



## پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار تحت ضربه کم‌سرعت، بر پایه تئوری کلی-محلی هایپربولیک مرتبه بالا جدید

سیدحسین حسینی<sup>1</sup>، محمد شریات<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

2- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

\* صندوق پستی 193951999، shariyat@kntu.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت: 96/11/3	تلاش برای اصلاح نارسایی‌های تئوری‌های تک لایه معادل و تئوری‌های لایه‌ای، سبب ارائه تئوری‌های کلی-محلی ورق شده است. در این مقاله به بررسی پاسخ دینامیکی ورق مستطیلی ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار تحت ضربه کم سرعت از طریق ارائه و به کارگیری یک تئوری کلی-محلی هایپربولیک مرتبه بالا جدید پرداخته شده است. برای استخراج نتایج دقیق، توزیع غیریکنواخت و وابسته به زمان برای فازهای آلیاژ حافظه‌دار و همچنین جابجایی عرضی برای هسته انعطاف‌پذیر در نظر گرفته شده است. به جای استفاده از قانون متداول هرتز از قانون تماس اصلاح شده استفاده گردیده است و قوانین تماس مختلفی برای فازهای بارگذاری و باربرداری در نظر گرفته شده است. آثار سفتی همه لایه‌ها به همراه ضخامت ورق بر سفتی تماس در نظر گرفته شده است. معادلات حاکم المان محدود غیرخطی حاصل شده با استفاده از یک الگوریتم تکرارشونده در هر گام زمانی حل شدند. نتایج تحلیل حاضر با نتایج تجربی مقایسه و صحت نتایج مورد تایید قرار گرفته است. در انتها اثر سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار، هسته آگزتیکی، سفتی هسته، ضخامت هسته، خارج از مرکز بودن ضربه و پیش‌بار دوعده‌ای بر پاسخ ضربه ورق ساندویچی، مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج تحلیل نشان می‌دهند که پیش‌بار کششی، به دلیل کاهش آزادی حرکت کلی ورق و افزایش سفتی ظاهری سازه، باعث افزایش نیروی برخورد و کسر حجمی مارتنیزیت و کاهش خیز جانبی و مدت زمان برخورد می‌شود. در حالی که پیش‌بار فشاری، به دلیل تمایل به ایجاد خیزهای بزرگتر، عکس این نتایج را حاصل می‌نماید...
پذیرش: 96/12/11	
کلیدواژگان: ورق ساندویچی کامپوزیتی پاسخ دینامیکی سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار سفتی هسته پیش‌بار دوعده‌ای	

## Dynamic response of composite sandwich plates reinforced by SMA wires under low-velocity impact, based on a new higher-order hyperbolic global-local theory

Seyedhossein Hosseini, Mohammad Shariyat \*

Faculty of Mechanical Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

\* P.O.B. 193951999, Tehran, Iran, shariyat@kntu.ac.ir

### Keywords

Composite sandwich plate  
Dynamic response  
SMA wires  
Core stiffness  
Biaxial preload

### Abstract

The attempts to resolve shortcomings of the equivalent single-layer and layerwise theories has resulted in the development of the global-local plate theories. In the present paper, dynamic responses of rectangular sandwich plates with composite face sheets reinforced by SMA wires under low-velocity impact is investigated using a new higher-order hyperbolic global-local theory. In order to obtain accurate results, non-uniform and time-dependent distribution of the phases of the SMA and the transverse compliance of the soft core are considered. A refined contact law is proposed instead of using the traditional Hertz law and different contact laws are considered for the loading and unloading phases. Stiffness effects of all layers along with effect of the plate thickness on contact stiffness are considered. The obtained nonlinear finite element governing equations are solved by making use of an iterative algorithm at each time step. The present results are compared with the experimental results, and the current results are verified. Finally, effects of the SMA wires, presence of the auxetic core, stiffness of the core, thickness of the core, eccentricity of the impact and the in-plane biaxial preloads on impact responses of the sandwich plate are investigated. The results show that the tensile biaxial preloads increase the contact force and martensite volume fraction and decrease the lateral deflection and contact time due to the reduction of the lateral mobility of the plate and increasing the stiffness of the structure whereas the compressive biaxial preloads, due to the tendency to create larger deflections, lead to opposite results.

### 1- مقدمه

عمران، صنایع نظامی و بسیاری صنایع دیگر استفاده می‌گردند [1]. سازه‌های ساندویچی، از دو رویه سفت و قوی و یک هسته نرم و انعطاف‌پذیر تشکیل شده اند. این رویه‌ها به وسیله هسته از هم جدا می‌شوند. رویه‌ها معمولاً از ورق‌های

چندلایه‌های کامپوزیتی به دلیل نسبت‌های استحکام و سفتی به وزن بالایشان و مقاومت به خستگی خوب به طور گسترده در هوافضا، کشتی‌سازی، مهندسی

### Please cite this article using:

Hosseini, S.H. and Shariyat, M., "Dynamic response of composite sandwich plates reinforced by SMA wires under low-velocity impact, based on a new higher-order hyperbolic global-local theory", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 6, No. 1, pp. 127-142, 2019.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

خیلی ساده، تنها یک تنش بازیابی ثابت را برای آلیاژ حافظه‌دار در نظر گرفته‌اند. جیا [22]، مقاومت در برابر ضربه ساختارهای کامپوزیتی هیبرید آلیاژ حافظه‌دار را مورد بررسی قرار داد. او یک مدل تئوری برای ایجاد ارتباط میان کسر مارتنزیت، بار اعمالی و انرژی کرنشی جذب شده در آلیاژ حافظه‌دار ارائه داد. متو و دیگران [23] بوسیله روش المان محدود و نرم‌افزار ال اس داینرا، رفتار ورق کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار را بررسی کردند. بیرمن [24] نشان داد که با استفاده از خاصیت حافظه‌داری الیاف حافظه‌دار می‌توان بار کم‌انرژی ورق‌های ساندویچی را افزایش داد. او در تحقیقش الیاف حافظه‌دار را در صفحه میانی هسته قرار داد و از تغییر فاز الیاف حافظه‌دار صرف‌نظر نمود و از تئوری برشی مرتبه اول برای تحلیل کل سازه استفاده کرد. شرعیات و حسینی [25] اثر هسته ویسکوالاستیک بر پاسخ ضربه کم‌سرعت ورق ساندویچی کامپوزیتی را از طریق ارائه و بکارگیری یک تئوری کلی-محلی جدید مورد بررسی قرار دادند. داریوشی و صدیقی [26]، رفتار یک تیر ساندویچی تحت ضربه سرعت پایین با یک ضربه‌زن استوانه‌ای صلب را با مدل‌سازی رویه‌ها با تیر تیموشنکو و هسته با یک جسم دوبعدی که می‌تواند در راستای ضخامت فشرده شود، بررسی نمودند. نتایج بدست آمده، از طریق آزمون‌های انجام شده توسط مولفین یاد شده، صحت‌گذاری شدند. ملک‌زاده‌فرد و همکاران [27,28]، پاسخ ارتعاشات آزاد و ضربه سرعت پایین یک ورق ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر مغناطیسی را مورد مطالعه قرار دادند و از حل سری فوریه استفاده نمودند. در این پژوهش، نیروی برخورد به کمک یک مدل گسسته جرم و فنر دو درجه آزادی بدست آمد.

کارهای انجام شده در زمینه بکارگیری مدل‌های تئوری برای ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی دارای سیم‌های حافظه‌دار بسیار محدود می‌باشند. در اکثر این پژوهش‌ها، مدل‌سازی رفتار آلیاژ حافظه‌دار بصورت مناسبی صورت نگرفته است، چرا که کسر حجمی مارتنزیت که عامل مهمی در تعیین خواص آلیاژ حافظه‌دار و نیروی بازیابی آن می‌باشد ثابت در نظر گرفته شده است. در این مقاله، به جای روش‌های توزیع یکنواخت کسر حجمی مارتنزیت یا استفاده از تنش بازیابی ساده، توزیع غیریکنواخت و وابسته به زمان برای فازهای سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار بطور دقیق در نظر گرفته شده است. همچنین یک تئوری کلی-محلی هایپرپولیک مرتبه بالا جدید که هم شامل توابع زوج و هم شامل توابع فرد می‌باشد و کاملاً مناسب تغییرات عرضی نامتقارن خواص مواد است ارائه گشته است. با توجه به ضخامت زیاد هسته و نرم بودن آن، در نظر نگرفتن انعطاف‌پذیری عرضی هسته موجب نتایج غیر واقعی و غیر دقیق خواهد شد. به منظور دستیابی به نتایج دقیق با کمترین خطای ممکن، جابجایی عرضی هسته در نظر گرفته شده است. علاوه بر این به جای استفاده از قانون متداول هرتر از قانون تماس اصلاح شده استفاده گردیده است و قوانین تماس مختلفی برای فازهای بارگذاری و باربرداری در نظر گرفته شده‌اند. آثار سفتی همه لایه‌ها به همراه ضخامت ورق بر سفتی تماس در نظر گرفته شده است. در انتها نیز اثر سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار، اثر هسته آگرتیکی، اثر سفتی هسته، اثر ضخامت هسته، اثر خارج از مرکز بودن ضربه و اثر پیش‌بار دوبعدی درون‌صفحه‌ای بر پاسخ ضربه ورق ساندویچی کامپوزیتی، مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

## 2- روابط حاکم بر مساله

### 2-1- تئوری ورق ارائه شده

خواص غیرایزوتروپیک رویه‌های کامپوزیتی در صفحه (ناهمسانگردی درون صفحه‌ای)، تفاوت خواص رویه‌ها و هسته در سازه‌های ساندویچی و خواص

کامپوزیتی [2] یا فلزی [3] ساخته می‌شوند و هسته این سازه می‌تواند از پلیمرهای سبک، فوم‌ها، سازه‌های لانه زنبوری یا مواد با خاصیت توزیع تابعی تشکیل شوند. سازه‌های ساندویچی کامپوزیتی، با وجود کاربرد روزافزون در صنایع مختلف، در برابر بارهای ضربه‌ای بسیار آسیب‌پذیر می‌باشند. چرا که کامپوزیت‌ها در برابر بارهای ضربه‌ای برای جذب انرژی، مکانیزم نسبتاً ضعیفی دارند. این ضعف را می‌توان با بکارگیری مواد هوشمند آلیاژ حافظه‌دار در این سازه‌ها، بهبود بخشید. آلیاژهای حافظه‌دار به شکل سیم [4]، الیاف کوتاه [5]، پارچه بافته شده [6]، وصله در جهت ضخامت [7]، نانو الیاف، لایه‌های نازک و غیره می‌توانند در ساختار یک کامپوزیت جاسازی یا پیوند زده شوند و یک کامپوزیت حافظه‌دار را بوجود آوردند. تحقیقات صورت گرفته در سال‌های اخیر بر روی کامپوزیت‌های حاوی آلیاژ حافظه‌دار رشد چشمگیری داشته است و در زمینه‌های مختلف، پژوهش‌هایی به چشم می‌خورد. در تحقیقات انجام شده، اثرات آلیاژهای حافظه‌دار بر ویژگی‌های مختلفی مانند سفتی، استحکام، چقرمگی شکست، کاهش آسیب و غیره مورد بررسی قرار گرفته است [8-11]. آلیاژهای حافظه‌دار می‌توانند در اثر افزایش دما تحت یک استحاله‌ی فازی برگشت‌پذیر جامد به جامد به شکل اولیه‌ی خود بازگردند [12]. همچنین این مواد تحت بارگذاری سیکلی مکانیکی، می‌توانند از طریق ایجاد حلقه‌ی برگشت‌پذیر هیستریزس، انرژی مکانیکی را جذب و یا تلف کنند [12]. عامل مهم در تعیین خواص آلیاژ حافظه‌دار کسر حجمی مارتنزیت است، که خود تابعی از تنش و دما است.

خلیلی و همکاران [13]، به مدل‌سازی میکرومکانیک و بررسی تجربی خواص الاستیک کامپوزیت پلیمری تقویت شده با سیم‌های کوتاه حافظه‌دار پرداختند. آن‌ها مدل میکرومکانیک مبتنی بر روش اشلیبی و مدل هالپین-سای برای پیش‌بینی خواص کامپوزیت اپوکسی تقویت شده با سیم‌های کوتاه حافظه‌دار با جهت‌گیری تصادفی را مورد استفاده قرار دادند. رحیمی بافرانی و همکاران [14]، به تحلیل فرکانسی تیر کامپوزیتی آلیاژ حافظه‌دار روی بستر الاستیک پاسترناک با استفاده از چهار نظریه مهندسی تیر پرداختند. تیر کامپوزیتی دارای تکیه‌گاه ساده در دو طرف بوده و الیاف حافظه‌دار با پیش‌کرنش فشاری در لایه‌ی میانی تیر قرار گرفتند. معادله‌های دیفرانسیل حاکم بر تیرهای اولر-برنولی، رایلی، برشی و تیموشنکو با استفاده از اصل همیلتون استخراج شدند. خلیلی و همکاران به تحلیل دینامیکی تیر کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار [15] و همچنین تیر ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر و رویه‌های کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار [16] پرداختند. آن‌ها در تحقیقاتشان از مدل برینسون به منظور مدل‌سازی رفتار آلیاژ حافظه‌دار استفاده کردند. انصاری و همکاران [17]، به بررسی خیز تیر کامپوزیتی موج‌دار به کمک سیم آلیاژ حافظه‌دار پرداختند. مجابی و خیری‌خواه [18]، به مدل‌سازی و کنترل هوشمند ارتعاشات ورق کامپوزیتی یکسرگردار مسلح با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار پرداختند. آن‌ها معادلات حاکم بر ارتعاشات ورق کامپوزیتی چند لایه را که شامل سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار است، با استفاده از تئوری کلاسیک ورق‌ها و اصل همیلتون استخراج و رفتار حرارتی- مکانیکی سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار را با استفاده از فرمول لیانگ مدل‌سازی کردند. طاهری بهروز و کیانی [19]، به شبیه‌سازی رفتار ترمومکانیکی کامپوزیت شیشه اپوکسی شامل آلیاژ حافظه‌دار تحت بارگذاری استاتیکی پرداختند. آن‌ها یک روش تئوری برای محاسبه کرنش فشاری و کششی موجود در کامپوزیت و سیم‌ها، پس از راه‌سازی سیم‌های پیش‌کشیده ارائه دادند. چند محقق دیگر [20,21] نیز با استفاده از روش‌های حل عددی، رفتار ضربه‌ای ورق‌های کامپوزیتی هیبرید با آلیاژ حافظه‌دار را مورد بررسی قرار داده‌اند. آن‌ها به طور

یک تابع جابجایی کلی ( $u_i^{ESL}$ ) در نظر گرفته می‌شود و سپس توسط جابجایی مستقل مربوط به هر یک از لایه‌ها ( $u_i^{LWT}$ )، پاسخ برای لایه‌های مختلف اصلاح شده و پاسخی مناسب‌تر بدست خواهد آمد.

