

تخمین عدم قطعیت در مدل سازی سازه های فولادی توسط تیر تیموشنکو

مهدی نادری^۱، مجتبی محصولی^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی زلزله، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

۲- استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

چکیده

این مقاله به کمی سازی عدم قطعیت ناشی از مدل سازی سازه های فولادی توسط تیر تیموشنکو می پردازد. یکی از روش های مرسوم در تحلیل دینامیک سازه ها، مدل کردن سازه های ساختمانی توسط مدل های تیر پیوسته است. استفاده از تیر تیموشنکو، به عنوان یک کلاس از مدل های تیر پیوسته، به جای یک مدل اجزای محدود به تسریع محاسبات منجر می شود. این کاهش محاسبات، امکان شناسایی احتمالاتی برخط سازه های ساختمانی و تشخیص سریع خرابی در آن ها را پس از یک رویداد لرزه ای فراهم می سازد. لازمه شناسایی سازه ها به این روش، کمی سازی عدم قطعیت ناشی از تقریب سازه با یک تیر پیوسته است که هدف اصلی این پژوهش را تشکیل می دهد. بدین منظور با توسعه یک سیستم خودکار، تعداد ۱۰۰۰ مدل اجزای محدود سازه ساختمانی طراحی شده و تحت تحلیل مقدار ویژه قرار می گیرند تا بسامد و شکل مودی طبیعی آن ها تعیین شود. برای هر سازه، تیر تیموشنکوی معادل آن تعیین می شود. سپس، خطای ناشی از ارضا نشدن معادله مشخصه تیر تیموشنکو به ازای بسامد و شکل مودی ناشی از مدل دقیق اجزای محدود محاسبه می شود. با تحلیل آماری این خطاها برای سیستم های مختلف، مشخصات توزیع احتمال خطا، از جمله شکل توزیع، میانگین و انحراف معیار آن تعیین می شود. نتایج نشان می دهد که میزان خطا حساسیت اندکی به طول، عرض و ارتفاع سازه دارد، اما به سیستم سازه های بسیار وابسته است. بر اساس این نتایج، انحراف معیار خطا برای سازه هایی با سیستم قاب خمشی فولادی ۳/۵ برابر کمتر از سازه هایی با سیستم مهاربندی فولادی است. بنابراین، کلاس مدل تیر تیموشنکو تقریب بهتری از سیستم های قاب خمشی فولادی ارائه می کند.

کلمات کلیدی: تیر تیموشنکو، معادله مشخصه، تحلیل احتمالاتی، شناسایی بیژین، اجزای محدود

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:			
10.22065/JSCE.2017.97311.1316	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
doi: 10.22065/JSCE.2017.97311.1316	۱۳۹۸/۰۴/۰۱	۱۳۹۶/۰۹/۱۲	۱۳۹۶/۰۹/۱۲	۱۳۹۶/۰۹/۰۸	۱۳۹۶/۰۶/۱۲
			*نویسنده مسئول:		مجتبی محصولی
			پست الکترونیکی:		mahsuli@sharif.edu

Uncertainty Quantification in Modeling of Steel Structures Using Timoshenko Beam

Mahdi Naderi¹, Mojtaba Mahsuli^{2*}

1-M.Sc. Student in Earthquake Engineering, Faculty of Civil Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

2- Assistant Professor, Faculty of Civil Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

ABSTRACT

This paper quantifies the uncertainty emanated from modeling steel structures using a Timoshenko beam. Using continuous beams to model building structures is a conventional approach in structural dynamic analyses. The use of Timoshenko beams, as a class of continuous beam models, in lieu of finite element models significantly expedites the computations. In turn, the reduction in the computational cost facilitates probabilistic, online identification and rapid damage detection of building structures in the aftermath of a seismic event. The prerequisite for structural identification using this method is the quantification of uncertainties that arise as a result of approximating the structure with a continuous beam, which is the primary objective of this research. To this end, an automated system is developed and subsequently employed to design 1000 finite element models of building structures followed by eigen-analyses to determine their natural frequencies and mode shapes. Thereafter, the residual of the eigen-equation of the Timoshenko beam given the frequency and mode shape from the exact finite element model is computed for each structure. Statistical analysis of these residuals for various structures leads to the distribution type, mean, and standard deviation for the probability distribution of the model error. The results show that the error is nearly insensitive to the height and dimensions of the plan, but is heavily dependent on the structural system. The results also show that the error standard deviation for steel moment-resisting frame systems is 3.5 times smaller than that of the steel concentrically-braced systems. This indicates that the Timoshenko beam model class provides a better estimation of steel moment-resisting frame systems.

ARTICLE INFO

Received: 03/09/2017

Revised: 29/11/2017

Accepted: 03/12/2017

Keywords:

Timoshenko beam, Characteristic equation, Probabilistic analysis, Bayesian identification, Finite Element.

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: 10.22065/JSCE.2017.97311.1316

*Corresponding author: Mojtaba Mahsuli
Email address: mahsuli@sharif.edu

۱- مقدمه

یکی از روش‌های مرسوم در تحلیل دینامیک سازه‌ها، مدل کردن سازه‌های ساختمانی توسط مدل‌های تیر پیوسته است. این نوع از مدل‌سازی به‌خصوص در مطالعاتی که نیازمند تحلیل‌های مکرر دینامیکی سازه هستند، برای کاهش هزینه محاسباتی مورد استفاده قرار می‌گیرد. مطالعاتی از قبیل تحلیل‌های قابلیت اعتماد، تحلیل ریسک، بهینه‌سازی و شناسایی سیستم نیازمند تحلیل‌های مکرر سازه هستند. بنابراین، استفاده از مدل‌های ساده تیر پیوسته تا حد قابل توجهی به کاهش هزینه محاسباتی آن‌ها منجر می‌شود. بدین منظور، کلاس‌های گوناگونی از تیرهای پیوسته، همانند تیرهای برشی [۱]، تیرهای اوپلر-برنولی [۲]، تیرهای درگیر خمشی-برشی [۳-۵] و تیرهای تیموشنکو [۶-۹] در مطالعات پیشین مورد استفاده قرار گرفته‌اند. استفاده از تیر تیموشنکو بدین منظور، از آن جهت مورد توجه است که می‌تواند هم تغییرشکل‌های خمشی و هم تغییرشکل‌های برشی را مدل کند. تئوری تیر تیموشنکو در سال ۱۹۲۱ برای اولین بار مطرح شد [۱۰]. ارتعاش تیر تیموشنکو در مطالعات گسترده‌ای در طی ۳۰ سال گذشته بررسی شده است [۱۱-۱۴]، اما کاربرد آن در مدل کردن پاسخ سازه محدود به چند مطالعه خاص است [۳ و ۷ و ۸]. استفاده از تیر تیموشنکو به‌جای یک مدل اجزای محدود، با کاهش بسیار زیاد در هزینه محاسباتی، امکان شناسایی برخط^۱ سازه‌ها را فراهم می‌آورد. قهاری و همکاران [۱۵ و ۱۶] در مطالعات اخیر از تیر تیموشنکو به‌عنوان نماینده سازه در شناسایی سیستم‌های خاک و سازه بهره گرفته‌اند. در این مطالعات، یک تیر تیموشنکو قائم به‌عنوان روسازه روی مجموعه فترها و میراگرهای انتقالی و گهواره‌ای قرار گرفته است که زیرسازه را تشکیل می‌دهند. برای شناسایی مشخصات دینامیکی سیستم، یک تابع خطا که بیانگر تفاوت پاسخ تیر تیموشنکو به تحریک دینامیکی و پاسخ ثبت شده سازه توسط حسگرهای^۲ شتاب‌سنج است، تعریف می‌شود. سپس، مشخصات دینامیکی سیستم توسط بهینه‌سازی به گونه‌ای تعیین می‌شوند که این تابع خطا کمینه شود. انجام شناسایی سیستم به این روش، از عدم قطعیت‌های موجود در سیستم صرف‌نظر می‌کند و بنابراین، مشخص نیست پارامترهای شناسایی شده چقدر قابل اعتماد هستند.

برای در نظر گرفتن عدم قطعیت‌ها، روش‌های شناسایی بیژین [۱۷ و ۱۸] ارائه شده‌اند. در این روش‌ها، تابع چگالی مشترک احتمال^۳ برای پارامترهای شناسایی با استفاده از قضیه بیژ^۴ بر مبنای مشاهداتی از پاسخ سازه به‌نگام^۵ می‌شود. بنابراین، روش‌های بیژین نه فقط یک برآورد تعیینی از پارامترهای سیستم، بلکه توزیع احتمال این پارامترها را به‌دست می‌دهند. روش‌های بیژین دو منبع عمده عدم قطعیت در مسائل شناسایی، شامل خطای مدل^۶ و خطای اندازه‌گیری^۷ را در نظر می‌گیرند. خطای مدل از تفاوت پیش‌بینی مدل از رفتار سازه و رفتار آن در واقعیت سرچشمه می‌گیرد. خطای اندازه‌گیری نیز از خطای موجود در ابزارهای اندازه‌گیری پاسخ سازه، از جمله حسگرها، و نیز خطاهای ناشی از محاسبه پاسخ‌های موردنظر از ورودی‌های خام ثبت شده توسط حسگرها ناشی می‌شود. برای تعیین خطای اندازه‌گیری، روش‌های متعددی در ادبیات فنی پیشنهاد شده است [۱۸-۲۱]. با این حال، تاکنون هیچ پژوهشی در زمینه کمی‌سازی خطای مدل تیر تیموشنکو در مدل کردن رفتار سازه‌های ساختمانی صورت نپذیرفته است. بنابراین، هدف از پژوهش پیش رو، کمی‌سازی عدم قطعیت ناشی از خطای مدل‌سازی سازه‌های ساختمانی توسط تیر تیموشنکو می‌باشد. خروجی این پژوهش به‌طور مستقیم در شناسایی بیژین برخط مشخصات دینامیکی سازه‌های ساختمانی توسط مدل تیر تیموشنکو، در مطالعاتی چون [۲۲]، قابل استفاده است.

