نمودند. آنان رفتار لوله‌ها و لایه چسب را الاستیک خطی در نظر گرفته و مدل‌سازی را بر اساس تئوری تیر (شفت پیچشی) برای لوله‌ها به انجام رسانیدند. آنان همچنین یک طراحی بهینه برای اتصال پیشنهاد کردند که در آن توزیع تنش برشی در لایه چسب را یکنواخت نموده و در نتیجه مقاومت پیچشی اتصال را بیشینه می‌سازد. همچنین پوگنو و همکارانش [6] با روشی مشابه، اتصال چسبی تک‌لبه بین لوله‌ها تحت بارگذاری محوری را تحلیل و بررسی نمودند. زو و طاهری [7] یک مدل تحلیلی جهت تحلیل تنش‌ها در اتصالات رویهم‌تک‌لبه و دو لبه³ بین لوله‌های کامپوزیتی ساندویچی ارائه نمودند. آنان در مدل‌سازی ریاضی خود از تئوری پوسته استوانه‌ای چندلایه ساندویچی جهت توصیف سینماتیک و معادلات رفتاری لوله‌های کامپوزیتی بهره گرفتند. دو محقق به نام‌های ژو و لی [8] بمنظور تحلیل تنش و تغییر فرم در اتصال چسبی بین لوله‌های کامپوزیتی، از تئوری پوسته مرتبه اول برشی برای بیان رفتار لوله‌های کامپوزیتی و از الاستیسیته سه بعدی جهت بیان رفتار ناحیه چسب بین آن‌ها بهره گرفته و معادلات تعادل حاکم را به روش تفاضل محدود حل نمودند. ورشوئی و طهانی [9] اتصال چسبی بین دو لوله کامپوزیتی با استفاده از کولپینگ تحت بارگذاری کششی را به روش‌های عددی و آزمایشگاهی بهینه سازی نمودند. آنان با استفاده از ترکیب روش تاگوچی و الگوریتم ژنتیک روشی پیشنهاد کردند تا با انجام چند آزمایش بتوان به بهترین مقاومت در اتصال چسبی لوله‌های کامپوزیتی دست یافت.

در مقاله حاضر توزیع تنش‌ها در اتصال چسبی رویهم‌تک‌لبه بین دو لوله کامپوزیتی تحت بار پیچشی تحلیل گردیده، که در آن تأثیر درجه حرارت و رطوبت بر خواص چسب و نیز تنش‌های ناشی از تغییر دما و رطوبت نسبی لحاظ شده‌اند. در این مدل‌سازی بمنظور توصیف سینماتیک و رفتار

¹ Single lap joint² Shearing spring³ Double lap joint⁴ Generalized Differential Quadrature Method⁵ Peel stress

در رابطه‌ی (4)، مؤلفه‌ی ij سختی تک‌لایه در مختصات دوران یافته، $\{\bar{\alpha}_{ij}\}$ و $\{\bar{\beta}_{ij}\}$ بترتیب بردار ضرایب انبساط حرارتی و بردار ضرایب انبساط رطوبتی تک‌لایه در مختصات دوران یافته، c_c غلظت رطوبت جذب شده در کامپوزیت است. بالانویس یا زیرنویس (k) و $(k+1)$ اشاره به شماره لایه در چندلایه دارد. در معادله (2) همچنین A, B, D بترتیب ماتریس سختی کششی، ماتریس سختی کوپلینگ و ماتریس سختی خمشی چندلایه می‌باشند، که با رابطه‌ی (5) تعیین می‌شوند:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1} - z_k), \quad B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1}^2 - z_k^2),$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1}^3 - z_k^3) \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (5)$$

روابط کرنش جابجایی و انحنا-جابجایی با رابطه‌ی (6) داده می‌شوند:

$$\epsilon_x^\circ = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_s^\circ = \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{w}{R}, \quad \gamma_{xs}^\circ = \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \kappa_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2},$$

$$\kappa_s = -\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial s}, \quad \kappa_{xs} = -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial s} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial x} \quad (6)$$

که در آن‌ها w و v, u مؤلفه‌های میدان جابجایی بترتیب در جهات مختصات x, y, z می‌باشند.

فرض می‌شود که لایه چسب یک ماده همگن، ایزوتروپیک و الاستیک خطی بوده، و می‌توان آنرا بعنوان فنرهای توزیع یافته کشش-فشاری و برشی در نظر گرفت. بدین ترتیب روابط تنش-کرنش در لایه چسب با احتساب اثرات حرارتی-رطوبتی با رابطه‌ی ماترسی (7) قابل بیان است:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_s \\ \sigma_z \\ \tau_{sz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xs} \end{Bmatrix} = [C] \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_s \\ \epsilon_z \\ \gamma_{sz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xs} \end{Bmatrix} - \Delta T \cdot F_h \begin{Bmatrix} \alpha_a \\ \alpha_a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} - c_a \cdot F_h \begin{Bmatrix} \beta_a \\ \beta_a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

که در آن α_a و β_a بترتیب ضرایب انبساط حرارتی و رطوبتی چسب بوده، و نیز ΔT تغییر دما و c_a غلظت رطوبت جذب شده در چسب است، بعلاوه:

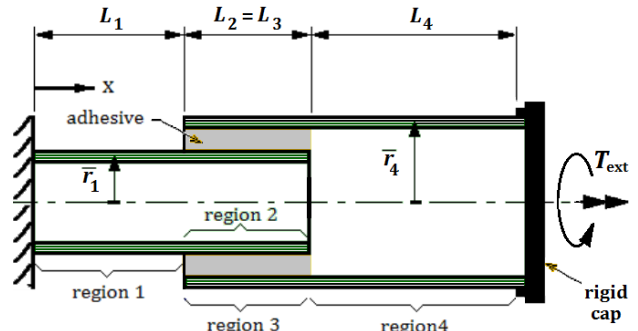
$$[C] = \begin{bmatrix} F_m X & F_m X v_a & F_m X v_a & 0 & 0 & 0 \\ F_m X v_a & F_m X & F_m X v_a & 0 & 0 & 0 \\ F_m X v_a & F_m X v_a & F_m X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_m G_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F_m G_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_m G_a \end{bmatrix},$$

$$X = \frac{E_a}{1 - \nu_a^2} \quad (8)$$

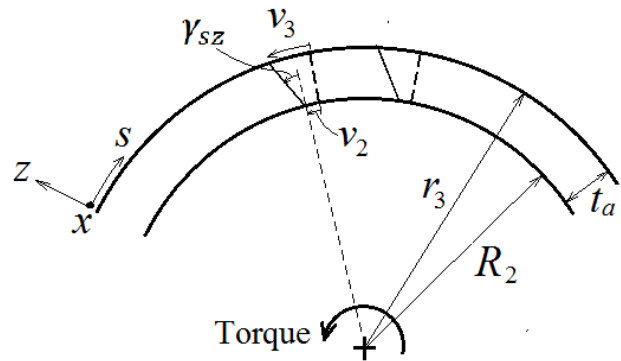
در رابطه‌ی (8) E_a, G_a و ν_a بترتیب مدول یانگ، مدول برشی و ضریب پواسون چسب، F_m, F_h بترتیب ضریب تنزل خاص مکانیکی و ضریب تنزل خواص حرارتی-رطوبتی چسب بوده، که با روابط (9) تعیین می‌شوند:

$$F_m = \frac{P}{P_0} = \frac{[T_{gw} - T]^{\frac{1}{2}}}{[T_{g0} - T_0]^{\frac{1}{2}}}, \quad F_h = \frac{1}{F_m} \quad (9)$$

در رابطه‌ی (9)، P و P_0 یک مؤلفه سختی به ترتیب قبل و بعد از تنزل حرارتی-رطوبتی، T_{gw} و T_{g0} بترتیب درجه حرارت انتقال شیشه‌ای خشک و تر بوده، و T, T_0 درجه حرارت مرجع و درجه حرارتی که P بایستی در



(الف) (a)



(ب) (b)

Fig. 1 (a) A tubular single-lap joint under torsion with its region (b) Displacements in the adhesive layer

شکل 1 (الف) اتصال چسبی رو به هم تک لبه بین دو لوله کامپوزیتی و نواحی چهارگانه آن (ب) میدان جابجایی مفروض و کرنش برشی در لایه چسب

که در آن بردارهای N, M, ϵ و κ بصورت رابطه (3) تعریف می‌شوند:

$$\{N\} = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_s \\ N_{xs} \end{Bmatrix}, \quad \{M\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_s \\ M_{xs} \end{Bmatrix}, \quad \{\epsilon^\circ\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x^\circ \\ \epsilon_s^\circ \\ \gamma_{xs}^\circ \end{Bmatrix}, \quad \{\kappa\} = \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_s \\ \kappa_{xs} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

