

# بررسی تاثیر طول و زاویه ترک بر رفتار سدهای وزنی بتنی: مطالعه موردی سد تنظیمی انحرافی گتوند

زینب دریگوند<sup>۱</sup>، حسن کیامنش<sup>۲\*</sup>، نجف هدایت<sup>۳</sup>

۱- کارشناس ارشد سازه های هیدرولیکی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، دزفول، ایران

۲- استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، دزفول، ایران

۳- استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، دزفول، ایران

## چکیده

رفتار لرزه‌ای در سدهای وزنی بتنی به دلیل نیاز به افزایش اطمینان از ایمنی سدها در حین زلزله، در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است. بیشتر سدهای بتنی موجود در معرض آسیب ترک خوردگی قرار دارند. این ترک‌ها توسط عوامل مختلفی از قبیل عملیات اجرایی، عمل آوری بتن، تغییرات حجمی توده بتن، بارهای وارده و غیره ایجاد شده و گسترش احتمالی این ترک‌ها ممکن است باعث کاهش کارایی، خرابی و ناپایداری اینگونه سدها گردد. با توجه به حساسیت موضوع ترک خوردگی در سدهای بتنی، و همچنین با توجه به اینکه در گذشته رفتار سد گتوند در اثر ترک خوردگی مورد مطالعه قرار نگرفته است، در این مطالعه، به بررسی رفتار سد تنظیمی گتوند در اثر ترک خوردگی پرداخته شده است و اثر طول ترک و زاویه ترک بر رفتار سد مورد بررسی قرار گرفته است. برای مدلسازی این پژوهش از نرم افزار آباکوس (Abaqus) استفاده شده است. در مورد تاثیر زاویه ترک نتایج نشان داد که بدترین حالت برای مقطع سد زمانی است که ترک زاویه منفی داشته باشد. مقدار جابجایی افقی برای زاویه ۳۰- درجه برابر با ۰/۰۳۱ متر و برای ترک با زاویه ۳۰+ درجه برابر با ۰/۰۲۵ متر است. همچنین افزایش طول ترک باعث افزایش مقادیر جابجایی، تنش و عکس العمل‌های تکیه-گاهی در سد شده است. مقدار حداکثر عکس العمل تکیه‌گاهی در مدل با طول ترک ۲۰۰ سانتیمتر، در حالتیکه زاویه ترک ۴۵+ باشد، ۴ درصد بیشتر از مدل با طول ترک ۳۰ سانتیمتر و برابر با  $1/7AE+8$  نیوتن است.

کلمات کلیدی: طول ترک، زاویه ترک، سد تنظیمی گتوند، مکانیک شکست، ترک در سدهای بتنی.

\*نویسنده مسئول: حسن کیامنش

پست الکترونیکی: doctor\_kiamanesh@yahoo.com

تاریخ دریافت مقاله: ۰۰۰۰/۰۰/۰۰، تاریخ پذیرش مقاله: ۰۰۰۰/۰۰/۰۰

در ایران با توجه به بحران کم آبی و نیاز اساسی به مدیریت منابع آب و نیرو جهت رفاه و آسایش بیشتر، سدسازی جزو مباحث مهم ملی به شمار می‌رود، که بخش بزرگی از بودجه‌های عمرانی کشور را به خود اختصاص داده است. جدا از زمینه‌های هیدرولیکی، هیدرولوژی و محیط زیستی در طراحی سد بتنی، طراحی ایمن سدها با توجه به خسارات جبران ناپذیر ناشی از خرابی و شکست در آنها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، همچنین یکی از بزرگترین مشکلات سدسازی نقص‌های جزئی در سد می‌باشد که در صورت وجود داشتن، می‌تواند خطرات جبران ناپذیر جانی و مالی به بار آورد. بنابراین استحکام سازه‌ها بعنوان یکی از پیش نیازها برای تعادل کلیه ابنیه‌ها و بخصوص سدها و سازه‌های مرتبط با آن برای تعادل سازه‌ای و افزایش بهره‌وری از آنها مطرح می‌باشد. ترک‌ها بعنوان معلولی از افت کیفیت در مصالح سازه‌ای و نیز نارسائی‌های طراحی در آنهاست. آنچه تجارب نشان داده است ترک‌ها عمدتاً در سه مورد مشاهده گردیده است:

اول در اثر تکانش‌های زمین لرزه‌ای بوده که بستگی به نوع مصالح بکار گرفته شده در سازه‌ها و شیوه‌های ساخت آن می‌تواند اختلالاتی برای بهره برداران از ابنیه‌ها ایجاد نماید.

