

کاربرد روش انرژی اصلاح شده در تحلیل رفتار غیرخطی چرخه‌ای سازه‌ها

محمد جلیلی صدرآباد^۱، موسی محمودی صاحبی^{۲*}، رضا ملاپور اصل^۳

۱- دانشجوی دکتری مهندسی سازه، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران

۳- استادیار، دانشکده ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران

چکیده

المان‌های سازه در برابر بارهای لرزه‌ای رفتار چرخه‌ای یا هیستریزیس از خود نشان می‌دهند، به همین دلیل تحلیل این نوع رفتار سازه‌ای از اهمیت بالایی در مهندسی زلزله برخوردار است. از طرفی، با توجه به پیچیدگی این نوع از رفتار غیرخطی و عدم وجود یک تابع صریح برای بیان نیروی مقاوم برحسب تغییر شکل در این حالت، مدل‌سازی و تحلیل پدیده هیستریزیس یکی از پیچیده‌ترین مسائل در دینامیک غیرخطی سازه‌ها است. در این تحقیق، روش انرژی اصلاح شده، به عنوان یک روش عددی برای تحلیل این نوع سیستم‌ها به کار گرفته می‌شود. به منظور نیل به اهداف این تحقیق، در ابتدا مرور کوتاهی بر روی مدل‌های هیستریزیس الاستوپلاستیک می‌گردد. در ادامه با فرمول‌بندی معادلات تعادل انرژی سیستم برای سازه‌های تک درجه آزادی با رفتار غیرخطی مادی چرخه‌ای، الگوریتم اجرای کامپیوتری این روش به صورت گام‌به‌گام ارائه می‌شود. یک مثال تک درجه آزادی ساده با سختی دوخطی-الاستیک تحت ارتعاش آزاد با استفاده از روش پیشنهادی به صورت جزئی برای آشنایی هر چه بیشتر خواننده با مفهوم روش پیشنهادی ارائه می‌گردد. سپس، سازه‌های تک درجه و چند درجه آزادی با رفتار الاستوپلاستیک با استفاده از روش پیشنهادی تحلیل شده و نتایج با روش‌های عددی رایج دیگر صحت سنجی می‌گردند. به‌طور کلی، نتایج این تحقیق نشان داده است که این روش در مقایسه با سایر روش‌های موجود در تحلیل رفتار چرخه‌ای سازه‌ها از دقت مناسبی برخوردار بوده و با کاهش مرتبه در معادله حاکم بر مساله، عدم نیاز به تعریف پارامترهای تنظیم‌کننده اضافی در حل عددی و سادگی در اجرای کامپیوتری، به‌خوبی می‌تواند با ایجاد حس فیزیکی در تحلیلگر در بررسی پاسخ سیستم‌های هیستریزیس در برابر بارهای لرزه‌ای به کار گرفته شود.

کلمات کلیدی: رفتار چرخه‌ای، هیستریزیس، روش انرژی اصلاح شده، رفتار الاستوپلاستیک، تحلیل لرزه‌ای

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:				
10.22065/JSCE.2018.109272.1400	doi: 10.22065/JSCE.2018.109272.1400	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
		۱۳۹۸/۰۹/۰۱	۱۳۹۷/۰۲/۲۰	۱۳۹۷/۰۲/۲۰	۱۳۹۷/۰۱/۱۳	۱۳۹۶/۰۹/۱۳
			موسی محمودی صاحبی m.mahmoudi@srutu.edu		*نویسنده مسئول: پست الکترونیکی:	

Application of Modified Energy Method in the Nonlinear Cyclic Behavior of Structures

Mohammad Jalili SadrAbad¹, Mussa Mahmoudi^{2*}, Reza Mollapour Asl³

1- Ph.D. Student in Structural Engineering, Faculty of Civil Engineering, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran

2- Associate Professor, Faculty of Civil Engineering, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran

3- Assistant Professor, Faculty of Mathematics, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran

ABSTRACT

Structural elements exhibit cyclic behavior or hysteresis under seismic loads; therefore, the analysis of this type of response is of great importance in Earthquake Engineering. On the other hand, due to the complexity of this nonlinear behavior and the absence of an explicit function to express the restoring-force regarding deformation, the modeling and analyzing of the phenomenon of hysteresis is one of the most complex problems in nonlinear dynamics of structures. In this research, the modified energy method is used as a numerical method to analyze this type of systems. To achieve the objectives of this research, a brief review on elastoplastic hysteresis models is initially considered. Then, by formulating the energy equilibrium equations for single-degree freedom structures with nonlinear material-cyclic behavior, the computer-implemented algorithm of this method is presented in a step-by-step manner. A simple single-degree-of-freedom example with bilinear-elastic stiffness under free vibration using the proposed method is provided for the reader's familiarity with the concept of the proposed method. Subsequently, a one-story structure and a multiple-degrees-of-freedom system with elastoplastic behavior are analyzed using the given method, and conventional numerical methods are utilized to verify the results. In general, the results of this study showed that this method has a good accuracy compared to other techniques in the analysis of hysteresis behavior of structures. In addition, this approach decreases the order in the governing equation of the problem; and, there is no need to define the additional adjustable parameters in numerical solution. On the whole, the presented technique with simplicity in computer execution can be used by creating a physical sense in the analyst to calculate the response of hysteresis structural systems.

ARTICLE INFO

Received: 04/12/2017

Revised: 02/04/2018

Accepted: 10/05/2018

Keywords:

Cyclic behavior,
Modified energy method,
Elasto plastic behavior,
Seismic analysis,
Time history analysis.

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: 10.22065/JSCE.2018.109272.1400

*Corresponding author: Mossa Mahmoudi
Email address: m.mahmoudi@srutu.edu

۱- مقدمه

سازه‌های معمول در برابر زلزله‌های شدید باید وارد محدوده رفتار غیرخطی شوند زیرا صرف نظر کردن از قابلیت جذب انرژی در محدوده غیرخطی باعث می‌شود تا هزینه ساخت و ساز آن‌ها توجیه اقتصادی نداشته باشد؛ بنابراین آیین‌نامه‌های تحلیل و طراحی لرزه‌ای به سازه‌ها اجازه می‌دهند بخش اعظمی از انرژی ورودی ناشی از زلزله را در محدوده غیرخطی (غیر ارتجاعی) جذب کنند. به همین منظور، تحلیل رفتار غیرخطی سازه‌ها در برابر بارهای رفت و برگشتی ناشی از زمین‌لرزه از اهمیت بالایی برخوردار است. از طرفی، مدل‌سازی غیرخطی سازه‌ها در برابر بارهای ناشی از زمین‌لرزه کار ساده‌ای نیست و پیچیدگی‌های خاصی برای آن وجود دارد. به همین دلیل بسیاری از آیین‌نامه‌های طراحی لرزه‌ای مبتنی بر نیرو، برای فرار از تحلیل غیرخطی و در عین حال لحاظ نمودن ظرفیت جذب انرژی در محدوده غیرخطی، از ضریبی به نام ضریب رفتار استفاده می‌کنند که طراح را از انجام تحلیل غیرخطی بی‌نیاز می‌کند [۱،۲]. مدل‌سازی مقدار ضریب رفتار باید به گونه‌ای باشد تا تقریباً تمامی خصوصیات رفتار دینامیکی غیرخطی سازه را دربر داشته باشد.

محققین زیادی با بررسی اثر مدل‌های مختلف رفتار چرخه‌ای بر روی سازه‌ها، با استفاده از تحلیل‌های دینامیکی غیرخطی به دنبال آن بوده‌اند تا هرچه بهتر مقدار ضریب رفتار را به مقدار واقعی نزدیک کنند. در همین زمینه در سال‌های اخیر، فرایولی و همکاران [۳] نیز به نقد طراحی بر اساس نیرو و مفهوم برش پایه پرداختند. آن‌ها با انجام تحلیل‌های پوش-اور و دینامیکی-غیرخطی-فزاینده با در نظر گرفتن آثاری نظیر منظمی در ارتفاع، تعداد دهانه و تعداد طبقات ضریب رفتار ۱۲ قاب فولادی با سیستم قاب خمشی را بررسی کرده و با نقد مقادیر توصیه‌شده توسط آیین‌نامه طراحی لرزه‌ای ایتالیا، معیار شکل‌پذیری محلی را پیشنهاد نمودند. در تحقیق دیگری، ریس-سالازار و همکاران [۴] به نقد مقدار در نظر گرفته شده برای ضریب رفتار آیین‌نامه‌های ساختمان‌های فولادی پرداختند. همچنین، عبدی و همکاران [۵] بر روی تعیین رفتار قاب‌های فولادی دارای طبقات نرم تقویت‌شده با میراگرهای ویسکوز کار نموده‌اند. با وجود همه تلاش‌هایی که در مهندسی زلزله برای معرفی صحیح ضریب رفتار و افزایش دقت آن صورت گرفته، با این حال همچنان خطاهای زیادی بین نتایج حاصل از تحلیل‌های دقیق غیرخطی و تحلیل‌های ساده‌شده خطی (به کمک ضریب رفتار) گزارش داده شده است [۶]. در نتیجه، امروزه با ظهور روش‌های عملکرد-مبنا، آیین‌نامه‌های طراحی لرزه‌ای استفاده از تحلیل‌های غیرخطی را بیش از پیش توصیه می‌کنند و در موارد خاص استفاده از این تحلیل‌ها را اجباری می‌دانند. این موضوع اهمیت انجام تحلیل‌های غیرخطی را دوچندان می‌کند و لزوم استفاده از روش‌های تحلیل دینامیکی غیرخطی ساده، دقیق و کم‌هزینه را آشکار می‌سازد.

تاکنون، روش‌های مختلفی برای تحلیل سیستم‌های چرخه‌ای پیشنهاد شده است. دسته‌ای از این روش‌ها بر مبنای کار بوک [۷] و ون [۸] قرار دارند و به مدل بوک-ون معروف هستند. مطابق مراجع [۹،۱۰]، این روش‌ها به دلیل پیچیدگی‌های خاص ریاضی و همچنین نیاز به کالیبره کردن ضرایب مشخص‌کننده شکل حلقه هیستریزیس، کاربرد چندانی در تحلیل‌های دینامیکی غیرخطی عملی پیدا نکرده‌اند. دیگر روش پرکاربرد عملی در این زمینه، استفاده از تکنیک‌های انتگرال‌گیری گام به گام برای حل معادله دیفرانسیل غیرخطی حرکت سیستم است [۱۱]. روش سنتی شتاب خطی که توسط بعداً توسط نیومارک [۱۲]، با ضرایب تنظیم‌کننده شتاب و سرعت، اصلاح گردید، از معروف‌ترین روش‌های موجود در این بخش است. در همین رابطه، محققین مختلف مانند ویلسون [۱۳]، تیلور [۱۴]، زینکوویچ [۱۵]، هاف [۱۶]، چانگ [۱۷] با ارائه تکنیک‌های مختلفی با تعریف نمودن ضرایب ثابتی مانند به منظور بهبود کارایی روش شتاب خطی، آن را تعمیم داده‌اند. در سال‌های اخیر نیز پژوهشگران مختلفی در زمینه بهبود روش‌های عددی حل معادلات تعادل دینامیک سازه‌ها کار نموده‌اند. به طور مثال، ژانگ و همکاران [۱۸] در سال ۲۰۱۴، یک روش ترکیبی بر مبنای ترکیب فرمول تفاضل پیشرو سه-نقطه‌ای و یک فرمول تفاضل مرکزی تعمیم‌یافته یک الگوریتم ضمنی را برای تحلیل غیرخطی سازه‌ها ارائه دادند. در سال ۲۰۱۵ نیز شجاعی و همکاران [۱۹] یک شکل انتگرال‌گیری صریح با پایداری مشروط، بر مبنای استفاده از تابع کثیرالجزئی قطعه‌ای درجه‌دو ارائه‌شده توسط مرجع [۲۰] را به صورت یک روش انتگرال‌گیری ضمنی به صورت نامشروط پایدار گسترش دادند. البته همانطور که میدانیم، تاکنون متأسفانه بحث پایداری مشروط و غیرمشروط تنها در بحث سازه‌های با رفتار خطی وجود داشته و در سیستم‌های غیرخطی هیچ شرط جامعی برای تضمین پایداری روش انتگرال‌گیری وجود ندارد [۲۱،۲۲]. در مطالعه دیگری نیز سیل-سالار و آیدین [۲۳] با نقض فرض شتاب خطی در روش انتگرال‌گیری، اثر تغییرات شتاب درجه دوم و سوم در تحلیل مسائل غیرخطی دینامیک سازه‌ها را با استفاده از روش باقیمانده وزنی مورد

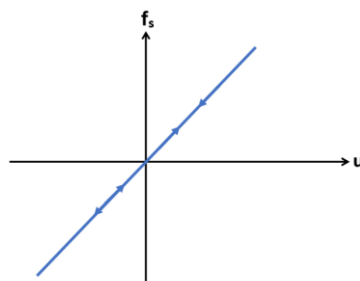
بررسی قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که روش مورد استفاده برای گستره فرکانس‌های کم میرایی مصنوعی ندارد و برای محدودهای فرکانسی متوسط و زیاد دارای میرایی عددی قابل قبولی است. به طور کلی، مشکل اصلی این دسته از روش‌ها انتخاب ضرایب تنظیم‌کننده است، زیرا به علت ماهیت پیچیده مسائل غیرخطی هنوز مقادیر مشخصی از آن‌ها برای تضمین ۱۰۰ درصدی پایداری نشده است و این مساله لزوم ارائه روش‌های جدید ساده بدون ضرایب تنظیم‌کننده و دقیق را نشان می‌دهد.