در ادامه، ابتدا معادلات حاکم بر تیر تیموشنکو قائم بر یک تکیه‌گاه گیردار به‌عنوان نماینده سازه معرفی می‌شوند. سپس، با ارائه روابط شناسایی بیژین بر مبنای مدل تیر تیموشنکو مشخص می‌شود که پژوهش پیش رو به‌دنبال تعیین مشخصات آماری کدام منبع عدم قطعیت است. سپس، چارچوب مطالعه پارامتریک برای تعیین این مشخصات آماری معرفی شده و پارامترهای کلیدی در این مساله با تحلیل حساسیت مشخص می‌شوند. در نهایت، نتایج این مطالعه پارامتریک برای دو نوع سازه فولادی متداول، یعنی سازه‌های دارای سیستم باربر جانبی قاب‌های مهاربندی شده همگرا و سیستم قاب‌های خمشی، ارائه شده و جمع‌بندی می‌شود.

¹ Online

² Sensor

³ Probability Density Function (PDF)

⁴ Bayesian theorem

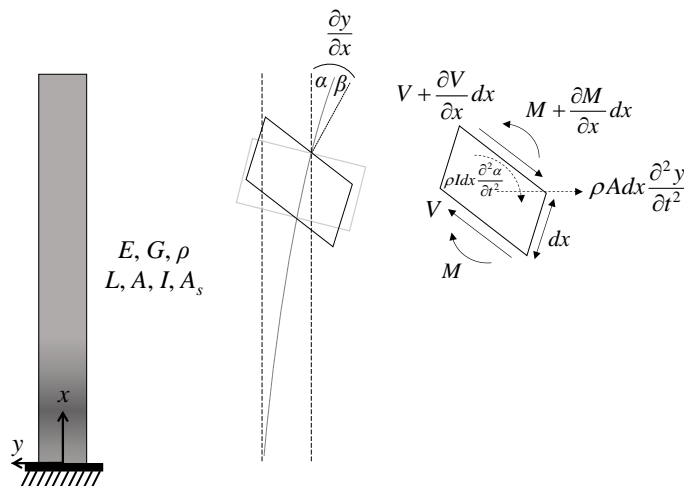
⁵ Update

⁶ Model error

⁷ Measurement error

۲- مدل تیر تیموشنکو

شکل ۱ تیر تیموشنکوی نماینده سازه در این پژوهش را نشان می‌دهد. در این شکل، E مدول یانگ، G مدول برشی، ρ چگالی جرمی، L طول، A سطح مقطع، I ممان اینرسی سطح و A_s سطح مقطع موثر برشی تیر می‌باشد. x و y محورهای مختصات کارتزین جهات قائم و افقی هستند. مرکز مختصات، بدون نقض کلیت مساله، در پای تیر فرض شده است.



شکل ۱: تیر تیموشنکو قائم به‌عنوان نماینده سازه ساختمانی

با توجه به مطالعات Huang [۲۳]، معادلات دیفرانسیلی جزئی حاکم بر ارتعاش تیر تیموشنکو به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = -\rho A \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial M(x,t)}{\partial x} - V(x,t) = \rho I \frac{\partial^2 \alpha(x,t)}{\partial t^2}$$

که در آن M لنگر خمشی، V نیروی برشی، $y(x,t)$ جابجایی جانبی در نقطه x از طول تیر و در زمان t و $\alpha(x,t)$ چرخش مقطع ناشی از خمش در نقطه x و زمان t است. با تعریف $\beta(x,t)$ به صورت چرخش مقطع ناشی از برش در نقطه x و زمان t ، چرخش کل مقطع، شامل دو بخش چرخش ناشی از خمش و چرخش ناشی از برش، به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} = \alpha(x,t) + \beta(x,t) \quad (2)$$

لنگر خمشی و برش، هر دو به مشخصه‌های فیزیکی تیر و تغییرشکل آن از طریق روابط زیر مربوط می‌شوند:

$$M(x,t) = EI \frac{\partial \alpha(x,t)}{\partial x} \quad (3)$$

$$V(x,t) = GA_s \left(\alpha(x,t) - \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right)$$

با قرار دادن روابط (۳) در روابط (۱) داریم:

$$GA_s \left(\frac{\partial \alpha(x,t)}{\partial x} - \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right) = -\rho A \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (4)$$

$$EI \frac{\partial^2 \alpha(x,t)}{\partial x^2} - GA_s \left(\alpha(x,t) - \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right) = \rho I \frac{\partial^2 \alpha(x,t)}{\partial t^2}$$

همانطور که مشاهده می‌شود، دو معادله دیفرانسیل جزئی در روابط (۴) به صورت درگیر^۸ با یکدیگر می‌باشند. بنابراین تغییر شکل‌ها به دو متغیر زمانی و فاصله‌ای به صورت زیر تقسیم می‌شوند:

$$y(x, t) = \Phi(x)T(t), \quad \alpha(x, t) = \Theta(x)T(t) \quad (۵)$$

که در آن، $\Phi(x)$ و $\Theta(x)$ به ترتیب تغییر شکل‌های جانبی و چرخشی تیر می‌باشند و $T(t)$ نیز تابعی از زمان است. بنابراین روابط (۴) به صورت زیر گسترش داده می‌شوند:

$$GA_s T(t) \left(\frac{d\Theta(x)}{dx} - \frac{d^2\Phi(x)}{dx^2} \right) = -\rho A \Phi(x) \frac{d^2 T(t)}{dt^2} \quad (۶)$$

$$EIT(t) \frac{d^2\Theta(x)}{dx^2} - GA_s T(t) \left(\Theta(x) - \frac{d\Phi(x)}{dx} \right) = \rho I \Theta(x) \frac{d^2 T(t)}{dt^2}$$

با اعمال تبدیل فوریه به دو طرف روابط (۶) و حذف $\Theta(x)$ بین دو معادله حاصل، رابطه زیر برای تغییر شکل جانبی به دست می‌آید:

$$EI \frac{d^4\Phi(x)}{dx^4} + \frac{\rho\omega^2}{GA_s} (EIA + GA_s I) \frac{d^2\Phi(x)}{dx^2} + \frac{\rho\omega^2}{GA_s} (\rho IA\omega^2 - GA_s A) \Phi(x) = 0 \quad (۷)$$

رابطه مربوط به تغییر شکل چرخشی نیز به زودی توسعه داده می‌شوند. حال دو پارامتر بی‌بعد که در بردارنده رفتار برشی و خمشی تیر تیموشنکو هستند [۱۳] به صورت زیر معرفی می‌شوند:

$$b = \sqrt{\frac{\rho A \omega^2 L^4}{EI}}, \quad s = \sqrt{\frac{EI}{GA_s L^2}} \quad (۸)$$

که در آن‌ها، ω بسامد طبیعی یکی از مودهای ارتعاشی می‌باشد. پارامتر b مربوط به جرم می‌شود و در واقع نشان‌دهنده انعطاف‌پذیری خمشی تیر است. در مقابل، پارامتر s نشان‌دهنده نسبت سختی خمشی به سختی برشی تیر است و با استفاده از آن می‌توان رفتار سازه را به سمت رفتار یک سازه برشی، مانند سیستم باربر جانبی قاب‌های خمشی، یا به سمت رفتار یک سازه خمشی، مانند سیستم باربر جانبی دیوار برشی، سوق داد. علاوه بر این، شعاع ژیراسیون تیر، r ، با تقسیم شدن بر طول تیر به صورت پارامتر بی‌بعد $R=r/L$ معرفی می‌شود. با توجه به مطالعات پیشین [۲۴]، برای مدل کردن سازه با تیر تیموشنکو می‌توان ابعاد تیر را برابر با ابعاد سازه اصلی در نظر گرفت. لذا پارامتر بی‌بعد R و طول تیر دیگر مجهول نخواهند بود. با استفاده از این پارامترهای بی‌بعد معادلات دیفرانسیل حاکم برای تغییر شکل‌های جانبی به صورت زیر حاصل می‌شوند:

$$\frac{d^4\tilde{\Phi}(\tilde{x})}{d\tilde{x}^4} + (b^2 s^2 + b^2 R^2) \frac{d^2\tilde{\Phi}(\tilde{x})}{d\tilde{x}^2} + (b^4 s^2 R^2 - b^2) \tilde{\Phi}(\tilde{x}) = 0 \quad (۹)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(\tilde{x}) &= \Phi(x)/L \\ \tilde{x} &= x/L \end{aligned} \quad (۱۰)$$

همانطور که مشاهده می‌شود، معادله (۹) یک معادله دیفرانسیل مرتبه چهار همگن است که معادله مشخصه آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$m^4 + m^2 (b^2 s^2 + b^2 R^2) + (b^4 s^2 R^2 - b^2) = 0 \quad (۱۱)$$

این معادله مشخصه دارای چهار ریشه است. مطابق [۲۵]، دو ریشه معادله (۱۱) موهومی هستند که در رابطه زیر ارائه شده‌اند:

$$m_{1,2} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{-(b^2 s^2 + b^2 R^2) - \sqrt{(b^2 s^2 + b^2 R^2)^2 - 4(b^4 s^2 R^2 - b^2)}} \quad (۱۲)$$

دو ریشه دیگر معادله (۱۱) نیز به صورت زیر می‌باشند:

$$m_{3,4} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{-(b^2 s^2 + b^2 R^2) + \sqrt{(b^2 s^2 + b^2 R^2)^2 - 4(b^4 s^2 R^2 - b^2)}} \quad (۱۳)$$

⁸ Coupled

که در این معادله، دو ریشه معادله (۱۱)، یعنی m_3 و m_4 حقیقی خواهند بود به شرطی که بسامد، ω کمتر از بسامد قطع با فرمول زیر باشد:

$$\omega_c = \sqrt{GA_s / \rho I} \quad (14)$$

در این مقاله، تنها حالت $\omega < \omega_c$ دارای کاربرد است. بنابراین، جواب عمومی معادله (۹) با فرض $\omega < \omega_c$ به صورت زیر می باشد:

$$\tilde{\Phi}(\tilde{x}) = c_1 \sin(p\tilde{x}) + c_2 \cos(p\tilde{x}) + c_3 \sinh(q\tilde{x}) + c_4 \cosh(q\tilde{x}) \quad (15)$$

که در آن، $p = |\text{Im}(m_1)|$ و $q = m_3$ ضرایب مجهول c_1 تا c_4 با اعمال شرایط مرزی مشخص خواهند شد.