دوم اینکه بروز ترک‌ها می‌تواند ناشی از تردد وسایل نقلیه‌ی موتوری باشد که اینها نیز می‌توانند بخشی از نیروهای وارده به سازه را تشکیل دهند، به گونه‌ای که باعث شکست جزئی آنها شده و بصورت ترک‌هایی در بدنه این مستحکات بروز می‌نمایند.

سوم بدلیل اندرکنش آب مخزن‌های پشت سد با ابرسازه می‌تواند باعث ایجاد تنش‌هایی روی سازه گردیده که این عامل نیز بنحوی تأثیرات مخربی روی سازه ایجاد خواهد نمود. ترک‌هایی که از این گونه باشد در صورت جدی بودن آنها می‌تواند باعث ایجاد مشکلات عدیده‌ای در سخت‌افزار سازه‌های هیدرولیکی ایجاد نموده که این امر می‌تواند چه به لحاظ بهره برداری و چه به لحاظ تعمیرات و نگهداری مشکلات عدیده‌ای را برای مدیریت عرضه‌ی آب ایجاد کند.

در گذشته مطالعات آزمایشگاهی و عددی مختلفی در زمینه‌ی سدهای وزنی بتنی صورت گرفته است. در سال ۱۹۷۲ چوپرا و چاکارابارتی [۱] مطالعه بر روی رفتار لرزه‌ای سدهای بتنی وزنی را انجام دادند، آنها بدون در نظر گرفتن اندرکنش پی و مخزن و با استفاده از روش تحلیل الاستیک خطی، بخش‌هایی از سد که تنش کششی بیشتری ایجاد می‌شود را مشخص کرده و موقعیت ایجاد ترک را نمایش دادند. در این مطالعه مشخص گردید که ترک‌ها در محل تغییر شیب سطح پایاب بدنه سد و در محل اتصال پی با بدنه سد رخ داد. ال‌ایدی و هال در سال ۱۹۸۹ [۲] از روش مکانیک شکست غیرخطی در آنالیز سدهای بتنی استفاده کردند. آنها شکست سد پایین‌فلت را با در نظر گرفتن اندرکنش مخزن و پی بررسی کردند. نتایج نشان داد که علت اجازه رشد ترک در هر گام زمانی، توزیع مجدد تنش و کرنش بعد از پیدایش اولین ترک است. بهاتاچارجی و لگر در سال ۱۹۹۴ [۳] مطالعه‌ای را در زمینه‌ی تحلیل غیرخطی سدهای بتنی وزنی انجام دادند که در این مطالعه اثر نفوذ آب به داخل ترک‌ها و فشار برکنش و همچنین افزایش ارتفاع آب مخزن بر ایمنی سدهای بتنی مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج استاتیکی و دینامیکی حاصل از این مدل با نتایج آزمایشگاهی و نیز ترک‌های ایجاد شده در سد وزنی کوینا مقایسه گردید و مورد تایید قرار گرفت. با توجه به نتایج بدست آمده از این مطالعه بنظر می‌رسد که مدل ارائه شده در این مطالعه، برای تحلیل لرزه‌ای غیرخطی سدهای بتنی وزنی مناسب است. در سال ۱۹۹۹ قائمیان و گباره [۴] از مدل ترک اندود در فضای دوبعدی جهت بررسی رفتار لرزه‌ای سدهای بتنی وزنی استفاده کردند. آنها در مطالعه‌ی خود سدهای پایین فلت و سفیدرود را مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که ضمن صحت اعتبار تئوری استفاده شده در تحلیل، نمونه‌های ترک ایجاد شده در سد سفیدرود تحت زلزله‌ی ۱۹۹۰ منجیل مشابه خسارات ایجاد شده در سد پایین فلت تحت زلزله‌ی تفت بوده و نتایج حاصله بر هم منطبق می‌باشند. در سال ۲۰۰۰ پکا و همکاران [۵] با استفاده از مدل عددی، سد بتنی وزنی کوینا را مورد بررسی لرزه‌ای قرار دادند. آنها از روش مکانیک شکست برای رویش ترک و از روش جرم افزوده برای مدل کردن نیروی مخزن بهره گرفتند و روند گسترش پروفیل‌های ترک برای انرژی‌های شکست متفاوت را بررسی نمودند. جیانگ و همکاران در سال ۲۰۰۹ [۶] با اعمال یک مدول کشسانی بتن آسیب دیده نقاطی که ترک‌های پیشرفته در آن ایجاد می‌شود را با توجه به غیرخطی بودن هندسه‌ی ترک، براساس روش FEM<sup>۱</sup> تعیین کردند. نتایج نشان داد که سد زمانی پایدار خواهد بود که شتاب افقی