در مدل سازی ورق ساندویچی، با توجه به نازک بودن رویه‌ها و پایین بودن نسبت ضخامت رویه‌ها به هسته، جهت کاهش حجم محاسبات، معمولاً ورق ساندویچی به صورت سه لایه در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله، از مزایای تئوری‌های کلی-محلی استفاده می‌شود. به نحوی که دقت نتایج تحلیل مناسب باشد و حجم محاسبات نیز افزایش نیابد. برای این منظور، تئوری کلی-محلی زیگزاگ زیر برای توصیف مولفه‌های درون صفحه‌ای میدان جابجایی ورق ساندویچی ارائه می‌شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} u^{(k)}(x, y, z, t) = u_G + u_L^{(k)} = \varphi_{11}(x, y, t) + \varphi_{12}(x, y, t)z \\ \quad + X_{11}^{(k)}(x, y, t)(z - z_k)^2 \sinh\left(\frac{z - z_k}{h_k}\right) \\ \quad + X_{12}^{(k)}(x, y, t)(z - z_k)^2 \cosh\left(\frac{z - z_k}{h_k}\right), \\ v^{(k)}(x, y, z, t) = v_G + v_L^{(k)} = \varphi_{21}(x, y, t) + \varphi_{22}(x, y, t)z \\ \quad + X_{21}^{(k)}(x, y, t)(z - z_k)^2 \sinh\left(\frac{z - z_k}{h_k}\right) \\ \quad + X_{22}^{(k)}(x, y, t)(z - z_k)^2 \cosh\left(\frac{z - z_k}{h_k}\right), \end{array} \right. \quad k = 1, 2, 3 \quad (2)$$

که  $u_G$  و  $v_G$  مؤلفه‌های کلی و  $u_L^{(k)}$  و  $v_L^{(k)}$  مؤلفه‌های محلی و اندیس  $k$  بیانگر شماره‌ی لایه ورق ساندویچی سه لایه می‌باشد. با توجه به وجود چهار شرط پیوستگی در محل اتصال لایه‌ها، چهار جزء برای هر مؤلفه‌ی محلی لایه باید استفاده گردد تا تعداد مجهولات نسبت به تعداد لایه‌ها مستقل باشد.

با توجه به ضخامت زیاد هسته و نرم بودن آن، در نظر نگرفتن انعطاف‌پذیری عرضی هسته موجب نتایج غیر واقعی و غیر دقیق خواهد شد. به منظور دستیابی به نتایج دقیق با کمترین خطای ممکن، جابجایی عرضی هسته به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود [29]:

$$w = \begin{cases} w_t; & h_2/2 \leq z \leq h_2/2 + h_3 \\ L_1(z)w_b + L_2(z)w_m + L_3(z)w_t & -h_2/2 \leq z \leq h_2/2 \\ w_b; & -h_2/2 - h_1 \leq z \leq -h_2/2 \end{cases} \quad (3)$$

که در آن  $w_t$  و  $w_m$ ،  $w_b$  به ترتیب جابجایی‌های عرضی لایه‌های پایینی، میانی و بالایی هسته می‌باشند. رویه‌ها نسبت به هسته صلب در نظر گرفته شده‌اند.  $L_1$ ،  $L_2$  و  $L_3$  توابع درون‌یابی لاکرانژ مرتبه دوم می‌باشند [29].

$$\begin{aligned} L_1(z) &= z/h_2(2z/h_2 - 1), \quad L_2(z) = 1 - 4z^2/h_2^2, \\ L_3(z) &= z/h_2(1 + 2z/h_2) \end{aligned} \quad (4)$$

همانطور که از معادله (2) مشاهده می‌شود، ورق ساندویچی شامل سه لایه بوده و جابجایی محلی هر لایه دارای چهار پارامتر مجهول می‌باشد. این دوازده پارامتر، ( $X_{11}^{(k)}, X_{12}^{(k)}, X_{21}^{(k)}, X_{22}^{(k)}; k = 1, 2, 3$ )، مجهول مربوط به جابجایی محلی بایستی بر اساس ارضای چهار شرط پیوستگی تنش‌های برشی عرضی در محل اتصال لایه‌ها و چهار شرط پیوستگی مولفه‌های درون‌صفحه‌ای جابجایی در محل اتصال لایه‌ها و چهار شرط مرزی تنش‌های برشی عرضی در سطوح فوقانی و تحتانی ورق ساندویچی تعیین شوند. بنابراین بایستی شرایط پیوستگی و مرزی زیر برای مسئله حاضر ارضا شوند:

$$at \ z = \pm h/2 : \begin{cases} u_l^{(k)} = u_l^{(k+1)}, & v_l^{(k)} = v_l^{(k+1)}, \\ \tau_{xz}^{(k)} = \tau_{xz}^{(k+1)}, & \tau_{yz}^{(k)} = \tau_{yz}^{(k+1)}, \end{cases} \quad k = 1, 2$$

متفاوت آلیاژهای حافظه‌دار سبب پیچیدگی مطالعه رفتار ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی حاوی سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار می‌شود.

وجود ویژگی‌های مکانیکی متفاوت سبب می‌شود که میدان‌های جابجایی در راستای ضخامت از خود تغییرات شیب بسیار محسوسی در محل تماس لایه‌ها نشان دهند. این اثر به شکل زیگزاگ میدان جابجایی در راستای ضخامت معروف است. تنش‌های درون صفحه‌ای در سطح تماس لایه‌ها ناپیوسته هستند. با این وجود، تنش‌های عرضی جهت حفظ تعادل می‌بایست در سطح تماس لایه‌ها پیوسته باشند. این پدیده به پیوستگی بین لایه‌های تنش‌های عرضی معروف است. در واقع جابجایی‌ها و تنش‌های عرضی به دلیل الزامات سازگاری و تعادل، تابعی با پیوستگی  $C^0$  در راستای ضخامت  $Z$  می‌باشند. الزامات  $C_2^0$  از جمله موارد بسیار مهمی است که می‌بایست در هر تئوری مرتبط با صفحات مرکب برآورده گردند.

گرچه تا کنون مدل‌ها و تئوری‌های زیادی برای تحلیل سازه‌های چندلایه و ساندویچی ارائه گشته است، با این حال مرور کارهای انجام شده توسط محققان نشان می‌دهد که کاستی‌هایی در این راستا مطرح است.

در تئوری‌های تک‌لایه معادل، جابجایی‌ها به صورت تابعی از راستای ضخامت در نظر گرفته می‌شوند که سبب می‌شود کرنش‌های عرضی به صورت پیوسته بدست آیند. ولی تنش‌های عرضی در مرز مشترک بین لایه‌ها (تنش‌های بین‌لایه‌ای) ناپیوسته می‌باشد. در این تئوری‌ها، از پیوستگی تنش‌های بین صفحه‌ای صرف‌نظر می‌شود و همچنین اثرات زیگزاگ در سطوح تماس بین لایه‌ها نیز، در نظر گرفته نمی‌شود. برای چندلایه‌های نازک خطای مربوط به ناپیوسته شدن تنش‌های بین لایه‌ای قابل صرف‌نظر کردن است. در حالی که برای چندلایه‌های ضخیم، بخصوص برای پنل‌های ساندویچی، استفاده از این تئوری‌ها دارای خطای قابل ملاحظه‌ای خواهد بود. ارائه و توسعه تئوری‌های تک لایه معادل مرتبه بالا تا حدودی خطای ناشی از بالا بودن ضخامت در سازه‌های همگن را کاهش داده است. اما به طور کلی، تئوری‌های تک لایه معادل (با هر مرتبه‌ای) به دلیل ناهمسانگردی عرضی ناشی از تفاوت سفتی لایه‌های ورق ساندویچی کامپوزیتی حاوی سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار، برای تحلیل این سازه‌ها مناسب نمی‌باشند.

در تئوری‌های لایه‌ای اگرچه مشکلات ناشی از ناهمسانگردی عرضی مرتفع می‌شود، اما به دلیل وابستگی مجهولات مساله به تعداد لایه‌ها، حجم محاسبات افزایش می‌یابد.

تلاش برای اصلاح نارسایی‌های تئوری‌های تک لایه معادل (اثرات زیگزاگ، پیوستگی جابجایی و تنش‌های بین لایه‌ای) و تئوری‌های لایه‌ای (وابستگی مجهولات به تعداد لایه‌ها)، سبب ارائه تئوری‌های کلی-محلی شده است. ایده اساسی در تئوری‌های کلی-محلی بدین گونه است که ابتدا یک میدان جابجایی یکسان برای همه‌ی لایه‌های ورق چند لایه و ساندویچی در نظر گرفته شده (مشابه مدل تک لایه معادل)، سپس برای لحاظ کردن رفتار متفاوت هر یک از لایه‌ها به علت خواص متفاوتشان (اثر زیگزاگ)، توابع جابجایی مستقلی نیز برای هر یک از لایه‌ها در نظر گرفته می‌شود (مشابه تئوری لایه‌ای). در نهایت با اعمال شرط‌های پیوستگی بین لایه‌ها، تعداد مجهولات کاهش می‌یابد. معادله جابجایی در این تئوری‌ها به صورت کلی زیر می‌باشد.

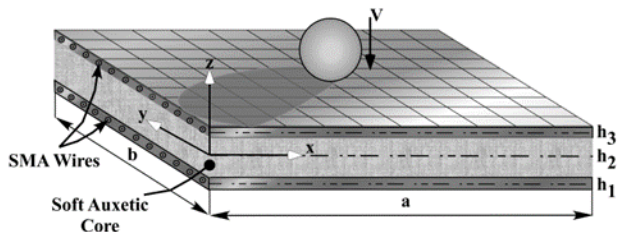
$$u_i = u_i^{ESL} + u_i^{LWT} \quad (1)$$

که در آن  $u_i^{ESL}$  مؤلفه جابجایی کلی سازه می‌باشد که برای تمام لایه‌ها بصورت یکسان در نظر گرفته می‌شود.  $u_i^{LWT}$  مؤلفه جابجایی مربوط به هر یک از لایه‌های سازه می‌باشد که باید شرایط پیوستگی را برقرار سازد. در واقع، ابتدا

**3-2- رابطه تنش- کرنش در لایه‌های ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار**

در این بخش، معادله تنش-کرنش حاکم بر رویه‌های کامپوزیتی ورق ساندویچی که توسط آلیاژ حافظه‌دار تقویت شده‌اند به دست می‌آید. بدیهی است که معادلات به دست آمده برای هسته ورق ساندویچی نیز معتبر بوده و تنها کافیست که در روابط بدست آمده، کسر حجمی آلیاژ حافظه‌دار را صفر و ویژگی‌های ماده در جهات مختلف را یکسان قرار داد.

ابعاد ورق ساندویچی مورد بررسی و مشخصات ضربه‌زننده در شکل 1 نشان داده شده‌اند. طول و عرض و ضخامت کل ورق ساندویچی به ترتیب توسط  $a$ ،  $b$  و  $h = h_1 + h_2 + h_3$  نشان داده می‌شود.  $h_1$ ،  $h_2$  و  $h_3$  به ترتیب ضخامت رویه پایینی، هسته و رویه بالایی ورق ساندویچی می‌باشد. سرعت اولیه و شعاع ضربه‌زننده به ترتیب برابر با  $V$  و  $R$  است. مبدا مختصات عرضی در لایه میانی هسته (و نه لزوم لایه میانی ورق ساندویچی) می‌باشد و جهت مثبت آن به سمت بالا فرض می‌گردد.



**Fig. 1** The geometric parameters of the composite sandwich plate with embedded SMA wires and soft core and the indenter

شکل 1 پارامترهای هندسی ورق ساندویچی کامپوزیتی حاوی سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار و هسته انعطاف‌پذیر و ضربه‌زننده

رابطه تنش-کرنش لایه  $k$ -ام کامپوزیتی ارتوتروپیک ورق ساندویچی در مختصات اصلی مواد به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}^{(k)}$$

$$\Rightarrow \bar{\sigma}^{(k)} = \bar{C}^{(k)} \bar{\varepsilon}^{(k)} \quad (11)$$

مولفه‌های ماتریس سفتی از طریق روابط زیر بر حسب خواص موثر لایه کامپوزیتی در جهات طولی و عرضی بدست می‌آیند [31]:

$$C_{11}^{(k)} = \frac{1 - \nu_{23}^{(k)} \nu_{32}^{(k)}}{E_2^{(k)} E_3^{(k)} \Delta^{(k)}}, C_{22}^{(k)} = \frac{1 - \nu_{13}^{(k)} \nu_{31}^{(k)}}{E_1^{(k)} E_3^{(k)} \Delta^{(k)}}, C_{44}^{(k)} = G_{23}^{(k)},$$

$$C_{13}^{(k)} = \frac{\nu_{31}^{(k)} + \nu_{21}^{(k)} \nu_{32}^{(k)}}{E_2^{(k)} E_3^{(k)} \Delta^{(k)}} = \frac{\nu_{13}^{(k)} + \nu_{12}^{(k)} \nu_{23}^{(k)}}{E_1^{(k)} E_2^{(k)} \Delta^{(k)}}, C_{55}^{(k)} = G_{31}^{(k)},$$

$$C_{12}^{(k)} = \frac{\nu_{21}^{(k)} + \nu_{31}^{(k)} \nu_{23}^{(k)}}{E_2^{(k)} E_3^{(k)} \Delta^{(k)}} = \frac{\nu_{12}^{(k)} + \nu_{32}^{(k)} \nu_{13}^{(k)}}{E_1^{(k)} E_3^{(k)} \Delta^{(k)}}, C_{66}^{(k)} = G_{12}^{(k)},$$

$$C_{23}^{(k)} = \frac{\nu_{32}^{(k)} + \nu_{12}^{(k)} \nu_{31}^{(k)}}{E_1^{(k)} E_3^{(k)} \Delta^{(k)}} = \frac{\nu_{23}^{(k)} + \nu_{21}^{(k)} \nu_{13}^{(k)}}{E_1^{(k)} E_2^{(k)} \Delta^{(k)}},$$

$$C_{33}^{(k)} = \frac{1 - \nu_{12}^{(k)} \nu_{21}^{(k)}}{E_1^{(k)} E_2^{(k)} \Delta^{(k)}}, \frac{\nu_{ij}^{(k)}}{E_i^{(k)}} = \frac{\nu_{ji}^{(k)}}{E_j^{(k)}}$$

$$\Delta^{(k)} = \frac{1 - \nu_{12}^{(k)} \nu_{21}^{(k)} - \nu_{23}^{(k)} \nu_{32}^{(k)} - \nu_{13}^{(k)} \nu_{31}^{(k)} - 2\nu_{21}^{(k)} \nu_{32}^{(k)} \nu_{13}^{(k)}}{E_1^{(k)} E_2^{(k)} E_3^{(k)}} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xz}|_{z=h_2/2+h_3} &= 0, \tau_{yz}|_{z=h_2/2+h_3} = 0, \\ \tau_{xz}|_{z=-h_2/2-h_1} &= 0, \tau_{yz}|_{z=-h_2/2-h_1} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

شایان ذکر است که هفت پارامتر مجهول مربوط به جابجایی کلی  $(\varphi_{11}, \varphi_{12}, \varphi_{21}, \varphi_{22}, W_b, W_m, W_t)$  بایستی بر اساس معادلات حاکم تعیین شوند.

