

اثر محتوای فرکانسی زلزله بر پاسخ دینامیکی مخازن بتنی مستطیلی با استفاده از روش ترکیبی المان محدود و هیدرودینامیک ذرات هموار

محمد صافی^{۱*}، سپهر رسول پور^۲، عباس مهدویان^۳

۱-استادیار، دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

۲-کارشناس ارشد مهندسی زلزله، دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

۳-دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

چکیده

مخازن زمینی بتنی، کاربرد گسترده‌ای در ذخیره آب، فاضلاب، نفت، مواد شیمیایی سمی و سایر مایعات دارند. بنابراین با توجه به نوع کاربری آنها، به طور معمول در رده سازه‌های با اهمیت خیلی زیاد شریان‌های حیاتی قرار دارند؛ در نتیجه تحلیل دینامیکی مخازن ذخیره مایعات از موضوعات مهم در مهندسی زلزله است. از طرفی بررسی رفتار لرزه‌ای مخازن و اندرکنش مایع درون آن اهمیت بسزایی دارد. در این مطالعه محیط آب به روش هیدرودینامیک ذرات هموار و سازه مخزن به روش اجزای محدود مدل‌سازی شدند. روش هیدرودینامیک ذرات هموار که یک روش بدون مش است دارای مزایای فزوانی نسبت به دیگر روش‌های سنتی بر پایه شبکه‌بندی می‌باشد. به منظور صحت سنجی، درستی مدل‌سازی با نتایج آزمایشگاهی و عددی موجود مقایسه شد، دلایل و پارامترهای موثر در انتخاب رکوردها بیان، و سپس مخزن مدل‌سازی شده تحت تاثیر رکورد زلزله‌های با محتوای فرکانسی مختلف به صورت تاریخیچه زمانی تحلیل گردید. پارامترهای ارتفاع تلاطم، شتاب در بالای دیواره مخزن، برش پایه، نیرو در عرض واحد و جابه‌جایی دیواره برای مقایسه بدست آورده شدند و در انتها تاثیر محتوای فرکانسی با در نظر گرفتن تاثیر اندرکنش آب-سازه بر مخزن بررسی گردید. نتایج نشان داد که رکورد با محتوای فرکانسی کمتر منجر به تلاطم با ارتفاع بیشتر می‌شود؛ در حالی که رکورد با محتوای فرکانسی متوسط علیرغم ارتفاع تلاطم کمتر باعث به وجود آمدن پاسخ‌های بزرگتر سازه مخزن می‌گردد. همچنین مشاهده شد که فرکانس‌های غالب تلاطم با کاهش محتوای فرکانسی زلزله، افزایش پیدا می‌کند.

کلمات کلیدی: مخازن بتنی، هیدرودینامیک ذرات هموار، محتوای فرکانسی، ارتفاع تلاطم، اندرکنش آب-سازه

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:				
10.22065/JSCE.2018.100667.1348		چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
doi:	10.22065/JSCE.2018.100667.1348	۱۳۹۸/۰۶/۰۱	۱۳۹۶/۱۱/۰۷	۱۳۹۶/۱۱/۰۷	۱۳۹۶/۱۰/۰۶	۱۳۹۶/۰۷/۱۸
				محمد صافی	*نویسنده مسئول:	
				m_safi@sbu.ac.ir	پست الکترونیکی:	

Effect of Earthquake Frequency Content on Dynamic Response of Concrete Rectangular Tanks Using Coupled Finite Element Method and Smoothed Particle Hydrodynamics

Mohammad Safi^{1*}, Sepehr Rassoulpour², Abbas Mahdavian³

1-Assistant Professor, Department of Civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

2-M.Sc. in Earthquake Engineering, Department of Civil, Water and Environmental engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

3-Associate Professor, Department of Civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

ABSTRACT

Concrete ground tanks are widely used in storing water, sewage, oil, toxic chemicals and other liquids. Depending on their type of use, they are usually in the category of very important structures of lifelines; Therefore, the dynamic analysis of liquid storage tanks is one of the most important issues in earthquake engineering. On the other hand, the seismic behavior of the storage tanks and its interaction with liquid is very important. In this study, the water medium is modeled using smoothed particle hydrodynamics method and tank's structure modeled by finite element method. The smooth particle hydrodynamics, which is a meshfree method, has many advantages over other traditional grid-based methods. For verification purposes, the modeling accuracy was compared with the available experimental and numerical results, the reasons and parameters that were effective on selecting the records were expressed, and then the time history analysis was performed on the modeled storage tank including records with different frequency content. The parameters of sloshing height, acceleration at the top of the tank's wall, base shear, force per unit width and wall displacement were obtained for comparison. Finally, the effect of frequency content was studied considering the effect of water-structure interaction on the tank. The results showed that a record with low frequency content results higher sloshing height, while a record with moderate frequency content will cause larger responses on the tank's structure despite of its lower sloshing height. The study also proved that the dominant frequencies of sloshing increases with decreasing frequency content of earthquake.

ARTICLE INFO

Received: 10/10/2017

Revised: 27/12/2017

Accepted: 27/01/2018

Keywords:

Concrete tanks,
Smoothed particle
hydrodynamics,
Frequency content,
Sloshing height,
Water-structure interaction.

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: 10.22065/JSCE.2018.100667.1348

*Corresponding author: Mohammad Safi
Email address: m_safi@sbu.ac.ir

۱- مقدمه

پاسخ لرزه‌ای مخازن مایع می‌تواند به شدت مورد تاثیر اندرکنش بین سازه منعطف و مایع درون آن قرار بگیرد. پاسخ دینامیکی مخزن های منعطف می‌تواند مشخصاتی بسیار متفاوت از مخازن صلب مشابه داشته باشد. درباره این موضوع بصورت گسترده در طراحی لرزه‌ای مخازن استوانه‌ای مطالعه شده است. با این وجود مطالعات بر روی پاسخ لرزه‌ای مخازن مستطیلی بسیار اندک است. علاوه بر این در اکثر مطالعات موجود بر روی مخازن مستطیلی سازه صلب در نظر گرفته شده است. از طرفی خصوصیات حرکت زمین یعنی مقادیر بیشینه حرکت زمین (بیشینه های شتاب، سرعت و جابه جایی)، فرکانس حرکت و مدت زمان حرکت شدید از مشخصات مهم یک زلزله هستند، که هر کدام بر رفتار سازه در مقابل زلزله تاثیر بسزایی دارند. در نتیجه با توجه به مستطیلی شکل بودن اکثر مخازن آب شرب ایران و لرزه خیزی کشور عزیزمان مطالعه لرزه‌ای مخازن تحت زلزله‌های با محتوای فرکانسی متفاوت از اهمیت فراوانی برخوردار است. در مطالعه حاضر مدلسازی سازه مخزن به روش المان محدود و محیط سیال به روش هیدرودینامیک ذرات هموار در نرم افزار آباکوس صورت گرفته است. به منظور صحت سنجی روش عددی در نرم افزار مورد استفاده، به مقایسه بین پاسخ های مدلسازی عددی و نتایج آزمایشگاهی میز لرزه و همچنین پاسخ مدلسازی عددی معتبر پیشین پرداخته می‌شود. سپس یک مخزن تحت رکورد زلزله‌های با محتوای فرکانسی پایین، متوسط و بالا تحلیل شده و تاثیر محتوای فرکانسی بر پارامترهای تلاطم، برش پایه، نیروی در عرض واحد و جابه‌جایی دیواره مخزن بررسی می‌شود. با استفاده از نتایج این تحقیق می‌توان درک بهتری از تاثیر محتوای فرکانسی یک زلزله بر پاسخ مخازن ذخیره مایعات با در نظر گرفتن اندرکنش آب درون آن بدست آورد.

در مطالعات اولیه بر روی تئوری‌های پاسخ لرزه‌ای مخازن مایعات، مخازن صلب فرض شده و توجه بیشتر بر روی پاسخ دینامیکی سیال متمرکز شده بود. هاوزنر با مطالعه بر روی مخازن مستطیلی و استوانه‌ای و با فرض صلب بودن مخزن از مدل تحلیلی استفاده کرد که در آن فشار هیدرودینامیکی ناشی از تحریکات لرزه‌ای به دو بخش نوسانی و ضربانی جدا شد، فشار نوسانی در اثر حرکت قسمتی از سیال که موج است به وجود می‌آید [۱]. هارون یک مدل از مخزن استوانه‌ای ۳ درجه آزادی که به زمین مهار شده بود را ارائه کرد؛ که در نمودارهای طراحی برای تخمین تلاطم و جرم‌های نوسانی و ضربانی به کار گرفته شد [۲]. کیم و همکاران رفتار دینامیکی مخازن مستطیلی انعطاف پذیر را با استفاده از روش رایلی - ریتس مطالعه کردند. روش آنها مناسب و ساده برای اهداف کاربردی می‌باشد. با این حال در مطالعه آنها تنها دو دیواره عمود بر راستای حرکت زمین انعطاف پذیر در نظر گرفته شد در حالی که دو دیواره دیگر صلب بودند و تاثیرات تلاطم یا امواج سطحی در محاسبات وارد نشدند [۳]. کو و همکاران از روش المان مرزی و المان محدود کوپله برای تحلیل پاسخ لرزه‌ای مخازن مستطیلی انبار مایعات که تحت تاثیر حرکت زمین لرزه افقی قرار گرفته، استفاده کردند. بررسی‌ها در ادامه برای مطالعه خصوصیات پاسخ لرزه‌ای مدل‌های سه بعدی مخازن مستطیلی مورد استفاده قرار گرفته است. در پژوهش مذکور نه تنها اندرکنش بین سازه منعطف و سیال ذخیره شده، بلکه اثرات سطح آزاد تلاطم نیز در نظر گرفته شد [۴].