<sup>1</sup> Finite element method

کمتر از  $0.61g$  باشد. همچنین ضریب اصطکاک تاثیر بسزایی در پایداری سد دارد، بطوری که با افزایش ضریب اصطکاک، حداکثر مقدار لغزش و جابجایی در بلوک بالای آن کاهش، و بیشترین جابجایی بازشوندگی قسمت سراب بالادست افزایش نشان داد. در سال ۲۰۱۱ والامنش و همکاران [۷] کاربرد روش زمان دوام در تحلیل و طراحی لرزه‌ای سدهای بتنی وزنی با در نظر گرفتن اثر مخزن بروش جرم افزوده و با شتابنگاشت های زمان دوام را مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که با استفاده از مفهوم روش زمان دوام، می‌توان نتایج تحلیل خطی را تحت زلزله های واقعی پیش بینی کرد. همچنین این روش پروفیل‌های ترک را در سد مورد مطالعه هنگام وقوع زمین لرزه مصنوعی پیش بینی نموده است. سلیمی و همکاران در سال ۲۰۱۱ [۸] با استفاده از تئوری مکانیک شکست، مقطع دو بعدی یک سد بتنی تحت شرایط تنش صفحه‌ای و همچنین ناحیه اتصال پی به بدنه سد برای حالات هندسی متفاوت را مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که افزودن ماهیچه در قسمت پاشنه‌ی سد، باعث به تعویق افتادن رشد ترک می‌شود، که این امر بدلیل کاهش مقادیر حداکثر و حداقل تنش‌های اصلی و نیز کاهش مقادیر ضرایب شدت تنش برای سدهای دارای ماهیچه است. در سال ۲۰۱۶ هیتندرا و تاکار [۹] با استفاده از نرم افزار FRANC2D و مفاهیم مکانیک شکست به تحلیل یک سد بتنی وزنی ترک خورده پرداختند. نتایج حاکی از آن بود که گسترش ترک می‌تواند بخوبی با نرم افزار موردنظر شبیه سازی و نشان داده شود. عطارنژاد و لهراسبی در سال ۱۳۸۴ [۱۰] گسترش ترک در سدهای بتنی وزنی بروش ترک مجزا را با استفاده از برنامه‌ی اجزا محدودی که تهیه کردند، مورد بررسی قرار دادند. مقایسه‌ی نتایج برنامه با مدل کارپینتری نشان می‌دهد که تطابق قابل قبولی بین بارهای وارد شده و میزان بازشدگی ترک وجود دارد. همچنین با توجه به اینکه دقت محاسبات با اندازه‌ی مش بندی متناسب است، پیشنهاد شد برای کسب دقت هرچه بیشتر، از المان‌های ریزتری در نوک ترک استفاده شود، این کار در پیش‌بینی هرچه بهتر رفتار سازه‌ی سد در برابر بارهای وارده، تاثیر بسیاری دارد. در سال ۱۳۸۴ وثوقی فر و همکاران [۱۱] با استفاده از روش ترکیبی حجم محدود- المان محدود به بررسی تحلیل لرزه‌ای سدهای بتنی وزنی دارای ترک پرداختند. یافته‌های آن‌ها نشان داد که استفاده‌ی ترکیبی از تکنیک حجم محدود- المان محدود و المان‌های مرزی نسبت به روش المان محدود نتایج دقیق‌تری به دنبال دارد. آقاجانی و همکاران در سال ۱۳۹۰ [۱۲] تاثیر پارامتر انرژی شکست بر روی نتایج حاصل از آنالیز غیرخطی سد بتنی وزنی کوینا را