و منتجه‌های نیرو و ممان حرارتی N^T, M^T و منتجه‌های رطوبتی N^M, M^M با رابطه‌ی (4) زیر بدست می‌آیند:

$$\{N^T\} = \begin{Bmatrix} N_x^T \\ N_s^T \\ N_{xs}^T \end{Bmatrix} = \Delta T \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} \begin{Bmatrix} \bar{\alpha}_x \\ \bar{\alpha}_s \\ \bar{\alpha}_{xs} \end{Bmatrix} (z_{(k+1)} - z_{(k)}),$$

$$\{M^T\} = \begin{Bmatrix} M_x^T \\ M_s^T \\ M_{xs}^T \end{Bmatrix} = \frac{\Delta T}{2} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} \begin{Bmatrix} \bar{\alpha}_x \\ \bar{\alpha}_s \\ \bar{\alpha}_{xs} \end{Bmatrix} (z_{(k+1)}^2 - z_{(k)}^2),$$

$$\{N^M\} = \begin{Bmatrix} N_x^M \\ N_s^M \\ N_{xs}^M \end{Bmatrix} = c_c \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} \begin{Bmatrix} \bar{\beta}_x \\ \bar{\beta}_s \\ \bar{\beta}_{xs} \end{Bmatrix} (z_{(k+1)} - z_{(k)}),$$

$$\{M^M\} = \begin{Bmatrix} M_x^M \\ M_s^M \\ M_{xs}^M \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} c_c \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} \begin{Bmatrix} \bar{\beta}_x \\ \bar{\beta}_s \\ \bar{\beta}_{xs} \end{Bmatrix} (z_{(k+1)}^2 - z_{(k)}^2) \quad (4)$$

$$c_{ma} = 100 a \phi^b \quad (14)$$

در معادله (14) a و b دو ثابت ماده چسب می‌باشند. برای چسب بکار رفته در مطالعه حاضر (3501-6) $a = 0.063$ ، $D = 16.1 \times 10^{-7} \frac{mm^2}{s}$ (3501-6) یا $\phi > 60$ یا $\phi \leq 60$ [14, 13].

با جایگزینی از روابط (6) در معادلات (3) و (2)، سپس جایگزینی از عبارات بدست آمده برای N_x ، N_{xs} ، M_x و M_{xs} برحسب جابجایی‌ها در معادلات تعادل (12)، دو معادله دیفرانسیل مطابق (15) برحسب جابجایی‌های w ، v نتیجه می‌شود:

$$\frac{A_{26}}{\bar{r}} w' + av'' - \frac{D_{16}}{\bar{r}} w''' + p_s = 0, \quad (15)$$

$$D_{11} w'''' - \frac{D_{16}}{\bar{r}} v'''' + \frac{A_{22}}{\bar{r}^2} w + \frac{A_{26}}{\bar{r}} v' - \frac{N_s^{TM}}{\bar{r}} - p_z = 0$$

در معادلات (15)، علامت " ' " بر روی مؤلفه‌های جابجایی w و v به معنی مشتق‌گیری نسبت به مختصه x و $\frac{D_{66}}{\bar{r}^2}$ و $a = A_{66} + \frac{D_{66}}{\bar{r}^2}$ ، $N_s^{TM} = N_s^T + N_s^M$ که در آن N_s^T و N_s^M به ترتیب منتجه نیروی حرارتی و منتجه نیروی رطوبتی می‌باشند. در زیر معادلات (15) برای هر یک از نواحی چهارگانه نشان داده شده در شکل 1 بطور مجزا حل می‌شود.

در ناحیه 1 داریم $p_s = p_z = 0$ ، لذا با حذف v بین دو معادله (15)، به معادله دیفرانسیل معمولی مرتبه پنج (16) برحسب w دست می‌یابیم:

$$A_1 w_1'''' + B_1 w_1''' + C_1 w_1' = 0 \quad (16)$$

که در آن:

$$A_1 = D_{11} a_1 - \left(\frac{D_{16}}{\bar{r}_1}\right)^2, \quad B_1 = 2 \frac{D_{16}}{\bar{r}_1} A_{26},$$

$$C_1 = \frac{A_{22}}{\bar{r}_1^2} a_1 - \left(\frac{A_{26}}{\bar{r}_1}\right)^2, \quad a_1 = A_{66} + \frac{D_{66}}{\bar{r}_1^2} \quad (17)$$

جواب معادله (16) بقرار زیر است:

$$w_1(x) = C_1 + [C_2 \sin(q_{11}x) + C_3 \cos(q_{11}x)] e^{p_{11}x} + [C_4 \sin(q_{21}x) + C_5 \cos(q_{21}x)] e^{p_{21}x} \quad (18)$$

که در آن C_1 ، C_2 ، C_3 ، C_4 ، C_5 ثابت‌های انتگرالگیری، q_{11} ، q_{21} ، p_{11} ، p_{21} قسمت موهومی/حقیقی جواب‌های معادله مشخصه متناظر با معادله (15) می‌باشند. اکنون با جایگزینی از تساوی (18) در اولین معادله (15) و سپس حل معادله دیفرانسیل بدست آمده برای $v_1(x)$ نتیجه می‌دهد:

$$v_1(x) = \iint \frac{1}{a_1 \bar{r}_1} [D_{16} w_1'''' - A_{26} w_1'] dx dx \quad (19)$$

با انجام انتگرالگیری دوگانه فوق دو ثابت انتگرالگیری C_6 و C_7 دیگر در عبارت بدست آمده برای $v_1(x)$ ظاهر می‌شود. در ناحیه 4 همچنین $p_s = p_z = 0$ ، و روش حل معادلات (15) برای آن مشابه حل ارائه شده در فوق برای ناحیه 1 می‌باشد، البته با 7 ثابت انتگرالگیری متفاوت.

در دو ناحیه 2 و 3 بارهای گسترده p_z و p_s مخالف صفر بوده و از نظر مقدار بترتیب برابر تنش‌های برآمدن و برشی، $\sigma_z^{(a)}$ و $\tau_{sz}^{(a)}$ ، در لایه چسب می‌باشند. بدین ترتیب برای ناحیه 2 معادلات (15) بصورت (20) درمی‌آیند:

$$\frac{A_{26}}{\bar{r}_2} w_2' + a_1 v_1'' - \frac{D_{16}}{\bar{r}_2} w_1''' - \tau_{sz}^{(a)} = 0,$$

$$D_{11} w_1'''' - \frac{D_{16}}{\bar{r}_2} v_1'''' + \frac{A_{22}}{\bar{r}_2^2} w_1 + \frac{A_{26}}{\bar{r}_2} v_1' - \frac{N_s^{TM(2)}}{\bar{r}_2} + \sigma_z^{(a)} = 0 \quad (20)$$

آن تعیین گردد، می‌باشند. اما T_{gw} تابعی از درصد وزنی رطوبت جذب شده در رزین، M_r ، می‌باشد که با رابطه‌ی (10) بیان می‌گردد [12]:

$$T_{gw} = T_{g0}(0.005M_r^2 - 0.1M_r + 1) \quad (10)$$

با توجه به سینماتیک نمایش داده شده در شکل 1- (ب)، و با فرض تغییرات خطی برای جابجایی محیطی در راستای مختصه ضخامت، مؤلفه‌های کرنش در لایه چسب به سادگی برحسب جابجایی‌ها در سطوح تماس با لوله‌ها در نواحی 2 و 3 بدست می‌آیند. سپس با جایگزینی از این کرنش‌ها در معادلات رفتاری (7)، تنش برآمدن و تنش برشی در لایه چسب برحسب این جابجایی‌ها بصورت (11) تعیین می‌شوند:

$$\tau_{sz}^{(a)} = \frac{F_m G_a}{t_a} \left[\frac{r_3}{R_2} K_2 v_2 - K_3 v_3 \right],$$

$$\sigma_z^{(a)} = X \left[\frac{F_m v_a}{2} \left(\frac{w_2}{R_2} + \frac{w_3}{r_3} \right) + \frac{F_m}{t_a} (w_3 - w_2) - 2v_a \alpha_a \Delta T - \alpha_a \Delta T - 2v_a \beta_a c_a - \beta_a c_a \right] \quad (11)$$

که در آن $K_2 = \frac{R_2}{r_2}$ ، $K_3 = \frac{r_3}{r_3}$ است.