ایده اصلی روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH¹) که روش مدلسازی محیط سیال در این مطالعه است؛ به طور جداگانه به وسیله لوسی [۵] و گینگولد و موناگان [۶] در سال ۱۹۹۷ برای حل مسائل ذره‌ای اختر فیزیک پیشنهاد شد. در ابتدا SPH به عنوان روش آماری توصیف شد (لوسی حتی از تئوری مونت کارلو استاندارد برای گسترش مدل عددی استفاده کرد [۷]). بنابراین تخمین‌های خطا با استفاده از آمار مونت کارلو انجام شد با این حال در بررسی‌های بعدی (به عنوان مثال [۸]) مشخص شد که در عمل خطاها از تخمین‌های مونت کارلو بسیار کوچک‌ترند [۹]. این مطالعات اولیه ارزش زیاد روش SPH را نشان داد و سپس باعث کاربرد این روش برای مسائل گسترده‌ای از اختر فیزیک شد (به عنوان مثال [۱۰] و [۱۱]).

فرمول بندی اصلی روش SPH [۶] و [۷] بقای کامل تکانه خطی و زاویه‌ای را تامین نمی‌کرد. بهبود بیشتر فرمول بندی برای اطمینان از بقای این کمیت‌ها با استفاده از ذره معادل برای تابع لاگرانژی انجام گرفت [۱۲] در نسخ بعدی [۱۳] و [۱۴]، موناگان روش SPH را برای شبیه سازی جریان‌ات تراکم پذیر با توجه ویژه به دقت روش تحلیل و ارزیابی خطاهای درون یابی که بر اثر نامنظمی ذرات به وجود می‌آید، شرح داد و سپس فرمول بندی روش SPH را برای جریان‌ات با سطح آزاد به کار گرفت [۱۵]. این اصلاحات که به عنوان

¹ Smoothed Particle Hydrodynamics

هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم پذیری کم^۲ هم نیز شناخته می‌شوند، امروزه به صورت گسترده برای شبیه سازی جریان‌های سطح آزاد استفاده شده و همچنین در مدلسازی عددی محیط سیال در این مطالعه نیز مورد استفاده قرار گرفته است. فرمول بندی پیشنهاد شده به وسیله ی موناغان بر روی شبیه سازی جریان‌های غیر لزج متمرکز بود و بنابراین تخمینی از تنسور کامل تنش ارائه نمی‌داد و فقط گرادیان فشار تخمین زده می‌شد. برای گسترش روش SPH به مسائل مقاومت مصالح، لیبرسکی و همکارانش [۱۶] تخمینی از تنسور کامل تنش در فرمول بندی SPH کلاسیک توصیف کردند. شبیه سازی مسائل الاستیک، با یک کشف از اشکالات روش SPH یعنی ناپایداری کششی همراه شد که یک ناپایداری در حل عددی است که زمان شبیه سازی مواد تحت اثر تنش کششی اتفاق می‌افتد. این اشکال به ندرت در شبیه سازی دینامیک سیالات رخ می‌دهد اما در محاسبات جسم جامد می‌تواند خیلی شدید باشد. ناپایداری کششی به وسیله ی نویسندگان زیادی مورد بررسی قرار گرفته است. سوگل و همکاران [۱۷] به این نتیجه رسیدند که این مشکل مربوط به روند درون یابی استفاده شده در SPH است. در این راستا تعدادی تکنیک تصحیح برای غلبه بر این مسئله پیشنهاد شد؛ به عنوان مثال چن و همکاران [۱۸] یک روش تصحیح شده ذرات هموار برای تصحیح ناپایداری کششی و ناپیوستگی‌های مرزی ارائه دادند.

۲- معادلات حاکم

معادلات اصلی توصیف کننده حرکت یک سیال لزج تراکم پذیر به صورت زیر است :

- معادلات ناویر - استوکس (معادله تکانه) و
- معادله پیوستگی

برای جریان‌های با سطح آزاد همانند حرکت تلاطم، روندهای فیزیکی در جریان سیال شبه هم دما هستند (مشخص است که مقدار کمی از انرژی به حرارت تبدیل می‌شود). این موضوع هم دما در نظر گرفتن کامل جریان، حذف معادله انرژی از معادلات حاکم را ممکن می‌سازد. معادلات ناویر - استوکس حاکم بر بقای تکانه هستند، در حالی که معادله پیوستگی بیانگر بقای جرم است. ویژگی مهم فرمول بندی SPH استفاده از رویکرد لاگرانژی برای توصیف حرکت سیال است. بر اساس توصیف لاگرانژی، معادلات بالا در سیستم مختصات پیوسته به محیط در حال حرکت نوشته می‌شوند. که این باعث از بین رفتن عبارت انتقالی در معادله تکانه تا زمانی که سیستم مختصات با محیط شبیه سازی شده حرکت می‌کند، می‌شود. بدین ترتیب معادلات حاکم در توصیف لاگرانژی به صورت معادلات ۱ و ۲ تعریف می‌گردند:

$$\frac{d_p}{d_t} = -\text{div } \rho \vec{v} = -\nabla \cdot (\rho \vec{v}), \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + V_T + \vec{F}, \quad (2)$$

که \vec{v} سرعت جریان، ρ چگالی سیال، P فشار، V_T ترم لزجت و \vec{F} مجموع نیروی که بر روی واحد جرم اثر می‌کند. عبارت d/dt به معنی مشتق پارامتر جریان که در نقطه ای که با سیال حرکت می‌کند، محاسبه می‌شود.

۳- فرمول بندی روش هیدرودینامیک ذرات هموار

روش هیدرودینامیک ذرات هموار که به وسیله موناغان پیشنهاد شد [۱۴]؛ بر اساس تکنیک درونیابی است؛ که در آن مقدار هر تابع در نقطه مورد نظر با استفاده از مقدار آن در تعدادی از نقاط مجاور بدست می‌آید. در این درونیابی تابع ناپیوسته دلتای دیراک به وسیله تابع پیوسته کرنل^۳ تخمین زده می‌شود. در روش SPH هر تابع دلخواه و گرادیان آن به وسیله فرمول های زیر تخمین زده می‌شوند:

² Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics

³ Kernel function

$$f_i(\vec{r}) = \sum_j f_j \frac{m_j}{\rho_j} W(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h), \quad (3)$$

$$\nabla f_i(\vec{r}) = \sum_j f_j \frac{m_j}{\rho_j} \nabla W(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h), \quad (4)$$

که m_j و ρ_j به ترتیب جرم و چگالی j امین ذره هستند، h شعاع هموارساز، $f_i(\vec{r})$ مقدار تخمین تابع f در نقطه ای که به وسیله بردار شعاع \vec{r} تعریف می‌شود. شعاع هموار ساز پارامتری کلیدی در تخمین های SPH است. شعاع هموارساز فاصله‌ای که در آن ذرات با هم اندرکنش دارند را تعریف می‌کند، یعنی همان فاصله‌ای که مقدار تابع کرنل در آن غیر صفر است (که تکیه گاه دامنه کرنل نامیده می‌شود). عموماً مقدار دامنه تکیه گاه ضریبی از مقدار شعاع هموار ساز است:

$$R_{(s, domain)} = k \cdot h, \quad (5)$$

مقدار ثابت k به وسیله انتخاب کرنل هموارساز تعیین می‌شود. برای مقدار معمول $k = 2$ ، ذرات پخش شده در فاصله بزرگتر از دو شعاع هموارساز اثری بر روی پارامترهای نقطه (ذره) در نظر گرفته شده ندارند. این موضوع زمانی درست است که اگر فاصله نقطه مجاور بزرگتر مساوی $2h$ باشد، آنگاه مقدار تابع هموار ساز برابر صفر شود. در مدلسازی مطالعه حاضر، طول هموار ساز به نحوی انتخاب شد که هر ذره حدوداً ۶۰ ذره دیگر را در دامنه تاثیر خود جای دهد.

۳-۱- کرنل درونیایی

تابع کرنل مستقیماً بر نتایج روش هیدرودینامیک ذرات هموار اثر می‌گذارد. بنابراین باید دارای ویژگی‌های بخصوصی مانند مثبت بودن، خاصیت نرمال، داشتن تکیه‌گاه فشرده، نزولی یکنواخت بودن و رفتار تابع دل‌تا را داشته باشد. موناکان در [۱۴] درباره کرنل هموار ساز زیر بر اساس توابع اسپلاین درجه سه بحث کرد. در این مطالعه نیز از این تابع به عنوان تابع کرنل استفاده شده است.

$$W(r, h) = \frac{1}{\pi h^3} \begin{cases} 1 - \frac{3}{2} \left(\frac{r}{h}\right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{r}{h}\right)^3 & 0 < \frac{r}{h} \leq 1 \\ \frac{1}{4} \left(2 - \frac{r}{h}\right)^3 & 0 < \frac{r}{h} \leq 2 \\ 0 & \frac{r}{h} > 2 \end{cases} \quad (6)$$