با در نظر گرفتن اندرکنش سد و مخزن تحت اثر زلزله‌ی کوینا مورد بررسی قرار دادند. نتایج حاصله بیانگر این امر بود که با توجه به تغییر در انرژی شکست، المان‌های ترک خورده در نواحی پاشنه‌ی سد و محل تغییر شیب قرار دارند. البته با افزایش انرژی شکست، ترک‌های ایجاد شده در قسمت بالادست، حذف شدند و در این ناحیه المان آسیب دیده مشاهده نمی‌گردد. مقدار انرژی شکست بر روی تعداد المان‌های ترک خورده اثر می‌گذارد و با افزایش مقدار آن ناحیه‌ی آسیب دیده کوچکتر خواهد بود. در سال ۱۳۹۳ رضایی آذریانی و بیبا [۱۳] نحوه گسترش ترک در بدنه و فونداسیون سد بتنی وزنی کلات را بروش مکانیک شکست الاستیک خطی مورد بررسی قرار دادند. بر اساس نتایج بدست آمده رشد ترک در تمامی نواحی واصل به جناحین سد بصورت صفحه‌ای است که فقط در راستای محورهای طولی و عرضی گسترش یافته است، اما با دور شدن از جناحین و به سمت مرکز سد، رشد ترک از شکل صفحه‌ای خارج شده و در راستای محور قائم (هم جهت و خلاف جهت این محور) نیز گسترش یافته است. قاضی مرعشی و استاد حسین در سال ۱۳۹۳ [۱۴] پاسخ شکست لرزه‌ای سدهای بتنی با استفاده از مفهوم مکانیک شکست غیرخطی برای مدل‌سازی شکست کششی بتن تحت شرایط بارگذاری دینامیکی را مورد بررسی قرار داده و اعتبار مدل بکار رفته برای سد کوینا را با مقایسه‌ی نتایج آنالیز با نتایج آزمایشگاهی و دیگر مراجع تایید کردند. از نتایج مشخص گردید که ایجاد تنش‌های کششی بسیار بیشتر از مقاومت کششی در سطح مشترک سد و پی و ناحیه گردن سد بوده و ترک‌های بوجود آمده از نظر شکل و موقعیت مشابه الگوی ترک نتیجه شده از آنالیزهای دیگر محققین و آزمایش میز لرزان می‌باشد. همچنین مشخص گردید که تنها شدت زلزله که مبنای طراحی قرار می‌گیرد نمی‌تواند بطور جامع میزان خسارت وارده بر سازه و الگوی خرابی در سد را شناسایی نماید. در سال ۱۳۹۶ پاسبانی و فرهنگ [۱۵] به تحلیل و بررسی حداکثر تغییر مکان تاج سد، تنش اصلی اول و تنش اصلی سوم در نقاط بحرانی با در نظر گرفتن مدل ترک اندود که یکی از مدل‌های ارائه شده برای گسترش ترک در سازه‌ها می‌باشد، تحت اعمال شتابنگاشت زلزله مقیاس شده سانفرانندو در دو جهت افقی و عمودی پرداختند. آنها برای این منظور، سد بتنی وزنی کوینا را به عنوان مطالعه موردی به صورت دو بعدی در نرم افزار انسیس (Ansys) مدل‌سازی کردند. آنالیزها به صورت خطی و غیرخطی و با گام زمانی  $0.02$  برای ۲۰ ثانیه اول، انجام شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که برای بررسی رفتار بتن در مقابل تنش‌های بزرگ بخصوص از نوع کششی، مدل نمودن رفتار غیرخطی بتن در تحلیل‌های دینامیکی امری ضروری می‌باشد.