به طور جایگزین به جای حل گام به گام معادله دیفرانسیل حرکت می‌توان از تعادل انرژی سیستم نیز بهره گرفت. محققین زیادی در زمینه بحث تعادل انرژی سیستم‌های غیرخطی کار کرده‌اند. روش همیلتون توسط محققین بسیاری برای تعیین پاسخ ارتعاش آزاد سیستم‌های ساده تک درجه آزادی به کار گرفته شده است؛ (به طور نمونه، رجوع شود به [۲۴]) که از مهم‌ترین ضعف‌های این روش، محدود بودن آن برای در نظر گرفتن سازه‌های چند درجه آزادی، آثار میرایی و بارگذاری‌های پیچیده است. فیلیاترالت و تیناوی [۲۵] نیز استفاده از تعادل انرژی در تحلیل لرزه‌ای غیرخطی سازه‌ها را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با در نظر گرفتن ۴ قاب فولادی دو-طبقه با استفاده از روش نیومارک-بتا و انتگرال‌گیری از معادلات حرکت، پارامتر خطای تعادل انرژی را بررسی نمودند. کهل و کریسفیلد [۲۶] در مقاله‌ای پایستاری انرژی الگوریتم‌های انتگرال‌گیری را در مسائل دینامیک غیرخطی سازه‌ها بررسی نموده‌اند. بته [۲۷] نیز در همین رابطه، از دست رفتن پایستاری انرژی در برخی از تحلیل‌های دینامیکی غیرخطی با استفاده از روش نیومارک را از مشکلات این روش بیان کرده است. سوکولو و اربریک [۲۸] نیز مدل‌های هستیزیس و خرابی مبتنی بر انرژی را در سیستم‌های کاهنده مورد بررسی قرار دادند و در نهایت، فرهنگ و همکاران نیز در سال ۲۰۱۵، بحث پایستاری انرژی مدل‌های اجزا محدود غیرخطی را بررسی نموده‌اند [۲۹].

به طور کلی هدف از این تحقیق، گسترش روش ارائه‌شده در مرجع [۳۰] با عنوان روش انرژی اصلاح‌شده برای تحلیل دینامیکی سازه‌هایی با رفتار هستیزیس است. روش ارائه‌شده با کاهش مرتبه مشتق معادلات حرکت، بر روی محاسبه سرعت جسم در هر لحظه (و محاسبه جابه جایی‌ها) پایه‌گذاری شده است که به لحاظ ریاضی یک مزیت محسوب می‌گردد. نشان دادن جامعیت روش مذکور برای تحلیل هستیزیس سازه‌ها (به عنوان یکی از پیچیده‌ترین و کاربردی‌ترین تحلیل‌های غیرخطی دینامیکی)، ارائه یک فرم جدید که سبب افزایش سرعت روش می‌گردد و همچنین گسترش روش برای در نظر گرفتن تحلیل سازه‌های چند درجه آزادی با مدل رفتاری هستیزیس را می‌توان از مهم‌ترین نوع آوری‌های این تحقیق در مقایسه با مرجع [۳۰] دانست. به همین منظور، برای ارزیابی دقت و توانایی این روش، از چند مثال عددی بهره گرفته می‌شود که در آن‌ها نتایج حاصل از روش پیشنهادی با حل دقیق و روش‌های رایج دیگر مانند نیومارک و تفاضل مرکزی مقایسه می‌شود.

۲- رابطه نیرو-تغییر شکل در بارهای چرخه‌ای

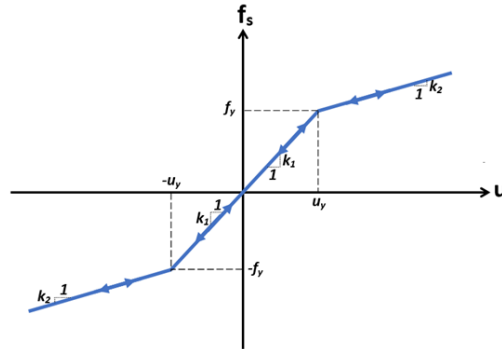
معمولاً در تحلیل‌های معمول مهندسی مطابق شکل ۱، با فرض اینکه تغییر شکل‌های ایجادشده در سازه کوچک هستند، سختی سازه ثابت در نظر گرفته می‌شود در نتیجه معادله دیفرانسیل حرکت خطی می‌گردد و حل مساله ساده خواهد بود. در این حالت فرض می‌شود که مسیر بارگذاری و باربرداری روی یک خط با شیب ثابت قرار می‌گیرند.



شکل ۱: منحنی بار-تغییر شکل خطی

ولی همانگونه که در بخش‌های قبل اشاره شد، در بعضی از حالات مانند بار زلزله شدید سازه وارد ناحیه غیرخطی می‌شود. در این حالت نیروها به صورت متناسب و خطی با تغییر شکل‌ها تغییر نمی‌کنند و باید از مدل‌های غیرخطی برای تحلیل استفاده شود.

سیستم‌های دو خطی^۱ نمونه‌ای از مدل‌های غیرخطی ساده هستند که در بسیاری از موارد برای سادگی کار، منحنی بار تغییر شکل غیرخطی را توسط دو خط تقریب می‌زنند. شکل ۲، منحنی بار-تغییر شکل یک سیستم غیرخطی با رفتار دوخطی/الاستیک (ارتجاعی) را نشان می‌دهد. در این حالت فرض می‌شود که سیستم در باربرداری روی همان منحنی به حالت اولیه برمی‌گردد.



شکل ۲: منحنی بار-تغییر شکل الاستیک دوخطی

در شکل ۲، u = تغییر شکل سیستم، f_s = نیروی فنر، u_y = تغییر شکل نظیر تسلیم، f_y = نیروی تسلیم، k_1 = سختی اولیه (قبل از تسلیم) و k_2 = سختی ثانویه است (که معمولاً مطابق رابطه (۱) به صورت ضریبی (α) از سختی اولیه تعریف می‌شود).

$$k_2 = \alpha k_1 \quad (1)$$

بیان ریاضی نیروی فنر بر حسب تغییر شکل به صورت زیر است:

$$f_s(u) = \begin{cases} k_1 u & \text{if } |u| \leq u_y \\ \alpha k_1 u + (1 - \alpha) k_1 u_y \times \text{sign}(u) & \text{if } |u| > u_y \end{cases} \quad (2)$$

انرژی پتانسیل فنر نیز، به صورت سطح زیر نمودار بار-تغییر شکل به صورت ذیل قابل تعریف است:

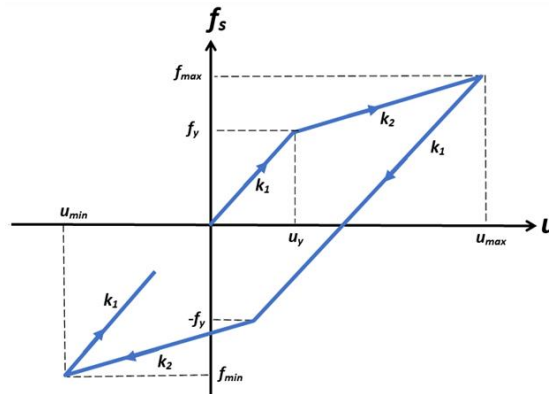
$$P.E = \int_0^u f_s(u) du \quad (3)$$

در حالت کلی، مدل‌سازی ریاضی رفتار چرخه‌ای سیستم‌ها دارای ماهیت پیچیده‌ای است، زیرا رابطه نیرو-تغییر شکل در این حالت تنها تابعی از جابه‌جایی نبوده و به نرخ افزایش یا کاهش تغییر مکان (علامت سرعت) وابسته است. یعنی در این حالت نیروی فنر به تاریخچه حرکت وابسته است و نمی‌توان آن را به صورت یک تابع صریح از جابه‌جایی سیستم بیان نمود [۳۱]. به همین منظور، محققین زیادی تلاش کردند تا رفتار چرخه‌ای انواع مختلف اجزای سازه‌ای به صورت تحلیلی و آزمایشگاهی مورد تجزیه و تحلیل قرار دهند. در همین رابطه، تاکنون آزمایشات زیادی برای تعیین رفتار نیرو-تغییر شکلی اجزای مختلف سازه‌ای (مانند مهاربندها [۳۲]، اتصالات [۳۳] و ...) تحت شرایط زلزله صورت پذیرفته است. نتایج حاصل از این آزمایشات نشان می‌دهند که رفتار نیرو-تغییر شکل چرخه‌ای تابعی از جنس ماده و نوع سیستم سازه‌ای می‌باشد. در منحنی تنش-کرنش مواد الاستیک خطی منحنی باربرداری و بارگذاری روی یک خط قرار می‌گیرد، ولی در مصالح واقعی بعد از نقطه مشخصی به نام نقطه تسلیم، با لغزش صفحات داخلی جسم بر روی یکدیگر و شکسته شدن پیوندهای ملکولی، با تبدیل انرژی کرنشی به انرژی گرمایی، یک فرایند غیرقابل برگشت صورت گرفته و باربرداری مسیری جدا از بارگذاری اولیه را طی می‌کند. منحنی‌ای که این فرایند را در یک سیکل ارتعاشی نشان می‌دهد به حلقه هیستریزس معروف است. سطح اشغال شده توسط این منحنی انرژی کرنشی هدررفته در حجم واحد را نشان می‌دهد و مبنایی برای اندازه‌گیری میرایی هیستریک^۲ است. ضریب میرایی هیستریک به راحتی نمی‌تواند برای یک ماده خاص تعریف شود و تابعی از چگونگی ساخت ماده و هندسه سازه مورد بررسی است، همچنین باید دقت داشت که میان میرایی هیستریک و میرایی لزج تفاوت وجود دارد.

¹ bilinear

² Hysteretic damping

در مدل سازی رفتار چرخه ای به طور کلی مدل های گوناگونی در نظر گرفته می شوند که یکی از رایج ترین آن ها سیستم دوخطی الاستوپلاستیک است. شکل ۳، بارگذاری، باربرداری و بارگذاری مجدد یک سیستم الاستوپلاستیک را نشان می دهد و همانطور که قبلاً ذکر شد، در این حالت نیروی مقاوم به صورت یک تابع صریح از تغییر شکل قابل تعریف نیست و بستگی به مسیر بارگذاری و تاریخچه حرکت سیستم دارد. در واقع افزایش یا کاهش بودن حرکت (علامت سرعت) در مقدار نیروی مقاوم سازه تأثیرگذار است.