برای تعیین معادله تغییرشکل چرخشی، شروع از روابط (۶) و دنبال کردن گام‌هایی مشابه به رابطه زیر منجر می شود:

$$\Theta(\tilde{x}) = d_1 \sin(p\tilde{x}) + d_2 \cos(p\tilde{x}) + d_3 \sinh(q\tilde{x}) + d_4 \cosh(q\tilde{x}) \quad (16)$$

که در آن، ضرایب مجهول d_i وابسته به ضرایب c_i و به صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned} d_1 = \lambda_1 c_2 = \left(\frac{b^2 s^2}{p} - p \right) c_2, \quad d_2 = \lambda_2 c_1 = \left(-\frac{b^2 s^2}{p} + p \right) c_1 \\ d_3 = \lambda_3 c_4 = \left(\frac{b^2 s^2}{q} + q \right) c_4, \quad d_4 = \lambda_4 c_3 = \left(\frac{b^2 s^2}{q} + q \right) c_3 \end{aligned} \quad (17)$$

حال برای تعیین ضرایب c_i شرایط مرزی اعمال می شوند. در انتهای آزاد تیر دو شرط مرزی شامل صفر بودن لنگر خمشی و نیروی برشی وجود دارد. دو شرط مرزی دیگر شامل برابر بودن لنگر خمشی و نیروی برشی پای تیر به ترتیب با لنگر خمشی و نیروی برشی تکیه‌گاهی آن هستند. با اعمال این چهار شرط مرزی بر معادلات (۳)، (۱۵) و (۱۶)، چهار معادله حاصل می شوند که نمایش ماتریسی آن‌ها به صورت زیر می باشد:

$$\mathbf{M}\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \lambda_2 & 0 & \lambda_4 & 0 \\ (L\lambda_2 - p)\cos(p) & (L\lambda_1 + p)\sin(p) & (L\lambda_4 - q)\cosh(q) & (L\lambda_3 - q)\sinh(q) \\ -p\lambda_2 \sin(p) & p\lambda_1 \cos(p) & q\lambda_4 \sinh(q) & q\lambda_3 \cosh(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (18)$$

رابطه (۱۸)، در واقع، معادله مشخصه تیر تیموشنکو شکل ۱ می باشد. همان گونه که در بخش بعدی نشان داده خواهد شد، این معادله به صورت گسترده‌ای در شناسایی بیژین سازه توسط مدل تیر تیموشنکو مورد استفاده قرار می گیرد.

۳- کاربرد در شناسایی بیژین

کاربرد اصلی پژوهش پیش رو در شناسایی برخط بیژین سازه‌ها است که پیش از این توسط مولف دوم در [۲۲] ارائه شده است. مبنای این روش شناسایی، قضیه بیز در تئوری احتمال است که در ساده‌ترین حالت به صورت زیر تعریف می شود:

$$P(E_1 | E_2) = \frac{P(E_2 | E_1) P(E_1)}{P(E_2)} \quad (19)$$

در مکتب آمار کلاسیک^۹، تکررگرایان^{۱۰} بر این باورند که احتمال برابر با تکرر نسبی وقوع یک پدیده قابل مشاهده است. بنابراین، برای محاسبه احتمال می بایست یک آزمایش بارها و بارها انجام شود. بنابراین، اگر آزمایشی n بار تکرار شود و رخداد E به تعداد n_E بار مشاهده شود، احتمال E به صورت زیر بر مبنای این تفکر محاسبه می شود:

$$P(E) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_E}{n} \quad (20)$$

در مقابل، مکتب آمار بیژین^{۱۱} احتمال $P(E)$ را به عنوان درجه باور به رخداد E تلقی می کند. مشاهدات در درجه باور با توجه به تئوری بیژین مطابق رابطه (۱۹) اثر می گذارند. در این معادله، $P(E_1)$ درجه باور به رویداد E_1 پیش از مشاهده رویداد E_2 است و احتمال

⁹ Classical statistics

¹⁰ Frequentists

¹¹ Bayesian statistics

پیشین^{۱۲} خوانده می شود. حال فرض کنید که رویداد E_2 مشاهده شود. این مشاهده باعث تغییر درجه باور به رویداد E_1 می شود. این درجه باور بهنگام شده همان $P(E_1|E_2)$ است و احتمال پسین^{۱۳} خوانده می شود. احتمال پسین برابر با حاصل ضرب احتمال پیشین و تابع درستنمایی^{۱۴}، $P(E_2|E_1)$ ، تقسیم بر ضریب نرمال سازی^{۱۵}، $P(E_2)$ ، است. تابع درستنمایی کلید اصلی این بهنگام سازی است و به عنوان «احتمال مشاهده آنچه که مشاهده شده است» تفسیر می شود. بنابراین، قضیه بیز ابزار بهنگام سازی درجه باور به وقوع پدیده ها با مشاهده اطلاعات جدید است.

برای به کارگیری این مفهوم در مساله شناسایی، فرض کنید که بر روی سازه n حسگر نصب شود. ارتعاشات ثبت شده به وسیله حسگرها منجر به یافتن بسامد طبیعی اصلی سازه، $\hat{\omega}$ ، و شکل مودی اصلی ارتعاش سازه، $\hat{\phi}$ ، می شود که مانند E_2 در رابطه (۱۹)، مشاهدات را تشکیل می دهند. هدف، شناسایی پارامترهای اصلی بیانگر سختی تیر تیموشنکو یعنی $\theta = \{b, s\}$ است. با مقایسه مقادیر شناسایی شده برای این دو پارامتر، پیش و پس از وقوع یک رویداد خطر، مثلا رویداد یک زلزله، می توان به وقوع خرابی در سازه پی برد. با توجه به هزینه محاسباتی بسیار پایین این روش شناسایی، می توان آن را برای تعداد انبوهی از سازه ها در زمانی بسیار کوتاه پس از رویداد خطر به انجام رساند و از وضعیت زیرساخت های مدیریت بحران و امداد و نجات، همانند بیمارستان ها، به سرعت مطلع شد. این مهم به بهبود مولفه کاردانی^{۱۶} از چهار مولفه اصلی تاب آوری^{۱۷} زیرساخت ها، یعنی استواری^{۱۸}، سرعت عمل^{۱۹}، افزونگی^{۲۰} و کاردانی، منجر می شود [۲۶].

با توجه به اینکه اندازه گیری ها به نوبه^{۲۱} آغشته هستند، این مقادیر نیز دارای خطای اندازه گیری هستند. به عبارت دیگر، مقادیر واقعی بسامد طبیعی و شکل مودی تیر تیموشنکو یعنی ω و ϕ ، با مقادیر اندازه گیری شده متفاوت هستند. در نتیجه، ω و ϕ نیز به عنوان پارامترهای مجهول در نظر گرفته شده و به همراه θ شناسایی می شوند. مطابق توصیه های آیین نامه ساختمانی یکنواخت^{۲۲} [۲۷] و آیین نامه ساختمانی بین المللی^{۲۳} [۲۸]، نصب سه حسگر در طبقات همکف، میانی و بالایی کافی می باشد که به یک پیکربندی^{۲۴} حسگرها^{۲۴} منجر می شود. بنابراین، با پذیرفتن همین پیکربندی، بردار شکل های مودی به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\phi = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{\Phi}(0) / \tilde{\Phi}(1) \\ \Theta(0) / \tilde{\Phi}(1) \\ \tilde{\Phi}(0.5) / \tilde{\Phi}(1) \\ \tilde{\Phi}(1) / \tilde{\Phi}(1) \end{Bmatrix} \quad (21)$$

که در آن، منظور از $\tilde{x}=0$ و $\tilde{x}=0.5$ و $\tilde{x}=1$ به ترتیب طبقه همکف، طبقه میانی و طبقه بالایی می باشد. سه درایه اول بردار ϕ مجهول هستند و باید شناسایی شوند. اما المان چهارم برابر با واحد است و از بردار خارج می شود.

