



کمانش صفحه کامپوزیتی ساخته شده از الیاف منحنی با تغییر خطی و غیر خطی جهت الیاف

حسین نوپور¹، عبدالرضا کبیری عطاآبادی^{2*}، محمود مهرداد شکریره³

1- دانشجوی دکتری، مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

* شاهین شهر، صندوق پستی 83145/115، a.kabiri.at@mut-es.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

دریافت: 95/06/07

پذیرش: 95/08/01

کلیدواژگان:

صفحه کامپوزیتی

الیاف منحنی

تغییر خطی زاویه الیاف

مسیر شعاع انحناء ثابت

کمانش

در این تحقیق، تأثیر مسیر الیاف منحنی شکل بر روی بهبود بار کمانش صفحه کامپوزیتی تحت فشار محوری و با در نظر گرفتن مسیرهای تغییر خطی و غیر خطی (مسیر شعاع انحناء ثابت) زاویه الیاف، بررسی گردید. در مسیر تغییر خطی و غیر خطی، زاویه الیاف با مختصات نقاط واقع در صفحه به ترتیب به صورت خطی و غیر خطی تغییر می‌کند. در تحقیقات گذشته بر روی کمانش صفحات کامپوزیتی با الیاف منحنی شکل، عمدتاً مسیرهای تغییر خطی زاویه الیاف مورد بررسی قرار گرفته است، اما فعالیت قابل توجهی در زمینه مقایسه بین میزان اثرگذاری این مسیر با سایر مسیرها صورت نگرفته است. لذا در این تحقیق، این مقایسه برای دو مسیر تغییر خطی و غیر خطی و برای یک صفحه کامپوزیتی بدون گشودگی و دارای گشودگی انجام شده است. برای مدل‌سازی‌ها از نرم‌افزار المان محدود آباکوس استفاده گردید. نتایج نشان می‌دهد که برای صفحه کامپوزیتی بدون گشودگی با ابعاد، جنس، لایه‌چینی و شرایط مرزی مورد نظر، مسیر شعاع انحناء ثابت، در حدود چهار درصد بار کمانش بیشتری را نسبت به مسیر تغییر خطی زاویه الیاف نشان می‌دهد. با توجه به شرایط مرزی اعمالی، مکانیزم افزایش بار کمانش با به‌کارگیری الیاف منحنی شکل، باربرداری از نواحی مرکزی و انتقال بار به نواحی کناری می‌باشد. دو هندسه گشودگی دایروی و بیضی شکل با قطر و نسبت‌های منظری مختلف نیز بررسی گردید. نتایج نشان می‌دهد که در مدل‌های با گشودگی با لحاظ قید ساخت، هر دو مسیر بار کمانش تقریباً یکسانی دارند.

Buckling of composite plate made of curvilinear fiber with linear and nonlinear fiber orientation variation

Hossein Nopour¹, Abdulreza Kabiri Ataabadi^{1*}, Mahmood Mehrdad Shokrieh²

1-Department of Science and Marine Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Shahinshahr, Iran

2-School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 83145/115, Shahinshahr, Iran, a.kabiri.at@mut-es.ac.ir

Keywords

Composite plate

Curvilinear fiber

Linear variation of fiber orientation

Constant curvature path

Buckling

Abstract

In this research, effect of curvilinear fibers on the buckling load improvement of composite plates was studied. Two paths for curvilinear fiber were considered, namely, the linear variation of fiber angle and the nonlinear variation of fiber angle (constant curvature). The fiber orientation varies linear and nonlinear with the coordinates of plate in these two mentioned paths respectively. In the previous researches, linear variation of fiber angle was usually investigated. However, the results were not compared with those of the other paths. In this research, comparisons between the two paths of the linear variation of fiber orientation and the constant curvature of composite plates with and without cutout were performed. ABAQUS finite element software was used for modeling and analysis. Results show that for composite plates without cutouts and with intended dimensions, material, lay-up and boundary condition, the constant curvature path caused four percent increase in the buckling load in comparison with the linear variation of fiber orientation path. According to applied boundary conditions, the mechanism of buckling load increase with curvilinear fibers is due to shifting the load from the center of plate to the side edges. Two geometries of cutout, circular cutout with different diameters and elliptical cutout with different aspect ratios were also considered. The results show that in the models with cutout by considering the manufacturing constraints, both paths have similar buckling load approximately.

Please cite this article using:

Nopour, H. Kabiri Ataabadi, A. and Shokrieh, M.M., "Buckling of composite plate made of curvilinear fiber with linear and nonlinear fiber orientation variation", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 4, No. 4, pp. 405-417, 2018.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

1- مقدمه

در سال‌های اخیر تلاش فراوانی برای بهینه‌سازی عملکرد مکانیکی کامپوزیت‌ها صورت گرفته و پژوهشگران حوزه طراحی کامپوزیت‌ها تلاش نموده‌اند تا چیدمانی از اجزای تشکیل‌دهنده کامپوزیت‌ها را بیابند که مجموعه‌ای از نیازهای طراحی همانند استحکام، سفتی، قیمت و وزن را ارضاء نماید. در این بین کامپوزیت‌های متشکل از الیاف منحنی¹ که در زمره کامپوزیت‌های سفتی متغیر² هستند، به دلیل ایجاد سازه‌ای با عملکرد بهتر نسبت به کامپوزیت‌های متشکل از الیاف مستقیم، بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته‌اند. به کمک دستگاه الیاف‌گذار اتوماتیک³ می‌توان الیاف را در مسیر منحنی شکل هدایت نمود. با قرار گرفتن الیاف در مسیرهای منحنی شکل، سفتی سازه کامپوزیتی به صورت پیوسته از نقطه‌ای به نقطه دیگر تغییر می‌کند. با استفاده از تغییر پیوسته سفتی می‌توان خواص مکانیکی سازه کامپوزیتی، به عنوان مثال بار کمانش صفحه کامپوزیتی تحت بار محوری فشاری را بهبود بخشید، بدون اینکه مقدار قابل توجهی به جرم سازه اضافه گردد. کیو و همکارانش [1] نخستین کسانی بودند که تغییر در مدول الاستیسیته یک صفحه کامپوزیتی را با به‌کار بردن الیاف منحنی شکل (سینوسی شکل) به صورت تئوری و آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند. در تحقیق آن‌ها صفحه کامپوزیتی با الیاف منحنی شکل تحت بار کششی مورد تحلیل و آزمایش قرار گرفت و تطابق خوبی بین نتایج حل تئوری و آزمایشگاهی حاصل گردید. چارت و هابر [3,2] مفهوم الیاف منحنی شکل را با قرار دادن الیاف در جهت تنش‌های اصلی توسعه دادند. آنها حل‌المان محدود را برای یک صفحه کامپوزیتی سوراخ‌دار ارائه کرده و تأثیر الیاف منحنی واقع در جهت تنش‌های اصلی را بر روی ظرفیت تحمل بار کششی آن مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها دریافته‌اند که عملکرد بهتری نسبت به صفحه کامپوزیتی با الیاف مستقیم، در تحمل بار کششی صفحه سوراخ‌دار با به‌کار بردن الیاف منحنی شکل در جهت تنش‌های اصلی به دست می‌آید اما از لحاظ بار کمانش (تحت بار فشار محوری) دارای مزیت خاصی نیست. آن‌ها همچنین دریافته‌اند که با در نظر گرفتن ترکیبی از لایه‌های دارای الیاف منحنی شکل و لایه‌هایی با الیاف مستقیم $\pm 45^\circ$ درجه، می‌توان به افزایش تحمل بار کششی بدون کاهش در بار کمانش تحت بار فشار محوری رسید. در زمینه بهبود بار کمانش صفحه کامپوزیتی تحت بار فشار محوری به کمک الیاف منحنی شکل تاکنون تحقیقات زیادی انجام شده است. هابر و لی [4] به بهینه‌سازی بار کمانش صفحه سوراخ‌دار تحت بار فشاری محوری به کمک الیاف منحنی پرداختند. آن‌ها دریافته‌اند که بهبود بار کمانش نسبت به صفحه کامپوزیتی با الیاف مستقیم، با انتقال بار از نواحی داخلی به لبه‌ها امکان‌پذیر است. در تحقیقات اخیر بر روی کمانش صفحات کامپوزیتی الیاف منحنی، مسیرهای خطی و غیرخطی تغییر زاویه الیاف مورد بررسی قرار گرفته است. اولمدو و گوردل [5] و همچنین گوردل و همکارانش [6] با در نظر گرفتن تغییر خطی زاویه الیاف در جهت موازی با جهت اعمال بار و عمود بر آن، به بررسی تأثیر هر کدام بر بار کمانش و سفتی صفحه کامپوزیتی تحت بار فشار محوری پرداختند. آن‌ها نشان دادند که بار کمانش صفحه کامپوزیتی با الیاف منحنی نسبت به الیاف مستقیم افزایش قابل توجهی می‌یابد. برای افزایش بار کمانش، زاویه الیاف در قسمت مرکزی صفحه عمود بر جهت بار و در نواحی

نزدیک به لبه‌های کناری (تقویت شده به کمک مقید کردن جایجایی خارج از صفحه) موازی با جهت بار حاصل گردید. لوپز و همکارانش [7] دریافته‌اند که به کمک الیاف منحنی می‌توان صفحه‌ای کامپوزیتی ایجاد کرد که در پدیده کمانش تحت فشار محوری نسبت به وجود سوراخ مرکزی حساس نباشد. آن‌ها همچنین با در نظر گرفتن قید کمترین شعاع انحناء مجاز الیاف، محدوده تغییر زاویه الیاف قابل ساخت را مورد بررسی قرار دادند. تغییر خطی زاویه الیاف در تحقیقات دیگری نیز مورد استفاده قرار گرفته است [8,9]. وو و همکارانش با در نظر گرفتن چندجمله‌ای‌های لاگرانژی⁴ به بهینه‌سازی بار کمانش صفحه کامپوزیتی تحت بار فشار محوری پرداختند [10,11]. مسیر شعاع انحناء ثابت یکی از مسیرهایی است که در آن زاویه الیاف به صورت غیرخطی تغییر کرده و در تمام نقاط مسیر، شعاع انحناء ثابت است. آریان-نیک و همکارانش [12]، فیاض‌بخش [13] و همچنین فیاض‌بخش و همکارانش [14] به بهینه‌سازی بار کمانش برای صفحه کامپوزیتی تحت بار فشار محوری و با در نظر گرفتن مسیر شعاع انحناء ثابت پرداختند. آن‌ها همچنین قید کمترین شعاع انحناء را نیز لحاظ کردند.

در تحقیقات انجام شده بر روی ورق‌های کامپوزیت الیاف منحنی تاکنون مسیرهای منحنی شکل مختلف، از جمله تغییر خطی زاویه الیاف (که در یک صفحه کامپوزیتی، رابطه تغییر زاویه با مختصات نقاط واقع در صفحه به صورت خطی است) و تغییر غیرخطی زاویه الیاف (که در یک صفحه کامپوزیتی، رابطه تغییر زاویه با مختصات نقاط واقع در صفحه به صورت غیرخطی است)، شامل مسیر شعاع انحناء ثابت، توابع چندجمله‌ای لاگرانژی⁴، توابع بی اسپلاین⁵، چند جمله‌ای لاتو⁶ و منحنی‌های بزی⁷ مورد استفاده قرار گرفته است [10]. در این تحقیقات، مسیر تغییر خطی زاویه الیاف بیشتر مورد توجه قرار گرفته در حالی که استفاده از این مسیر، فضای طراحی را محدود می‌سازد [11].