با توجه به حساسیت موضوع ترک خوردگی در سدهای بتنی و عدم دقت کافی روش‌های مرسوم که قادر به پیش بینی دقیق نحوه گسترش ترک در سدهای بتنی نمی‌باشند، نیاز به انجام آنالیز کامل و دقیق در مورد رفتار ترک در سدهای بتنی با استفاده از روش‌های جدید و پیشرفته‌ای مانند تئوری مکانیک شکست، احساس می‌گردد. با توجه به اینکه در گذشته رفتار سد تنظیمی گتوند در اثر ترک خوردگی مورد مطالعه قرار نگرفته است، در این مطالعه با فرض وجود ترک، به بررسی تاثیر طول و زاویه ترک بر رفتار سد تنظیمی گتوند به روش مکانیک شکست پرداخته شده است. از نسخه‌های ابتدایی نرم افزار آباکوس قابلیت بررسی پدیده گسترش ترک به کمک روش المان محدود وجود داشته است. این روش دارای نقایص بسیاری است، از جمله اینکه قابلیت پیش بینی مسیر رشد ترک را ندارد. این مشکل و مشکلات دیگر باعث بوجود آمدن روش‌هایی نظیر روش المان محدود توسعه یافته برای تحلیل ناپیوستگی از جمله رشد ترک است. روش المان محدود توسعه یافته برای نخستین بار از نسخه ۶٫۹ نرم افزار آباکوس و از سال ۲۰۰۹ وارد این نرم افزار شده و در نسخه ۶٫۱۰ نیز امکانات بیشتری به این نرم افزار اضافه شد. به کمک این روش می‌توان علاوه بر انجام سایر تحلیل‌هایی که روش المان محدود نیز قادر به انجام آن بود، برخی تحلیل‌ها نظیر پیش بینی مسیر گسترش ترک را نیز به انجام رساند. بنابراین در این پژوهش مدلسازی عددی با استفاده از نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس [۱۶] انجام شده و ضمن کنترل صحت مدلسازی با نتایج مطالعات مراجع [۱۷ و ۱۸]، تاثیر طول و زاویه ترک در رفتار سد تنظیمی گتوند مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج حاصل از مدلسازی‌ها شامل دو بخش نتایج در قالب نمودار و نتایج گرافیکی ارائه شده‌اند.

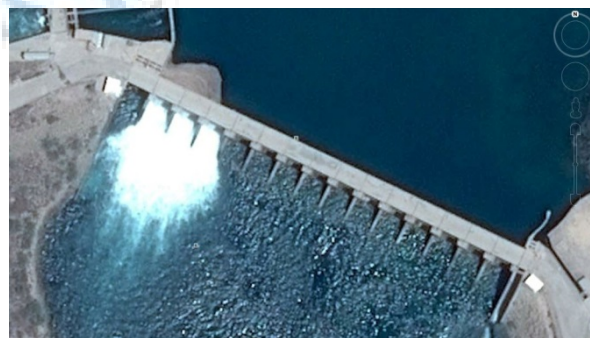
## ۲- سد تنظیمی گتوند

سد تنظیمی گتوند در ۱۱ کیلومتری پائین دست سد گتوند و در بالادست شهر گتوند و به فاصله ۴ کیلومتری از آن در استان خوزستان احداث شده است. هدف اولیه از احداث بند تنظیمی، انحراف آب و تامین نیازهای آبی کشاورزی اراضی دشت عقیلی و گتوند بوده است. سد تنظیمی گتوند از نوع سد بتنی وزنی است. عامل پایداری چنین سازه‌هایی، وزن و شکل آنها می‌باشد. در حقیقت این سازه‌ها با استفاده از وزن خود در مقابل واژگونی و لغزش مقاومت می‌کنند. برخی از مشخصات سد تنظیمی - انحرافی گتوند عبارتند از:

نوع سد از نظر کاربرد و ساختمان، تنظیمی - انحرافی با بازوهای خاکی و سرریز بتنی بوده و از نظر پایداری، وزنی و دارای سیستم آب بندی پرده تزریق است. طول تاج ۲۰۲ متر، عرض تاج ۸/۸ متر و ارتفاع آن از کف زیرین ۱۷ متر است. سد دارای ۱۴ عدد سرریز بتنی به شکل اُ جی است که در امتداد تاج در مجاورت هم قرار گرفته‌اند و در بالای هر یک از آنها یک عدد دریچه قوسی (رادپال)، به منظور کنترل دبی خروجی از سد تعبیه شده است. عرض هر سرریز ۱۲/۲۰ متر، ابعاد هر دریچه ۱۲/۲۰×۷/۳۵ و ظرفیت تخلیه هر کدام ۵۰۰ متر مکعب در ثانیه می‌باشد. در شکل ۱ نمای سد تنظیمی گتوند قابل مشاهده است.