**2-2- مدل‌سازی رفتار آلیاژ حافظه‌دار**

در این پژوهش جهت مدل‌سازی رفتار آلیاژ حافظه‌دار از مدل تک‌بعدی برینسون [30] استفاده شده است. معادله بنیادین آلیاژ حافظه‌دار که توسط برینسون ارائه شده است، به صورت زیر می‌باشد:

$$\sigma - \sigma_0 = E(\xi)(\varepsilon - \varepsilon_0) + \Omega(\xi)\xi_s - \Omega(\xi_0)\xi_{s0} \quad (6)$$

که در آن  $\xi_s$  کسر حجمی مارتنزیت غیردوقلویی (مارتنزیت ناشی از تنش) می‌باشد.  $\Omega$  ضریب استحاله فازی بوده و در اثر تنش‌های پسماند ایجاد شده به واسطه اثر حافظه‌داری به دست می‌آید. زیر نویس صفر، نشان‌دهنده کرنش و کسر حجمی مارتنزیت اولیه بوده و مدول الاستیسیته طبق قانون مخلوط‌ها به صورت زیر با کسر حجمی آلیاژ حافظه‌دار ارتباط دارد:

$$E(\xi) = E_A + \xi(E_M - E_A), \quad \Omega(\xi) = -\varepsilon_L E(\xi) \quad (7)$$

$E_M$  و  $E_A$  به ترتیب مدول یانگ آلیاژ حافظه‌دار در فازهای آستنیت و مارتنزیت بوده و عموماً توسط آزمایش تنش-کرنش در محدوده الاستیک به دست می‌آید. همچنین  $\varepsilon_L$  حداکثر کرنش قابل بازیابی آلیاژ حافظه‌دار می‌باشد. در قانون جنبشی مورد استفاده در این مدل‌ها، کسر حجمی مارتنزیت به صورت تابعی از تنش و دما بیان می‌شود. برینسون معادلات جنبشی خود را برای فرایندهای تبدیل مارتنزیت غیردوقلویی به آستنیت و بالعکس در دماهای ثابت مختلف ارائه داد، که در معادلات (8) تا (10) آورده شده است:

- برای استحاله آستنیت به مارتنزیت غیردوقلویی:

برای  $\sigma_s^{cr} + C_M(T - M_s) < \sigma < \sigma_f^{cr} + C_M(T - M_s)$  و  $T > M_s$

$$\xi = \frac{1 - \xi_0}{2} \times \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} [\sigma - \sigma_f^{cr} - C_M(T - M_s)] \right\} + \frac{1 + \xi_0}{2} \quad (8)$$

برای  $\sigma_s^{cr} < \sigma < \sigma_f^{cr}$  و  $T < M_s$

$$\xi = \frac{1 - \xi_0}{2} \times \cos \left[ \frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} (\sigma - \sigma_f^{cr}) \right] + \frac{1 + \xi_0}{2} \quad (9)$$

- برای استحاله مارتنزیت غیردوقلویی به آستنیت:

برای  $C_A(T - A_f) < \sigma < C_A(T - A_s)$  و  $T > A_s$

$$\xi = \xi_{s0} - \frac{\xi_{s0}}{\xi_0} \left( \xi_0 - \frac{\xi_0}{2} \times \left\{ \cos \left[ \frac{\pi}{A_f - A_s} \left( T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \right) \quad (10)$$

که در آن  $T$ ، دما،  $A_s$  و  $M_s$  دماهای آغاز و  $A_f$  دمای پایان استحاله آستنیتی و مارتنزیتی بوده و ثوابت  $C_M$  و  $C_A$  از ویژگی‌های ماده آلیاژ حافظه‌دار می‌باشند که رابطه بین دماهای تبدیل و تنش‌های بحرانی را نشان می‌دهند و همان شیب‌های منحنی‌های تنش-دما متناظر می‌باشند.  $\sigma_s^{cr}$  و  $\sigma_f^{cr}$  به ترتیب تنش بحرانی برای شروع و پایان تغییر فاز از آستنیت به مارتنزیت غیردوقلویی است.

در نظر گرفته شود. پدیده‌ی ضربه برای اکثر سازه‌های کامپوزیتی چندلایه، بصورت پدیده‌ای که مستقل از نرخ تغییرات است، شناخته می‌شود؛ و در نتیجه اکثر محققان، قوانین تماس بدست آمده از روش استاتیکی را مورد استفاده قرار می‌دهند. اکثر مدل‌های ضربه بر مبنای قانون تماس هرتز هستند. قانون تماس هرتز از تحلیل الاستیسیته‌ی استاتیکی تماس بین ضربه‌زن کروی و نیم‌فضای الاستیک، که در آن تغییر شکل‌های دائمی ناشی از آسیب در نظر گرفته نمی‌شوند، بدست می‌آید. برای مراحل ابتدایی فرایند بارگذاری، قانون تماس هرتز برای بیشتر موارد دقیق است. در این تحقیق از قانون تماس هرتز به منظور یافتن ارتباط میان نیروی تماس و میزان فروروی ضربه‌زننده استفاده شده است. طبق این قانون، ناحیه تماس بدون اصطکاک فرض می‌شود. قانون هرتز، نیروی تماس بین دو جسم را به فرم رابطه (18) در اختیار قرار می‌دهد [32]:

$$F_c = K_c \beta^{\frac{3}{2}} \quad (18)$$

که در آن،  $\beta$  میزان فروروی و  $K_c$  سختی ناحیه تماس می‌باشد [32]:

$$K_c = \frac{4}{3} \sqrt{RE_T^*} \quad (19)$$

$E_T^*$  مدول الاستیسیته موثر سطح تماس است. بنابراین، از ترکیب روابط (18) و (19) خواهیم داشت [32]:

$$\beta = \left[ \frac{3F_c}{4\sqrt{RE_T^*}} \right]^{2/3} \quad (20)$$

محققین نشان داده‌اند که چنانچه مدول ماده همسانگرد در رابطه هرتز با ترکیبی از ویژگی‌های مکانیکی ماده همسانگرد عرضی (مانند ورق‌های کامپوزیتی) جایگزین گردد، میزان نفوذ را می‌توان از رابطه هرتز مشابه با رابطه تماس مواد همسانگرد محاسبه نمود. رابطه مرتب شده ترنر [33] که توسط سوانسون [34] ارائه شده، مدول الاستیسیته موثر سطح تماس ماده کامپوزیتی را به گونه زیر تعریف می‌نماید:

$$E_T^* = \frac{2}{\lambda_1 \lambda_3} \quad (21)$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{E_x/E_y - v_{xz}^2}{1 - v_{xy}^2}}, \quad \lambda_2 = \frac{(E_x/2G_{xz}) - v_{xz}(1 + v_{xy})}{1 - v_{xy}^2},$$

$$\lambda_3 = \frac{1 - v_{xy}}{G_{xy}} \sqrt{\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}} \quad (22)$$

در رابطه (21)، تنها اثر لایه تحت ضربه در نظر گرفته شده است. میزان نرمی یا سفتی لایه‌های زیرین، سختی ناحیه تماس ورق را به شدت تحت تاثیر قرار می‌دهد. این قانون را می‌توان با محاسبه  $E_T^*$  بر اساس میانگین مدول الاستیسیته (در کل ضخامت) که در معادله (17) ارائه شده است، اصلاح نمود. برای این منظور، می‌توان از مدول میانگین وزنی زیر (با توجه به اینکه سفتی هر لایه به نسبت  $E/h$  آن لایه وابسته بوده و سفتی لایه‌ها سری هستند)، استفاده نمود:

$$(E_T^*)_{eq} = h \left/ \sum_{k=1}^n (h_k/E_k) \right. \quad (23)$$

$h_k$  ضخامت لایه  $k$ -ام است. نشان داده شده است که حتی در بارهای تماسی کم، تغییر شکل دائمی در نواحی اطراف ضربه ظاهر می‌شود؛ و در نتیجه فاز باربرداری بطور قابل ملاحظه‌ای متفاوت از فاز بارگذاری خواهد بود. در این

که در آن  $E$ ،  $v$  و  $G$  به ترتیب مدول یانگ، نسبت پواسون و مدول برشی بوده و 1، 2 و 3 به ترتیب نشان دهنده جهت الیاف، جهت عرضی درون صفحه‌ای و جهت عرضی خارج از صفحه می‌باشند. در مختصات هندسی ورق که زاویه الیاف با محور  $x$ ،  $\theta$  می‌باشد، می‌توان با به کارگیری ماتریس‌های انتقال دورانی معادله (11) را به شکل زیر بیان کرد:

$$\sigma^{(k)} = \hat{C}^{(k)} \varepsilon^{(k)} \quad (13)$$

که در آن:

$$\sigma^T = \langle \sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{yz} \quad \tau_{zk} \quad \tau_{xy} \rangle,$$

$$\varepsilon^T = \langle \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zk} \quad \gamma_{xy} \rangle \quad (14)$$

با در نظر گرفتن رابطه تنش- کرنش برای تک لایه کامپوزیتی و با توجه به رابطه بنیادین ارائه شده در مدل تک بعدی برینسون برای آلیاژ حافظه‌دار و جمله‌ی حاوی ضریب استحاله فازی در آن، رابطه (6)، که بیانگر اعمال نیروی بازبایی درون صفحه‌ای به کل سازه می‌باشد و نیز توجه به ثابت بودن دما، رابطه‌ی تنش-کرنش در مختصات مادی برای تک لایه ورق کامپوزیتی تقویت شده با آلیاژ حافظه‌دار به صورت زیر در می‌آید:

$$\bar{\sigma}^{(k)} = \hat{C}^{(k)} \bar{\varepsilon}^{(k)} - \begin{Bmatrix} V_s E_s \xi \varepsilon_L^{(k)} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

که در آن  $V_s$  و  $E_s$  به ترتیب کسر حجمی و مدول الاستیسیته آلیاژ حافظه‌دار هستند. در مختصات هندسی ورق که زاویه الیاف با محور  $x$ ،  $\theta$  می‌باشد، می‌توان با به کارگیری ماتریس‌های انتقال دورانی معادله (15) را به شکل زیر بیان کرد:

$$\sigma^{(k)} = \hat{C}^{(k)} \varepsilon^{(k)} - \begin{Bmatrix} V_s E_s \xi \varepsilon_L \cos^2 \theta \\ V_s E_s \xi \varepsilon_L \sin^2 \theta \\ k_s E_s \xi \varepsilon_L \sin \theta \cos \theta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}^{(k)}$$

$$= \hat{C}^{(k)} \varepsilon^{(k)} - \sigma_s^{(k)} \quad (16)$$

از آنجا که الیاف آلیاژ حافظه‌دار هم‌راستا با الیاف کامپوزیتی در نظر گرفته می‌شوند، لذا جهت محورهای اصلی مواد تغییری نمی‌کند. برای به دست آوردن خواص موثر لایه کامپوزیتی دارای الیاف آلیاژ حافظه‌دار، از روابط ارائه شده توسط بیرمن [20] استفاده می‌شود که در روابط (17) آورده شده است.

$$E_l(\xi) = (1 - V_s)(E_l)_c + V_s E_s(\xi)$$

$$E_t(\xi) = (E_t)_c / \{1 - \sqrt{V_s} [1 - (E_t)_c / E_s(\xi)]\}$$

$$G_{lt}(\xi) = (G_{lt})_c G_s(\xi) / [(1 - V_s)G_s(\xi) + V_s(G_{lt})_c]$$

$$v_{lt} = (1 - V_s)(v_{lt})_c + V_s v_s$$

$$\rho = V_c \rho_c + V_s \rho_s \quad (17)$$

که در آن زیرنویس‌های  $s$ ،  $c$ ،  $l$  و  $t$  به ترتیب بیانگر آلیاژ حافظه‌دار، کامپوزیت و جهات موازی و عمود بر الیاف آلیاژ حافظه‌دار هستند.

#### 4-2- قانون تماس اصلاح‌شده

تغییر شکل محلی در ناحیه‌ی تماس، با تئوری‌های تیر، ورق و پوسته مدل نمی‌شود؛ چراکه این در این تئوری‌ها معمولاً فرض می‌شود که سازه در راستای جانبی تراکم‌ناپذیر است. با این وجود، در بسیاری از موارد، نفوذ محلی اثر قابل ملاحظه‌ای روی تاریخچه‌ی نیروی تماس دارد و در نتیجه می‌بایست در تحلیل

همانطور که مشاهده می‌شود، از آنجایی که مولفه‌های تنش وابسته به مشتقات نسبی پارامترهای جابجایی  $\Gamma^{(k)}$  هستند، اعمال شرط‌های پیوستگی و شرایط مرزی (5) به صورت مستقیم امکان‌پذیر نمی‌باشد. برای امکان‌پذیر شدن این امر، ورق مستطیلی ساندویچی مطابق شکل 1، توسط المان‌های مستطیلی مرتبه دو گسسته‌سازی می‌شود. با توجه به اینکه تغییرات مولفه‌های جابجایی در جهت ضخامت دانسته پنداشته می‌شود، تنها به شبکه‌بندی درون صفحه‌ای بسنده می‌شود. بنابراین پارامترهای جابجایی را می‌توان به فرم المان محدود به صورت زیر نشان داد:

$$\Gamma^{(k)} = \mathcal{N}(x, y)\theta^{(k)}(t) \quad (29)$$

که در آن  $\mathcal{N}$  ماتریس توابع شکلی و  $\theta$  بردار مقادیر گرهی است. بنابراین:

$$D\Psi^{(k)}\Gamma^{(k)} = D\Psi^{(k)}\mathcal{N}(x, y)\theta^{(k)}(t) = \mathfrak{A}(x, y, z)\theta^{(k)}(t) \quad (30)$$

با اعمال شرط‌های پیوستگی و شرایط مرزی (5)، پارامترهای محلی بر حسب پارامترهای کلی تعیین می‌شوند به طوری که در نهایت پارامترهای جابجایی کلی، تنها پارامترهای جابجایی مجهول مستقل خواهند بود:

$$\lambda^{(k)}(x, y, z, t) = \tilde{\Psi}^{(k)}(z)\varphi(x, y, t) = \tilde{\Psi}^{(k)}(z)\mathcal{N}^*(x, y)\Phi(t) \quad (31)$$

که در آن  $\mathcal{N}^*$  ماتریس کلی توابع شکلی است و:

$$\mathcal{N}^* = \begin{bmatrix} \mathcal{N} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{N} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{N} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{N} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{N} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{N} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{N} \end{bmatrix}, \quad \varphi^T = \langle \varphi_{11} \quad \varphi_{12} \quad \varphi_{21} \quad \varphi_{22} \quad w_b \quad w_m \quad w_t \rangle \quad (32)$$

$\Phi$  بردار مقادیر گرهی مولفه‌های بردار  $\varphi$  است. معادلات حاکم بر مساله با استفاده از اصل همیلتون (شکل دینامیکی قانون جابجایی مجازی) [38] استخراج می‌شود:

$$\int_0^T (\delta U - \delta W) dt = 0 \quad (33)$$

که در آن انرژی کرنشی ( $\delta U$ ) و کار نیروهای خارجی ( $\delta W$ ) از روابط زیر مشخص می‌شوند:

$$\delta U = \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (\delta \varepsilon^{(k)})^T \sigma^{(k)} dz dA = \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (\delta \Phi)^T (D\tilde{\Psi}^{(k)}\mathcal{N}^*)^T (\hat{C}^{(k)}D\tilde{\Psi}^{(k)}\mathcal{N}^*\Phi - \sigma_s^{(k)}) dz dA \quad (34)$$

$$\delta W = - \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} \rho^{(k)} (\delta \lambda^{(k)})^T \ddot{\lambda}^{(k)} dz dA + \int_{\tilde{\Sigma}_\sigma} \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (\delta \lambda^{(k)})^T n^T T dz ds + F_c \delta w_0^i = - \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} \rho^{(k)} (\delta \Phi)^T (\tilde{\Psi}^{(k)}\mathcal{N}^*)^T (\tilde{\Psi}^{(k)}\mathcal{N}^*) \ddot{\Phi} dz dA$$

مقاله برای مرحله باربرداری، قانون تماس هر تیز بهبود یافته توسط یانگ و سان [35] ارائه شده و بر اساس آن نیروی تماس توسط رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$F_c = F_{max} \left[ \frac{\beta - \beta_0}{\beta_{max} - \beta_0} \right]^{\frac{5}{2}} \quad (24)$$

که در آن  $F_{max}$  نیروی تماس بیشینه،  $\beta_{max}$  نفوذ بیشینه ناشی از نیروی تماس بیشینه و  $\beta_0$  میزان نفوذ دائمی در صورت وجود می‌باشد.

