

(بررسی عددی اثر شکل مقطع بر ظرفیت باربری نهایی ستون بتن مسلح تقویت شده با CFRP)

مسعود محمودآبادی^{۱*}، فرشته سخائی پور^۲

۱- استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران

چکیده

معمول‌ترین روش مقاوم‌سازی ستون‌ها، محصور کردن آن‌ها با کامپوزیت‌های FRP است؛ که باعث افزایش ظرفیت باربری محوری و جانبی ستون می‌شود. هدف اصلی در این تحقیق، بررسی مقاوم‌سازی ستون‌های بتن مسلح مربعی و مستطیلی با کامپوزیت‌های FRP است. برای این منظور، ابتدا یک نمونه‌ی آزمایشگاهی موجود، عیناً در نرم‌افزار آباکوس مدل‌سازی شد؛ به این ترتیب با مقایسه و نزدیک بودن نتایج نرم‌افزاری و آزمایشگاهی، صحت مدل‌سازی به اثبات رسید. سپس با در نظر گرفتن متغیرهایی مانند شکل و ابعاد مقطع ستون و تعداد لایه‌های کامپوزیت، ۱۸ نمونه‌ی تحلیلی تعریف و در نرم‌افزار آباکوس مدل‌سازی شدند. نمونه‌های تحلیلی به دو گروه، نیمی با شکل مقطع مربعی و نیمی دیگر با شکل مقطع مستطیلی تقسیم شدند. در هر گروه سه نمونه‌ی بدون تقویت، سه نمونه‌ی تقویت شده با یک لایه و سه نمونه‌ی تقویت شده با دو لایه CFRP در نظر گرفته شد. نتایج به دست آمده از تحلیل مدل‌های اجزای محدود این نمونه‌ها نشان داد که شکل مقطع ستون بر ظرفیت باربری محوری اثری ندارد ولی بر ظرفیت باربری جانبی مؤثر است. همچنین افزودن لایه‌های CFRP بر ظرفیت باربری جانبی ستون اثر زیادی دارد و برخلاف ظرفیت باربری محوری حضور لایه دوم CFRP بسیار مؤثر است. با افزایش نسبت طول به عرض مقطع در نمونه‌های مستطیلی و با افزایش ابعاد مقطع در نمونه‌های مربعی تأثیر تعداد لایه‌های دورپیچ بر ظرفیت باربری محوری و جانبی و انرژی جذب شده توسط ستون کاهش می‌یابد.

کلمات کلیدی: ستون بتن مسلح، محصور شدگی، آباکوس، CFRP، ظرفیت باربری نهایی ستون.

*نویسنده مسئول: مسعود محمودآبادی

پست الکترونیکی: m.mahmoudabadi@qom.ac.ir

تاریخ دریافت مقاله: ۰۰۰۰/۰۰/۰۰، تاریخ پذیرش مقاله: ۰۰۰۰/۰۰/۰۰

۱- مقدمه

دورپیچ نمودن ستون‌های بتنی با پلیمرهای مسلح FRP، از جمله روش‌های نوین ترمیم و مقاوم‌سازی این اعضا محسوب می‌شود. در اثر محصور شدگی، مدل رفتاری بتن تحت فشار کاملاً تغییر می‌کند. هنگامی که ستون بتنی محصور شده، تحت نیروی فشاری محوری قرار می‌گیرد؛ پوشش محصور کننده به دلیل اتساع جانبی ستون، تحت کشش قرار گرفته و تنش‌های محصور کننده به هسته‌ی بتنی اعمال می‌گردد؛ به این ترتیب باربری هسته‌ی بتنی ادامه می‌یابد و ستون در تنش فشاری بالاتری منهدم می‌گردد [۱].

اولین ایده‌ی استفاده از کامپوزیت‌های FRP برای محصور کنندگی توسط فردیس و خلیلی در سال ۱۹۸۱ ارائه شد. این پژوهشگران با استفاده از فایبرگلاس بتن را دورپیچ نمودند. از آن زمان تاکنون آزمایشات متعدد و قابل ملاحظه‌ای در رابطه با بررسی رفتار ستون‌های بتنی محصور شده با ورق‌های FRP توسط دیگر پژوهشگران صورت گرفته است [۲].

مروری بر تحقیقات گذشته حاکی از آن است؛ اگرچه در زمینه‌ی مقاوم‌سازی ستون‌های بتن مسلح با ورق‌های FRP، مطالعات متنوعی انجام شده است. ولی در زمینه‌ی تقویت ستون‌ها با این نوع ورق‌ها، با توجه به شکل مقطع ستون، تحقیقات محدودی صورت گرفته است. به علاوه در رابطه با مطالعه‌ی پارامتری جنس کربنی این الیاف، کم و کاستی در مطالعات گذشته مشاهده می‌شود. لذا تحقیق حاضر به بررسی اثر شکل مقطع بر ظرفیت باربری محوری و جانبی ستون‌های بتن مسلح تقویت شده با CFRP می‌پردازد. برای این منظور، ۱۸ نمونه ستون بتن مسلح با استفاده از نرم‌افزار آباکوس مدل‌سازی شدند. نمونه‌های تحلیلی به دو گروه، نیمی با شکل مقطع مربعی و نیمی دیگر با شکل مقطع مستطیلی تقسیم شدند. در هر گروه، سه نمونه‌ی بدون تقویت، سه نمونه‌ی تقویت شده با یک لایه و سه نمونه‌ی تقویت شده با دو لایه CFRP در نظر گرفته شد. جهت کنترل نتایج حاصل از مدل‌سازی و تحلیل در نرم‌افزار آباکوس، یک نمونه‌ی آزمایشگاهی موجود توسط نرم‌افزار آباکوس مدل‌سازی شد و نمودار نیرو-تغییر مکان آن‌ها مقایسه گردید. همچنین از روابط موجود در مدل تحلیلی ارائه شده در همین یادداشت برای محاسبه‌ی ظرفیت باربری محوری استفاده گردید. به گونه‌ای که در شرایط مختلف (مقطع فاقد تقویت و تقویت شده) میزان ظرفیت باربری محوری نمونه‌های تحلیلی، براساس روابط ارائه شده تعیین و با مقادیر حاصل از مدل‌سازی نرم‌افزاری مقایسه گردید.

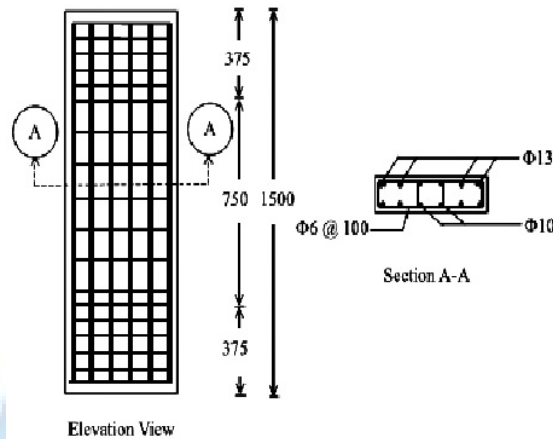
در مرحله‌ی بعد، نمونه‌های تحلیلی تحت حداکثر تغییر مکان جانبی قرار گرفتند و ظرفیت باربری جانبی و انرژی جذب شده توسط آن‌ها مورد مقایسه قرار گرفت.

در ادامه، روابط خطی برای محاسبه‌ی ظرفیت باربری محوری و جانبی نمونه‌های مربعی و مستطیلی با خصوصیات مشابه ارائه شد.

