



پیش‌بینی و کنترل خواص مکانیکی کامپوزیت برید شده از طریق کنترل زاویه برید با استفاده از روابط میکرومکانیک برای تک تک وجوه مقاطع تخت

علی فولادی¹، علیرضا سرایی^{2*}، علی کیانی³

1- کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

2- استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، تهران

3- کارشناسی ارشد، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

* تهران، صندوق پستی 1584743311، a_saraei@azad.ac.ir

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت: 96/10/16

تاریخ پذیرش: 97/1/20

کلیدواژگان:

کامپوزیت ساخته شده با بریدینگ مدور

زاویه برید

خروج از مرکزی

شکل حلقه‌ی راهنما

تحلیل میکرومکانیک

چکیده

کامپوزیت‌های نساجی که از پیش‌شکل‌یافته‌ی نساجی به عنوان تقویت‌کننده استفاده می‌کنند، به دلیل سهولت تولید قطعات با اشکال خاص و ساختاری کارآمدتر و قابل‌اعتمادتر، به‌عنوان جایگزین مناسب برای چندلایه‌های متداول هستند. در میان انواع کامپوزیت‌های نساجی، کامپوزیت‌هایی با فاز تقویت‌کننده برید شده از اهمیت ویژه و کاربرد گسترده‌تری برخوردار است. در فرآیند بریدینگ یکی از مهم‌ترین مؤلفه‌ها در خواص مکانیکی کامپوزیت نهایی زاویه برید است. در این مقاله ابتدا به توضیح مختصر روابط تحلیلی جدید و راهکاری جدید جهت تغییر و کنترل زاویه برید بر روی تک‌تک وجوه یک مغزی تخت به کمک تغییر شکل حلقه‌ی راهنما از دایره‌ای به بیضی و کنترل خروج از مرکزی که قبلاً توسط نویسندگان توسعه داده شده پرداخته شده است. سپس به ارایه برنامه‌ی کاملی پرداخته شده است که خواص مکانیکی کامپوزیت نهایی را بر اساس زوایای برید پیش‌بینی می‌کند برای صحت‌بخشی به نتایج حاصله به مقایسه نتایج حاصله با تحقیقات گذشته جهت بررسی صحت نتایج صورت پذیرفته است پس از بررسی‌های انجام‌شده مشخص گردید که نتایج حاصل از برنامه مورد نگارش و روابط میکرومکانیک جهت پیش‌بینی خواص کامپوزیت نهایی از صحت بسیار خوبی برخوردار است. بنابراین می‌توان به کنترل خواص مکانیکی بر روی هر یک از وجوه مغزی به کمک تغییر پارامترهای بیان شده دست یافت.

Prediction and control of the mechanical properties of braided composite by controlling the braid angle using the micro-mechanical relationships for each of the flat faces of mandrel

Ali Fouladi¹, Alireza Saraei^{2*}, Ali keyani³

1- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.

2 - School of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, South Tehran branch, Tehran, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, University of Science and Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 1584743311 • Tehran, Iran, a_saraei@azad.ac.ir

Keywords

Composites made with tubular braiding
Braid angle
Eccentricity
Guide rings shape
Micromechanical analysis

Abstract

Textile composites, in which a textile preform is used as the reinforcement phase, can easily take the form of complex parts and possess a more efficient and reliable structure, hence, they are a suitable substitute for conventional laminates. Among the textile composites, braided composites are of great importance and they are used more extensively, one of the important factors in mechanical properties of final composite part is the braid angle. In this paper, at first, a brief explanation of the new analytical relationships is presented. Also, a new strategy for changing and controlling the braid angle on each face of the flat mandrel by changing the shape of the guide ring from circle to an ellipse and also controlling the eccentricity is discussed which was previously developed by the authors. Then a comprehensive program is presented which predicts the mechanical properties of the final composite considering the braid angles. To validate the results, they are compared with the results of previous studies. After investigations, it was determined that the results of the developed program and micromechanical relationships show very good consistency in predicting the properties of the final composite. Therefore, it is possible to control the mechanical properties on any of the mandrel's faces by changing the mentioned parameters.

1-مقدمه

تولید، سهولت تولید قطعات با اشکال خاص و ساختاری کارآمدتر و قابل‌اعتمادتر به‌عنوان جایگزین مناسب برای کامپوزیت‌های با الیاف مستقیم است از جمله تحقیقات صورت پذیرفته می‌توان به تحقیقات موریتز و

کامپوزیت نساجی که از پیش‌شکل‌یافته‌ی نساجی به جای الیاف مستقیم یا الیاف منقطع برای تقویت‌کننده استفاده می‌کنند به دلیل کاهش هزینه‌های

Please cite this article using:

Fouladi, A. Saraei, A.R. and Keyani, A., "Prediction and control of the mechanical properties of braided composite by controlling the braid angle using the micro-mechanical relationships for each of the flat faces of mandrel", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 5, No. 4, pp. 595-604, 2019.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

بریدینگ قطعاتی با مقاطع غیر دایروی و یا مقاطع متغیر در طول، زاویه برید مرتباً تغییر کرده و پیش‌بینی زاویه برید از چالش‌های بررسی خواص و طراحی کامپوزیت‌های برید شده است. در این مقاله پس از معرفی اجمالی راهکارهای پیش‌بینی و کنترل زاویه برید برای مقاطع مختلف به پیش‌بینی خواص مکانیکی کامپوزیت نهایی به کمک روابط میکرو مکانیکی پرداخته شده است. با توجه به نوع بارگذاری پیش‌بینی مسیر حرکت نخ امری بسیار مهم است زیرا منجر به پیش‌بینی زاویه برید و فاصله عمودی نخ‌ها که خود پارامتری وابسته به زاویه برید است، می‌کند. همانطوری که در مقالات پتوری و همکاران [7]، ناو و همکاران [8] و چن و همکاران [9] به این اهمیت اشاره شده است، همچنین با توجه به تحقیقات امیرقلو و همکاران [10]، چارلبوس و همکاران [11] و نایک و همکاران [12] کنترل زاویه برید امری مهم در کنترل خواص مکانیکی این پیش‌شکل‌یافته‌ها است. در این مقاله پس از ارائه مختصر نتایج حاصله از تحقیقات گذشته نویسندگان جهت به دست آوردن زاویه برید روی وجوه یک مغزی تخت و ارائه راهکار کنترل زاویه برید از طریق کنترل سرعت‌های برداشت، خروج از مرکزی مغزی و کنترل ابعاد حلقه‌ی راهنما پرداخته شده است. سپس با توجه به استخراج زاویه برید به پیش‌بینی خواص کامپوزیت نهایی با استفاده از خواص پیش‌شکل‌یافته از طرق روابط میکرومکانیک پرداخته شد.

2- بیان رابطه تحلیلی جدید و ارائه راهکار کنترل زاویه برید

پارامترهای پیش‌شکل‌یافته‌ی برید شده شامل زاویه برید و فاصله‌ی عمودی نخ‌ها تأثیرات مستقیمی بر روی خواص مکانیکی کامپوزیت نهایی دارد این پارامترها در شکل شماره 2 نشان داده شده است.