۳-۲- معادله حالت

روش SPH در اصل برای مسائل اخت‌فیزیک، شامل مدل سازی اندرکنش ابر گاز^۴، شکل‌گیری ستاره‌ها و کهکشان‌ها و... پیشنهاد شد [۷]. همه این مسائل می‌توانند با استفاده از برخی معادلات حالت برای محیط گازی، همانند معادله حالت برای گازهای ایده‌آل حل شوند. سپس این روش برای مایعات تراکم‌ناپذیر گسترش یافت [۱۳]. ایده اصلی این است که مایع واقعی که تقریباً تراکم‌ناپذیر است، با سیالی که تراکم‌پذیری کمی دارد تقریب زده می‌شود. بیشترین تراکم چنین مایع فرضی‌ای به صورت مصنوعی با انتخاب مناسب ثابت معادله حالت محدود شده است. هدف معرفی تراکم‌پذیری مصنوعی بدست آوردن گرادیان فشار که معرف حرکت ذره است، می‌باشد. در این مطالعه از معادله حالت می-گرونایزن خطی (یا همان معادله حالت Us-Up) برای توصیف تغییر فشار با تغییر چگالی آب واقعی استفاده شد [۱۸]:

$$p = \frac{\rho_0 c_0^2 \eta}{(1 - s\eta)^2} \left(1 - \frac{\Gamma_0 \eta}{2}\right) + \Gamma_0 \rho_0 E_m, \quad (7)$$

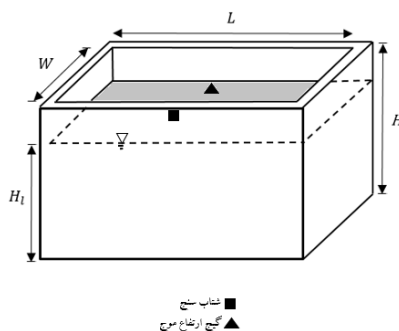
⁴ gas cloud interaction

که در آن ρ_0 ، چگالی اولیه ماده؛ c_0 ، سرعت صوت در ماده؛ $\eta = l - \rho_0/\rho$ ، کرنش فشاری حجمی اسمی؛ Γ_0 و s ، ثابت ماده؛ و E_m انرژی داخلی بر واحد جرم است. برای تعریف ماده در معادله حالت فوق چهار خاصیت آب مشخص شد: $\rho_0 = 1000 \text{ Kg/m}^3$ ، $\eta = 1480 \text{ m/s}$ ، $c_0 = 0$ ، $\Gamma_0 = 0$.

رویکرد استفاده کننده از معادله حالت در شبیه سازی SPH سیالات تراکم ناپذیر به عنوان هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم پذیری کم اطلاق می شود. راه های دیگری برای حل کامل سیالات تراکم ناپذیر با روش SPH (به عنوان مثال [17]) موجود است که خارج از بحث این مطالعه می باشد.

۴- صحت سنجی

به منظور صحت سنجی روش مدل سازی این مقاله، نتایج مدل سازی با نتایج آزمایشگاهی میز لرزه و نتایج مدل سازی عددی کو و همکاران [4] مقایسه شد. تست های میز لرزه برای یک مخزن مستطیلی سه بعدی که از صفحات آکرلیک ساخته شده اند انجام شد. مشخصات مصالح آکرلیک عبارتند از چگالی، $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$ ؛ مدول یانگ، $E = 2/9 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ ؛ و ضریب پواسون، $\nu = 0/35$. مدل بر اساس هندسه تعریف شده در شکل ۱: ارتفاع، $H = 0/9 \text{ m}$ ؛ ضخامت دیوارها، $t = 35 \text{ mm}$ ؛ طول، $L = 2/2 \text{ m}$ ؛ و عرض، $W = 1/15 \text{ m}$ ؛ تعریف شده است. برای ارضای فرض صلبیت کف یک صفحه فولادی قطعه کف متصل شده است.

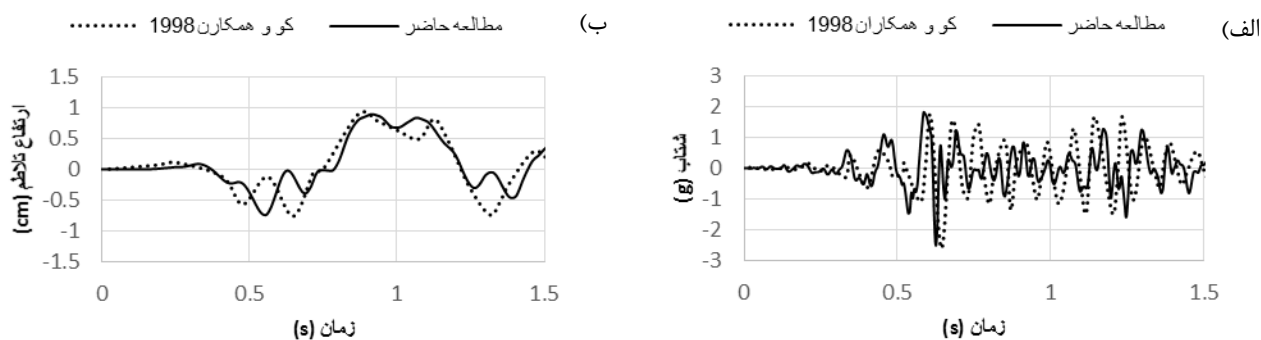


شکل ۱: مدل سه بعدی مخزن مستطیلی و نقاط اندازه گیری پارامترها

از آزمون های مقدماتی انجام شده با مخزن خالی نسبت میرایی ویسکوز حدود ۵ درصد بدست آورده شد. سپس مخزن با آب تا عمق m $0/7$ پر شد. همه آزمایش ها با استفاده از میز لرزه شش درجه آزادی انجام شدند. مؤلفه شمالی جنوبی رکورد زلزله ال سنتر و ۱۹۴۰ با فاکتور ۴ مقیاس زمان شده و به عنوان حرکت ورودی آزمایش میز لرزه در جهت افقی، عمود بر دیوارهای بلند استفاده شد.

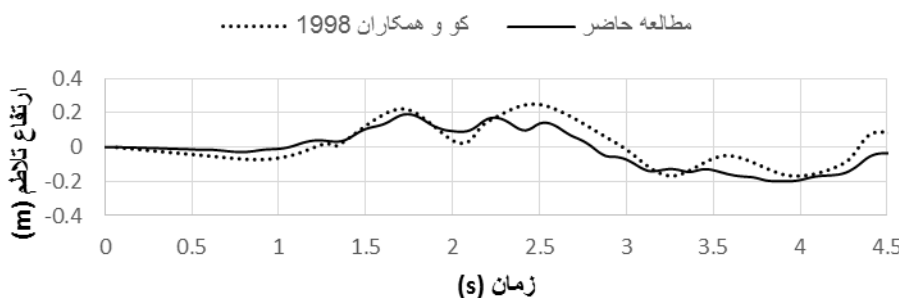
تاریخچه زمان شتاب و ارتفاع تلاطم بدست آمده در مکان نشان داده شده در شکل ۱ از مدل عددی آباکوس و مدل آزمایشگاهی کو و همکاران در شکل ۲ نشان داده شده است. در نمودارهای تاریخچه زمان شتاب و ارتفاع تلاطم به ترتیب تفاوت ۳/۵٪ و ۱٪ در مقادیر اولین شوک مشاهده می شود که بسیار رضایت بخش است. در نتایج مطالعه حاضر در تاریخچه خروجی های شتاب از فیلتر باترورث^۵ مرتبه دوم با فرکانس قطع $33/3 \text{ Hz}$ به منظور جلوگیری از بروز فرکانس های اشتباه بالقوه در نتایج که باعث خسارت داده های معتبر می شوند استفاده شده است.

⁵ Butterworth filter



شکل ۲: مقایسه تاریخچه زمان الف) ارتفاع تالطم ب) شتاب آزمایش میز لرزه کو و همکاران ۱۹۹۸ و مطالعه حاضر

روش مدلسازی صورت گرفته در این مطالعه با مدل عددی کو و همکاران نیز مقایسه شد. در مدلسازی کو و همکاران سازه مخزن به روش المان محدود و سیال به روش المان مرزی غیرمستقیم^۶ مدل شده‌اند. مشخصات مصالح بتنی استفاده شده برای یک مخزن متعارف ذخیره مایعات: چگالی، $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$ ؛ مدول یانگ، $E = 2/1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ ؛ و ضریب پواسون، $\nu = 0.17$ ؛ تعریف شده است. مدل بر اساس هندسه تعریف شده در شکل ۱: ارتفاع، $H = 10 \text{ m}$ ؛ ضخامت دیواره ها، $t = 1 \text{ m}$ ؛ طول، $L = 50 \text{ m}$ ؛ و عرض، $W = 20 \text{ m}$ ؛ شبیه سازی گردیده است. این بار نیز مؤلفه شمالی جنوبی زلزله ال سنترو به عنوان حرکت ورودی به سازه اعمال شد. تاریخچه زمان ارتفاع تالطم در وسط دیواره بلند مخزن با مدلسازی مطالعه حاضر همانطور که در شکل ۳ نشان داده شده است مقایسه شد. در اینجا نیز تفاوت ۱۲٪ در مقادیر شوک اول مشاهده می شود که رضایت بخش است.

