



نشریه علمی پژوهشی

علوم و فناوری کامپوزیت

http://jstc.iust.ac.ir



تأثیر فشار ستون سیال بر فرکانس‌های طبیعی قطاع دایروی توخالی از جنس مواد تابعی

امیرحسین نصراله براتی¹، علی اصغر جعفری²، شهرام اعتمادی حقیقی^{3*}، عادل مقصودپور³

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه خواجه نصرالدین طوسی، تهران

3 و 4- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران

* تهران، صندوق پستی 14515-775، setemadi@srbiau.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله:

در این تحقیق، تأثیر فشار دینامیکی سیال بر روی ارتعاشات خطی قطاع دایروی توخالی از جنس مواد تابعی بررسی شده است. تجزیه و تحلیل ورق بر اساس نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول و با در نظر گرفتن اثرات اینرسی دورانی و نیروهای برشی انجام شده است. معادلات حاکم بر حرکت ورق با در نظر گرفتن انرژی‌های جنبشی و پتانسیل و استفاده از اصل همیلتون استخراج گردیده است. همچنین، فشار وارد شده از سیال به ورق با استفاده از حل تابع پتانسیل سرعت سیال و برابری سرعت در سطح تماس سیال و قطاع برحسب جابه‌جایی عمودی قطاع تعیین شده است. شکل مدهای فرضی بر اساس ارضای شرایط مرزی ورق در نظر گرفته شده است. با جایگذاری مدهای فرضی، پاسخ هارمونیک و استفاده از روش گالرکین، معادله حاکم به معادله مشخصه تبدیل شده و فرکانس طبیعی ورق بدست آمده است. با استفاده از روش نیمه‌تحلیلی مورد استفاده در این پژوهش تمامی حالت‌های شرایط مرزی قابل بررسی می‌باشند. در ادامه، نتایج عددی برای یک ورق نمونه ارائه شده و تأثیر پارامترهایی مانند زاویه قطاع، شرایط مرزی، چگالی سیال و ارتفاع سیال بررسی شده است. در پایان نتایج به‌دست آمده بدون در نظر گرفتن سیال با پژوهش‌های پیشین، و در حالت تماس با سیال با نرم‌افزار المان محدود آنسیس اعتبار سنجی شده است.

دریافت: 1400/03/19

پذیرش: 1400/08/15

کلیدواژگان

ارتعاشات خطی، قطاع دایروی توخالی، فشار ستون سیال

The effect of fluid column pressure on the natural frequencies of an annular sector plate made of functionally graded material

Amir Hossein Nasrollah Barati¹, Ali Asghar Jafari², Shahram Etemadi Haghghi^{3*}, Adel Maghsoudpour⁴

1- Department of Mechanical Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University, Tehran, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

4- Department of Mechanical Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

* P.O.B. 14515-775, Tehran, Iran, setemadi@srbiau.ac.ir

Keywords

Linear vibration, Annular sector plate, functionally graded material, Fluid column pressure

Abstract

In this study, the effect of fluid dynamic pressure on the linear vibrations of annular sector plate made of Functionally Graded Material (FGM) is investigated. Analysis of the plate is based on First-order Shear Deformation Plate Theory (FSDT) with consideration of rotational inertial effects and transverse shear stresses. The governing equations of motion of the plate are derived by considering the kinetic and potential energies and using the Hamilton's principle. Also, the pressure applied from the fluid to the plate is determined by solving the velocity potential function of the fluid and the velocity equality at the contact surface of the fluid and the sector in terms of vertical displacement of the sector. The shape of the studied plate modes is based on satisfying the boundary conditions of the plate. By placing hypothetical modes, harmonic responses and using the Galerkin method, the governing equation have become the characteristic equation and the natural frequency is obtained. Furthermore, the numerical results are presented for a sample plate and the effect of different parameters such as sector angle, boundary conditions, fluid density, and fluid height is investigated. Finally, the obtained results are validated without considering the fluid with previous researches, and in case of contact with the fluid with finite element model (ANSYS software).

Please cite this article using:

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Nasrollah Barati, A. H., Jafari, A. A., Etemadi Haghghi, S., Maghsoudpour, A., "The effect of fluid column pressure on the natural frequencies of an annular sector plate made of functionally graded material", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 8, No. 2, pp. 1522-1531, 2021. <https://doi.org/10.22068/JSTC.2021.531588.1731>

1-مقدمه

بررسی خصوصیات دینامیکی ورق‌ها یکی از موضوعات مهم مهندسی است و مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است [1]. خصوصیات هیدروالاستیک سازه‌های در تماس با سیال برای بسیاری از کاربردهای مهندسی مانند سازه‌های دریایی، سازه‌های هوایی، اجزای داخلی راکتور، مخازن ذخیره و سازه‌های هوایی مورد توجه می‌باشد. فرکانس‌های طبیعی سازه‌ها از جمله ورق در حالت تماس با سیال متفاوت از فرکانس‌های آن در حالت بدون تماس با سیال می‌باشد. روش‌های مختلف نظری و عددی برای حل مشکلات تماس سازه‌ها با سیال توسعه یافته است. در برخی موارد حضور سیال باعث خستگی و یا از کارافتادگی سازه می‌گردد لذا آگاهی از رفتار سازه و سیال در اندرکنش دینامیکی بین آن‌ها ضروری به نظر می‌رسد [2]. محققان مطالعات زیادی در زمینه ارتعاشات ورق در تماس با سیال انجام داده‌اند. عسکری و همکاران در سال 2013 [3]، ارتعاش یک ورق دایروی غوطه‌ور در سیال محدود را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها یک سری آزمایشات تجربی برای اعتبارسنجی مدل ارائه دادند و ورق را با دو شرط مرزی مختلف، لبه آزاد و لبه ساده مورد بررسی قرار دادند. برای دستیابی به پتانسیل سرعت سیال از هر دو روش حداقل مربعات گالرکین بهره بردند. همچنین برای تعیین فرکانس‌های طبیعی ورق از روش ریلی ریتز استفاده کردند. نتایج نشان داد که فرکانس‌های طبیعی ورق در ابتدا با عمق غوطه‌وری کاهش می‌یابد، سپس با رسیدن ورق به وسط ظرف تقریباً ثابت می‌شود. در مطالعه‌ای دیگر، تارپوردی لو و همکاران در سال 2013 [4]، ارتعاش آزاد ورق دایروی در تماس با سیال غیرقابل تراکم را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها فرکانس‌های طبیعی و جرم اضافه شده مربوطه را تعیین کردند. همچنین از دو روش سری‌های بسل-فوریه و روش تغییرات برای استخراج فرکانس‌های طبیعی ورق و سیال استفاده کردند. نتایج حاکی از آن بود که برای دامنه معمول عمق سیال، فرکانس‌های ارتعاش آزاد با تغییر اندکی در عمق سیال، بدون تغییر باقی می‌ماند.

کواک و کیم در سال 1991 [5]، ارتعاش یک ورق دایروی در تماس با سیال ایده‌آل را در حالت متقارن محوری با در نظر گرفتن شرایط مرزی مختلف مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها از نسبت فرکانس‌های طبیعی ورق در تماس بر فرکانس‌های طبیعی ورق بدون تماس با سیال که ضریب نمو جرم مجازی (AVMI) نامیده می‌شود، استفاده کردند و نشان دادند که حضور سیال مقدار اینرسی ورق را افزایش داده و در نهایت فرکانس‌های طبیعی ورق در مقایسه با حالت خشک بطور قابل توجهی کاهش پیدا می‌کند. کربوا و همکاران در سال 2008 [6]، ارتعاش یک ورق مستطیل شکل در تماس با سیال را با پیشنهاد یک مدل ساختاری ریاضی بر اساس ترکیب روش اجزای محدود و تئوری پوسته‌سندرز مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با استفاده از تابع پتانسیل سرعت و معادله برنولی فشار وارد شده از سیال به ورق را تعیین کردند. همچنین نشان دادند که روش ارائه شده می‌تواند برای مدل‌سازی ساختارهای منحنی تحت فشار تصادفی (به عنوان مثال، تجزیه و تحلیل دینامیکی اجزای مولد بخار) مورد استفاده قرار گیرد. خورشیدی و همکاران در سال 2017 [7]، ارتعاشات آزاد یک ورق مستطیل شکل در تماس با سیال را بصورت تجربی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها ورق مستطیل شکل را به عنوان یکی از دیواره‌های مخزن مکعبی حاوی سیال در نظر گرفتند و برای بدست آوردن فرکانس طبیعی ورق مستطیل شکل در تماس با سیال آزمایش‌های صوتی و مودال را مورد استفاده قرار دادند. روش پیشنهادی آن‌ها می‌تواند ورق‌های عمودی، افقی یا

زاویه‌دار را که تا حدی در سیال غوطه‌ور شده‌اند را مورد بررسی قرار دهد. در مطالعه‌ای دیگر، سیوالک در سال 2004 [8]، مقایسه‌ای بین روش‌های تفاضلات مربعی و تفاضلات مربعی هارمونیک برای کماتش، خمش و تجزیه و تحلیل ارتعاشات آزاد ورق و ستون‌های الاستیک انجام داد. یافته‌ها نشان داد که روش تفاضلات مربعی هارمونیک نتایج دقیق‌تری را ارائه می‌دهد و نسبت به روش تفاضلات مربعی به نقاط شبکه کمتری نیاز دارد.