۲- روش مدل‌سازی عددی و مقایسه با روش آزمایشگاهی

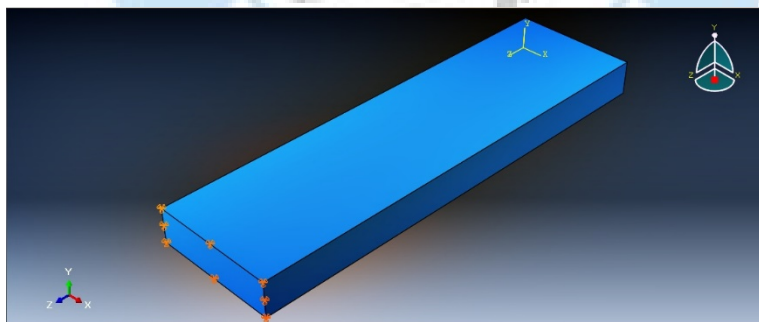
جهت ارزیابی صحت نرم‌افزار، از مدل آزمایشگاهی معالج و همکاران [۳] که در سال ۲۰۰۲ مورد آزمایش قرار گرفت، استفاده شده است. برای این منظور مدل آزمایشگاهی، در نرم‌افزار آباکوس مدل‌سازی می‌شود. سپس نتایج حاصل از تحلیل را مورد مقایسه قرار می‌دهیم. به منظور مدل‌سازی، ابتدا هندسه‌ی هر قسمت از مدل به صورت جداگانه مطابق جزئیات آزمایشگاهی در نرم‌افزار مدل می‌شود. به این روش مدل‌سازی که عمدتاً برای مدل‌های پیچیده و مشتمل بر چند جزء به کار می‌رود، مدل‌سازی غیرمستقیم گفته می‌شود. سپس خواص نظیر هر یک از قسمت‌های مدل در نرم‌افزار تعریف شده و به آن قسمت اختصاص می‌یابد. پس از این مراحل، اجزای مختلف مطابق مدل آزمایشگاهی بر روی هم سوار می‌شوند و تماس بین اجزای مختلف تعریف می‌شود. در ادامه بارگذاری و شرایط تکیه‌گاهی تعریف شده و مدل هندسی ساخته شده به تعدادی گره و المان تقسیم می‌شوند و آماده تحلیل می‌شود. در این تحقیق، جهت مدل‌سازی ستون بتنی از المان Solid

که یک المان شش وجهی هشت نقطه‌ای با سختی کاهش یافته را معرفی می‌کند استفاده شده است، رفتار آرماتورها به صورت المان (T3D2) Truss که یک المان خرپایی با دو گره و سه درجه آزادی در هر گره است مدل شده و المان در نظر گرفته شده جهت مدل‌سازی FRP، به صورت المان (S4R) Shell است که یک المان چهار وجهی چهار نقطه‌ای با سختی کاهش یافته می‌باشد. اندرکنش بین بتن و ورق FRP به صورت tie تعریف می‌شود و میلگردها نیز به صورت embedded، در بتن مدفون مدل‌سازی شده است. اندازه مش‌ها برابر ۵۰ میلی‌متر انتخاب می‌شود. (افزایش تعداد المان‌ها تأثیر چندانی در نتایج نخواهد داشت). مدل آزمایشگاهی، ستونی با مقطع مستطیل شکل است. ابعاد و هندسه نمونه و مشخصات آرماتورها در شکل ۱ مشخص شده است.

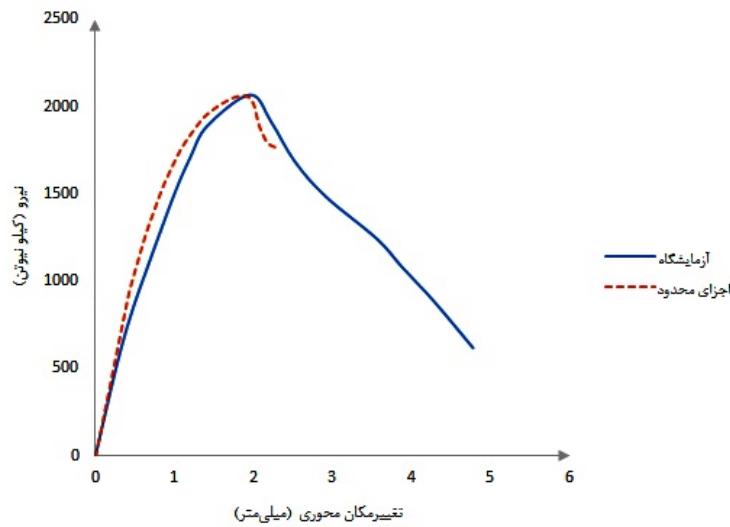


شکل ۱: جزئیات آرماتوربندی ستون مدل آزمایشگاهی معالج [۳].

مدل اجزای محدود نمونه‌ی آزمایشگاهی معالج در شکل ۲ نشان داده شده است. نتایج حاصل از مدل‌سازی اجزای محدود در قیاس با نتایج آزمایشگاه در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۲: نمونه‌ی مدل‌سازی شده ستون آزمایشگاهی معالج در نرم‌افزار آباکوس.



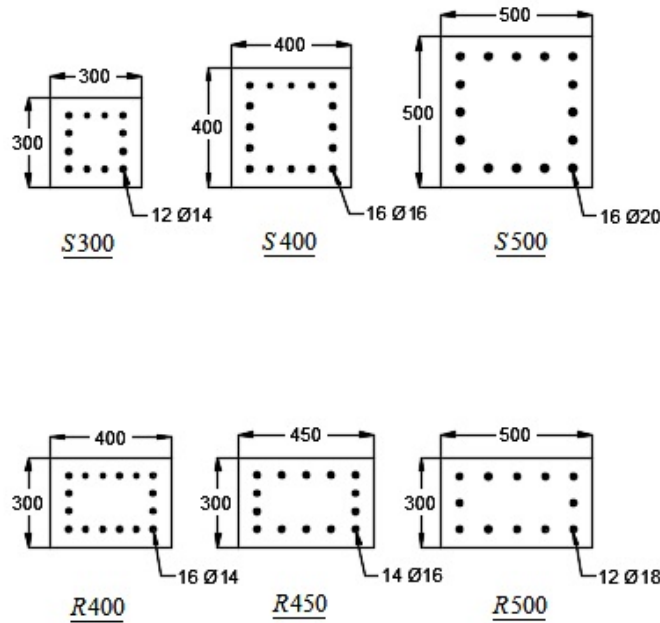
شکل ۳: نتایج حاصل از نمونه آزمایشگاهی معالج و مدل اجزای محدود.

۳- مدل سازی

۳-۱- نمونه‌های مدل سازی شده

در این تحقیق، دو گروه نمونه بررسی می‌شود. ستون‌های گروه اول عبارت‌اند از S300، S400 و S500 به ارتفاع ۳۰۰۰ میلی‌متر که حرف اول نمونه‌ها از کلمه Square به معنی مربع گرفته شده و عدد بعد از آن نشان دهنده ابعاد مقطع ستون‌ها می‌باشد. ستون‌های گروه دوم عبارت‌اند از R400، R450 و R500 به ارتفاع ۳۰۰۰ میلی‌متر که حرف اول نمونه‌ها از کلمه Rectangular به معنی مستطیل گرفته شده و عدد بعد از آن نشان دهنده طول ستون‌ها می‌باشد. (عرض ستون‌ها ۳۰۰ میلی‌متر می‌باشد). در تمامی نمونه‌ها درصد آرماتورهای طولی مورد استفاده دو درصد و آرماتورهای عرضی مورد استفاده یک درصد و کاور بتن ۴۵ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. مشخصات بتن مورد استفاده با در نظر گرفتن مقاومت فشاری ۲۸ روزه بتن با $f'_c = 25 \text{ MPa}$ و مدول الاستیسیته $E_c = 25000 \text{ MPa}$ می‌باشد. قطر آرماتورهای عرضی هشت میلی‌متر می‌باشد. طول ناحیه بحرانی در همه نمونه‌ها ۵۰۰ میلی‌متر ابتدا و انتهای ستون در نظر گرفته شده است؛ همچنین فاصله بین آرماتورهای عرضی در ناحیه بحرانی ۰/۸ برابر فاصله بین آن‌ها در ناحیه غیر بحرانی است.

تمامی نمونه‌ها در دو گروه ذکر شده را در سه حالت بدون تقویت، تقویت شده با یک لایه ورق FRP و تقویت شده با دو لایه ورق FRP بررسی می‌نماییم. تمامی نمونه‌های تقویت شده با FRP به صورت کامل و در تمام طول ستون محصور شده‌اند. تکیه‌گاه ستون‌ها به شکل گیردار و بارگذاری محوری با اعمال جابجایی رو به پایین انجام شده است. شکل ۴ مقطع ستون‌های مدل سازی شده را نشان می‌دهد.



شکل ۴: مقطع ستون‌های مدل‌سازی شده.