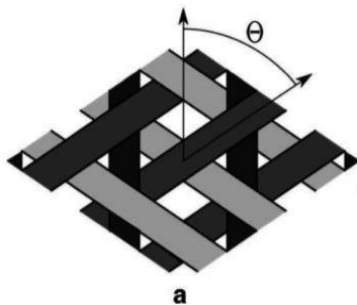


Fig. 2 Braid angle

شکل 2 زاویه برید [13]

زاویه برید θ زاویه‌ی بین نخ‌ها و جهت محوری مغزی است و فاصله‌ی نخ‌ها S_i فاصله‌ی عمودی بین دو نخ است که نشان‌دهنده‌ی میزان پوشش مغزی توسط نخ‌ها است. در تئوری‌های قبلی ارائه شده جهت محاسبه‌ی زاویه برید فرض اساسی این است که فاصله محوری نقطه نشست نخ روی مغزی تا صفحه حلقه‌ی راهنما (فاصله Z در شکل 3) در نقاط مختلف مغزی یکسان است [14].

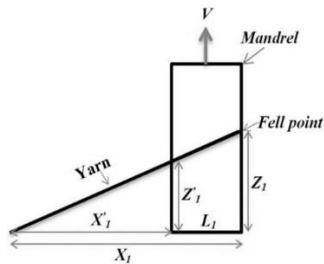


Fig. 3 A side view of the mandrel

شکل 3 دید کناری از مغزی [15]

همکاران [1] درباره کاربردهای کامپوزیت‌های برید شده، تانگ و همکاران در رابطه با ساختار این کامپوزیت‌ها [2] و شکرچی و همکاران [3] که پیش‌بینی رفتار این کامپوزیت‌ها پرداخته‌اند اشاره نمود. از محاسن کامپوزیت‌های نساجی نسبت به کامپوزیت‌های چندلایه می‌توان به ساختار پایدار و مناسب برای انواع بارگذاری، افزایش تحمل آسیب، کرنش تا شکست مناسب، کار تا شکست مناسب، مقاومت به ضربه، حذف تورق، افزایش تحمل تنش خارج از صفحه و... اشاره نمود. با ورود کامپوزیت‌های نساجی به صنایع مختلف از جمله هوافضا تحول عظیمی در این صنایع آغاز گردید. بطوریکه امروزه عمده‌ی پروژه‌های تحقیقاتی در صنایع بزرگ هوافضایی همچون ناسا و بوئینگ و ایرباس و... در حوزه‌ی کامپوزیت، بر روی کامپوزیت‌های نساجی به‌عنوان یک شیوه‌ی پربازده و سودمند است. در پیش‌شکل‌یافته‌های نساجی (شکل (1) الیاف یا نخ با توجه به شکل نهایی ساختار، به‌صورت دوبعدی و یا سه‌بعدی بافته شده و در نهایت در قالب موردنظر قرار گرفته و آماده‌ی تزریق رزین می‌گردند.

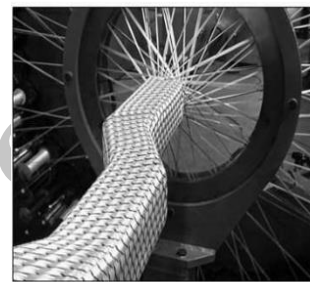


Fig. 1 Braided preform

شکل 1 پیش‌شکل‌یافته‌های برید شده [4]

امروزه استفاده از کامپوزیت‌ها نساجی به‌خصوص کامپوزیت‌های برید شده با وجوه تخت در صنایع مختلف رو به گسترش است. قلمرو کاربرد این دسته از کامپوزیت‌ها تنها به صنایع رده بالایی همچون صنایع هوا-فضا و نظامی محدود نشده، حتی در ساخت خودرو، وسایل خانگی، وسایل ورزشی و کاربردهای گسترده دیگر نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد. ماشین بریدینگ از یک الگوی دایره‌ای تشکیل شده است، که حامل‌ها در مسیری مشخص نیمی از آن‌ها به‌صورت ساعت‌گرد و نیمی دیگر به‌صورت پادساعت‌گرد دوران می‌نمایند [5]. فرآیند بریدینگ قابلیت تولید پیش‌شکل‌یافته‌هایی با اشکال پیچیده مانند بدنه‌ی هواپیما، پره‌های پروانه‌ی هواپیما، فلپ بال، پوشش محافظتی فن موتور جت، همچنین مواردی از قبیل بدنه دوچرخه، طناب چترهای نجات، طناب‌های کوهنوردی، رگ‌های مصنوعی، شلنگ‌های فشارقوی و... را دارد، موارد بیان شده تنها نمونه‌ای از کاربردهای رو به افزایش کامپوزیت‌های برید در زمینه‌های مختلف صنعتی از جمله خودرو، حمل‌ونقل، صنعت ساختمان، هوافضا و... است. صنعت بریدینگ همچون سایر صنایع دیگر، نیازمند مطالعات اولیه و ارائه راهکارهای مناسب جهت پیشرفت و بهبود فنی و فناوری است. از این رو مطالعات صورت گرفته به دو بخش تقسیم شده‌اند. بخش اول پژوهش‌های می‌باشند که موجب ارتقاء ماشین‌آلات صنعت بریدینگ شده که بخشی از مطالعات صورت گرفته توسط نویسندگان به این بخش اختصاص یافته است و بخش دوم تحقیقات و مطالعات انجام‌گرفته جهت بررسی تأثیر متغیرهای تولید از جمله خواص مواد اولیه و فرآیند تولید بر خواص محصول تولیدی است که در این مقاله به بررسی دقیق آن پرداخته شده است.

مهمترین پارامتری که در کامپوزیت‌های برید شده بر خواص مکانیکی آن مؤثر است زاویه برید است، که نشان‌دهنده میزان پوشش سطح مغزی است. در

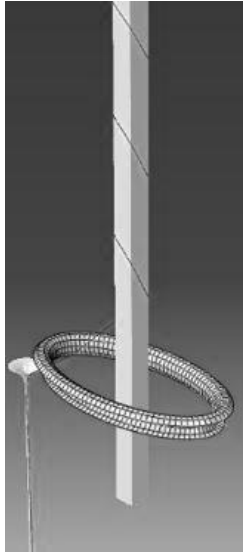


Fig. 4 Simulation of the Braiding Process for an elliptical guide Ring in the finite element program

شکل 4 شبیه‌سازی فرایند بریدینگ برای حلقه‌ی راهنما بیضوی در برنامه اجزای محدود

در گام بعدی میزان زاویه برید به کمک انجام آزمایش برای مغزی تخت در حالت هم‌مرکز و خارج از مرکز به کمک راهنماهای مغزی و حلقه‌ی راهنما بیضوی طراحی‌شده، اندازه‌گیری شد. در نهایت مقایسه و صحت‌سنجی نتایج حاصله از تحلیل نرم‌افزار با روابط تحلیلی و نتایج آزمایشگاهی صورت گرفته است. همچنین در گامی موثر اقدام به نگارش برنامه‌ای بسیار جامعی جهت پیش‌بینی و کنترل ابعاد حلقه‌ی راهنما مطلوب در کنار میزان خروج از مرکزی و سرعت نرخ برداشت مناسب برای دستیابی به زوایای برید مشخص بر روی هر یک از وجوه مغزی گردید (شکل 5). به دلیل اینکه برنامه مجموعه‌ای از ابعاد گایدینگ را به کاربر توصیه می‌کند که کاربر را به زوایای مطلوب برساند پارامتر X_1 با توجه به ابعاد گایدینگ تعریف می‌شود، تا بتواند برنامه گایدینگ مناسب را پیشنهاد نماید و تماس نخ و گایدینگ در تمامی نقاط حفظ شود.