## 5-2- استخراج روابط حاکم بر مساله

بر اساس معادله (2)، ماتریس میدان جابجایی کلی-محلی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد [36,37]:

$$\lambda^{(k)}(x, y, z, t) = \Psi^{(k)}(z)\Gamma^{(k)}(x, y, t) \quad (25)$$

$$\begin{aligned} (\lambda^{(k)})^T &= \langle u^{(k)} \quad v^{(k)} \quad w \rangle, \\ (\Gamma^{(k)})^T &= \langle \varphi_{11} \quad \varphi_{12} \quad \varphi_{21} \quad \varphi_{22} \quad X_{11}^{(k)} \quad X_{12}^{(k)} \quad X_{21}^{(k)} \quad X_{22}^{(k)} \quad w_b \quad w_m \quad w_t \rangle, \\ (\Psi^{(k)})^T &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ z & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & z & 0 \\ (z-z_k)^2 \sinh\left(\frac{z-z_k}{h_k}\right) & 0 & 0 \\ (z-z_k)^2 \cosh\left(\frac{z-z_k}{h_k}\right) & 0 & 0 \\ 0 & (z-z_k)^2 \sinh\left(\frac{z-z_k}{h_k}\right) & 0 \\ 0 & (z-z_k)^2 \cosh\left(\frac{z-z_k}{h_k}\right) & 0 \\ 0 & 0 & L_1^{(k)} \\ 0 & 0 & L_2^{(k)} \\ 0 & 0 & L_3^{(k)} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

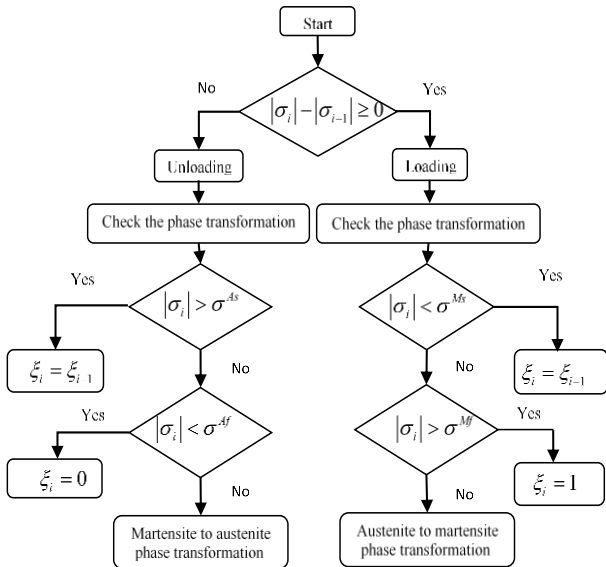
$$L_i^{(k)} = \begin{cases} \delta_{ik} & k = 1, 3 \\ L_1(z) = z/h_2(2z/h_2 - 1), \\ L_2(z) = 1 - 4z^2/h_2^2, \\ L_3(z) = z/h_2(1 + 2z/h_2), & k = 2 \end{cases} \quad (26)$$

در نتیجه، کرنش در هر لایه طبق رابطه زیر تعیین خواهد شد:

$$\varepsilon^{(k)} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{Bmatrix} u_{,x} \\ v_{,y} \\ w_{,z} \\ w_{,y} + v_{,z} \\ w_{,x} + u_{,z} \\ u_{,y} + v_{,x} \end{Bmatrix}^{(k)} = D\Psi^{(k)}\Gamma^{(k)}, \quad (D)^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

بنابراین بر اساس معادله (16) خواهیم داشت:

$$\sigma^{(k)} = \hat{C}^{(k)}\varepsilon^{(k)} - \sigma_s^{(k)} = \hat{C}^{(k)}D\Psi^{(k)}\Gamma^{(k)} - \sigma_s^{(k)} \quad (28)$$



**Fig. 2** The algorithm for tracing the phase transformation events during loading and unloading at each individual point of the SMA wires to adequately modify Brinson's model

شکل 2 الگوریتم ردیابی رویدادهای انتقال فاز در هنگام بارگذاری و باربرداری در هر نقطه از سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار به منظور اصلاح مدل برینسون

به دلیل معادله ساختاری غیرخطی سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار، ماتریس سفتی ورق ساندویچی کامپوزیتی هیبریدی تقویت شده با آلیاژ حافظه‌دار غیرخطی و وابسته به پارامترهای جابجایی گرهی است. بنابراین ماتریس سفتی بایستی در هر گام زمانی چندین بار به روز شود. برای این منظور، ماتریس سفتی در هر گام در ابتدا باید بر اساس پارامترهای جابجایی (و به همین ترتیب، کسر حجمی مارتزیت و تنش‌های انتهای گام زمانی قبلی، ساخته شود. پس از حل دستگاه معادلات، ماتریس سفتی بایستی بر اساس میدان جابجایی منته به روز شود. برای این منظور، بررسی اینکه آیا بارگذاری، باربرداری محلی یا بارگذاری معکوس در هر یک از نقاط سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار اتفاق می‌افتد، مهم است. چرا که قوانین ساختاری برای هر کدام از این حالات متفاوت هستند. از آنجایی که مدل برینسون اساساً برای حالت بارگذاری ارائه شده است، در اینجا این مدل از طریق ارائه الگوریتم نشان داده شده در روندنمای شکل 2، اصلاح گردیده است. در شکل 2،  $i$  شماره گام‌های انتگرال‌گیری زمانی است. در بارگذاری معکوس، بایستی علامت عبارات دوم و سوم سمت راست معادله (6) تغییر یابند. بنابراین، باید در هر نقطه از سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار تغییرات لحظه‌ای و محلی کسر حجمی مارتزیت بررسی شوند.

### 3- صحه‌گذاری نتایج کنونی

نتایج کنونی، بر پایه حل معادلات اجزاء محدود غیرخطی ارائه شده به کمک برنامه نوشته شده توسط محققین در نرم‌افزار متلب، استخراج شده‌اند. جهت صحه‌گذاری نتایج برنامه‌ی نوشته شده، نتایج تجربی ضربه کم‌سرعت یک ورق مستطیلی ساندویچی کامپوزیتی [39]، با نتایج تحلیل حاضر مقایسه می‌گردد. خواص و مشخصات ورق ساندویچی و ضربه‌زننده در جدول 1 بیان گشته است. مقایسه نتایج تحلیل حاضر برای تاریخچه نیروی تماسی با نتایج تجربی مراجع دیگر [39] صحت نتایج حاصل را تأیید می‌کند (شکل 3).

$$+ \int_{\mathfrak{S}_\sigma} \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (\delta\Phi)^T (\hat{\Psi}^{(k)} \mathcal{N}^*)^T n^T \mathcal{T} dz ds + F_c (\delta\Phi)^T ((0 \ 0 \ 1) \hat{\Psi}^{(k)} \mathcal{N}^*)^T \quad (35)$$

که در آن  $A$  و  $\mathfrak{S}_\sigma$  به ترتیب ناحیه صفحه مرجع و لبه ورق را نشان می‌دهند و  $n$  و  $\mathcal{T}$  به ترتیب معرف بردار نرمال یکه بیرونی و بردار ترکشن می‌باشند.  $F_c$  و  $w_0^i$  نیز به ترتیب نیروی تماس و جابجایی ضربه‌زننده هستند. از آنجایی که معادله (33) بایستی برای هر بازه زمانی دلخواه و  $(\delta\Phi)^T$  معتبر باشد، لذا بر اساس معادلات (33) تا (35) می‌توان نتیجه گرفت:

$$\int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} \left[ \rho^{(k)} (\hat{\Psi}^{(k)} \mathcal{N}^*)^T (\hat{\Psi}^{(k)} \mathcal{N}^*) \ddot{\Phi} + (D\hat{\Psi}^{(k)} \mathcal{N}^*)^T \hat{C}^{(k)} D\hat{\Psi}^{(k)} \mathcal{N}^* \Phi \right] dz dA = \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (D\hat{\Psi}^{(k)} \mathcal{N}^*)^T \sigma_s^{(k)} dz dA + \int_{\mathfrak{S}_\sigma} \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (\hat{\Psi}^{(k)} \mathcal{N}^*)^T n^T \mathcal{T}_n dz ds + F_c ((0 \ 0 \ 1) \hat{\Psi}^{(k)} \mathcal{N}^*)^T \quad (36)$$

یا در شکل فشرده:

$$\mathcal{M} \ddot{\Phi} + \mathcal{K} \Phi = \mathcal{F} \quad (37)$$

که در آن:

$$\mathcal{M} = \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} \rho^{(k)} (\hat{\Psi}^{(k)} \mathcal{N}^*)^T (\hat{\Psi}^{(k)} \mathcal{N}^*) dz dA$$

$$\mathcal{K} = \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (D\hat{\Psi}^{(k)} \mathcal{N}^*)^T \hat{C}^{(k)} D\hat{\Psi}^{(k)} \mathcal{N}^* dz dA,$$

$$\mathcal{F} = \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (D\hat{\Psi}^{(k)} \mathcal{N}^*)^T \sigma_s^{(k)} dz dA + \int_{\mathfrak{S}_\sigma} \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (\hat{\Psi}^{(k)} \mathcal{N}^*)^T n^T \mathcal{T}_n dz ds + F_c ((0 \ 0 \ 1) \hat{\Psi}^{(k)} \mathcal{N}^*)^T \quad (38)$$

معادلات (37) بایستی با معادلات حاکم بر حرکت ضربه‌زننده ادغام شوند:

$$m_i \dot{w}_0^i = -F_c \rightarrow m_i \dot{w}_0^i + k_c (w_0^i - w_c)^{3/2} = 0 \quad (39)$$

که در آن  $m_i$  و  $w_c$  به ترتیب جرم ضربه‌زننده و تغییرشکل جانبی (خیز) نقطه تحت ضربه (نقطه مرکزی) ورق ساندویچی هستند.

همانطور که بیان گشت، سیستم معادلات المان محدود ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار هم شامل معادلات (37) است و هم شامل معادلات (39). پاسخ‌های ورق تحت ضربه با استفاده از روش انتگرال‌گیری زمانی عددی نیومارک مشخص می‌شوند. چون سیستم معادلات حاصله غیرخطی است، بایستی در هر گام زمانی با استفاده از شرایط اولیه زیر یک حل تکرارشونده به کار گرفته شود:

$$[\Phi, \dot{\Phi}]|_{t=0} = 0 \quad (40)$$

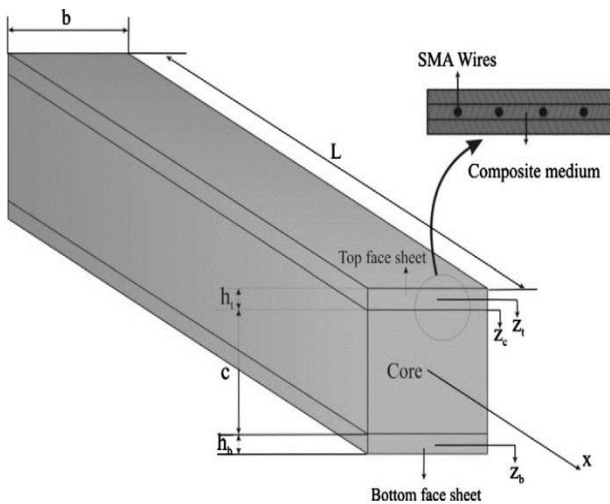


Fig. 4 The geometric parameters of the composite sandwich beam with embedded SMA wires and soft core [16]

شکل 4 پارامترهای هندسی تیر ساندویچی کامپوزیتی حاوی سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار و هسته انعطاف‌پذیر [16]

جدول 2 خواص و مشخصات تیر ساندویچی [16]

ویژگی	مقادیر یا مشخصه مرتبط
خواص روبه‌های کامپوزیتی	$E_1 = 144.8GPa, E_2 = E_3 = 9.65GPa,$ $\nu_{12} = 0.3, G_{12} = G_{13} = 4.14GPa,$ $G_{23} = 3.45GPa, \rho = 1389.23 \text{ kg/mm}^3$
خواص هسته	$E_c = 85MPa, G_c = 32.69MPa,$ $\rho_c = 100 \text{ kg/m}^3$
ابعاد تیر	$l = 1 \text{ m}, c = 0.1 \text{ m}, h_t = h_b = 0.03 \text{ m},$ $b = 0.1 \text{ m}$
شرایط تکیه‌گاهی	ساده

جدول 3 خواص سیم‌های نایتینول [16]

Table 3 Material properties of Nitinol wires [16]		
$E_A = 67GPa$	$T = 50 \text{ }^\circ C$	$C_M = 8 \text{ MPa/}^\circ C$
$E_M = 26.3GPa$	$M_f = 9 \text{ }^\circ C$	$C_A = 13.8 \text{ MPa/}^\circ C$
$\sigma_s^{cr} = 100MPa$	$M_s = 18.4 \text{ }^\circ C$	
$\sigma_f^{cr} = 170MPa$	$A_s = 34.5 \text{ }^\circ C$	
$\epsilon_l = 0.067$	$A_f = 49 \text{ }^\circ C$	

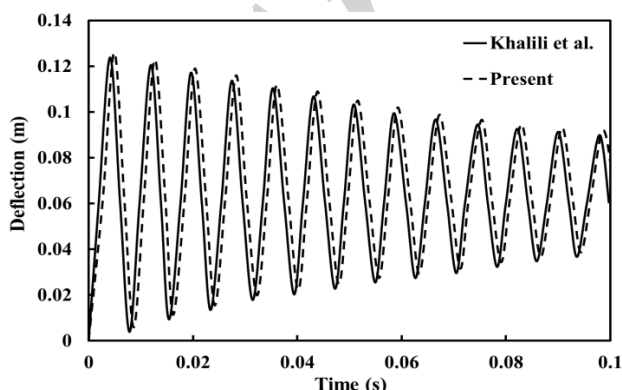


Fig. 5 Comparison between the results of the current analysis and the numerical results of Khalili et al. [16] for time variations of the deflection at the center of the top face sheet of sandwich beam