به طور خلاصه، ω ، ϕ و θ پارامترهای مجهول هستند که باید با استفاده از روش بیژین شناسایی شوند. در این پژوهش، درجه باور به مقادیر این مجهولات با تابع چگالی احتمال مشترک^{۲۵} آن ها یعنی $f(\omega, \phi, \theta)$ بیان می شود. این توزیع مشترک، در واقع توزیع احتمال پیشین مجهولات، مشابه $P(E_1)$ در رابطه (۱۹)، می باشد. این درجه باور با توجه به مشاهدات بهنگام شده و تابع چگالی احتمال مشترک پسین یعنی $f(\omega, \phi, \theta | \hat{\omega}, \hat{\phi})$ را حاصل می کند. بنابراین، رابطه بهنگام سازی بیژین مشابه رابطه (۱۹) به صورت زیر می باشد:

¹² Prior probability

¹³ Posterior probability

¹⁴ Likelihood function

¹⁵ Normalizing factor

¹⁶ Resourcefulness

¹⁷ Resilience

¹⁸ Robustness

¹⁹ Rapidity

²⁰ Redundancy

²¹ Noise

²² Uniform Building Code

²³ International Building Code

²⁴ Sparse sensor configuration

²⁵ Joint probability density function

$$f(\omega, \phi, \theta | \hat{\omega}, \hat{\phi}) = \frac{f(\hat{\omega}, \hat{\phi} | \omega, \phi)}{f(\hat{\omega}, \hat{\phi})} f(\omega, \phi, \theta) \quad (22)$$

در این رابطه $f(\omega, \phi, \theta)$ به صورت زیر جایگزین می‌شود:

$$f(\omega, \phi, \theta) = f(\omega, \phi | \theta) f(\theta) \quad (23)$$

نهایتاً رابطه بهنگام‌سازی به صورت زیر در می‌آید:

$$f(\omega, \phi, \theta | \hat{\omega}, \hat{\phi}) = \kappa_1 f(\hat{\omega}, \hat{\phi} | \omega, \phi) f(\omega, \phi | \theta) f(\theta) \quad (24)$$

در رابطه فوق، ω و ϕ به ترتیب بسامد و بردار شکل مودی تیر تیموشنکو در مود اصلی ارتعاشی آن، $\hat{\omega}$ و $\hat{\phi}$ مقادیر متناظر بسامد و بردار شکل مودی به‌دست آمده از مشاهدات عینی سازه در همان مود ارتعاش، بردار θ شامل پارامترهای مجهول و κ_1 نرمال‌کننده رابطه بیز است. برای تعیین محتمل‌ترین برآمد ω ، ϕ و θ ، مقادیر پسین بیشینه^{۲۶} آن‌ها با بهینه‌سازی به گونه‌ای تعیین شود که توزیع احتمال پسین $f(\omega, \phi, \theta | \hat{\omega}, \hat{\phi})$ بیشینه شود.

در رابطه (۲۴)، $f(\theta)$ توزیع احتمال پیشین متغیرهای تحت شناسایی است که با فرض پیشین بدون اطلاعات^{۲۷} به صورت توزیع یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. جمله $f(\hat{\omega}, \hat{\phi} | \omega, \phi)$ تابع درست‌نمایی رابطه بیز است. همان‌طور که گفته شد، تابع درست‌نمایی بیانگر احتمال مشاهده مشاهدات است. در اینجا، این تابع بیانگر احتمال مشاهده مقادیر عینی $\hat{\omega}$ و $\hat{\phi}$ است که بر اساس پردازش اطلاعات حسگرهای نصب شده بر روی سازه حاصل می‌شوند به شرطی که مقادیر بسامد طبیعی و شکل مودی تیر تیموشنکو برابر ω و ϕ باشند. مطابق توصیه یوئن^{۲۸} [۹]، این تابع با یک توزیع نرمال به شکل زیر مدل می‌شود:

$$f(\hat{\omega}, \hat{\phi} | \omega, \phi) = \frac{1}{\kappa_4} \exp\left[-\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}\right] = \frac{1}{\kappa_4} \exp\left[-\frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \hat{\omega} - \omega \\ \hat{\phi} - \phi \end{Bmatrix}^T \boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon^{-1} \begin{Bmatrix} \hat{\omega} - \omega \\ \hat{\phi} - \phi \end{Bmatrix}\right] \quad (25)$$

که در آن $\boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon$ ماتریس کوواریانس اختلاف میان مقادیر مشاهده‌شده و مقادیر شناسایی‌شده است. منشا این اختلاف خطای شناسایی و خطای حسگرها می‌باشد.

در نهایت، جمله $f(\omega, \phi | \theta)$ توزیع احتمال پیشین بسامد طبیعی و شکل مودی به شرط θ است که حاصل از خطای ارضا نشدن معادله مقدار ویژه^{۲۹} (معادله مشخصه^{۳۰}) تیر تیموشنکو با قرار دادن ω و ϕ در آن است. به عبارت دیگر، از آن جایی که رفتار سازه به طور کامل از رفتار یک تیر تیموشنکو پیروی نمی‌کند، معادله مشخصه تیر به ازای بسامد و شکل مودی شناسایی شده صفر نمی‌شود؛ بنابراین $\mathbf{Mc} \neq \mathbf{0}$. خطای حاصل توسط یک توزیع نرمال با میانگین صفر به صورت زیر مدل می‌شود:

$$f(\omega, \phi | \theta) = \frac{1}{\kappa_3} \exp\left[-\frac{1}{2} (\mathbf{Mc})^T \boldsymbol{\Sigma}_{EE}^{-1} (\mathbf{Mc})\right] \quad (26)$$

در این رابطه، $\boldsymbol{\Sigma}_{EE}$ ماتریس کوواریانس خطای معادله مشخصه و κ_3 ثابت توزیع نرمال می‌باشد. مطابق توصیه یوئن [۹]، $\boldsymbol{\Sigma}_{EE}$ به صورت یک ماتریس قطری با درایه‌های یکسان σ_{eq}^2 روی قطر آن مدل می‌شود که در آن σ_{eq} انحراف معیار خطای معادله مشخصه است. بنابراین، معادله (۲۶) را به صورت زیر ساده می‌شود:

$$f(\omega, \phi | \theta) = \frac{1}{\kappa_3} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_{eq}^2} \|\mathbf{Mc}\|^2\right] \quad (27)$$

تعیین هدف اصلی در مقاله پیش رو است. این مهم، پیش از این توسط مولف دوم در [۲۲] به‌عنوان مسیر پژوهش آینده مورد تاکید قرار گرفته بود. در واقع، σ_{eq} یک کمیت کلیدی در روش شناسایی بی‌زین پیش‌گفته است. این انحراف معیار، مستقیماً در میزان عدم قطعیت پارامترهای شناسایی شده موثر است و کمی‌سازی آن نقشی کلیدی در قابلیت اعتماد نتایج حاصل دارد. مقدار σ_{eq} برای سیستم‌های سازه‌ای مختلف متفاوت است. مقدار قابل توجه σ_{eq} برای یک سیستم سازه‌ای حاکی از آن است که کلاس مدل^{۳۱} تیر

²⁶ Maximum a posteriori (MAP)

²⁷ Non-informative prior

²⁸ Yuen

²⁹ Eigen-equation

³⁰ Characteristic equation

³¹ Model class

تیموشنکو نماینده خوبی برای ساختمان‌های دارای آن سیستم سازه‌ای نیست و بنابراین، پارامترهای شناسایی شده برای چنین سازه‌های با روش پیش‌گفته دارای عدم قطعیت بالایی خواهند بود. در مقابل، مقدار کوچک σ_{eq} برای سیستم سازه‌ای دیگری بیانگر آن است که کلاس مدل تیر تیموشنکو به خوبی رفتار آن سیستم سازه‌ای را نمایندگی می‌کند و بنابراین، پارامترهای شناسایی شده برای چنین سازه‌های با روش پیش‌گفته دارای عدم قطعیت کوچکی خواهند بود.

نوآوری مقاله پیش رو، بررسی ناریبی تیر تیموشنکو و کمی‌سازی σ_{eq} برای دو سیستم سازه‌ای متداول در سازه‌های فولادی، یعنی سیستم قاب‌های خمشی و سیستم مهاربندی همگرا، می‌باشد. تعیین σ_{eq} برای این سیستم‌های سازه‌ای نشان خواهد داد که میزان عدم قطعیت ناشی از تقریب رفتار این سازه‌ها توسط کلاس مدل تیر تیموشنکو چقدر است. همچنین، تعیین σ_{eq} برای این سیستم‌ها، امکان پیاده‌سازی دقیق روش شناسایی بیژین پیش‌گفته را برای آن‌ها فراهم می‌کند. بخش بعد به مطالعه پارامتریک گسترده‌ای می‌پردازد که برای تعیین σ_{eq} طراحی شده است.

۴- مطالعه پارامتریک برای تعیین σ_{eq}

در این پژوهش، برای تعیین انحراف معیار خطای تقریب سازه‌های فولادی با تیر تیموشنکو، σ_{eq} ، از یک مطالعه پارامتریک گسترده استفاده شده است. در مقایسه، مطالعات پیشین این انحراف معیار را بر اساس نظر متخصصان^{۳۲} تعیین کرده و مورد استفاده قرار می‌دادند [۹]. در مطالعه پارامتریک پیشنهادی، دامنه وسیعی از سازه‌ها با تعداد طبقات، ابعاد پلان و سیستم‌های سازه‌ای مختلف توسط روش اجزای محدود تحت تحلیل مقدار ویژه^{۳۳} قرار گرفته و بسامد طبیعی و شکل‌های مودی واقعی آن‌ها تعیین می‌گردند. به منظور خودکار سازی^{۳۴} فرآیند تحلیل تعداد زیادی سازه، این تحلیل پارامتریک در نرم‌افزار ETABS [۲۹] و با استفاده از رابط برنامه‌نویسی نرم‌افزار کاربردی باز (OAPI^{۳۵}) آن انجام می‌گیرد. این رابط، امکان آن را فراهم می‌سازد که بدون نیاز به تعامل با واسط گرافیکی کاربر، ETABS از داخل یک برنامه رایانه‌ای کنترل شود. بنابراین، مدل‌ها به صورت خودکار ساخته شده و بر اساس آیین‌نامه طراحی می‌شوند. در ادامه، مدل‌های طراحی شده به صورت خودکار تحت تحلیل مقدار ویژه قرار گرفته و بسامدهای طبیعی و شکل‌های مودی آن‌ها استخراج می‌شوند. بدین منظور، یک برنامه رایانه‌ای در محیط VBA^{۳۶} توسعه داده شده است تا عملیات ساختن مدل، بارگذاری و طراحی آن و نیز تحلیل مقدار ویژه آن با استفاده از ETABS OAPI به صورت خودکار صورت پذیرد.