3- فرمول‌بندی با احتساب خیز عرضی در لوله‌ها

در اینجا ابتدا فرضیات ساده‌کننده‌ای را در نظر می‌گیریم. اولاً با توجه به اینکه تنها بار خارجی وارد شده بر اتصال یک گشتاور پیچشی است، بارهای گسترده ناصفر وارده بر فصل مشترک لوله‌ها و لایه چسب فقط p_z و p_s هستند، که به ترتیب برابر تنش‌های $\sigma_z^{(a)}$ و $\tau_{sz}^{(a)}$ در لایه چسب می‌باشند، لیکن $p_x = 0$ و لذا منتجه تنش محوری صفر است، یعنی $N_x = 0$. ثانیاً فرض می‌شود که چیدمان لایه‌ها در لوله‌های کامپوزیتی بصورت متقارن است، و ماتریس سختی کوپلینگ در آن‌ها برابر صفر می‌باشد یعنی $[B] = 0$. ثالثاً مؤلفه جابجایی محوری ناچیز بوده و قابل اغماض است، یعنی $u = 0$ و بعلاوه مؤلفه‌های ناصفر جابجایی فقط تابع مختصه محوری، x می‌باشند، یعنی $w = w(x)$ ، $v = v(x)$. با توجه به این فرضیات معادلات تعادل (1) بصورت (12) تقلیل می‌یابند:

$$\frac{dN_{xs}}{dx} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{dM_{xs}}{dx} + p_s = 0, \quad \frac{d^2 M_x}{dx^2} - \frac{N_s}{\bar{r}} + p_z = 0 \quad (12)$$

اما، با توجه به اینکه غلظت رطوبت جذب شده در لایه چسب ثابت نبوده و بلکه در طول ناحیه همپوشانی متغیر است، ضرایب تنزل خواص F_m ، F_h و نتیجتاً مؤلفه‌های ماتریس سختی چسب در طول ناحیه همپوشانی تغییر می‌کنند، یعنی تابعی از مختصه x می‌باشند. با فرض آنکه تمرکز یا غلظت رطوبت جذب شده اولیه، c_{ia} ، صفر باشد، غلظت رطوبت جذب شده در لایه چسب، c_a ، را می‌توان برحسب مختصه x و زمان سپری شده t با رابطه (13) بیان نمود [12]:

$$c_a = c_{ma} \left[1 - \frac{4}{\pi} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{2j+1} \sin\left(\frac{(2j+1)\pi x}{L_2}\right) \times \exp\left(-\frac{(2j+1)^2 \pi^2 D t}{L_2^2}\right) \right] \quad (13)$$

که در رابطه‌ی (13) D ضریب نفوذ رطوبت در چسب، و c_{ma} غلظت رطوبت جذب شده در سطح خارجی چسب می‌باشد، که خود تابعی از رطوبت نسبی هوای محیط، ϕ ، مطابق رابطه‌ی (14) است:

و برای ناحیه 3 معادلات (15) بفرم (21) بیان می‌شوند:

$$\begin{aligned} \frac{A'_{26}}{\bar{r}_3} w_3' + a_4 v_3'' - \frac{D'_{16}}{\bar{r}_3} w_3''' + \tau_{sz}^{(a)} = 0, \\ D'_{11} w_3'''' - \frac{D'_{16}}{\bar{r}_3} v_3''' + \frac{A'_{22}}{\bar{r}_3^2} w_3 + \frac{A'_{26}}{\bar{r}_3} v_3' \\ - \frac{N_s^{TM(3)}}{\bar{r}_3} - \sigma_z^{(a)} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

معادلات دیفرانسیل (20) و (21) با توجه به تساوی‌های (11) یک دستگاه معادلات کوپل را تشکیل می‌دهند. حل این دستگاه معادلات کوپله به همراه تعیین مقادیر 14 ثابت انتگرالگیری ظاهر شده در عبارات بدست آمده برای $w_1(x)$ و $w_4(x)$ ، مستلزم اعمال شرایط مرزی و پیوستگی مربوط به چهار ناحیه سازه می‌باشد. این شرایط بصورت روابط (22) می‌باشند:

$$\begin{aligned} \text{At } x = 0: \quad v_1(x) = 0, \quad w_1(x) = 0, \quad w_1'(x) = 0, \\ \text{At } x = L_1: \quad v_1(x) = v_2(x), \quad v_1'(x) = v_2'(x), \\ w_1(x) = w_2(x), \quad w_1'(x) = w_2'(x), \\ N_{xs(1)} = N_{xs(2)}, \quad M_{xs(1)} = M_{xs(2)}, \quad M_{x(1)} = M_{x(2)}, \\ Q_{x(1)} = Q_{x(2)}, \quad M_{x(3)} = 0, \quad N_{xs(3)} = 0, \\ M_{xs(3)} = 0, \quad Q_{x(3)} = 0, \\ \text{At } x = L_1 + L_2: \quad v_3(x) = v_4(x), \quad v_3'(x) = v_4'(x), \\ w_3(x) = w_4(x), \quad w_3'(x) = w_4'(x), \\ M_{xs(3)} = M_{xs(4)}, \quad N_{xs(3)} = N_{xs(4)}, \quad M_{x(3)} = M_{x(4)}, \\ Q_{x(3)} = Q_{x(4)}, \quad M_{x(2)} = 0, \quad M_{xs(2)} = 0, \\ N_{xs(2)} = 0, \quad Q_{x(2)} = 0, \\ \text{At } x = L_1 + L_2 + L_4: \quad w_4(x) = 0, \quad w_4'(x) = 0, \quad T_4 = T_{ext} \end{aligned} \quad (22)$$

در شرط مرزی آخری، T_{ext} گشتاور پیچشی خارجی بوده، و T_4 را می‌توان از انتگرال رابطه (23) تعیین نمود:

$$T_4 = \sum_{i=1}^n \int_{z_i}^{z_{i+1}} 2\pi \tau_{xs}^{(i)} (\bar{r}_4 + z)^2 dz \quad (23)$$

که در آن $\tau_{xs}^{(i)}$ تنش برشی در صفحه xs در لایه i ام است و از تساوی (24) جایگزین می‌شود:

$$\begin{aligned} \tau_{xs}^{(i)} = \bar{Q}_{66}^{(i)} (\bar{r}_4 - z) w_4'' + \left(\frac{\bar{Q}_{26}^{(i)}}{\bar{r}_4} \right) w + \bar{Q}_{66}^{(i)} \left(\frac{z}{\bar{r}_4} \right) v_4' \\ - \left(\bar{Q}_{16}^{(i)} \alpha_x^{(i)} + \bar{Q}_{26}^{(i)} \alpha_s^{(i)} + \bar{Q}_{66}^{(i)} \alpha_{xs}^{(i)} \right) \Delta T \\ - \left(\bar{Q}_{16}^{(i)} \beta_x^{(i)} + \bar{Q}_{26}^{(i)} \beta_s^{(i)} + \bar{Q}_{66}^{(i)} \beta_{xs}^{(i)} \right) c_c \end{aligned} \quad (24)$$

که در آن کمیت‌های خواص مواد مربوط به لوله بیرونی بوده، و c_c غلظت رطوبت جذب شده در کامپوزیت است که با رابطه‌ای مشابه معادله (13) به همراه تساوی (14) محاسبه می‌شود. برای کامپوزیت بکار رفته در مطالعه حاضر (AS/3501-6)، ثابت‌های ماده بکار رفته در تساوی (14) برابر $a = 0.019$ و $b = 1$ می‌باشند [14].

بنابراین 30 عدد شرط مرزی و پیوستگی بیان شده توسط معادلات (22) امکان یافتن جواب‌های یکتا برای معادلات (18)–(21) به همراه دو معادله

مربوط به ناحیه 4 که مشابه معادلات (18)–(19) می‌باشند، را تضمین می‌نمایند. در بخش بعد یک فرمولبندی حل عددی به روش تربیع دیفرانسیل تعمیم یافته را جهت حل همزمان این دستگاه معادلات توسعه خواهیم داد.

4- گسسته سازی به روش GDQM

روش DQM یکی از روش‌های عددی است که در آن با استفاده از ضرایب وزنی، معادلات دیفرانسیلی حاکم، به دسته‌ای از معادلات جبری مرتبه اول تبدیل می‌شوند. بدین ترتیب که در هر نقطه مشتق به صورت یک مجموع خطی از ضرایب وزنی و مقادیر تابع در آن نقطه و دیگر نقاط دامنه و در جهت محورهای مختصات بیان خواهند شد. در روش DQM برای پیدا کردن مجهول معادله دیفرانسیل، مثلاً تابع $f(x)$ فرض می‌شود مشتق تابع $\frac{df(x)}{dx}$ برابر است با، حاصلضرب یکسری ضرایب وزنی در مقدار تابع در نقاط گسسته مورد نظر. در این روش نیز مانند بسیاری از روش‌های عددی دیگر جواب معادله دیفرانسیل فقط در تعداد محدودی از نقاط دامنه آن پیدا می‌شود. این نقاط را نقاط نمونه نامیده می‌شوند. رابطه اصلی روش DQM در حالت کلی به صورت روابط (25) تعریف می‌شود [15]:

$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} \Big|_{x_i} = \sum_{j=1}^N g_{ij}^{(1)} f(x_j), \quad i, j = 1, 2, \dots, N, \\ \frac{d^n f}{dx^n} \Big|_{x_i} = \sum_{j=1}^N g_{ij}^{(n)} f(x_j), \quad i, j = 1, 2, \dots, N, \quad g_{ij}^{(n)} = [g_{ij}^{(1)}]^n \end{aligned} \quad (25)$$

که در آن f تابع مورد نظر، $g_{ij}^{(1)}$ ضرایب وزنی مشتق اول و $g_{ij}^{(n)}$ ضرایب وزنی مشتق n ام و N تعداد نقاط نمونه در کل دامنه است. x_i نقطه نمونه i ام از دامنه می‌باشد. در روش تربیع دیفرانسیل تعمیم یافته (GDQM) یا روش عمومی شو که از چند جمله‌ای میاناب لاگرانژ بعنوان تابع تست استفاده می‌شود، ضرایب وزنی برای مشتق مرتبه اول از رابطه (26) بدست می‌آید:

$$g_{ir}^{(1)} = \frac{1}{x_i - x_r} \frac{\prod_{j=1, j \neq i}^N (x_i - x_j)}{\prod_{j=1, j \neq r}^N (x_r - x_j)}, \quad i \neq r, \quad i, j, r = 1, 2, \dots, N \quad (26)$$