۳-۲- مشخصات مصالح

باتوجه به اینکه در مدل‌سازی ستون اجزای مختلفی نظیر میلگردها، بتن و ورق‌های FRP استفاده شده است؛ از این رو خواص هر یک به صورت جداگانه آورده می‌شود. بدیهی است این خواص در مدل‌سازی هر یک از اجزا نسبت داده شده است.

فولاد:

در جدول ۱ مشخصات فولادهای مورد استفاده معرفی شده است.

جدول ۱: مشخصات فولادهای مورد استفاده [۴]

| نوع فولاد | تنش تسلیم (MPa) | تنش نهایی (MPa) | مدول کششی (GPa) | ضریب پواسون |
|--------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------------|
| آرماچور طولی | ۴۰۰ | ۶۰۰ | ۲۰۰ | ۰٫۳ |
| آرماچور عرضی | ۲۸۰ | ۳۷۰ | ۲۰۰ | ۰٫۳ |

الیاف FRP:

مدل‌سازی FRP با استفاده از رفتار الاستیک Lamina و رفتار آسیب هشین صورت گرفته است. مشخصات الاستیک ورق FRP در جدول ۲ معرفی شده است.

$$t = 1 \text{ mm}, \sigma_{tensile} = 1500 \text{ MPa}, E = 181 \text{ GPa}, \nu = 0.28$$

جدول ۲: مشخصات الاستیک FRP [۵]

| E_1 (MPa) | E_2 (MPa) | ν_{12} | G_{12} (MPa) | G_{13} (MPa) | G_{23} (MPa) |
|-------------|-------------|------------|----------------|----------------|----------------|
| ۱۸۱۰۰۰ | ۱۰۳۰۰ | ۰٫۲۸ | ۷۱۷۰ | ۷۱۷۰ | ۷۰۰۰ |

نرم افزار آباکوس، رفتار هشین را در قالب مدل Damage for Fiber-Reinforced Composites ارائه می دهد. این رفتار چهار مکانیزم شروع آسیب متفاوت: کشش الیاف، فشار الیاف، کشش زمینه و فشار زمینه را در نظر می گیرد [۶]. در جدول ۳ پارامترهای مورد استفاده برای این رفتار معرفی شده است.

جدول ۳: مشخصات آسیب هشین FRP [۵]

| مقاومت کششی (MPa) | مقاومت فشاری (MPa) | مقاومت کششی عمودی (MPa) | مقاومت فشاری عمودی (MPa) | مقاومت برشی (MPa) | مقاومت برشی عمودی (MPa) |
|----------------------|--------------------------|----------------------------|--------------------------------|-------------------------|-------------------------------|
| ۱۵۰۰ | ۱۵۰۰ | ۴۰ | ۲۴۶ | ۶۸ | ۱۲۳ |

بتن:

مدل سازی بتن با استفاده از رفتار آسیب پلاستیسیتته بتن انجام شده است. بتن از رده C_{25} می باشد. خصوصیات تعریف شده برای بتن مطابق جدول ۴ می باشد.

$$Density = 2400 \text{ kg/m}^3$$

$$E = 25000 \text{ Mpa}, \quad \nu = 0.2$$

جدول ۴: پارامترهای پلاستیک بتن [۴]

| زاویه اتساع | خروج از مرکزیت | f_{bo}/f_{co} | K_c | پارامتر ویسکوزیته |
|-------------|----------------|-----------------|-------|-------------------|
| 30.5 | 0.1 | 1.16 | 0.666 | 0.001 |

برای نمونه های محصور نشده (بدون تقویت) در فاز فشاری بتن از رابطه تنش- کرنش هاگنستاد و برای نمونه های محصور شده (تقویت شده با ورق FRP) در فاز فشاری بتن از رابطه تنش- کرنش بتن محصور ساچاقلو و رازوی استفاده شده است [۷ و ۸ و ۹].

۴- مدل تحلیلی ارائه شده برای پیش‌بینی ظرفیت باربری محوری ستون‌های بتن مسلح پوشیده شده با FRP

مجموع بار محوری روی ستون شامل هسته و کاور بتن، آرماتورهای طولی و پوشش FRP است. معادلات پیشنهاد شده توسط ساچاقلو و رازوی و هاگنستاد برای تعیین سهم هسته بتن محصور شده و کاور بتن محصور نشده استفاده شدند؛ همچنین این مدل می‌تواند شامل فشار محصور جانبی اعمال شده توسط پوشش FRP نیز شود [۳].

سهم بتن و میلگرهای فولادی

فشار محصور جانبی یکنواخت (f_l) برای خاموت‌های مستطیلی به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$f_l = \frac{\sum A_{st} f_{yt}}{sb_c} \quad (1)$$

در رابطه فوق b_c پهنای مقطع در فشار محصور فعال است، s, A_{st}, f_{yt} به‌ترتیب تنش تسلیم، مساحت مقطع عرضی و فاصله‌ی آرماتورهای عرضی از یکدیگر است.

برای خاموت‌های مربعی یا مستطیلی، فشار محصور، یکنواخت نیست. ضریب k_3 برای کاهش دادن فشار محصور به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$k_3 = 0.26 \sqrt{\left(\frac{b_c}{s}\right) \left(\frac{b_c}{s_l}\right) \left(\frac{1}{f_l}\right)} \leq 1 \quad (2)$$

در رابطه فوق s_l فاصله‌ی بین آرماتورهای طولی می‌باشد.

فشار محصور یکنواخت مؤثر برای یک مقطع مستطیلی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$f_{le} = k_3 f_l \quad (3)$$

چون ستون‌ها فشار محصور متفاوتی در دو جهت عمود دارند، فشار محصور جانبی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید که f_{ley} و f_{lex} فشار محصور مؤثر عمود بر b_{cy} و b_{cx} هستند.

$$f_{le} = \frac{f_{lex} b_{cx} + f_{ley} b_{cy}}{b_{cx} + b_{cy}} \quad (4)$$

مقاومت فشاری بتن محصور طبق رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$f'_{cc} = f'_{co} + k_1 f_{le} \quad (5)$$

در رابطه فوق ضریب محصور شدگی (k_1) از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$k_1 = 6.7 (f_l)^{-0.17} \quad (6)$$

کرنش نظیر مقاومت فشاری و رابطه تنش-کرنش بتن محصور پیشنهاد شده توسط ساچاقلو و رازوی، معادله‌ی هاگنستاد اصلاح شده برای بتن غیرمحصور است که طبق روابط ۷ تا ۹ به‌دست می‌آید.

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} (1 + 5K) \quad (7)$$

$$K = \frac{k_l f_l}{f'_{co}} \quad (8)$$

$$f_c = f'_{cc} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 \right]^{1/(1+2K)} \leq f'_{cc} \quad (9)$$

ظرفیت باربری محوری، از ترکیب سهم هسته‌ی بتن، کاور بتن و آرماتورهای طولی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$N = A + B + C \quad (10)$$

سهم هسته بتن محصور توسط آرماتورهای عرضی:

$$A = 0.85 \left(A_{core} - \sum A_{sl} \right) f'_{cc} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 \right]^{1/(1+2K)} \quad (11)$$

سهم کاور بتن غیرمحصور:

$$B = 0.85 (A_c - A_{core}) f'_{co} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{co}} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{co}} \right)^2 \right] \quad (12)$$

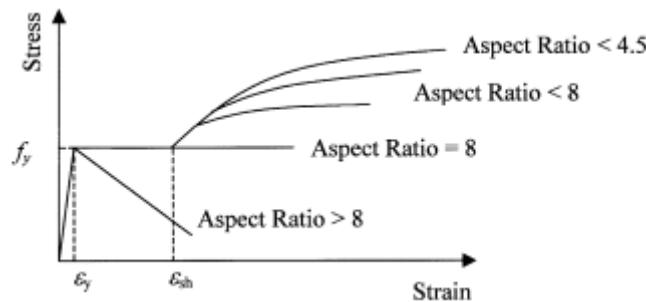
سهم آرماتورهای طولی:

$$C = \sum f_{sl} A_{sl} \quad (13)$$

در روابط فوق N بار محوری ستون، A_c مساحت مقطع عرضی ستون، A_{core} مساحت هسته بتن محصور شده توسط آرماتورهای عرضی، A_{sl} مساحت آرماتورهای طولی، f_{sl} تنش فشاری در آرماتورهای طولی است.