Braid Soft

R machine

a=dim of machine

b=dim of machine

Teta1

Teta2

Teta3

Teta4

X1

X1

X1

e=dim of oval guide ring

d=dim of oval guide ring

Bv

start

Fig. 5 The comprehensive program for calculating the guide ring dimensions, eccentricity, and the take up speed for achieving the desired braid angles on each face

شکل 5 برنامه جامع محاسبه‌ی ابعاد حلقه‌ی راهنما و میزان خروج از مرکزی و سرعت نرخ برداشت برای دستیابی به زوایای برید مشخص بر روی هر وجوه

با توجه به نتایج تجربی و مدل‌سازی‌های اجزاء محدود همچنین تئوری که در ادامه ارائه خواهد شد این فرض دارای خطای زیادی بوده و فقط برای مغزی‌های متقارنی که در مرکز ماشین بریدینگ قرار گرفته اند صادق است و برای برقیه موارد باید تغییرات نقطه نشست نخ روی مغزی در نظر گرفته شود. در روش جدید [15] فاصله محوری نقطه نشست نخ روی مغزی تا صفحه حلقه‌ی راهنما در نقاط مختلف مغزی از طریق حل همزمان 8 معادله به دست آمده و سپس از طریق رابطه‌ی شماره (1) زاویه برید بر روی هر یک از وجوه یک مغزی تخت به دست آمده است.

$$\theta_i = \tan^{-1} \left(\frac{X_i}{Z_i} \right) \quad (1)$$

اگرچه روش ارائه‌شده در یک مغزی با مقطع چهارضلعی نشان داده شد این روش قابل اجرا برای هر n ضلعی است. برای محاسبه زاویه برید در یک n ضلعی می‌توان تعداد $2n$ معادله برای سطوح مختلف آن نوشت و با حل هم‌زمان این معادلات زاویه برید تمام سطوح را یافت. از طرفی قرار گرفتن مرکز مغزی در هر موقعیتی نسبت به مرکز حلقه‌ی راهنما نیز تأثیری در این روش ندارد. پس از مدل‌سازی‌های اجزاء محدود و اندازه‌گیری‌های تجربی صحت رابطه‌ی جدید برای مغزی‌های تخت برید شده اثبات گردید [15]. با توجه به تأثیر زیاد خروج از مرکزی مغزی بر روی زوایای برید روشی جهت کنترل زوایا بر روی هر یک از وجوه یک مغزی تخت به کمک پیش‌بینی خروج از مرکزی و سرعت نرخ برداشت در این قسمت ارائه گردیده است. برای یک مغزی با مقطع n ضلعی n زاویه برید دلخواه روی هر وجه مطلوب است. از طرفی تنها سه متغیر میزان خروج از مرکزی در جهت x, y, z (X0, Y0) و یک متغیر سرعت نرخ برداشت برای کنترل زوایا وجود دارد. بنابراین برای مغزی‌های با سطح مقطع مثلثی این سه متغیر به دقت قابل محاسبه است در نتیجه میزان زاویه برید مطلوب به دقت بر روی تمامی وجوه به دست می‌آید، اما برای مغزی‌هایی با سطوح بیش از سه وجه سه متغیر با n زاویه مطلوب وجود دارد. در این موارد این سه متغیر جهت دستیابی به زوایا مطلوب می‌تواند مورد بهینه‌سازی قرار گیرد. برای این منظور به کمک الگوریتم ژنتیک¹ اقدام به بهینه‌سازی جهت دستیابی به مقدار متغیرهای مطلوب گردیده است [15]. از نتایج حاصله می‌توان استنباط کرد که با وجود نتایج مطلوب در اکثر موارد اما در برخی از موارد خطاهایی نیز وجود دارد.

همچنین در گام بعدی ایده جدیدی که تأثیر شکل حلقه‌ی راهنما بر فرآیند بریدینگ دوبعدی مدور جهت پیش‌بینی و کنترل زاویه برید پیش‌شکل‌یافته‌هایی با سطح مقطع‌های تخت مورد بررسی قرار گرفته است. زاویه برید روی وجوه یک مغزی تخت برای حلقه‌ی راهنما دایره‌ای بیان شده جهت حلقه‌ی راهنما بیضی اصلاح می‌گردد تا به کمک کد نویسی اقدام به بهینه‌سازی فرآیند بریدینگ جهت حصول زاویه برید مطلوب، گردد. همچنین اقدام به شبیه‌سازی فرایند بریدینگ برای حلقه‌ی راهنما بیضوی در برنامه اجزای محدود جهت بررسی تأثیر شکل حلقه‌ی راهنما بر زاویه برید بر روی سطوح تخت مطابق شکل 4 گردید. هدف از این شبیه‌سازی صحت‌سنجی برنامه متلب که جهت حلقه‌ی راهنماهای بیضوی مورد نگارش قرار گرفته، می‌باشد.

¹Genetic Algorithm

محاسبه‌ی سفتی این سلول واحد می‌توان از روش‌هایی همچون تحلیل اجزای محدود و یا تحلیل میکرومکانیک بهره جست. همچنین به مقیاس کوچک‌تر که در آن نخ‌ها نیز به عنوان ماده همگن در نظر گرفته نمی‌شوند مقیاس میکرو^۲ گفته می‌شود. برای تحلیل کامپوزیت در این مقیاس نیز نیاز به استخراج سلول واحدی در مقیاس میکرو است. در روش اجزای محدود نیاز به مدل‌سازی دقیق اجزای تشکیل‌دهنده‌ی سلول واحد در نرم‌افزار است و با اعمال جنس، شرایط مرزی و بارگذاری مناسب هر یک از مولفه‌های سفتی کامپوزیت قابل محاسبه است. البته فرآیند مدل‌سازی کامپوزیت نساجی بسیار زمان‌بر و دشوار باشد. برخلاف این روش در تحلیل میکرومکانیک نیازی به مدل‌سازی نبوده و با داشتن معادلات مسیر نخ و خواص مکانیکی اجزای تشکیل‌دهنده‌ی کامپوزیت می‌توان سفتی ماده را با استفاده از روابط ریاضی و با دقت قابل قبولی محاسبه کرد، که فرآیند محاسبه‌ی سفتی را بسیار تسریع می‌کند. به همین دلیل در اینجا به معرفی تحلیل میکرومکانیک کامپوزیت برید شده پرداخته شده است و با نتایج حاصل از تحقیقات صورت گرفته مورد مقایسه قرار می‌گیرد که نشان از نتایج قابل قبول و بسیار سریع تحلیل میکرو مکانیک نسبت به سایر روش‌ها دارد

3-1 ارائه رابطه‌ی تحلیل میکرومکانیک جهت محاسبه‌ی ماتریس سفتی کامپوزیت

در ابتدا برای محاسبه‌ی خواص میکرومکانیک نیاز به تعریف سلول واحد در مقیاس مزو کامپوزیت است. شکل 8 نشان‌دهنده یک سلول واحد برای کامپوزیت برید است. یک سلول واحد دارای سه ویژگی زیر است:

- 1- با تکرار آن بتوان ماده را ساخت.
- 2- هر پدیده‌ی جزء مانند جنس‌های مختلف در الیاف، رزین، حفره‌های رزین و... که در ماده اصلی باشد در سلول واحد هم هست.
- 3- خواص میانگین سلول واحد با خواص ماده اصلی یکسان است.