شکل ۳: رفتار الاستو-پلاستیک چرخه ای

فرض های صورت گرفته در شکل ۴، به صورت زیر قابل بیان هستند:

- مقاومت تسلیم در کشش و فشار یکسان است.
- بعد از نقطه ماکزیمم، باربرداری با شیبی موازی با شیب اولیه صورت می گیرد.
- بعد از نقطه مینیمم، بارگذاری مجدد با شیبی موازی با شیب اولیه صورت می گیرد.

اگر در هر گام زمانی نمو تغییر مکان (du) به صورت ذیل تعریف گردد:

$$du = u_i - u_{i-1} \quad (4)$$

که در آن u جابه جایی است و اندیس i نیز شماره گام زمانی را نشان می دهد.

شیب نمودار بار-تغییر شکل در هر لحظه یا همان سختی مماسی (k_t)، با در نظر گرفتن شکل ۳، به صورت زیر بر حسب f_s و سرعت جسم \dot{u} ، به صورت رابطه (۵) تعریف می گردد.

$$k_t = \begin{cases} k_r & \text{for } (f_s > f_y \ \&\& \ \dot{u} > 0) \text{ or } (f_s < -f_y \ \&\& \ \dot{u} < 0) \\ k_1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

در این حالت، انرژی پتانسیل فنر نیز به (صورت سطح زیر نمودار بار-تغییر شکل) به صورت زیر قابل تعریف است.

$$P.E = \int_0^u f_s(u) du \quad (6)$$

۳- روش های عددی حل مسائل غیرخطی در دینامیک سازه ها

در این بخش، در ابتدا روش های گام به گام رایج برای حل معادله دیفرانسیل حرکت جسم با رفتار غیرخطی مرور می گردند. سپس، یک فرمول بندی بر مبنای تعادل انرژی سیستم بیان شده و در ادامه، نحوه اجرای گام به گام این روش و مزیت آن در مقایسه با روش های دسته اول، برای سازه هایی با رفتار هیستریزس بیان می گردد.

۳-۱- روش‌های مبتنی بر حل گام به گام معادله حرکت با به‌روزرسانی سختی

در روش‌های گام به گام برای بدست آوردن تاریخچه پاسخ‌ها، بازه زمانی به فواصل کوچک (Δt) تقسیم‌بندی شده و در هر یک از این بازه‌ها، با ثابت فرض کردن خواص سازه، بر اساس تعادل دینامیکی در ابتدا و انتهای بازه زمانی و انتخاب یک فرض مناسب برای بیان متغیرهای موجود در معادله حرکت در بین این فاصله (مانند خطی یا ثابت بودن شتاب و ...) پاسخ سیستم بدست می‌آید. این دسته از روش‌ها با استفاده از تعادل نیروهای دینامیکی به دنبال حل معادله دیفرانسیل غیرخطی سیستمی به فرم زیر هستند:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + k_t u(t) = p(t) \quad (7)$$

که در آن، m و c جرم و میرایی سیستم را بیان می‌کنند و k_t (که عامل غیرخطی شدن معادله است) سختی مماسی را بیان می‌کند. $u(t)$ و $\dot{u}(t)$ و $\ddot{u}(t)$ نیز به ترتیب بیانگر جابه جایی و سرعت و شتاب جسم در زمان t هستند. $p(t)$ نیز نیروی خارجی یا همان بارگذاری وارده بر سیستم را نمایش می‌دهد.

در ادامه، روش‌های تفاضل مرکزی و نیومارک به عنوان دو روش رایج از این دسته مرور می‌گردند. شایان ذکر است که این دو روش برای بررسی صحت نتایج روش پیشنهادی در بخش‌های بعد مورد استفاده قرار خواهند گرفت.

۳-۱-۱- روش تفاضل مرکزی (CD)^۳

اگر جابه جایی سیستم را طبق فرمول تیلور به صورت زیر بسط دهیم:

$$u(t + \Delta t) = u(t) + \dot{u}(t)\Delta t + \ddot{u}(t)\frac{\Delta t^2}{2} + H.O.T. \quad (8)$$

و با تبدیل Δt به $-\Delta t$ ، در رابطه (۸)، رابطه (۹) حاصل می‌گردد.

$$u(t - \Delta t) = u(t) - \dot{u}(t)\Delta t + \ddot{u}(t)\frac{\Delta t^2}{2} + H.O.T. \quad (9)$$

با صرف نظر از جملات مرتبه بالا ($H.O.T. \rightarrow 0$) در مقایسه با سایر جملات، همچنین جمع و تفریق روابط (۸) و (۹) می‌توان سرعت و شتاب در زمان t را به ترتیب به صورت روابط (۱۰) و (۱۱) بیان کرد.

$$\dot{u}(t) = \frac{u(t + \Delta t) - u(t - \Delta t)}{2\Delta t} \quad (10)$$

$$\ddot{u}(t) = \frac{u(t - \Delta t) - 2u(t) + u(t + \Delta t)}{\Delta t^2} \quad (11)$$

با جایگذاری در روابط (۱۰) و (۱۱) در رابطه تعادل سیستم در زمان t ، رابطه (۷)، به رابطه شبه استاتیک زیر می‌رسیم که جابه جایی در زمان $t + \Delta t$ از روی آن قابل محاسبه است.

$$k_{eff} \cdot u(t + \Delta t) = p_{eff} \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)، k_{eff} سختی مؤثر است که بر حسب خواص دینامیکی سیستم و مقدار بازه زمانی به صورت زیر تعیین می‌گردد.

$$k_{eff} = \frac{m}{\Delta t^2} + \frac{c}{2\Delta t} \quad (13)$$

و p_{eff} به صورت نیروی مؤثر تعریف می‌گردد که علاوه بر خواص دینامیکی سیستم و مقدار بازه زمانی، به جابه جایی در گام قبل $u(t)$ و پیش از آن $u(t - \Delta t)$ ، به صورت رابطه (۱۴) قابل بیان است.

$$p_{eff} = p(t) - (k_t - \frac{2m}{\Delta t^2})u(t) - (\frac{m}{\Delta t^2} - \frac{c}{2\Delta t})u(t - \Delta t) \quad (14)$$

³ Central difference

در هنگام محاسبه p_{eff} ، در ابتدا به جای سختی مماسی مقدار k_1 را قرار داده و پس از محاسبه جابه جایی و متعاقباً نیروی فنر، در صورت لزوم مطابق رابطه (۵) آن را اصلاح می‌کنیم.

در اینجا ذکر این نکته ضروری است که یکی از مشکلات این روش، نیاز به اطلاعات در مورد جابه جایی در زمان $-\Delta t$ یا همان $u(-\Delta t)$ در شروع تحلیل است، که در اصطلاح روش انتگرال‌گیری self-starting نمی‌باشد. معمولاً برای حل این مشکل، از روی شرایط آغازین مساله و مطابق با فرمول (۹)، از رابطه زیر استفاده می‌گردد.

$$u(-\Delta t) = u(0) - \dot{u}(0)\Delta t + \ddot{u}(0)\frac{\Delta t^2}{2} \quad (15)$$

که در آن، شتاب اولیه از روی معادله تعادل در لحظه صفر، مطابق رابطه (۱۶) می‌تواند حاصل گردد.

$$\ddot{u}(0) = m^{-1}[p(0) - c\dot{u}(0) - k_1 u(0)] \quad (16)$$

از مزایای این روش نیز می‌توان به عدم نیاز به محاسبه سرعت و شتاب در لحظات مختلف، در محاسبه تاریخچه جابه جایی‌ها سیستم‌های خطی است. البته در سیستم‌های هیستریزیس نیز برای محاسبه سختی مماسی باید سرعت در هر لحظه محاسبه گردد، ولی لزومی به محاسبه شتاب در هر لحظه نیست. با وجود این مزیت، بر طبق مرجع [۳۵] باید توجه داشت که این روش در تحلیل‌های خطی پایداری مشروط دارد و بنابراین معمولاً نیاز به بازه‌های زمانی‌های کوچک برای رسیدن به جواب دقیق دارد.

۳-۱-۲- روش نیومارک

همانطور که قبلاً ذکر شد، روش نیومارک در واقع فرم تعمیم‌یافته‌ای از روش شتاب ثابت است، که سعی دارد با ایجاد میرایی عددی در فرایند تحلیل، از مشکلات ناشی از ناپایداری جلوگیری کند و همچنین دقت جواب را بالا ببرد. در این روش، جابه جایی و سرعت در زمان $t + \Delta t$ ، به ترتیب، با روابط (۱۷) و (۱۸) بیان می‌شوند.

$$u(t + \Delta t) = u(t) + \dot{u}(t)\Delta t + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{u}(t) + \beta \ddot{u}(t + \Delta t) \right] \quad (17)$$

$$\dot{u}(t + \Delta t) = \dot{u}(t) + \Delta t [(1 - \gamma)\ddot{u}(t) + \gamma\ddot{u}(t + \Delta t)] \quad (18)$$

که در آن β و γ ضرایب تنظیم‌کننده شتاب در محاسبه سرعت و جابه جایی هستند که در حالت خاص $(\gamma = 0.5, \beta = 0.166)$ و $(\gamma = 0.5, \beta = 0.125)$ ، به ترتیب، معادل روش شتاب ثابت و شتاب خطی می‌شوند. همچنین، ثابت شده است که در سیستم‌های خطی، روش مذکور در حالت اول و دوم به ترتیب به صورت نامشروط و مشروط پایدار است. همانطور که قبلاً بیان شد، یکی از مشکلاتی که در عمل در مورد روش‌هایی نظیر نیومارک، خصوصاً در تحلیل‌های غیرخطی با آن مواجه هستیم، انتخاب مقادیر مناسب یا کالیبره کردن همین ثابت‌های انتگرال‌گیری است.

همانند روند صورت گرفته در روش تفاضل مرکزی، با به‌کارگیری روابط (۱۷) و (۱۸)، در داخل معادله (۷)، رابطه شبه استاتیک زیر برای محاسبه $u(t + \Delta t)$ می‌تواند نوشته شود.

$$k_{eff} \cdot u(t + \Delta t) = p_{eff} \quad (19)$$

که در آن،

$$k_{eff} = k_t + \frac{m}{\beta \Delta t^2} + \frac{\gamma c}{\beta \Delta t} \quad (20)$$

$$p_{eff} = p(t + \Delta t) + m \left[\frac{u(t)}{\beta \Delta t^2} + \frac{\dot{u}(t)}{\beta \Delta t} + \frac{(1 - 2\beta)\ddot{u}(t)}{2\beta} \right] + c \left[\frac{\gamma u(t)}{\beta \Delta t} + \frac{(\gamma - \beta)\dot{u}(t)}{\beta} + \frac{\Delta t(\gamma - 2\beta)\ddot{u}(t)}{2\beta} \right] \quad (21)$$

با دقت در رابطه (۲۱) می‌توان دریافت که در محاسبه نیروی مؤثر (بر خلاف روش تفاضل مرکزی) حتماً باید شتاب و سرعت در گام‌های قبلی محاسبه شوند. برای منظور پس از محاسبه $u(t + \Delta t)$ ، لزوماً باید از روابط (۱۷) و (۱۸) استفاده شود، که سبب افزایش هزینه محاسباتی این روش در مقایسه با روش تفاضل مرکزی می‌گردد. همچنین، قابل ذکر است که، برای کاربرد دو روش ذکر شده در سازه‌های چند درجه آزادی، تنها کافی است که به‌جای مقادیر جرم، میرایی و سختی مماسی، از مقادیر ماتریسی متناظر؛ و همچنین، به‌جای متغیرهای جابه‌جایی، سرعت و شتاب نیز از مقادیر برداری آن‌ها استفاده کرد.

۳-۲- روش انرژی اصلاح‌شده (MEM)

به طور کلی، انرژی‌های موجود در یک سیستم دینامیکی در حالت کلی به صورت ذیل قابل تقسیم‌بندی هستند.