در سال 2012 [9]، حسینی هاشمی و همکاران به مطالعه ارتعاشات آزاد ورق نسبتاً ضخیم مستطیلی در تماس با سیال پرداختند. آن‌ها برای استخراج روابط حاکم بر ورق از تئوری میندلین و برای استخراج روابط حاکم بر سیال از معادله برنولی استفاده کردند. آن‌ها در مطالعه‌ای که انجام دادند فرکانس‌های طبیعی ورق در تماس با سیال از یک وجه و از دو وجه را بدست آوردند. یوسف‌زاده و همکاران در سال 2019 [10]، ارتعاش اجباری ورق نسبتاً ضخیم مستطیلی از جنس مواد مدرج تابعی در تماس با سیال غیر قابل تراکم تحت بار متحرک را مطالعه نمودند. آن‌ها با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی و بکارگیری روش بسط شکل مودها معادلات حاکم بر رفتار ارتعاشی را استخراج کردند. همچنین تأثیر پارامترهای مختلف هندسی از قبیل نسبت طول به عرض ورق، ضخامت به طول ورق، چگالی سیال و توان کسر حجمی را روی پاسخ دینامیکی ورق بررسی کردند. یوسف‌زاده و همکاران در سال 2019 [11]، ارتعاشات ورق دایروی از جنس مواد تابعی در تماس با سیال محدود را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها معادلات حاکم را با استفاده از تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی و توابع هارمونیک چیشف و معادله سیال را با استفاده از حل معادله لاپلاس پتانسیل سرعت استخراج کردند. همچنین از روش ریتز برای تعیین فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ورق دایروی در تماس با سیال استفاده کردند. نتایج آن‌ها نشان دهنده این موضوع بود که با افزایش ارتفاع سیال درون مخزن مقادیر فرکانس طبیعی ورق بطور قابل توجهی کاهش پیدا می‌کند.

شفیعی و همکاران در سال 2014 [12]، ارتعاشات آزاد ورق الاستیک از جنس مواد تابعی را که روی پایه الاستیک وینکلر در تماس با سیال قرار دارد را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان دهنده این موضوع بود که فرکانس‌های طبیعی سیستم جفت شده سیال با افزایش پارامتر ماده افزایش می‌یابد. علاوه بر این، فرکانس طبیعی ورق با افزایش سفتی پایه الاستیک روند افزایشی خواهد داشت. آمابیلی 1996 [13]، به مطالعه ارتعاشات آزاد ورق دایروی توخالی در تماس با سیال محدود از یک طرف پرداخت. وی در تحقیق خود سیال را غیر قابل تراکم فرض کرد، همچنین ورق را در یک دیافراگم حلقوی از یک دیواره سفت و سخت بینهایت قرار داد. نتایج نشان داد که وقتی دامنه سیال توسط یک سطح آزاد محدود می‌شود، فرکانس‌های طبیعی با عمق سیال کاهش می‌یابد. کانالس و مانتاری در سال 2017 [14]، یک راه حل تحلیلی برای تجزیه و تحلیل ارتعاش آزاد ورق کامپوزیت مستطیلی ضخیم در تماس با سیال محدود ارائه کردند. میدان جابجایی ورق با استفاده از روش ریتز تقریب زده شد و با استفاده از توابع مناسب شرایط مرزی کلاسیک را مورد بررسی قرار دادند. در نهایت اثر جهتگیری الیاف کامپوزیت به همراه پارامترهای هندسی ورق روی فرکانس‌های طبیعی مورد مطالعه قرار گرفت.

در مطالعه دیگری، یوسف‌زاده و همکاران در سال 2018 [15]، پاسخ دینامیکی ورق دایروی از جنس مواد تابعی را در تماس با سیال محدود تحت بار هارمونیک مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها تجزیه و تحلیل ورق را بر اساس

¹ Added Virtual Mass Incremental

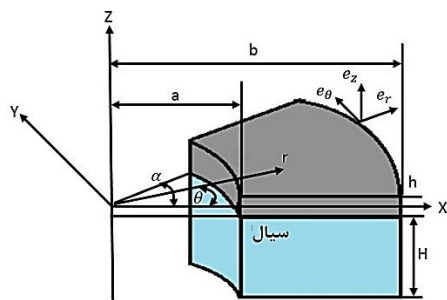


Fig. 1 Schematic of annular sector plate in contact with fluid with coordinate convection.

شکل 1 هندسه قطاع دایروی در تماس با سیال و نحوه استقرار محوره‌های مختصات

که در آن z فاصله یک نقطه از لایه میانی، u_θ, u_r و u_z به ترتیب جابجایی یک نقطه دلخواه در امتداد محوره‌های r, θ و z و u_0 و v_0 به ترتیب نمایانگر جابجایی صفحه میانی در امتداد جهت r و θ هستند. همچنین φ_r و φ_θ بیانگر چرخش‌های محور قائم عرضی به ترتیب حول محوره‌های r و θ است. نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول برای ورق‌های نسبتاً ضخیم استفاده می‌شود. برای یک قطاع دایروی توخالی، این تئوری را می‌توان در ورق‌های با $h/c \leq 0.2$ استفاده کرد [19].

با فرض تغییرشکل‌های کوچک و روابط تنش- کرنش خطی، مؤلفه‌های کرنش قطاع دایروی طبق روابط زیر قابل بیان است [18]:

$$\begin{aligned} e_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r} + z \frac{\partial \varphi_r}{\partial r} \\ e_{\theta\theta} &= \frac{1}{r} \left(u_\theta + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{z}{r} \left(\varphi_r + \frac{\partial \varphi_\theta}{\partial \theta} \right) \\ e_{r\theta} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} + z \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_r}{\partial \theta} + \frac{\partial \varphi_\theta}{\partial r} - \frac{\varphi_\theta}{r} \right) \right) \\ e_{rz} &= \frac{1}{2} \left(\varphi_r + \frac{\partial w}{\partial r} \right), \quad e_{\theta z} = \frac{1}{2} \left(\varphi_\theta + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

بر اساس قانون هوک، روابط تنش-کرنش به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{E(z)}{1-\nu^2} (e_{rr} + \nu(e_{\theta\theta} + e_{zz})) \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{E(z)}{1-\nu^2} (e_{\theta\theta} + \nu(e_{rr} + e_{zz})) \\ \sigma_{r\theta} &= \frac{E(z)}{1+\nu} e_{r\theta}, \quad \sigma_{rz} = \kappa^2 \frac{E(z)}{1+\nu} e_{rz} \\ \sigma_{\theta z} &= \kappa^2 \frac{E(z)}{1+\nu} e_{\theta z} \end{aligned} \quad (3)$$

κ^2 ضریب تصحیح برشی است که برای قطاع دایروی مقدار آن $\pi^2/12$ است. همچنین ν نسبت پواسون و $E(z)$ مدول یانگ ورق می‌باشد که طبق مدل ردی به صورت زیر تعریف می‌شود [15]:

$$E(z) = E_m + (E_c - E_m) \left(\frac{2z-h}{2h} \right)^p \quad (4)$$

تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول انجام دادند. همچنین با حل معادله لاپلاس و برآورده ساختن شرایط مرزی آن، معادله حاکم برای رفتار نوسانی سیال را بدست آوردند. علاوه بر این، آن‌ها برای تعیین پاسخ دینامیکی ورق از روش چبیشف-ریتز و ارضای شرایط مرزی استفاده کردند. یوسفزاده و همکاران در سال 2019 [16]، به بررسی ارتعاشات آزاد ورق دایروی از جنس مواد تابعی در تماس با سیال محدود و غیرقابل تراکم پرداختند. آن‌ها با استفاده از روش ریتز، فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ورق دایروی در تماس با سیال را بر مبنای انرژی پتانسیل کمینه استخراج کردند و در ادامه، تأثیر پارامترهای مختلف هندسی از قبیل نسبت ضخامت بر شعاع ورق، شرایط مرزی، چگالی سیال، نسبت کسر حجمی ماده تابعی و ارتفاع سیال را روی فرکانس‌های طبیعی مورد بررسی قرار دادند. در سال 2000 اندو [17]، با استفاده از روش اجزای محدود، رفتار ارتعاشی سازه‌های شناور بسیار بزرگ VLFS¹ را تحت تأثیر بارمتحرک و امواج مورد مطالعه قرار داد. وی نشان داد که امواج باعث افزایش پاسخ دینامیکی VLFS می‌شود و اثر آن‌ها بایستی در طراحی این سازه‌ها مد نظر قرار گیرد.

مرور کارهای انجام شده توسط محققان که بخشی از آن‌ها در بالا اشاره شد نشان می‌دهد که تحقیقی در رابطه با قطاع دایروی از جنس مواد تابعی در تماس با سیال صورت نگرفته است. همچنین کارهای انجام شده بر روی ارتعاشات قطاع دایروی در شرایط محدود یعنی تکیه‌گاه با لبه ساده را بررسی کرده‌اند اما با توجه به روند حل نیمه‌تحلیلی این پژوهش تمام شرایط تکیه‌گاهی مورد بررسی قرار می‌گیرد. بنابراین، در این پژوهش ارتعاشات خطی قطاع دایروی از جنس مواد تابعی در تماس با سیال مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. علاوه بر این، معادلات حرکتی حاکم توسط تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و اصل همیلتون تعیین شده است. فشار دینامیکی سیال به ورق با استفاده از معادله لاپلاس و ارضای شرایط مرزی بر حسب جابه‌جایی عمودی ورق بدست آمده است. با استفاده از روش مدهای فرضی و در نظر گرفتن پاسخ‌های هارمونیک و به کار بردن روش گالرکین فرکانس طبیعی ورق تعیین شده است. در انتها، برای قطاع دایروی از جنس مواد تابعی اثر پارامترهایی مانند زاویه قطاع، چگالی و ارتفاع سیال بر فرکانس طبیعی خطی برای شرایط مرزی مختلف ارائه شده است. همچنین نتایج بدست آمده بدون در نظر گرفتن سیال با پژوهش‌های پیشین و با در نظر گرفتن سیال با نرم‌افزار المان محدود انسیس صحت سنجی شده است که همگرایی خوبی را نشان می‌دهد.