سهم آرماتورهای طولی

کمانش یا ناپایداری آرماتورهای طولی به ضریب شکل آرماتور $\left(\frac{s}{d_b} \right)$ وابسته است که نسبت طولی از آرماتور بدون نگهدارنده به قطر آن می‌باشد. اگر ضریب شکل آرماتور زیاد باشد، آرماتور پایداری اش را به علت کمانش اولیه از دست می‌دهد و تا کرنش سخت‌شدگی ادامه می‌یابد. در شکل ۵ نمودار تنش-کرنش آرماتورهای فولادی در فشار نشان داده شده است.



شکل ۵: نمودار تنش- کرنش آرماتورهای فولادی در فشار [۳].

اگر ضریب شکل آرماتور بزرگتر از هشت باشد، آرماتور در نقطه تسلیم ناپایدار می‌شود و تنش به صورت خطی تا تنش و کرنش محدود طبق روابط زیر کم می‌شود.

$$f_{sl} = f_y - (\varepsilon_s - \varepsilon_y) \left[-23000 + 11000 \ln \left(\frac{s}{d_b} \right) \right] \quad (14)$$

$$\text{for } \varepsilon_y < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{S/DU}$$

$$f_{S/DU} = 28f_y \left(\frac{s}{d_b} \right)^{-1.7} \quad (15)$$

$$\varepsilon_{S/DU} = \left[40 - 6 \ln \left(\frac{s}{d_b} \right) \right] \varepsilon_y \quad (16)$$

برای آرماتورهای با ضریب شکل کوچکتر از هشت، پاسخ تاحدی شبیه آرماتور در کشش با یک سخت‌شدگی کرنش همراه است. اگر ضریب شکل، کوچکتر از چهار و نیم باشد، رفتار برابر آرماتور در کشش می‌شود.

$$f_{sl} = f_y + (f_{S/DU} - f_{sh}) \left[2 \left(\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}}{\varepsilon_{S/DU} - \varepsilon_{sh}} \right) - \left(\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}}{\varepsilon_{S/DU} - \varepsilon_{sh}} \right)^2 \right] \quad (17)$$

$$\text{for } \varepsilon_s > \varepsilon_{sh}$$

$$f_{S/DU} = f_{sh} + (f_u - f_{sh}) \left[48 e^{-0.9(s/d_b)} \right] \quad (18)$$

$$\varepsilon_{S/DU} = \varepsilon_{sh} + (\varepsilon_u - \varepsilon_{sh}) \left[6 e^{-0.4(s/d_b)} \right] \quad (19)$$

که $f_{S/DU}, f_u, f_{sh}, f_y$ به ترتیب تنش تسلیم، تنش معادل سخت‌شدگی کرنش، تنش نهایی و تنش محدود آرماتورهای طولی و $\varepsilon_{S/DU}, \varepsilon_u, \varepsilon_{sh}, \varepsilon_y$ کرنش نظیر تنش‌های مذکور می‌باشد.

سهم پوشش FRP

برای ستون‌های تقویت شده با پوشش FRP طولی و عرضی، محصوریت اضافی توسط پوشش FRP باید تعیین شود و برای به دست آوردن فشار جانبی مؤثر اعمال شده بر هسته‌ی بتن، به فشار جانبی مؤثر آرماتورهای عرضی اضافه شود. همچنین سهم پوشش FRP برای بار محوری روی ستون باید به حساب آورده شود. کاور بتن توسط پوشش FRP محصور شده و باید در محاسبه بار محوری منظور شود. مشابه مورد خاموت‌های مستطیلی فشار محصور اعمال شده بر ستون‌های مسلح مستطیلی توسط پوشش FRP یکنواخت نیست. مقدار ماکزیمم در گوشه‌ها و مینیمم در وسط است. برای تعیین فشار محصور جانبی مؤثر، مقطع مستطیلی به یک مقطع دایروی با یک مساحت مقطع عرضی برابر تغییر شکل می‌دهد. فرض می‌شود لایه‌های FRP طولی و عرضی اطراف مقطع دایروی تغییر فرم داده را می‌پوشانند. فشار محصور جانبی شرکت داده شده توسط هر دو لایه‌های طولی و عرضی FRP در نظر گرفته می‌شوند، فشار محصور جانبی به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$f_{la} = \frac{(E_{a-0} N_{la-0} + E_{a-90} N_{la-90}) \varepsilon_a t_a}{R_a} \quad (20)$$

در رابطه فوق E_{a-0} و N_{la-0} به ترتیب مدول کششی و تعداد لایه‌های ورق FRP که الیاف آن در جهت 0° قرار دارند و E_{a-90} و N_{la-90} به ترتیب مدول کششی و تعداد لایه‌های ورق FRP که الیاف آن در جهت 90° قرار دارند، ε_a کرنش کششی ورق FRP، t_a ضخامت یک لایه ورق FRP و R_a شعاع مقطع دایروی معادل است.

زمانی که آرماتورهای عرضی جاری می‌شوند، فشار محصور جانبی ماکزیمم توسط آن‌ها ایجاد می‌شود؛ همچنین زمانی که کرنش کششی در FRP برابر کرنش جاری شدن آرماتورهای عرضی می‌شود، فشار محصور جانبی ماکزیمم توسط پوشش FRP ایجاد می‌شود. بنابراین رابطه بالا به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$f_{la} = \frac{f_{yt}}{E_{st}} \frac{(E_{a-0} N_{la-0} + E_{a-90} N_{la-90}) t_a}{R_a} \quad (21)$$

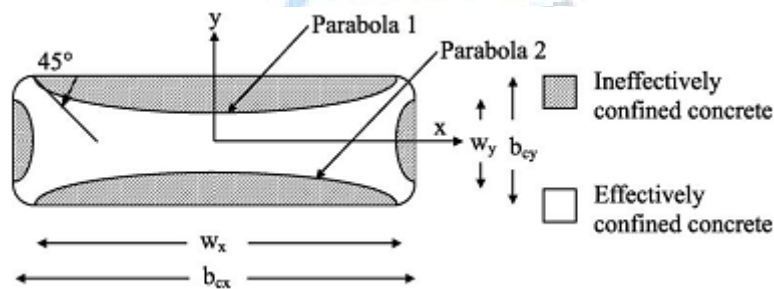
در شکل ۶ مساحت محصور غیر مؤثر بتن توسط سهمی‌هایی با شیب 45° مشخص می‌شوند. معادلات مربوط به سهمی‌ها به صورت زیر است:

$$y_1 = \frac{1}{w_x} x^2 + \frac{1}{4} (2b_{cy} - w_x) \quad (22)$$

$$y_2 = -\left(\frac{1}{w_x} x^2 + \frac{1}{4} (2b_{cy} - w_x) \right) \quad (23)$$

در روابط فوق w_x, w_y به صورت زیر به دست می‌آیند (r شعاع گوشه ستون است).

$$\begin{cases} w_x = b_{cx} - 2r \\ w_y = b_{cy} - 2r \end{cases} \quad (24)$$



شکل ۶: سطح محصور مؤثر بتن [۳].

برای تعیین ضریب مؤثر محصور شدگی از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$k_e = \frac{A_c - A_{ie}}{A_c} \quad (25)$$

که در آن A_{ie} مساحت محصور غیرمؤثر بتن است که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$A_{ie} = \sum_{i=1}^2 2 \int_0^{w_x/2} (-1)^{i+1} \left(\frac{b_{cy}}{2} - y_i \right) dx + 2 \frac{w_y^2}{6} - 2 \int_0^{x_1} (y_2 - y_1) dx \quad (26)$$

در ستون‌های مستطیلی وقتی $2b_{cy} < w_x$ باشد، دو سهمی در طول ضلع بزرگتر در نقطه $x = x_1$ با یکدیگر برخورد می‌کنند؛ در نتیجه مساحت این قسمت باید از کل مساحت محصور غیر مؤثر کم شود. فشار محصور مؤثر جانبی توسط ورقه‌های FRP از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_{lae} = k_e f_{la} \quad (27)$$

فشار محصور روی هسته‌ی بتن از جمع فشار محصور اعمال شده توسط آراماتورهای عرضی و FRP به دست می‌آید و فشار محصور روی کاور بتن تنها فشار محصور اعمال شده توسط FRP است.