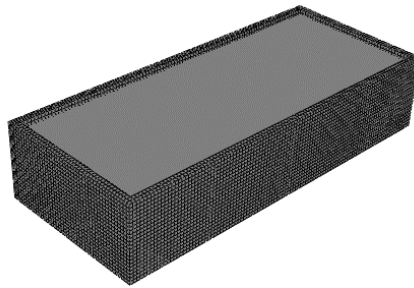


شکل ۳: مقایسه تاریخچه زمان ارتفاع تالطم مدل عددی کو و همکاران ۱۹۹۸ و مطالعه حاضر

۵- بررسی اثر محتوای فرکانسی بر پاسخ دینامیکی مخازن مستطیلی

مخزنی با مشخصات مصالح و ابعاد مدل عددی کو و همکاران بار دیگر در نرم افزار آباکوس مدلسازی شد (شکل ۴) تا تحت اثر رکوردهای با محتوای فرکانسی متفاوت قرار گیرد؛ پارامترهای ارتفاع تالطم و شتاب در مکان‌های نشان داده شده در شکل ۱، نیروی وارد بر عرض واحد وسط دیواره بلند، جابه‌جایی آن و همچنین برش پایه کل دیواره بلند بدست آورده شدند. مشخصات سه رکورد انتخاب شده با محتوای فرکانسی متفاوت مطابق جدول ۱ هستند:

^۶ Indirect Boundary Element Method

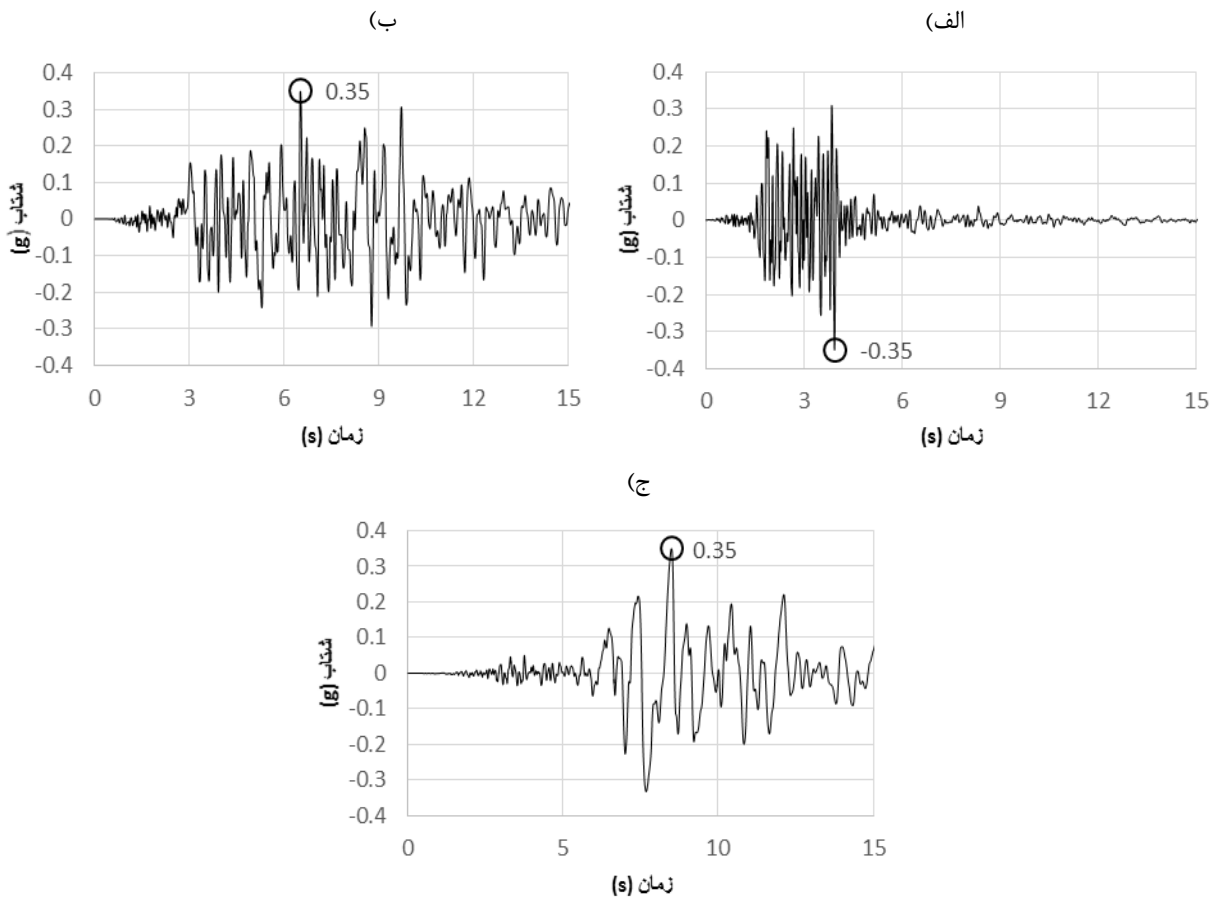


شکل ۴: مدلسازی انجام شده در نرم افزار آباکوس

جدول ۱: مشخصات حرکات زمین مورد مطالعه

رکورد زلزله	ایستگاه	رکورد/مولفه	شتاب بیشینه (g)	سرعت بیشینه (m/s)
کولینگا ۱۹۸۳	1604 oil city	COALINGA/C-OLC360	۰/۳۷۴	۰/۱۰۲
نورثریج ۱۹۹۴	90053 canga park-topanga canyon	NORTHR/CNP106	۰/۳۵۸	۰/۳۳۷
لوما پریتا ۱۹۸۹	47524 holliste-south&pine	LOMAP/HSP000	۰/۳۷	۰/۶۲۹

رکوردها به ترتیبی که شتاب بیشینه آنها برابر $0.35g$ باشد مقیاس شدند. رکورد زلزله کولینگا به عنوان حرکت زمین با فرکانس بالا، رکورد زلزله نورثریج به عنوان تحریک با فرکانس متوسط و رکورد زلزله لوما پریتا به عنوان تحریک با فرکانس بالا در نظر گرفته شدند. شتابنگاشت رکوردها در شکل ۵ در کنار هم آورده شده‌اند. تفاوت محتوای فرکانسی از روی شتابنگاشت‌ها قابل تشخیص است.



شکل ۵: تاریخچه زمان‌های شتاب استفاده شده در این مقاله پس از اعمال مقیاس (الف) زلزله کولینگا ۱۹۸۷ (ب) نورثریج ۱۹۹۴ (ج) لوما پریتا ۱۹۸۹

مشخصات رکوردها و پارامترها پس از اعمال مقیاس شتاب در جدول ۲ آورده شده‌اند:

جدول ۲: پارامترهای دامنه رکوردهای انتخاب شده پس از اعمال مقیاس

زلزله	حداکثر شتاب (g)	زمان حداکثر شتاب (s)	حداکثر سرعت (cm/s)	زمان حداکثر سرعت (s)	حداکثر جابه جایی (cm)	زمان حداکثر جابه جایی (s)
کولینگا ۱۹۸۳	۰/۳۵	۳/۹۳۰	۹/۵۴	۱/۸۲۵	۰/۷۵	۱/۸۸۰
نورثریج ۱۹۹۴	۰/۳۵	۶/۵۱۰	۳۳/۰۴	۸/۲۵۰	۸/۲۰	۸/۵۰۰
لوما پریتا ۱۹۸۹	۰/۳۵	۸/۴۹۵	۵۹/۵۹	۷/۵۳۵	۳۰/۵۶	۷/۷۶۵

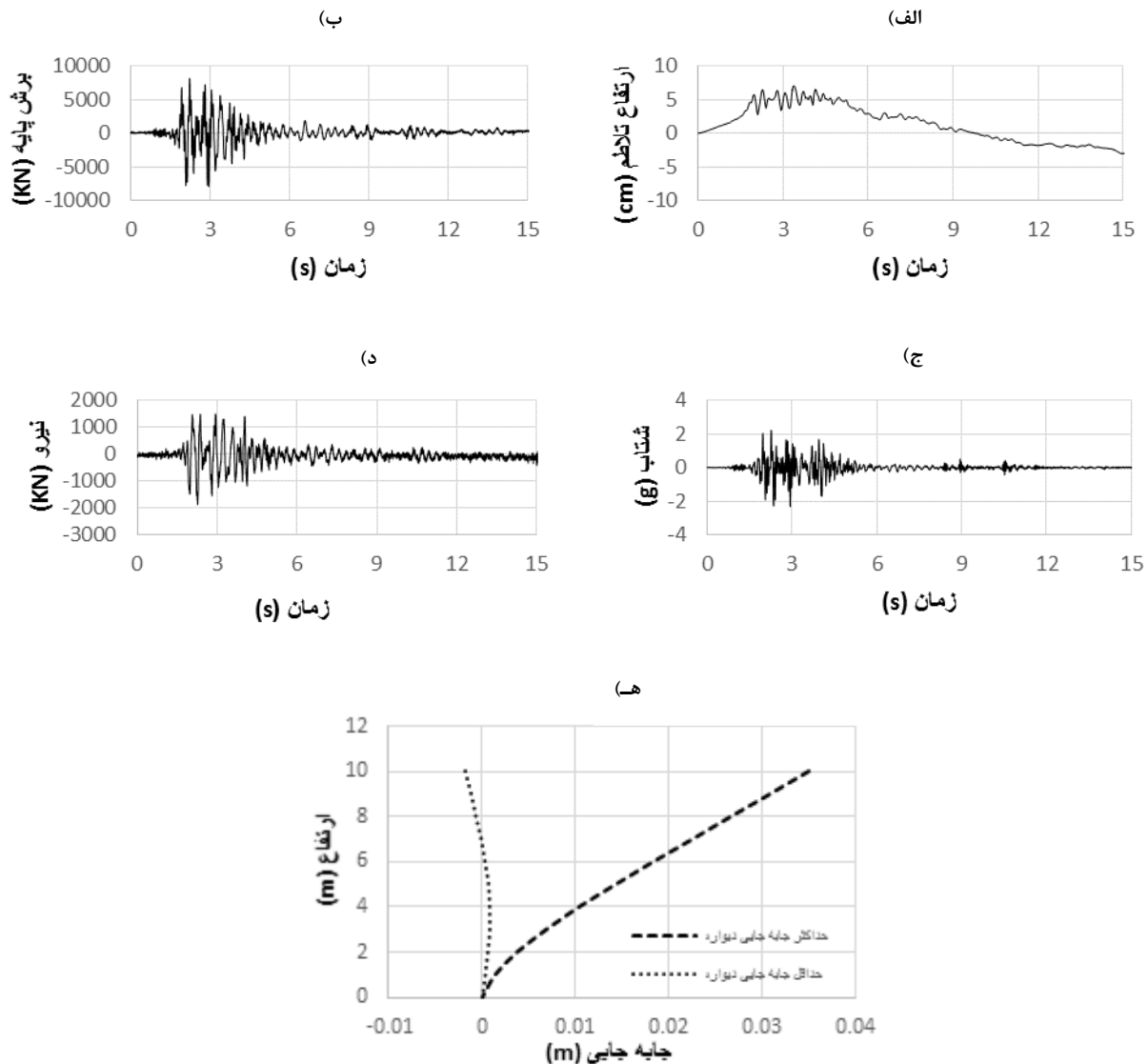
در انتخاب شتابنگارها سعی شد که پارامترهای محتوای فرکانس خصوصاً نسبت PGV/PGA به گونه‌ای باشند که رکوردها به خوبی بیانگر محتوای فرکانسی متفاوت باشند. دیگر پارامترهای مربوط به این سه رکورد در جدول ۳ آورده شده است. با توجه به اطلاعات جدول ۳ برای نتیجه گیری درباره پارامترهایی نظیر شدت Arias که در آن علاوه بر محتوای فرکانسی، مدت دوام هم موثر است باید مطالعات بیشتری صورت گیرد.