۱- انرژی پتانسیل (P.E) یا کار انجام‌شده توسط نیروی فنر که به صورت رابطه (۲۲) تعریف می‌گردد:

$$P.E = \int f_s(u) du \quad (22)$$

رابطه (۲۲) در حالت خطی، که نیروی فنر با تغییر شکل متناسب باشد، به صورت آشنای $\frac{1}{2}ku^2$ درمی‌آید.

۲- انرژی جنبشی (K.E) یا کار انجام‌شده توسط نیروی اینرسی است، که همواره طبق قانون دوم نیوتن به صورت زیر قابل بیان است:

$$K.E = \int f_I(\ddot{u}) du = \frac{1}{2} m \dot{u}^2 - \frac{1}{2} m \dot{u}_0^2 \quad (23)$$

در رابطه بالا، \dot{u}_0 سرعت اولیه سیستم است و همچنین \dot{u} و \ddot{u} به ترتیب، سرعت و شتاب سیستم در زمان t را مشخص می‌کنند.

۳- انرژی هدررونده^۴ (D.E) یا کار ناشی از نیروی میرایی نیز به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$D.E = \int f_D(\dot{u}) du \quad (24)$$

بر طبق اصل تعادل انرژی مجموع سه انرژی پتانسیل، جنبشی و هدررونده باید با کار نیروهای خارجی $(\int P du)$ در هر لحظه برابر باشند.

$$P.E + K.E + D.E = \int p du \quad (25)$$

با جایگذاری سمت راست رابطه بالا با فرم‌های انتگرالی، به رابطه اساسی زیر می‌رسیم که مبنای کار این تحقیق است.

$$\int f_s(u) du + \int f_I(u) du + \int f_D(\dot{u}) du = \int p du \quad (26)$$

رابطه (۲۶) هم ارز با رابطه تعادل نیروهای دینامیکی است که انتگرال‌گیری شده و مفهوم تعادل انرژی سیستم در هر لحظه را

بیان می‌کند. حال این سؤال ممکن است در ذهن خواننده ایجاد گردد که مزیت استفاده از این معادله انتگرالی نسبت به معادله دیفرانسیل حرکت چیست؟ همانطور که از ظاهر این رابطه مشخص است مرتبه مشتق‌گیری در این معادله کاهش یافته و به‌جای سه مجهول شتاب،

سرعت و جابه‌جایی در هر لحظه تنها با دو مجهول سرعت و جابه‌جایی مواجه هستیم که به لحاظ ریاضی یک مزیت محسوب می‌گردد.

در این پژوهش، تاکید اصلی بر روی رفتار غیرخطی مصالح است و فرض می‌شود میرایی سیستم متناسب با سرعت و ضریب

میرایی لزج C تعریف می‌گردد، در نتیجه با استفاده از تعریف سرعت رابطه (۲۶)، با انتگرال‌گیری از زمان آغاز ارتعاش $t=0$ تا زمان جاری t ، به صورت زیر قابل بیان خواهد بود:

$$\int_{u_0}^u f_s(u) du + \frac{1}{2} m (\dot{u}^2 - \dot{u}_0^2) + \int_{\dot{u}_0}^{\dot{u}} c \dot{u}^2 dt = \int_{t_0}^t p \dot{u} dt \quad (27)$$

⁴ Dissipative Energy

در این تحقیق، به منظور افزایش سرعت تحلیل، به جای روش ارائه شده در مرجع [۳۱]، که در آن، در هر گام زمانی نیاز به اطلاع از سرعت جسم در تمام زمان‌های قبل از آن بود (یعنی $\dot{u}(t+\Delta t)$) از روی $\dot{u}(t), \dot{u}(t-\Delta t), \dots, \dot{u}(0)$ می‌شد. از یک فرم مبتنی بر تعادل انرژی در دو گام متوالی (در زمان‌های $t, t+\Delta t$) استفاده می‌گردد. برای این منظور به جای رابطه (۲۷) می‌توان نوشت:

$$\int_{u(t)}^{u(t+\Delta t)} f_s(u) du + \frac{1}{2} m [\dot{u}^2(t+\Delta t) - \dot{u}^2(t)] + \int_t^{t+\Delta t} c \dot{u}^2 dt = \int_t^{t+\Delta t} p \dot{u} dt \quad (28)$$

با گسسته سازی مقادیر انتگرال‌ها با استفاده از روش ذوزنقه، برای جمله سمت چپ رابطه (۲۸) داریم:

$$\int_{u(t)}^{u(t+\Delta t)} f_s(u) du = \frac{\Delta u}{2} [f_s(t+\Delta t) + f_s(t)] = \Delta P.E \quad , \quad \Delta u = u(t+\Delta t) - u(t) \quad (29)$$

رابطه بالا به لحاظ فیزیکی سطح زیر نمودار هیستریزس یا همان تغییرات انرژی پتانسیل در دو گام زمانی متوالی ($\Delta P.E$) را بیان می‌کند.

جمله دوم نیز بیانگر تغییرات انرژی جنبشی سیستم در دو گام متوالی ($\Delta K.E$) است. فرم گسسته انتگرال سوم که تغییرات انرژی هدررفته توسط میرایی ($\Delta D.E$) را نشان می‌دهد نیز به صورت رابطه (۳۰) قابل بیان است.

$$\int_t^{t+\Delta t} c \dot{u}^2 dt = \frac{c \cdot \Delta t}{2} [\dot{u}^2(t+\Delta t) + \dot{u}^2(t)] = \Delta D.E \quad (30)$$

و نهایتاً، در مورد انتگرال سمت راست موجود در رابطه (۲۸) که مربوط به تغییرات انرژی ناشی از بارگذاری وارد بر جسم است (و به نوعی، انرژی ورودی به سیستم ΔE_{input} را مشخص می‌کند) داریم:

$$\int_t^{t+\Delta t} p \dot{u} dt = \frac{\Delta t}{2} [p(t+\Delta t)\dot{u}(t+\Delta t) + p(t)\dot{u}(t)] = \Delta E_{input} \quad (31)$$

حال که مفهوم فیزیکی هر یک از انتگرال‌ها به خوبی مشخص شدند، به سراغ نحوه یافتن مجهولات می‌رویم، برای این منظور با جایگذاری مقادیر گسسته شده (یعنی روابط (۲۹-۳۱) در داخل رابطه (۲۸) به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\frac{(u(t+\Delta t) - u(t))}{2} [f_s(t+\Delta t) + f_s(t)] + \frac{1}{2} m [\dot{u}^2(t+\Delta t) - \dot{u}^2(t)] + \frac{c \cdot \Delta t}{2} [\dot{u}^2(t+\Delta t) + \dot{u}^2(t)] = \frac{\Delta t}{2} [p(t+\Delta t)\dot{u}(t+\Delta t) + p(t)\dot{u}(t)] \quad (32)$$

در رابطه (۳۲) با توجه به اینکه پاسخ سیستم در زمان t مشخص است، مجهولات اصلی ما $u(t+\Delta t)$ و $\dot{u}(t+\Delta t)$ هستند. زیرا طبق رابطه (۵)، $f_s(u(t+\Delta t))$ خود تابعی از جابه جایی و سرعت است. در نتیجه، اگر رابطه (۳۲) را بر حسب $\dot{u}(t+\Delta t)$ مرتب کنیم، به معادله درجه دومی مطابق رابطه (۳۳) می‌رسیم.

$$A \dot{u}^2(t+\Delta t) + B \dot{u}(t+\Delta t) + C = 0 \quad (33)$$

$$A = \frac{1}{2} (m + c \cdot \Delta t), B = -\frac{\Delta t}{2} p(t+\Delta t), C = \Delta P.E - \frac{1}{2} (m - c \cdot \Delta t) \dot{u}^2(t) - \frac{\Delta t}{2} p(t)\dot{u}(t)$$

در همین راستا، برای تشریح بهتر روند محاسبه پاسخ سیستم و گام‌های موردنیاز برای اجرای کامپیوتری روش MEM در سیستم‌های هیستریزس، جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱: اجرای کامپیوتری روش MEM در سیستم‌های هیستریزس

روابط مورد استفاده	جزئیات ریاضی	هدف	۱۶
	$m, c, p(t) - 1$		
-	۲- شکل منحنی بار تغییر شکل چرخه‌ای، $f_s(u, \dot{u})$ ۳- شرایط آغازین، $u_0, \dot{u}_0, f_s(0)$ ۴- مدت زمان تحلیل	تعیین خصوصیات دینامیکی سیستم	۱
-	Δt	انتخاب بازه زمانی	۲
(۸)	$u(t + \Delta t) \approx u(t) + \Delta t \cdot \dot{u}(t)$	تقریب جابه جایی $u(t + \Delta t)$ با فرمول تیلور	۳
(۲۴) و (۵)	$\frac{\Delta u}{\gamma} [f_s(t + \Delta t) + f_s(t)]$, $f_s(t + \Delta t) \approx f_s(t) + k_1 \cdot \Delta u$	محاسبه $\Delta P.E$ با استفاده از k_1	۴
(۳۳)	محاسبه سرعت‌ها از معادله درجه دوم سرعت	محاسبه ضرایب A, B, C	۵
تعریف شتاب	$\dot{u}_1(t + \Delta t) \rightarrow \ddot{u}_1(t + \Delta t) \approx \frac{\dot{u}_1(t + \Delta t) - \dot{u}_1(t)}{\Delta t}$ $\dot{u}_\gamma(t + \Delta t) \rightarrow \ddot{u}_\gamma(t + \Delta t) \approx \frac{\dot{u}_\gamma(t + \Delta t) - \dot{u}_\gamma(t)}{\Delta t}$	محاسبه شتاب‌های متناظر با سرعت‌ها	۶
تعداد نیرویی	$f_l = m\ddot{u}_l(t + \Delta t) + c\dot{u}_l(t + \Delta t) + f_s(t + \Delta t) - p(t + \Delta t) $ $f_r = m\ddot{u}_r(t + \Delta t) + c\dot{u}_r(t + \Delta t) + f_s(t + \Delta t) - p(t + \Delta t) $ if $f_l < f_r \rightarrow \dot{u}(t + \Delta t) = \dot{u}_l(t + \Delta t)$ if $f_r < f_l \rightarrow \dot{u}(t + \Delta t) = \dot{u}_r(t + \Delta t)$	حذف سرعت غیر حقیقی با استفاده از شتاب و تعادل نیرویی نزدیک‌تر به صفر	۷
(۵)	$k_l = k_1 \quad or \quad k_r$	کنترل سختی مماسی استفاده شده در گام ۴، (و در صورت لزوم تغییر سختی) و تکرار محاسبات گام ۴ تا ۷	۸
(۸)	$u(t + \Delta t) \approx u(t) + \Delta t \cdot \dot{u}(t + \Delta t)$	اصلاح جابه جایی اولیه با استفاده از سرعت جدید محاسبه شده و تکرار محاسبات (گام‌های ۳-۸)	۹
-	$u(t + \Delta t), \dot{u}(t + \Delta t), \ddot{u}(t + \Delta t) \quad O.K.$ $u(t + 2\Delta t), \dot{u}(t + 2\Delta t), \ddot{u}(t + 2\Delta t) \quad ???$	ذخیره مقادیر به دست آمده و رفتن به گام بعدی	۱۰

در اینجا ذکر این نکته ضروری است که روش ارائه شده با داشتن رابطه درجه دوم بر حسب سرعت، برخلاف روش‌های مبتنی بر-نیرو، رایج در تحلیل دینامیکی غیرخطی سازه‌ها، قادر است به تحلیل گر در مورد پایداری حل مساله اطلاعات بدهد. بدین صورت که به طور مثال در یک مساله غیرخطی ابتدا یک گام زمانی نسبتاً بزرگ انتخاب شده و سپس با توجه به اینکه معادله درجه دوم نباید دلتای منفی داشته باشد (چون سرعت‌های موهومی^۵ معنای فیزیکی ندارند) می‌توان مناسب بودن Δt انتخاب شده را با استفاده از علامت دلتا در طول مدت زمان تحلیل، بررسی نمود و در صورت وجود سرعت‌های موهومی در سیستم، بازه زمانی را کاهش داد.