در بهینه‌سازی عملکرد مکانیکی یک سازه کامپوزیتی نحوه تغییر زاویه الیاف یکی از پارامترهای تأثیرگذار است. انتخاب صحیح نحوه تغییر زاویه الیاف نیازمند مقایسه بین مسیرهای مختلف قرارگیری الیاف می‌باشد. برای رسیدن به بهترین مسیر از بین مسیرهایی که تاکنون برای قرارگیری الیاف در نظر گرفته شده و در پاراگراف قبل نیز به آن اشاره گردید، می‌بایست بین همه این مسیرها و برای هر کاربرد و هندسه‌ای مقایسه صورت گیرد. در تحقیقات مورد اشاره تنها بین تأثیر مسیرهای تغییر خطی زاویه الیاف و مسیر غیرخطی تعریف شده به کمک چند جمله‌ای لاگرانژی، توسط وو و همکارانش [10] مقایسه صورت گرفته است. آن‌ها دریافته‌اند که به کمک تغییر غیرخطی (به کمک چند جمله‌ای لاگرانژی) زاویه الیاف می‌توان به عملکرد بهتری نسبت به تغییر خطی دست یافت.

تاکنون مقایسه‌ای بین میزان تأثیر دو مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و غیرخطی شعاع انحناء ثابت، بر روی بار کمانش محوری صفحه کامپوزیتی انجام نشده و برای مشخص شدن مسیر بهتر از بین دو مسیر فوق می‌بایست بررسی لازم صورت پذیرد. لذا هدف از تحقیق حاضر یافتن مسیر بهتر از بین مسیرهای با تغییر خطی زوایای الیاف و غیرخطی شعاع انحناء ثابت برای تحمل بار فشار محوری است.

⁴ Lagrangian polynomials-

⁵ B-spline

⁶ Lobatto polynomials

⁷ Bezier curves

¹ Curvilinear Fibers

² Variable Stiffness

³ Automated Fiber Placement Machine

2- نحوه مدل سازی

در این تحقیق حل کمانش خطی صفحه کامپوزیتی الیاف منحنی تحت بار فشاری محوری با در نظر گرفتن مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و مسیر غیرخطی تغییر زاویه الیاف (مسیر شعاع انحناء ثابت) انجام شده و به مقایسه میزان تأثیر این دو مسیر بر روی بهبود بارکمانش صفحه کامپوزیتی الیاف منحنی پرداخته شده است. برای حل کمانش صفحه کامپوزیتی تحت بار فشاری محوری می‌بایست ابعاد صفحه، جنس کامپوزیت، تعداد لایه‌ها، زاویه الیاف در هر نقطه از هر لایه و شرایط مرزی به عنوان ورودهای مسئله مشخص گردد. الیاف منحنی شکل در هر نقطه از صفحه کامپوزیتی دارای زاویه مربوط به مختصات آن نقطه بوده که می‌بایست رابطه تغییر زاویه با مختصات نقاط واقع در صفحه مشخص گردد.

دو روش موازی و انتقالی برای قرار دادن رشته الیاف کنار هم وجود دارد. در روش موازی، رشته‌های الیاف بدون ایجاد ناحیه خالی از الیاف¹ و یا همپوشانی² در کنار هم قرار می‌گیرند، اما در روش انتقالی ناحیه خالی از الیاف و/یا همپوشانی ایجاد می‌گردد. در ایجاد یک صفحه کامپوزیتی به روش موازی، تغییرات سفتی در هر دو جهت طول و عرض صفحه ایجاد شده اما در روش انتقالی، تغییر سفتی در یکی از راستاهای طولی و یا عرضی صورت گرفته و بنابراین برای مواردی که تغییرات تنش در راستایی خاص مد نظر است، مناسب‌تر می‌باشد. در مرجع [15] مسیرهای موازی و انتقالی برای چند لایه‌چینی مورد مقایسه قرار گرفت و ملاحظه گردید که حالت انتقالی الیاف در جهت بار اعمالی بار کمانش بالاتری را نتیجه می‌دهد و لذا بر همین اساس در این تحقیق مشابه آن عمل شده است. شایان ذکر است که کارایی الیاف منحنی در افزایش بار کمانش صفحه کامپوزیتی تحت فشار محوری، به شرط مرزی لبه‌های صفحه کامپوزیتی نیز بستگی دارد [16,13]. در ادامه در مورد شرط مرزی توضیح بیشتری داده خواهد شد.

در شکل‌های 1 و 2 به ترتیب روش‌های موازی و انتقالی نشان داده شده است. یکی از پارامترهای مهم در ساخت کامپوزیت‌های متشکل از الیاف منحنی قید بیشترین انحناء و یا کمترین شعاع انحنای مجاز مسیر قرارگیری الیاف است. یکی دیگر از محدودیت‌های روش موازی این است که شعاع انحناء در مسیرهای موازی، بر روی هر مسیری می‌بایست کنترل گردد تا قید مذکور نقض نگردد. در واقع بسته به نوع منحنی مسیر، شعاع انحناء از یک کورس (کورس تعدادی الیاف است که در کنار هم می‌گیرند) تا کورس بعدی می‌تواند تغییر کند و این امر فضای طراحی را بسیار محدود می‌سازد [15].

معادله مسیر زاویه الیاف در دو مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و مسیر شعاع انحناء ثابت، به راحتی با دو پارامتر زاویه در لبه‌های کناری (که با هم برابر بوده) و زاویه در وسط صفحه بیان می‌شود. لایه کامپوزیتی با الیاف منحنی که در آن زاویه الیاف مرجع از T_0 تا T_1 تغییر می‌کند، با علامت $\langle T_0|T_1 \rangle$

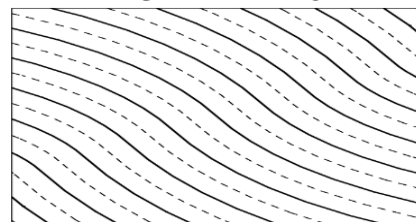


Fig. 1 Parallel method for manufacturing of composite plate made of curvilinear fibers [17]

شکل 1 روش موازی برای ساخت صفحات کامپوزیتی الیاف منحنی [17]

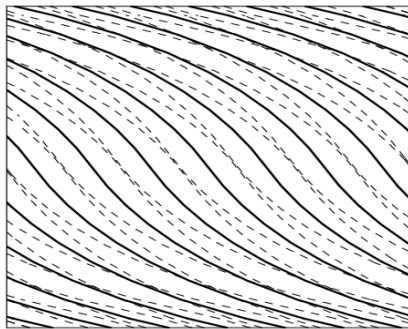


Fig. 2 Shifting method for manufacturing of composite plate made of curvilinear fibers [17]

شکل 2 روش انتقالی برای ساخت صفحات کامپوزیتی الیاف منحنی [17]

نشان داده می‌شود. بنابراین هر دو مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و مسیر شعاع انحناء ثابت با علامت مذکور معرفی می‌گردند. در شکل 3 الیاف مرجع و این زوایا نشان داده شده است.

مطابق شکل 3 زاویه الیاف در لبه کناری صفحه T_1 بوده که به مقدار T_0 در وسط صفحه می‌رسد. در روش انتقالی برای ساخت یک صفحه کامپوزیتی، دستگاه الیاف‌گذار اتوماتیک اولین کورس را در مسیر الیاف مرجع قرار می‌دهد. سپس سر الیاف‌گذار با انتقال دادن سایر کورس‌ها تمام صفحه را می‌پوشاند. برای مدل‌سازی کامپوزیت الیاف منحنی ابتدا باید معادله مسیر الیاف مرجع که دستگاه الیاف‌گذار اتوماتیک اولین کورس را در آن مسیر قرار می‌دهد، تعیین گردد. مسیرهای بعدی با انتقال الیاف در جهت طول یا عرض صفحه ایجاد می‌گردد. باید توجه داشت که در هنگام قرار گرفتن کورس با انتقال الیاف در جهت x زاویه الیاف در جهت y تغییر کرده و در جهت x ثابت خواهد ماند. همچنین در صورت انتقال الیاف در جهت y زاویه الیاف در جهت x تغییر کرده و در جهت y ثابت می‌ماند. بنابراین در صورت انتقال الیاف در جهت x ، با تعریف رابطه تغییر زاویه الیاف مرجع بر حسب y ، زاویه الیاف در هر نقطه از صفحه بر حسب مختصات y آن نقطه قابل محاسبه بوده و در حالت انتقال الیاف در جهت y ، با تعریف رابطه تغییر زاویه الیاف مرجع بر حسب x ، زاویه الیاف در هر نقطه از صفحه بر حسب مختصات x آن نقطه به راحتی محاسبه می‌گردد. با توجه به توضیحات بیان شده، در حل تئوری صفحات کامپوزیتی متشکل از الیاف منحنی ماتریس‌های A ، B و D که به

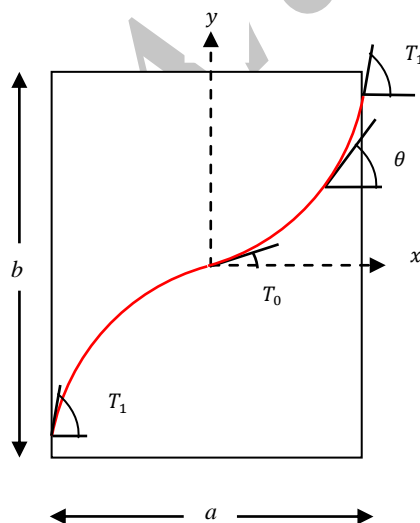


Fig. 3 Reference fiber in composite plate made of curvilinear fibers

شکل 3 الیاف مرجع صفحه کامپوزیتی با الیاف منحنی

¹ Gap

² Overlap

مطابق شکل 5 شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای صفحه کامپوزیتی بدین صورت می باشد که هر چهار لبه صفحه در برابر جابجایی خارج از صفحه مقید بوده و دو لبه کناری در جابجایی داخل صفحه آزاد می باشند. همچنین لبه بالایی دارای مقدار جابجایی $v = v_0$ بوده و لبه پایینی که به عنوان تکیه گاه عمل می کند، در جهت اعمال بار مقید می باشد. در این تحقیق از حل کمانش خطی نرم افزار المان محدود آباکوس با المان $S4R$ برای استخراج بار و مود کمانش استفاده گردیده است. این المان چهار گره ای با نقاط انتگرال گیری کاهش یافته است و به وفور و با دقت مناسب در تحلیل های الاستیک مورد استفاده قرار می گیرد. برای تعریف زوایا در هر نقطه از هر لایه، زیر برنامه آرینت به کار گرفته شده است. با استفاده از این زیر برنامه معادله تغییر زاویه الیاف قابل تعریف است. به این نحو که با توجه به مختصات هر نقطه در صفحه و با استفاده از معادله 1 یا 2 زاویه الیاف در آن نقطه تعیین می شود.