و ضرایب وزنی مربوط به مشتق مرتبه n ام از تساوی‌های (27) تعیین می‌شوند:

$$\begin{aligned} g_{ir}^{(n)} = n \left[g_{ir}^{(1)} g_{ii}^{(n-1)} - \frac{g_{ir}^{(n-1)}}{x_i - x_r} \right], \\ g_{ii}^{(n)} = - \sum_{r=1, r \neq i}^N g_{ir}^{(n)}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (27)$$

روابط (27) مستقل از محل نقاط نمونه و تعداد این نقاط می‌باشد، لیکن در روش GDQM بهتر است از فرمول شو و ریچاردز که علاوه بر انتخاب نقاط نمونه با فواصل نامساوی، نقاط ابتدا و انتهای بازه را در بر می‌گیرد، جهت تعیین نقاط نمونه یا نقاط گرهی استفاده شود. این فرمول مطابق رابطه‌ی (28) است:

$$x_i = \left[\frac{1}{2} \left(1 - \cos \left[\frac{i-1}{N-1} \pi \right] \right) (b-a) \right], \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (28)$$

که در آن a ، b نقاط ابتدا و انتهای بازه‌ی حل معادله می‌باشد.

هنگام اعمال شرایط مرزی در ابتدا و انتهای مرز تنها یک شرط را می‌توان اعمال کرد، لیکن در بسیاری از مسائل چندین شرط در هر مرز

نقاط گرهی بکار رفته ترسیم گردیده است. ابعاد هندسی و خواص مواد بکار رفته در این مثال بشرح زیراند:

$$L_1 = L_4 = 25 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm}, \bar{r}_1 = 33 \text{ mm}, \\ \bar{r}_4 = 35.3 \text{ mm}, t_1 = 2 \text{ mm}, t_4 = 2 \text{ mm}, t_a = 0.3 \text{ mm} \quad (30)$$

خواص مکانیکی و فیزیکی چسب (جنس 3501-6):

$$E_a = 4.3 \text{ GPa}, G_a = 1.6 \text{ GPa}, \nu_a = 0.34, \\ \alpha_a = 40e - 6 \frac{1}{^\circ\text{C}}, \quad \beta_a = 2e - 3 \frac{1}{\%M} \quad (31)$$

خواص مواد لوله‌ها (چندلایه با چیدمان $[(+45, -45)_3/+45/-45]_s$ از جنس AS/3501-6):

$$E_1 = 139 \text{ GPa}, E_2 = 9.28 \text{ GPa}, G_{12} = 0.5 \text{ GPa}, \nu_{12} = 0.2, \\ \alpha_1 = 0, \alpha_2 = 28.8e - 6 \frac{1}{^\circ\text{C}}, \beta_1 = 0.1 \frac{1}{\%M}, \beta_2 = 0.2 \frac{1}{\%M} \quad (32)$$

در شکل 2 نمودار تغییرات جابجایی محیطی v بر حسب تعداد نقاط گرهی در سه نقطه $x = 0.1L_t, 0.4L_t, 0.8L_t$ از سازه رسم گردیده، که در آن $L_t = L_1 + L_2 + L_4$ طول کل سازه است. مقادیر جابجایی با انتخاب شش مقدار مختلف $N = 5, 7, 10, 12, 14, 15$ برای نقاط گرهی، محاسبه گردیده است. همانطور که در این شکل ملاحظه می‌شود، با افزایش تعداد نقاط گرهی، نمودار تغییرات جابجایی‌های بدست آمده از مدل عددی به سمت سه مجانب افقی که معرف مقادیر دقیق می‌باشند، همگرا شده‌اند، بطوریکه تفاوت بین مقادیر بدست آمده از مدل عددی با $N = 15$ و $N = 14$ ناچیز است. همچنین در شکل 3 تغییرات تنش برشی در لایه چسب، $\tau_{sz}^{(a)}$ ، بر حسب تعداد نقاط گرهی در سه نقطه، $x_2 = 0.1L_2, 0.4L_2, 0.8L_2$ رسم شده است. مقادیر این تنش‌های برشی با انتخاب همان شش مقدار مختلف از نقاط گرهی محاسبه گردیده است. همانطور که در این شکل ملاحظه می‌شود، در اینجا نیز با افزایش تعداد نقاط گرهی، نمودار تغییرات تنش برشی بدست آمده از مدل عددی به سمت مجانب‌های افقی که معرف مقادیر دقیق می‌باشند، همگرا گردیده، بطوریکه تفاوت بین مقادیر بدست آمده از مدل عددی با $N = 15$ و $N = 14$ ناچیزاند.

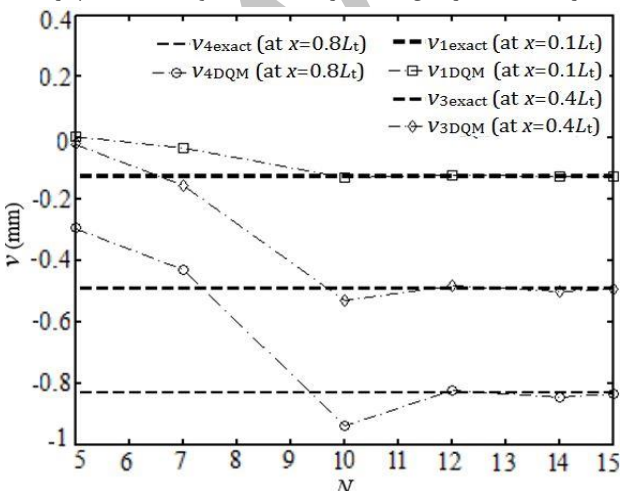


Fig. 2 Convergence of the circumferential displacement with increasing the number of the grid points

شکل 2 همگرایی جابجایی محیطی با افزایش تعداد نقاط گرهی

داریم. برای حل این مشکل یک تکنیک بدین صورت است که علاوه بر نقاط گرهی داده شده با فرمول شو و ریچاردز، نقاط دیگری به فاصله بسیار کوچک $\delta = 10^{-5}(b-a)$ از مرز موسوم به نقاط دلتا تعریف کنیم. بدین ترتیب عملاً چند شرط مرزی را با این شیوه می‌توان در هر مرز اعمال نمود [15]. مثلاً در یک تکیه‌گاه گیردار که هم جابجایی و هم مشتق اول تابع خیز در آن صفر است باید از نقاط دلتا استفاده شود.

در این تحقیق از روش GDQM بمنظور گسسته‌سازی معادلات دیفرانسیل مربوط به نواحی 2 و 3، یعنی معادلات (20) و (21)، بهره گرفته شده است. با استفاده از فرمول‌های (25) و ضرایب وزنی داده شده در تساوی‌های (26) و (27)، این چهار معادله و شرایط مرزی/پیوستگی مربوطه گسسته‌سازی می‌شوند. فرم گسسته این معادلات که مطابق روابط (29) می‌باشند، به‌همراه جواب‌های تحلیلی بدست آمده برای نواحی (1) و (4)، پس از اعمال فرم گسسته شرایط مرزی و پیوستگی، بطور همزمان حل می‌شوند.

$$\frac{A_{26}}{\bar{r}_2} \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(1)} w_{2(j)} + a_1 \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(2)} v_{2(j)} - \frac{D_{16}}{\bar{r}_2} \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(3)} w_{2(j)} \\ - \frac{F_{m(i)} G_a r_3 K_2}{t_a R_2} v_{2(i)} + \frac{F_{m(i)} G_a K_3}{t_a} v_{3(i)} = 0, \\ D_{11} \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(4)} w_{2(j)} - \frac{D_{16}}{\bar{r}_2} \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(3)} v_{2(j)} + \frac{A_{22}}{\bar{r}_2^2} w_{2(i)} \\ + \frac{A_{26}}{\bar{r}_2} \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(1)} v_{2(j)} + \frac{X F_{m(i)} \nu_a}{2} \left(\frac{w_{2(i)}}{R_2} + \frac{w_{3(i)}}{r_3} \right) + \frac{X F_{m(i)}}{t_a} \times \\ (w_{3(i)} - w_{2(i)}) = \frac{N_s^{TM(2)}}{\bar{r}_2} + Xb + X\beta_a(1 + 2\nu_a) M_{mr(i)}, \\ \frac{A'_{26}}{\bar{r}_3} \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(1)} w_{3(j)} + a_4 \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(2)} v_{3(j)} - \frac{D'_{16}}{\bar{r}_3} \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(3)} w_{3(j)} \\ + \frac{F_{m(i)} G_a r_3 K_2}{t_a R_2} v_{2(i)} - \frac{F_{m(i)} G_a K_3}{t_a} v_{3(i)} = 0, \\ D'_{11} \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(4)} w_{3(j)} - \frac{D'_{16}}{\bar{r}_3} \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(3)} v_{3(j)} + \frac{A'_{22}}{\bar{r}_3^2} w_{3(i)} \\ + \frac{A'_{26}}{\bar{r}_3} \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(1)} v_{3(j)} - \frac{X F_{m(i)} \nu_a}{2} \left(\frac{w_{2(i)}}{R_2} + \frac{w_{3(i)}}{r_3} \right) \\ - \frac{X F_{m(i)}}{t_a} (w_{3(i)} - w_{2(i)}) = \frac{N_s^{TM(3)}}{\bar{r}_3} - Xb \\ - X\beta_a(1 + 2\nu_a) M_{mr(i)} \quad (29)$$