شکل 5 مقایسه نتایج تحلیل حاضر با نتایج عددی خلیلی و همکاران [16] برای تغییرات زمانی خیز مرکز رویه بالایی تیر ساندویچی

جدول 1 خواص و مشخصات ورق ساندویچی و ضربه‌زننده [39]

Table 1 Properties and specifications of the sandwich plate and the indenter [39]

ویژگی	مقادیر یا مشخصه مرتبط
خواص روبه‌های کامپوزیتی	$E_1 = 77GPa, E_2 = 75GPa, \nu_{12} = 0.07,$ $G_{12} = 6.5GPa, G_{31} = 5.1GPa,$ $G_{32} = 4.1GPa, \rho = 1600 \text{ kg/m}^3$
خواص هسته	$E_1 = 0.24GPa, E_3 = 0.403GPa,$ $G_{13} = 0.115GPa, \rho = 250 \text{ kg/m}^3$
ابعاد ورق	$h_1/h = h_3/h = 0.05, h_2/h = 0.9,$ $a/h_2 = b/h_2 = 11$
شرایط تکیه‌گاهی	ساده
مشخصات ضربه‌زننده	$V_0 = 1.6 \text{ m/s}, R/h_2 = 5, M_I = 6.22 \text{ kg}$

پس از صحت‌سنجی نتایج ضربه کم‌سرعت ورق مستطیلی ساندویچی کامپوزیتی، به منظور صحت‌سنجی مدل رفتار دینامیکی سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار، نتایج کنونی با نتایج پژوهش خلیلی و همکاران [16]، مقایسه شده‌اند. خلیلی و همکاران [16]، به تحلیل دینامیکی تیر ساندویچی با رویه های کامپوزیتی تقویت‌شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار و هسته انعطاف‌پذیر (شکل 4) پرداخته‌اند. معادلات حاکم بر تیر، متناظر با یک ورق نواری می‌باشند. خواص و مشخصات تیر ساندویچی و سیم‌های حافظه‌دار به ترتیب در جداول 2 و 3 بیان گشته است. رویه‌های کامپوزیتی دارای آرایش  $[0/90/90/0]_s$  بوده و فرض می‌گردد سیم‌های حافظه‌دار در لایه‌های بالایی و پایینی هر رویه و به موازات الیاف قرار گرفته‌اند.

کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار در هر لایه 40 درصد می‌باشد. سطح بالایی تیر ساندویچی تحت فشار لحظه‌ای یکنواخت 4 مگاپاسگالی قرار می‌گیرد. مقایسه نتایج تحلیل حاضر برای تاریخچه خیز مرکز رویه بالایی تیر ساندویچی با نتایج خلیلی و همکاران [16] در شکل 5، صحت پیش‌بینی رفتار دینامیکی سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار توسط فرمول‌بندی کنونی را تأیید می‌کند.

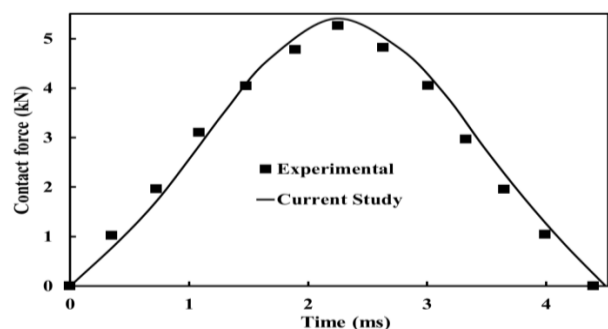


Fig. 3 Comparison between the results of the current analysis and the experimental results of other references [39] for time variations of the contact force

شکل 3 مقایسه نتایج تحلیل حاضر با نتایج تجربی مراجع دیگر [39] برای تغییرات زمانی نیروی تماسی



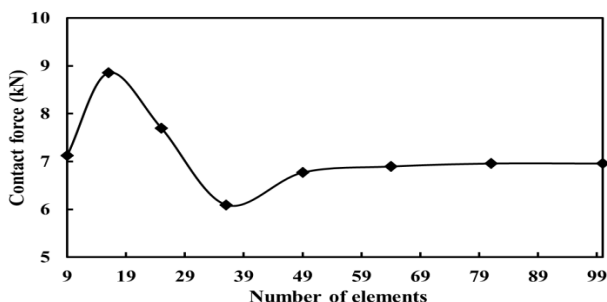


Fig. 6 Convergence study based on variations of the maximum contact force with number of the elements

شکل 6 بررسی همگرایی بر اساس تغییرات ماکزیمم نیروی تماسی به ازای تعداد المان ها

#### 1-4- اثر سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار

پس از همگرایی پاسخ ضربه کم‌سرعت ورق ساندویچی کامپوزیتی، به بررسی اثر آلیاژ حافظه‌دار بر پاسخ ضربه این سازه می‌پردازیم. برای این منظور، فرض می‌گردد سیم‌هایی از این آلیاژ در رویه‌های کامپوزیتی ورق ساندویچی همراستا با الیاف تعبیه گردیده است. کسر حجمی سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار در هر رویه 50 درصد و نسبت به کل ورق ساندویچی 10 درصد می‌باشد. خواص آلیاژ حافظه‌دار بکار رفته در این مقاله به شرح جدول 6 می‌باشد.

نتایج تحلیل در شکل‌های 7 تا 9 ارائه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با تعبیه سیم‌هایی از جنس آلیاژ حافظه‌دار در رویه‌های کامپوزیتی ورق ساندویچی، با توجه به اینکه این آلیاژ نسبت به رویه‌های کامپوزیتی دارای سفتی بیشتری می‌باشد، این عامل باعث افزایش سفتی ظاهری ناحیه تماس شده که نتیجه آن افزایش نیروی برخورد و کاهش خیز محل برخورد و مدت زمان تماس می‌باشد (شکل‌های 7 و 8). از طرفی آلیاژهای حافظه‌دار به دلیل دارا بودن خاصیت سوپر الاستیسیته و تشکیل حلقه هیستریزس، توانایی جذب انرژی زیادی دارند. در نتیجه، این آلیاژ با جذب انرژی در حین ضربه، باعث افزایش انرژی جذب شده توسط سازه می‌گردد (شکل 9) که نتیجه آن افزایش مقاومت به ضربه ورق ساندویچی کامپوزیتی و کاهش آسیب بوجود آمده در اثر ضربه می‌باشد.

جدول 6 خواص سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار (نایتینول) [43]

Table 6 Properties of the SMA wires (Nitinol) [43]

مقدار	پارامتر
51.7	$E_A$ (GPa)
47.8	$E_M$ (GPa)
29.4	$G$ (GPa)
0.3	$\nu_A = \nu_M$
6450	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
34.5	$A_s$ (°C)
49	$A_f$ (°C)
18.4	$M_s$ (°C)
9	$M_f$ (°C)
6.572	$C_A = C_M$
37	$T_0$ (°C)
0.063	$\epsilon_L$
600	$\sigma_{Ms}$ (MPa)
670	$\sigma_{Mf}$ (MPa)
288	$\sigma_{As}$ (MPa)
254	$\sigma_{Af}$ (MPa)

#### 4- نتایج و بحث

ورق ساندویچی مورد مطالعه در این مقاله، ورقی است مستطیلی با نسبت ابعاد زیر:

$$h_1/h = h_3/h = 0.1, h_2/h = 0.8, a/h_2 = b/h_2 = 6$$

جنس رویه‌های این ورق ساندویچی شیشه/اپوکسی می‌باشد که خواص آن در جدول 4 بیان شده است. هسته از یک فوم نرم با مشخصات بیان شده در جدول 5 تشکیل شده است. شرایط تکیه‌گاهی ورق ساندویچی از نوع ساده انتخاب شده است. ضربه‌زننده جسمی صلب و کروی با جرم 2 کیلوگرم می‌باشد که با سرعت 4 متر بر ثانیه به ورق ساندویچی برخورد می‌کند. برای رسیدن به یک مدل مطلوب و همگرا شدن جواب‌ها، اندازه المان‌ها در چندین مرحله حل، ریزتر می‌شوند تا جواب‌های به دست آمده همگرا شوند (شکل 6). همان‌طور که مشاهده می‌شود همگرایی برای تعداد المان برابر یا بیشتر از  $8 \times 8$  المان رخ داده است. با این حال، برای اطمینان از اینکه نتایج در همه تحلیل‌های بعدی همگرا هستند، تعداد  $10 \times 10$  المان در پژوهش حاضر انتخاب شده است.

سیم ساخته شده از آلیاژ حافظه‌دار انتخابی، تغییر شکل پذیری مناسبی دارد و به سادگی خم می‌شود. به همین دلیل، برخی از نویسندگان مقالات، رفتار ضربه یا پس‌کمانش (تغییر شکل‌های منتهی به در هم ریختن سازه) [16,40] را در ورق‌هایی تک لایه یا چندلایه که الیاف تقویت کننده آن‌ها، تنها سیم آلیاژ حافظه‌دار است را به طور تحلیلی یا تجربی [41] بررسی نموده‌اند. در نتایج تجربی این مراجع، گزارشی مبنی بر بیرون زدگی سیم‌ها از زمینه پلیمری یا رزین، برای آلیاژ حافظه‌دار کنونی ارائه نشده است. ترک خوردن زمینه یا بیرون زدگی الیاف، عموماً در تنیدگی‌های بسیار بالای منجر به گسیختگی سیم‌ها، سیم‌های قطور و برای آلیاژهای حافظه‌دار بسیار سفت ممکن است روی دهد که هیچ‌یک از این سه مورد، در بررسی‌های کنونی مطرح نمی‌باشند. از سوی دیگر، انرژی پایین ضربه‌زننده در ضربه کم سرعت، احتمال بیرون زدن سیم‌ها از زمینه، تخریب سطح رویه یا لغزیدن سیم‌ها نسبت به زمینه را نیز کاهش می‌دهد. در حقیقت، فرض کم‌سرعت بودن ضربه، مترادف با فرض عدم روی دادن آسیب در مجموعه ورق است.

جدول 4 خواص مکانیکی رویه‌های کامپوزیتی شیشه/اپوکسی [42]

Table 4 Mechanical properties of glass/epoxy composite facesheets [40]

مقدار	پارامتر
32.062	$E_1 = E_2$ (GPa)
10.789	$E_3$ (GPa)
11.92	$G_{12}$ (GPa)
4.68	$G_{13} = G_{23}$ (GPa)
0.344	$\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23}$
1796	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )

جدول 5 خواص مکانیکی هسته [42]

Table 5 Mechanical properties of the core [42]

مقدار	پارامتر
0.18	$E$ (GPa)
0.3	$\nu$
110	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )

بازیابی [44,45] یا هم ارزی با مدل‌های ویسکوالاستیک [46] استفاده شده است. در مقاله حاضر، اثر تغییرات لحظه‌ای و غیر یکنواخت بودن مکانی میزان تبدیل فاز آستنیتی به مارتنزیتی و برعکس بطور دقیق در نظر گرفته شده است. به منظور اثبات این ادعا، برای نقاط سیم مرکزی آلیاژ حافظه‌دار در رویه بالایی و در محل برخورد (نقاط مشخص شده در شکل 10 که در فاصله 5 میلی‌متری از یکدیگر قرار دارند)، تغییرات کسر حجمی مارتنزیت و نمودار تنش- کرنش به ترتیب در شکل‌های 11 و 12 نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود در نقطه محل برخورد که دارای بیشترین خیز و بزرگترین مقادیر تنش می‌باشد، بیشترین حجم آستنیت اولیه به مارتنزیت تبدیل می‌گردد و به تبع آن بزرگترین حلقه هیستریزس اتفاق می‌افتد اما با فاصله گرفتن از محل برخورد دلیل کاهش میدان تنش، کسر حجمی مارتنزیت کاهش می‌یابد، به گونه‌ای که در نقطه 5 تنش به تنش بحرانی تبدیل آستنیت به مارتنزیت نمی‌رسد و به همین دلیل هیچ کسری از آستنیت اولیه به مارتنزیت تبدیل نمی‌گردد و آلیاژ حافظه‌دار تنها یک رفتار الاستیک خطی در فاز آستنیت را طی می‌کند.

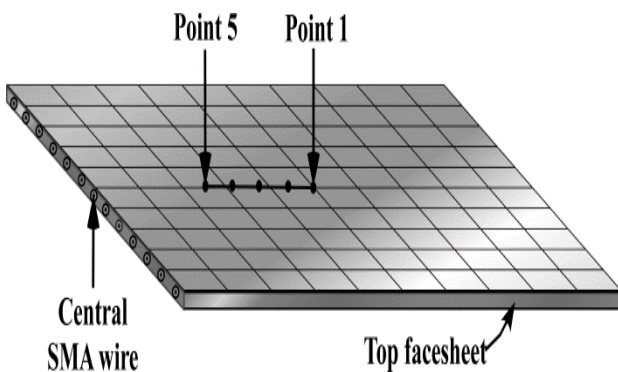


Fig. 10 The points of the central Nitinol wire of the top facesheet at the impact location

شکل 10 نقاط سیم نایتینول مرکزی در رویه بالایی و در ناحیه ضربه

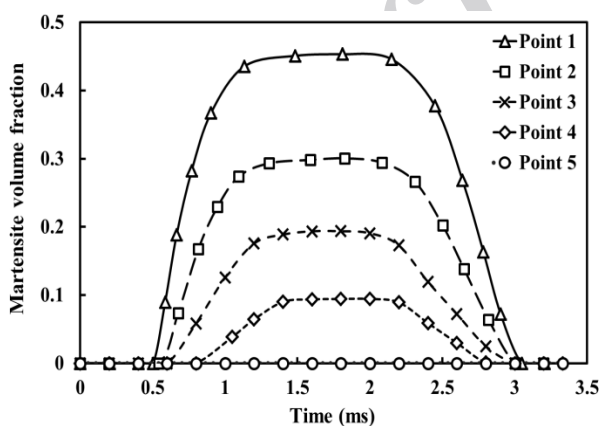


Fig. 11 Time variations of the martensite volume fraction of the central Nitinol wire at the points shown in Fig. 10.