سپس برای هر سازه، تیر تیموشنکوی معادل آن تعیین می‌شود. بدین منظور، بسامد طبیعی و شکل مودی حاصل از مدل اجزای محدود در معادله مشخصه تیر تیموشنکو، یعنی رابطه (۱۸)، قرار داده می‌شوند. چنین معادله‌ای دارای دو مجهول است که همانا پارامترهای b و s تیر هستند. سپس با کمینه کردن سمت چپ معادله، b و s تعیین می‌شوند. به عبارت دیگر، برای هر سازه، b و s به گونه‌ای تعیین می‌شوند که نرم^{۳۷} سمت چپ معادله مشخصه تیر تیموشنکوی حاصل دارای کمترین انحراف از صفر، یعنی کمترین باقیمانده^{۳۸}، باشد. مقدار این باقیمانده به ازای هر سازه، یک تحقق^{۳۹} از خطای تیر تیموشنکو در مدل‌سازی سازه ساختمانی با سیستم مورد نظر است. با تکرار این تحلیل برای دامنه وسیعی از سازه‌ها، تحقق‌های بیشتری از این باقیمانده حاصل می‌شوند. در نهایت، با محاسبه انحراف معیار تمامی تحقق‌های حاصل از باقیمانده برای یک سیستم سازه‌ای، σ_{eq} برای آن سیستم تعیین می‌شود. تحلیل بهینه‌سازی به منظور یافتن مقادیر بهینه پارامترهای تیر تیموشنکو برای هر سازه توسط الگوریتم بهینه‌سازی گرادیان مبنای^{۴۰} نقطه داخلی^{۴۱} [۳۰] انجام می‌گیرد. به منظور اطمینان از این که مقادیر حاصل متناظر کمینه سراسری^{۴۲} باقیمانده هستند، از یک الگوریتم چندآغازی^{۴۳} [۳۱] بهره گرفته می‌شود. بدین منظور، یک برنامه رایانه‌ای در نرم‌افزار Matlab [۳۲] توسعه داده شده است.

³² Experts' opinion

³³ Eigen-analysis

³⁴ Automation

³⁵ Open Application Programming Interface

³⁶ Visual Basic for Applications

³⁷ Norm

³⁸ Residual

³⁹ Realization

⁴⁰ Gradient-based

⁴¹ Interior point

⁴² Global minimum

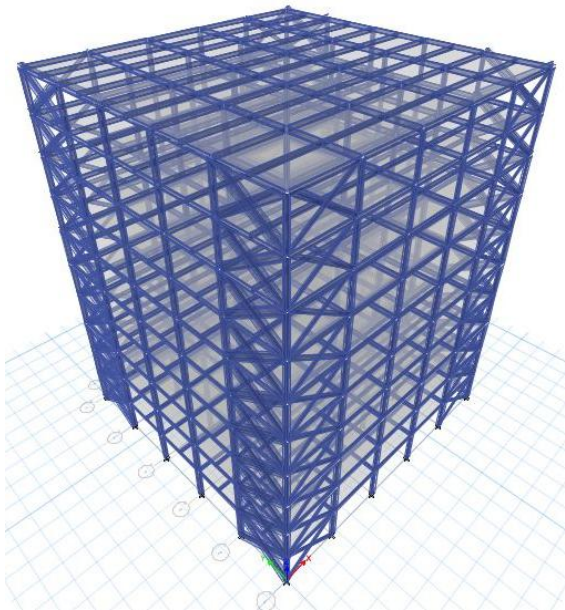
پارامترهای متعددی کاندیدای این تحلیل پارامتریک هستند که از جمله آن‌ها، تعداد طبقات ساختمان، ابعاد پلان و نوع سیستم سازه‌ای هستند. در این میان، می‌بایست آن پارامترهایی برای تحلیل پارامتریک انتخاب شوند که به صورت معناداری باعث تغییر مشخصات دینامیکی سیستم می‌شوند تا هزینه محاسباتی به مقدار قابل انجامی محدود شود. برای این منظور، بخش بعدی به تحلیل حساسیت روی پارامترهای کاندیدا می‌پردازد.

۵- تحلیل حساسیت

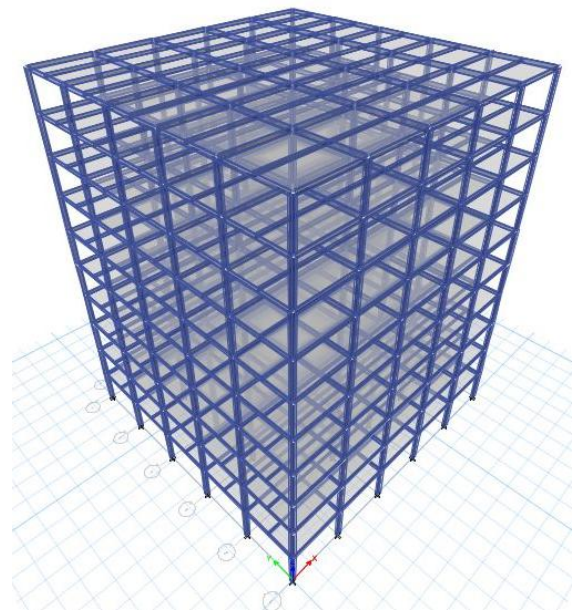
در این پژوهش، پارامترهای گوناگونی برای انجام تحلیل پارامتریک لحاظ می‌شوند تا دامنه‌ای از سازه‌های متداول در نظر گرفته شوند. این پارامترها عبارتند از ارتفاع سازه، طول و عرض پلان سازه، نوع سیستم سازه‌ای، ارتفاع طبقه اول با فرض ارتفاع کل یکسان، تعداد طبقات با فرض ارتفاع کل یکسان و تعداد دهانه‌ها با فرض ابعاد پلان یکسان. برای تعیین میزان اثرگذاری هر یک از این پارامترها، سازه‌هایی با مقادیر مختلف از هر پارامتر طراحی شده و تحت تحلیل مقدار ویژه قرار می‌گیرند. سپس تغییرات نتایج حاصل از این تحلیل‌ها، یعنی دوره‌های تناوب ارتعاش طبیعی و شکل‌های مودی، با تغییرات پارامتر بررسی می‌شود. شکل ۲ نمای دو نمونه از این سازه‌ها را برای سیستم‌های قاب خمشی و مهاربندی همگرا به ترتیب در شکل‌های الف و ب نشان می‌دهد.

نتایج نشان می‌دهند که همان‌گونه که انتظار می‌رفت، ارتفاع سازه، طول و عرض پلان سازه و نوع سیستم سازه‌ای پارامترهای موثر بر مشخصات دینامیکی سیستم را تشکیل می‌دهند. شکل ۳ و شکل ۴ اثر تغییرات این پارامترها را بر دوره تناوب اصلی ارتعاش سازه نشان می‌دهد. شکل ۳ برای سیستم قاب خمشی فولادی ویژه و شکل ۴ برای سیستم مهاربندی همگرای ویژه رسم شده‌اند. هر یک از این دو شکل، تغییرات دوره تناوب اصلی در برابر ارتفاع را برای سازه‌هایی با طول پلان در جهت x برابر با ۵، ۱۵ و ۲۵ متر که با L نشان داده شده و عرض پلان در جهت y برابر با ۵، ۱۵ و ۲۵ متر که با B نشان داده شده است، نمایش می‌دهند. در هر نمودار در شکل ۳ و شکل ۴، دو منحنی آبی و قرمز بیانگر تغییرات دوره تناوب اصلی به ترتیب در جهت محورهای قوی و ضعیف مقاطع فولادی هستند که با T_x و T_y نشان داده شده‌اند. همان‌گونه که انتظار می‌رفت، شکل ۳ نشان می‌دهد که دوره تناوب با افزایش ارتفاع اکیدا افزایش می‌یابد، اما با تغییر طول و عرض پلان در قاب‌های خمشی تغییرات به مراتب کوچک‌تری را تجربه می‌کند. این نتیجه همخوان با روابط تجربی آیین‌نامه‌های طراحی لرزه‌ای برای محاسبه دوره تناوب اصلی است که تنها ارتفاع سازه و نه ابعاد پلان را مبنای محاسبه دوره تناوب اصلی قرار می‌دهند. علی‌رغم تفاوت اندکی که طول و عرض پلان در مشخصات دینامیکی مود اصلی ارتعاش سازه ایجاد می‌کنند، این دو پارامتر در تحلیل پارامتریک این مقاله لحاظ شده‌اند. نکته دیگری که در شکل ۳ مشاهده می‌شود آن است که دوره تناوب در جهت محور قوی مقاطع فولادی، T_x ، در تعداد معدودی از سازه‌ها بیشتر از دوره تناوب در جهت محور ضعیف، T_y ، است که ممکن است خلاف انتظار به نظر رسد. علت آن است که سازه‌های مربوط به این موارد معدود دارای بعد افقی به مراتب بزرگ‌تری در جهت محور ضعیف هستند ($B \gg L$)، به گونه‌ای که تعداد ستون‌های بیشتر در جهت ضعیف منجر به سختی بیشتری در این جهت نسبت به جهت قوی می‌گردد.