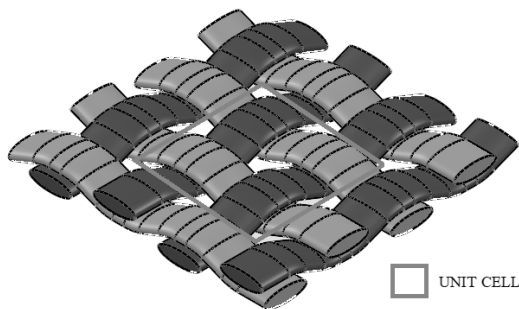


Fig. 8 The unit cell for 2D braiding

شکل 8 سلول واحد برای برید دو بعدی

از دیدگاه میکرومکانیک یک نخ از تعدادی لیف که در کنار هم قرار گرفته‌اند تشکیل شده است، همچنین بین الیاف فضای خالی وجود دارد. برای محاسبه ماتریس سفتی ابتدا فرض می‌شود که فضای خالی بین الیاف با رزین پر می‌شود و به صورت نخ آغشته به رزین درمی‌آید و رفتاری مانند یک کامپوزیت تک‌جهته دارد. درصد حجمی الیاف در یک نخ آغشته به رزین برابر با چگالی فشردگی^۳ آن نخ در نظر گرفته می‌شود، که چگالی فشردگی برابر است با مجموع سطح

نتایج حاصل از خروجی‌های برنامه که منجر به کنترل کامل زاویه برید می‌گردد به کمک اندازه‌گیری‌های تجربی و شبیه‌سازی‌های اجزای محدود مورد ارزیابی قرار گرفت که نتایج در شکل (6) و (7) نشان داده شده است.

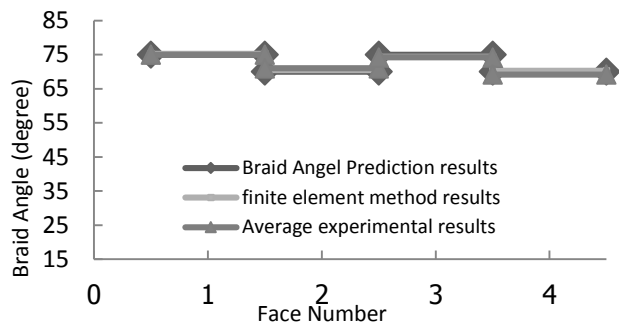


Fig. 6 The output of the comprehensive program for achieving the braid angles on each face of the square mandrel compared with experimental and finite element method results

شکل 6 مقایسه‌ی خروجی برنامه جامع برای دستیابی به زوایا برید مشخص بر روی هر یک از وجوه مغزی مربعی با نتایج تجربی و اجزای محدود

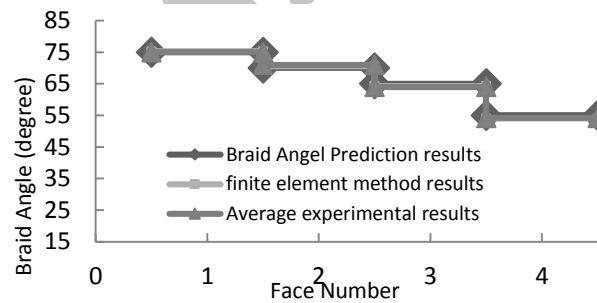


Fig. 7 The output of the comprehensive program for achieving the braid angles on each face of the rectangular mandrel compared with experimental and finite element method results

شکل 7 مقایسه‌ی خروجی برنامه جامع برای دستیابی به زوایا برید مشخص بر روی هر یک از وجوه مغزی مستطیلی با نتایج تجربی و اجزای محدود

3- پیش‌بینی خواص کامپوزیت نهایی از طرق روابط میکرومکانیک

همان‌طوری که در قسمت قبل بیان گردید، در فرآیند بریدینگ خواص مکانیکی کامپوزیت به شدت وابسته به پارامتر پیش‌شکل‌یافته برید شده، زاویه برید است. در قسمت قبل به بررسی و کنترل کامل زاویه برید پرداخته شد در این قسمت به پیش‌بینی خواص مکانیکی کامپوزیت نهایی بر اساس میزان زاویه برید به کمک روابط میکرومکانیکی پرداخته می‌شود.

در اکثر تحلیل‌ها کامپوزیت‌ها در مقیاس ماکرو به عنوان ماده همگن و ناهمسانگرد در نظر گرفته می‌شوند و به خواص الاستیک ناهمسانگرد آن‌ها نیاز است. در تحلیل‌های میکرومکانیک یک کامپوزیت که از الیاف و رزین تشکیل شده به صورت دو یا چند فاز همگن جدا از هم تصور می‌شود. برای به دست آوردن خواص کامپوزیت یک سلول واحد در مقیاس مزو^۱ از کامپوزیت در نظر گرفته می‌شود، به دلیل اینکه یک نخ از تعدادی لیف تشکیل شده است برای محاسبه‌ی ماتریس سفتی ابتدا باید فرض کنیم که فضای خالی نخ‌ها با رزین پر شده است و نخ به صورت نخ آغشته به رزین ایزونتروپیک عرضی می‌باشد، بنابراین در عمل در روابط یک نخ آغشته به رزین و یک رزین در نظر گرفته می‌شود بنابراین یک سلول واحد در مقیاس مزو مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای

³ Pa

¹ Meso unit cell

² Micro unit cell

$$[a]_n = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\beta & -\sin\theta & -\cos\theta\sin\beta \\ \sin\theta\cos\beta & \cos\theta & -\sin\theta\sin\beta \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}_n \quad (13)$$

با توجه به تبدیل فوق برای استخراج ماتریس سفتی در دستگاه کلی که نشان‌دهنده رابطه‌ی ماتریس تنش و کرنش در دستگاه کلی است ابتدا باید رابطه‌ی تنش و کرنش کلی با تنش و کرنش محلی را به دست آورد. استخراج رابطه‌ی تنش کلی با محلی مطابق رابطه‌ی (14) بیان شده است. که T_σ از رابطه‌ی (15) به دست می‌آید.