سهم پوشش FRP در بار محوری ستون به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$D = (E_{ac-0} N_{la-0} + E_{ac-90} N_{la-90}) p t_a \varepsilon_c \quad (28)$$

در رابطه فوق p محیط ستون و E_{ac-0} و E_{ac-90} مدول فشاری ورق FRP که الیاف آن در جهت 0° ، 90° قرار دارند.

در جدول ۵ مقادیر به دست آمده از مدل اجزای محدود و مدل تحلیلی در مقایسه با مدل آزمایشگاهی آورده شده است.

جدول ۵: مقایسه ظرفیت باربری محوری مدل آزمایشگاهی با مدل اجزای محدود و تحلیلی

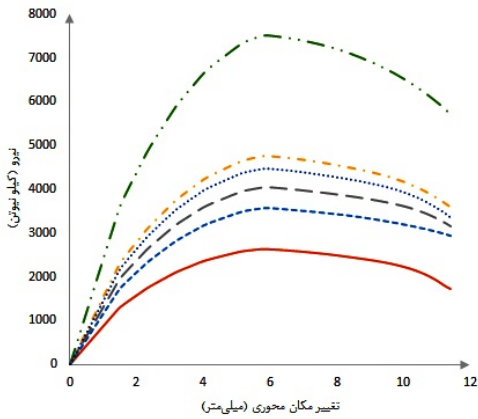
| ظرفیت باربری محوری (kN) | مدل |
|-------------------------|-----------------|
| ۲۰۶۷ | مدل آزمایشگاهی |
| ۲۰۶۴ | مدل اجزای محدود |
| ۲۰۰۰ | مدل تحلیلی |

۵- مقایسه رفتار ستون‌ها

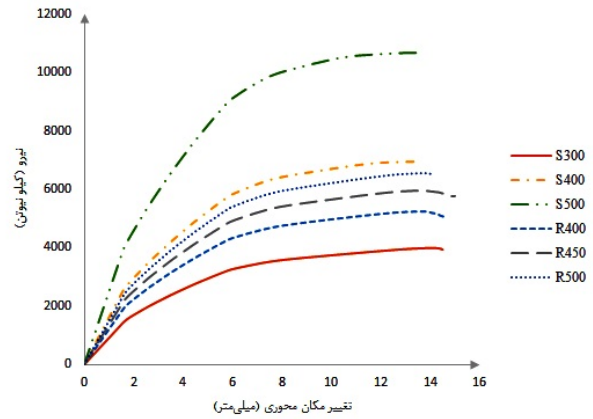
۵-۱- ظرفیت باربری محوری نمونه‌ها

شکل ۷ تا ۹ نمودار نیرو-تغییر مکان محوری نمونه‌های بدون تقویت و تقویت شده با یک لایه و دو لایه ورق CFRP را نشان می‌دهد. در این نمودارها هر منحنی بیانگر یک نمونه می‌باشد. همچنین در جدول ۶ مقادیر ظرفیت باربری محوری نمونه‌ها آورده شده است.

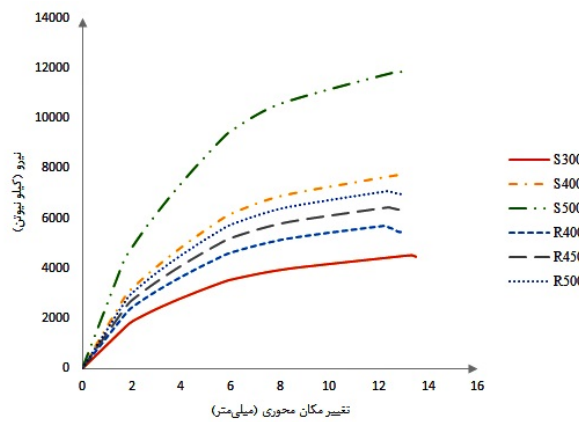
همان‌طور که از نمودارها و جدول قابل برداشت است، در تمامی نمونه‌های مربعی و مستطیلی دورپیچ کردن ستون با یک لایه CFRP تأثیر فراوانی بر ظرفیت باربری محوری ستون خواهد داشت، اما افزودن لایه دوم تأثیر چندانی بر افزایش ظرفیت باربری محوری ستون نخواهد داشت. در نمونه‌های مربعی تأثیر افزودن یک لایه دورپیچ CFRP در ظرفیت باربری محوری ستون تقریباً معادل افزودن ۱۰۰ میلی‌متر بر بعد نمونه می‌باشد. میزان افزایش ظرفیت باربری محوری در نمونه‌های مستطیلی بررسی شده با افزودن یک لایه دورپیچ CFRP، تا ۴۷٪ و با افزودن دو لایه دورپیچ CFRP، تا ۵۹٪ بوده است؛ که این نسبت با افزایش نسبت طول به عرض مقطع نمونه تقریباً ثابت بوده است. در نمونه‌های مربعی هرچه بعد نمونه بیشتر شود اثر افزودن لایه دورپیچ کننده CFRP بر ظرفیت باربری محوری کمتر می‌گردد.



شکل ۷: نمونه‌های بدون تقویت.



شکل ۸: نمونه‌های تقویت شده با یک لایه CFRP.



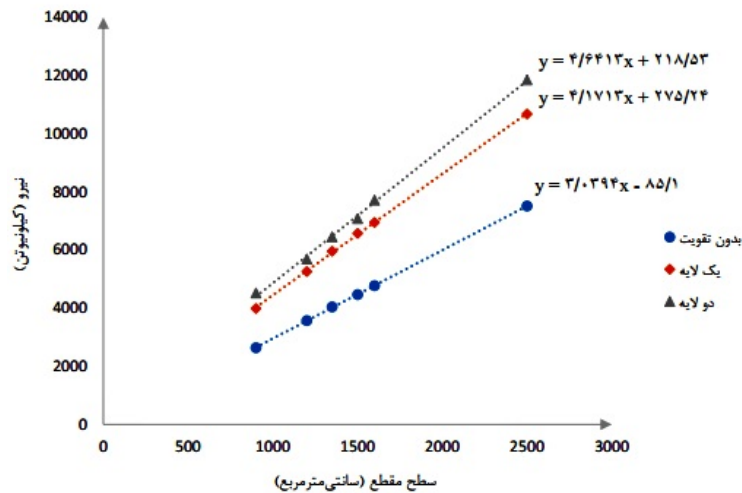
شکل ۹: نمونه‌های تقویت شده با دو لایه CFRP.

جدول ۶: مقایسه ظرفیت باربری محوری نمونه‌های مدل سازی شده

| مقطع | تعداد لایه دورپیچ CFRP | ظرفیت باربری محوری (kN) روش تحلیلی | ظرفیت باربری محوری (kN) روش اجزای محدود | درصد افزایش ظرفیت باربری محوری |
|------|------------------------|---|--|-----------------------------------|
| S300 | - | ۲۵۹۲/۱۵ | ۲۶۳۲/۶۳ | - |
| S300 | ۱ | ۴۲۱۴/۹۲ | ۳۹۸۶/۵ | ۵۱/۴۳ |
| S300 | ۲ | ۵۱۳۴/۶۴ | ۴۵۲۲/۶۶ | ۷۱/۷۹ |
| S400 | - | ۴۵۸۵/۳۴ | ۴۷۷۰/۲۸ | - |
| S400 | ۱ | ۶۷۷۳/۴۴ | ۶۹۴۸/۹۴ | ۴۵/۶۷ |
| S400 | ۲ | ۸۲۶۴/۶۹ | ۷۷۱۴/۸۵ | ۶۱/۷۳ |
| S500 | - | ۷۱۶۲/۳۱ | ۷۵۱۱/۰۷ | - |
| S500 | ۱ | ۹۹۱۲/۳۴ | ۱۰۶۷۹ | ۴۲/۱۸ |
| S500 | ۲ | ۱۲۰۶۱/۹۲ | ۱۱۸۵۶/۷ | ۵۷/۸۶ |
| R400 | - | ۳۴۵۲/۰۱ | ۳۵۷۴/۲۱ | - |
| R400 | ۱ | ۵۳۸۳/۰۶ | ۵۲۵۹/۶۹ | ۴۷/۱۶ |
| R400 | ۲ | ۶۵۳۹/۷۴ | ۵۶۹۱/۷۹ | ۵۹/۲۵ |
| R450 | - | ۳۸۹۸/۶۶ | ۴۰۴۴/۶۴ | - |
| R450 | ۱ | ۵۹۹۰/۷ | ۵۹۵۷/۰۹ | ۴۷/۲۸ |
| R450 | ۲ | ۷۲۵۱/۸۹ | ۶۴۴۸/۹۸ | ۵۹/۴۴ |
| R500 | - | ۴۳۰۲/۵۹ | ۴۴۶۲/۸۵ | - |
| R500 | ۱ | ۶۵۵۴/۹۲ | ۶۵۷۰/۲۹ | ۴۷/۲۲ |

| | | | | |
|------|---|---------|---------|-------|
| R500 | ۲ | ۷۹۱۴/۶۵ | ۷۰۷۹/۶۸ | ۵۸/۶۳ |
|------|---|---------|---------|-------|