علاوه بر این، همانطور که می‌دانیم تکنیک‌های عددی موجود در دینامیک سازه‌ها به دو دسته صریح^۶ و ضمنی^۷ تقسیم‌بندی می‌شوند. در روش‌های صریح، محاسبات در گام زمانی جاری تنها به نتایج در گام‌های قبلی وابسته است. درحالی‌که در روش‌های ضمنی، محاسبات در گام جاری به غیر از نتایج گام‌های قبلی، به نتایج همان گام نیز بستگی دارند. بنابراین در روش‌های ضمنی، نیاز به یک فرایند سعی و خطا وجود دارد تا جابه جایی‌ها، سرعت‌ها و شتاب‌ها در هر لحظه معین گردند. از همین رو، در هر گام زمانی معمولاً با به کارگیری روش‌هایی مانند نیوتن-رافسون (معمولی یا اصلاح شده) با انتخاب یک مقدار اولیه برای مجهولات، با طی کردن یک فرایند سعی و خطا، محاسبات تا همگرا شدن پاسخ‌ها (با توجه به یک تئورانس مجاز) ادامه پیدا می‌کند. بنابراین روند همگرایی در این نوع روش‌ها باید به خوبی

⁵ Conjugate velocities

⁶ Explicit

⁷ Implicit

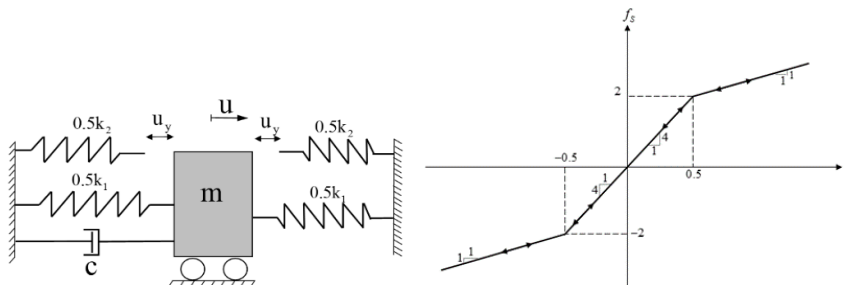
مورد توجه قرار بگیرد تا خطای موجود در هر تکرار^۸ نسبت به تکرار قبلی کوچکتر شده و مقادیر عددی به جواب دقیق مساله میل کنند. یکی از دلایل فرم صریح ارائه در این مطالعه نیز حذف مشکلات ناشی از همگرایی و مساله انتخاب تلورانس مجاز در هر گام حل است. زیرا با توجه به شکل صریح تکنیک ارائه شده، پاسخهای سیستم در هر لحظه تنها از روی نتایج گامهای قبلی به دست می آیند و فقط باید مقدار سختی مماسی را در صورت لزوم در هر گام زمانی تغییر داد.

۴- نتایج و بحث

در ادامه به منظور آشنایی بیشتر خواننده با تکنیک ارائه شده، مثالهایی که با این روش در نرم افزار Matlab کد نویسی و تحلیل شده اند، آورده شده اند. این مثالها شامل: (۱) سیستم دوخطی الاستیک تحت ارتعاش آزاد (۲) سیستم دو خطی الاستوپلاستیک کامل و سخت شونده تحت زلزله نورتریج (۳) قاب دو طبقه با رفتار هیستریزس تحت زلزله ال-سنتر می باشند. در اولین مثال، برای سادگی کار، ارتعاش آزاد یک سیستم با سختی دوخطی در نظر گرفته شده و روش ارائه شده با جزئیات و ذکر ریز روابط تشریح شده و نتایج را با حل دقیق ریاضی مساله کنترل می کنیم. در مثال دوم نیز یک ساختمان یک طبقه تحت بار زلزله تحت تحلیل الاستو-پلاستیک چرخه ای قرار می گیرد؛ و در نهایت، در مثال آخر، برای نشان دادن نحوه اعمال روش پیشنهادی بر روی سازه های چند درجه آزادی، یک قاب برشی ۲ طبقه با رفتار الاستوپلاستیک مدل سازی شده و با روش MEM مورد تحلیل قرار می گیرد.

۴-۱- مثال ۱. سیستم تک درجه آزادی جرم و فنر با رفتار دوخطی الاستیک تحت ارتعاش آزاد

اولین مثال در نظر گرفته شده، شامل یک سیستم جرم و فنر با سختی دو خطی است (مطابق شکل ۵) نشان داده شده است. سختی فنرهای k_1 همواره باید مثبت باشند و سختی فنرهای k_2 اگر مثبت در نظر گرفته شوند، سیستم در اصطلاح سخت شونده و اگر منفی در نظر گرفته شوند، سیستم را نرم شونده گویند. قابل ذکر است که آلیاژهای حافظه دار-شکلی^۹ (SMAs) از جمله مصالحی هستند که قادرند تا این نوع از رفتار فرا-ارتجاعی را از خود بروز دهند. در این مثال، مقادیر فرض شده برای پارامترها در جدول ۲ آورده شده اند.



شکل ۴: مدل جرم و فنر با سختی دوخطی الاستیک

شکل ۵: رابطه نیرو-تغییر شکل تعریف شده برای مثال ۱

جدول ۲: خصوصیات دینامیکی سیستم در مثال ۱

پارامتر	نشانه	مقدار	واحد
جابه جایی اولیه	u_0	۱	cm
سرعت اولیه	\dot{u}_0	۲	cm/s
جرم	m	۱	N.s ^۲ /cm
ضریب میرایی	c	۰/۴	N.s/cm
سختی فنرهای ۱	k_1	۴	N/cm
سختی فنرهای ۲	k_2	-۳	N/cm
مدت زمان تحلیل	t_d	۲۰	s

^۸ iteration

^۹ Shape memory alloys

۴-۱-۱- حل به روش انرژی اصلاح شده ($\Delta t = 0.1s$)

اگر گام زمانی برابر ۰/۱ ثانیه انتخاب گردد با استفاده از رابطه (۲۸) خواهیم داشت:

$$\int_1^{u(0.1)} f_s(u)du + \frac{1}{2} m[\dot{u}(0.1)^2 - \dot{u}(0)^2] + \frac{c \cdot \Delta t}{2} [\dot{u}(0.1)^2 + \dot{u}(0)^2] = \frac{\Delta t}{2} [p(0.1)\dot{u}(0.1) + p(0)\dot{u}(0)] \quad (34)$$

با توجه به اینکه در حالت ارتعاش آزاد که نیروی خارجی صفر است و با جایگذاری مقادیر پارامترهای مساله داریم:

$$\int_1^{u(0.1)} f_s(u)du + \frac{1}{2} \times 1 \times [\dot{u}(0.1)^2 - 2^2] + \frac{0.4 \times 0.1}{2} [\dot{u}(0.1)^2 + 2^2] = \frac{0.1}{2} \left[p(0.1)\dot{u}(0.1) + p(0)\dot{u}(0) \right] \quad (35)$$

با حدس اولیه برای جابه جایی:

$$u(0.1) \approx \dot{u}_0 \Delta t + u_0 = 1/2 \quad (36)$$

سپس، با توجه به نمودار بار-تغییرشکل نمایش داده شده در شکل (۵)، انتگرال $\int_1^{u(0.1)} f_s(u)du$ که برابر تغییرات انرژی پتانسیل است، می تواند محاسبه شود.

$$\int_1^{1/2} f_s(u)du = 0.26 \quad (37)$$

با جایگذاری انتگرال بالا در رابطه (۳۵)، معادله درجه دوم زیر برحسب سرعت حاصل می گردد:

$$0.52\dot{u}^2(0.1) - 1/66 = 0 \quad (38)$$

از حل معادله بالا، دو مقدار برای سرعت به دست می آید:

$$\begin{cases} \dot{u}(0.1)_1 = 1/786 \\ \dot{u}(0.1)_2 = -1/786 \end{cases} \quad (39)$$

با محاسبه شتاب و بررسی تعادل برای هر کدام از این سرعتها، هر کدام از سرعتها که تعادل بهتری را نشان دهد انتخاب می گردند:

$$\begin{cases} \dot{u}(0.1)_1 = 1/786 \rightarrow \ddot{u}(0.1)_1 = -2/14 \rightarrow \Sigma f_1 = 1/27 \\ \dot{u}(0.1)_2 = -1/786 \rightarrow \ddot{u}(0.1)_2 = -37/86 \rightarrow \Sigma f_2 = -35/87 \end{cases} \quad (40)$$

حال باید محاسبات با همین روند در یک گام تکرار گردد تا همگرایی حاصل شود که نتایج آن در جدول ۲، آورده شده است.

جدول ۳: روند همگرایی پاسخ دینامیکی مثال ۱ با استفاده از روش انرژی اصلاح شده

شماره گام	شماره تکرار	$u(0.1)$	$\int f_s(u)du$	معادله سرعت	$\dot{u}(0.1)$	درصد اختلاف جابه جایی در هر تکرار
۱	۱	۱/۱	۰/۲۶	$0.52\dot{u}^2(0.1) - 1/66 = 0$	۱/۷۸۶	—
۱	۲	۱/۱۷۸۶	۰/۲۵۸۹	$0.52\dot{u}^2(0.1) - 1/661 = 0$	۱/۷۸۷	۷/۱۴۵
۱	۳	۱/۱۷۸۷	۰/۲۵۸۹۳	$0.52\dot{u}^2(0.1) - 1/661.06 = 0$	۱/۷۸۷۲	۰/۰۰۸
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

۴-۱-۲- حل به روش دقیق در گام اول

برای تعیین صحت جواب به دست آمده، از حل مستقیم معادله دیفرانسیل حرکت استفاده می‌کنیم و با فرض جابه جایی‌های مثبت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \ddot{u} + 0.4\dot{u} + 4u = 0 & u < 0.5 \\ \ddot{u} + 0.4\dot{u} + (1/5 + u) = 0 & u > 0.5 \end{cases} \quad (41)$$

جواب دسته معادلات بالا به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{cases} u = \exp(-0.2t) \times [A \cos(1/989t) + B \sin(1/989t)] & u \leq 0.5 \\ u = \exp(-0.2t) \times [C \cos(0.979t) + D \sin(0.979t)] - 1/5 & u > 0.5 \end{cases} \quad (42)$$

برای محاسبه جواب دقیق معادله در زمان ۰/۱ ثانیه، با فرض $u > 0.5$ از معادله دوم داریم:

$$\begin{cases} u(0) = 1 \\ \dot{u}(0) = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C = 2/5 \\ D = 2/553 \end{cases} \quad (43)$$

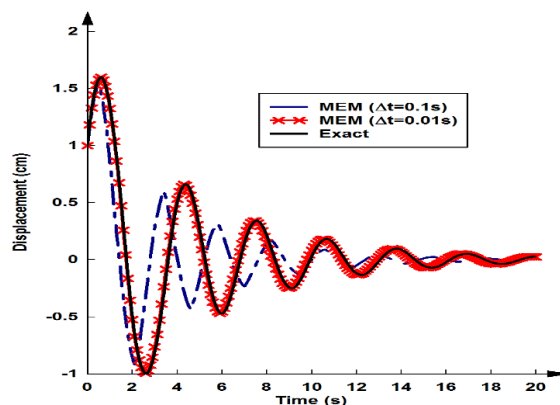
در نتیجه پاسخ عبارت است از:

$$u = \exp(-0.2t) \times [2/5 \cos(0.979t) + 2/553 \sin(0.979t)] - 1/5 \quad (44)$$

و در زمان ۰/۱ ثانیه داریم:

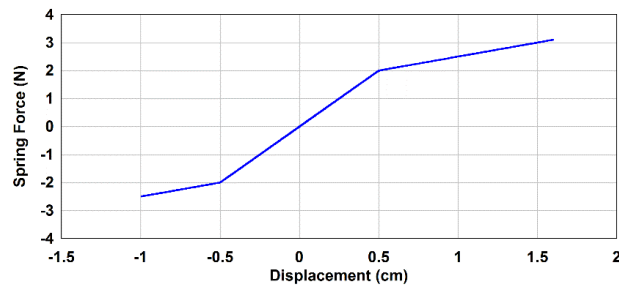
$$u(0.1) = 1/183 \quad (u > 0.5 \text{ o.k.}) \quad (45)$$

مشاهده می‌شود که بین جواب به دست آمده و جواب حقیقی ۰/۳۶ درصد خطا وجود دارد، که با توجه به بازه زمانی انتخابی خطایی قابل قبول است، ولی برای بالا بردن دقت مطابق شکل ۶، می‌توان از Δt کوچک‌تری استفاده کرد، (در اینجا از $\Delta t = 0.01s$ استفاده شده است).