جدول ۳: پارامترهای محتوای فرکانس رکوردهای انتخاب شده پس از اعمال مقیاس

زلزله	شدت Arias (m/s)	شدت مشخصه	سرعت مطلق جمعی (cm/s)	PGV/PGA (s)	شتاب rms (g)	شدت طیف پاسخ سرعت (cm)	شدت طیف پاسخ شتاب (g*s)	شتاب بیشینه موثر (g)	پریود غالب (s)
کولینگا ۱۹۸۳	۰/۶۸۴	۰/۰۴۵	۳۹۷/۲	۰/۰۲۸	۰/۰۴۶	۳۷/۰۱	۰/۲۳	۰/۳۲۱	۰/۱۴
نورثریج ۱۹۹۴	۱/۹۰۶	۰/۰۹۳	۱۱۲۹/۵	۰/۰۹۶	۰/۰۷	۱۴۷/۴۹	۰/۳۴۱	۰/۳۵۳	۰/۲۸
لوما پریتا ۱۹۸۹	۱/۹۸۶	۰/۰۷۷	۱۳۲۲/۴	۰/۱۷۴	۰/۰۴۶	۲۴۰/۰۸	۰/۲۵۲	۰/۳۴۸	۰/۵۴

۵-۱- نتایج تحلیل زلزله کولینگا (محتوای فرکانسی بالا)

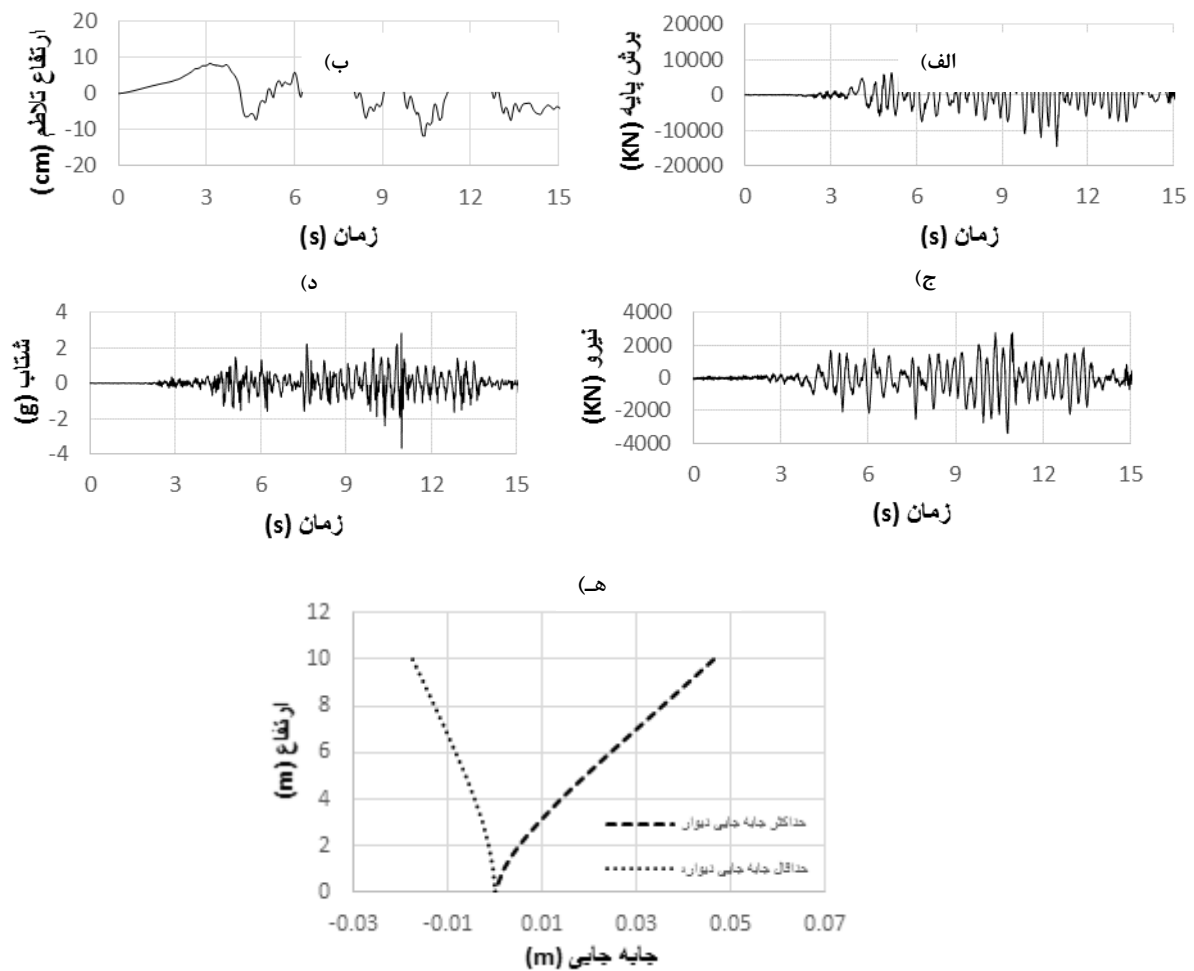
تغییرات سطح آب تحت شتابنگاشت زلزله کولینگا حداکثر ۷/۰۷ cm و ناچیز است و در زمان ۱۵ s به طور کلی تنها یک بار از سطح اولیه خود بالاتر و سپس به آرامی پایین آمده است. برش پایه دیواره بلند، ناشی از رکورد زلزله کولینگا در زمان ۲/۲ s به مقدار بیشینه مثبت ۸۱۹۳/۵ KN و در زمان ۲/۹۵ s به مقدار بیشینه منفی ۷۹۳۹ KN می‌رسد و تقریباً بعد از ۵ s و با کم شدن شتاب رکورد، برش پایه نیز کاهش پیدا کرده و ناچیز می‌شود. شتاب در وسط دیواره بلند در زمان ۲/۲۶ s به حداکثر مقدار مثبت ۲/۲۳ g و در زمان ۲/۹۳ s به حداکثر مقدار منفی ۲/۳۲ g می‌رسد و با کم شدن شتاب بعد از ۵ s نوسانات ناچیزی دارد. مقدار بیشینه مثبت نیرو در عرض واحد در زمان ۲/۹۷ s به مقدار ۱۵۰۷/۷ KN و در زمان ۲/۲۷ s به حداکثر مقدار منفی ۱۸۸۰/۹ KN می‌رسد. حداکثر جابه‌جایی دیواره در جهت مثبت ۰/۰۳۵ m در زمان ۶/۲۳ s بوده و حداقل جابه‌جایی دیواره در جهت منفی ۰/۰۰۲ m در زمان ۵/۲۵ s می‌باشد. این پارامتر به نحوی تعریف شده است که با در نظر گرفتن اندرکنش آب و سازه جابه‌جایی‌های دیواره در طول زلزله را نشان می‌دهد. در واقع می‌توان گفت در طول زلزله دیواره‌ها در بین مقادیر این دو نمودار نوسان می‌کنند.