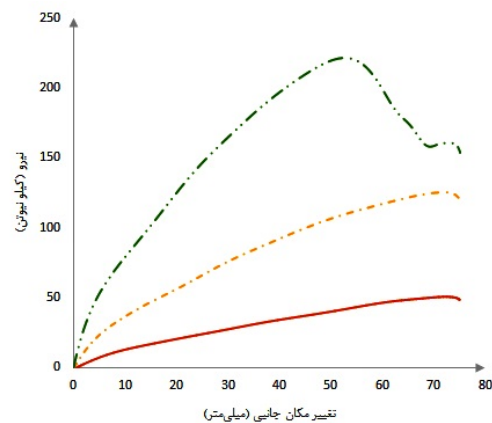
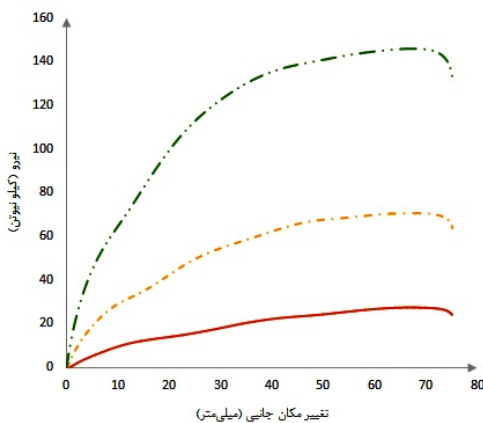
مطابق شکل ۱۰ یک رابطه‌ی خطی بین سطح مقطع ناخالص ستون و ظرفیت باربری محوری مشاهده می‌شود. به طوری که می‌توان ظرفیت باربری محوری نمونه‌های مربعی و مستطیلی با سطح مقطع دلخواه بدون تقویت و تقویت شده با یک لایه و دو لایه دورپیچ CFRP و با خصوصیات مشابه نمونه‌های مذکور را به دست آورد.



شکل ۱۰: نمودار ظرفیت باربری محوری- سطح مقطع نمونه‌ها.

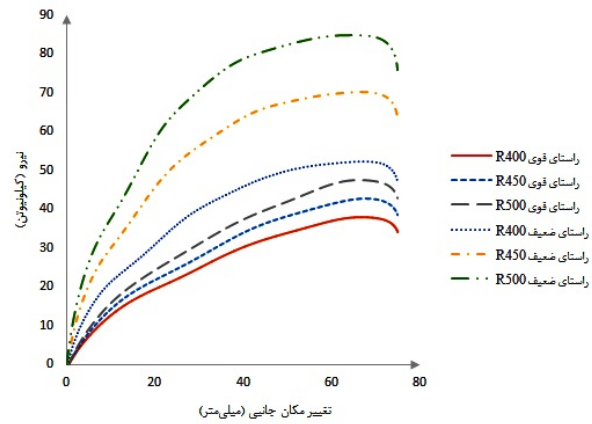
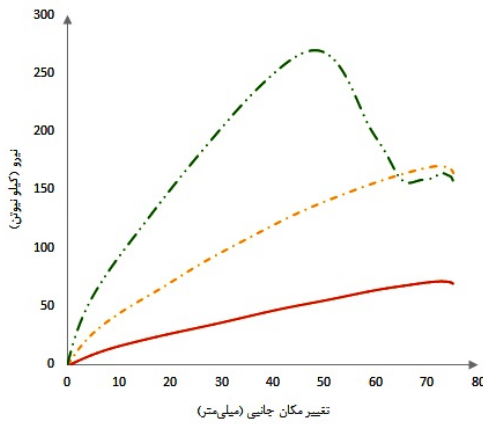
۲-۵- ظرفیت باربری جانبی نمونه‌ها

نمونه‌های مذکور در نرم‌افزار آباکوس تحت تحلیل استاتیکی غیرخطی پوش اور قرار گرفته و نمودارهای برش پایه-تغییر مکان آن‌ها استخراج شده است (شکل ۱۱ تا ۱۶). تحلیل استاتیکی پوش اور یک نوع تحلیل افزایشی است که نیرو به صورت گام به گام زیاد می‌شود و باعث هل دادن سازه می‌شود. این افزایش نیرو تا جایی ادامه می‌یابد که سازه دچار فرو ریزش شود. طبق استاندارد ۲۸۰۰ یک تغییر مکان هدف برابر ۲/۵ درصد ارتفاع ستون برای بالاترین نقطه‌ی ستون در نظر گرفتیم [۱۰]. نتایج نشان داد که برای یک برش پایه مشخص میزان جابه‌جایی در نمونه‌های تقویت شده کمتر از نمونه‌های بدون تقویت است.



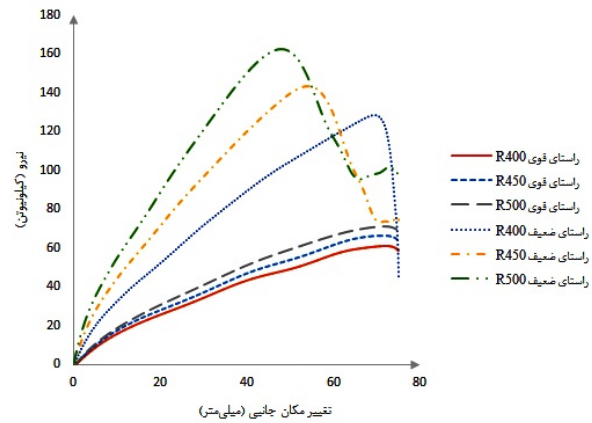
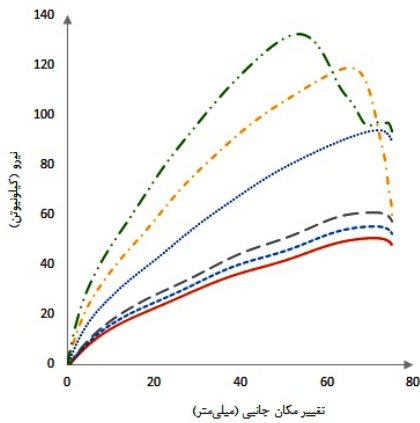
شکل ۱۲: نمونه‌های مربعی با یک لایه CFRP.

شکل ۱۱: نمونه‌های مربعی بدون تقویت.



شکل ۱۳: نمونه‌های مربعی با دو لایه CFRP.

شکل ۱۴: نمونه‌های مستطیلی بدون تقویت.



شکل ۱۵: نمونه‌های مستطیلی با یک لایه CFRP.

شکل ۱۶: نمونه‌های مستطیلی با دو لایه CFRP.

سطح زیر نمودار نیرو-تغییر مکان جانبی نمایانگر مجموع انرژی جذب شده می‌باشد. در جدول ۷ مقادیر ظرفیت باربری جانبی و انرژی جذب شده توسط نمونه‌ها آورده شده است.