3- تحلیل ها

3-1- اعتبارسنجی نتایج تحلیل عددی تحقیق حاضر با نتایج موجود در مراجع

جهت اعتبارسنجی نتایج تحلیل عددی در تحقیق حاضر برای صفحات بدون گشودگی، ماده کامپوزیت کربن/اپوکسی G40-800/5276-1 در نظر گرفته شده است. خواص این ماده در جدول 1 ارائه شده است. ورق مستطیلی کامپوزیتی دارای ابعادی برابر عرض 0.254 متر و طول 0.406 متر می باشد.

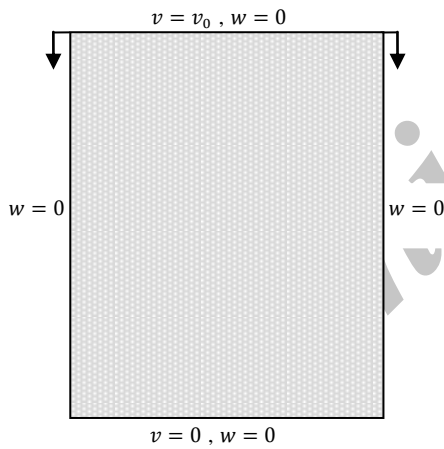


Fig. 5 Boundary conditions of variable stiffness composite plate under axial compression loading

شکل 5 شرایط مرزی صفحه کامپوزیتی سفتی متغیر تحت بار محوری فشاری

جدول 1 خواص کامپوزیت کربن/اپوکسی G40-800/5276-1 [13]

Table 1 Properties of Carbon/Epoxy G40-800/5276-1 material [13]

مقدار	خاصیت
143 گیگاپاسکال	E_1
9.1 گیگاپاسکال	E_2
4.8 گیگاپاسکال	G_{12}
0.3	ν_{12}
0.159 میلی متر	t (ضخامت هر لایه)

ترتیب سفتی معادل درون صفحه ای، کوپلینگ درون صفحه و خارج از صفحه و سفتی خمشی معادل کامپوزیت می باشند، در هر نقطه، به مختصات آن نقطه وابسته است. بنابراین برای حل تئوری می بایست از روش های عددی برای حل معادلات غیر خطی که ایجاد می شوند، استفاده نمود.

در حل المان محدود کامپوزیت های ساخته شده از الیاف مستقیم، هر المان متشکل از چند لایه بوده که المان های هر لایه در تمام نقاط آن لایه دارای زاویه ثابتی می باشند. بنابراین برای مدل سازی به راحتی با اختصاص دادن زاویه هر لایه، زوایای الیاف در تمام المان ها مشخص می گردد. در مورد کامپوزیت هایی که از الیاف منحنی شکل ساخته شده اند، این موضوع کمی متفاوت است. برای مدل سازی می بایست به هر المان واقع در هر لایه از کامپوزیت، زاویه مختص به همان المان را اختصاص داد.

در این تحقیق مطابق شکل 4 انتقال الیاف در راستای بارگذاری در نظر گرفته شده و از اثرات نواحی خالی از الیاف و همپوشانی ها صرف نظر شده است.

رابطه ی (1) توسط گوردل و همکارش [5, 18] برای تغییر خطی زاویه الیاف در حالت انتقال در جهت y استفاده گردیده است.

$$\theta(x) = T_0 + 2(T_1 - T_0) \frac{|x|}{a} \quad (1)$$

در معادله ی (1)، θ زاویه الیاف در هر نقطه از صفحه کامپوزیتی، x مختصات عرضی نقطه و a عرض صفحه کامپوزیتی است. معادله ی (1) بیان می کند که زاویه الیاف نسبت به مرکز صفحه قرینه می باشد.

رابطه ی (2) نیز توسط بلوم و همکارانش [19] برای تغییر زاویه الیاف در مسیر شعاع انحناء ثابت و در حالت انتقال در جهت y استفاده گردیده است.

$$\sin(\theta(x)) = \sin(T_0) - \frac{|x|}{R} \quad (2)$$

در رابطه ی (2)، θ زاویه الیاف در هر نقطه از صفحه کامپوزیتی (مطابق شکل 3)، x مختصات طولی نقطه و R شعاع انحنای مسیر الیاف است. معادله ی (2) نیز بیان می کند که زاویه الیاف نسبت به مرکز صفحه قرینه می باشد. با توجه به رابطه ی (1) و (2) مشخص است که تغییر زاویه الیاف در هر دو مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و مسیر شعاع انحناء ثابت، با دو پارامتر زوایای مرکز و لبه کناری صفحه به راحتی قابل محاسبه است.

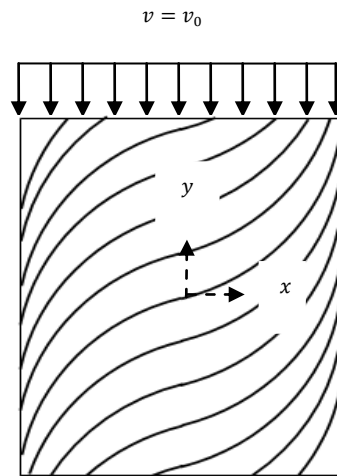


Fig. 4 Composite plate made of curvilinear fibers shifting in the loading direction

شکل 4 صفحه کامپوزیتی با الیاف منحنی انتقال یافته در جهت بارگذاری

جدول 3 مقایسه بار کمانش تجربی و عددی صفحه کامپوزیتی با لایه‌چینی $[\pm 45/ \pm < 45|60 > / \pm < 30|15 > / \pm < 45|60 >]_s$ موجود در مرجع [21]

Table 3 A comparison between the results of experimental and numerical study in Ref. [21] for buckling load of $[\pm 45/ \pm < 45|60 > / \pm < 30|15 > / \pm < 45|60 >]_s$ composite laminate

نوع ساختار	حل عددی بار کمانش حاصل از مرجع [21] kN	نتایج مرجع [21] از آزمایش kN	تحلیل عددی حاصل از تحقیق حاضر kN
صفحه دارای همپوشانی	28.8	29.1	-
صفحه دارای نواحی خالی از الیاف	20.6	19.7	-
صفحه بدون در نظر گرفتن نواحی دارای همپوشانی یا خالی از الیاف	-	-	21

جدول 4 همگرایی بار کمانش صفحه کامپوزیتی بدون گشودگی با تغییر ابعاد المان

Table 4 Convergence of buckling load of composite plate without cutout with variation of element dimension

اندازه المان (میلی‌متر)	بار کمانش (kN)
10	24.296
7	25.042
5	25.414
3	25.697
1.5	25.871

در شکل 6 و 7 نمودار بار کمانش (بی‌بعد شده) نسبت به تغییر سفتی معادل (بی‌بعد شده) در راستای y ، برای زوایای 0 تا 90 درجه T_0 و T_1 ، به ترتیب برای مسیرهای تغییر خطی زوایای الیاف و شعاع انحناء ثابت نشان داده شده است. این نتایج بدون اعمال قید کمترین شعاع انحناء مجاز حاصل شده و سفتی معادل نیز از تقسیم نمودن تنش ناشی از بار واحد بر کرنش حاصل از آن محاسبه گردیده است. مقادیر بار کمانش و سفتی، نسبت به مقادیر مربوط به صفحه کامپوزیتی با لایه‌چینی $167[90]$ بی‌بعد شده‌اند. بار کمانش 16 لایه 90 درجه 6980 نیوتن و سفتی آن 143 گیگا پاسکال است. در شکل 6 و شکل 7 خط ضخیم توپر مربوط به کمانش با الیاف مستقیم است. همان‌طور که از شکل‌های 6 و 7 مشخص است، بار کمانش برای کامپوزیت متشکل از الیاف مستقیم، با افزایش سفتی در ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. در مورد کامپوزیت با الیاف مستقیم، بار کمانش علاوه بر سفتی خمشی در راستای بار اعمالی به سفتی خمشی لبه‌های کناری نیز بستگی دارد. کامپوزیت با زاویه صفر درجه (الیاف عمود بر جهت اعمال بار)

جهت اعتبارسنجی، در جدول 2 نتایج به دست آمده برای دو لایه‌چینی مختلف با مسیر شعاع انحناء ثابت، با نتایج به دست آمده از مرجع [20] مقایسه شده است.

همان‌گونه که در جدول 2 مشاهده می‌شود نتایج تحلیل عددی با نتایج آزمایش تطابق مناسبی دارد و اختلاف ناچیز نیز می‌تواند به عوامل مختلفی از جمله وجود همپوشانی‌ها مربوط باشد البته تنش‌های پسماند حرارتی ناشی از ساخت نیز در تفاوت نتایج تاثیرگذار است که در مدل عددی لحاظ نگردیده است.

برای اعتبارسنجی نتایج تحلیل عددی صفحه کامپوزیتی دارای گشودگی نیز از نتایج آزمایش موجود در مرجع [21] استفاده شده است. در این آزمایش صفحه کامپوزیتی از جنس ماده کامپوزیت AS4/977-3 با ابعاد 381×508 میلی‌متر و قطر گشودگی 76.2 میلی‌متر با لایه‌چینی $[\pm 45/ \pm < 45|60 > / \pm < 30|15 > / \pm < 45|60 >]_s$ تحت بار فشاری محوری مورد بررسی قرار گرفته است. در جدول 3 نتایج تجربی و تحلیل عددی موجود در مرجع [21] با هم مقایسه شده است. نتایج ارائه شده در جدول 3 نشان از صحت تحلیل عددی در تحقیق حاضر دارد. علت عمده اختلاف مشاهده شده نیز ناشی از عدم لحاظ نمودن اثرات همپوشانی‌ها و نواحی خالی از الیاف در تحلیل عددی تحقیق حاضر است که ناگزیر در فرآیند ساخت یک صفحه کامپوزیتی متشکل از الیاف منحنی ایجاد می‌گردد.

3-2- تحلیل عددی کمانش صفحه کامپوزیتی الیاف منحنی بدون گشودگی

اکنون پس از اعتبارسنجی نتایج تحلیل عددی به بررسی نتایج تحلیل‌های عددی تحقیق حاضر پرداخته می‌شود. شایان ذکر است که از این بخش تا انتهای تحقیق حاضر ماده کامپوزیت مورد استفاده کربن/اپوکسی G40-800/5276-1 (جدول 1) و لایه‌چینی به صورت $T_0|T_1 > 4s$ است. ابعاد صفحه نیز 0.254×0.406 متر مربع می‌باشد.

ابعاد المان استفاده شده برای صفحه کامپوزیتی بدون گشودگی 3×3 میلی‌متر در نظر گرفته شده است. این اندازه با توجه به جدول 4 که به بررسی اثر ابعاد المان در بار کمانش صفحه کامپوزیتی با لایه‌چینی $0|80 > 4s$ (تغییر خطی زاویه الیاف) می‌پردازد، انتخاب شده است. المان با ابعاد 3 میلی‌متر از دقت مناسبی برخوردار بوده و زمان حل مناسبی با این ابعاد حاصل می‌گردد. صفحه کامپوزیتی مورد نظر به شکل منظم و با ابعاد یکسان المان-ریزی شده است.