2- روابط حاکم

2-1- روابط حاکم بر قطاع دایروی

یک قطاع دایروی تو خالی از جنس مواد تابعی به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b و ضخامت h با زاویه مرکزی α مطابق شکل 1 در نظر گرفته شده است. ورق در سطح $z = -h/2$ در تماس با سیال و سیال در سطح زیرین ورق با عمق H فرض شده است.

بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، جابه‌جایی‌ها به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [16]:

$$\begin{aligned} u_r(r, \theta, z) &= u_0 + z\varphi_r(r, \theta) \\ u_\theta(r, \theta, z) &= v_0 + z\varphi_\theta(r, \theta) \\ u_z(r, \theta, z) &= w(r, \theta) \end{aligned} \quad (1)$$

² Very Large Floating Structures

که در آن ρ_0 ، ρ_1 و ρ_2 ترم‌های اینرسی هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$(\rho_0, \rho_1, \rho_2) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (1, z, z^2) \rho(z) dz \quad (12)$$

3- تعیین فشار دینامیکی سیال

برای بدست آوردن یک مدل ریاضی از سیال، فرضیات زیر برای رفتار دینامیکی سیال در نظر گرفته می‌شود:

- جابجایی‌ها و سرعت سیال کم فرض می‌شوند. بنابراین، رفتار سیال به صورت خطی در نظر گرفته می‌شود.
- یک سیال ایده‌آل به گونه‌ای فرض می‌شود که می‌توان یک تابع پتانسیل برای آن در نظر گرفت.
- شرایط اولیه سیال صفر در نظر گرفته می‌شود.
- سیال تراکم ناپذیر، غیر ویسکوز و غیر چرخشی در نظر گرفته شده است.

با توجه به فرضیات گفته شده برای سیال در تماس با ورق، تابع پتانسیل سرعت Φ باید معادله لاپلاس را در دامنه سیال ارضا کند. این معادله در مختصات استوانه‌ای به فرم رابطه (13) است [14]:

$$\nabla^2 \Phi(r, \theta, z, t) = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (13)$$

شرایط مرزی سیال به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)_{r=a} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)_{r=b} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)_{\theta=0} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)_{\theta=\alpha} = 0 \quad (14)$$

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)_{z=-\frac{h}{2}-H} = 0, \quad \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)_{z=-\frac{h}{2}} = \frac{\partial w}{\partial t}$$

با استفاده از معادله برنولی و صرف نظر از عبارات غیر چرخشی، فشار سیال در سطح تماس سیال و ورق به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [4]:

$$p = p|_{z=-\frac{h}{2}} = -\rho_f \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{z=-\frac{h}{2}} \quad (15)$$

که ρ_f چگالی سیال در حجم واحد است. با در نظر گرفتن روش تفکیک متغیرها، با استفاده از معادلات (14)، و جایگذاری تابع پتانسیل در رابطه (15)، فشار دینامیکی وارد شده توسط سیال بر ورق بصورت زیر تعیین می‌شود:

$$P(r, \theta, t) = -\rho_f \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\coth(\mu_{mn}H)}{\mu_{mn}} \ddot{w}(r, \theta, t) \quad (16)$$

که μ_{mn} با توجه به معادله زیر بدست می‌آید:

$$J'_{\beta_m}(\mu a) Y'_{\beta_m}(\mu b) - J'_{\beta_m}(\mu b) Y'_{\beta_m}(\mu a) = 0 \quad (17)$$

همچنین J و Y توابع بسل قطبی نوع اول و دوم و $\beta_m = \frac{m\pi}{\alpha}$ می‌باشد.

4- روش حل

با جایگذاری معادلات (5) و (16) در معادله (11)، معادلات حرکت به صورت زیر مشخص می‌شوند:

همچنین در ورق از جنس مواد تابعی، E_c و E_m به ترتیب مدول الاستیسیته سرامیک و فلز می‌باشند و P توان کسر حجمی را نشان می‌دهد که مقدار آن بزرگ‌تر یا برابر با صفر است. نیرو و ممان‌های منتهج به صورت رابطه (5) تعریف می‌شوند:

$$(N_{ij}, M_{ij}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (1, z) \sigma_{ij} dz \quad i, j = r, \theta \quad (5)$$

$$Q_i = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{iz} dz \quad i = r, \theta$$

که N نیروی منتهج، M گشتاور منتهج و Q نیروی برشی منتهج است. از اصل همیلتون برای تعیین معادلات حاکم بر حرکت استفاده می‌شود. طبق این اصل داریم [20]:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(T - U + W_{n.c}) dt = 0 \quad (6)$$

که T انرژی جنبشی، U انرژی کرنشی و $W_{n.c}$ کار نیروهای خارجی غیر پایستار است. انرژی کرنشی ذخیره شده در ورق از رابطه (7) تعیین می‌شود [20]:

$$U = \frac{1}{2} \iiint \sigma_{ij} e_{ij} dV \quad (7)$$

انرژی جنبشی ورق با توجه به معادله زیر تعیین می‌شود [20]:

$$T = \frac{1}{2} \iiint \rho(z) (\dot{u}_r^2 + \dot{u}_\theta^2 + \dot{u}_z^2) dV \quad (8)$$

چگالی ورق ساخته شده از مواد تابعی به صورت زیر است [15]:

$$\rho(z) = \rho_m + (\rho_c - \rho_m) \left(\frac{2z - h}{2h}\right)^p \quad (9)$$

که ρ_c و ρ_m به ترتیب چگالی سرامیک و فلز هستند. اگر $p(r, \theta, t)$ فشار اعمالی ناشی از سیال به ورق باشد، تغییرات کار نیروهای خارجی ناپایستار به صورت رابطه (10) خواهد شد:

$$\delta W_{n.c} = - \int_0^a \int_a^b P(r, \theta, t) \delta w r dr d\theta \quad (10)$$

با جایگزینی معادلات (7)، (8) و (10) در معادله (6)، معادلات حرکت را می‌توان به صورت زیر بدست آورد:

$$N_{rr,r} + \frac{1}{r} N_{r\theta,\theta} + \frac{1}{r} (N_{rr} - N_{\theta\theta}) = \rho_0 \ddot{u}_0 + \rho_1 \ddot{\phi}_r$$

$$N_{r\theta,r} + \frac{1}{r} N_{\theta\theta,\theta} + \frac{2}{r} N_{r\theta} = \rho_0 \ddot{v}_0 + \rho_1 \ddot{\phi}_\theta$$

$$M_{rr,r} + \frac{1}{r} M_{r\theta,\theta} + \frac{1}{r} (M_{rr} - M_{\theta\theta}) - Q_r = \rho_1 \ddot{u}_0 + \rho_2 \ddot{\phi}_r \quad (11)$$

$$M_{r\theta,r} + \frac{1}{r} M_{\theta\theta,\theta} + \frac{2}{r} M_{r\theta} - Q_\theta = \rho_1 \ddot{v}_0 + \rho_2 \ddot{\phi}_\theta$$

$$Q_{r,r} + \frac{1}{r} Q_{\theta,\theta} + \frac{1}{r} Q_r = \rho_0 \ddot{w} + P(r, \theta, t)$$

که $\theta_{\varphi_r}(\theta)$ ، $R_{\varphi_r}(r)$ ، $\theta_{v_0}(\theta)$ ، $R_{v_0}(r)$ ، $\theta_{u_0}(\theta)$ ، $R_{u_0}(r)$ که با توجه به شرایط مرزی ورق انتخاب شده‌اند. علاوه بر این، $T_{v_0}(t)$ ، $T_{u_0}(t)$ ، $T_{\varphi_r}(t)$ و $T_{\varphi_\theta}(t)$ توابع زمان هستند. با جایگذاری از رابطه (20) در رابطه (18) مانده‌های I_1 ، I_2 ، I_3 ، I_4 و I_5 بدست می‌آیند. طبق روش گالرکین انتگرال حاصل ضرب مانده‌های رابطه (19) در تابع وزنی روی سطح باید برابر صفر شود. بنابراین:

$$\int_0^\alpha \int_a^b X_i I_i r dr d\theta = 0 \quad i = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (21)$$

به طوری که:

$$\begin{aligned} X_1 &= R_{u_0}(r)\theta_{u_0}(\theta) \\ X_2 &= R_{v_0}(r)\theta_{v_0}(\theta) \\ X_3 &= R_{\varphi_r}(r)\theta_{\varphi_r}(\theta) \\ X_4 &= R_{\varphi_\theta}(r)\theta_{\varphi_\theta}(\theta) \\ X_5 &= R_w(r)\theta_w(\theta) \end{aligned} \quad (22)$$

با جایگذاری معادلات (20) و (22) در معادله (21)، سیستم معادلات دیفرانسیل به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$[M]\{\ddot{T}\} + [K]\{T\} = 0 \quad (23)$$

[M] ماتریس جرم است و [K] ماتریس سختی است.

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} & M_{15} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} & M_{25} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} & M_{35} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} & M_{45} \\ M_{51} & M_{52} & M_{53} & M_{54} & M_{55} \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\{\ddot{T}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{T}_{u_0} \\ \ddot{T}_{v_0} \\ \ddot{T}_{\varphi_r} \\ \ddot{T}_{\varphi_\theta} \\ \ddot{T}_w \end{Bmatrix} \quad \{T\} = \begin{Bmatrix} T_{u_0} \\ T_{v_0} \\ T_{\varphi_r} \\ T_{\varphi_\theta} \\ T_w \end{Bmatrix}$$

در این پژوهش، دو نوع شرایط مرزی در نظر گرفته می‌شود.