جدول ۷: مقایسه ظرفیت باربری جانبی و انرژی جذب شده نمونه‌ها

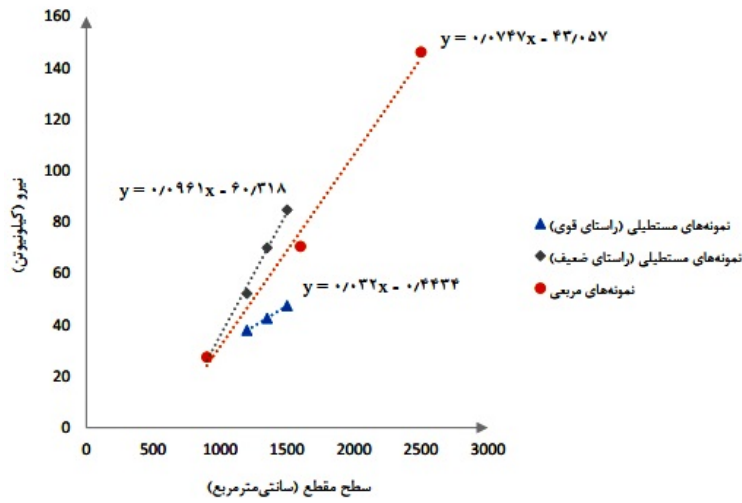
| مقطع | تعداد لایه دورپیچ CFRP | راستای اعمال تغییر مکان جانبی | ظرفیت باربری جانبی (kN) | درصد افزایش ظرفیت باربری جانبی | مجموع انرژی جذب شده (kN.mm) | درصد افزایش انرژی جذب شده |
|------|---------------------------|----------------------------------|----------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|
| S300 | - | - | ۲۷/۴۳ | - | ۱۴۲۵/۶۱ | - |
| S300 | ۱ | - | ۵۰/۵۴ | ۸۴/۲۶ | ۲۳۱۵/۸۴ | ۶۲/۴۴ |
| S300 | ۲ | - | ۷۱/۲۹ | ۱۵۹/۹۱ | ۳۱۴۱/۲۸ | ۱۲۰/۳۵ |
| S400 | - | - | ۷۰/۵۶ | - | ۳۹۸۶/۸۷ | - |
| S400 | ۱ | - | ۱۲۵/۱۵ | ۷۷/۳۶ | ۶۱۱۹/۷ | ۵۳/۵ |
| S400 | ۲ | - | ۱۶۹/۸۵ | ۱۴۰/۷۱ | ۷۹۷۱/۴۳ | ۹۹/۹۴ |
| S500 | - | - | ۱۴۶/۱۶ | - | ۸۶۳۶/۶۳ | - |
| S500 | ۱ | - | ۲۲۱/۵۴ | ۵۱/۵۷ | ۹۳۴۶/۵۱ | ۸/۲۲ |
| S500 | ۲ | - | ۲۶۹/۶۴ | ۸۴/۴۸ | ۹۹۶۴/۸۸ | ۱۵/۳۸ |
| R400 | - | محور ضعیف | ۵۲/۲۳ | - | ۲۹۳۳/۹۵ | - |

| | | | | | | |
|------|---|-----------|--------|--------|---------|-------|
| R400 | ۱ | محور ضعیف | ۹۳/۹۴ | ۷۹/۸۴ | ۴۵۴۸/۴۶ | ۵۵/۰۳ |
| R400 | ۲ | محور ضعیف | ۱۲۸/۳۲ | ۱۴۵/۶۶ | ۵۷۱۸/۸۶ | ۹۴/۹۲ |
| R400 | - | محور قوی | ۳۷/۹۴ | - | ۱۹۶۲/۹۲ | - |
| R400 | ۱ | محور قوی | ۵۰/۶۴ | ۳۳/۴۷ | ۲۴۳۸/۴۱ | ۲۴/۲۲ |
| R400 | ۲ | محور قوی | ۶۱/۰۴ | ۶۰/۸۹ | ۲۸۶۳/۶۹ | ۴۵/۸۹ |
| R450 | - | محور ضعیف | ۷۰/۰۶ | - | ۴۰۵۳/۹۹ | - |
| R450 | ۱ | محور ضعیف | ۱۱۹/۰۹ | ۶۹/۹۷ | ۵۶۰۲/۵۴ | ۳۸/۲ |
| R450 | ۲ | محور ضعیف | ۱۴۳/۵۹ | ۱۰۴/۹۴ | ۵۶۱۱/۶۵ | ۳۸/۴۲ |
| R450 | - | محور قوی | ۴۲/۶۱ | - | ۲۱۹۵/۶ | - |
| R450 | ۱ | محور قوی | ۵۵/۴۹ | ۳۰/۲۴ | ۲۶۷۷/۷۹ | ۲۱/۹۶ |
| R450 | ۲ | محور قوی | ۶۶/۲۵ | ۵۵/۵ | ۳۱۱۴/۷۱ | ۴۱/۸۶ |
| R500 | - | محور ضعیف | ۸۴/۷۹ | - | ۵۰۰۹/۵۴ | - |
| R500 | ۱ | محور ضعیف | ۱۳۲/۲۲ | ۵۵/۹۴ | ۵۶۲۸/۰۱ | ۱۲/۳۴ |
| R500 | ۲ | محور ضعیف | ۱۶۲/۴۲ | ۹۱/۵۶ | ۵۹۰۸/۹۸ | ۱۷/۹۵ |
| R500 | - | محور قوی | ۴۷/۵۲ | - | ۲۴۴۷/۶۹ | - |
| R500 | ۱ | محور قوی | ۶۰/۸۶ | ۲۸/۰۵ | ۲۹۵۰/۹۹ | ۲۰/۵۶ |
| R500 | ۲ | محور قوی | ۷۱/۴ | ۵۰/۲۳ | ۳۴۰۱/۳۹ | ۳۸/۹۶ |

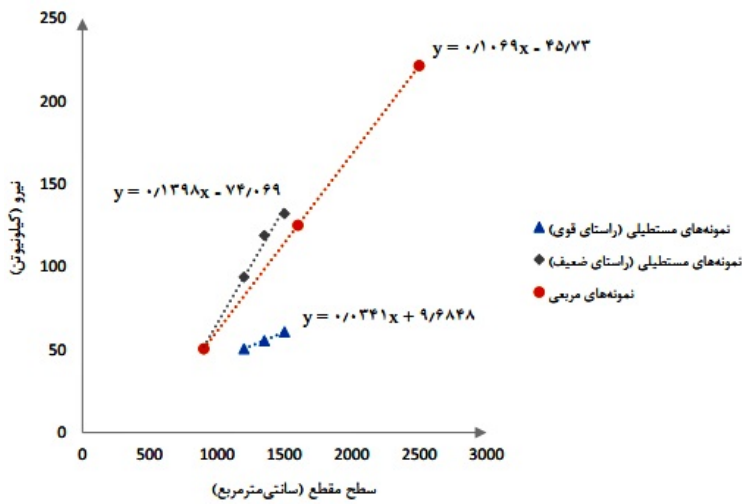
همان‌طور که از نمودارها و جدول ۷ قابل برداشت است، در تمامی نمونه‌های مربعی و مستطیلی که تحت حداکثر تغییرمکان جانبی قرار دارند، افزودن لایه‌های دورپیچ CFRP در ظرفیت باربری جانبی ستون اثر زیادی دارد و برخلاف ظرفیت باربری محوری حضور لایه دوم دورپیچ CFRP بسیار مؤثر است. همچنین کارایی محصور شدگی در مقاطع مربعی بیشتر از مقاطع مستطیلی است. در نمونه‌های مستطیلی با افزایش نسبت طول به عرض مقطع و در نمونه‌های مربعی با افزایش ابعاد مقطع کارایی محصور شدگی و درصد افزایش ظرفیت باربری جانبی ستون کاهش می‌یابد.

همان‌طور که از جدول ۷ قابل برداشت است در نمونه‌های مستطیلی که تغییرمکان جانبی در راستای محور ضعیف ستون می‌باشد؛ افزودن تعداد لایه‌های دورپیچ CFRP در انرژی جذب شده تأثیر چندانی ندارد. در نمونه‌های مستطیلی هرچه نسبت طول به عرض افزایش یابد و در نمونه‌های مربعی هرچه بعد نمونه بیشتر شود اثر افزودن تعداد لایه‌های دورپیچ CFRP بر افزایش انرژی جذب شده کمتر می‌شود.