جدول 2 مقایسه بار کمانش صفحه کامپوزیتی با لایه‌چینی $[\pm < 49|41 > / \pm < 48|61 > / \pm < 57|73 > / \pm < 72|77 >]_s$ در مطالعه حاضر با نتایج مرجع [20]

Table 2 A comparison between the results of present study and Ref. [20] for buckling load of $[\pm < 49|41 > / \pm < 48|61 > / \pm < 57|73 > / \pm < 72|77 >]_s$ composite laminate

بار کمانش (نتایج مطالعه حاضر)، حل به کمک نرم‌افزار آباکوس kN	نتیجه مرجع [20]، حاصل از آزمایش kN	لایه‌چینی
17.2	18.97	$[\pm < 49 41 > / \pm < 48 61 > / \pm < 57 73 > / \pm < 72 77 >]_s$

الیاف بار کمانش با افزایش سفتی در ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. در مورد کامپوزیت متشکل از الیاف منحنی در شکل‌های 6 و 7، برای هر کدام از منحنی‌های مربوطه زاویه الیاف در مرکز صفحه ثابت است. برای هر کدام از این منحنی‌ها با افزایش زاویه الیاف در لبه‌ها، سفتی خمشی در راستای اعمال بار افزایش و سفتی خمشی در راستای لبه‌ها کاهش می‌یابد. بنابراین برای کامپوزیت متشکل از الیاف منحنی نیز مشابه الیاف مستقیم، منحنی تغییرات بار کمانش نسبت به افزایش زاویه الیاف در لبه کناری، می‌تواند دارای یک نقطه بیشینه باشد.

در جدول 5 مقادیر بیشینه بار کمانش و سفتی معادل متناظر با آن، برای حالت الیاف مستقیم و منحنی شکل همراه با لایه‌چینی‌های متناظر ارائه شده است.

با توجه به جدول 5، بیشترین مقدار بار کمانش صفحه کامپوزیتی متشکل از الیاف مستقیم، مربوط به زاویه 45 درجه الیاف (لایه-چینی 45_{4s}) بوده که در این حالت مقدار سفتی 0.13 و بار کمانش بی‌بعد شده 2.2 است. همچنین مقدار بیشینه بار کمانش برای حالت تغییر خطی زاویه الیاف 3.68 با سفتی 0.25 و برای مسیر شعاع انحناء ثابت 3.82 با سفتی 0.19 حاصل گردید که به ترتیب مربوط به الیاف منحنی شکل با لایه‌چینی‌های $45_{4s} < 0|80 >$ و $45_{4s} < 10|90 >$ می‌باشد. در واقع برای افزایش بار کمانش می‌بایست الیاف در قسمت وسط صفحه تقریباً عمود بر جهت بارگذاری و در کناره‌ها تقریباً موازی با جهت بارگذاری قرار گیرند. بار کمانش بیشینه در حالت کامپوزیت الیاف منحنی با تغییر خطی زاویه الیاف و شعاع انحناء ثابت نسبت به حالت بیشینه بار کمانش کامپوزیت الیاف مستقیم، به ترتیب 67 و 73 درصد افزایش می‌یابد. همان‌طور که از شکل 6 و 7 مشخص است، لایه‌چینی‌های متعددی از الیاف منحنی وجود دارد که به علت توزیع تنش مناسب، مقدار بار کمانش آن‌ها بیشتر از بار کمانش مربوط به الیاف مستقیم با لایه‌چینی 45_{4s} است. در این بین حتی تعدادی از آن‌ها سفتی معادل کمتری از سفتی مربوط به الیاف مستقیم با لایه‌چینی 45_{4s} دارند.

با توجه به نتایج به دست آمده می‌توان گفت که افزایش بار کمانش در حالت بیشینه مربوط به مسیر شعاع انحناء ثابت، در حدود 4 درصد نسبت به حالت بیشینه مربوط به مسیر تغییر خطی زاویه الیاف، بیشتر است. بنابراین در حالت ایده‌آل که قیدهای ساخت لحاظ نگردد، مسیر شعاع انحناء ثابت در حالت بهینه بار کمانش، مقاومت به کمانش بیشتری از خود نشان خواهد داد. شایان ذکر است که نتایج به دست آمده، برای ورق‌های کامپوزیتی با ابعاد مختلف می‌تواند تغییر کند. بنابراین برای ورق‌های کامپوزیتی با ابعاد متفاوت، محاسبات فوق می‌بایست برای همان هندسه محاسبه گردد.

جدول 5 بار کمانش بی‌بعد شده بیشینه و سفتی معادل بی‌بعد شده کامپوزیت الیاف مستقیم و الیاف منحنی

Table 5 Maximum normalized buckling load and normalized equivalent stiffness of composites made of straight and curvilinear fibers

مسیر الیاف	لایه‌چینی	بار کمانش بیشینه	سفتی معادل
مستقیم	45_{4s}	2.2	0.13
منحنی با تغییر خطی	$45_{4s} < 0 80 >$	3.68	0.25
منحنی شعاع انحناء ثابت	$45_{4s} < 10 90 >$	3.82	0.19

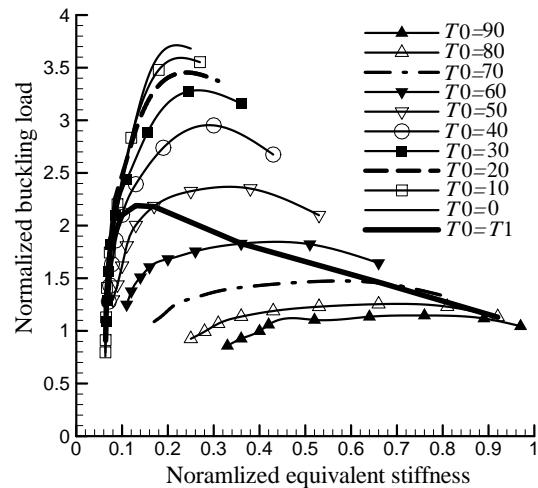


Fig. 6 Normalized buckling load versus normalized equivalent stiffness in linear fiber angle variation path

شکل 6 بار کمانش بی‌بعد شده نسبت به سفتی معادل بی‌بعد شده در مسیر تغییر خطی زوایای الیاف

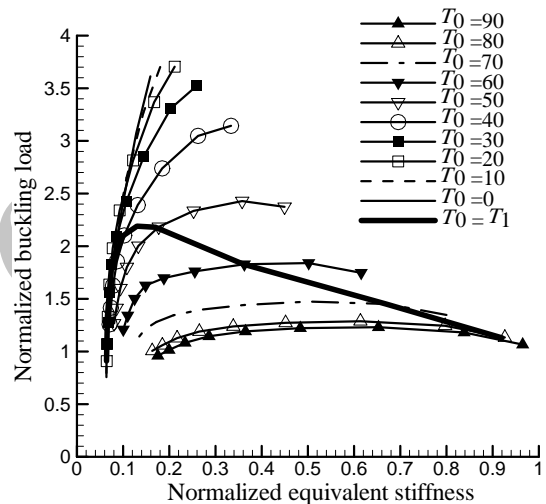


Fig. 7 Normalized buckling load versus normalized equivalent stiffness in constant curvature path

شکل 7 بار کمانش بی‌بعد شده نسبت به سفتی معادل بی‌بعد شده در مسیر شعاع انحناء ثابت

دارای کمترین سفتی خمشی در راستای بار اعمالی و بیشترین سفتی خمشی در راستای لبه‌ها است. با افزایش زاویه الیاف سفتی خمشی در راستای محوری افزایش اما سفتی خمشی در راستای لبه‌ها کاهش می‌یابد لذا انتظار می‌رود بار کمانش صفحه نیز در ابتدا افزایش یابد، لیکن با توجه به تأثیر هم-زمان هر دو قطعاً منحنی تغییرات بار کمانش نسبت به افزایش زاویه الیاف دارای یک نقطه بیشینه خواهد بود زیرا در حالت زاویه 90 درجه الیاف بر خلاف زاویه صفر درجه، سفتی خمشی در راستای اعمال بار بیشینه بوده و سفتی خمشی در راستای لبه‌های کناری به مقدار کمینه خود می‌رسد. نتایج تحلیل عددی نشان می‌دهد که زاویه‌ای که بیشترین بار کمانش در آن اتفاق می‌افتد، زاویه 45 درجه است. برای کامپوزیت‌های ساخته شده از الیاف منحنی با مسیر تغییر خطی زاویه الیاف در بیشتر زوایای 0 تا 90 درجه T_0 ، بار کمانش با افزایش سفتی در ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. در مورد کامپوزیت‌های ساخته شده از الیاف منحنی با مسیر شعاع انحناء ثابت برای زوایای T_0 کوچکتر از 50 درجه بار کمانش با افزایش سفتی افزایش یافته و برای زوایای T_0 مساوی و بزرگتر از 50 درجه همانند مسیر تغییر خطی زاویه

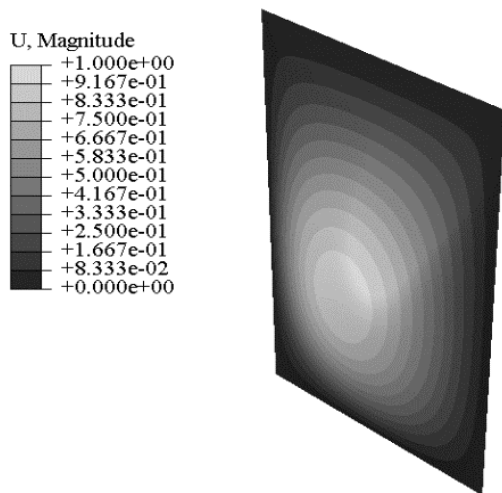


Fig. 9 Buckling mode shape for $[90]_{16T}$ laminate with constraint side edges in out of plane direction

شکل 9 شکل مود کمانش اول برای لایه چینی $[90]_{16T}$ با لبه‌های کناری مقید در راستای خارج از صفحه همان‌طور که از شکل 10 و 11 مشخص است، تنش در نواحی مرکزی کمتر بوده و در لبه‌ها افزایش می‌یابد.

3-4- بررسی اثر الیاف منحنی بر روی صفحه کامپوزیتی دارای گشودگی

زمانی و همکارانش [22] اثر شکل‌های مختلف گشودگی را بر روی بار کمانش ورق کامپوزیتی الیاف مستقیم و الیاف منحنی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که بیضی با قطر بزرگ در راستای بارگذاری، بیشترین کاهش را در بار کمانش ورق کامپوزیتی الیاف مستقیم و منحنی موجب می‌شود. آن‌ها تغییر خطی زاویه الیاف را در نظر گرفته و لایه چینی متفاوتی را با تحقیق حاضر انتخاب کردند. در تحقیق حاضر برای بررسی اثر الیاف منحنی بر روی بار کمانش صفحه کامپوزیتی دارای گشودگی، در ابتدا هندسه و ابعاد گشودگی به گونه‌ای انتخاب شده که در حضور آن بار کمانش و سفتی صفحه کامپوزیتی کاهش یابد. گشودگی دارای هندسه بیضی شکل بوده و قطر بزرگ آن در جهت اعمال بار است. مرکز گشودگی بر مرکز ورق منطبق بوده و در ابتدا قطر بزرگ آن 100 میلی‌متر و قطر کوچکش 60 میلی‌متر در نظر گرفته شده و سپس برای نسبت‌های منطقی دیگری در نقطه بهینه بار کمانش، بررسی و مقایسه شده است.