(الف): شرط مرزی گیردار:

در لبه‌های شعاعی:

$$w = 0, \quad \varphi_r = 0, \quad u_0 = 0, \quad v_0 = 0 \quad (25)$$

و در لبه‌های زاویه‌ای:

$$w = 0, \quad \varphi_\theta = 0, \quad u_0 = 0, \quad v_0 = 0 \quad (26)$$

(ب): شرط مرزی ساده:

در لبه‌های شعاعی:

$$w = 0, \quad M_{rr} = 0, \quad \varphi_\theta = 0, \quad u_0 = 0, \quad v_0 = 0 \quad (27)$$

و در لبه‌های زاویه‌ای:

$$w = 0, \quad M_{\theta\theta} = 0, \quad \varphi_r = 0, \quad u_0 = 0, \quad v_0 = 0 \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & A_0 \left(u_{0,rr} + \frac{1}{r} u_{0,r} - \frac{1}{r^2} u_0 - \frac{1}{r^2} v_{0,\theta} + \frac{1}{r} v_{0,r\theta} \right) \\ & + C_0 \left(\frac{1}{r^2} u_{0,\theta\theta} - \frac{1}{r^2} v_{0,\theta} - \frac{1}{r} v_{0,r\theta} \right) \\ & + A_1 \left(\varphi_{r,rr} + \frac{1}{r} \varphi_{r,r} - \frac{1}{r^2} \varphi_r - \frac{1}{r^2} \varphi_{\theta,\theta} + \frac{1}{r} \varphi_{\theta,r\theta} \right) \\ & + C_1 \left(\frac{1}{r^2} \varphi_{r,\theta\theta} - \frac{1}{r^2} \varphi_{\theta,\theta} - \frac{1}{r} \varphi_{\theta,r\theta} \right) \\ & = \rho_0 \ddot{u}_0 + \rho_1 \ddot{\varphi}_r \\ & A_0 \left(\frac{1}{r^2} u_{0,\theta} + \frac{1}{r} u_{0,r\theta} + \frac{1}{r^2} v_{0,\theta\theta} \right) \\ & + C_0 \left(\frac{1}{r^2} u_{0,\theta} - \frac{1}{r} u_{0,r\theta} - \frac{1}{r^2} v_0 + \frac{1}{r} v_{0,r} + v_{0,rr} \right) \\ & + A_1 \left(\frac{1}{r^2} \varphi_{r,\theta} + \frac{1}{r} \varphi_{r,r\theta} + \frac{1}{r^2} \varphi_{\theta,\theta\theta} \right) \\ & + C_1 \left(\frac{1}{r^2} \varphi_{r,\theta} - \frac{1}{r} \varphi_{r,r\theta} + \varphi_{\theta,rr} - \frac{1}{r^2} \varphi_\theta + \frac{1}{r} \varphi_{\theta,r} \right) \\ & = \rho_0 \ddot{v}_0 + \rho_1 \ddot{\varphi}_\theta \\ & A_1 \left(u_{0,rr} + \frac{1}{r} u_{0,r} - \frac{1}{r^2} u_0 - \frac{1}{r^2} v_{0,\theta} + \frac{1}{r} v_{0,r\theta} \right) \\ & + C_1 \left(\frac{1}{r^2} u_{0,\theta\theta} - \frac{1}{r^2} v_{0,\theta} - \frac{1}{r} v_{0,r\theta} \right) \\ & + A_2 \left(\varphi_{r,rr} + \frac{1}{r} \varphi_{r,r} - \frac{1}{r^2} \varphi_r - \frac{1}{r^2} \varphi_{\theta,\theta} + \frac{1}{r} \varphi_{\theta,r\theta} \right) \\ & + C_2 \left(\frac{1}{r^2} \varphi_{r,\theta\theta} - \frac{1}{r^2} \varphi_{\theta,\theta} - \frac{1}{r} \varphi_{\theta,r\theta} \right) \\ & - C_0 \kappa^2 (\varphi_r + w_{,r}) = \rho_1 \ddot{u}_0 + \rho_2 \ddot{\varphi}_r \\ & A_1 \left(\frac{1}{r^2} u_{0,\theta} + \frac{1}{r} u_{0,r\theta} + \frac{1}{r^2} v_{0,\theta\theta} \right) \\ & + C_1 \left(\frac{1}{r^2} u_{0,\theta} - \frac{1}{r} u_{0,r\theta} - \frac{1}{r^2} v_0 + \frac{1}{r} v_{0,r} + v_{0,rr} \right) \\ & + A_2 \left(\frac{1}{r^2} \varphi_{r,\theta} + \frac{1}{r} \varphi_{r,r\theta} + \frac{1}{r^2} \varphi_{\theta,\theta\theta} \right) \\ & + C_2 \left(\frac{1}{r^2} \varphi_{r,\theta} - \frac{1}{r} \varphi_{r,r\theta} + \varphi_{\theta,rr} - \frac{1}{r^2} \varphi_\theta + \frac{1}{r} \varphi_{\theta,r} \right) \\ & - C_0 \kappa^2 \left(\varphi_\theta + \frac{1}{r} w_{,\theta} \right) = \rho_1 \ddot{v}_0 + \rho_2 \ddot{\varphi}_\theta \\ & C_0 \kappa^2 \left(\varphi_{r,r} + \frac{1}{r} \varphi_r + \frac{1}{r} \varphi_{\theta,\theta} + w_{,rr} + \frac{1}{r} w_{,r} + \frac{1}{r^2} w_{,\theta\theta} \right) \\ & = \left(\rho_0 + \rho_f \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\coth(\mu_{mn} H)}{\mu_{mn}} \right) \ddot{w} \end{aligned} \quad (18)$$

که در آن:

$$(A_0, A_1, A_2) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{(1, z, z^2) E(z)}{1 - \nu^2} dz$$

$$(C_0, C_1, C_2) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{(1, z, z^2) E(z)}{2(1 + \nu)} dz \quad (19)$$

برای حل معادله (18) از تفکیک متغیرها استفاده می‌شود. بنابراین، پاسخ-

ها به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{aligned} u_0(r, \theta, t) &= R_{u_0}(r)\theta_{u_0}(\theta)T_{u_0}(t) \\ v_0(r, \theta, t) &= R_{v_0}(r)\theta_{v_0}(\theta)T_{v_0}(t) \\ \varphi_r(r, \theta, t) &= R_{\varphi_r}(r)\theta_{\varphi_r}(\theta)T_{\varphi_r}(t) \\ \varphi_\theta(r, \theta, t) &= R_{\varphi_\theta}(r)\theta_{\varphi_\theta}(\theta)T_{\varphi_\theta}(t) \\ w(r, \theta, t) &= R_w(r)\theta_w(\theta)T_w(t) \end{aligned} \quad (20)$$

با حل کردن معادله (33)، فرکانس طبیعی را می‌توان تعیین کرد. همچنین، برای m و n ، فرکانس طبیعی برای تعداد موده‌های مختلف تعیین می‌شود.

5- بحث بر روی نتایج

در این پژوهش، تأثیر فشار سیال بر رفتار ارتعاشی یک قطاع دایروی توخالی از جنس مواد تابعی بررسی شده است. فرض می‌شود که قطاع دایروی در سطح $z = -h/2$ در تماس با سیال باشد. مرز ساده با S و مرز گیردار با C نمایش داده شده است. برای بیان شرایط مرزی کلی یک قطاع دایروی از چهار حرف استفاده شده است که دو حرف اول بیان‌کننده مرزهای زاویه‌ای، حرف سوم بیان‌کننده شرایط مرزی شعاع داخلی و حرف چهارم، بیان‌کننده شرایط مرزی شعاع خارجی است. به عنوان نمونه CSSC، بیان‌کننده مرزهای گیردار و ساده در مرزهای زاویه‌ای، مرز ساده در شعاع داخلی و مرز گیردار در شعاع خارجی است.

1-5- اعتبارسنجی پژوهش

از آنجا که هیچ پژوهشی برای ارتعاشات قطاع دایروی از جنس مواد تابعی در تماس با سیال وجود ندارد بنابراین با اعمال محدودیت نتایج این تحقیق اعتبارسنجی شده است. بنابراین با حذف اثر سیال نتایج با نتایج بدست آمده از پژوهش‌های پیشین [18, 21] صحت سنجی شده است. در جدول 1 نتایج فرکانس خطی بی‌بعد مربوط به قطاع دایروی توخالی از جنس مواد تابعی برای شرایط مرزی SSCC با داده‌های [18, 21] مقایسه شده است که مطابقت خوبی را نشان می‌دهد. همچنین ورق مورد نظر در نرم‌افزار المان محدود مدل-ساز شده است و نتایج بدست آمده توسط نرم‌افزار در جدول 2 (در تماس با سیال) با نتایج بدست آمده از مطالعه مورد نظر مقایسه شده است که نشان دهنده همگرایی خوبی است.