شکل ۶: مقایسه پاسخ حاصل از روش انرژی اصلاح‌شده (MEM) با جواب دقیق مساله به ازای بازه‌های زمانی مختلف در مثال ۱

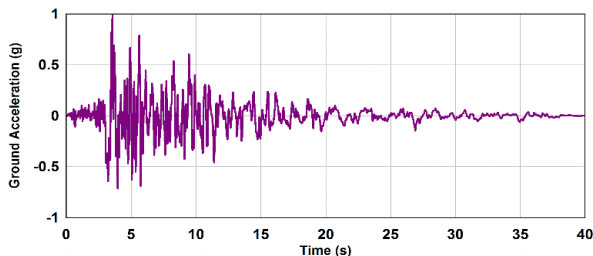
همچنین، شکل ۷، نمودار بار-تغییرشکل به دست آمده از تحلیل مثال ۱ را نمایش می‌دهد، که در تعیین پارامترهایی نظیر ماکزیمم نیرو و جابه جایی سیستم می‌تواند به کار برده شود.



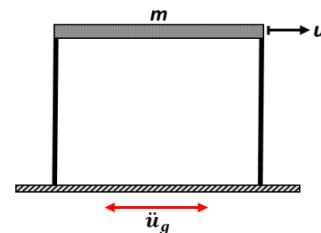
شکل ۷: رابطه نیرو-تغییر شکل به دست آمده از تحلیل مثال ۱

۴-۲- مثال ۲. قاب برشی تک درجه آزادی با رفتار الاستوپلاستیک کامل و سخت شونده، تحت بار زلزله

در این مثال، سازه‌ای یک طبقه (مطابق شکل ۸) با مشخصات دینامیکی طبق جدول ۴، یکبار، با رفتار الاستو-پلاستیک کامل (شیب صفر بعد از نقطه تسلیم) و یکبار با رفتار سخت شونده، تحت زلزله نورث ریچ (مطابق شکل ۹) با استفاده از روش MEM تحلیل شده و نتایج حاصله با روش‌های تفاضل مرکزی و نیومارک مقایسه شده‌اند.



شکل ۹: حرکت زمین در مثال ۲

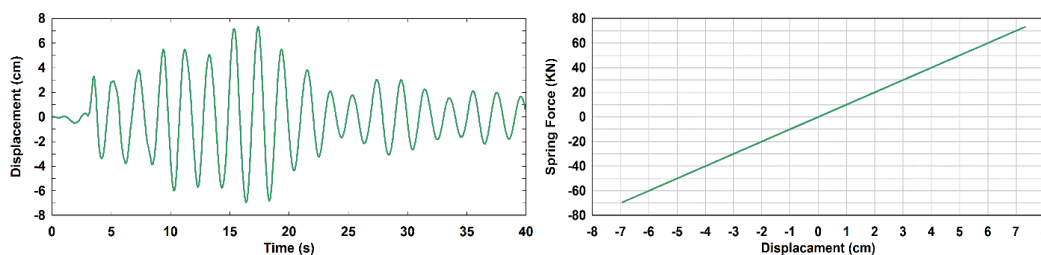


شکل ۸: قاب برشی یک درجه آزادی در نظر گرفته شده در مثال ۲

جدول ۴: خصوصیات دینامیکی مثال ۲

پارامتر	نشانه	مقدار	واحد
جابه جایی اولیه	u_0	۰	cm
سرعت اولیه	\dot{u}_0	۰	cm/s
جرم	m	۱	$\text{kN}\cdot\text{s}^2/\text{cm}$
نسبت میرایی	ξ	۰/۰۲	—
سختی اولیه	k_1	۱۰	kN/cm
سختی ثانویه	k_2	۰	kN/cm
مدت زمان تحلیل	t_d	۳۹/۹۴	s

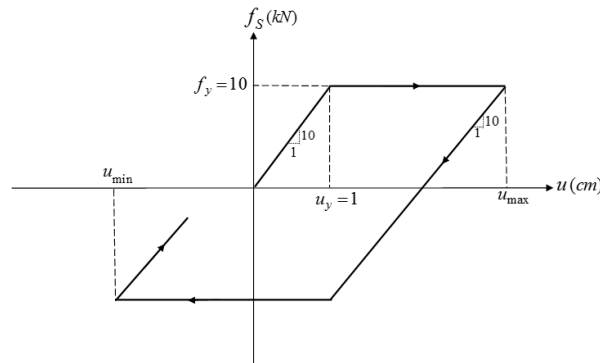
به منظور آنکه نشان داده شود، چه جابه جایی تسلیمی برای این مساله مناسب است؟ در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) به ترتیب تاریخچه جابه جایی و نمودار بار-تغییر شکل سازه در نظر گرفته شده، با استفاده از یک تحلیل خطی نمایش داده شده‌اند.



شکل ۱۰: منحنی بار-تغییر شکل به دست آمده از تحلیل خطی مثال ۲ شکل ۱۱: تاریخچه جابه جایی های به دست آمده از تحلیل خطی مثال ۲

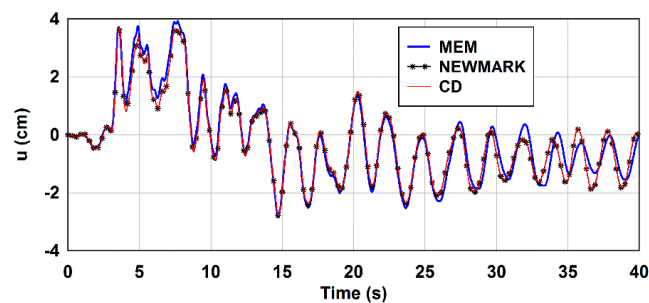
سیستم الاستوپلاستیک کامل

در حالت اول، یا همان مدل رفتاری الاستوپلاستیک کامل، اگر فرض شود که جابه جایی تسلیم سیستم غیرخطی نظیر، برابر با ۱ سانتی متر است، مدل رفتاری سازه به صورت شکل ۱۲، در خواهد آمد.



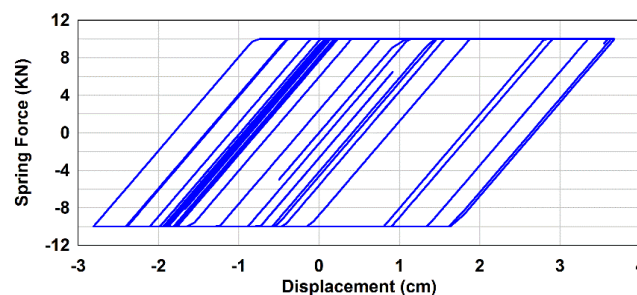
شکل ۱۲: رابطه نیرو-تغییر شکل تعریف شده برای تحلیل غیرخطی مثال ۲

حال، مشابه عملیات صورت گرفته در مثال قبل و مطابق با جدول (۱) و به کمک یک کد کامپیوتری نوشته شده در Matlab، می توان پاسخ سیستم الاستوپلاستیک در نظر گرفته شده را به روش انرژی محاسبه نمود. شکل ۱۳، پاسخ به دست آمده از روش MEM با دو روش عددی رایج در عمل، یعنی روش نیومارک و روش تفاضل مرکزی مقایسه نموده است. قابل ذکر است که ثابت های روش نیومارک در روش نیومارک، متناظر با روش شتاب خطی و شتاب ثابت انتخاب شده اند.



شکل ۱۳: مقایسه تاریخچه جابه جایی های در حالت الاستوپلاستیک کامل برای مثال ۲

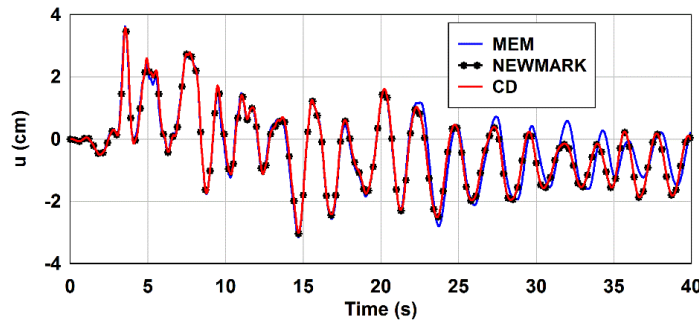
همانطور که از (شکل ۱۳) مشاهده می شود اختلاف چندانی بین نتایج وجود نداشته و دقت روش MEM قابل قبول است و نتایج حاصل از این روش قابل اتکا می باشند. در شکل ۱۴ نیز، نمودار بار-تغییر شکل به دست آمده در حالت تحلیل غیرخطی الاستوپلاستیک-کامل نشان داده شده است.



شکل ۱۴: رابطه نیرو-تغییر شکل به دست آمده در حالت الاستوپلاستیک کامل برای مثال ۲

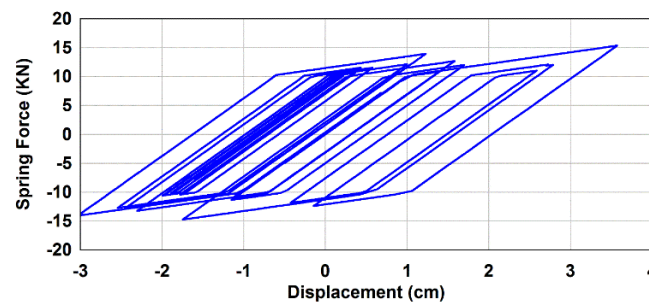
سیستم الاستوپلاستیک سخت شونده

تمام خصوصیات در نظر گرفته شده در این حالت، مشابه مثال قبل است با این تفاوت که سخت کرنشی پس از نقطه تسلیم (برابر با ۲۰ درصد سختی اولیه) لحاظ شده است. مشابه حالت قبل، در این جا نیز پاسخ به دست آمده از روش پیشنهادی با روش نیومارک و تفاضل محدود در شکل ۱۵ مقایسه می شود.



شکل ۱۵: مقایسه تاریخچه جابه جایی های در حالت الاستوپلاستیک سخت شونده برای مثال ۲

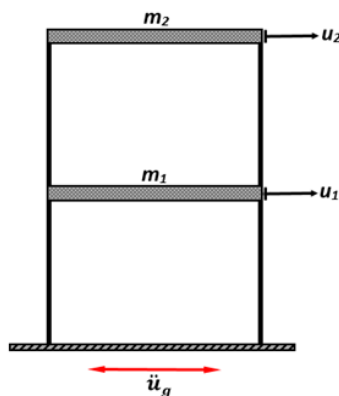
و در نهایت، منحنی بار-تغییر شکل به دست آمده از این مثال نیز مطابق شکل (۱۶) خواهد بود، که از آن می توان اطلاعات مفیدی نظیر شکل پذیری، ضریب رفتار و ... را استخراج نمود.



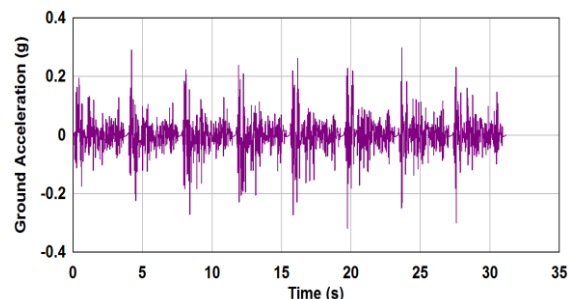
شکل ۱۶: رابطه نیرو-تغییر شکل در حالت الاستوپلاستیک سخت شونده برای مثال ۳

۳-۴- مثال ۳. قاب ساختمانی دو طبقه با مدل رفتاری الاستوپلاستیک کامل، تحت بار زلزله

در این مثال، سازه ای دو طبقه (مطابق شکل ۱۷) با مشخصات دینامیکی طبق جدول ۵، با رفتار الاستو-پلاستیک کامل (شیب صفر بعد از نقطه تسلیم) تحت زلزله ال-سنترو (مطابق شکل ۱۸) با استفاده از روش MEM تحلیل خواهد شد.