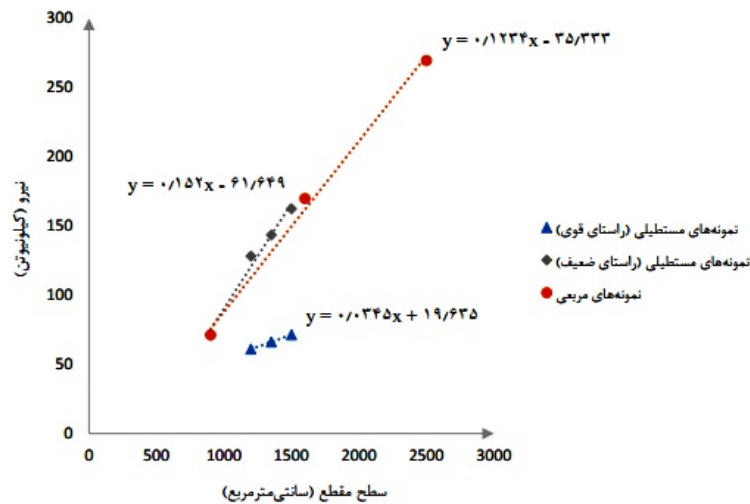
مطابق شکل ۱۷ تا ۱۹ یک رابطه‌ی خطی بین سطح مقطع ناخالص ستون و ظرفیت باربری جانبی نمونه‌های مربعی و مستطیلی مشاهده می‌شود. به‌طوری‌که می‌توان ظرفیت باربری جانبی نمونه‌های مستطیلی در راستای محورهای ضعیف و قوی و نمونه‌های مربعی با سطح مقطع دلخواه بدون تقویت و تقویت شده با یک لایه و دو لایه دورپیچ CFRP و با خصوصیات مشابه نمونه‌های مذکور را به‌دست آورد.



شکل ۱۷: نمودار ظرفیت باربری جانبی- سطح مقطع نمونه‌های بدون تقویت.



شکل ۱۸: نمودار ظرفیت باربری جانبی- سطح مقطع نمونه‌های تقویت شده با یک لایه CFRP.



شکل ۱۹: نمودار ظرفیت باربری جانبی- سطح مقطع نمونه‌های تقویت شده با دو لایه CFRP.

۶- نتیجه‌گیری

- ۱- مدل‌های ساخته شده در این تحقیق بر اساس مدل‌سازی هجده مقطع ستون بتن مسلح در سه حالت بدون تقویت، تقویت شده با یک لایه و دو لایه ورق CFRP می‌باشد. شعاع گوشه در این مقاطع صفر در نظر گرفته شده و به همین دلیل میزان محصور شدگی به اندازه‌ی کافی مؤثر نیست و منحنی تنش- کرنش بتن بعد از نقطه‌ی اوج با شاخه نزولی همراه بوده و رفتار کرنش-نرمی دارد [۱۱]. به این علت در مدل‌سازی از روابط تنش-کرنش بتن محصور ارائه شده توسط ساچ‌اقلو استفاده شده است. پارامتر مورد استخراج پس از آنالیز مدل‌ها نمودار نیرو-تغییر مکان می‌باشد.
- ۲- با توجه به نتایج و موارد ذکر شده می‌توان بیان نمود که با تغییر ابعاد مقطع و تعداد لایه‌های دورپیچ CFRP، می‌توان میزان ظرفیت باربری محوری و جانبی و جذب انرژی را در ستون‌ها دستخوش تغییر قرار داد؛ در نمونه‌های مستطیلی با افزایش نسبت طول به عرض مقطع و در نمونه‌های مربعی با افزایش ابعاد مقطع کارایی محصور شدگی و تأثیر افزایش تعداد لایه‌های دورپیچ بر افزایش ظرفیت باربری محوری و جانبی و انرژی جذب شده توسط ستون کاهش می‌یابد؛ همچنین شکل مقطع در نمونه‌های بررسی شده بر ظرفیت باربری محوری اثری ندارد ولی در ظرفیت باربری جانبی مؤثر است؛ به طوری که می‌توان گفت نیروی جانبی قابل تحمل توسط نمونه‌های مستطیلی در راستای محور ضعیف در مقایسه با نمونه‌های مربعی با سطح مقطع مشابه می‌تواند تا میزان ۲۶٪ افزایش یابد؛ همچنین نیروی جانبی قابل تحمل توسط نمونه‌های مستطیلی در راستای محور قوی در مقایسه با نمونه‌های مربعی با سطح مقطع مشابه می‌تواند تا میزان ۶۳٪ کاهش یابد. (برای نمونه‌های مستطیلی مدل‌سازی شده که دارای عرض مقطع ۳۰۰ میلی‌متر می‌باشند، حداکثر طول مقطع می‌تواند ۱۰۰۰ میلی‌متر باشد) [۱۲].
- ۳- در نمونه‌های مربعی تأثیر افزودن یک لایه دورپیچ CFRP در ظرفیت باربری محوری ستون، تقریباً معادل افزودن ۱۰۰ میلی‌متر بر بعد نمونه می‌باشد.
- ۴- در تمامی نمونه‌های مربعی و مستطیلی که تحت حداکثر تغییر مکان جانبی قرار دارند، افزودن لایه‌های دورپیچ CFRP در ظرفیت باربری جانبی ستون اثر زیادی دارد و برخلاف ظرفیت باربری محوری حضور لایه دوم دورپیچ CFRP بسیار مؤثر است.
- ۵- در تمامی نمونه‌های مستطیلی که تغییر مکان جانبی در راستای محور ضعیف ستون می‌باشد افزودن تعداد لایه‌های دورپیچ CFRP در انرژی جذب شده تأثیر چندانی ندارد.

۶- با افزایش نسبت طول به عرض نمونه‌های مستطیلی اختلاف بین ظرفیت باربری جانبی در راستای محورهای ضعیف و قوی افزایش می‌یابد.

مراجع

- [1] Pessiki, S. and Harries, K. A. and Kestner, J. T. and Sause, R. and Ricles, J. M. (2001). Axial Behavior of Reinforced Concrete Columns Confined with FRP Jackets. *Journal of Composites for Construction*, 5 (4), 237-245.
- [2] Fardis, M. N. and Khalili, H. (1981). Concrete Encased in Fiberglass-Reinforced-Plastic. *Journal of the American Concrete Institute*, 78 (6), 440-446.
- [3] Maalej, M. and Tanwongsva, S. and Paramasivam, P. (2002). Modelling of Rectangular RC Columns Strengthened with FRP. *Cement & Concrete Composites*, 25 (2), 263-276.
- [4] Soroushnia, S. and Najafi, H. and Mamghani, M. H. and Mehrvand, M. (2016). *The Most Complete Practical Reference of ABAQUS. Advanced Level of Civilization*. Fourth Edition. Tehran: Negarandedanesh.
- [5] Tsai, S. W. and Hahn, H. T. (1980). *Introduction to Composite Materials*. Pennsylvania: Technomic Publishing Company, Inc.
- [6] Hashin, Z. and Rotem, A. (1973). A Fatigue Failure Criterion for Fiber Reinforced Materials. *Journal of Composite Materials*, 7 (4), 448-464.
- [7] Hognestad, E. (1951). *A Study of combined bending and Axial load in reinforced concrete members*. Urbana-Champaign: University of Illinois.
- [8] Saatcioglu, M. and Razvi, S. R. (1992). Strength and ductility of confined concrete. *Journal of structural Engineering*, 118 (6), 1590-1607.
- [9] Dundar, C. and Tokgoz, S. and Tanrikulu, A. K. and Baran, T. (2008). Behaviour of reinforced and concrete-encased composite columns subjected to biaxial bending and axial load. *Building and Environment*, 43 (6), 1109-1120.
- [10] Permanent Committee for Revising the Iranian Code of Practice for Seismic Resistant Design of Buildings. (2006). *Iranian Code of Practice for Seismic Resistant Design of Buildings (Standard No.2800)*. 3rd.Edition. Tehran: Building & Housing Research Center.
- [11] Wu, G. and Wu, Z. S. and Lu, Z. T. (2007). Design-Oriented Stress-Strain Model for Concrete Prisms Confined with FRP Composites. *Construction and Building Materials*, 21 (5), 1107-1121.
- [12] National Building Regulation Office. (2013). *Design and implementation of reinforced concrete buildings. Ninth topic*. Tehran: Tosseh Iran Publisher.