$$\sigma^{local} = T_\sigma * \sigma^{global} \quad (14)$$

$$[T_\sigma]_n = \begin{bmatrix} x1 & x2 \\ x3 & x4 \end{bmatrix}_n$$

$$x1 = \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 & a_{13}^2 \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 & a_{23}^2 \\ a_{31}^2 & a_{32}^2 & a_{33}^2 \end{bmatrix}$$

$$x3 = \begin{bmatrix} 2a_{21}a_{31} & 2a_{22}a_{32} & 2a_{23}a_{33} \\ 2a_{11}a_{31} & 2a_{12}a_{32} & 2a_{13}a_{33} \\ 2a_{11}a_{21} & 2a_{12}a_{22} & 2a_{13}a_{23} \end{bmatrix}$$

$$x2 = \begin{bmatrix} 2a_{12}a_{13} & 2a_{11}a_{13} & 2a_{11}a_{12} \\ 2a_{22}a_{23} & 2a_{21}a_{23} & 2a_{21}a_{22} \\ 2a_{32}a_{33} & 2a_{31}a_{33} & 2a_{31}a_{32} \end{bmatrix}$$

$$x4 \begin{bmatrix} a_{22}a_{33} + a_{23}a_{32} & a_{21}a_{33} + a_{23}a_{31} & a_{21}a_{32} + a_{22}a_{31} \\ a_{12}a_{33} + a_{13}a_{32} & a_{11}a_{33} + a_{13}a_{31} & a_{11}a_{32} + a_{12}a_{31} \\ a_{12}a_{23} + a_{13}a_{22} & a_{11}a_{23} + a_{13}a_{21} & a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21} \end{bmatrix} \quad (15)$$

همچنین استخراج رابطه‌ی کرنش کلی با محلی مطابق رابطه‌ی (16) بیان شده است. که T_ϵ از رابطه‌ی (17) به دست می‌آید.

$$\epsilon^{local} = T_\epsilon * \epsilon^{global} \quad (16)$$

$$[T_\epsilon]_n = \begin{bmatrix} x1 & x2 \\ x3 & x4 \end{bmatrix}_n$$

$$x1 = \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 & a_{13}^2 \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 & a_{23}^2 \\ a_{31}^2 & a_{32}^2 & a_{33}^2 \end{bmatrix}$$

$$x3 = \begin{bmatrix} 2a_{21}a_{31} & 2a_{22}a_{32} & 2a_{23}a_{33} \\ 2a_{11}a_{31} & 2a_{12}a_{32} & 2a_{13}a_{33} \\ 2a_{11}a_{21} & 2a_{12}a_{22} & 2a_{13}a_{23} \end{bmatrix}$$

$$x2 = \begin{bmatrix} a_{12}a_{13} & a_{11}a_{13} & a_{11}a_{12} \\ a_{22}a_{23} & a_{21}a_{23} & a_{21}a_{22} \\ a_{32}a_{33} & a_{31}a_{33} & a_{31}a_{32} \end{bmatrix}$$

$$x4 \begin{bmatrix} a_{22}a_{33} + a_{23}a_{32} & a_{21}a_{33} + a_{23}a_{31} & a_{21}a_{32} + a_{22}a_{31} \\ a_{12}a_{33} + a_{13}a_{32} & a_{11}a_{33} + a_{13}a_{31} & a_{11}a_{32} + a_{12}a_{31} \\ a_{12}a_{23} + a_{13}a_{22} & a_{11}a_{23} + a_{13}a_{21} & a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21} \end{bmatrix} \quad (17)$$

حال می‌توان با کمک ماتریس‌های تبدیل بیان شده در بالا به محاسبه‌ی ماتریس سفتی کلی برای هر قطعه از نخ‌ها پرداخت. (رابطه‌ی (18))

$$\sigma^{global} = T_\sigma^{-1} * \sigma^{local} = T_\sigma^{-1} * c^{local} * \epsilon^{local} \\ = T_\sigma^{-1} * c^{local} * T_\epsilon * \epsilon^{global} \quad (18)$$

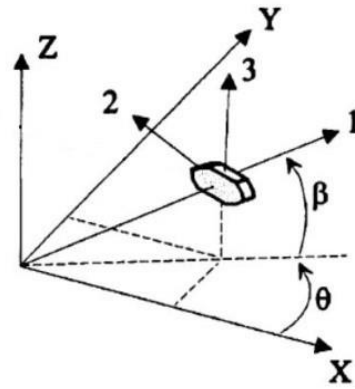


Fig. 10 The transformation of the local coordinates to global coordinates for a segment of impregnated yarn

شکل 10 دستگاه تبدیل از مختصات محلی به کلی برای یک تکه از نخ آغشته به رزین

به دلیل آنکه در دستگاه محلی نخ آغشته به رزین دارای خواص ایزوتروپیک عرضی است جهت چرخش حول محور 1 مهم نیست و فقط پارامترهای θ ، β که به کمک آن می‌توان ماتریس تبدیل از دستگاه کلی به محلی را به دست آورد مهم است. برای محاسبه‌ی این پارامترها با توجه به شکل 10 میزان پارامترهای θ ، β برای کامپوزیت‌های برید به دست می‌آید. پارامتر θ به کمک تصویر مسیر حرکت نخ بر روی صفحه‌ی XY به دست می‌آید که در فرایند بریدینگ همان زاویه برید است و θ_2 معرف زاویه بین دو نخ است. برای محاسبه‌ی زاویه β که معرف زاویه‌ی است که مسیر نخ در هر لحظه با صفحه افقی می‌سازد که در واقع شیب مماس بر منحنی مسیر حرکت نخ است که با توجه به شکل 10 برای فرآیند بریدینگ از رابطه‌ی 12 به دست می‌آید. در رابطه‌ی بیان شده h برابر $2t$ که ارتفاع سلول واحد هم هست و L_u نیز با توجه به تعداد لیف‌های یک نخ تعیین می‌گردد. (شکل (1)) معرف این پارامترها است.

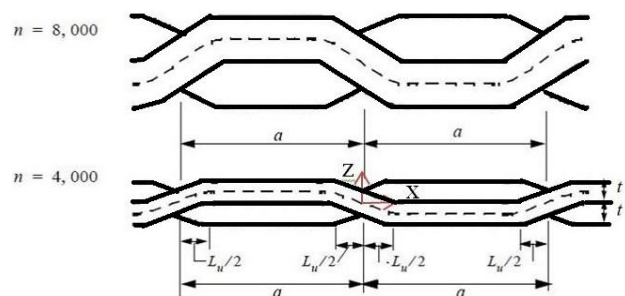


Fig. 11 The values of a , L_u , and t considering the number of fibers in the yarn

شکل 11 میزان پارامترهای a , L_u , t با توجه به تعداد لیاف موجود در نخ

$$Z = \frac{h}{2} \sin\left(\frac{\pi x}{L_u}\right) \rightarrow \beta = Z' = \tan^{-1}\left(\frac{\pi h}{L_u} \cos\left(\frac{\pi x}{L_u}\right)\right) \quad (12)$$

حال به کمک مؤلفه‌های θ ، β محاسبه‌ی ماتریس تبدیل از مختصات کلی به مختصات محلی برای یک تکه از نخ آغشته به رزین از رابطه‌ی (13) صورت می‌پذیرد.