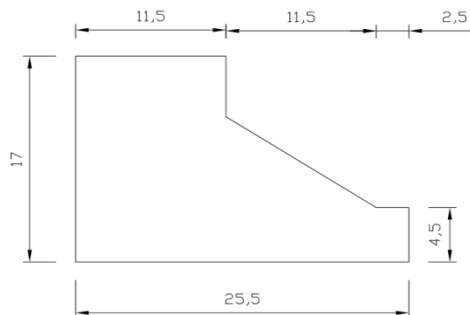
(ب) نمای روبرو



(الف) نمای بالا

شکل ۱: نمای سد تنظیمی گتوند

مشخصات هندسی استفاده شده جهت مدلسازی، برگرفته از نقشه‌هایی هستند که از شرکت بهره برداری از شبکه‌های آبیاری کارون بزرگ تهیه شده‌اند. ابعاد مقطع سد که در مدلسازی استفاده شده در شکل ۲ ارائه شده است. ضمناً با توجه به اینکه در عرض سرریز سطح مقطع ثابت است، مطالعات و مدلسازی در عرض واحد صورت می‌گیرد.



شکل ۲: مشخصات هندسی مقطع

### ۳- مطالعه عددی

#### ۳-۱- مدل‌های مورد مطالعه

در این مطالعه هدف بررسی رفتار سد با زاویه و طول مختلف ترک است. به همین منظور در محل‌هایی که تنش‌های کششی ماکزیمم است و در واقع تمرکز تنش وجود دارد، ترک ایجاد خواهد شد. برای مدلسازی عددی از نرم‌افزار اجزا محدود آباکوس ورژن ۶،۱۶ استفاده شده است. در این پژوهش جهت مدلسازی ترک از روش المان محدود توسعه یافته استفاده می‌شود. ضمناً جهت مدلسازی هندسه-ی سد از ابعاد موجود در نقشه‌های تهیه شده از شرکت بهره برداری از شبکه‌های آبیاری کارون بزرگ (گتوند) استفاده شده است. برای بررسی اثر طول و زاویه‌ی ترک بر رفتار سد و گسترش ترک، تعداد ۸ مدل با طول و زاویه‌های مختلف برای ترک ایجاد شده است. مشخصات مدل‌های مورد مطالعه در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱: مشخصات مدل‌های مورد مطالعه

نام مدل	مقدار بار کامیون (تن)	طول ترک (سانتیمتر)	زاویه ترک (درجه)	ارتفاع آب (متر)
XFEM-10T-30CM+45DEG-17M	۱۰	۳۰	+۴۵	۱۷
XFEM-10T-200CM+45DEG-17M	۱۰	۲۰۰	+۴۵	۱۷
XFEM-10T-30CM-0DEG-17M	۱۰	۳۰	.	۱۷
XFEM-10T-100CM-0DEG-17M	۱۰	۱۰۰	.	۱۷
XFEM-10T-200CM-0DEG-17M	۱۰	۲۰۰	.	۱۷
XFEM-10T-100CM+30DEG-15M	۱۰	۱۰۰	+۳۰	۱۵
XFEM-10T-100CM-0DEG-15M	۱۰	۱۰۰	.	۱۵
XFEM-10T-100CM-30DEG-15M	۱۰	۱۰۰	-۳۰	۱۵