شکل 11 تغییرات زمانی کسر حجمی مارتنزیت سیم نایتینول مرکزی در نقاط نشان داده شده در شکل 10

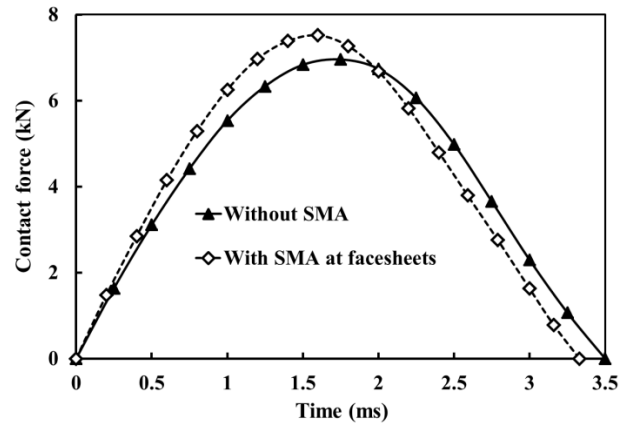


Fig. 7 Effects of the SMA wires on time history of the contact force of the composite sandwich plate

شکل 7 تاثیر سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار بر تاریخچه نیروی تماسی ورق ساندویچی کامپوزیتی

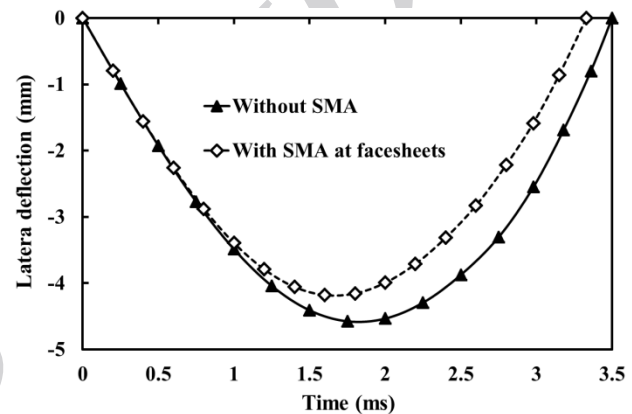


Fig. 8 Effects of the SMA wires on time history of the lateral deflection of the central point of the composite sandwich plate

شکل 8 تاثیر سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار بر تاریخچه خیز نقطه مرکزی ورق ساندویچی کامپوزیتی

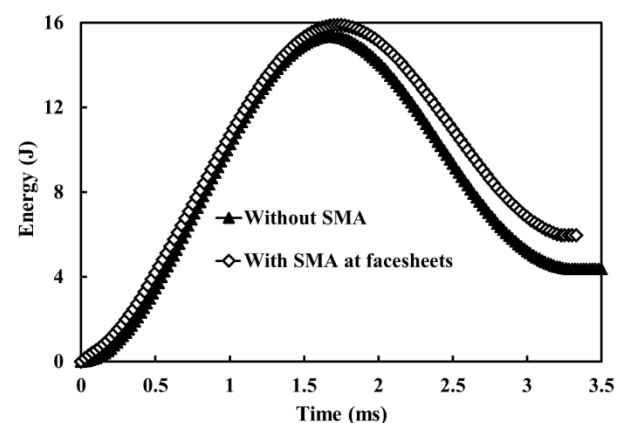


Fig. 9 Effects of the SMA wires on time history of the absorbed energy of the composite sandwich plate

شکل 9 تاثیر سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار بر تاریخچه انرژی جذب شده ورق ساندویچی کامپوزیتی

همانطور که قبلاً بیان شد در اکثر پژوهش‌های قبلی، مدل‌سازی رفتار آلیاژ حافظه‌دار بصورت مناسبی صورت نگرفته است و تنها از مفهوم ابتدایی تنش

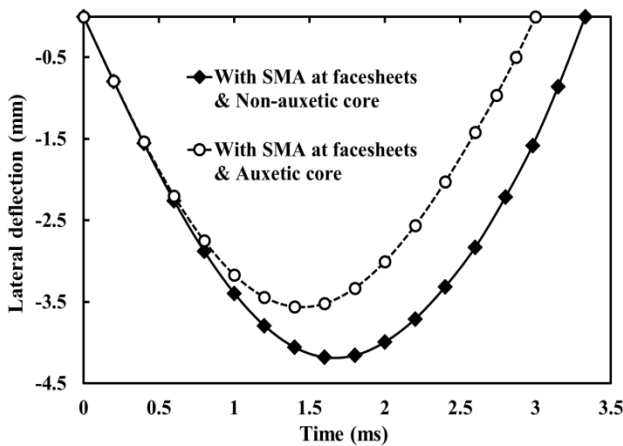


Fig. 14 Effects of the auxetic core on time history of the lateral deflection of the central point of the composite sandwich plate reinforced by SMA wires

شکل 14 تاثیر هسته آگزتیکی بر تاریخچه خیز نقطه مرکزی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار

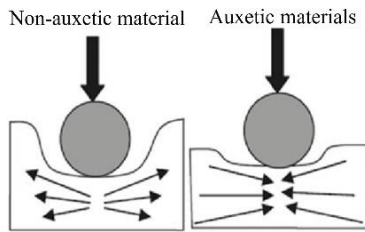


Fig. 15 Behavior of auxetic and non-auxetic materials under the impact

شکل 15 رفتار مواد معمولی و آگزتیکی تحت ضربه

### 3-4- اثر سفتی هسته ( $E_c/E_f$ )

مدول الاستیسیته هسته و  $E_c$ ، مدول الاستیسیته رویه‌ها می‌باشد. به منظور بررسی اثر سفتی هسته بر پاسخ ضربه ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار با هسته معمولی ( $\nu = 0.3$ ) و هسته آگزتیکی ( $\nu = -0.9$ )، با ثابت در نظر گرفتن مدول الاستیسیته رویه‌ها، مدول الاستیسیته هسته به نحوی تغییر داده شد تا نسبت  $E_c/E_f$  بین مقادیر 0.0001 (هسته نرم) تا 0.1 (هسته سفت) تغییر پیدا کند. نتایج تحلیل در شکل‌های 16 تا 18 نشان داده شده‌اند.

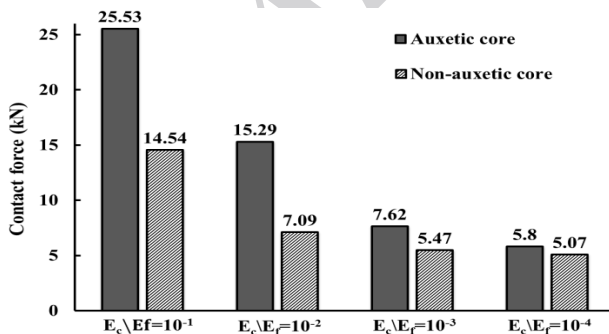


Fig. 16 Effect of the stiffness of core on maximum contact force of the composite sandwich plate reinforced by SMA wires with auxetic and non-auxetic core

شکل 16 تاثیر سفتی هسته بر بیشینه نیروی تماسی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار با هسته آگزتیکی و معمولی

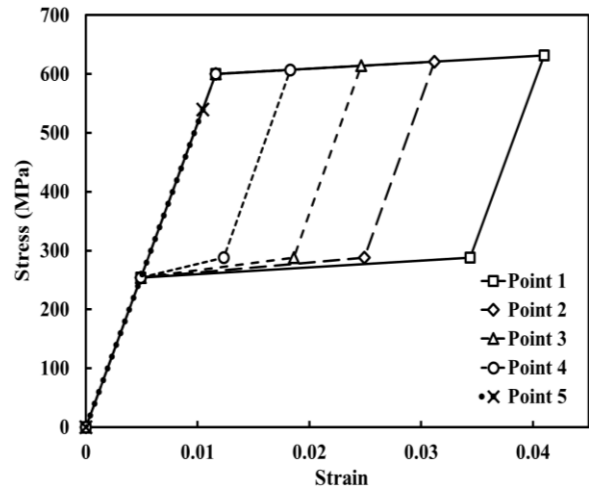


Fig. 12 Variations of the stress versus the strain for representative points of the central Nitinol wire of the top face sheet

شکل 12 تغییرات تنش-کرنش نقاط سیم نایتینول مرکزی در رویه بالایی

### 2-4- اثر هسته آگزتیکی

در این بخش از مقاله، به بررسی اثر هسته آگزتیکی بر پاسخ ضربه ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار می‌پردازیم. برای این منظور، ضربه پواسون هسته از 0.3 به -0.3 تغییر داده شد. نتایج تحلیل در شکل‌های 13 و 14 نشان داده شده‌اند. مواد آگزتیکی در مقایسه با مواد معمولی، رفتاری متفاوت در برابر ضربه از خود نشان می‌دهند (شکل 15).

مواد معمولی وقتی تحت ضربه عرضی قرار می‌گیرند در دو بعد عمود بر ضربه، از محل ضربه دور می‌شوند در حالی که مواد آگزتیکی بدلیل پواسون منفی شان وقتی تحت ضربه عرضی قرار می‌گیرند، نه تنها در دو بعد عمود بر ضربه از محل ضربه دور نمی‌شوند بلکه به سمت محل ضربه نیز فشرده می‌شوند. این رفتار مواد آگزتیکی باعث افزایش سفتی ظاهری تماس می‌گردد که نتیجه آن افزایش نیروی تماس و کاهش خیز و مدت زمان برخورد خواهد بود (شکل‌های 13 و 14).

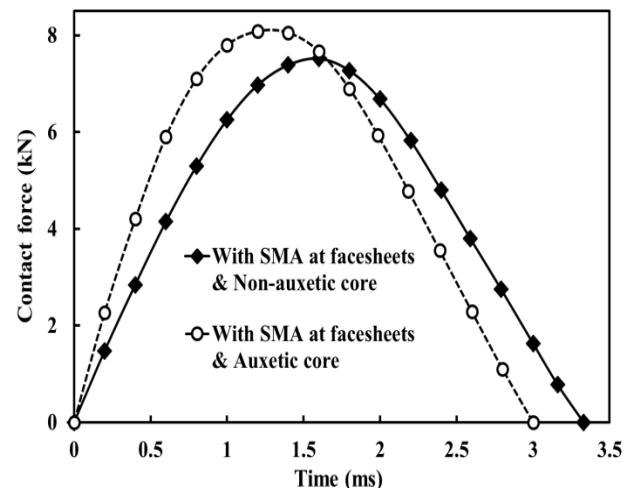
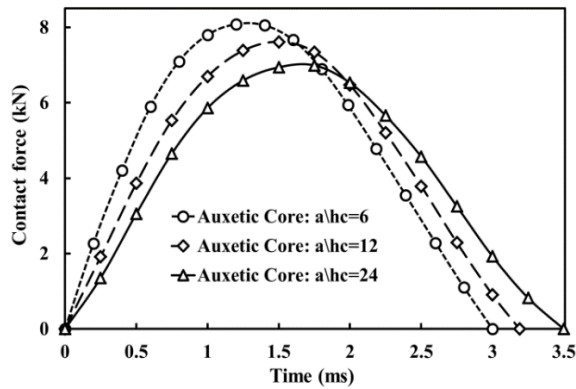
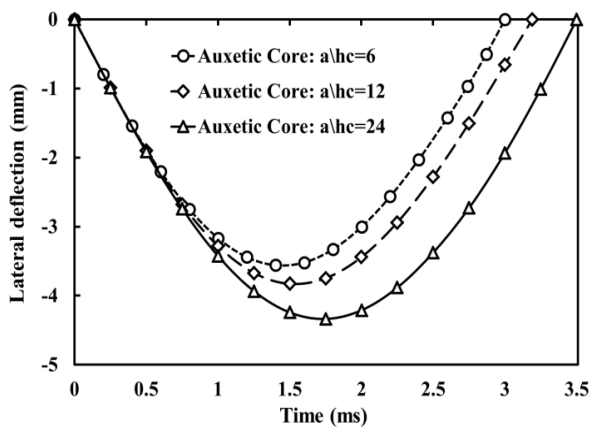


Fig. 13 Effects of the auxetic core on time history of the contact force of the composite sandwich plate reinforced by SMA wires

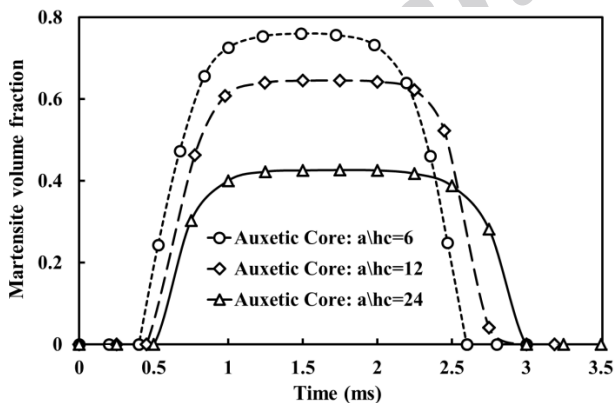
شکل 13 تاثیر هسته آگزتیکی بر تاریخچه نیروی تماسی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار



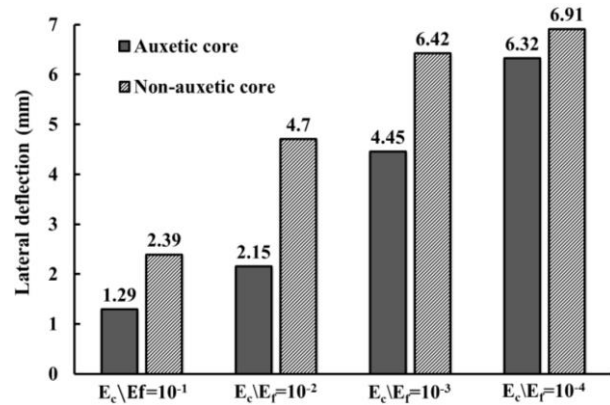
**Fig. 19** Effect of the thickness of auxetic core on time history of the contact force of the composite sandwich plate reinforced by SMA wires  
 شکل 19 تاثیر ضخامت هسته آگرتیکی بر تاریخچه نیروی تماسی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار



**Fig. 20** Effect of the thickness of auxetic core on time history of the lateral deflection of the central point of the composite sandwich plate reinforced by SMA wires  
 شکل 20 تاثیر ضخامت هسته آگرتیکی بر تاریخچه خیز نقطه مرکزی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار

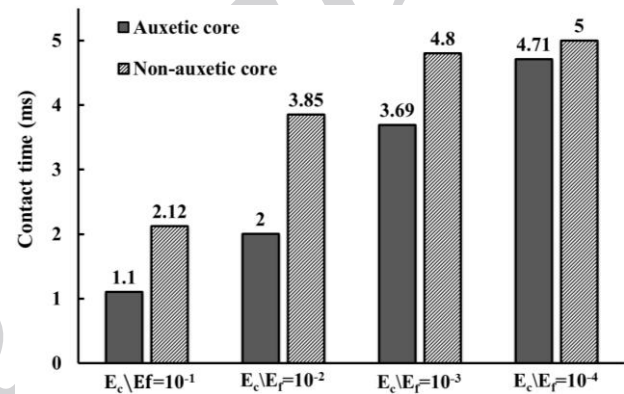


**Fig. 21** Effect of the thickness of auxetic core on time variations of the martensite volume fraction of point 1 of central Nitinol wire of the top facesheet of the composite sandwich plate reinforced by SMA wires  
 شکل 21 تاثیر ضخامت هسته آگرتیکی بر تغییرات زمانی کسر حجمی مارتنزیت نقطه 1 از سیم نایتینول مرکزی در رویه بالایی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار



**Fig. 17** Effect of the stiffness of core on maximum lateral deflection of the central point of the composite sandwich plate reinforced by SMA wires with auxetic and non-auxetic core

شکل 17 تاثیر سفتی هسته بر بیشینه خیز نقطه مرکزی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار با هسته آگرتیکی و معمولی



**Fig. 18** Effect of the stiffness of core on maximum contact time of the composite sandwich plate reinforced by SMA wires with auxetic and non-auxetic core

شکل 18 تاثیر سفتی هسته بر بیشینه مدت زمان تماس ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار با هسته آگرتیکی و معمولی

همانطور که مشاهده می‌شود، چه در هسته معمولی و چه در هسته آگرتیکی، افزایش سفتی هسته باعث افزایش سفتی ظاهری تماس می‌گردد که نتیجه آن افزایش نیروی تماس و کاهش خیز و مدت زمان تماس می‌باشد.