بنابراین میزان ماتریس سفتی کلی برای هر قطعه از نخ‌ها از رابطه‌ی (19) به دست می‌آید.

$$[C^{global}]_n = [T_\sigma^{-1}]_n^T * [C_{yarm}^{local}] * [T_\varepsilon]_n = [T_\sigma^{-1}]_n^T * [S_{yarm}^{local}]^{-1} * [T_\varepsilon]_n \quad (19)$$

نسبت حجمی الیاف برای هر قسمت از برش‌های نخ آغشته به رزین در سلول واحد از رابطه‌ی (20) به دست می‌آید. در این روابط L_n طول هر برش از نخ آغشته به رزین است. همچنین در سلول واحد برید نسبت حجمی رزین در سلول واحد از رابطه‌ی (21) به دست می‌آید، که برابر است با یک منهای مجموع نسبت حجمی‌های الیاف‌ها موجود در سلول واحد در برید. به دلیل آنکه سلول واحد برید از 4 رشته نخ تشکیل شده است بنابراین نسبت حجمی رزین با استفاده از رابطه (21) بیان می‌گردد.

$$V_n^F = \frac{\Delta V_n}{V_{unit\ cell}} = \frac{A_{yarm} \times L_n}{V_{unit\ cell}} \quad (20)$$

$$V^R = 1 - \sum_{n=1}^{N_1} V_n^F - \sum_{n=1}^{N_2} V_n^F - \sum_{n=1}^{N_3} V_n^F - \sum_{n=1}^{N_4} V_n^F \quad (21)$$

همان‌طور که بیان گردید رزین دارای رفتار همسانگرد و ایزوتروپیک است، بنابراین دارای ماتریس نرمی با دو مؤلفه‌ی مستقل است که در رابطه‌ی (22) بیان گردیده است. در این رابطه E_r مدول الاستیسیته رزین و ν_r ضریب پواسون رزین است. رزین به دلیل رفتار همسانگرد، دارای ماتریس سفتی و نرمی یکسان در هر دو دستگاه کلی و محلی است.

$$[S_{resin}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_r} & -\frac{\nu_r}{E_r} & -\frac{\nu_r}{E_r} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_r}{E_r} & \frac{1}{E_r} & -\frac{\nu_r}{E_r} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_r}{E_r} & -\frac{\nu_r}{E_r} & \frac{1}{E_r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_r} \end{bmatrix} \quad (22)$$

همچنین ماتریس سفتی رزین از معکوس ماتریس نرمی آن به دست می‌آید. در نهایت ماتریس سفتی متوسط کامپوزیت برید شده از رابطه‌ی (23) به دست می‌آید.

$$[\bar{C}^{global}] = \frac{1}{V} \int C dV \approx \sum_{n=1}^{N_1} ([C^{global}]_n V_n^F) + \dots + \sum_{n=1}^{N_4} ([C^{global}]_n V_n^F) + [C_{resin}] V^R \quad (23)$$

¹ texcad

به کمک ماتریس سفتی حاصل می‌توان میزان مدول‌ها یانگ و مدول برشی و ضرایب پواسون در 3 جهت را استخراج نمود.

3-2- تعیین ماتریس سفتی و پارامترهای آن

جهت بررسی صحت روابط میکرومکانیکی ارائه شده در بالا اقدام به مقایسه‌ی نتایج حاصل از روابط میکرومکانیکی حاضر با نتایج حاصل از اجزای محدود و سایر نرم‌افزارهایی که در این زمینه توسعه یافتند از جمله تکسکد¹ می‌گردد. برای این منظور در ابتدا برنامه‌ای در متلب جهت محاسبه ماتریس سفتی و استخراج مؤلفه‌های مدول یانگ و مدول برشی در جهات مختلف تهیه گردیده است. همان‌طوری که در بالا بیان گردید باید به تعیین مشخصات مکانیکی و فیزیکی نخ و رزین پرداخته شود. میزان مشخصات مکانیکی نخ و رزین به صورت جدول (1) بیان می‌شود.

جدول 1 مشخصات مکانیکی نخ کربن و رزین اپوکسی [17]

E ₁₁ (GPa)	E ₂₂ (GPa)	G ₁₂ (GPa)	ν_{12}	ν_{23}	
144.8	11.73	5.52	0.23	0.3	Fiber
3.45	3.45	1.28	0.35	0.35	Resin

همچنین با توجه به تعداد الیاف به محاسبه‌ی مشخصات فیزیکی نخ‌ها که در جدول (2) بیان گردیده از جمله، طولی که نخ‌ها اشغال می‌نمایند شامل قسمت مستقیم (a-Lu) و قسمت اوریب نخ (Lu)، ضخامت نخ (t) پرداخته شده است.

جدول 2 مشخصات فیزیکی نخ برای تعداد الیاف کربن [17]

Table 2 Physical properties of carbon yarn for different numbers of fibers

n	a (mm)	t (mm)	Lu (mm)
20000	1.411	0.0857	0.5869
40000	1.411	0.1739	0.6297
60000	1.411	0.2666	0.6826
80000	1.411	0.3655	0.7356
100000	1.411	0.4727	0.7812
120000	1.5055	0.5373	0.8441
140000	1.626	0.5804	0.9117

علاوه بر پارامترهای بیان شده میزان چگالی فشرده‌گی و قطر هر لیف هم مهم است که در مطالعه حاضر این دو پارامتر $d=0.007$, $Pd=0.75$ است. پارامتر n نیز نشان دهنده تعداد لیف‌ها در داخل نخ می‌باشد که در ابعاد لیف ثابت به هر میزان که این عدد بزرگتر باشد نشانگر نخ با سطح مقطع بزرگتری است.

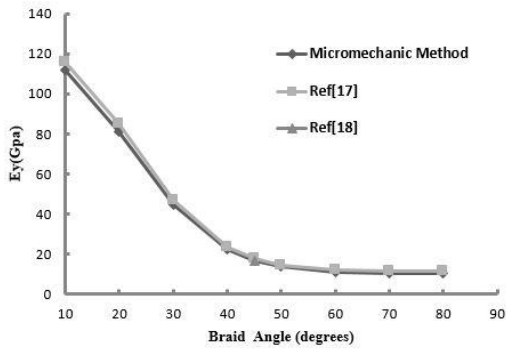


Fig. 14 Comparison of Ey value obtained from the three methods

شکل 14 مقایسه‌ی نتایج سه روش بیان گردیده برای میزان E_y

شکل 15 به مقایسه‌ی نتایج روش‌های بیان شده برای میزان مدول یانگ در جهت Z می‌پردازد.