⁴³ Multi-start

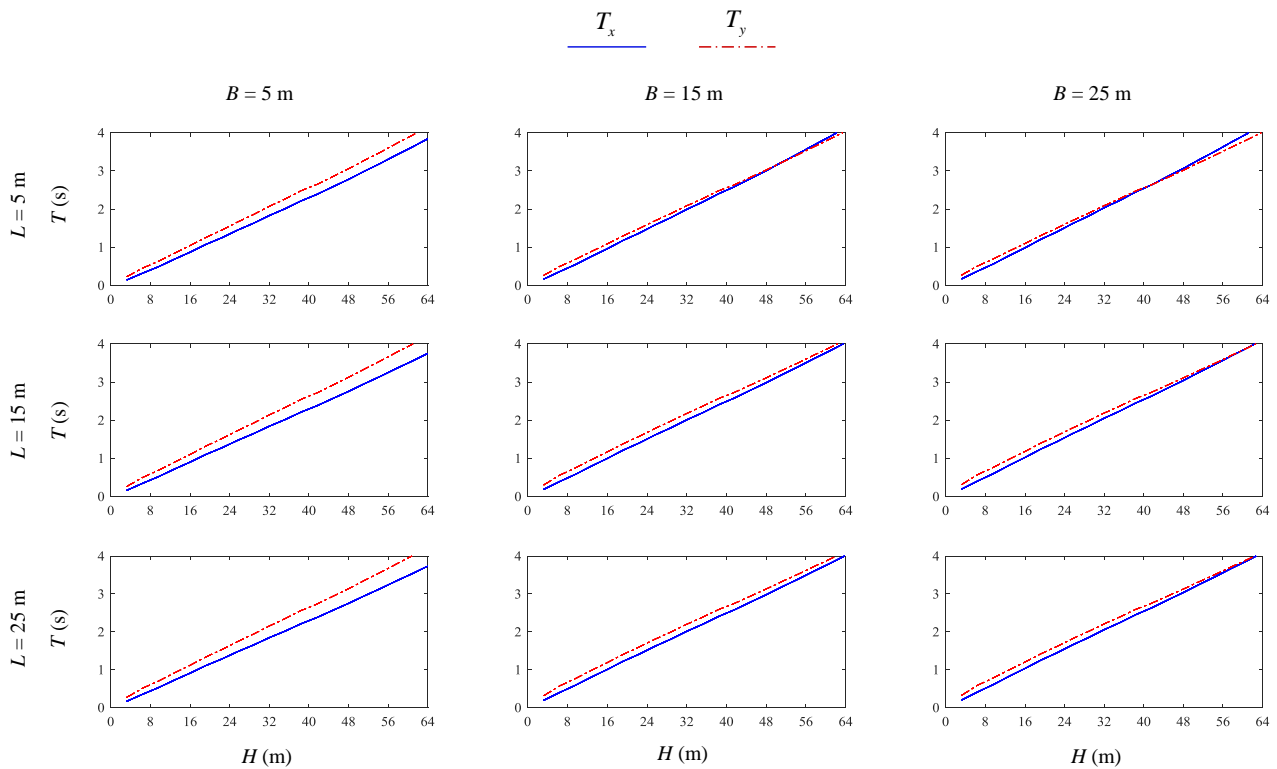


(ب)

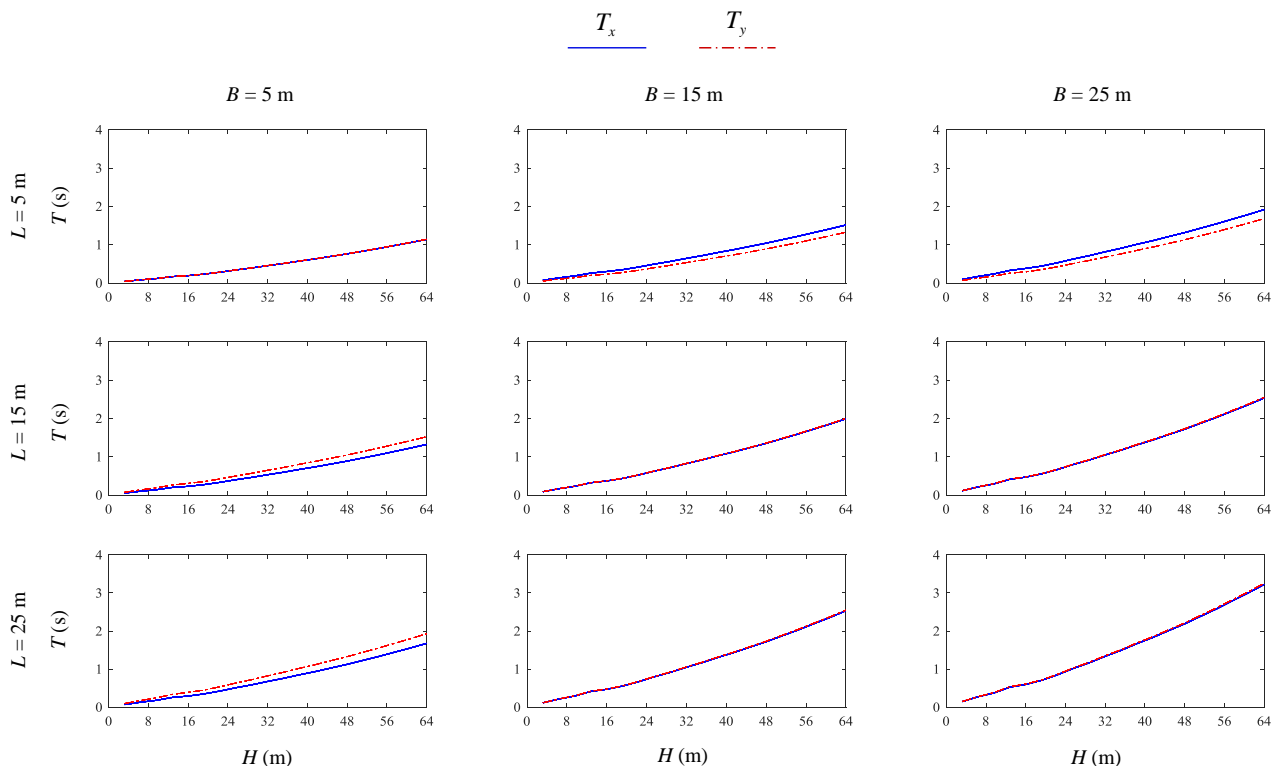


(الف)

شکل ۲: نمای دو نمونه از سازه‌های مورد بررسی: (الف) سیستم قاب خمشی؛ (ب) سیستم مهاربندی همگرا



شکل ۳: تغییرات دوره تناوب اصلی سازه در برابر ارتفاع برای سازه‌های فولادی با سیستم قاب خمشی ویژه



شکل ۴: تغییرات دوره تناوب اصلی سازه در برابر ارتفاع برای سازه‌های فولادی با سیستم مهاربندی همگرای ویژه

در ادامه، نمودارهای شکل ۴ برای سیستم مهاربندی همگرای ویژه مورد بررسی قرار می‌گیرد. این شکل نیز نشان می‌دهد که تغییرات ارتفاع مهم‌ترین عامل تغییر دوره تناوب اصل است. با این حال، در مقایسه با شکل ۳ برای سیستم‌های قاب خمشی، تغییرات ابعاد پلان، B و L ، روی دوره تناوب چشمگیر است. علت این موضوع، تغییر تعداد دهانه‌های مهاربندی شده با تغییر ابعاد پلان است به طوری که در سازه‌های شکل ۴، برای B یا L برابر با ۵ متر، یک دهانه مهاربندی شده و برای B یا L برابر با ۱۵ و ۲۵ متر دو دهانه مهاربندی شده در نظر گرفته شده است. بنابراین همان‌گونه که انتظار می‌رود، در سازه‌هایی که عرض و طول پلان آن‌ها یکسان است، دوره تناوب در دو جهت x و y با هم برابرند زیرا عمده سختی سازه از طریق مهاربندی تامین می‌شود و قاب‌های ساختمانی نقش اندکی در سختی دارند. در نهایت، مقایسه نمودارهای شکل ۳ با شکل ۴ نشان می‌دهد که نوع سیستم سازه‌ای نقش تعیین‌کننده‌ای در مشخصات دینامیکی سیستم دارد، به گونه‌ای که سیستم مهاربندی برای ساختمانی با ابعاد و ارتفاع یکسان سخت‌تر و دارای دوره تناوب کوتاه‌تری از سیستم قاب خمشی است. در مقابل، پارامترهایی از قبیل تفاوت در ارتفاع طبقه اول با فرض ارتفاع کل یکسان، تفاوت در تعداد طبقات با فرض ارتفاع کل یکسان و تفاوت در تعداد دهانه‌ها با فرض طول و عرض یکسان بر دوره تناوب اصلی سازه موثر شناخته نشدند. برای مثال، نتایج نشان می‌دهند که دوره تناوب تقریباً به ارتفاع هر طبقه غیرحساس است.

با توجه به تحلیل حساسیت ارائه شده، ارتفاع کل سازه، H ، طول سازه، L ، عرض سازه، B ، و نوع سیستم سازه‌ای اعم از سیستم قاب خمشی ویژه فولادی و مهاربندی ویژه فولادی به‌عنوان پارامترهای مورد استفاده در تحلیل پارامتریک عدم قطعیت در نظر گرفته می‌شوند.