جدول 1 مقایسه فرکانس‌های خطی بی‌بعد برای شرایط مرزی SSCC و $(h/a = 0.1) \Omega = \omega h \sqrt{(1+\nu)(1-2\nu)\rho_c/E_c(1-\nu)}$
Table 1 Comparison of dimensionless linear frequency for boundary conditions SSCC, $\Omega = \omega h \sqrt{(1+\nu)(1-2\nu)\rho_c/E_c(1-\nu)}$ ($h/a = 0.1$)

α	a/b	p=1	p=2	p=3	p=4	p=5
195°		[21] 0.0663	0.0622	0.0566	0.0505	0.0446
	0.1	[18] 0.0664	0.0625	0.0571	0.0510	0.0451
	Present	0.0661	0.0621	0.0562	0.0503	0.0444
		[21] 0.1041	0.0980	0.0895	0.0801	0.0710
	0.3	[18] 0.1046	0.0989	0.0908	0.0815	0.0723
	Present	0.1039	0.0978	0.0893	0.0799	0.0708
210°		[21] 0.0659	0.06195	0.0563	0.0502	0.0443
	0.1	[18] 0.0659	0.06204	0.0566	0.0506	0.0447
	Present	0.0656	0.0617	0.0559	0.0501	0.0439
		[21] 0.1039	0.0978	0.0892	0.0799	0.0708
	0.3	[18] 0.1043	0.0986	0.0905	0.0812	0.0720
	Present	0.1036	0.0976	0.0889	0.0796	0.0705

جدول 2 مقایسه پنج فرکانس بی‌بعد از قطاع دایروی توخالی مواد تابعی در تماس با سیال برای شرایط مرزی CCSS و $\Omega = (\omega b^2/h)\sqrt{12\rho_m(1-\nu^2)/E_m}$, $h/c = 0.05$, $a/b = 0.5$, $\rho_f/\rho_c = 0.1$, $H/h = 1$, $\alpha = 240^\circ$, $p = 1$

Table 2 Comparison of five dimensionless frequencies of FGM annular sector plates in contact with fluid for boundary conditions $\Omega = (\omega b^2/h)\sqrt{12\rho_m(1-\nu^2)/E_m}$, $h/c = 0.05$, $a/b = 0.5$, $\rho_f/\rho_c = 0.1$, $H/h = 1$, $\alpha = 240^\circ$, $p = 1$

Method	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5
Present	4.6619	1362.671	2859.281	15784.592	15818.997
FEM	4.7823	1362.981	2859.567	15784.813	15819.316

با توجه به ارتعاشات خطی و بی‌بعد سازی معادلات شکل مودها در راستای r, θ به صورت (29) در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} \theta(\theta) &= \sum_{m=1}^{\infty} (e_m \cos(\gamma_m \theta) + f_m \sin(\gamma_m \theta) \\ &\quad + g_m \cosh(\gamma_m \theta) + i_m \sinh(\gamma_m \theta)) \\ \Gamma(\theta) &= \sum_{m=1}^{\infty} (k_m \cos(\xi_m \theta) + l_m \sin(\xi_m \theta)) \\ \Lambda(\theta) &= \sum_{m=1}^{\infty} (o_m \cos(\delta_m \theta) + s_m \sin(\delta_m \theta)) \\ R(r) &= \sum_{n=1}^{\infty} (a_n J_{\gamma_m}(\lambda_n r) + b_n Y_{\gamma_m}(\lambda_n r) + c_n I_{\gamma_m}(\lambda_n r) \\ &\quad + d_n K_{\gamma_m}(\lambda_n r)) \\ S(r) &= \sum_{n=1}^{\infty} (p_n J_{\xi_m}(\chi_n r) + q_n Y_{\xi_m}(\chi_n r)) \\ Z(r) &= \sum_{n=1}^{\infty} (t_n J_{\delta_m}(\psi_n r) + z_n Y_{\delta_m}(\psi_n r)) \end{aligned} \quad (29)$$

که J و Y توابع بسل قطبی نوع اول و دوم، I و K توابع بسل قطبی نوع اول و دوم اصلاح شده است. $\psi_n, \delta_m, \chi_n, \xi_m, \lambda_n, \gamma_m$ پارامترهایی هستند که با توجه به شرایط مرزی تعیین می‌شوند. همچنین، $a_n, c_n, b_n, o_m, q_n, p_n, l_m, k_m, i_m, g_m, f_m, e_m$ هستند که با توجه به شرایط مرزی مشخص خواهند شد. شکل مودها برای $u_0, v_0, w, \varphi_r, \varphi_\theta$ در جهت r و θ به شکل زیر تبدیل خواهند شد:

$$\begin{aligned} R_w(r) &= R(r), \theta_w(\theta) = \theta(\theta), R_{\varphi_r}(r) = R'(r), \\ \theta_{\varphi_r}(\theta) &= \theta(\theta), R_{\varphi_\theta}(r) = \frac{1}{r} R(r), \theta_{\varphi_\theta}(\theta) = \theta'(\theta) \\ R_{u_0}(r) &= S(r), \theta_{u_0}(\theta) = \Gamma(\theta), R_{v_0}(r) = Z(r), \\ \theta_{v_0}(\theta) &= \Lambda(\theta) \end{aligned} \quad (30)$$

توابع زمان به فرم هارمونیک و بصورت زیر در نظر گرفته می‌شوند.

$$\{T\} = \begin{Bmatrix} (T_{u_0})_0 \\ (T_{v_0})_0 \\ (T_{\varphi_r})_0 \\ (T_{\varphi_\theta})_0 \\ (T_w)_0 \end{Bmatrix} \cos(\omega_{mn} t) \quad (31)$$

که ω_{mn} فرکانس طبیعی است و $(T_{u_0})_0, (T_{v_0})_0, (T_{\varphi_r})_0, (T_{\varphi_\theta})_0$ و $(T_w)_0$ تحریک اولیه هستند. با جایگذاری معادله (31) در معادله (23)، معادله زیر بدست می‌آید:

$$(-\omega_{mn}^2 [M] + [K])\{T_0\} = 0 \quad (32)$$

برای اینکه معادلات فوق پاسخی غیر صفر داشته باشند، ماتریس ضرایب باید صفر باشد. بنابراین، معادله (33) را داریم:

$$|-\omega_{mn}^2 [M] + [K]| = 0 \quad (33)$$

با توجه به نمودارهای 4 و 5 فرکانس طبیعی با یک شیب بسیار تندی در دامنه تغییر چگالی از 0 تا 0.1 کاهش می‌یابد که نشان می‌دهد وجود سیال بر فرکانس طبیعی را کاهش می‌دهد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که سیال به طور قابل توجهی اینرسی ورق را افزایش می‌دهد.

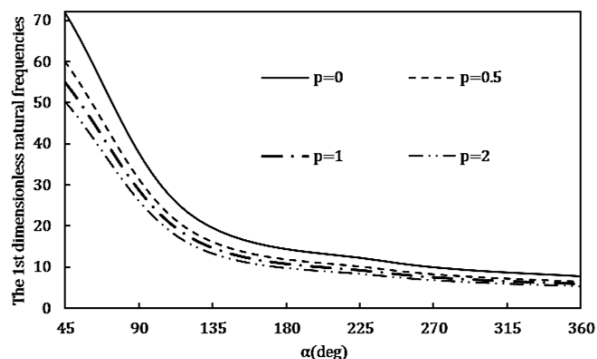


Fig. 3 The effect of angle change on linear dimensionless natural frequency in boundary conditions SSSC ($H/h = 1, a/b = 0.5, h/c = 0.1, c = b - a, \rho_f/\rho_c = 0.3$)

شکل 3 تأثیر تغییرات زاویه قطاع بر فرکانس طبیعی بی بعد خطی برای شرایط مرزی SSSC و ($H/h = 1, a/b = 0.5, h/c = 0.1, c = b - a, \rho_f/\rho_c = 0.3$)

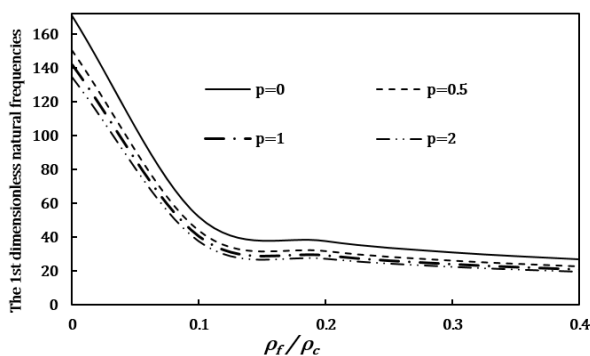


Fig. 4 The effect of fluid density on linear dimensionless natural frequency in boundary conditions CCCC ($H/h = 1, a/b = 0.5, h/c = 0.1, c = b - a, \alpha = 120^\circ$)

شکل 4 تأثیر چگالی سیال بر فرکانس طبیعی بی بعد خطی برای شرایط مرزی CCCC و ($H/h = 1, a/b = 0.5, h/c = 0.1, c = b - a, \alpha = 120^\circ$)

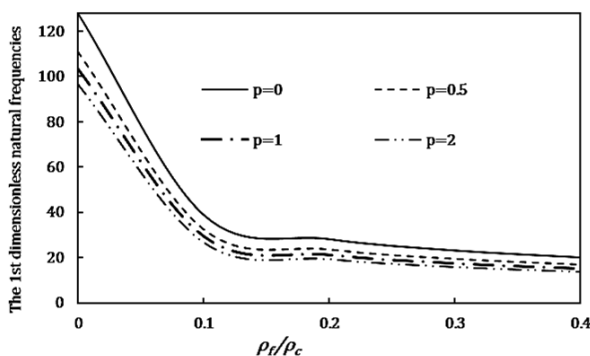


Fig. 5 The effect of fluid density on linear dimensionless natural frequency in boundary conditions SSSC ($H/h = 1, a/b = 0.5, h/c = 0.1, c = b - a, \alpha = 120^\circ$)

شکل 5 تأثیر چگالی سیال بر فرکانس طبیعی بی بعد خطی برای شرایط مرزی SSSC و ($H/h = 1, a/b = 0.5, h/c = 0.1, c = b - a, \alpha = 120^\circ$)