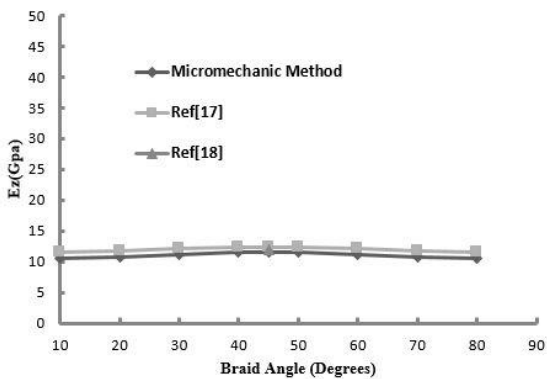


Fig. 15 Comparison of Ez value obtained from the three methods

شکل 15 مقایسه‌ی نتایج سه روش بیان گردیده برای میزان E_z

روش ارائه شده توسط فوی [19] به محاسبه‌ی فقط مدول برشی G_{xy} پرداخته و به محاسبه‌ی سایر مدول‌های برشی نپرداخته بنابراین مقایسه‌ی صورت گرفته فقط برای دو روش بیان می‌گردد. شکل 16 به مقایسه‌ی نتایج روش‌های بیان شده برای میزان مدول برشی در صفحه‌ی Z Y می‌پردازد.

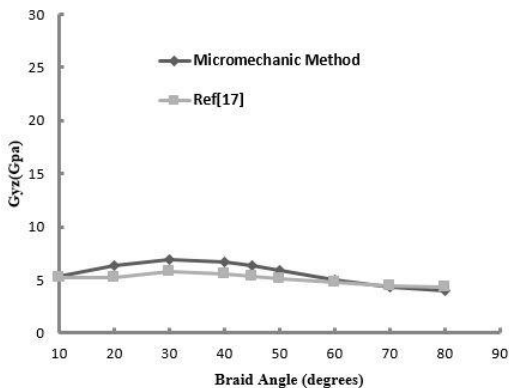


Fig. 16 Comparison of Gyz value obtained from the two methods

شکل 16 مقایسه‌ی نتایج دو روش بیان گردیده برای میزان G_{yz}

شکل 17 به مقایسه‌ی نتایج روش‌های بیان شده برای میزان مدول برشی در صفحه‌ی ZX می‌پردازد.

در تحقیقات گذشته که توسط نایک و همکاران انجام پذیرفته به محاسبه‌ی ماتریس سفتی و پارامترهای مدول یانگ و مدول برشی و ضریب پواسون برای یک محدوده‌ی زاویه‌ی برید از 10 تا 80 درجه از طریق برنامه‌ی تکسکد که توسط آن‌ها توسعه یافته بود پرداخته شد [17]. همچنین در تحقیقاتی که توسط فوی و همکارانش صورت پذیرفت میزان پارامترهای ماتریس سفتی را از طریق مدل‌سازی اجزای محدود برای زاویه‌ی 45 درجه بیان گردید [18]. همچنین برنامه‌ی جامعی در متلب مورد نگارش قرار گرفت (شکل (12)) که با دریافت مشخصات فیزیکی و مکانیکی نخ و رزین و زاویه برید به محاسبه‌ی پارامترهای ماتریس سفتی می‌پردازد.

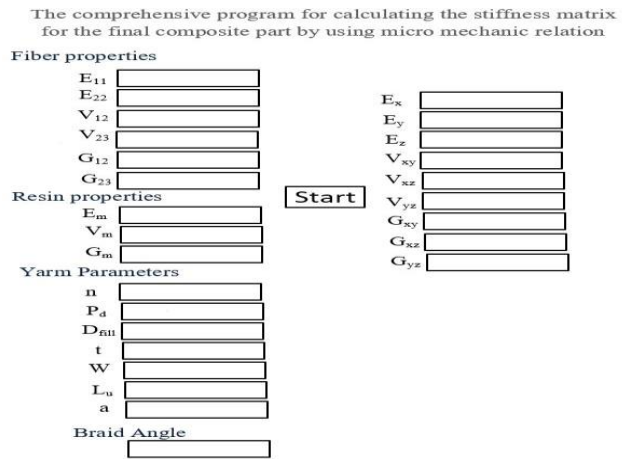


Fig. 12 The comprehensive program for calculating the stiffness matrix for the final composite part

شکل 12 برنامه جامع محاسبه‌ی پارامترهای ماتریس سفتی کامپوزیت نهایی

با توجه به مشخصات فیزیکی و مکانیکی نخ و رزین بیان شده در جداول 1 و 2 به مقایسه‌ی نتایج حاصل از روابط میکرومکانیک با نتایج حاصل از تحقیقات نایک و تحقیقات فوی پرداخته شده و صحت نتایج مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل 13 به مقایسه‌ی نتایج روش‌های بیان شده برای میزان مدول یانگ در جهت X می‌پردازد.

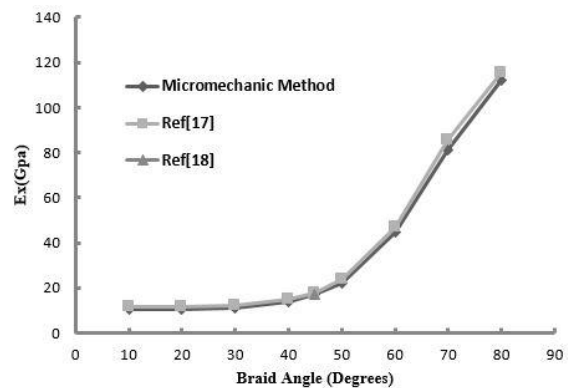


Fig. 13 Comparison of Ex value obtained from the three methods

شکل 13 مقایسه‌ی نتایج سه روش بیان گردیده برای میزان E_x

شکل 14 به مقایسه‌ی نتایج روش‌های بیان شده برای میزان مدول یانگ در جهت Y می‌پردازد.

4- نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج حاصله از روابط میکرومکانیک و مقایسه‌ی آن با مدل‌سازی اجزای محدود و خروجی برنامه‌های دیگر می‌توان علاوه بر تأیید صحت روابط میکرومکانیک، به روشی ساده‌تر در استخراج ماتریس سفتی دست‌یافت. همچنین به دلیل سادگی در اعمال تغییرات در کد میکرومکانیک نوشته‌شده از جمله تغییر مشخصات مکانیکی نخ و رزین، تغییر مشخصات فیزیکی نخ و تغییر زاویه برید روش ارائه‌شده نسبت به مدل‌سازی اجزای محدود کارآتر است. با توجه به روابط ارائه شده در این بخش لزوم پیش‌بینی و کنترل زاویه برید که در بخش اول مورد بررسی قرار گرفت درک می‌گردد. در واقع به کمک برنامه‌ای که در بخش دوم نگارش قرار گرفت با توجه به خواص مکانیکی مورد نظر بر روی هر یک از وجوه یک مغزی تخت ابتدا زاویه برید بر روی آن وجه تعیین می‌شود و سپس به کمک برنامه بخش اول می‌توان به کمک کنترل میزان خروج از مرکزی، ابعاد گاید‌رینگ و سرعت نرخ برداشت مناسب به آن زاویه مطلوب و در نتیجه به آن خواص مکانیکی مطلوب بر روی هر وجه دست یافت.