**4-4 اثر ضخامت هسته ( $a/h_c$ )**

$a$ ، طول ورق ساندویچی (در این مقاله، طول و عرض ورق برابر در نظر گرفته شده‌اند:  $a = b$ ) و  $h_c = h_2$ ، ضخامت هسته می‌باشد. به منظور بررسی اثر ضخامت هسته (نسبت  $a/h_c$ ) بر پاسخ ضربه کم‌سرعت ورق مستطیلی ساندویچی با هسته آگرتیکی ( $\nu = -0.3$ ) و رویه‌های کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار، با ثابت در نظر گرفتن طول و عرض ورق ساندویچی، ضخامت هسته به مقادیر یک دوم و یک چهارم مقدار اولیه کاهش داده شد تا نسبت  $a/h_c$  از مقدار اولیه، به مقادیر 2 و 4 برابر افزایش یابد. نتایج تحلیل در شکل‌های 19 و 20 نشان داده شده‌اند. همچنین تغییرات زمانی کسر حجمی مارتنزیت نقطه 1 از سیم نایتینول مرکزی در رویه بالایی (نقطه 1 از شکل 10) به ازای مقادیر مختلف ضخامت هسته، در شکل 21 نشان داده شده است.

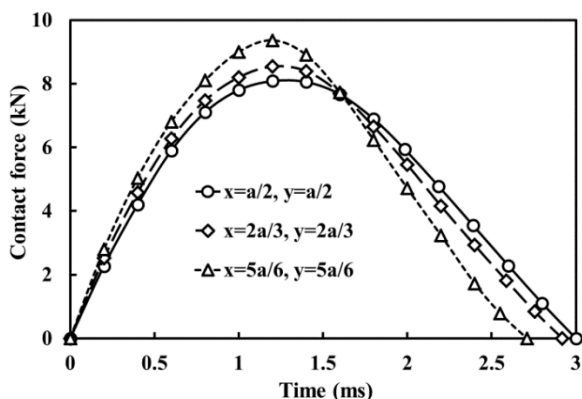


Fig. 22 Influence of the eccentricity of the impact on time history of the contact force of the composite sandwich plate reinforced by SMA wires with auxetic core

شکل 22 اثر خارج از مرکز بودن ضربه بر تاریخچه نیروی تماسی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار با هسته آگرتیکی

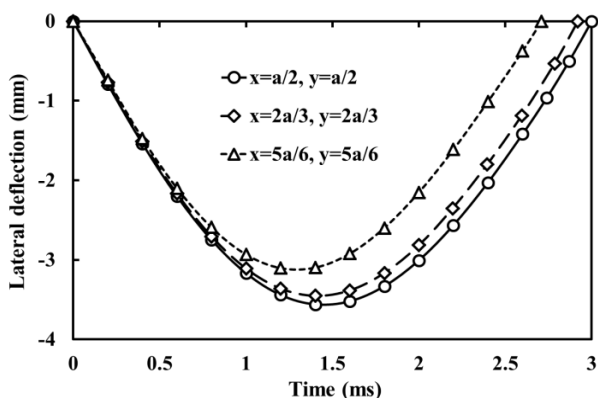


Fig. 23 Influence of the eccentricity of the impact on time history of the lateral deflection of the central point of the composite sandwich plate reinforced by SMA wires with auxetic core

شکل 23 اثر خارج از مرکز بودن ضربه بر تاریخچه خیز نقطه مرکزی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار با هسته آگرتیکی

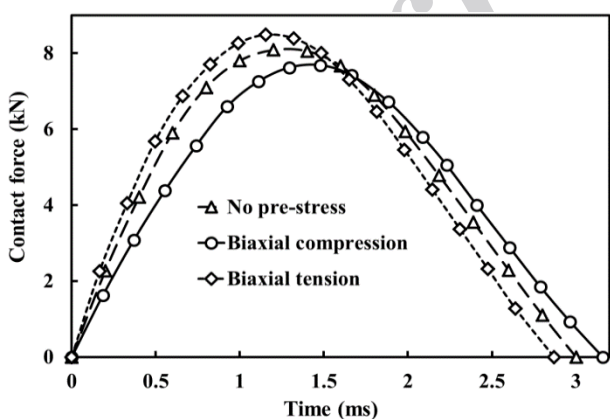


Fig. 24 Effects of various types of in-plane biaxial preloads on time history of the contact force of composite sandwich plate reinforced by SMA wires with auxetic core

شکل 24 تاثیر انواع مختلف پیش‌بار دوبرعی درون‌صفحه‌ای بر نیروی تماسی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار با هسته آگرتیکی

همانطور که مشاهده می‌گردد، افزایش نسبت  $a/h_c$  (کاهش ضخامت هسته) باعث کاهش ممان اینرسی مقطع می‌گردد که نتیجه آن کاهش نیروی تماس و کسر حجمی مارتزیت و افزایش خیز و مدت زمان برخورد می‌باشد.

#### 5-4- اثر ضربه خارج از مرکز

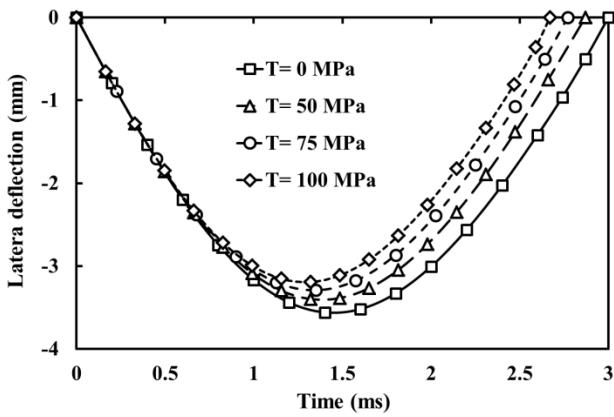
در سازه‌هایی که تحت ضربه تصادفی قرار می‌گیرند، محل ضربه از قبل مشخص نمی‌باشد و ضربه‌زننده ممکن است به هر نقطه‌ای از سازه برخورد کند. لذا در بررسی پاسخ ضربه سازه‌ها، علاوه بر ضربه مرکزی، بایستی ضربه‌های خارج از مرکز نیز مورد بررسی قرار گیرند. این در حالی است که اکثر محققان تنها پاسخ سازه به ضربه مرکزی را مورد بررسی قرار می‌دهند.

در این بخش از مقاله به منظور بررسی اثر ضربه خارج از مرکز بر پاسخ دینامیکی ورق مستطیلی ساندویچی با هسته آگرتیکی ( $\nu = -0.3$ ) و رویه‌های کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار، محل نقطه برخورد از مرکز ورق ( $x=y=a/2$ )، به دو نقطه خارج از مرکز ( $x=y=2a/3$ ) و ( $x=y=5a/6$ ) تغییر داده می‌شود. نتایج تحلیل در شکل‌های 22 و 23 نشان داده شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، هرچه محل برخورد ضربه‌زننده از مرکز دورتر و به تکیه‌گاه‌ها نزدیک‌تر می‌گردد از آنجایی که تاثیر تکیه‌گاه‌ها بر المان‌های محل برخورد بیشتر می‌شود (به عبارت دیگر سفتی ورق در نقاط مجاور تکیه‌گاه‌ها بیشتر است)، میزان خیز محل برخورد و مدت زمان برخورد کاهش اما مقدار نیروی تماسی افزایش می‌یابد.

#### 6-4- اثر پیش‌بار دوبرعی

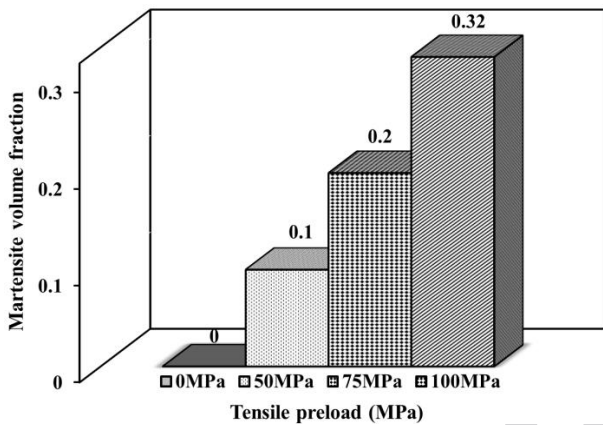
در بسیاری موارد، ورق‌های ساندویچی حامل بار، در معرض ضربه پیش‌بینی نشده قرار می‌گیرند که بار اصلی سازه در تحلیل ضربه را می‌توان به عنوان پیش‌بار در نظر گرفت. به منظور بررسی اثر پیش‌بار دوبرعی بر پاسخ ضربه کم‌سرعت ورق مستطیلی ساندویچی با هسته آگرتیکی ( $\nu = -0.3$ ) و رویه‌های کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار، دو حالت زیر مورد بررسی قرار می‌گیرند:

الف) تنش دوبرعی درون‌صفحه‌ای به میزان 50 مگاپاسکال در دو وضعیت متفاوت دو طرف فشاری و دو طرف کششی به لبه‌های رویه‌های ورق ساندویچی اعمال می‌گردد. در حالی که کاربرد ورق‌های ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی تحت کشش دوبرعی شایع است، کاربرد ورق ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی تحت فشار دوبرعی را عمدتاً می‌توان در سازه هواپیما، سازه‌های دریایی، زبردربایی و کشتی‌ها که از تمام جهات محیط پیرامون تحت فشار می‌باشند، یافت [47]. ورق‌های یاد شده می‌توانند ورق‌های خارجی یا ورق‌های مسطح بکار رفته درون سازه باشند. کاربرد این نوع ورق‌های ساندویچی، در سازه‌های بتونی، با دو رویه کامپوزیتی (بتون، به عنوان هسته)، نیز گزارش شده است [48]. نتایج تحلیل در شکل‌های 24 و 25 نشان داده شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در حالت تنش درون‌صفحه‌ای دو طرف فشاری میزان نیروی برخورد، به دلیل تمایل بار فشاری به ایجاد خیزهای بزرگتر (و در حالت حدی، کم‌انرژی) و دور نمودن ورق از ضربه‌زننده کاهش یافته اما میزان خیز محل برخورد و مدت زمان برخورد افزایش می‌یابد. در حالت تنش درون‌صفحه‌ای دو طرف کششی میزان نیروی برخورد به دلیل کاهش آزادی حرکت کلی ورق، افزایش اما میزان خیز محل برخورد و مدت زمان برخورد کاهش می‌یابد.



**Fig. 27** Effects of increasing the magnitude of the tensile in-plane biaxial preload on time history of the lateral deflection of the central point of the composite sandwich plate reinforced by SMA wires with auxetic core

شکل 27 تاثیر افزایش مقدار پیش‌بار دوطبقه‌ای درون‌صفحه‌ای کششی بر تاریخچه خیز نقطه مرکزی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار با هسته آگرتیکی



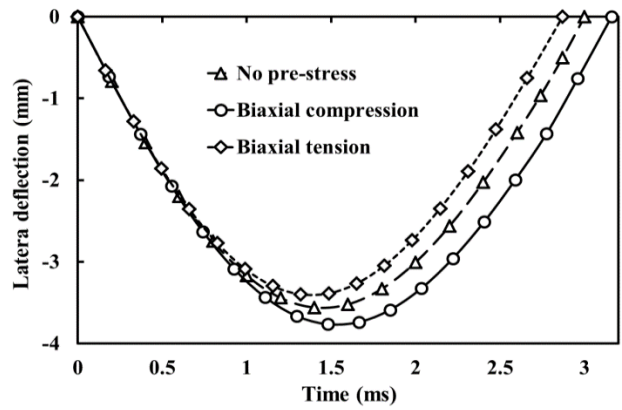
**Fig. 28** Effects of increasing the magnitude of the tensile in-plane biaxial preload on the maximum martensite volume fraction of point 5 of central Nitinol wire of the top facesheet of the composite sandwich plate reinforced by SMA wires with auxetic core

شکل 28 تاثیر افزایش مقدار پیش‌بار دوطبقه‌ای درون‌صفحه‌ای کششی بر بیشینه کسر حجمی مارتنزیت نقطه 5 از سیم نایتینول مرکزی در رویه بالایی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار با هسته آگرتیکی

### 5- نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی پاسخ دینامیکی ورق مستطیلی ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار تحت ضربه کم‌سرعت از طریق ارائه و به کارگیری یک تئوری کلی-محلی هاپرپولیک مرتبه بالا جدید پرداخته شد. در این پژوهش توزیع غیریکنواخت و وابسته به زمان برای فازهای سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار بطور دقیق در نظر گرفته شد و همچنین جابجایی عرضی برای هسته انعطاف‌پذیر لحاظ گردید. علاوه بر این به جای استفاده از قانون متداول هرتر از قانون تماس اصلاح شده استفاده گردید و قوانین تماس مختلفی برای فازهای بارگذاری و باربرداری در نظر گرفته شد. همچنین آثار سفتی همه لایه‌ها به همراه ضخامت ورق بر سفتی تماس در نظر گرفته شد. مهم‌ترین نتایج این پژوهش عبارتند از:

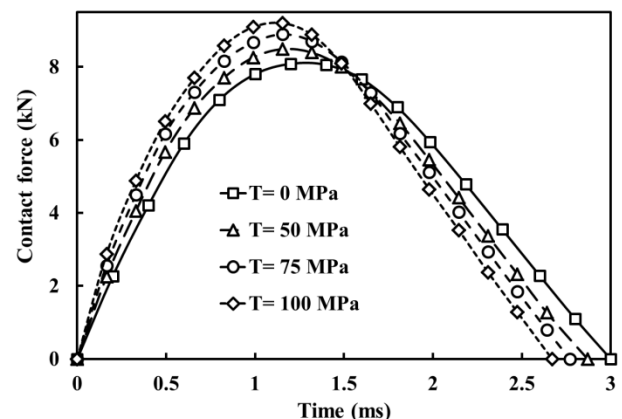
خاصیت سوپر الاستیسیته آلیاژ حافظه‌دار باعث می‌شود که این آلیاژ در حین ضربه با تشکیل حلقه هیستریزس انرژی زیادی را جذب کند که این امر



**Fig. 25** Effects of various types of in-plane biaxial preloads on time history of the lateral deflection of the central point of the composite sandwich plate reinforced by SMA wires with auxetic core

شکل 25 تاثیر انواع مختلف پیش‌بار دوطبقه‌ای درون‌صفحه‌ای بر تاریخچه خیز نقطه مرکزی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار با هسته آگرتیکی

(ب) رفتار ورق در ازای افزایش پیش‌بار بررسی می‌شود. در این راستا، در وضعیت تنش درون‌صفحه‌ای دو طرف کششی میزان تنش اعمالی به لبه‌های رویه‌های ورق ساندویچی از مقدار 50 مگاپاسکال به مقادیر 1.5 و 2 برابر افزایش می‌یابد و منجر به نتایجی می‌گردند که در شکل‌های 26 تا 28 ارائه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش میزان پیش‌بار دو طرف کششی، میزان نیروی برخورد افزایش اما میزان خیز محل برخورد و مدت زمان برخورد کاهش می‌یابد (شکل‌های 26 و 27). از طرفی پیش‌بار کششی باعث ایجاد تنش اولیه در سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار می‌شود که نتیجه آن افزایش کسر حجمی مارتنزیت و افزایش میرایی سازه می‌باشد. بعنوان نمونه، بیشینه کسر حجمی مارتنزیت نقطه 5 از سیم نایتینول مرکزی در رویه بالایی ورق ساندویچی (شکل 10)، به ازای مقادیر مختلف پیش‌بار کششی، در شکل 28 نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، بیشینه کسر حجمی مارتنزیت این نقطه از مقدار صفر در حالت بدون پیش‌بار، به مقدار 0.32 در حالت پیش‌بار کششی 100 مگاپاسکالی، افزایش یافته است.