2-5- تأثیر توان کسر حجمی و زاویه قطاع بر فرکانس‌های طبیعی

برای نتایج عددی، یک قطاع دایروی ساخته شده از مواد تابعی در نظر گرفته شده است. مواد تابعی از دویخش فلز و سرامیک تشکیل شده‌اند. آلومینیوم و آلومینا به ترتیب به عنوان مقاطع فلزی و سرامیکی در نظر گرفته شده است. مدول یانگ و چگالی آلومینیوم و آلومینا به ترتیب برابر $E_m = 70GPa$ ، $\rho_m = 2707 kg/m^3$ و $E_c = 380GPa$ ، $\rho_c = 3800 kg/m^3$ می‌باشد. همچنین نسبت پواسون ورق برابر 0.3 در نظر گرفته شده و فرکانس طبیعی بی بعد بصورت زیر تعریف شده است:

$$\bar{\omega} = \frac{\omega b^2}{h} \sqrt{\frac{12\rho_m(1-\nu^2)}{E_m}} \quad (34)$$

در شکل‌های 2 و 3 برای هر دو شرایط مرزی CCS و CCCS، اثر توان کسر حجمی و زاویه قطاع بر روی فرکانس طبیعی بررسی شده است. در این دو شکل، برای توان کسر حجمی متفاوت، تأثیر زاویه قطاع بر فرکانس طبیعی بی بعد ترسیم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود برای دو شرایط مرزی در نظر گرفته شده، با افزایش توان کسر حجمی، فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد که می‌تواند به کاهش سفتی ورق و افزایش اینرسی نسبت داده شود. همچنین، هنگامی که قطاع دایروی ایزوتروپیک ($p = 0$) به مواد تابعی ($p > 0$) تبدیل می‌شود، فرکانس طبیعی آن به طور قابل توجهی کاهش می‌یابد اما با افزایش توان کسر حجمی، نسبت کاهش فرکانس طبیعی کمتر می‌شود.

برای دو شرط مرزی در نظر گرفته شده، در هر توان کسر حجمی مشخص با افزایش زاویه قطاع، فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد. بنابراین، با افزایش زاویه قطاع، سفتی ورق کاهش یافته و اینرسی آن افزایش می‌یابد. بعلاوه، همانطور که مشاهده می‌شود، با افزایش زاویه قطاع، نسبت کاهش فرکانس طبیعی کمتر می‌شود.

3-5- تأثیر چگالی سیال بر فرکانس‌های طبیعی

شکل‌های 4 و 5 تأثیر تغییرات چگالی سیال بر فرکانس‌های طبیعی را برای هر دو شرط مرزی CCS و CCCS نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل‌های 4 و 5 مشخص است و انتظار می‌رفت، با افزایش چگالی سیال (سنگین‌تر شدن سیال) فرکانس طبیعی بی بعد قطاع کاهش می‌یابد. چون سیال غیرلزج فرض شده است و فقط دارای اینرسی است، مانند جرم اضافه شده به ورق رفتار می‌کند. با افزایش چگالی سیال، جرم اضافه شده به ورق افزایش یافته و در نتیجه باعث کاهش فرکانس خواهد شد.

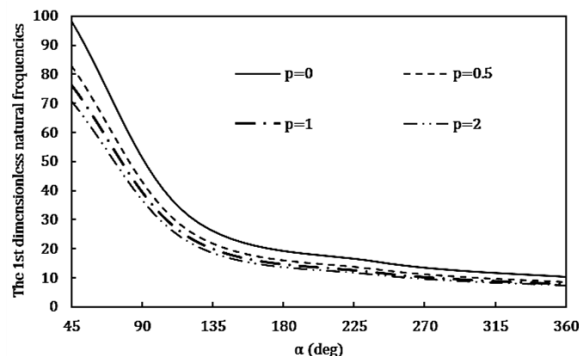


Fig. 2 The effect of sector angle change on the linear dimensionless natural frequency in boundary conditions CCCC ($H/h = 1, a/b = 0.5, h/c = 0.1, c = b - a, \rho_f/\rho_c = 0.3$)

شکل 2 تأثیر تغییرات زاویه قطاع بر فرکانس طبیعی بی بعد خطی برای شرایط مرزی CCCC و ($H/h = 1, a/b = 0.5, h/c = 0.1, c = b - a, \rho_f/\rho_c = 0.3$)

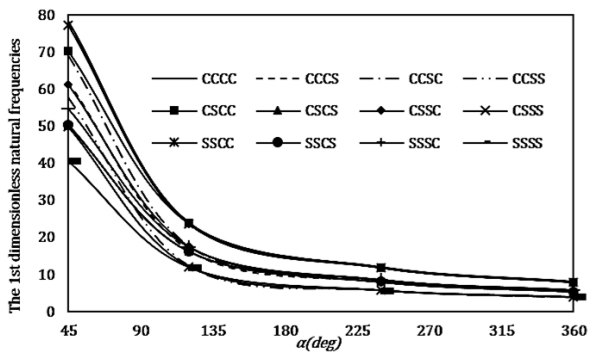


Fig. 8 The effect of boundary conditions on dimensionless natural frequency ($\rho_f/\rho_c = 0.3, a/b = 0.5, h/c = 0.1, c = b - a, p = 1$)
شکل 8 تأثیر شرایط مرزی بر فرکانس طبیعی بی‌بعد و ($\rho_f/\rho_c = 0.3, a/b = 0.5, h/c = 0.1, c = b - a, p = 1$)

بالاترین و کمترین فرکانس‌های طبیعی به ترتیب مربوط به شرایط مرزی CCCC و SSSS هستند. همانطور که در شکل 8 نشان داده شده است، با افزایش تعداد تکیه‌گاه‌های گیردار ورق صلب‌تر شده و سفتی آن افزایش می‌یابد و در نتیجه فرکانس طبیعی آن زیاد می‌شود.

6- نتیجه‌گیری

در این تحقیق ارتعاشات آزاد قطاع دایروی توخالی از جنس مواد تابعی در تماس با سیال مورد بررسی قرار گرفت. نوآوری پژوهش حاضر نسبت به پژوهش‌های گذشته در وجود سیال در مجاورت ورق مفروض، استفاده از روش گالرکین (روش نیمه‌تحلیلی) و تحلیل تمامی حالت‌های تکیه‌گاهی می‌باشد. تحلیل قطاع دایروی از جنس مواد تابعی بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و اصل همپلتون انجام شد. برای تحلیل رفتار نوسانی سیال از حل معادله لاپلاس پتانسیل سرعت و ارضای شرایط مرزی استفاده شد. همچنین، معادلات حرکت با استفاده از روش تفکیک متغیرها و مدهای فرضی حل شدند و با استفاده از روش گالرکین فرکانس‌های طبیعی ورق تعیین گردید. تجزیه و تحلیل ورق بر اساس تحقیقات پیشین و نرم‌افزار المان محدود انسیس اعتبارسنجی شد که همگرایی خوبی را نشان داد. علاوه بر این، اثر پارامترهایی مانند توان کسر حجمی، زاویه قطاع، چگالی سیال و ارتفاع سیال بر فرکانس‌های طبیعی، مورد مطالعه قرار گرفت. با بررسی نتایج عددی به طور خلاصه برای دوازده حالت شرایط مرزی نتایج زیر حاصل شد:

- با افزایش ضریب کسر حجمی، فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد.
- با افزایش زاویه قطاع، به علت کاهش سفتی ورق و افزایش اینرسی فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد.
- با افزایش چگالی سیال، فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد که علت آن افزایش اینرسی ورق می‌باشد.
- با افزایش ارتفاع سیال، ابتدا فرکانس طبیعی خطی افزایش یافته و سپس تقریباً ثابت می‌شود.
- افزایش تعداد تکیه‌گاه‌های گیردار منجر به افزایش فرکانس طبیعی می‌شود.

7- ضمیمه:

اجزای تشکیل دهنده ماتریس‌های جرم و سفتی به صورت زیر می‌باشد:

$$M_{11} = -\rho_0 \int_0^a \int_a^b R_{u_0}^2(r) \theta_{u_0}^2(\theta) r dr d\theta$$

4-5- تأثیر ارتفاع سیال بر فرکانس‌های طبیعی

شکل‌های 6 و 7 تأثیر تغییرات ارتفاع سیال بر فرکانس‌های طبیعی را برای هر دو شرط مرزی CCCC و CSSS نشان می‌دهد.

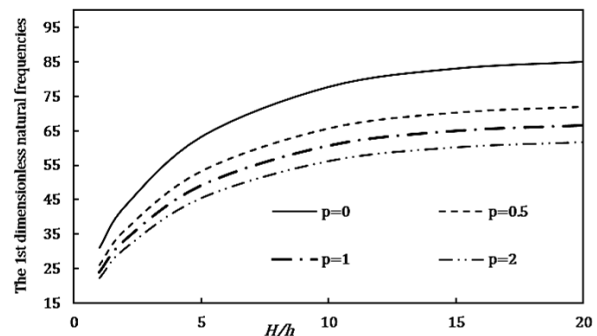


Fig. 6 The effect of fluid height on linear dimensionless natural frequency in boundary conditions CCCC ($\rho_f/\rho_c = 0.3, a/b = 0.5, h/c = 0.1, c = b - a, \alpha = 120^\circ$)

شکل 6 تأثیر ارتفاع سیال بر فرکانس طبیعی بی‌بعد خطی برای شرایط مرزی CCCC و ($\rho_f/\rho_c = 0.3, a/b = 0.5, h/c = 0.1, c = b - a, \alpha = 120^\circ$)

همان‌طور که در شکل‌های 6 و 7 مشخص است با افزایش ارتفاع سیال فرکانس طبیعی بی‌بعد ابتدا افزایش می‌یابد، سپس به مقدار ثابتی میل می‌کند و افزایش ارتفاع تأثیر ناچیزی بر فرکانس بی‌بعد دارد که این نتیجه بیانگر این مطلب است که سیال دوردست تأثیر اندکی بر رفتار ارتعاشی قطاع دایروی دارد. با شروع حرکت ارتعاشی موج ایجاد شده از ارتعاش به سیال وارد شده و در آن منتشر می‌شود و به صفحه صلب پایین برخورد کرده و به صورت موج مخالف در سیال ایجاد شده و باعث مخالفت با حرکت ارتعاشی قطاع و در نتیجه کاهش فرکانس می‌شود. در ارتفاع کم سیال این پدیده قابل توجه است، اما با افزایش ارتفاع زمان کافی برای رسیدن موج‌های مخالف با ارتعاش قطاع وجود ندارد و هر چه عمق سیال بیشتر شود، تأثیر این پدیده کمتر خواهد شد.