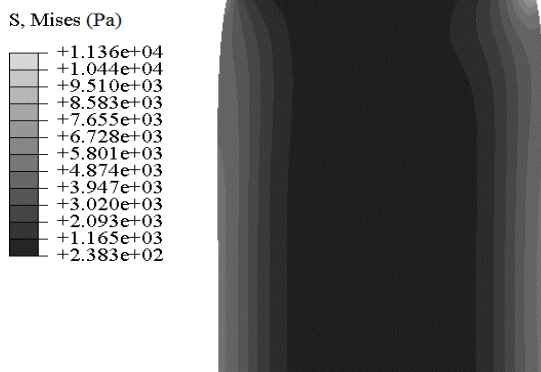


Fig. 10 Distribution of stress in the load direction for $\pm <0|80 >_{4s}$ laminate in linear fiber angle variation path under unit axial compression load

شکل 10 توزیع تنش در راستای بارگذاری برای لایه چینی $\pm <0|80 >_{4s}$ در حالت تغییر خطی زاویه الیاف با بار واحد

3-3- مکانیزم افزایش بار کمانش توسط الیاف منحنی

در صورتی که لبه‌های کناری در جهت جابجایی خارج از صفحه آزاد باشند، آن‌گاه در تغییر شکل‌های کمانشی شرکت کرده و ورق به شکل یک تیر، مانند شکل 8 کمانش خواهد کرد. در حالت آزاد بودن لبه‌های کناری بار کمانش نسبت به شرایط مرزی مقید در جهت عمود بر صفحه به شدت افت می‌کند. همچنین در حالت آزاد بودن لبه‌های کناری با به کار بردن الیاف منحنی شکل و افزایش سفتی نیز با تغییر زاویه الیاف، بار کمانش افزایش می‌یابد. در واقع بیشترین بار کمانش مربوط به لایه چینی $[90]_{16T}$ است. اما در صورتی که لبه‌های کناری در جهت جابجایی خارج از صفحه مهار شده باشند، مانند شکل 9 در تغییر شکل‌های کمانشی شرکت نخواهند کرد. بنابراین هنگام کمانش قسمت مرکزی ورق شکمی شده و لبه‌های کناری تنها در جهت اعمال بار و در داخل صفحه ورق کامپوزیتی تغییر شکل می‌دهند.

بنابراین با تقویت این ناحیه (توسط شرایط مرزی) که در جابجایی‌های خارج از صفحه ناشی از کمانش نقشی نداشته (افزایش سفتی خمشی در راستای بار اعمالی و در نتیجه افزایش بار وارده در این ناحیه) و ضعیف نمودن ناحیه وسط (کاهش سفتی خمشی در راستای بار اعمالی و در نتیجه کاهش بار وارده در این ناحیه) که هنگام کمانش شکمی می‌گردد، می‌توان بار کمانش را افزایش داد. لازمه این کار این است که زوایای الیاف در نزدیکی لبه‌های کناری در جهت بار قرار گیرد و در قسمت میانی ورق عمود بر جهت بار باشد. با این روش، بار وارده به نواحی کناری انتقال یافته و چون ناحیه وسط بار کمتری را تحمل می‌کند، استعداد کمتری برای کمانش دارد. در واقع دو لبه کناری مانند دو ستون و ناحیه وسط همانند یک پرده نازک عمل می‌کند.

هنگام کمانش ورق کامپوزیتی الیاف منحنی، شکل مود کمانش نیز تغییر می‌کند. برای مثال لایه چینی‌های $<0|80 >_{4s}$ و $>_{4s} <0|90 >_{4s}$ به ترتیب در مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و شعاع انحناء ثابت در هنگام کمانش، در جهت طولی دارای دو نیم موج می‌گردند. در شکل 10 و 11 توزیع تنش در راستای بارگذاری برای بار واحد و لایه چینی‌های $<0|80 >_{4s}$ و $>_{4s} <0|90 >_{4s}$ انحناء ثابت نشان داده شده است.

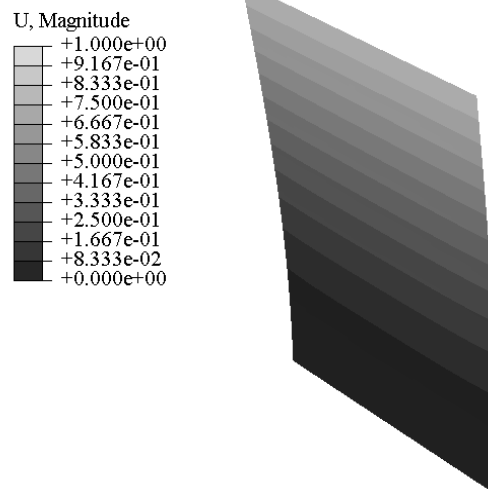


Fig. 8 Buckling mode shape for $[90]_{16T}$ laminate with free side edges in the out of plane direction

شکل 8 شکل مود کمانش اول برای لایه چینی $[90]_{16T}$ با لبه‌های کناری آزاد در راستای خارج از صفحه

جدول 6 همگرایی بار کمانش صفحه کامپوزیتی دارای گشودگی با تغییر ابعاد المان

Table 6 Convergence of buckling load of composite plate with cutout with variation of element dimension

بار کمانش (kN)	اندازه المان (میلی متر)
25.567	10
26.561	7
26.964	5
27.052	3
27.042	1.5

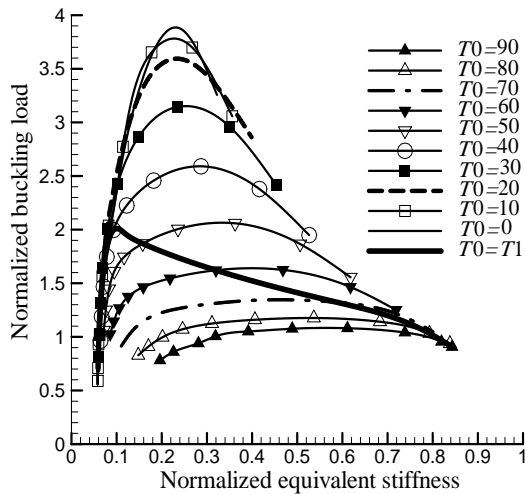


Fig. 13 Normalized buckling load versus normalized equivalent stiffness of composite plate with cutout in linear fiber angle variation path

شکل 13 تغییر بار کمانش بی بعد شده نسبت به تغییر سفتی بی بعد شده معادل ورق کامپوزیتی دارای گشودگی در مسیر تغییر خطی زاویه الیاف

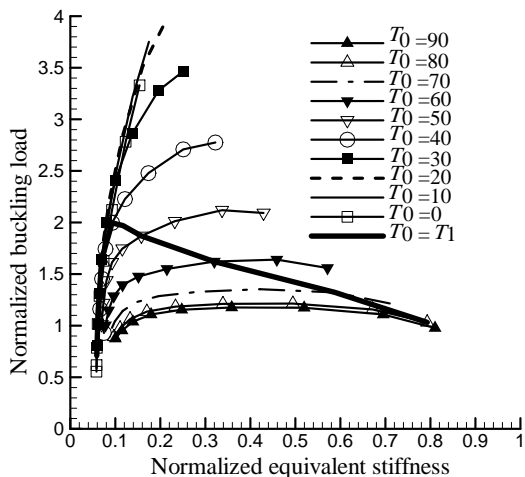


Fig. 14 Normalized buckling load versus normalized equivalent stiffness of composite plate with cutout in constant curvature path

شکل 14 تغییر بار کمانش بی بعد شده نسبت به تغییر سفتی بی بعد شده معادل ورق کامپوزیتی دارای گشودگی در مسیر شعاع انحنا ثابت

در شکل های 13 و 14 مقدار بیشینه بار کمانش برای کامپوزیت الیاف مستقیم در لایه چینی $\pm[45]_{4s}$ حاصل شده است. بار کمانش و سفتی به ترتیب 1.97 و 0.12 بوده که با توجه به نتایج حاصله از شکل های 6 و 7 که

S, Mises (Pa)

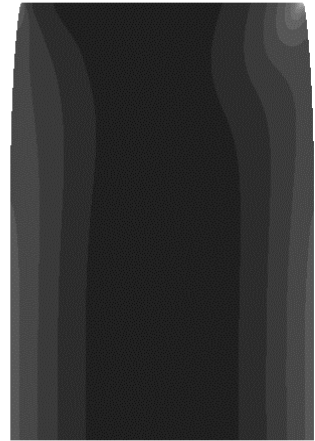
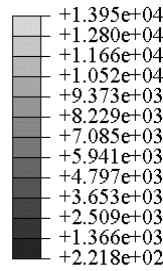


Fig. 11 Distribution of stress in the load direction for $\pm < 10|90 >_{4s}$ laminate in constant curvature path under unit axial compression load

شکل 11 توزیع تنش در راستای بارگذاری برای لایه چینی $\pm < 10|90 >_{4s}$ در حالت مسیر شعاع انحنا ثابت با بار واحد صفحه کامپوزیتی با گشودگی نیز دارای المان های چهار گره ای با ابعاد 3 میلی متر است که مطابق شکل 12 به صورت آزاد المان ریزی شده است. این اندازه با توجه به جدول 6 که به بررسی اثر ابعاد المان در بار کمانش صفحه کامپوزیتی با لایه چینی $\pm < 0|80 >_{4s}$ (تغییر خطی زاویه الیاف) می پردازد، انتخاب شده است. المان با ابعاد 3 میلی متر از دقت مناسبی برخوردار بوده و زمان حل مناسبی با این ابعاد حاصل می گردد.

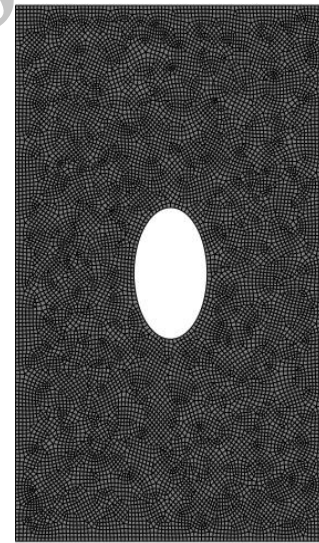


Fig. 12 meshing of composite plate with cutout

شکل 12 المان ریزی صفحه کامپوزیتی با گشودگی

در شکل 13 و 14 نمودار بار کمانش نسبت به تغییر سفتی در راستای θ برای زوایای 0 تا 90 درجه T_0 و T_1 ، به ترتیب برای مسیرهای تغییر خطی زوایای الیاف و شعاع انحنا ثابت نشان داده شده است. بار کمانش و سفتی نسبت به مقادیر متناظر با لایه چینی $[90]_{16T}$ بی بعد شده اند. روند تغییرات بار کمانش بر حسب سفتی برای ورق کامپوزیتی دارای گشودگی بسیار شبیه به ورق بدون گشودگی است. این نتیجه با نتیجه ارائه شده در مرجع [7] مطابقت دارد.