شکل ۶: تاریخچه زمان‌های (الف) ارتفاع تلاطم (ب) برش پایه (ج) شتاب (د) نیروی وارد بر عرض واحد (ه) جابه‌جایی دیواره تحت رکورد زلزله کولینگا ۱۹۸۳

۵-۲- نتایج تحلیل زلزله نورتریج (محتوای فرکانسی متوسط)

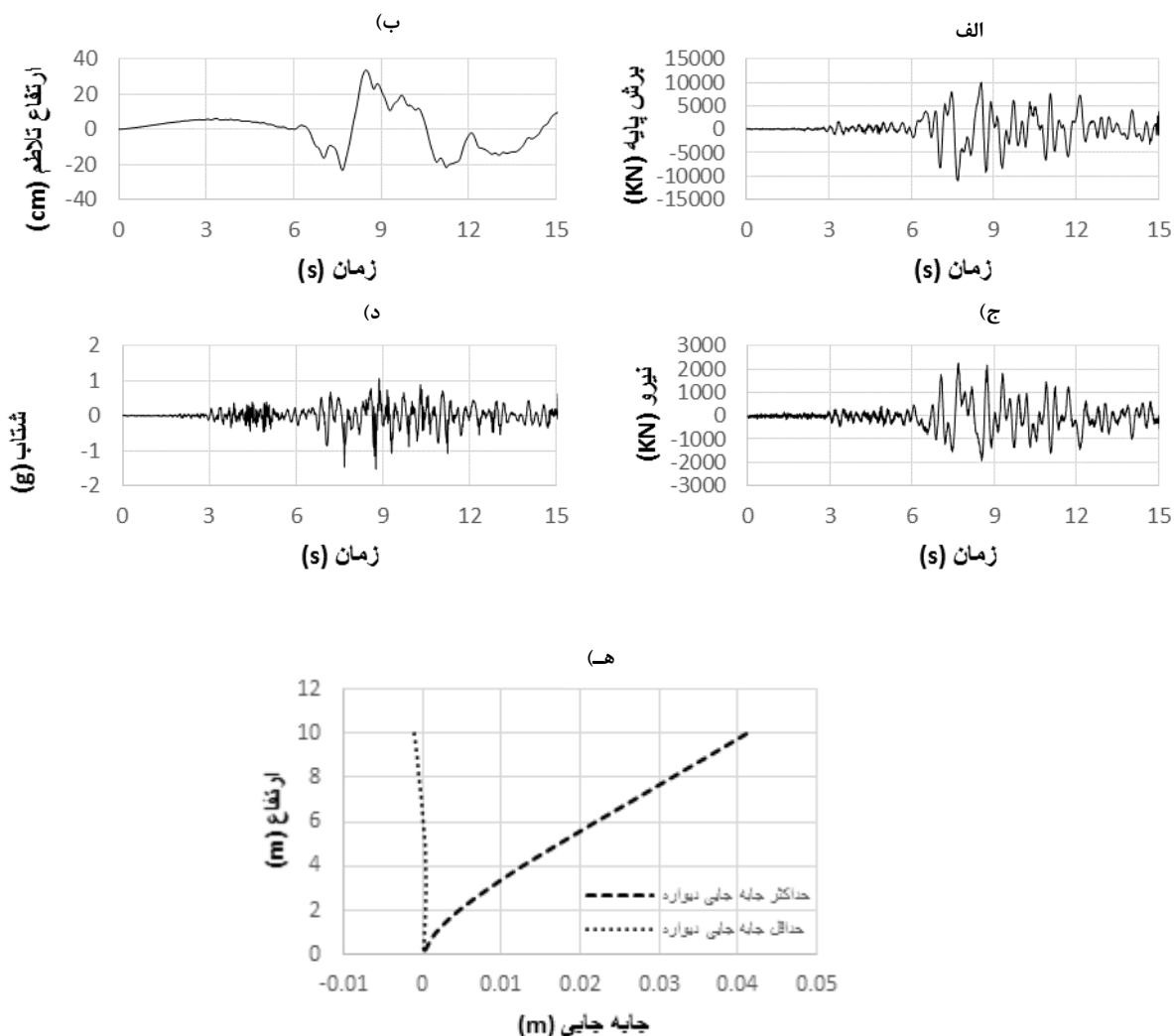
تغییرات سطح آب تحت شتاب نگاشت زلزله نورتریج به مقدار حداکثر ۱۳/۸ cm است و دارای چندین رفت و برگشت در مدت زمان ۱۵ s است. برش پایه دیواره بلند، ناشی از رکورد زلزله نورتریج در زمان ۱۰/۷۶ s به مقدار بیشینه مثبت ۱۴۳۷۶/۸ KN و در زمان ۱۰/۹۱ s به مقدار بیشینه منفی ۱۴۶۱۶/۸ KN می‌رسد. شتاب در وسط دیواره بلند در زمان ۱۰/۹۵ s به حداکثر مقدار مثبت ۲/۸۲ g و در زمان ۱۰/۹۶ s به حداکثر مقدار منفی ۳/۶۷ g می‌رسد. در زمان ۱۰/۳۹ s مقدار بیشینه مثبت نیرو در عرض واحد به مقدار ۲۷۶۸/۱ KN و در زمان ۱۰/۷۹ s به حداکثر مقدار منفی ۳۴۱۲ KN می‌رسد. حداکثر جابه‌جایی دیواره در زمان ۱۰/۳۶ s، ۰/۰۴۶ m و حداقل جابه‌جایی دیواره ۰/۰۱۷ m و در زمان ۱۰/۷۸ s بوده که در جهت منفی است.



شکل ۷: تاریخچه زمان‌های الف) ارتفاع تلاطم ب) برش پایه ج) شتاب د) نیروی وارد بر عرض واحد ه) جابه‌جایی دیواره تحت رکورد زلزله نورث‌تریج ۱۹۹۴

۵-۳- نتایج تحلیل زلزله لوما پریتا (محتوای فرکانسی پایین)

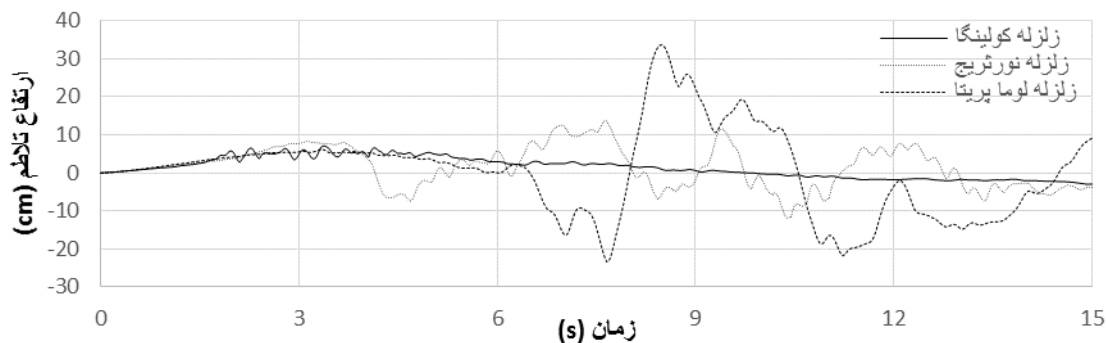
تغییرات سطح آب تحت شتابنگاشت زلزله لوما پریتا حداکثر ۳۳/۷ cm است و دارای چندین رفت و برگشت در مدت زمان ۱۵ s است. برش پایه دیواره بلند، ناشی از رکورد زلزله لوما پریتا در زمان ۸/۵۴ s به مقدار بیشینه مثبت ۱۰۰۷۳/۸ KN و در زمان ۷/۶۹ s به مقدار بیشینه منفی ۱۱۰۳۶/۸ KN می‌رسد. شتاب در وسط دیواره بلند در زمان ۸/۸۷ s به حداکثر مقدار مثبت ۱/۱۹ g و در زمان ۸/۷۶ s به حداکثر مقدار منفی ۱/۵۳ g می‌رسد. حداکثر جابه‌جایی دیواره برابر ۰/۰۴۱ بوده و در زمان ۷/۶۸ s می‌باشد و حداقل جابه‌جایی دیواره برابر ۰/۰۱۹ m در زمان ۸/۵۵ s و در جهت منفی است.



شکل ۸: تاریخچه زمان‌های الف) ارتفاع تلاطم ب) برش پایه ج) شتاب د) نیروی وارد بر عرض واحد ه) جابه جایی دیواره تحت رکورد زلزله لوما پریتا ۱۹۸۹

۴-۵- مقایسه خروجی ها

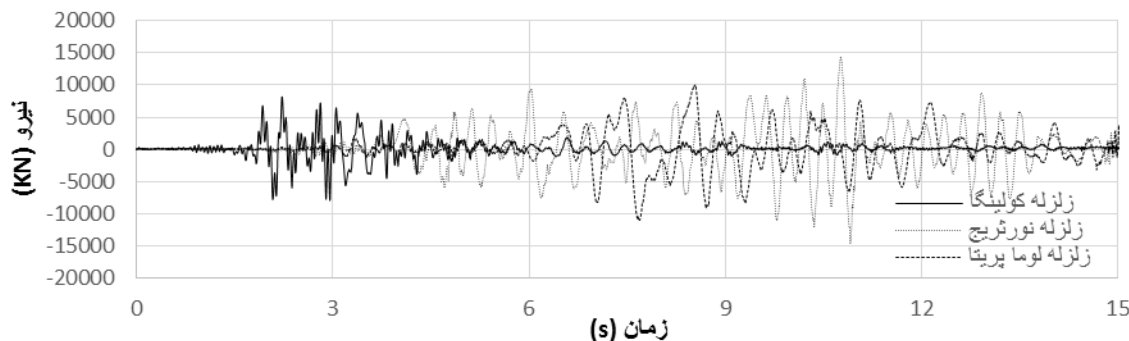
نمودارهای ارتفاع تلاطم برای سه رکورد زلزله با محتوای فرکانسی متفاوت بیانگر این است که به طور کلی با کاهش محتوای فرکانسی مقدار بیشینه ارتفاع تلاطم افزایش پیدا می‌کند. بیشینه مقدار ارتفاع تلاطم برای زلزله‌های کولینگا، نورثریچ و لوما پریتا به ترتیب $7/07 \text{ cm}$ ، $13/80 \text{ cm}$ و $33/77 \text{ cm}$ و کمینه آن‌ها $-5/83 \text{ cm}$ ، $-14/65 \text{ cm}$ و $-23/51 \text{ cm}$ می‌باشد. به عبارت دیگر بیشینه ارتفاع تلاطم زلزله لوما پریتا $477/6\%$ زلزله کولینگا و $244/7\%$ زلزله نورثریچ می‌باشد. در نمودار ارتفاع تلاطم زلزله کولینگا می‌توان مشاهده کرد که ارتفاع آب تنها یک بار نسبت به حالت اولیه بالاتر رفته و سپس پایین تر آمده است. این در حالی است که برای زلزله‌های نورثریچ و لوماپریتا که به ترتیب دارای محتوای فرکانسی متوسط و پایین می‌باشند به دفعات رخ داده است.