۶- کمی سازی عدم قطعیت

این بخش با انجام تحلیل پارامتریک به محاسبه σ_{eq} برای سازه‌های مختلف مورد بررسی می‌پردازد. برای این منظور، تعداد ۱۰۰۰ سازه شامل سازه‌هایی با ۲۰ ارتفاع مختلف در بازه ۳/۲ متر تا ۶۴ متر، پنج طول مختلف در بازه ۵ تا ۲۵ متر، پنج عرض مختلف در بازه ۵ تا ۲۵ متر و دو سیستم سازه‌ای مختلف شامل قاب خمشی ویژه فولادی و مهاربندی ویژه فولادی مورد تحلیل مقدار ویژه قرار می‌گیرند. برای هر سازه، دوره تناوب اصلی، ω ، و شکل مودی اصلی، ϕ ، سازه توسط نرم‌افزار اجزای محدود محاسبه شده و سپس در معادله مشخصه تیر تیموشنکو معادل آن سازه، یعنی $\mathbf{Mc}=0$ در معادله (۱۸)، قرار می‌گیرند که در این جا به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\mathbf{M}(\omega, \phi) \mathbf{c} = \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \end{Bmatrix} \quad (28)$$

همان‌گونه که در معادله (۲۸) تصریح شده است، برخلاف حالت ایده‌آل معادله (۱۸)، حاصل ضرب \mathbf{Mc} به‌زای ω و ϕ حقیقی سازه صفر نمی‌شود. میزان انحراف حاصل این معادله از بردار صفر با بردار $\epsilon = \{\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4\}^T$ نشان داده شده و بیانگر میزان خطای ناشی از مدل کردن آن سازه توسط تیر تیموشنکو است. همانطور که گفته شد، خطای حاصل از تقریب سازه با تیر تیموشنکو توسط یک توزیع نرمال با میانگین صفر به صورت ارائه شده در رابطه (۲۶) مدل می‌شود. برای صحت‌سنجی این فرض، شکل ۵ نمودار تاریخچه‌نمای^{۴۴} برآمدهای درایه اول بردار خطا، یعنی ϵ_1 ، را نشان می‌دهد. در کنار این تاریخچه‌نما، یک منحنی توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار داده‌های رسم شده نیز نمایش داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که فرض توزیع نرمال با میانگین صفر برای خطای مدل‌سازی، فرض مناسبی بوده است. میانگین صفر برای این توزیع بیانگر آن است که تخمین سازه توسط تیر تیموشنکو دارای اریب^{۴۵} نیست. در ادامه، به انحراف معیار نرم بردار خطا، $\|\epsilon\|$ ، یعنی σ_{eq} در رابطه (۲۷)، پرداخته می‌شود که نقشی کلیدی در میزان عدم قطعیت روش شناسایی بیژین پیشنهادی در [۲۲] دارد.

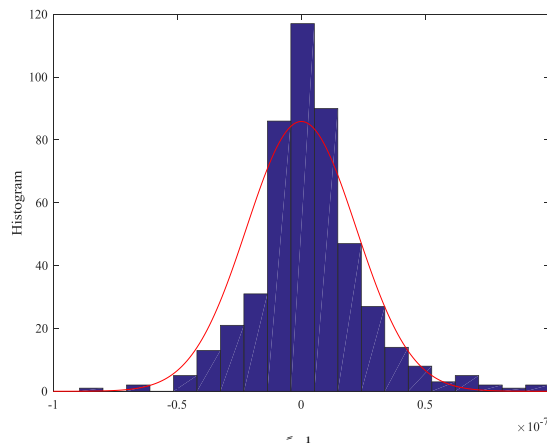
شکل ۶ و شکل ۷ تغییرات انحراف معیار نرم خطای معادله مشخصه، σ_{eq} ، با ارتفاع، طول و عرض سازه را به ترتیب برای سیستم‌های قاب خمشی ویژه و مهاربندی ویژه نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که σ_{eq} به‌زای مقادیر مختلف H ، L و B دارای مرتبه یکسانی است و تغییرات قابل توجهی با این سه پارامتر ندارد. با این حال، مقایسه میان شکل ۶ و شکل ۷ بیانگر آن است که σ_{eq} برای سیستم مهاربندی ویژه فولادی در حدود ۱۰ برابر در جهت x و سه برابر در جهت y بزرگ‌تر از مقادیر مربوط به سیستم قاب خمشی ویژه فولادی است. علت نزدیکی مقادیر σ_{eq} در دو جهت x و y در شکل ۷ آن است که سختی سیستم‌های مهاربندی عمدتاً ناشی از سختی مهاربندها است و جهت قوی یا ضعیف مقاطع فولادی به کار رفته در ستون‌ها به صورت ناچیزی بر این سختی تاثیر می‌گذارد، در حالی که اثر جهت قوی و ضعیف ستون‌ها در سیستم‌های قاب خمشی بر سختی سازه قابل توجه است و باعث تفاوت در میزان باقیمانده معادله مشخصه در دو جهت برای این سیستم‌ها می‌گردد.

با توجه به حساسیت اندک σ_{eq} به طول، عرض و ارتفاع سازه، با تجمیع تمامی برآمدهای نرم بردار خطا، $\|\epsilon\|$ ، مقدار انحراف معیار آن‌ها برای هر سیستم سازه‌ای محاسبه می‌شود که در نتیجه مقادیر $\sigma_{eq} = 2/0.5 \times 10^{-8}$ برای سیستم‌های قاب خمشی ویژه و $\sigma_{eq} = 7/0.8 \times 10^{-8}$ برای سیستم‌های مهاربندی همگرای ویژه بدست می‌آیند. این نشان‌دهنده آن است که کلاس تیر تیموشنکو نماینده بهتری برای سازه‌های قاب خمشی فولادی است زیرا انحراف معیار خطای آن در حدود ۳/۵ برابر کوچک‌تر است. مقادیر عنوان شده به‌عنوان پارامتر تنظیم^{۴۶} روش شناسایی بیژین پیشنهادی در [۲۲] کاربرد اساسی دارند.

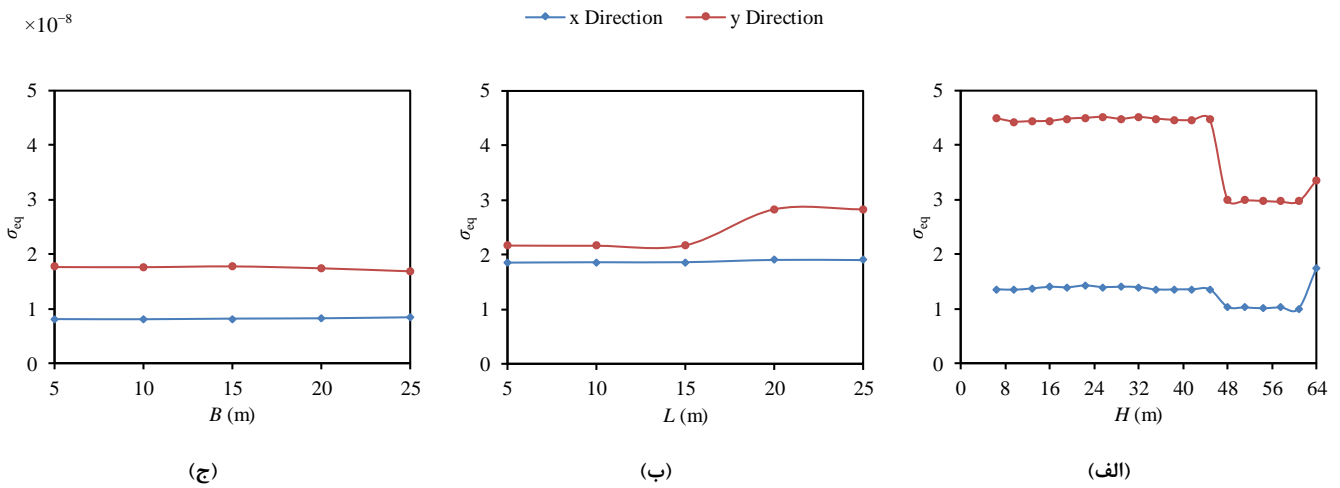
⁴⁴ Histogram

⁴⁵ Bias

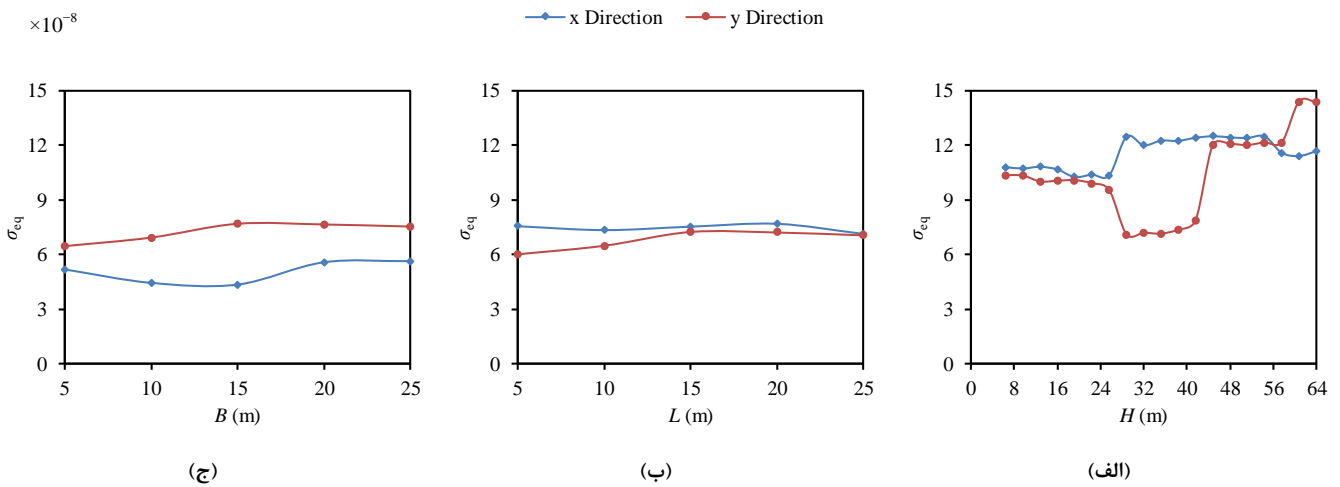
⁴⁶ Tuning



شکل ۵: نمودار تاریخچه‌نمای برآمدهای ϵ_1 در مقابل توزیع نرمال با میانگین صفر



شکل ۶: تغییرات σ_{eq} با (الف) ارتفاع، (ب) طول و (ج) عرض سازه برای سیستم قاب خمشی ویژه