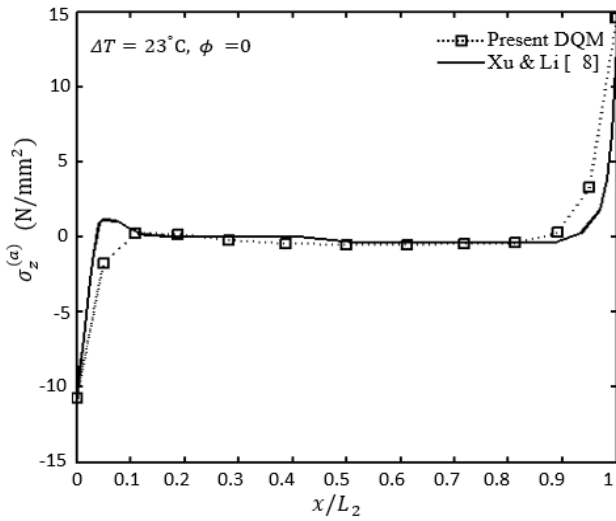
در اینجا به منظور رعایت اختصار از درج فرم گسسته شرایط مرزی/پیوستگی خودداری می‌گردد.

5- نتایج عددی

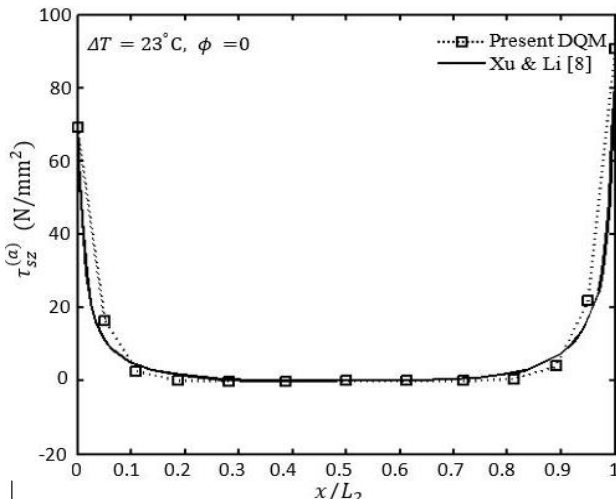
5-1- بررسی همگرایی مدل عددی

بمنظور بررسی همگرایی مدل DQM پیشنهادی، در این بخش مثالی از یک اتصال چسبی بین دو لوله کامپوزیتی با انتخاب تعداد نقاط گرهی متفاوت مورد مطالعه قرار گرفته، و نتایج عددی بدست آمده برای جابجایی محیطی و تنش برشی در نقاط معینی از ناحیه همپوشانی بر حسب تعداد

محدود با هم مقایسه گردیده‌اند. همانطور که در این شکل ملاحظه می‌شود، همخوانی و تطابق قابل توجهی بین آن‌ها مشاهده می‌گردد.



(الف) (ب)



(ب) (الف)

Fig. 4 Comparison between the DQM results and those of Ref. [8] (a) peel stress (b) shear stress

شکل 4 مقایسه نتایج عددی مدل DQM حاضر با نتایج عددی مندرج در مرجع [8] (الف) تنش برآمدن (ب) تنش برشی



Fig. 5 Finite element mesh for the adhesive joint generated in Abaqus
شکل 5 نمایش مدل اجزاء محدود ایجاد شده در محیط آباکوس از اتصال چسبی

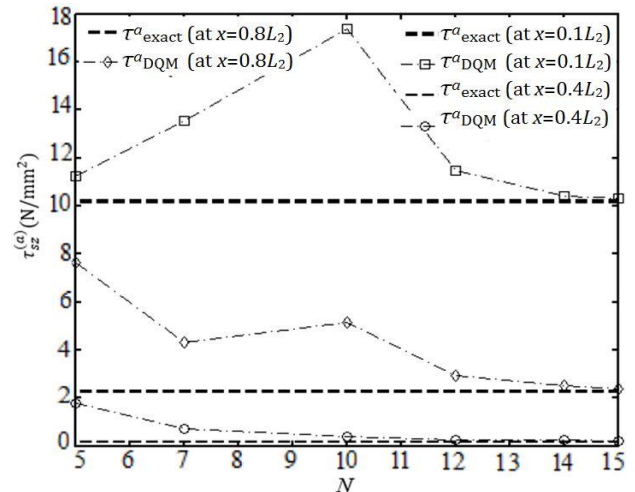


Fig. 3 Convergence of the shearing stress in the adhesive layer with increasing the number of the grid points

شکل 3 همگرایی تنش برشی در لایه چسب با افزایش تعداد نقاط گرهی

2-5- صحت سنجی مدل عددی

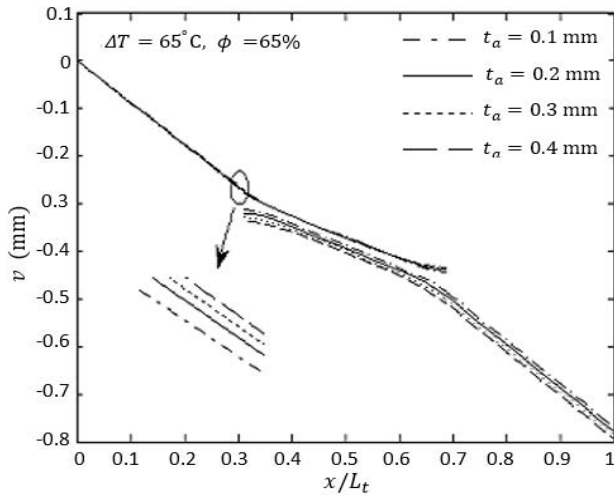
صحت و دقت مدل DQM پیشنهادی با مقایسه نتایج عددی آن با نتایج عددی یک فرمولبندی تفاضل محدود ارائه شده در مرجع [8] بررسی شده است. در این مرجع یک اتصال چسبی رویهم تک لبه بین دو لوله کامپوزیتی همجنس تحت یک بار پیچشی مطالعه گردیده است، و توزیع تنش‌های برآمدن و برشی محاسبه و نمودار تغییرات آن‌ها رسم گردیده است. ابعاد هندسی و خواص مواد بکار رفته در این مرجع بصورت رابطه‌ی (33) است:

$$\begin{aligned}
 L_1 = L_4 = 15 \text{ mm}, L_2 = 35 \text{ mm}, \bar{r}_1 = 36.41 \text{ mm}, \\
 \bar{r}_4 = 33.71 \text{ mm}, t_1 = 2.5 \text{ mm}, t_4 = 2.5 \text{ mm}, t_a = 0.2 \text{ mm} \\
 E_1 = 25.2 \text{ GPa}, E_2 = 7.5 \text{ GPa}, G_{12} = 2.4 \text{ GPa}, \nu_{12} = 0.32, \\
 E_a = 3.318 \text{ GPa}, G_a = 1.28 \text{ GPa}, \nu_a = 0.3
 \end{aligned} \quad (33)$$

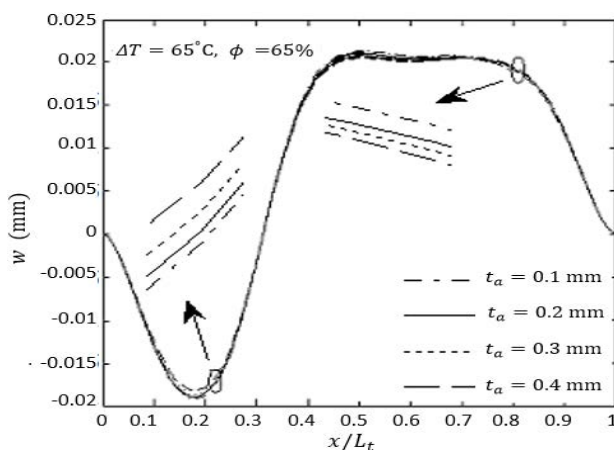
در نمودارهای شکل 4 نتایج عددی حاصل از مدل DQM حاضر برای تنش‌های برآمدن و برشی در لایه چسب با نتایج ارائه شده در مرجع [8] مقایسه گردیده است، و همانطور که در این نمودارها ملاحظه می‌شود، نتایج مدل عددی حاضر همخوانی و تطابق بسیار خوبی با نتایج عددی این مرجع دارد.