۱۷: قاب برشی دو درجه آزادی در نظر گرفته شده در مثال ۳

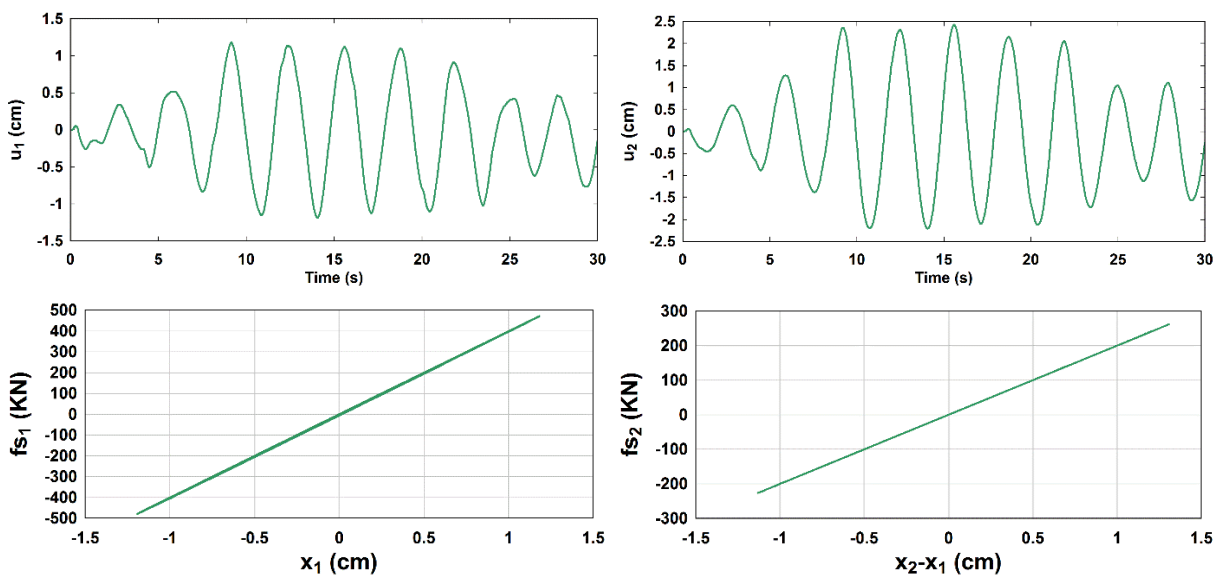


شکل ۱۸: حرکت زمین در مثال ۳

جدول ۵: خصوصیات دینامیکی مثال ۳

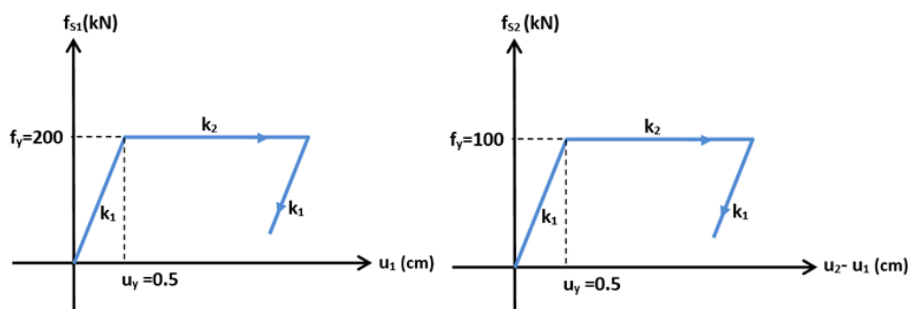
واحد	مقدار	نشانه	پارامتر
cm	$\{0\}_{2 \times 1}$	$\{u(\cdot)\}_{2 \times 1}$	جابه جایی اولیه
cm/s	$\{0\}_{2 \times 1}$	$\{\dot{u}(\cdot)\}_{2 \times 1}$	سرعت اولیه
kg	۵۰۰۰	m_1	جرم طبقه اول
kg	۲۵۰۰	m_2	جرم طبقه دوم
kN/cm	۴۰۰۰۰	k_1^e	سختی الاستیک طبقه اول
kN/cm	۲۰۰۰۰	k_2^e	سختی الاستیک طبقه دوم
kN/cm	۰	k_1^p	سختی پلاستیک طبقه اول
kN/cm	۰	k_2^p	سختی پلاستیک طبقه دوم
s	۳۰	t_d	مدت زمان تحلیل

مشابه مثال قبل، برای انتخاب مقدار مناسب برای جابه جایی تسلیم، در ابتدا سازه تحت یک تحلیل خطی قرار داده شده است که نتایج آن در شکل‌های (۲۰) آورده شده است.



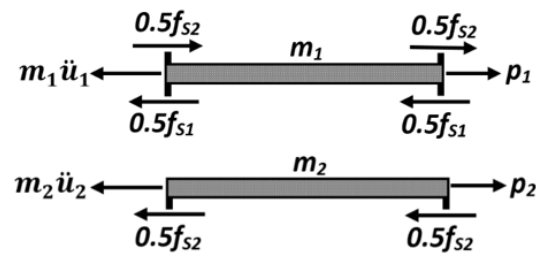
شکل ۱۹: پاسخ‌های به دست آمده از تحلیل خطی مثال ۳

با اگر فرض شود که جابه جایی تسلیم سیستم غیرخطی طبقات برابر با ۰/۵ سانتی متر است، مدل رفتاری ستون‌های سازه به صورت شکل ۲۰، در خواهد آمد.



شکل ۲۰: رابطه نیرو-تغییر شکل تعریف شده برای تحلیل غیرخطی مثال ۳

برای اعمال روش انرژی در تحلیل لرزه‌ای این سازه، نخست طبق نمودار جسم آزاد طبقات که در شکل ۲۱ نمایش داده شده‌اند، معادلات تعادل نیرویی جسم به صورت رابطه (۴۶) نوشته می‌شوند، تا از روی آن‌ها معادلات تعادل انرژی سیستم بدست بیایند.



شکل ۲۱: تعادل نیروهای وارده بر طبقات مثال ۳

$$\begin{cases} m_1 \ddot{u}_1 + f_{s1} - f_{s2} = p_1 & (46-1) \\ m_2 \ddot{u}_2 + f_{s2} = p_2 & (46-2) \end{cases} \quad (46)$$

برای رسیدن به روابط انرژی (کاهش مرتبه مشتق معادلات)، با انتگرال‌گیری از هر سطر رابطه (۴۶)، نسبت به نمو جابه جایی متناظر با آن سطر (du_i)، رابطه (۴۷) به دست می‌آید.

$$\begin{cases} \int m_1 \ddot{u}_1 du_1 + \int f_{s1} du_1 - \int f_{s2} du_1 = \int p_1 du_1 \\ \int m_2 \ddot{u}_2 du_2 + \int f_{s2} du_2 = \int p_2 du_2 \end{cases} \quad (47)$$

همانند آنچه در مورد سیستم‌های تک درجه آزاد داشتیم، با در نظر گرفتن بازه انتگرال‌گیری از زمان t تا Δt مقدار انتگرال‌های شامل جرم سیستم را می‌توان به صورت تغییرات انرژی جنبشی به صورت رابطه (۴۸) بیان کرد.

$$\begin{cases} \int_{u_1(t)}^{u_1(t+\Delta t)} m_1 \ddot{u}_1 du_1 = \int_{\dot{u}_1(t)}^{\dot{u}_1(t+\Delta t)} m_1 \dot{u}_1 d\dot{u}_1 = \frac{1}{2} m_1 [\dot{u}_1^2(t+\Delta t) - \dot{u}_1^2(t)] \\ \int_{u_2(t)}^{u_2(t+\Delta t)} m_2 \ddot{u}_2 du_2 = \int_{\dot{u}_2(t)}^{\dot{u}_2(t+\Delta t)} m_2 \dot{u}_2 d\dot{u}_2 = \frac{1}{2} m_2 [\dot{u}_2^2(t+\Delta t) - \dot{u}_2^2(t)] \end{cases} \quad (48)$$

انتگرال نیروی مقاوم ستون‌ها، $\int fs du$ ، نیز به صورت زیر قابل گسسته سازی هستند:

$$\begin{cases} \int_{u_1(t)}^{u_1(t+\Delta t)} f_{s1} du_1 = \frac{\Delta u_1}{2} [f_{s1}(t+\Delta t) + f_{s1}(t)] \\ \int_{u_1(t)}^{u_1(t+\Delta t)} f_{s2} du_1 = \frac{\Delta u_1}{2} [f_{s2}(t+\Delta t) + f_{s2}(t)] \\ \int_{u_2(t)}^{u_2(t+\Delta t)} f_{s2} du_2 = \frac{\Delta u_2}{2} [f_{s2}(t+\Delta t) + f_{s2}(t)] \end{cases} \quad (49)$$

کار ناشی از بارگذاری خارجی نیز در این حالت عبارت است از:

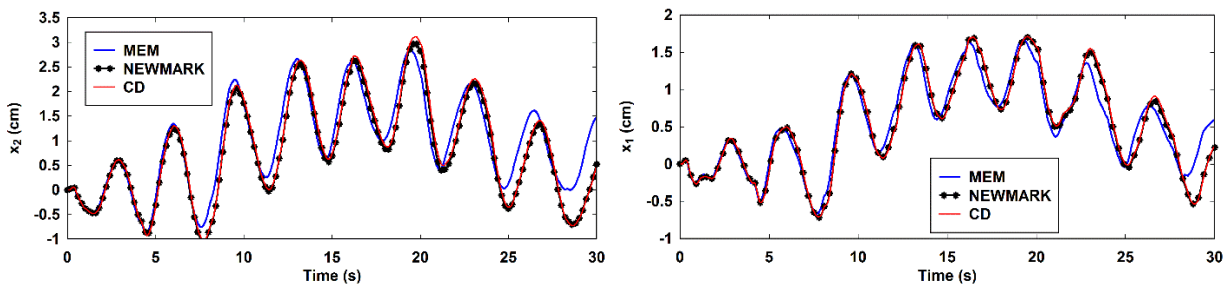
$$\begin{cases} \int_{u_i(t)}^{u_i(t+\Delta t)} p_i du_i = \frac{\Delta t}{2} [p_i(t+\Delta t)\dot{u}_i(t+\Delta t) + p_i(t)\dot{u}_i(t)] \\ \int_{u_r(t)}^{u_r(t+\Delta t)} p_r du_r = \frac{\Delta t}{2} [p_r(t+\Delta t)\dot{u}_r(t+\Delta t) + p_r(t)\dot{u}_r(t)] \end{cases} \quad (50)$$

در نتیجه، مشابه حالت تک درجه، دسته معادلات زیر طبق جدول (۱) باید در هر گام زمانی حل شوند.

$$\begin{cases} \frac{1}{2} m_i [\dot{u}_i^r(t+\Delta t) - \dot{u}_i^r(t)] + \frac{\Delta u_i}{2} [f_{s_i}(t+\Delta t) + f_{s_i}(t)] - \frac{\Delta u_i}{2} [f_{s_r}(t+\Delta t) + f_{s_r}(t)] = \frac{\Delta t}{2} [p_i(t+\Delta t)\dot{u}_i(t+\Delta t) + p_i(t)\dot{u}_i(t)] \\ \frac{1}{2} m_r [\dot{u}_r^r(t+\Delta t) - \dot{u}_r^r(t)] + \frac{\Delta u_r}{2} [f_{s_r}(t+\Delta t) + f_{s_r}(t)] = \frac{\Delta t}{2} [p_r(t+\Delta t)\dot{u}_r(t+\Delta t) + p_r(t)\dot{u}_r(t)] \end{cases} \quad (51)$$

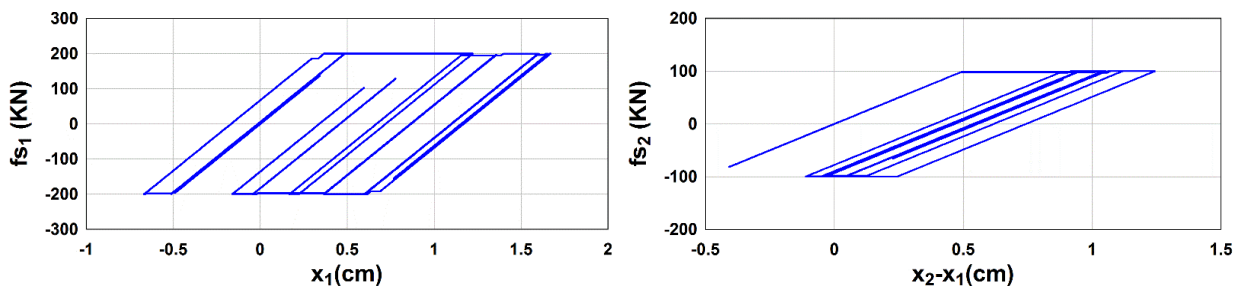
شایان ذکر است که، در این مثال از آثار ناشی از میرایی صرف نظر شده است و تمرکز موضوع بر روی غیرخطی ناشی از رفتار هیستریزس سازه است، ولی در صورت وجود میرایی نیز می توان ترم گسسته مربوط به آن را مشابه حالت تک درجه آزادی، وارد معادله تعادل انرژی کرد.