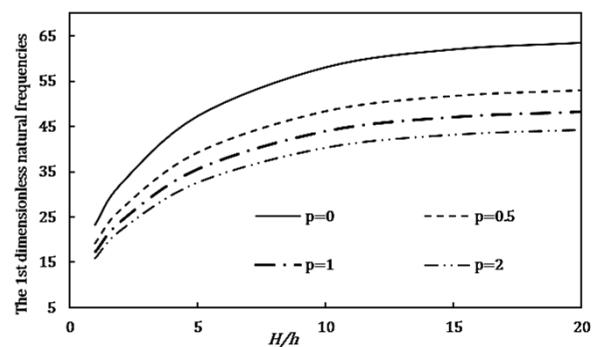


Fig. 7 The effect of fluid height on linear dimensionless natural frequency in boundary conditions SSSC ($\rho_f/\rho_c = 0.3, a/b = 0.5, h/c = 0.1, c = b - a, \alpha = 120^\circ$)

شکل 7 تأثیر ارتفاع سیال بر فرکانس طبیعی بی‌بعد خطی برای شرایط مرزی SSSC و ($\rho_f/\rho_c = 0.3, a/b = 0.5, h/c = 0.1, c = b - a, \alpha = 120^\circ$)

5-5- اثر شرایط مرزی بر فرکانس‌های طبیعی

شکل 8 تأثیر شرایط مرزی بر فرکانس طبیعی بی‌بعد را برای ضریب کسر حجمی مشخص نشان می‌دهد.

$$K_{22} = \int_0^\alpha \int_a^b \left(A_0 \frac{1}{r^2} R_{v_0}(r) \theta_{v_0}''(\theta) + C_0 \left(R_{v_0}''(r) \theta_{v_0}(\theta) + \frac{1}{r} R_{v_0}'(r) \theta_{v_0}'(\theta) - \frac{1}{r^2} R_{v_0}(r) \theta_{v_0}(\theta) \right) \right) R_{v_0}(r) \theta_{v_0}(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{23} = \int_0^\alpha \int_a^b \left(A_1 \left(\frac{1}{r^2} R_{\varphi_r}(r) \theta_{\varphi_r}'(\theta) + \frac{1}{r} R_{\varphi_r}'(r) \theta_{\varphi_r}'(\theta) \right) - C_1 \left(\frac{1}{r^2} R_{\varphi_r}(r) \theta_{\varphi_r}'(\theta) - \frac{1}{r} R_{\varphi_r}'(r) \theta_{\varphi_r}'(\theta) \right) \right) R_{v_0}(r) \theta_{v_0}(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{24} = \int_0^\alpha \int_a^b \left(A_0 \frac{1}{r^2} R_{\varphi_\theta}(r) \theta_{\varphi_\theta}''(\theta) + C_0 \left(R_{\varphi_\theta}''(r) \theta_{\varphi_\theta}(\theta) + \frac{1}{r} R_{\varphi_\theta}'(r) \theta_{\varphi_\theta}(\theta) - \frac{1}{r^2} R_{\varphi_\theta}(r) \theta_{\varphi_\theta}(\theta) \right) \right) R_{v_0}(r) \theta_{v_0}(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{31} = \int_0^\alpha \int_a^b \left(A_1 \left(R_{u_0}''(r) \theta_{u_0}(\theta) + \frac{1}{r} R_{u_0}'(r) \theta_{u_0}(\theta) - \frac{1}{r^2} R_{u_0}(r) \theta_{u_0}(\theta) \right) + C_1 \frac{1}{r^2} R_{u_0}(r) \theta_{u_0}''(\theta) \right) R_{\varphi_r}(r) \theta_{\varphi_r}(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{32} = \int_0^\alpha \int_a^b \left(A_1 \left(-\frac{1}{r^2} R_{v_0}(r) \theta_{v_0}'(\theta) + \frac{1}{r} R_{v_0}'(r) \theta_{v_0}'(\theta) \right) - C_1 \left(\frac{1}{r^2} R_{v_0}(r) \theta_{v_0}'(\theta) + \frac{1}{r} R_{v_0}'(r) \theta_{v_0}'(\theta) \right) \right) R_{\varphi_r}(r) \theta_{\varphi_r}(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{33} = \int_0^\alpha \int_a^b \left(A_2 \left(R_{\varphi_r}''(r) \theta_{\varphi_r}(\theta) + \frac{1}{r} R_{\varphi_r}'(r) \theta_{\varphi_r}(\theta) - \frac{1}{r^2} R_{\varphi_r}(r) \theta_{\varphi_r}(\theta) \right) + C_2 \frac{1}{r^2} R_{\varphi_r}(r) \theta_{\varphi_r}''(\theta) \right) R_{\varphi_r}(r) \theta_{\varphi_r}(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{34} = \int_0^\alpha \int_a^b \left(A_2 \left(-\frac{1}{r^2} R_{\varphi_\theta}(r) \theta_{\varphi_\theta}'(\theta) + \frac{1}{r} R_{\varphi_\theta}'(r) \theta_{\varphi_\theta}'(\theta) \right) - C_2 \left(\frac{1}{r^2} R_{\varphi_\theta}(r) \theta_{\varphi_\theta}'(\theta) + \frac{1}{r} R_{\varphi_\theta}'(r) \theta_{\varphi_\theta}'(\theta) \right) \right) R_{\varphi_r}(r) \theta_{\varphi_r}(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{35} = -C_0 \kappa^2 \int_0^\alpha \int_a^b R_w(r) \theta_w(\theta) R_{\varphi_r}(r) \theta_{\varphi_r}(\theta) r dr d\theta$$

$$M_{13} = M_{31} = -\rho_1 \int_0^\alpha \int_a^b R_{\varphi_r}(r) R_{u_0}(r) \theta_{\varphi_r}(\theta) \theta_{u_0}(\theta) r dr d\theta$$

$$M_{22} = -\rho_0 \int_0^\alpha \int_a^b R_{v_0}^2(r) \theta_{v_0}^2(\theta) r dr d\theta$$

$$M_{24} = M_{42} = -\rho_1 \int_0^\alpha \int_a^b R_{\varphi_\theta}(r) R_{v_0}(r) \theta_{\varphi_\theta}(\theta) \theta_{v_0}(\theta) r dr d\theta$$

$$M_{33} = -\rho_2 \int_0^\alpha \int_a^b R_{\varphi_r}^2(r) \theta_{\varphi_r}^2(\theta) r dr d\theta$$

$$M_{44} = -\rho_2 \int_0^\alpha \int_a^b R_{\varphi_\theta}^2(r) \theta_{\varphi_\theta}^2(\theta) r dr d\theta$$

$$M_{33} = -\left(\rho_0 + \rho_f \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\coth(\mu_{mn} H)}{\mu_{mn}} \right) \int_0^\alpha \int_a^b R_w^2(r) \theta_w^2(\theta) r dr d\theta$$

$$M_{12} = M_{21} = M_{14} = M_{41} = M_{15} = M_{51} = M_{23} = M_{32} = M_{25} = M_{52} = M_{34} = M_{43} = M_{35} = M_{53} = M_{45} = M_{54} = 0$$

$$K_{11} = \int_0^\alpha \int_a^b \left(A_0 \left(R_{u_0}''(r) \theta_{u_0}(\theta) + \frac{1}{r} R_{u_0}'(r) \theta_{u_0}(\theta) - \frac{1}{r^2} R_{u_0}(r) \theta_{u_0}(\theta) \right) + C_0 \frac{1}{r^2} R_{u_0}(r) \theta_{u_0}''(\theta) \right) R_{u_0}(r) \theta_{u_0}(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{12} = \int_0^\alpha \int_a^b \left(A_0 \left(-\frac{1}{r^2} R_{v_0}(r) \theta_{v_0}'(\theta) + \frac{1}{r} R_{v_0}'(r) \theta_{v_0}'(\theta) \right) + \frac{1}{r} R_{v_0}'(r) \theta_{v_0}'(\theta) - C_0 \left(\frac{1}{r^2} R_{v_0}(r) \theta_{v_0}'(\theta) + \frac{1}{r} R_{v_0}'(r) \theta_{v_0}'(\theta) \right) \right) R_{u_0}(r) \theta_{u_0}(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{13} = \int_0^\alpha \int_a^b \left(A_1 \left(R_{\varphi_r}''(r) \theta_{\varphi_r}(\theta) + \frac{1}{r} R_{\varphi_r}'(r) \theta_{\varphi_r}(\theta) - \frac{1}{r^2} R_{\varphi_r}(r) \theta_{\varphi_r}(\theta) \right) - \frac{1}{r^2} R_{\varphi_r}(r) \theta_{\varphi_r}(\theta) + C_1 \frac{1}{r^2} R_{\varphi_r}(r) \theta_{\varphi_r}''(\theta) \right) R_{u_0}(r) \theta_{u_0}(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{14} = \int_0^\alpha \int_a^b \left(A_1 \left(-\frac{1}{r^2} R_{\varphi_\theta}(r) \theta_{\varphi_\theta}'(\theta) + \frac{1}{r} R_{\varphi_\theta}'(r) \theta_{\varphi_\theta}'(\theta) \right) + \frac{1}{r} R_{\varphi_\theta}'(r) \theta_{\varphi_\theta}'(\theta) - C_1 \left(\frac{1}{r^2} R_{\varphi_\theta}(r) \theta_{\varphi_\theta}'(\theta) + \frac{1}{r} R_{\varphi_\theta}'(r) \theta_{\varphi_\theta}'(\theta) \right) \right) R_{u_0}(r) \theta_{u_0}(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{21} = \int_0^\alpha \int_a^b \left(A_0 \left(\frac{1}{r^2} R_{u_0}(r) \theta_{u_0}'(\theta) + \frac{1}{r} R_{u_0}'(r) \theta_{u_0}'(\theta) \right) - C_0 \left(\frac{1}{r^2} R_{u_0}(r) \theta_{u_0}'(\theta) - \frac{1}{r} R_{u_0}'(r) \theta_{u_0}'(\theta) \right) \right) R_{v_0}(r) \theta_{v_0}(\theta) r dr d\theta$$