به منظور انجام مقایسه‌های بیشتر، یک مدل ریاضی ساده شده و نیز یک مدل اجزاء محدود از سازه‌ی موردنظر ساخته شده است. در مدل ریاضی ساده شده، لوله‌ها بصورت میل محور (مدل مقاومت مصالحی) در نظر گرفته شده و از خیز شعاعی آن‌ها صرفنظر گردیده است. برای این مدل ریاضی در حالت فاقد اثرات حرارتی-رطوبتی، حل بفرم بسته یا صریح استخراج شده است. البته در اینجا بمنظور رعایت اختصار از ارائه این مدل ساده شده و حل آن صرفنظر می‌کنیم. مدل اجزاء محدود ساخته شده در محیط آباکوس از المان‌های C3D8R بهره گرفته شده، و به منظور افزایش دقت مدل در دو انتهای ناحیه همپوشانی بر تراکم المان‌ها افزوده شده است. شکل 5 این مدل اجزاء محدود ایجاد شده در محیط آباکوس را در مرحله پیش پردازش نشان می‌دهد. در شکل 6 توزیع تنش برشی در لایه چسب بدست آمده از مدل DQM پیشنهادی با توزیع این تنش بدست آمده از حل صریح مربوط به مدل مقاومت مصالحی و نیز توزیع تنش بدست آمده از مدل‌سازی اجزاء

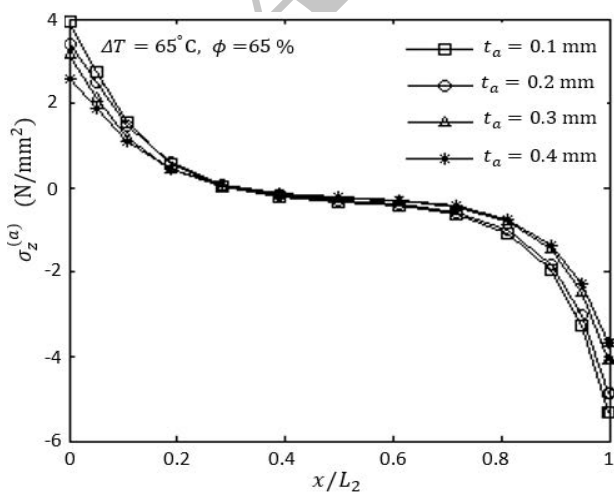
شده است. همانطور که در شکل 8- الف و شکل 8- ب مشاهده می‌شود، افزایش طول ناحیه همپوشانی باعث کاهش مقادیر جابجایی‌های محیطی و جابجایی شعاعی در اغلب نقاط سازه شده، لیکن مطابق شکل 8- ب، در ناحیه اول با افزایش طول همپوشانی نقطه پیک منحنی به سمت چپ جابجا گردیده و لذا تغییرات در جابجایی شعاعی در برخی از بازه‌ها توأم با تغییر علامت است و در اینصورت، افزایش یا کاهش در قدر مطلق خیز عرضی



(الف) (a)



(ب) (b)



(ج) (c)

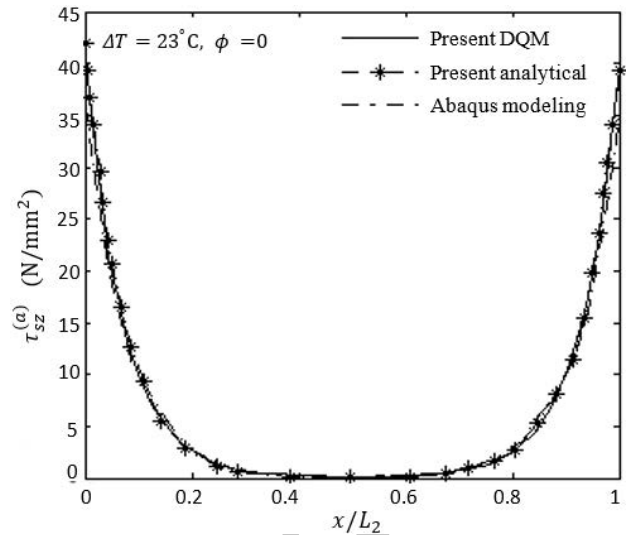


Fig. 6 Comparison among the DQM results and those of an analytical solution of a mechanics of materials model and those of a FEM model for shear stress distribution in the adhesive layer

شکل 6 مقایسه نتایج عددی مدل DQM با نتایج حل صریح مربوط به یک مدل مقاومت مصالحی و نیز نتایج یک مدل FEM برای توزیع تنش برشی در لایه چسب

3-5- مطالعات پارامتری

در این بخش با استفاده از مدل DQM پیشنهادی، تأثیر برخی پارامترهای مهم شامل ضخامت لایه چسب، طول ناحیه همپوشانی، درجه حرارت و رطوبت نسبی بر میدان جابجایی و توزیع تنش‌ها در لایه چسب مطالعه گردیده است. در این مطالعات جنس لوله‌ها و چسب و نیز ابعاد هندسی و خواص مواد مانند بخش 5-1 در نظر گرفته شده، مگر در مواردی که خلاف آن تصریح شده باشد. همچنین مدت زمان قرارگیری اتصال چسبی در شرایط محیطی مذکور در هر مورد برابر 10^7 یا 115 شبانه روز و 18 ساعت است.

3-5-1- تأثیر ضخامت لایه چسب

توزیع جابجایی‌های v و w در تمام طول سازه و نیز توزیع تنش‌های برآمدن و برشی در ناحیه همپوشانی با زاویه چهار مقدار مختلف از ضخامت لایه چسب محاسبه و بصورت دسته منحنی‌هایی مطابق شکل 7- الف، ب، ج، د ارائه گردیده است. همانطور که در شکل 7- الف و شکل 7- ب مشاهده می‌شود، افزایش ضخامت لایه چسب باعث کاهش مقدار (قدر مطلق) جابجایی‌های محیطی و شعاعی در دو ناحیه 1 و 2 می‌شود، لیکن موجب افزایش مقدار این جابجایی‌ها در نواحی 3 و 4 می‌گردد. همچنین، با توجه به شکل‌های 7- ج و 7- د ملاحظه می‌شود که افزایش ضخامت لایه چسب باعث کاهش تنش‌های برآمدن در طول ناحیه همپوشانی شده، لیکن تنش برشی فقط در محدوده نزدیک به دو انتهای ناحیه همپوشانی کاهش یافته‌اند. بالعکس در محدوده نزدیک به وسط این ناحیه، بر مقدار این مؤلفه تنش افزوده، که این به دلیل آنستکه در تمام حالات، منته‌ج گشتاور پیچشی ناشی از تنش برشی باید مقدار ثابتی برابر گشتاور خارجی داشته است.

3-5-2- تأثیر طول ناحیه همپوشانی

در شکل 8- الف، ب، ج، د توزیع جابجایی‌های v و w در تمام طول سازه و نیز توزیع تنش‌های برآمدن و برشی در ناحیه همپوشانی با زاویه چهار مقدار مختلف از طول ناحیه همپوشانی محاسبه و بصورت دسته منحنی‌هایی رسم

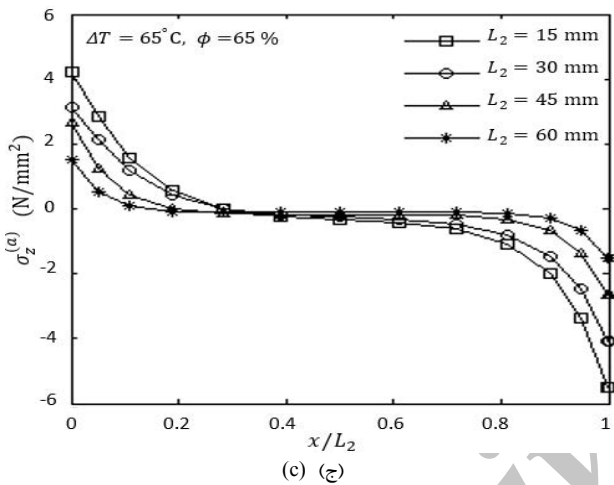
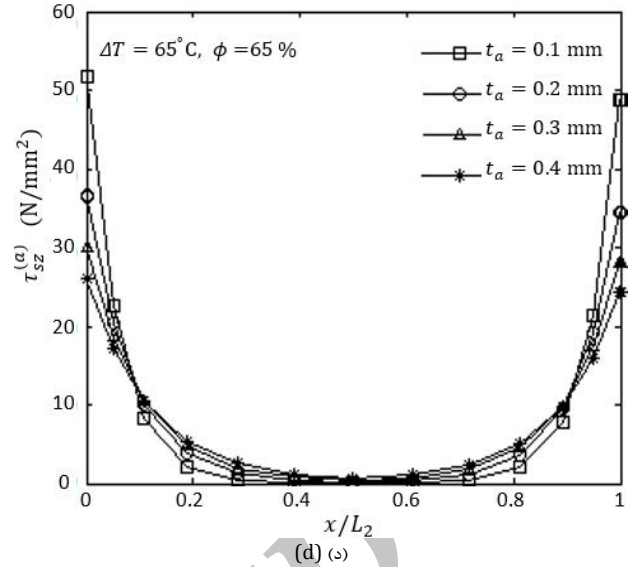
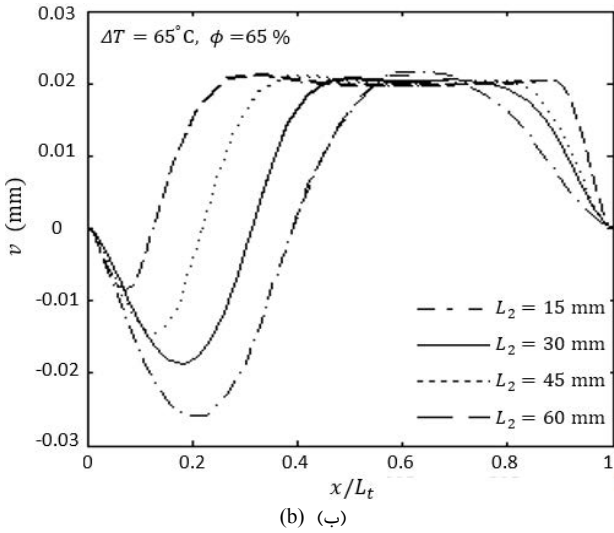