اکنون، اگر معادلات تفاضل محدود ارائه شده را به کمک یک برنامه کامپیوتری، مطابق آنچه در مورد سیستم های تک درجه آزادی به کار گرفته شد، در گام های زمانی متوالی ارضا نماییم. تاریخچه پاسخ لرزه ای سازه مطابق شکل های (۲۲) خواهد شد. برای صحت سنجی جواب ها نیز از مقایسه نتایج با دو روش تفاضل مرکزی و نیومارک استفاده شده است.



شکل ۲۲: مقایسه تاریخچه جابه جایی های در حالت الاستوپلاستیک کامل برای مثال ۳

همانطور که از شکل های ۲۲ نمایان است، تطابق قابل قبولی بین نتایج روش MEM و دو روش دیگر وجود دارد. در این حالت، نمودار بار-تغییر شکل نیز مطابق شکل های (۲۳) خواهد بود.



شکل ۲۳: رابطه نیرو-تغییر شکل در حالت الاستوپلاستیک کامل برای مثال ۳

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش، روش انرژی اصلاح شده به عنوان یک روش عددی جدید برای تحلیل غیرالاستیک سازه‌ها تحت بارهای متناوب به کار گرفته شده است. به منظور افزایش سرعت روش حل، یک فرمول بندی جدید که در آن تنها از پاسخ سازه در گام قبلی استفاده می‌شود، ارائه شده است. روش ارائه شده برای سیستم‌های تک درجه با رفتار الاستوپلاستیک به کار گرفته شده و نتایج آن با روش‌های عددی تفاضل مرکزی و نیومارک مقایسه شده‌اند. به طور کلی، مهم‌ترین نتایج حاصل شده از این پژوهش به شرح زیر هستند:

۱- تکنیک ارائه شده با کاهش مرتبه مشتق معادلات حرکت، بر روی محاسبه سرعت جسم در هر لحظه پایه‌گذاری شده است. به عبارت دیگر، به جای سروکار داشتن با سه مجهول شتاب، سرعت و جابه جایی، در هر لحظه تنها با دو مجهول سرعت و جابه جایی مواجه هستیم که به لحاظ ریاضی یک مزیت محسوب می‌گردد.

۲- روش پیشنهادی با داشتن روابط ساده و با ایجاد حس فیزیکی (از تغییرات مختلف انرژی‌های سیستم در هر لحظه)، بدون نیاز به انتخاب هیچ پارامتر اضافه‌ای (مانند γ و β در روش نیومارک) برخلاف روش تفاضل مرکزی، یک روش خود-آغازگر بوده و اجرای کامپیوتری نسبتاً ساده‌ای دارد.

۳- همچنین در روش مذکور، با استفاده از علامت دلتای معادله حاکم بر سرعت‌ها، می‌توان از صحت بازه زمانی انتخاب شده و پایداری حل در تحلیل‌های غیرخطی مادی بهره برد، که هیچ یک از روش‌های انتگرال‌گیری مستقیم در مسائل غیرخطی چنین قابلیت‌هایی ندارند.

۴- برای اولین بار، این روش برای تحلیل رفتار هیستریزس سازه‌های چند درجه آزاد تحت بار زلزله (رجوع شود به مثال ۳) گسترش داده شده است که نتایج به دست آمده از روش MEM در این حالت نیز با استفاده از روش‌های عددی دیگر صحت سنجی شده‌اند و بیانگر دقت قابل قبولی بوده‌اند.

بنابراین، روش انرژی اصلاح شده می‌تواند به طور موثری در تعیین تاریخچه پاسخ‌های لرزه‌ای و همچنین نمودار بار-تغییر شکل حاصل از تحلیل غیرخطی الاستوپلاستیک سازه‌ها و تهیه طیف غیرخطی و همچنین تعیین شکل‌پذیری مورد نیاز سازه‌های مقاوم در برابر زلزله، در عمل استفاده شود.

مراجع

- [1] Chopra, A.K. (2013). *Dynamics of Structures*. Fourth edition. Berkeley, University of California: Prentice, 755-863.
- [2] Clough, R. and Penzien, J. (2013). *Dynamics of Structures*, Third edition. Berkeley, California, USA: Computers and Structures, 555-611.
- [3] Ferraioli, M. and Lavino, A. and Mandara, A. (2014). Behaviour Factor of Code-Designed Steel Moment-Resisting Frames. *International Journal of Steel Structures*, 14 (2), 243-254.
- [4] Rivera-salazar, A. and Edén, A.R. and Juan, B. (2014). Ductility reduction factors for steel buildings considering different structural representations. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 13 (6), 1749-1771.
- [5] Abdi, H. and Hejazi, F. and Jaafar, M. and Karim, I. (2016). Evaluation of response modification factor for steel structures with soft story retrofitted by viscous damper device. *Adv. Struct. Eng.*, 19 (8), 1275-1288.
- [6] Gioncu, V. and Mazzolani, F.M. (2002). *Ductility of seismic resistant steel structures*. CRC Press, 1-92.
- [7] Bouc, R. (1967). Forced vibration of mechanical systems with hysteresis. *In Proceedings of the fourth conference on non-linear oscillation, Prague, Czechoslovakia*.
- [8] Wen, Y.K. (1976). Method for random vibration of hysteretic systems. *J. Eng. Mech. Div.*, 102 (2), 249-263.
- [9] Charalampakis, A.E. and Koumoussis, V.K.A. (2008). Identification of Bouc-Wen hysteretic systems by a hybrid evolutionary algorithm *Journal of Sound and Vibration*, 314 (3), 571-585.
- [10] Ismail, M. and Ikhouane, F. and Rodellar, J. (2009). The Hysteresis Bouc-Wen Model, a Survey. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 16 (2), 161-188.
- [11] Bathe, K.J. (2008). On Finite Element Methods for Nonlinear Dynamic Response. *In Proceedings of the 7th European Conference on Structural Dynamics*, Southampton, 1239-1244.
- [12] Newmark, N.M. (1959). A Method of Computation for Structural Dynamics. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 85 (7), 67-94.
- [13] Wilson, E.L. and Farhoomand, I. and Bathe, K.J. (1973). Nonlinear dynamic analysis of complex structures. *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, 1, 241-252.

- [14] Hilber, H.M. and Hughes, T.J.R. and Taylor, R.L. (1977). Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 5 (3), 283-292.
- [15] Wood, W.L. and Bossak, M. and Zienkiewicz, C. (1980). An alpha modification of Newmark's method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 15 (10), 1562-1566.
- [16] Hoff, C. and Pahl, P.J., (1988). Development of an implicit method with numerical dissipation from a generalized single-step algorithm for structural dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 67 (3), 367-385.
- [17] Chung, J. and Hulbert, G.M. (1993). A Time Integration Algorithm for Structural Dynamics with Improved Numerical Dissipation: The Generalized- α Method. *J. Appl. Mech.*, 60 (2), p. 371-375.
- [18] Zhang, L. and Liu, T. and Li, Q. (2015). A Robust and Efficient Composite Time Integration Algorithm for Nonlinear Structural Dynamic Analysis. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 1-11.
- [19] Shojaee, S. and Rostami, S. and Abbasi, A. (2015). An unconditionally stable implicit time integration algorithm: Modified quartic B-spline method. *Computers & Structures*, 153, 98-111.
- [20] Rostami, S. and Shojaee, S. and Moeinadini, A. (2012). A parabolic acceleration time integration method for structural dynamics using quartic B-spline functions. *Applied Mathematical Modelling*, 36 (11), 5162-5182.
- [21] Bathe, K.J. and Wilson, E.L. (1972). Stability and accuracy analysis of direct integration methods. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1 (3), 283-291.
- [22] Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L. and Fox, D. (2014). *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics*. 7th edition. Butterworth-heinemann. 21-54.
- [23] Cilsalar, H. and Aydin, K. (2016). Parabolic and cubic acceleration time integration schemes for nonlinear structural dynamics problems using the method of weighted residuals. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 23 (7), 727-738.
- [24] Mehdipour, I. and Ganji, D.D. and Mozaffari, M. (2010). Application of the energy balance method to nonlinear vibrating equations. *Current Applied Physics*, 10 (1), 104-112.
- [25] Bathe, K.J., 2007. Conserving energy and momentum in nonlinear dynamics: a simple implicit time integration scheme. *Computers & structures*, 85 (7), 437-445.
- [26] Filiatrault, A. and Tinawi, R. and Leger, P. (1992). The use of energy balance in nonlinear seismic analysis. In *Earthquake Engineering, Tenth World Conference*, 4111-4116.
- [27] Kuhl, D. and Crisfield, M. (1999). Energy-conserving and decaying algorithms in non-linear structural dynamics. *International journal for numerical methods in engineering*, 45 (5), 569-599.
- [25] Bathe, K.J., 2007. Conserving energy and momentum in nonlinear dynamics: a simple implicit time integration scheme. *Computers & structures*, 85 (7), 437-445.
- [29] Sucuoğlu, H. and Erberik, A., 2004. Energy-based hysteresis and damage models for deteriorating systems. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 33 (1), 69-88.
- [30] Farhat, C. and Chapman T. and Avery, P. (2015). Structure-preserving, stability, and accuracy properties of the energy-conserving sampling and weighting method for the hyper reduction of nonlinear finite element dynamic models. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 102 (5), 1077-1110.
- [31] Jalili Sadr Abad, M. and Mahmoudi, M. and Dowell, E.H. (2017). Dynamic Analysis Of SDOF Systems Using Modified Energy Method. *Asian Journal of Civil Engineering (BHRC)*, 18 (7), 1125-1146.
- [32] Kelly, S.G. (2014). *Mechanical Vibrations: Theory and Applications*. Akron: Cengage learning, 137-194.
- [33] Mazzolani, F.M. and Piluso, V. (1997). Plastic design of seismic resistant steel frames. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 26 (2), 167-191.
- [34] Faleschini, F. and Hofer, L. and Zanini, M.A. and Benetta, M. and Pellegrino, C. (2017). Experimental behaviour of beam-column joints made with EAF concrete under cyclic loading. *Engineering Structures*, 139, 81-95.
- [35] Crisfield, M.A. and Remmers, J.J. and Verhoosel, C.V. (2012). *Nonlinear finite element analysis of solids and structures*. 2nd edition, New Jersey: John Wiley & Sons. 143-165