شکل ۹: تاریخچه زمان‌های ارتفاع تلاطم تحت رکوردهای با محتوای فرکانسی متفاوت

مقادیر بیشینه مثبت و منفی برای رکورد زلزله کولینگا (محتوای فرکانسی بالا) $8193/5 \text{ KN}$ و -7939 KN ، برای زلزله نورثریج (محتوای فرکانسی متوسط) $14376/8 \text{ KN}$ و $-14616/8 \text{ KN}$ و برای زلزله لوما پریتا (محتوای فرکانسی پایین) $10073/8 \text{ KN}$ و $-11036/8 \text{ KN}$ می‌باشد. که این مقادیر برای زلزله لوما پریتا در حالت مثبت 70% زلزله نورثریج و $122/9\%$ زلزله کولینگا و در حالت منفی $75/5\%$ زلزله نورثریج و 138% زلزله کولینگا می‌باشد. در اینجا زلزله با محتوای فرکانسی متوسط باعث به وجود آمدن برش پایه بیشتری شده است. بعد از آن زلزله با محتوای فرکانسی پایین و زلزله با محتوای فرکانسی بالا قرار دارند.

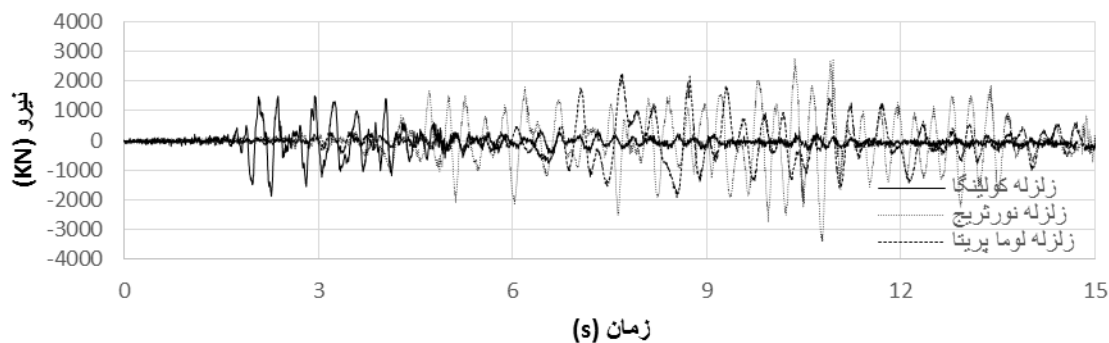
در نمودار تاریخچه زمان برش پایه تحت اثر رکورد زلزله کولینگا $0/475 \text{ s}$ نیرویی بیشتر از نصف ماکسیموم قدرمطلق به عرض واحد دیوار وارد می‌شود که این مقادیر برای زلزله نورثریج $0/85 \text{ s}$ و برای زلزله لوما پریتا برابر $1/415 \text{ s}$ است. برای قیاس بین دو زلزله نورثریج و لوما پریتا مدت زمان اثر نیرو در تاریخچه زمان زلزله نورثریج با نصف ماکسیموم زلزله لوما پریتا مقایسه شده است که زمان $2/275 \text{ s}$ بدست آمد. که این نیز بیانگر بحرانی تر بودن زلزله نورثریج است.



شکل ۱۰: تاریخچه زمان‌های برش پایه تحت رکوردهای با محتوای فرکانسی متفاوت

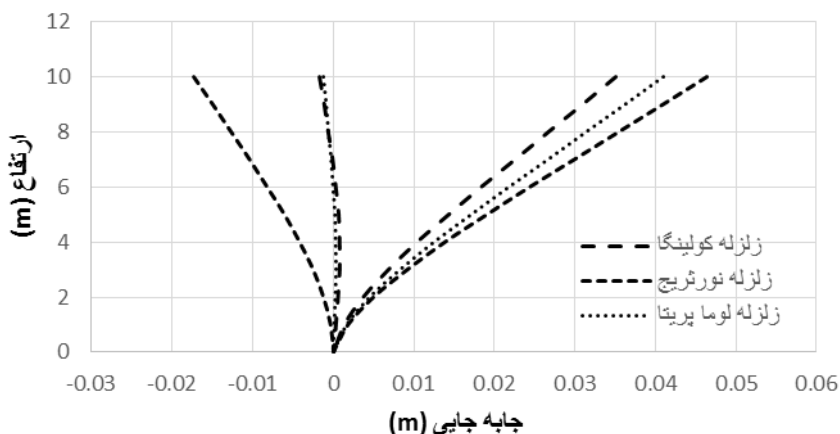
مقادیر ماکسیموم مثبت و منفی برای رکورد زلزله کولینگا (محتوای فرکانسی بالا) $1507/7 \text{ KN}$ و $-1880/85 \text{ KN}$ ، برای زلزله نورثریج (محتوای فرکانسی متوسط) $2768/12 \text{ KN}$ ، 3412 KN ، و برای زلزله لوما پریتا (محتوای فرکانسی پایین) $2256/36 \text{ KN}$ و $-1933/5 \text{ KN}$ می‌باشد. که این مقادیر برای زلزله لوما پریتا در حالت مثبت معادل $81/5\%$ زلزله نورثریج و $149/6\%$ زلزله کولینگا و در حالت منفی $56/6\%$ زلزله نورثریج و $102/8\%$ زلزله کولینگا می‌باشد. در اینجا نیز زلزله با محتوای فرکانسی متوسط باعث به وجود آمدن برش پایه بیشتری شده است. بعد از آن زلزله با محتوای فرکانسی پایین و زلزله با محتوای فرکانسی بالا قرار دارند.

در نمودار تاریخچه زمان مربوط به زلزله کولینگا $0/56 \text{ s}$ نیرویی بیشتر از نصف قدرمطلق ماکسیموم مذکور به عرض واحد دیوار وارد می‌شود این مقادیر برای زلزله نورثریج $0/85 \text{ s}$ و برای زلزله لوما پریتا $1/17 \text{ s}$ است. برای قیاس بین دو زلزله نورثریج و لوما پریتا مدت زمان اثر نیرو در تاریخچه زمان زلزله نورثریج با نصف ماکسیموم زلزله لوما پریتا مقایسه شده است که زمان $2/625 \text{ s}$ بدست آمد. که این نیز بیانگر بحرانی تر بودن زلزله نورثریج است.



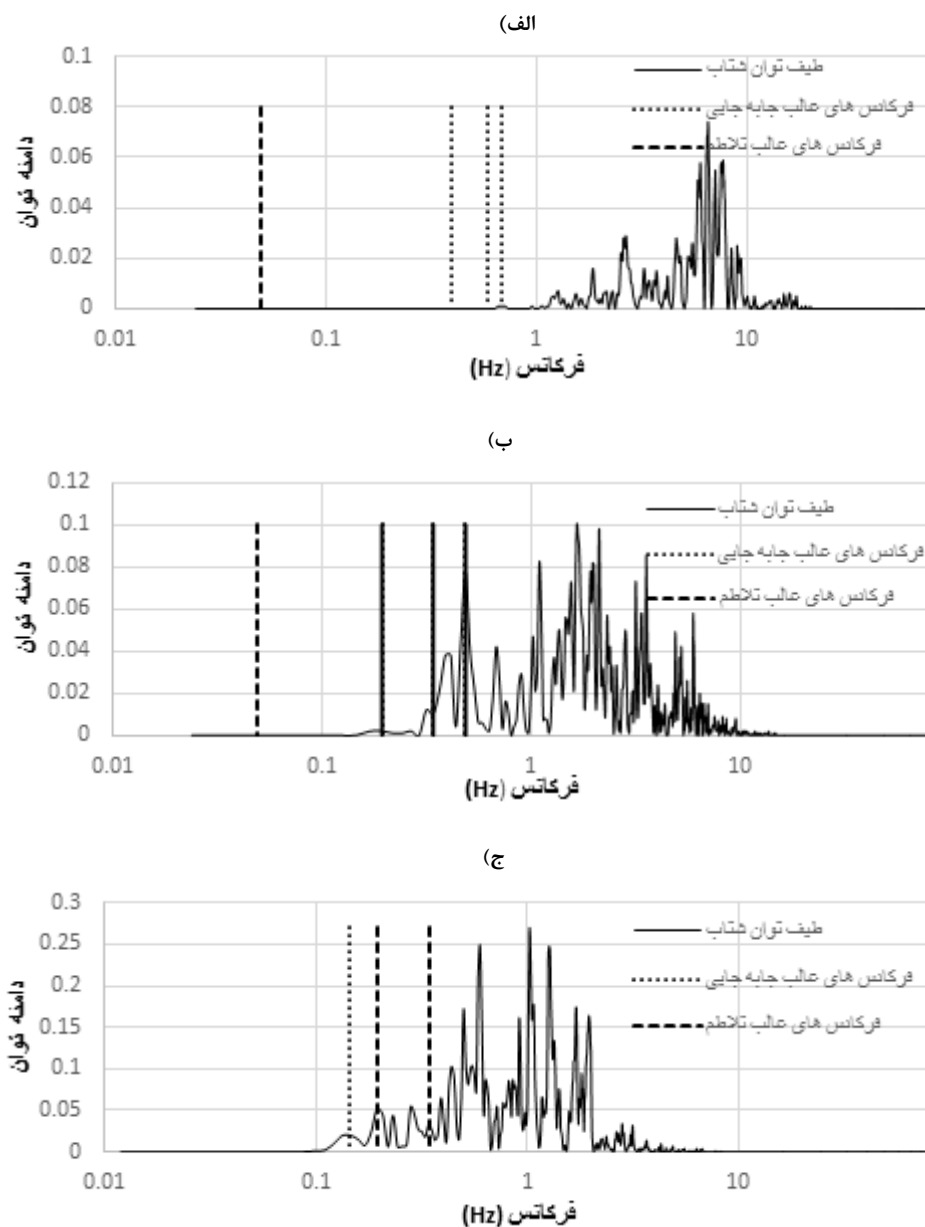
شکل ۱۱: تاریخچه زمان‌های نیروی وارد بر عرض واحد تحت رکوردهای با محتوای فرکانسی متفاوت