5- مراجع

- [1] Mouritz, A., Bannister, M., Falzon, P. and Leong, K., "Review of Applications for Advanced Three-Dimensional Fibre Textile Composites" Composites Part A: applied science and manufacturing, Vol. 30, No. 12, pp. 1445-1461, 1999.
- [2] Tang, Z. and Postle, R., "Mechanics of Three-Dimensional Braided Structures for Composite Materials-Part Iii: Nonlinear Finite Element Deformation Analysis" Composite Structures, Vol. 55, No. 3, pp. 307-317, 2002.
- [3] Shekarchizadeh, N., Abedi, M. M. and Jafari Nedoushan, R., "Prediction of Elastic Behavior of Plain Weft-Knitted Composites" Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 35, No. 22, pp. 1613-1622, 2016.
- [4] Akkerman, R. and Villa Rodriguez, B., "Braiding Simulation for Rtm Preforms", 2006.
- [5] Sanders, L., "Braiding- a Mechanical Means of Composite Fabrication" SAMPE Quarterly, Vol. 8, pp. 38-44, 1977.
- [6] Douglass, W. A., "Braiding and Braiding Machinery", Centrex Publishing Company; Cleaver-Hume Press, 1964.
- [7] Potluri, P., Rawal, A., Rivaldi, M. and Porat, I., "Geometrical Modelling and Control of a Triaxial Braiding Machine for Producing 3d Preforms" Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, Vol. 34, No. 6, pp. 481-492, 2003.
- [8] Na, W.-J., Ahn, H. C., Jeon, S.-Y., Lee, J. S., Kang, H.-M. and Yu, W.-R., "Prediction of the Braid Pattern on Arbitrary-Shaped Mandrels Using the Minimum Path Condition" Composites Science and Technology, Vol. 91, pp. 30-37, 2014.
- [9] Chen, J., McBride, T. M. and Sanchez, S. B., "Sensitivity of Mechanical Properties to Braid Misalignment in Triaxial Braid Composite Panels" Journal of Composites, Technology and Research, Vol. 20, No. 1, pp. 13-17, 1998.
- [10] Omeroglu, S., "The Effect of Braiding Parameters on the Mechanical Properties of Braided Ropes" Fibres and Textiles in Eastern Europe, Vol. 14, No. 4, pp. 53, 2006.
- [11] Charlebois, K. M., Boukhili, R., Zebdi, O., Trochu, F. and Gsmi, A., "Evaluation of the Physical and Mechanical Properties of Braided Fabrics and Their Composites" Journal of reinforced plastics and composites, Vol. 24, No. 14, pp. 1539-1554, 2005.
- [12] Naik, R., Ifju, P. and Masters, J., "Effect of Fiber Architecture Parameters on Mechanical Performance of Braided Composites" in Proceeding of 525-554.
- [13] Duchamp, B., Soulat, D. and Legrand, X., "Deformability of Biaxial and Triaxial Braided Reinforcements".
- [14] Long, A., "Process Modelling for Liquid Moulding of Braided Preforms" Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, Vol. 32, No. 7, pp. 941-953, 2001.

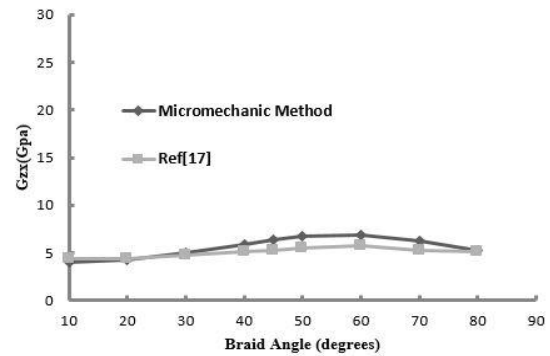


Fig. 17 Compromise the results of two stated methods for the value of G_{xz}

شکل 17 مقایسه‌ی نتایج دو روش بیان گردیده برای میزان G_{xz}

شکل 18 به مقایسه‌ی نتایج روش‌های بیان شده برای میزان مدول برشی در صفحه‌ی XY می‌پردازد.

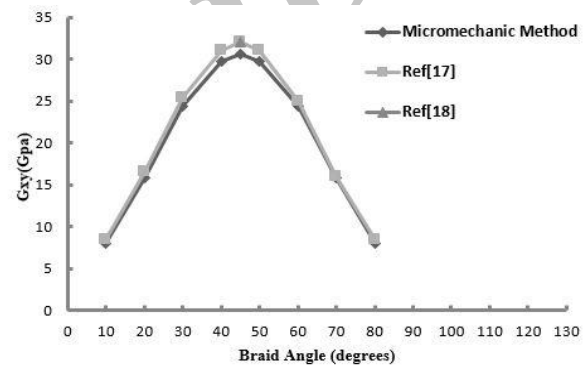


Fig. 18 Comparison of G_{yx} value obtained from the three methods

شکل 18 مقایسه‌ی نتایج سه روش بیان گردیده برای میزان G_{yx}

شکل 19 نیز به مقایسه‌ی ضریب پواسون برای سه روش بیان شده می‌پردازد.

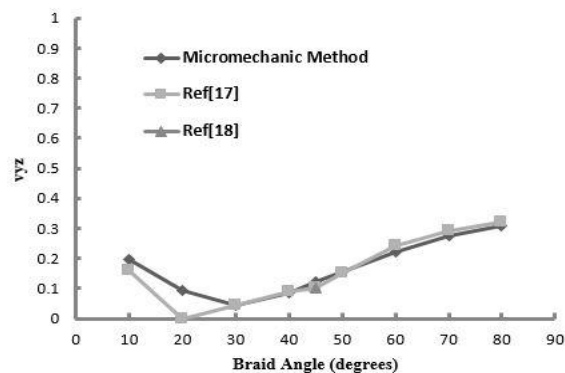


Fig. 19 Comparison of v_{yz} value obtained from the three methods

شکل 19 مقایسه‌ی نتایج سه روش بیان گردیده برای میزان v_{yz}

با توجه به شکل‌های فوق روش حاضر با دقت مناسب به پیش‌بینی تمامی خواص الاستیک یک کامپوزیت برید می‌پردازد و با توجه به حجم محاسبات کم این روش می‌توان از آن استفاده نمود. نکته حائز اهمیت دیگر این است که در شکل‌های فوق زاویه برید بر نتایج تأثیر بالایی دارد و کنترل زاویه برید که در قسمت‌های قبل بررسی گردید می‌تواند از اهمیت بالایی برخوردار باشد.

- [15] Fouladi, A. and Jafari Nedoushan, R., "Prediction and Optimization of Yarn Path in Braiding of Mandrels with Flat Faces" *Journal of Composite Materials*, pp. 0021998317710812, 2017.
- [16] Chamis, C. C., "Mechanics of Composite Materials: Past, Present, and Future" *Journal of Composites, Technology and Research*, Vol. 11, No. 1, pp. 3-14, 1989.
- [17] Naik, R. A., "Analysis of Woven and Braided Fabric Reinforced Composites", 1994.
- [18] Foye, R., "Finite Element Analysis of the Stiffness of Fabric Reinforced Composites", 1992.

Archive of SID