شرح آن در بخش قبلی بیان گردید، نشان می‌دهد گشودگی موجب کاهش در حدود 10 درصد در بار کمانش و در حدود 8 درصد در سفتی ورق شده است. بیشینه بار کمانش در کامپوزیت دارای گشودگی با ابعاد مذکور و متشکل از الیاف منحنی با مسیرهای تغییر خطی زاویه الیاف و شعاع انحناء ثابت، به ترتیب برای لایه‌چینی $>_{4s} 0|80 < \pm$ و $>_{4s} 20|90 < \pm$ بوده و دارای مقادیر 3.87 و 3.96 است. با مقایسه این نتایج با نتایج به دست آمده از تحلیل کمانش صفحه کامپوزیتی بدون گشودگی متشکل از الیاف منحنی (نتایج حاصله از شکل‌های 6 و 7) می‌توان گفت که بار کمانش ورق کامپوزیتی دارای گشودگی، در حالات تغییر خطی زاویه الیاف و مسیر شعاع انحناء ثابت به ترتیب 5 و 4 درصد نسبت به ورق کامپوزیتی بدون گشودگی با الیاف منحنی و با مسیرهای مذکور افزایش داشته است. با توجه به نتایج به دست آمده می‌توان گفت که گشودگی باعث کاهش بار کمانش در کامپوزیت الیاف مستقیم و افزایش بار کمانش در کامپوزیت الیاف منحنی شده که در واقع حساسیت کامپوزیت الیاف مستقیم به گشودگی و عدم این حساسیت را در کامپوزیت الیاف منحنی بیان می‌کند. علت این است که گشودگی‌ها با الف) کاهش سفتی خمشی (که باعث تضعیف ناحیه مرکزی که مستعد کمانش است) و به موجب آن کاهش بار کمانش و ب) انتقال بار به لبه‌های مقید کناری که موجب افزایش بار کمانش می‌گردد، بر بار کمانش تأثیر می‌گذارد. برای کامپوزیت الیاف مستقیم تأثیر عامل کاهش سفتی خمشی بیشتر از عامل انتقال بار به لبه‌های مقید کناری است زیرا که به علت ثابت بودن زاویه الیاف، سفتی خمشی در تمام نقاط مشابه بوده و در بار کمانش موثر است و بنابراین بار کمانش با ایجاد گشودگی کاهش می‌یابد. اما در مورد کامپوزیت الیاف منحنی نواحی میانی با توجه به زاویه الیاف سفتی خمشی کمی داشته و ایجاد گشودگی باعث حذف ناحیه ضعیف و انتقال بار به نواحی کناری با سفتی خمشی قابل ملاحظه می‌شود؛ لذا تأثیر عامل انتقال بار به لبه‌های مقید کناری بیشتر از عامل کاهش سفتی خمشی کل بوده و در نتیجه بار کمانش افزایش می‌یابد. البته میزان تأثیر هر کدام از دو عامل مذکور بستگی به شکل و ابعاد گشودگی داشته که در ادامه توضیح داده خواهد شد.

در جدول 8 بار کمانش بی‌بعد شده لایه‌چینی‌های الیاف منحنی با مسیرهای تغییر خطی زاویه الیاف و شعاع انحناء ثابت، و به ترتیب با لایه‌چینی‌های $>_{4s} 0|80 < \pm$ و $>_{4s} 20|90 < \pm$ و لایه‌چینی با الیاف مستقیم $\pm [45]_{4s}$ ، برای سه حالت نسبت منظری قطر بزرگ به قطر کوچک نشان داده شده است. قطر کوچک گشودگی‌ها 60 میلی‌متر و در راستای اعمال بار است.

با توجه به نتایج جدول 8، بار کمانش الیاف مستقیم و منحنی شکل در هر دو مسیر با افزایش نسبت منظری تا مقدار 3، نسبت به حالت بدون گشودگی، افزایش یافته و برای نسبت منظری 4 بار کمانش منفی می‌گردد. با افزایش قطر بزرگ گشودگی که در راستای عمود بر جهت اعمال بار است، موجب افزایش میزان انتقال بار به لبه‌های کناری شده و چون قطر کوچک گشودگی (که در راستای اعمال بار است) ثابت است، بنابراین کاهش سفتی خمشی ناحیه مرکزی تأثیر کمتری بر کاهش بار کمانش خواهد داشت. در نتیجه با افزایش قطر بزرگ گشودگی بار کمانش افزایش می‌یابد.

جدول 8 بار کمانش بی‌بعد شده کامپوزیت الیاف منحنی نسبت به الیاف مستقیم در نسبت‌های منظری مختلف قطرهای گشودگی بیضوی (با قطر بزرگ در راستای عمود بر راستای اعمال بار)، در مقایسه با صفحه بدون گشودگی

Table 8 Normalized buckling loads of composites made of curvilinear fibers and straight fibers for different aspect ratio of cutout diameters (with large diameter perpendicular to loading direction)

نسبت منظری	نسبت منظری	نسبت منظری	بدون گشودگی	لایه‌چینی
4	3	1.67		
-1.61	2.65	2.44	2.20	$\pm [45]_{4s}$
-3.55	4.09	4.00	3.68	$\pm < 0 80 >_{4s}$
-3.37	4.35	4.16	3.77	$\pm < 20 90 >_{4s}$

در جدول 7 بار کمانش بی‌بعد شده لایه‌چینی‌های الیاف منحنی با مسیرهای تغییر خطی زاویه الیاف و شعاع انحناء ثابت، و به ترتیب با مستقیم $\pm [45]_{4s}$ برای نسبت قطر در راستای بار وارده به قطر عرضی، برای پنج حالت نسبت منظری نشان داده شده است. لایه‌چینی‌های $>_{4s} 0|80 < \pm$ و $>_{4s} 20|90 < \pm$ و لایه‌چینی با الیاف منحنی با قطر کوچک گشودگی‌ها 60 میلی‌متر و در راستای عمود بر اعمال بار است. با توجه به نتایج جدول 7،

در جدول 7 بار کمانش بی‌بعد شده لایه‌چینی‌های الیاف منحنی با مسیرهای تغییر خطی زاویه الیاف و شعاع انحناء ثابت، و به ترتیب با مستقیم $\pm [45]_{4s}$ برای نسبت قطر در راستای بار وارده به قطر عرضی، برای پنج حالت نسبت منظری نشان داده شده است. لایه‌چینی‌های $>_{4s} 0|80 < \pm$ و $>_{4s} 20|90 < \pm$ و لایه‌چینی با الیاف منحنی با قطر کوچک گشودگی‌ها 60 میلی‌متر و در راستای عمود بر اعمال بار است. با توجه به نتایج جدول 7،

جدول 7 بار کمانش بی‌بعد شده کامپوزیت الیاف منحنی نسبت به الیاف مستقیم در نسبت‌های منظری مختلف قطرهای گشودگی (با قطر بزرگ در راستای اعمال بار)، در مقایسه با صفحه بدون گشودگی

Table 7 Normalized buckling loads of composites made of curvilinear fibers and straight fibers for different aspect ratio of cutout diameters (with large diameter in loading direction)

نسبت منظری	نسبت منظری	نسبت منظری	نسبت منظری	بدون گشودگی	لایه‌چینی
6	5	4	3	1.67	
1.68	1.67	1.67	1.73	1.97	$\pm [45]_{4s}$
3.15	3.23	3.35	3.54	3.87	$\pm < 0 80 >_{4s}$
3.25	3.28	3.31	3.49	3.96	$\pm < 20 90 >_{4s}$

محدودیت کمترین شعاع مجاز می‌بایست لحاظ گردد، در غیر این صورت الیاف دچار چروک خوردگی می‌شود [24,23]. در شکل 15، سه حالت الیاف چروک خورده، الیاف منحنی شکل با رعایت کمترین شعاع انحنای مجاز و الیاف مستقیم قابل مشاهده است.

در شکل 15 ب) الیاف در قسمت قوس بزرگتر دچار کشش شده و در قوس کوچکتر فشرده می‌گردند. اگر این فشرده‌گی به سبب انحنای زیاد بیشتر از حد مجاز گردد، الیاف مانند شکل 15 الف) چروک خورده و کارایی خود را از دست می‌دهند. کمترین شعاع انحنای مجاز برای دستگاه الیاف‌گذار اتوماتیک 0.635 متر است [13]. با در نظر گرفتن این قید فضای طراحی محدود می‌گردد.

برای محاسبه مقدار شعاع انحناء در مسیر شعاع انحناء ثابت، این کار به راحتی از رابطه (2) با در اختیار داشتن T_0 و T_1 قابل انجام است. برای محاسبه شعاع انحناء در مسیر تغییر خطی زاویه الیاف با استفاده از معادله 3 و 4 می‌توان این کار را انجام داد.

$$\theta(x) = T_0 + 2(T_1 - T_0) \frac{|x|}{a} \quad \& \quad \tan(\theta(x)) = y' \quad (3)$$

$$K(x) = \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}} \quad \& \quad R(x) = \frac{1}{k(x)} \quad (4)$$

در شکل‌های 16 و 17 قید محدودیت کمترین شعاع قابل ساخت به ترتیب برای صفحه کامپوزیتی با مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و مسیر شعاع انحناء ثابت اعمال شده است.

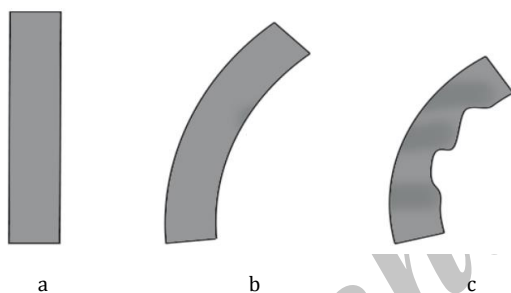


Fig. 15 Curvature constraint of a single tow : a) straight tow, b) curved tow, c) tow curved beyond curvature constraint, wrinkling occurs [23]

شکل 15 قید کمترین شعاع انحنای مجاز در سه حالت الیاف‌گذاری: الف) الیاف منحنی شکل بدون رعایت کمترین شعاع انحنای مجاز: الیاف چروک خورده، ب) الیاف منحنی با رعایت کمترین شعاع انحنای مجاز، ج) الیاف مستقیم [23]

برای نسبت منظری 4 با توجه به افزایش زیاد قطر بزرگ گشودگی، صفحه کامپوزیتی در واقع تبدیل به دو صفحه کوچکتر شده که از کناره‌ها به هم متصل هستند. بنابراین مود کمانش و مقدار بار کمانش تغییر می‌کند.

در جدول 9 بار کمانش بی‌بعد شده کامپوزیت‌های الیاف منحنی با مسیرهای تغییر خطی زاویه الیاف و شعاع انحناء ثابت، با لایه‌چینی‌های به ترتیب $\pm < 0|80 >_{4s}$ و $\pm < 20|90 >_{4s}$ و الیاف مستقیم با لایه‌چینی $\pm < 45 >_{4s}$ در هفت اندازه قطر گشودگی دایروی ارایه شده است.