مقادیر حداقل و حداکثر برای رکورد زلزله کولینگا (محتوای فرکانسی بالا) 0.35 m و 0.17 m ، برای زلزله نورثریج (محتوای فرکانسی متوسط) 0.46 m و 0.17 m و برای زلزله لوما پریتا (محتوای فرکانسی پایین) 0.41 m و 0.12 m می‌باشد. که این مقادیر برای زلزله لوما پریتا در حالت حداکثر برابر $89/1\%$ زلزله نورثریج و $117/1\%$ زلزله کولینگا و در حالت حداقل 7% زلزله نورثریج و 70% زلزله کولینگا می‌باشد. کمتر بودن مقدار جابه‌جایی منفی به علت وجود فشار آب ذخیره شده است با این وجود در اینجا زلزله با محتوای فرکانسی متوسط باعث به وجود آمدن جابه‌جایی منفی زیادی با وجود فشار آب شده است. اما جابه‌جایی منفی برای دو رکورد دیگر بسیار اندک و نزدیک به هم است. و از جهتی دیگر حداکثر جابه‌جایی‌ها به ترتیب مربوط به زلزله‌ها با محتوای فرکانسی متوسط، پایین و بالا است.



شکل ۱۲: تاریخچه زمان‌های جابه‌جایی دیواره تحت رکوردهای با محتوای فرکانسی متفاوت

در شکل ۱۳ نمودارهای طیف توان شتاب رکوردها، جابه‌جایی رکوردها و ارتفاع تلاطم نشان داده شده است. در این نمودارها محتوای فرکانسی رکوردها نشان داده شده است، به علاوه همانطور که مشخص است برای زلزله با محتوای فرکانسی پایین فرکانس‌های غالب طیف تلاطم کمتر از فرکانس‌های طیف جابه‌جایی هستند، این در حالی است که برای زلزله با محتوای فرکانسی متوسط، فرکانس‌های غالب جابه‌جایی و تلاطم یکسان شده است (به جز فرکانس نایکوئست) و برای زلزله با محتوای فرکانسی پایین مقادیر فرکانس‌های غالب تلاطم از فرکانس‌های غالب جابه‌جایی بزرگتر شده‌اند. این موضوع بیانگر شیفت فرکانسی در رکوردهای با محتوای فرکانسی متفاوت است. توجه شود که در رسم نمودارهای فرکانس غالب تلاطم و جابه‌جایی مقیاس رعایت نشده است.



شکل ۱۳: طیف توان شتاب و فرکانس های غالب جابه جایی و تلاطم تحت رکورد زلزله های الف) کولینگا ۱۹۸۷ (ب) نورث ریج ۱۹۹۴ (ج) لوما پریتا ۱۹۸۹

۶- نتیجه گیری

در این مطالعه با استفاده از روش ترکیبی المان محدود و هیدرودینامیک ذرات هموار، به بررسی رفتار لرزه ای مخازن تحت تحریک افقی پرداخته شد. برای بررسی محتوای فرکانسی یک رکورد پارامترهای سرعت مطلق تجمعی نسبت به بیشینه شتاب، شدت طیف پاسخ و پیوند غالب، پارامترهای مناسبی برای مقایسه هستند اما در مورد دیگر پارامترها نظیر شدت Arias باید مطالعات بیشتری صورت پذیرد. از مقایسه خروجی های این مطالعه به طور خلاصه نتایج زیر حاصل می شود:

- ۱- با کاهش محتوای فرکانسی زلزله ارتفاع تلاطم افزایش پیدا می کند، به عبارت دیگر فرکانس های پایین تر اثر بیشتری بر روی پاسخ تلاطم دارند.

۲- فرکانس‌های غالب تلاطم با تغییر محتوای فرکانسی شیفت پیدا کرده به طوری که تحت رکورد با محتوای فرکانسی بالا، فرکانس غالب تلاطم از فرکانس‌های غالب رکورد جابه‌جایی کمتر است. تحت رکورد با محتوای فرکانسی متوسط، فرکانس‌های غالب تلاطم و رکورد جابه‌جایی یکسان است. و تحت رکورد با محتوای فرکانسی پایین، فرکانس غالب تلاطم از فرکانس غالب رکورد جابه‌جایی پیشی گرفته است.

۳- پاسخ‌های برش پایه و نیرو در عرض واحد تحت رکورد زلزله نورث‌ریج (محتوای فرکانسی متوسط) در مقایسه با دو رکورد دیگر مقدار بیشتری دارند، این در حالی است که پاسخ تلاطم تحت رکورد زلزله لوما پریتا به بیشترین حد خود رسیده اند، پس پاسخ تلاطم تاثیر کمی بر رو پاسخ دینامیکی کل مخزن دارد.

۴- جابه‌جایی به سمت داخل دیواره‌ها مقادیر کمتری نسبت به جابه‌جایی دیواره‌ها به سمت خارج، به علت فشار آب درون مخزن دارند؛ یعنی در مخازن پر جابه‌جایی به سمت خارج مخزن بحرانی تر است. با این وجود در مخزن تقریباً پر مورد مطالعه تحت رکورد زلزله نورث‌ریج جابه‌جایی به سمت داخل نسبتاً زیاد است.

سپاسگزاری

از حمایت‌های دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست دانشگاه شهید بهشتی در طول انجام پروژه تشکر می‌گردد. همچنین پردازش‌های مربوط به این مطالعه در مرکز محاسبات ابری دانشگاه امیرکبیر انجام گرفت که بدین وسیله از ایشان نیز قدردانی به عمل می‌آید.

مراجع

- [1] G. W. Housner. (1963). *The dynamic behavior of water tanks*. Bull. Seismol. Soc. Am., vol. 53, no. 2, pp. 381–387.
- [2] M. A. Haroun. (1983). *Vibration studies and tests of liquid storage tanks*. Earthq. Eng. Struct. Dyn., vol. 11, no. 2, pp. 179–206.
- [3] J. K. Kim, H. M. Koh and I. J. Kwahk. (1996). *Dynamic response of rectangular flexible fluid containers*. J. Engng. Mech. ASCE 122, 807–817.
- [4] Koh HM, Kim JK, Park JH. (1998). *Fluid-structure interaction analysis of 3D rectangular tanks by a variationally coupled BEM-FEM and comparison with test results*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics; 27:109–124.
- [5] Lucy L.B. (1977). *A numerical approach to the testing of the fission hypothesis // Astron. J.. Vol. 82, p. 1013–1024.*
- [6] Gingold R.A., Monaghan J.J. (1977). *Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars* Mon. Not. R. Astr. Soc.. 181:375–389.
- [7] Lucy L.B. (1977). *A numerical approach to the testing of the fission hypothesis*. Astron. J.. Vol. 82, p. 1013–1024.
- [8] Gingold R.A. (1978). *Monaghan J.J. Binary fission in damped rotating polytropes*. Mon. Not. R. astr. Soc vol. 184, pp. 481–499.
- [9] Monaghan J.J. (1982). *Why particle methods work*. J. Sci. Stat. Comput. Vol. 3, No. 4, pp. 422–433.
- [10] Benz W., Hills J.G. (1987). *Three-dimensional hydrodynamical simulations of stellar collisions. I-Equal-mass main-sequence stars*. The Astrophysical Journal Vol. 323, pp. 614– 628.
- [11] Slattery W.L., Benz W. (1992)., Cameron A.G.W. *Giant impacts on a primitive Uranus Icarus*, Vol. 99 1, pp. 167–174.
- [12] Gingold R.A., Monaghan J.J. (1982). *Kernel estimates as a basis for general particle methods in hydrodynamics // J.Comp.Phys.* 46 pp. 429–453.
- [13] Monaghan J.J. (1985). *Particle methods for hydrodynamics*. Comput. Phys. Rep.. Vol. 3, p. 71–124.
- [14] Monaghan J.J. (1992). *Smoothed particle hydrodynamics*. Annu. Rev. Astron. Astrophys.. 30:543–574.
- [15] Monaghan J.J., Thompson M.C., Hourigan K. (1994). *Simulation of free surface flows with SPH*. Proc. of ASME Symposium on Computational Methods in Fluid Dynamics. Lake Tahoe, USA, June 19–23.
- [16] Libersky L.D., Petscheck A.G., Carney T.C., Hipp J.R., Allahdadi F.A. (1993). *High strain Lagrangian hydrodynamics – a three-dimensional SPH code for dynamic material response*. J. of Comp. Phys.. 109:67–75.
- [17] Cummins S.J., Rudman M. (1999). *An SPH projection method*. J. Comput. Phys.. 152:584–607.
- [18] Wilkins, M.L. (1999), *Computer simulation of dynamic phenomena*, Berlin, Springer-Verlag ,p.61.