- [5] Kwak, M.K., Kim, K.C., "Axisymmetric vibration of circular plates in contact with fluid. Journal of Sound and Vibration," Vol.146, No.3, pp.381-9, 1991.
- [6] Kerboua, Y., Lakis, A.A., Thomas, M., Marcouiller, L., "Vibration analysis of rectangular plates coupled with fluid," Applied Mathematical Modelling, Vol.32, No.12, pp.2570-86, 2008.
- [7] Khorshidi, K., Akbari, F., Ghadirian, H., "Experimental and analytical modal studies of vibrating rectangular plates in contact with a bounded fluid," Ocean Engineering, Vol.140, pp. 146-54, 2017.
- [8] Civalek, Ö. "Application of differential quadrature (DQ) and harmonic differential quadrature (HDQ) for buckling analysis of thin isotropic plates and elastic columns," Engineering Structures, Vol.26, No.2, pp.171-186, 2004.
- [9] Hosseini-Hashemi, S., Karimi, M., Rokni, H., "Natural frequencies of rectangular Mindlin plates coupled with stationary fluid," Applied Mathematical Modelling, Vol.36, No.2, pp.764-778, 2012.
- [10] Yousefzadeh, S., Akbari, A., Najafi, M., "Dynamic response of FG rectangular plate in contact with stationary fluid under moving load", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 6, No. 2, pp. 213-224, 2019.
- [11] Yousefzadeh, Sh. Jafari, A. and Mohammadzadeh, A., "Free vibration of a thick FG circular plate in contact with an inviscid and incompressible fluid", In Persian, Iranian Journal of Mechanical Engineering, No.1, pp. 73-96, 2019.
- [12] Shafiee, A.A., Daneshmand, F., Askari, E., Mahzoon, M., "Dynamic behavior of a functionally graded plate resting on Winkler elastic foundation and in contact with fluid," Struct Eng Mech.; Vol.50, No.1, pp.53-71, 2014.
- [13] Amabili, M., "Effect of finite fluid depth on the hydroelastic vibrations of circular and annular plates," Journal of Sound and Vibration, Vol.193, No.4, pp.909-25, 1996.
- [14] Canales, F.G., Mantari, J.L., "Laminated composite plates in contact with a bounded fluid: Free vibration analysis via unified formulation," Composite Structures, Vol.162, pp.374-87, 2017.
- [15] Yousefzadeh, S., Jafari, A.A., Mohammadzadeh, A., Najafi, M., "Dynamic response of functionally graded annular/circular plate in contact with bounded fluid under harmonic load," Structural engineering and mechanics, An international journal, Vol. 65, No.5, pp.523-33, 2018.
- [16] Yousefzadeh, Sh. Jafari, A. and Mohammadzadeh, A., "Hydroelastic vibration analysis of functionally graded circular plate in contact with bounded fluid by Ritz method", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 5, No. 4, pp. 529-538, 2019.
- [17] Endo, H., "The behavior of a VLFS and an airplane during takeoff/landing run in wave condition," Marine structures, Vol.13, No.4-5, pp.477-91, 2000.
- [18] Saidi, AR., Baferani, A.H., Jomehzadeh, E., "Benchmark solution for free vibration of functionally graded moderately thick annular sector plates" Acta mechanica, Vol.219, No.3, pp.309-35, 2011.
- [19] Leissa, A.W., "Vibration of plates," Scientific and Technical Information Division, National Aeronautics and Space Administration, 1969.
- [20] Hejripour, F., Saidi, AR., "Nonlinear free vibration analysis of annular sector plates using differential quadrature method," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, Vol.226, No.2, pp.485-497, 2012.
- [21] Nie, G.J., Zhong, Z., "Vibration analysis of functionally graded annular sectorial plates with simply supported radial edges," Composite Structures, Vol. 84, No.2, pp.167-76, 2008.

$$K_{41} = \int_0^\alpha \int_a^b \left(A_1 \left(\frac{1}{r^2} R_{u_0}(r) \theta'_{u_0}(\theta) + \frac{1}{r} R'_{u_0}(r) \theta'_{u_0}(\theta) \right) - C_1 \left(\frac{1}{r^2} R_{u_0}(r) \theta'_{u_0}(\theta) - \frac{1}{r} R'_{u_0}(r) \theta'_{u_0}(\theta) \right) \right) R_{\varphi_\theta}(r) \theta_{\varphi_\theta}(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{42} = \int_0^\alpha \int_a^b \left(A_1 \frac{1}{r^2} R_{v_0}(r) \theta''_{v_0}(\theta) + C_1 \left(R''_{v_0}(r) \theta_{v_0}(\theta) + \frac{1}{r} R'_{v_0}(r) \theta_{v_0}(\theta) - \frac{1}{r^2} R_{v_0}(r) \theta_{v_0}(\theta) \right) \right) R_{\varphi_\theta}(r) \theta_{\varphi_\theta}(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{43} = \int_0^\alpha \int_a^b \left(A_1 \left(\frac{1}{r^2} R_{\varphi_r}(r) \theta'_{\varphi_r}(\theta) + \frac{1}{r} R'_{\varphi_r}(r) \theta'_{\varphi_r}(\theta) \right) - C_1 \left(\frac{1}{r^2} R_{\varphi_r}(r) \theta'_{\varphi_r}(\theta) - \frac{1}{r} R'_{\varphi_r}(r) \theta'_{\varphi_r}(\theta) \right) \right) R_{\varphi_\theta}(r) \theta_{\varphi_\theta}(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{44} = \int_0^\alpha \int_a^b \left(A_0 \frac{1}{r^2} R_{\varphi_\theta}(r) \theta''_{\varphi_\theta}(\theta) + C_0 \left(R''_{\varphi_\theta}(r) \theta_{\varphi_\theta}(\theta) + \frac{1}{r} R'_{\varphi_\theta}(r) \theta_{\varphi_\theta}(\theta) - \frac{1}{r^2} R_{\varphi_\theta}(r) \theta_{\varphi_\theta}(\theta) \right) \right) R_{\varphi_\theta}(r) \theta_{\varphi_\theta}(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{45} = -C_0 \kappa^2 \int_0^\alpha \int_a^b R_w(r) \theta'_w(\theta) R_{\varphi_\theta}(r) \theta_{\varphi_\theta}(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{53} = C_0 \kappa^2 \int_0^\alpha \int_a^b \left(\frac{1}{r} R_{\varphi_r}(r) \theta_{\varphi_r}(\theta) + R'_{\varphi_r}(r) \theta_{\varphi_r}(\theta) \right) R_w(r) \theta_w(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{54} = C_0 \kappa^2 \int_0^\alpha \int_a^b R_{\varphi_\theta}(r) \theta'_{\varphi_\theta}(\theta) R_w(r) \theta_w(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{55} = C_0 \kappa^2 \int_0^\alpha \int_a^b \left(R''_w(r) \theta_w(\theta) + \frac{1}{r^2} R_w(r) \theta''_w(\theta) + \frac{1}{r} R'_w(r) \theta_w(\theta) \right) R_w(r) \theta_w(\theta) r dr d\theta$$

$$K_{15} = K_{51} = K_{25} = K_{52} = 0$$

7- مراجع

- [1] Amiri, J.V., Nikkhoo, A., Davoodi, M.R., Hassabadi, M.E., "Vibration analysis of a Mindlin elastic plate under a moving mass excitation by eigenfunction expansion method," Thin-Walled Structures, Vol.62, pp.53-64, 2013.
- [2] Hasheminejad, S.M., Khaani, H.A., Shakeri, R., "Free vibration and dynamic response of a fluid-coupled double elliptical plate system using Mathieu functions," International Journal of Mechanical Sciences, Vol.75, pp.66-79, 2013.
- [3] Askari, E., Jeong, K.H., Amabili, M., "Hydroelastic vibration of circular plates immersed in a liquid-filled container with free surface," Journal of sound and vibration, Vol.332, No.12, pp.3064-85, 2013.
- [4] Tariverdilo, S., Shahmardani, M., Mirzapour, J., Shabani, R., "Asymmetric free vibration of circular plate in contact with incompressible fluid," Applied Mathematical Modelling, Vol.37, No.1-2, pp.228-39, 2013.