Fig. 7 Influence of the adhesive thickness on the displacement and stress distributions in the binding region (a) circumferential displacement, v (b) radial displacement, w (c) peel stress, $\sigma_z^{(a)}$ (d) shear stress, $\tau_{sz}^{(a)}$

شکل 7 تأثیر ضخامت لایه چسب بر مؤلفه‌های جابجایی در لوله‌ها و در توزیع تنش-تنش‌ها در ناحیه همپوشانی (الف) جابجایی محیطی، v (ب) جابجایی شعاعی، w (ج) توزیع تنش برآمدن، $\sigma_z^{(a)}$ (د) توزیع تنش برشی، $\tau_{sz}^{(a)}$

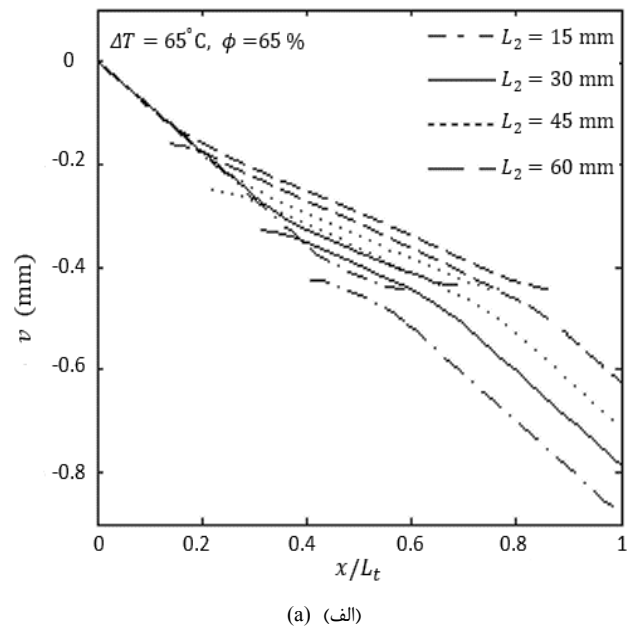
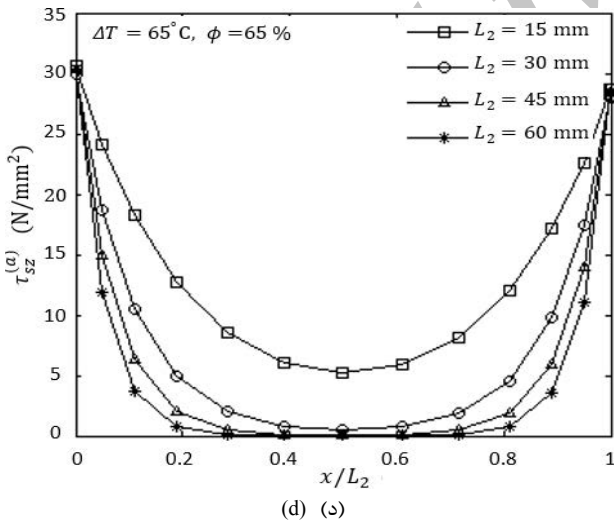


Fig. 8 Influence of the overlap length on the displacement field in tubes and on the stress distributions in the binding region (a) circumferential displacement, v (b) radial displacement, w (c) peel stress, $\sigma_z^{(a)}$ (d) shear stress, $\tau_{sz}^{(a)}$

شکل 8 تأثیر طول ناحیه همپوشانی بر مؤلفه‌های جابجایی در لوله‌ها و در توزیع تنش‌ها در ناحیه همپوشانی (الف) جابجایی محیطی، v (ب) جابجایی شعاعی، w (ج) توزیع تنش برآمدن، $\sigma_z^{(a)}$ (د) توزیع تنش برشی، $\tau_{sz}^{(a)}$

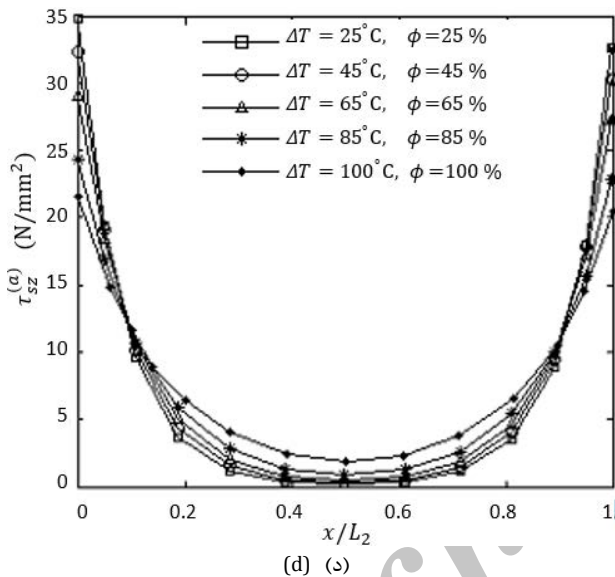
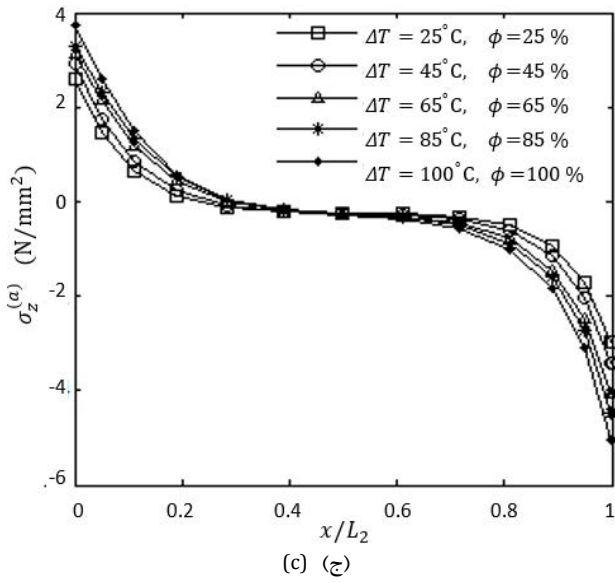


Fig. 9 Influence of the temperature and relative humidity changes on the displacement field in tubes and on the stress distributions in the binding region (a) circumferential displacement, v (b) radial displacement, w (c) peel stress, $\sigma_z^{(a)}$ (d) shear stress, $\tau_{sz}^{(a)}$
شکل 9 تأثیر تغییر درجه حرارت و رطوبت نسبی بر مؤلفه‌های جابجایی در لوله‌ها و در توزیع تنش‌ها در ناحیه همپوشانی (الف) جابجایی محیطی، v (ب) جابجایی شعاعی، w (ج) توزیع تنش برآمدن، $\sigma_z^{(a)}$ (د) توزیع تنش برشی، $\tau_{sz}^{(a)}$