**Fig. 26** Effects of increasing the magnitude of the tensile in-plane biaxial preload on time history of the contact force of the composite sandwich plate reinforced by SMA wires with auxetic core

شکل 26 تاثیر افزایش مقدار پیش‌بار دوطبقه‌ای درون‌صفحه‌ای کششی بر تاریخچه نیروی تماسی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار با هسته آگرتیکی

- for Aircraft Structures" *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 16, No. 2, pp. 175-185, 2005.
- [12] Lagoudas, D. C., "Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Applications" Springer Science & Business Media, 2008.
- [13] Khalili, S. M. R. and Saeedi, A., "Micromechanics Modeling and Experimental Characterization of Shape Memory Alloy Short Wires Reinforced Composites" *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 2, No. 1, pp. 1-6, 2015. (in Persian)
- [14] Rhaimi Bafrani, I. and Ekhteraei Toussi H., "Frequency Analysis of SMA Composite Beam Resting on Pasternak Elastic Foundation Using Four Engineering Beam Theories" *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 3, No. 1, pp. 73-84, 2016. (in Persian)
- [15] Khalili, S., Dehkordi, M.B. and Shariyat, M., "Modeling and Transient Dynamic Analysis of Pseudoelastic SMA Hybrid Composite Beam" *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 219, No. 18, pp. 9762-9782, 2013.
- [16] Khalili, S., Dehkordi, M.B., Carrera, E. and Shariyat, M., "Non-linear Dynamic Analysis of a Sandwich Beam with Pseudoelastic SMA Hybrid Composite Faces Based on Higher Order Finite Element Theory" *Composite Structures*, Vol. 96, pp. 243-255, 2013.
- [17] Ansari, M. Golzar, M. and Behraves, A. H., "Evaluation of Corrugated Composite Beam Deflection by Shape Memory Alloy Wire" *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 8, pp. 49-58, 2014. (in Persian)
- [18] Mojabi, Sh. and Mahdi Khairikhah, M., "Modeling and Intelligent Control of Vibration of Cantilever Composite Plate Embedded with Shape Memory Alloy Wires" *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 4, No. 2, 2017. (in Persian)
- [19] Taheri-Behrooz, F. and Kiani, A., "Simulation of Thermo-mechanical Behavior of Glass-epoxy Composites Containing Shape Memory Alloy Under Static Loading" *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 3, No. 2, pp. 111-122, 2016. (in Persian)
- [20] Birman, V. Chandrashekhara, K. and Sain, S., "An Approach to Optimization of Shape Memory Alloy Hybrid Composite Plates Subjected to Low-velocity Impact" *Composites Part B: Engineering*, Vol. 27, No. 5, pp. 439-446, 1996.
- [21] Khalili, S. Shokuhfar, A. Malekzadeh, K. and Ghasemi, F. A., "Low-velocity Impact Response of Active Thin-walled Hybrid Composite Structures Embedded with SMA Wires" *Thin-Walled Structures*, Vol. 45, No. 9, pp. 799-808, 2007.
- [22] Jia, H., "Impact Damage Resistance of Shape Memory Alloy Hybrid Composite Structures" Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998.
- [23] Meo, M. Antonucci, E. Duclaux, P. and Giordano, M., "Finite Element Simulation of Low Velocity Impact on Shape Memory Alloy Composite Plates" *Composite Structures*, Vol. 71, No. 3, pp. 337-342, 2005.
- [24] Birman, V., "Stability of Functionally Graded Shape Memory Alloy Sandwich Panels" *Smart Materials and Structures*, Vol. 6, No. 3, pp. 278, 1997.
- [25] Shariyat, M. and Hosseini, S. H., "Eccentric Impact Analysis of Prestressed Composite Sandwich Plates with Viscoelastic Cores: a Novel Global-local Theory and a Refined Contact Law" *Composite Structures*, Vol. 117, pp. 333-345, 2014.
- [26] Dariushi, S. and Sadighi, M., "Nonlinear High Order Theory for Analysis of Sandwich Beam with Flexible Core Under Low Velocity Impact" *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 9, pp. 381-388, 2015. (in Persian)
- [27] Malekzade Fard, K. Payganeh, Gh. and Rashed Saghavaz, F., "Free Vibration and Low Velocity Impact Analysis of Sandwich Plates with Smart Flexible Cores" *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp.191-200, 2015. (in Persian)
- [28] Payganeh, Gh. Malekzade Fard, K. and Rashed Saghavaz, F., "Effects of Important Geometrical and Physical Parameters on Free Vibration and Impact Force for Sandwich Plates with Smart Flexible Cores" *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 21-30, 2015. (in Persian)
- [29] Pandit, M.K., Sheikh, A.H. and Singh, B.N., "An Improved Higher Order Zigzag Theory for the Static Analysis of Laminated Sandwich Plate with Soft Core" *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 44, No. 9, pp. 602-610, 2008.
- باعث افزایش مقاومت به ضربه ورق ساندویچی کامپوزیتی و کاهش آسیب به وجود آمده در اثر ضربه می‌شود.
- هسته آگزتیکی باعث افزایش سفتی ظاهری ناحیه تماس ورق ساندویچی می‌شود که نتیجه آن افزایش نیروی برخورد و کاهش خیز و مدت زمان برخورد می‌باشد.
- افزایش سفتی هسته باعث افزایش سفتی ظاهری تماس می‌گردد که نتیجه آن افزایش نیروی تماس و کاهش خیز و مدت زمان تماس می‌باشد.
- کاهش ضخامت هسته باعث کاهش ممان اینرسی مقطع می‌گردد که نتیجه آن کاهش نیروی تماس و کسر حجمی مارتنزیت و افزایش خیز و مدت زمان برخورد می‌باشد.
- هرچه محل برخورد ضربه‌زننده از مرکز دور و به تکیه‌گاه‌ها نزدیک‌تر می‌گردد از آنجایی که تاثیر تکیه‌گاه‌ها بر المان‌های محل برخورد بیشتر می‌شود، خیز محل برخورد و مدت زمان برخورد کاهش اما نیروی تماسی افزایش می‌یابد.
- پیش‌بار کششی، به دلیل کاهش آزادی حرکت کلی ورق و افزایش سفتی ظاهری سازه، باعث افزایش نیروی برخورد و کسر حجمی مارتنزیت و کاهش خیز و مدت زمان برخورد می‌شود. در حالی که پیش‌بار فشاری، به دلیل تمایل به ایجاد خیزهای بزرگتر و دور نمودن ورق از ضربه‌زننده، معکوس این نتایج را حاصل می‌نماید.

## 6- مراجع

- [1] Shokrieh, M. M. Ghajar, M. Salamattalab, M. and Madoliat, R., "Progressive Damage Modeling of Laminated Composites by Considering Simultaneous Effects of Interlaminar and Intralaminar Damage Mechanisms" *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 2, No. 2, pp. 1-8, 2015. (in Persian)
- [2] Ghajar, R. Shariyat, M. and Hosseini, S. H., "Nonlinear Numerical Elasticity Analysis of Eccentric Low-velocity Impact of a Rectangular Sandwich Plate with Composite Face Sheets Subjected to Biaxial Preloads" *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 5, No. 1, pp. 87-99, 2015. (in Persian)
- [3] Hosseini, S. H. and Khalili, S. M. R., "3D Numerical Analysis of Low-velocity Impact of Rectangular Sandwich Plates with FML Face Sheets" *Journal of Energetic Materials*, Vol. 10, No. 3, pp. 13-25, 2015. (in Persian)
- [4] Shariyat, M. and Hosseini, S. H., "Accurate Eccentric Impact Analysis of the Preloaded SMA Composite Plates, Based on a Novel Mixed-order Hyperbolic Global-local Theory" *Composite Structures*, Vol. 124, pp. 140-151, 2015.
- [5] Lei, H. Wang, Z. Zhou, B. Tong, L. and Wang, X., "Simulation and Analysis of Shape Memory Alloy Fiber Reinforced Composite Based on Cohesive Zone Model" *Materials & Design*, Vol. 40, pp. 138-147, 2012.
- [6] Masuda, A. Ni, Q.-Q. Sone, A. Zhang, R.-X. and Yamamura, T., "Preliminary Characterization and Modeling of SMA-based Textile Composites" *Smart Structures and Materials*, pp. 94-103, 2004.
- [7] Lau, K.-t. Ling, H.-y. and Zhou, L.-m., "Low Velocity Impact on Shape Memory Alloy Stitched Composite Plates" *Smart materials and structures*, Vol. 13, No. 2, pp. 364, 2004.
- [8] Shimamoto, A. Ohkawara, H. and Nogata, F., "Enhancement of Mechanical Strength by Shape Memory Effect in TiNi Fiber-reinforced Composites" *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 71, No. 4, pp. 737-746, 2004.
- [9] Hosseini, S. H. Shariyat, M. and Ghajar, R., "Numerical Simulation of Low-velocity Impact of Rectangular Composite Plates with Embedded SMA Strips, Considering the Instantaneous Local Phase Changes" *Journal of Energetic Materials*, Vol. 10, No. 2, pp. 53-63, 2015. (in Persian)
- [10] Angioni, S. Meo, M. and Foreman, A., "Impact Damage Resistance and Damage Suppression Properties of Shape Memory Alloys in Hybrid Composites—a Review" *Smart Materials and Structures*, Vol. 20, No. 1, pp. 013001, 2010.
- [11] Ogisu, T. Shimanuki, M. Kiyoshima, S. and Takeda, N., "A Basic Study of CFRP Laminates with Embedded Prestrained SMA Foils

- [30] Brinson, L. C., "One-dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: Thermomechanical Derivation with Non-constant Material Functions and Redefined Martensite Internal Variable" *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 4, No. 2, pp. 229-242, 1993.
- [31] Chawla, K. K., "Composite Materials: Science and Engineering" Springer Science & Business Media, 2012.
- [32] Abrate, S., "Modeling of Impacts on Composite Structures" *Composite Structures*, Vol. 51, pp. 129-138, 2001.
- [33] Turner, J., "Contact on a Transversely Isotropic Half-space, or Between Two Transversely Isotropic Bodies" *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 16, No. 5, pp. 409-419, 1980.
- [34] Swanson, S. R., "Contact Deformation and Stress in Orthotropic Plates" *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 36, No. 10, pp. 1421-1429, 2005.
- [35] Yang, S. and Sun, C., "Indentation Law for Composite Laminates" *Composite Materials: Testing and Design (6th Conference)*, ASTM International, 1982.
- [36] Shariyat, M., Mozaffari, A. and Pachenari, M.H., "Damping sources interactions in impact of viscoelastic composite plates with damping treated SMA wires, using a hyperbolic plate theory" *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 43, pp. 421-440, 2017.
- [37] Ghaznavi, A. and Shariyat, M., "Non-linear layerwise dynamic response analysis of sandwich plates with soft auxetic cores and embedded SMA wires experiencing cyclic loadings" *Composite Structures*, Vol. 171, pp. 185-197, 2017.
- [38] Malekzadeh Fard, K. and Rezaei Hassanabadi, M., "Free Vibration and Static Bending Analysis of Curved Sandwich Panel with MagnetoRheological Fluid Layer in Sheets Using Improved Higher Order Sandwich Panel Theory" *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 1, No. 2, pp. 49-62, 2015. (in Persian)
- [39] Schubel, P. M., Luo, J.-J. and Daniel, I. M., "Low Velocity Impact Behavior of Composite Sandwich Panels" *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 36, No. 10, pp. 1389-1396, 2005.
- [40] Asadi, H., Bodaghi, M., Shakeri, M. and Aghdam M. M., "Nonlinear Dynamics of SMA-Fiber-Reinforced Composite Beams Subjected to a Primary/Secondary-Resonance Excitation" *Acta Mechanica*, Vol. 226, pp. 437-455, 2015.
- [41] Raghavan, J., Bartkiewicz, T., Boyko, S., Kupriyanov, M., Rajapakse, N. and Yu, B., "Damping, Tensile, and Impact Properties of Superelastic Shape Memory Alloy (SMA) Fiber-reinforced Polymer Composites" *Composites Part B: Engineering*, Vol. 41, No. 3, pp. 214-222, 2010.
- [42] Reddy, J. N., "Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis" CRC Press, 2004.
- [43] Kleinstreuer, C., Li, Z., Basciano, C., Seelecke, S. and Farber, M., "Computational Mechanics of Nitinol Stent Grafts" *Journal of Biomechanics*, Vol. 41, No. 11, pp. 2370-2378, 2008.
- [44] Zak, A. J., Cartmell, M. P. and Ostachowicz, W., "A Sensitivity Analysis of the Dynamic Performance of a Composite Plate with Shape Memory Alloy Wires" *Composite Structures*, Vol. 60, No. 2, pp. 145-157, 2003.
- [45] Zhang, R.-x., Ni, Q.-Q., Masuda, A., Yamamura, T. and Iwamoto, M., "Vibration Characteristics of Laminated Composite Plates with Embedded Shape Memory Alloys" *Composite Structures*, Vol. 74, No. 4, pp. 389-398, 2006.
- [46] Birman, V. and Rusnak, I., "Vibrations of Plates with Superelastic Shape Memory Alloy Wires" *Journal of Engineering Mathematics*, Vol. 78, No. 1, pp. 223-237, 2013.
- [47] Birman, V. and Bert, C.W., "Wrinkling of Composite-facing Sandwich Panels Under Biaxial Loading" *Journal of Sandwich Structures*, Vol. 6, pp. 217-237, 2004.
- [48] Liang, Q.Q., Uy, B., Wright, H.D. and Bradford, M.A., "Local Buckling of Steel Plates in Double Skin Composite Panels Under Biaxial Compression and Shear" *Journal of Structural Engineering*, Vol. 130, pp. 443-451, 2004.