شکل ۷: تغییرات σ_{eq} با (الف) ارتفاع، (ب) طول و (ج) عرض سازه برای سیستم مهاربندی ویژه

۷- نتیجه گیری

استفاده از تیر تیموشنکو قائم برای مدل کردن سازه‌ها به دلیل هزینه محاسباتی بسیار پایین آن نسبت به مدل‌های اجزای محدود در زمینه شناسایی و پایش سلامت سازه‌ها بسیار متداول شده است. به دلیل هزینه محاسباتی پایین، مدل تیر تیموشنکو شناسایی احتمالاتی و برخط سازه‌های ساختمانی و به تبع آن، تعیین میزان خرابی احتمالی سازه را ممکن می‌سازد. بر این اساس، می‌توان با پردازش سریع بزرگ‌داده^{۴۷} مخابره شده از ارتعاش زیرساخت‌های مدیریت بحران و امداد و نجات، همانند بیمارستان‌ها، از وضعیت آن‌ها به سرعت مطلع شد. این مهم به بهبود کاردانی به‌عنوان یکی از چهار مولفه اصلی تاب‌آوری جامعه منجر می‌شود.

لازمه به‌کارگیری مدل تیر تیموشنکو در روش شناسایی احتمالاتی پیش‌گفته، کمی‌سازی عدم قطعیت ناشی از تقریب سازه با یک تیر پیوسته است که هدف اصلی مقاله پیش رو را تشکیل می‌دهد. این عدم قطعیت همانا بیانگر خطای مدل تیر تیموشنکو در تقریب زدن مشخصاتی دینامیکی سازه، همانند بسامد و شکل مودی طبیعی آن، است که در ارضا نشدن معادله مشخصه سازه بروز می‌کند. این خطا توسط یک توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار مشخص مدل می‌شود. پژوهش پیش رو، فرض توزیع نرمال و صفر بودن میانگین آن را صحت‌سنجی نموده و انحراف معیار را برای دو گروه از سازه‌های فولادی، شامل سیستم قاب خمشی فولادی ویژه و سیستم مهاربندی همگرای فولادی ویژه، محاسبه می‌کند. برای این منظور، تعداد ۱۰۰۰ مدل اجزای محدود از سازه‌های ساختمانی با مشخصات مختلف طراحی شده و طی یک مطالعه پارامتریک تحلیل شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که انحراف معیار خطا نسبتاً مستقل از ابعاد و ارتفاع سازه بوده، اما عمیقاً وابسته به نوع سیستم سازه‌ای است. برای مثال، انحراف معیار خطا برای سیستم مهاربندی ویژه ۳/۵ برابر بزرگ‌تر از سیستم قاب خمشی ویژه است که نشان می‌دهد کلاس مدل تیر تیموشنکو نماینده بهتری برای سیستم‌های قاب خمشی ویژه است. همچنین، نزدیک صفر بودن میانگین خطا نشان می‌دهد که کلاس تیر تیموشنکو نماینده‌ای ناریب برای سازه‌های فولادی با سیستم‌های پیش‌گفته است.

سیستم خودکار طراحی و تحلیل مدل‌های اجزای محدود که در این پژوهش توسعه یافته است، این امکان را فراهم می‌سازد که کلاس‌های مدل دیگری از جمله تیرهای برشی، تیرهای اویلر-برنولی و یا تیرهای درگیر خمشی-برشی بدین منظور آزموده شوند و بهترین کلاس مدل برای هر سیستم سازه‌ای معین شود.

سپاسگزاری

از حمایت مالی دانشگاه صنعتی شریف تحت گرنت شماره G930930 تشکر می‌شود.

مراجع

- [1] Iwan, W. D. (1997). Drift spectrum: measure of demand for earthquake ground motions. *Journal of Structural Engineering*, 123(4), 397–404.
- [2] Foutch, D. A., & Jennings, P. C. (1978). A study of the apparent change in the foundation response of a nine-story reinforced concrete building. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 68(1), 219–229.
- [3] Dym, C. L., & Williams, H. E. (2007). Estimating fundamental frequencies of tall buildings. *Journal of Structural Engineering*, 133(10), 1479–1483.
- [4] Miranda, E., & Taghavi, S. (2005). Approximate floor acceleration demands in multi-story buildings. I: Formulation. *Journal of Structural Engineering*, 131(2), 203–211.
- [5] Taghavi, S., & Miranda, E. (2005). Approximate floor acceleration demands in multi-story buildings. II: Applications. *Journal of Structural Engineering*.
- [6] Ghahari, S. F., Abazarsa, F., & Taciroglu, E. (2015). Efficient model updating of a multi-story frame and its foundation stiffness from earthquake records using a Timoshenko beam model. *Soil Dynamics & Earthquake Engineering*, 1–24.
- [7] Ebrahimian, M., & Todorovska, M. I. (2013). Wave propagation in a Timoshenko beam building model. *Journal of Engineering Mechanics*, 140(5), 4014018.

⁴⁷ Big data

- [8] Ebrahimian, M., Rahmani, M., & Todorovska, M. I. (2014). Nonparametric estimation of wave dispersion in high-rise buildings by seismic interferometry. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 43(15), 2361–2375.
- [9] Yuen, K.-V. (2010). *Bayesian methods for structural dynamics and civil engineering*. John Wiley & Sons.
- [10] Timoshenko, S. P. (1921). On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 41(245), 744–746.
- [11] Levinson, M., & Cooke, D. W. (1982). On the two frequency spectra of Timoshenko beams. *Journal of Sound and Vibration*, 84(3), 319–326.
- [12] Abbas, B. a. H. (1984). Vibrations of Timoshenko beams with elastically restrained ends. *Journal of Sound and Vibration*, 97(4), 541–548.
- [13] Aristizabal-Ochoa, J. D. (2004). Timoshenko beam-column with generalized end conditions and non-classical modes of vibration of shear beams. *Journal of Engineering Mechanics*, 130(10), 1151–1159.
- [14] Dong, S. B., Alpdogan, C., & Taciroglu, E. (2010). Much ado about shear correction factors in Timoshenko beam theory. *International Journal of Solids and Structures*, 47(13), 1651–1665.
- [15] Taciroglu, E., Ghahari, S. F., & Abazarsa, F. (2017). Efficient model updating of a multi-story frame and its foundation stiffness from earthquake records using a Timoshenko beam model. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 92, 25–35.
- [16] Ertugrul Taciroglu, Mehmet Çelebi, S. Farid Ghahari, F. A. (2017). An investigation of soil-structure interaction effects observed at the MIT green building. *The Professional Journal of the Earthquake Engineering Research Institute*.
- [17] Yuen, K. V., Beck, J. L., & Katafygiotis, L. S. (2006). Efficient model updating and health monitoring methodology using incomplete modal data without mode matching. *Structural Control and Health Monitoring*, 13(1), 91–107.
- [18] Katafygiotis, L. S., & Yuen, K. V. (2001). Bayesian spectral density approach for modal updating using ambient data. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 30(8), 1103–1123.
- [19] Yuen, K. V., Beck, J. L., & Katafygiotis, L. S. (2002). Probabilistic approach for modal identification using non-stationary noisy response measurements only. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 31(4), 1007–1023.
- [20] Yuen, K. V., & Katafygiotis, L. S. (2001). Bayesian time-domain approach for modal updating using ambient data. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 16(3), 219–231.
- [21] Yuen, K.-V., & Katafygiotis, L. S. (2002). Bayesian modal updating using complete input and incomplete response noisy measurements. *Journal of Engineering Mechanics*, 128(3), 340–350.
- [22] Shirzad-Ghaleroudkhani, N., Mahsuli, M., Ghahari, S. F., & Taciroglu, E. (2017). Bayesian identification of soil - foundation stiffness of building structures. *Structural Control and Health Monitoring*, In Press.
- [23] Huang, T. C. (1961). The effect of rotatory inertia and of shear deformation on the frequency and normal mode equations of uniform beams with simple end conditions. *Journal of Applied Mechanics*, 28(4), 579–584.
- [24] Cheng, M. H., & Heaton, T. H. (2015). Simulating building motions using ratios of the building's natural frequencies and a Timoshenko beam model. *Earthquake Spectra*, 31(1), 403–420.
- [25] Han, S. M., Benaroya, H., & Wei, T. (1999). Dynamics of transversely vibrating beams using four engineering theories. *Journal of Sound and Vibration*, 225(5), 935–988.
- [26] Paolo, G., Reinhorn, A. M., & Bruneau, M. (2010). Framework for analytical quantification of disaster resilience. *Engineering Structures*, 32(11), 3639–3649.
- [27] U. B. Code. (1997). *Uniform Building Code*. Whittier, CA: International conference of building officials.
- [28] International Code Council. (2012). *International Building Code*. Washington D. C.
- [29] CA: Computers and structures, Inc. (2013). ETABS, Berkley: August 2013.
- [30] Byrd, R. H., Gilbert, J. C., & Nocedal, J. (2000). A trust region method based on interior point techniques for nonlinear programming. *Mathematical Programming*, 89(1), 149–185.
- [31] Ugray, Z., Lasdon, L., Plummer, J., Glover, F., Kelly, J., & Martí, R. (2007). Scatter search and local NLP solvers: A multistart framework for global optimization. *INFORMS Journal on Computing*, 19(3), 328–340.
- [32] Mathworks. (2013). MATLAB, The language of technical computing.