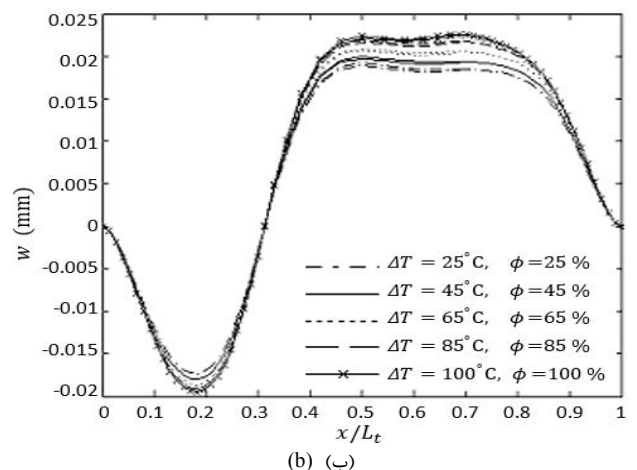
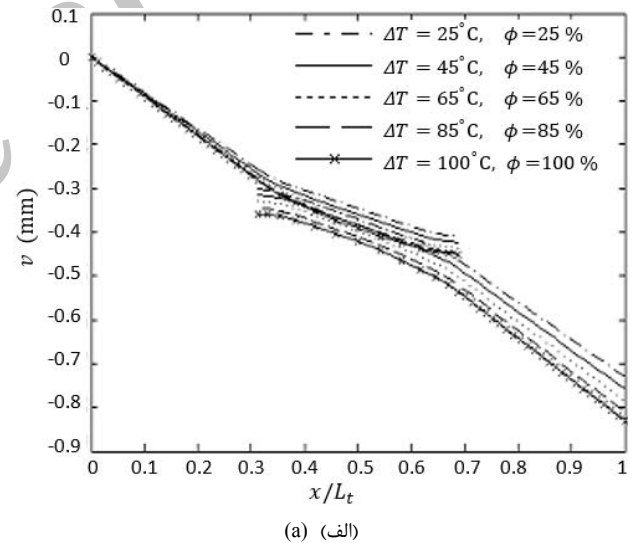
پیچشی و اثرات حرارتی-رطوبتی ارائه گردید. همگرایی و صحت و دقت مدل عددی پیشنهادی بررسی شده و سپس تأثیر پارامترهای مختلف بر میدان جابجایی و توزیع تنش‌ها در لایه چسب مطالعه گردید. این فرمولاسیون در این تحقیق یک فرمولبندی حل عددی مبتنی بر روش GDQM جهت مطالعه رفتار اتصالات چسبی رویهم تک لبه بین لوله‌های کامپوزیتی تحت بار پیچشی و اثرات حرارتی-رطوبتی ارائه گردید. همگرایی و صحت و دقت مدل عددی پیشنهادی بررسی شده و سپس تأثیر پارامترهای مختلف بر میدان جابجایی و توزیع تنش‌ها در لایه چسب مطالعه گردید. این فرمولاسیون عددی از سرعت همگرایی بالایی برخوردار است، بطوریکه با انتخاب تنها 15

3-3-5- تأثیر تغییر درجه حرارت و رطوبت نسبی

در شکل 9- الف، ب، ج، د توزیع جابجایی‌های w و v در تمام طول سازه و نیز توزیع تنش‌های برآمدن و برشی در ناحیه همپوشانی بازای پنج ترکیب مختلف از مقادیر تغییر دما و رطوبت نسبی محاسبه و بصورت دسته منحنی-هایی ارائه شده است. تغییرات درجه حرارت از 25 °C تا 100 °C و تغییرات رطوبت نسبی نیز از 25٪ تا 100٪ می‌باشد. همانطور که در شکل‌های 9- الف و 9- ب ملاحظه می‌شود، با بالا رفتن دما و رطوبت مقدار هر دو مؤلفه جابجایی w و v در طول سازه از نظر مقدار افزایش یافته‌اند. این افزایش برای مؤلفه w در ناحیه همپوشانی شدیدتر است، لیکن در مورد مؤلفه جابجایی v ، از ابتدای ناحیه 1 که سازه متصل به تکیه‌گاه گیردار است تا انتهای ناحیه 4 که گشتاور خارجی اعمال شده، این تغییر در میزان جابجایی روند افزایشی دارد. در شکل 9- ج مشاهده می‌شود که با بالا رفتن دما و رطوبت مقدار تنش برآمدن در طول ناحیه چسب از نظر مقدار افزایش یافته است، اما مطابق شکل 9- د تنش برشی در نزدیکی دو انتهای ناحیه چسب کاهش، و بالعکس در محدوده نزدیک به وسط این ناحیه رشد نموده است.

6- جمع بندی و نتیجه‌گیری

در این تحقیق یک فرمولبندی حل عددی مبتنی بر روش GDQM جهت مطالعه رفتار اتصالات چسبی رویهم تک لبه بین لوله‌های کامپوزیتی تحت بار



- [9] Varshoui Jajargh P., Tahani M., "Optimization of composite cylindrical bonded joints under extentional loading by numerical and experimental methods", In Persian, 21st International Conference on Mechanical Engineering (ISME2013), Tehran, Iran, May 7-9, 2013.
- [10] Mohieddin Ghomshei M., Shahi R., "Stress Analysis of Tubular Bonded Joints under Torsion and Hygrothermal Effects Using DQM", SAMPE Europe conference 15, Amiens, France, 15th-17th Sept. 2015.
- [11] Altenbach H., Altenbach J., Kissing W., "Mechanics of Composite Structural Elements", Springer, Berlin, 2004.
- [12] Gibson R. F., "principles of composite material mechanics 2nd Ed", Taylor & Francis, 2007.
- [13] Wolff E. G., "Polymer Matrix Composites: Moisture Effects and Dimensional Stability", International Encyclopedia of Composites, Vol. 4, pp. 279-323, 1991.
- [14] Loos A. C., Springer G. S., "Effects of Thermal Spiking on Graphite-Epoxy Composites", Journal of Composite Materials, Vol. 13, pp. 17-34, 1979.
- [15] Bert C. W., Malik M., "Differential quadrature: a powerful new technique for analysis of composite structures", Composite Structures, Vol. 39, No. 3-4, pp. 179-189, 1997.

نقطه گرهی، همگرایی با دقت کافی برای جابجائی‌ها و تنش‌ها حاصل می‌شود.

همچنین، از مقایسه‌های بعمل آمده می‌توان چنین نتیجه گرفت که مدل GDQM حاضر از صحت و دقت بسیار خوبی برخوردار می‌باشد. بعلاوه، از مطالعات پارامتری به انجام رسیده نتایج خاص زیر بدست آمده است:

- افزایش ضخامت لایه چسب باعث کاهش مقدار جابجایی‌های محیطی و شعاعی در دو ناحیه 1 و 2 می‌شود، لیکن موجب افزایش مقدار این جابجائی‌ها در نواحی 3 و 4 می‌گردد. همچنین افزایش ضخامت لایه چسب باعث کاهش تنش‌های برآمدن در طول ناحیه همپوشانی می‌شود، لیکن، تنش‌های برشی فقط در محدوده نزدیک به دو انتهای ناحیه همپوشانی کاهش می‌یابند، و در محدوده نزدیک به وسط این ناحیه بر مقدار این مؤلفه تنش افزوده می‌شود.

- افزایش طول ناحیه همپوشانی باعث کاهش مقادیر جابجایی‌های محیطی و شعاعی در اغلب نقاط سازه شده، لیکن در ناحیه اول، افزایش یا کاهش در قدر مطلق خیز عرضی بستگی به میزان تغییر در طول ناحیه همپوشانی دارد. افزایش طول ناحیه همپوشانی همچنین باعث کاهش هر دو مؤلفه تنش برآمدن و تنش برشی در سرتاسر این نواحی می‌گردد. تنش برآمدن در دو انتهای این ناحیه بیشترین کاهش را دارد، لیکن در تنش‌های برشی فقط تغییرات اندکی در دو انتها ایجاد می‌شود. بالعکس در محدوده نزدیک به وسط این ناحیه تنش برآمدن افت اندکی داشته، در حالیکه تنش‌های برشی بیشترین افت را در این محدوده دارند.

- با بالا رفتن دما و رطوبت مقدار هر دو مؤلفه جابجایی v و w در طول سازه از نظر مقدار افزایش می‌یابند. این افزایش برای مؤلفه w در ناحیه همپوشانی شدیدتر است. همچنین بالا رفتن دما و رطوبت باعث افزایش مقدار تنش برآمدن در طول ناحیه همپوشانی می‌شود، اما موجب تخفیف تنش برشی در محدوده نزدیک به دو انتهای این ناحیه شده، و در محدوده نزدیک به وسط این ناحیه بر سطح تنش برشی می‌افزاید.

7- مراجع

- [1] Volkersen O., "Recherchessur le theoric des assemblages colles. Construction Metallique", Vol. 4, pp. 3-13, 1965.
- [2] Adams, R. D., Peppiatt, N. A., "Stress Analysis of Adhesive Bonded Tubular Lap Joints", The Journal of Adhesion, Vol. 9, No. 1, pp. 1-18, 1977.
- [3] Graves, S. R., Adams, D. F., "Analysis of a bonded joint in a composite tube subjected to torsion", Journal of Composite Materials, Vol. 15, pp. 211-224, 1981.
- [4] Hipol P. J., "Analysis and Optimization of a Tubular Lap Joint Subjected to Torsion", Journal of Composite Materials, Vol. 18, pp. 298-311, 1984.
- [5] Pugno N., Surace G., "Tubular bonded joint under torsion: theoretical analysis and optimization for uniform torsional strength", Journal of Strain Analysis for Engineering Design, Vol. 36, No. 1, pp. 17-24, 2001.
- [6] Pugno N., Carpinteri A., Johnson H., "Tubular adhesive joints under axial load", Journal of Applied Mechanics, Vol. 70, No. 6, pp. 34-41, 2004.
- [7] Zou G. P., Taheri F., "Stress analysis of adhesively bonded sandwich pipe joints subjected to torsional loading", International Journal of Solids and Structures, Vol. 43, No. 20, pp. 5953-5968, 2006.
- [8] Xu W., Li G., "Finite difference three-dimensional solution of stresses in adhesively bonded composite tubular joint subjected to torsion", International Journal of Adhesion and Adhesive, Vol. 30, No. 4, pp. 191-199, 2010.