مطابق جدول 9، صفحه کامپوزیتی الیاف مستقیم با لایه‌چینی $\pm < 45 >_{4s}$ ، به گشودگی دایروی با قطرهای 20، 60 و 90 میلی‌متر حساس نبوده (یعنی بار کمانش آن در حضور گشودگی تغییر چندانی نمی‌کند) و برای قطرهای 120 و 180 میلی‌متر بار کمانش افزایش یافته و در قطر 220 میلی‌متر منفی می‌گردد. گشودگی دایروی شکل مانند گشودگی بیضی شکل هم موجب کاهش سفتی خمشی و هم موجب انتقال بار به نواحی مقید کناری می‌شود. از آنجایی که قطر دایره در جهت اعمال بار و جهت عمود بر اعمال بار برابر است، بنابراین میزان تأثیر هر کدام از دو عامل مذکور در مقایسه با گشودگی بیضی شکل متفاوت است. برای الیاف مستقیم در گشودگی‌های با قطرهای 20، 60 و 90 میزان تأثیر عامل کاهش سفتی و افزایش انتقال بار به لبه‌های کناری مقید با هم برابر بوده و بنابراین بار کمانش در این سه قطر کاهش نمی‌یابد. با افزایش بیشتر قطر گشودگی تأثیر انتقال بار به نواحی کناری نسبت به کاهش سفتی بیشتر شده و بنابراین بار کمانش افزایش می‌یابد. برای قطر 220 میلی‌متر با توجه به افزایش زیاد قطر گشودگی، صفحه کامپوزیتی در واقع تبدیل به دو صفحه کوچکتر شده که از کناره‌ها به هم متصل هستند. بنابراین مود کمانش و مقدار بار کمانش تغییر می‌کند.

در مورد الیاف منحنی شکل، با افزایش قطر گشودگی دایروی بار کمانش افزایش یافته و در نهایت با رسیدن قطر گشودگی به 240 میلی‌متر بار کمانش منفی می‌گردد. علت این است که با افزایش قطر گشودگی میزان تأثیر عامل انتقال بار به لبه‌های کناری مقید، بیشتر از کاهش سفتی خمشی است. علت منفی شدن بار کمانش در قطر 240 میلی‌متر همانند آن‌چه که برای الیاف مستقیم توضیح داده شد، می‌باشد.

با توجه به نتایج به دست آمده به نظر می‌رسد مسیر شعاع انحناء ثابت در حالت ورق کامپوزیتی بدون گشودگی و دارای گشودگی بیشترین بار کمانش را موجب می‌شود.

4- تأثیر شعاع انحناء مجاز

برای ساخت صفحات کامپوزیتی توسط دستگاه الیاف‌گذار اتوماتیک

جدول 9 بار کمانش بی‌بعد شده کامپوزیت الیاف منحنی و الیاف مستقیم در قطرهای مختلف گشودگی دایروی

قطر دایره	قطر دایره	قطر دایره	قطر دایره	قطر دایره	قطر دایره	قطر دایره	بدون گشودگی	لایه‌چینی
240 میلی‌متر	220 میلی‌متر	180 میلی‌متر	120 میلی‌متر	90 میلی‌متر	60 میلی‌متر	20 میلی‌متر	2.20	$\pm < 45 >_{4s}$
-	-3.50	3.45	2.34	2.19	2.19	2.20	2.20	
-4.84	4.17	3.90	4.13	4.02	3.86	3.70	3.68	$\pm < 0 80 >_{4s}$
5.30	4.63	4.34	4.25	4.17	3.98	3.79	3.77	$\pm < 20 90 >_{4s}$

زاویه الیاف با لایه چینی $4s > 40|54 \pm$ است. در شکل‌های 18 و 19 بیشترین و کمترین زاویه T_1 قابل ساخت برای زوایای T_0 صفر تا 90 درجه نشان داده است.

با توجه شکل 18 و 19 می‌توان نتیجه گرفت که بیشترین محدوده قابل ساخت از منظر تغییر زوایا در مسیر شعاع انحناء ثابت برای T_0 برابر با 70 درجه و در مسیر تغییر خطی زاویه الیاف برای T_0 برابر با 60 درجه وجود خواهد داشت.

با توجه به فرمول 1 و 2، کمترین شعاع انحناء قابل ساخت توسط دستگاه الیاف‌گذار اتوماتیک در مسیر شعاع انحناء ثابت به سه پارامتر T_0 ، T_1 و طول ضلع عمود بر جهت انتقال الیاف و در مسیر تغییر خطی زاویه الیاف علاوه بر سه پارامتر مذکور به مختصات نقطه نیز بستگی دارد. لذا نتایج به دست آمده درباره موارد قابل ساخت، برای ورق‌های کامپوزیتی با ابعاد مختلف می‌تواند تغییر کند. بنابراین برای ورق‌های کامپوزیتی با ابعاد متفاوت، موارد قابل ساخت می‌بایست برای همان هندسه محاسبه گردد.

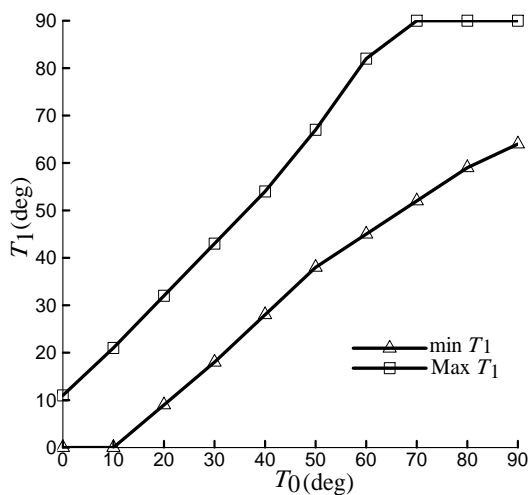


Fig. 18 Manufacturing limit of T_1 for 0 to 90 degree bound of T_0 in linear fiber angle variation path

شکل 18 محدوده زاویه T_1 قابل ساخت برای زوایای T_0 صفر تا 90 درجه در مسیر تغییر خطی زاویه الیاف

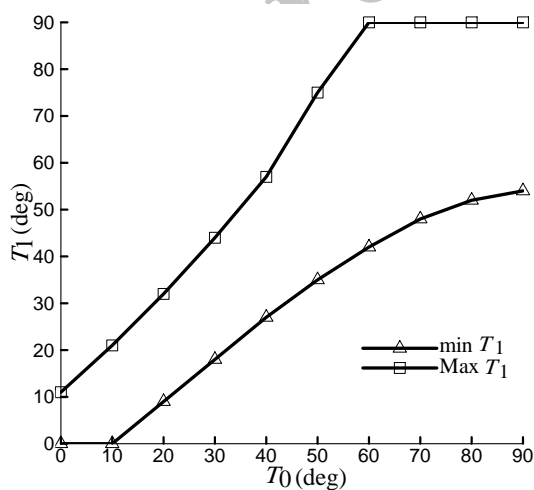


Fig. 19 Manufacturing limit of T_1 for 0 to 90 degree bound of T_0 in constant curvature path

شکل 19 محدوده زاویه T_1 قابل ساخت برای زوایای T_0 صفر تا 90 درجه در مسیر شعاع انحناء ثابت

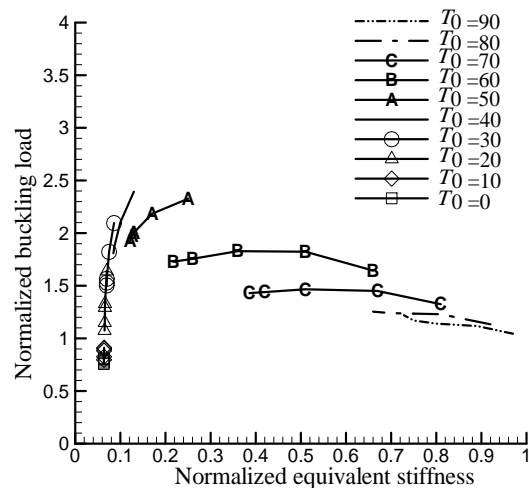


Fig. 16 Normalized buckling load versus normalized equivalent stiffness of composite made of curvilinear fiber with linear fiber angle variation path with curvature constraint

شکل 16 بار کمانش بی‌بعد شده نسبت به تغییر سفتی بی‌بعد شده معادل ورق کامپوزیتی الیاف منحنی با مسیر تغییر خطی زاویه الیاف با اعمال قید کمترین شعاع انحناء مجاز ساخت

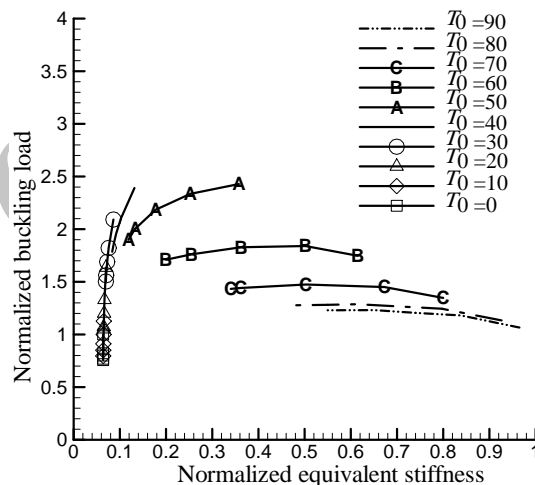


Fig. 17 Normalized buckling load versus normalized equivalent stiffness of composite made of curvilinear fiber with constant curvature path with curvature constraint

شکل 17 بار کمانش بی‌بعد شده نسبت به تغییر سفتی معادل بی‌بعد شده ورق کامپوزیتی الیاف منحنی با مسیر شعاع انحناء ثابت با اعمال قید کمترین شعاع انحناء مجاز ساخت

در شکل 16 و 17 مقدار بار کمانش بیشینه به ترتیب 2.53 و 2.63 و برای لایه‌چینی‌های $4s > 40|54 \pm$ و $4s > 40|57 \pm$ می‌باشد. برای این لایه‌چینی‌ها مقدار سفتی نیز به ترتیب 0.15 و 0.17 می‌باشد. در مقایسه با حالت بهینه الیاف مستقیم یعنی لایه‌چینی $4s [45] \pm$ که دارای بار کمانش 2.2 و سفتی 0.13 است، مسیر تغییر خطی زاویه الیاف 15 درصد و شعاع انحناء ثابت 19 درصد افزایش بار کمانش را با لحاظ کمترین شعاع انحناء مجاز نتیجه می‌دهند. با توجه به این نتایج می‌توان گفت که مسیر شعاع انحناء ثابت قابل ساخت $4s > 40|57 \pm$ بیشترین بار کمانش را در بین الیاف منحنی با چیدمانی $4s > T_0|T_1 \pm$ و با لحاظ قید ساخت، برای ورق کامپوزیتی موجب می‌گردد. میزان افزایش بار کمانش در حالت مسیر شعاع انحناء ثابت با لایه‌چینی $4s > 40|57 \pm$ نسبت به الیاف مستقیم با لایه‌چینی $4s [45] \pm$ ، 4 درصد بیشتر از افزایش مربوط به مسیر تغییر خطی

5- جمع‌بندی نتایج

در تحقیقات گذشته بر روی کمانش صفحات کامپوزیتی با الیاف منحنی شکل، عمدتاً مسیرهای تغییر خطی زاویه الیاف مورد بررسی قرار گرفته، اما فعالیت قابل توجهی در زمینه مقایسه بین میزان اثرگذاری این روش با سایر روش‌های الیاف‌گذاری صورت نگرفته است. لذا در این تحقیق، این مقایسه برای دو مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و مسیر شعاع انحناء ثابت و برای صفحه کامپوزیتی بدون گشودگی و دارای گشودگی انجام شده است. در این مقاله تأثیر الیاف منحنی شکل در مقاومت به کمانش ورق کامپوزیتی، تحت بار فشار محوری مورد توجه قرار گرفت. مقایسه بین دو مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و مسیر شعاع انحناء ثابت در بهبود بار کمانش انجام شد. همچنین میزان تأثیر الیاف منحنی در چندین حالت گشودگی مورد بحث و بررسی قرار گرفت. لازم به ذکر است بررسی‌ها و نتیجه‌گیری‌ها برای صفحه کامپوزیتی با ابعاد، جنس، لایه‌چینی و شرایط مرزی مذکور انجام شده است. بررسی‌های انجام شده نشان داد که مسیر غیرخطی شعاع انحناء ثابت نسبت به مسیر تغییر خطی زاویه الیاف 4 درصد بار کمانش بیشتری را نتیجه می‌دهد.

در حضور گشودگی با اثر کاهش بار کمانش، با استفاده از الیاف منحنی (در هر دو مسیر و بدون اعمال قید کمترین شعاع انحناء قابل ساخت)، لایه‌چینی می‌توان یافت که تحت آن صفحه دارای گشودگی مرکزی در کمانش به وجود گشودگی حساس نباشد. در مورد الیاف منحنی شکل در حالت افزایش بار کمانش با حضور گشودگی دایروی، افزایش قطر گشودگی دایروی و در نتیجه آن، انتقال بار به نواحی کناری، مزید بر انتقال بار توسط الیاف گشته و بار کمانش افزایش بیشتری نسبت به حالت کاربرد صرفاً الیاف منحنی پیدا می‌کند. در مدل‌های با گشودگی با لحاظ قید ساخت، هر دو مسیر بار کمانش تقریباً یکسانی دارند.

در این تحقیق مکانیزم افزایش بار کمانش توسط الیاف منحنی نیز بررسی گردید. این مکانیزم به صورت باربرداری از نواحی مرکزی و انتقال بار به لبه‌های کناری مقید ورق می‌باشد. بدین منظور می‌بایست الیاف در نواحی مرکزی عمود بر جهت بار و در قسمت‌های کناری موازی با جهت بار قرار گیرند.

6- مراجع

- [1] Kuo, C.M., Takahashi, H. and Chou, T.W., "Effect of Fiber Waviness on the Nonlinear Elastic Behavior of Flexible Composites", Composite Materials, Vol. 22, No. 11, pp. 1004-1022, 1988.
- [2] Charette, R.F. and Hyer, M.W., "Innovative Design of Composite Structure: The Use of Curvilinear Fiber Format in Structural Design of Composites", MSc Thesis, University of Maryland, USA, 1990.
- [3] Hyer, M.W. and Charette, R.F., "Use of Curvilinear Fiber Format in Composite Structure Design", AIAA Journal, Vol. 29, No. 6, pp. 1011-1015, 1991.
- [4] Hyer, M.W. and Lee, H.H., "The Use of Curvilinear Fiber Format to Improve Buckling Resistance of Composite Plates with Central Holes", Composite Structures, Vol. 18, No. 3, pp. 239-261, 1991.
- [5] Olmedo, R. and Gurdal, Z., "Buckling Response of Laminates with Spatially Varying Fiber Orientations", 34th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, La Jolla, CA, pp. 2261-2269, 1993.
- [6] Gurdal, Z., Tatting, B.F., and Wu, C.K., "Variable Stiffness Composite Panels: Effects of Stiffness Variation on the In-plane and Buckling Response", Composites: Part A, Vol. 39, pp. 911-922, 2008.

برای مقایسه کامل‌تر دو مسیر منحنی شکل یاد شده و الیاف مستقیم، اثر گشودگی بر روی لایه‌چینی‌های با بار کمانش بیشینه قابل ساخت مورد بررسی قرار گرفت. در جدول 10 بار کمانش برای لایه‌چینی‌های $4s > 40|54 > 4s$ و $4s < 40|57 < 4s$ به ترتیب برای مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و مسیر شعاع انحناء ثابت دارای گشودگی بیضوی شکل و در سه نسبت منطری 2، 3 و 5 مورد بررسی قرار گرفته است.

از جدول 10 می‌توان دریافت که در حضور گشودگی بیضوی شکل با قطر بزرگ در راستای بارگذاری، بار کمانش لایه‌چینی $4s > 40|54 > 4s$ مسیر تغییر خطی زاویه الیاف، با لایه‌چینی $4s > 40|57 > 4s$ مسیر شعاع انحناء ثابت برابر است. با افزایش نسبت منطری بار کمانش برای هر دو مسیر کاهش می‌یابد. در جدول 11 بار کمانش برای لایه‌چینی‌های $4s > 40|54 > 4s$ و $4s < 40|57 < 4s$ به ترتیب برای مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و مسیر شعاع انحناء ثابت و دارای گشودگی دایروی در سه قطر 50، 100 و 150 میلی‌متر محاسبه شده است.

با مقایسه مقادیر جدول 11 با مقادیر بار کمانش ورق کامپوزیتی بدون گشودگی مشخص می‌گردد که برای هر سه قطر موجود در جدول 11 بار کمانش برای مسیر تغییر خطی زاویه الیاف نسبت به حالت بدون گشودگی، افزایش یافته و با افزایش قطر گشودگی از 50 میلی‌متر به 100 میلی‌متر، بار کمانش ثابت مانده و سپس با افزایش آن به 150 میلی‌متر بار کمانش افزایش می‌یابد. برای مسیر شعاع انحناء ثابت، بار کمانش نسبت به حالت بدون گشودگی، برای قطرهای 50 و 100 میلی‌متر، تغییر نکرده و سپس با افزایش قطر گشودگی به 150 میلی‌متر بار کمانش افزایش می‌یابد. همچنین در حضور گشودگی دایروی شکل نیز همانند گشودگی بیضوی شکل، بار کمانش هر دو مسیر تقریباً با هم برابر است.

جدول 10 بار کمانش بی‌بعد شده برای لایه‌چینی‌های $4s > 40|54 > 4s$ و $4s < 40|57 < 4s$ به ترتیب برای مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و مسیر شعاع انحناء دارای گشودگی بیضوی شکل

Table 10 Normalized buckling load for $4s > 40|54 > 4s$ and $4s < 40|57 < 4s$ laminates with elliptical cutouts, for linear fiber angle variation path and constant curvature path respectively

نسبت منطری	نسبت منطری	نسبت منطری	لایه‌چینی
5	3	2	
2.05	2.11	2.29	$4s > 40 54 > 4s$
2.06	2.11	2.3	$4s < 40 57 < 4s$

جدول 11 بار کمانش برای لایه‌چینی‌های $4s > 40|54 > 4s$ و $4s < 40|57 < 4s$ به ترتیب برای مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و مسیر شعاع انحناء ثابت دارای گشودگی دایروی

Table 11 Normalized buckling load for $4s > 40|54 > 4s$ and $4s < 40|57 < 4s$ laminates with circular cutouts, for linear fiber angle variation path and constant curvature path respectively

قطر دایره	قطر دایره	قطر دایره	لایه‌چینی
150 میلی‌متر	100 میلی‌متر	50 میلی‌متر	
3.05	2.62	2.64	$4s > 40 54 > 4s$
3.09	2.64	2.65	$4s < 40 57 < 4s$

- [7] Lopes, C.S., Gurdal, Z. and Camanho P.P., "Tailoring for Strength of Composite Steered-Fibre Panels with Cutouts", *Composites: Part A*, Vol. 41, pp. 1760–1767, 2010.
- [8] Waldhart, C., Gurdal, Z. and C., Ribbens, "Analysis of Tow Placed, Parallel Fiber, Variable Stiffness Laminates", *Collection of technical papers—AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, 20th structural dynamics and materials conference*, Salt Lake City, UT, pp. 2210–2220, 1996.
- [9] Tatting, B.F. and Gurdal, Z., "Design and Manufacture of Elastically Tailored Tow Placed Plates", *NASA/CR 2002-211919*, pp. 1–14, 2002.
- [10] Wu, Z., Weaver, P.M., Raju, G. and Kim, B.C., "Buckling Analysis and Optimization of Variable Angle Tow Composite Plates", *Thin-Walled Structures*, Vol. 60, pp. 163–172, 2012.
- [11] Wu, Z., Raju, G. and Weaver, P.M., "Buckling of VAT Plates Using Energy Methods", *53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, Honolulu, Hawaii, 2012.
- [12] Arian Nik, M., Fayazbakhsh, K., Pasini, D. and L., Lessard, "Optimization of variable stiffness composites with embedded defects induced by Automated Fiber Placement", *Composite Structures*, Vol. 107, pp. 160–166, 2014.
- [13] Fayazbakhsh, K., "The Impact of Gaps and Overlaps on Variable Stiffness Composites Manufactured by Automated Fiber Placement", *PhD Thesis*, McGill University, Canada, 2013.
- [14] Fayazbakhsh, K., Arian Nik, M., Pasini, D. and Lessard, L., "Defect Layer Method to Capture Effect of Gaps and Overlaps in Variable Stiffness Laminates Made by Automated Fiber Placement", *Composite Structures*, Vol. 97, PP. 245–251, 2013.
- [15] Waldhart, C., "Analysis of Tow-Placed, Variable-Stiffness Laminates", *MSc Thesis*, Virginia Polytechnic Institute and State University, USA, 1996.
- [16] Arian Nik, M., Fayazbakhsh K., Pasini, D. and Lessard L., "Surrogate-based Multi-objective Optimization of a Composite Laminate with Curvilinear Fibers", *Composite Structures*, Vol. 94, pp. 2306–2313, 2012.
- [17] Gurdal, Z. and Olmedo, R., "In-plane Response of Laminates with Spatially Varying Fiber Orientations: Variable Stiffness Concept.", *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 4, pp. 751–758, 1993.
- [18] Blom, A.W., Lopes, C.S., Kromwijk, P.J., Gurdal, Z. and Camanho, P.P., "A Theoretical Model to Study the Influence of Tow-drop Areas on the Stiffness and Strength of Variable-stiffness Laminates", *Composite Materials*, Vol. 43, No. 5, pp. 403–425, 2009.
- [19] Tatting, B.F., "Analysis and Design of Variable Stiffness Composite Cylinders", *PhD Thesis*, Virginia Polytechnic Institute and State University, USA, 1998.
- [20] Marouene, A., Boukhili, R., Chen, J. and Yousefpour, A., "Buckling behavior of variable-stiffness composite laminates manufactured by the tow-drop method", *Composite Structures*, Vol. 139, pp. 243–253, 2016.
- [21] Lopes, C.S., Camanho, P.P., Gurdal, Z. and Tatting, B.F., "Progressive Failure Analysis of Tow-placed, Variable-stiffness Composite Panels", *Vol. 44*, pp. 8493–8516, 2007.
- [22] Zamani, Z., Rahimi Sherbaf, GH. H. and Ghazavi, M., "Analysis of Composite Laminate with Curvilinear Fiber under Axial Compression", *In Persian*, 17th Mechanic Conference, ISME, Tehran, Iran, 2009.
- [23] Campen, V., "Optimum Lay-up Design of Variable Stiffness Composite Structures", *PhD Thesis*, Delft University of Technology, Netherland, 2011.
- [24] IJsselmuiden, S.T., "Optimal Design of Variable Stiffness Composite Structure Using Lamination Parameters", *PhD Thesis*, Delft University of Technology, Netherland, 2011.