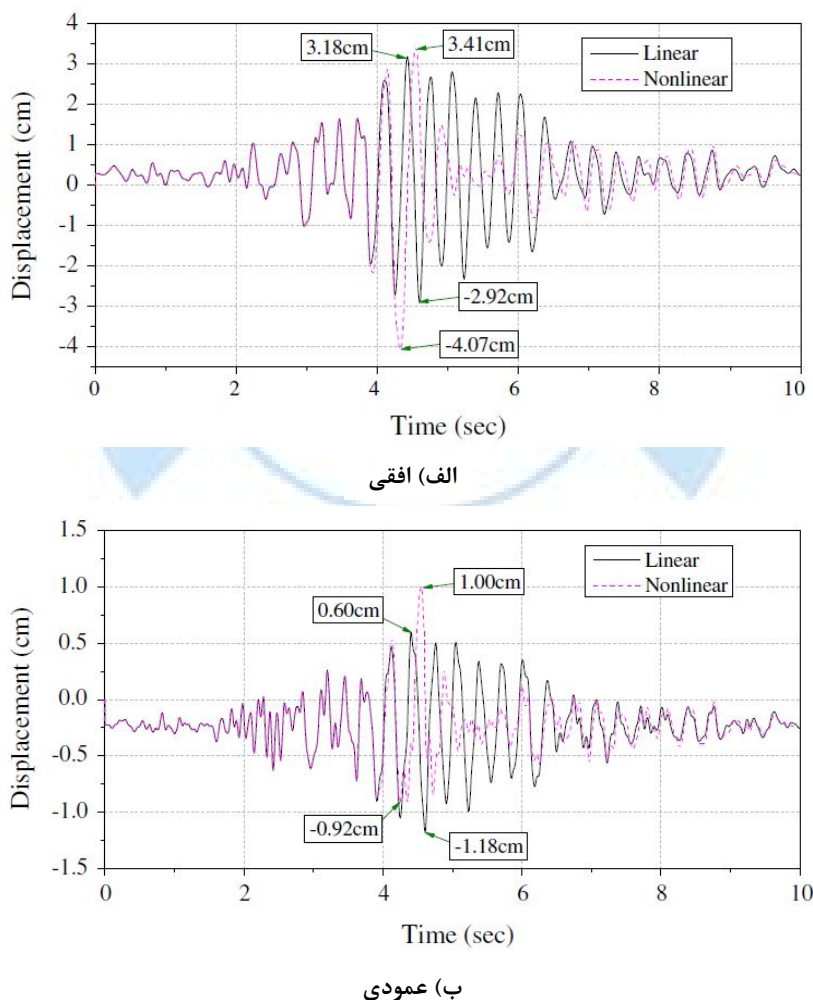
جهت استفاده از جدول باید به نکات زیر توجه داشت:

- روش XFEM روش مدلسازی ترک می‌باشد که در بین تمام مدل‌ها مشترک است.

- منظور از حرف T، واحد تن است و عدد قبل از آن، مقدار بار کامیون می باشد.
- منظور از حروف CM، واحد سانتیمتر بوده و عدد قبل از آن، طول ترک است.
- منظور از حروف DEG، درجه و عدد قبل از آن، زاویه ترک می باشد.
- منظور از حرف M، واحد متر بوده و عدد قبل از آن، ارتفاع آب است.

### ۲-۳- بارگذاری

در این مطالعه بارهای وارد شده به سد شامل بار وزن سد، بار کامیون، بار هیدرواستاتیکی آب و جابجایی ناشی از زلزله می باشد. در نرم افزار آباکوس، بار وزن سازه از نوع گراویتی<sup>۱</sup> و بار کامیون بصورت متمرکز تعریف می گردد. همچنین بار آب از نوع پریشر<sup>۲</sup> و بصورت تابع تعریف می شود. بارگذاری جانبی بصورت تغییر مکان جانبی بصورت تاریخچه‌ی جابجایی به بالای سد وارد شده است. همچنین برای اعمال شرایط مرزی، اتصال سد به فونداسیون گیردار در نظر گرفته شده است. مقدار بار کامیون برابر با ۱۰ تن در نظر گرفته شده است. برای بارگذاری زلزله از تاریخچه‌ی جابجایی سد کوبنا در اثر شتابنگاشت زلزله‌ی کوبنا December 11, 1967 که توسط مرجع [۱۹] بدست آمده است، استفاده می شود.



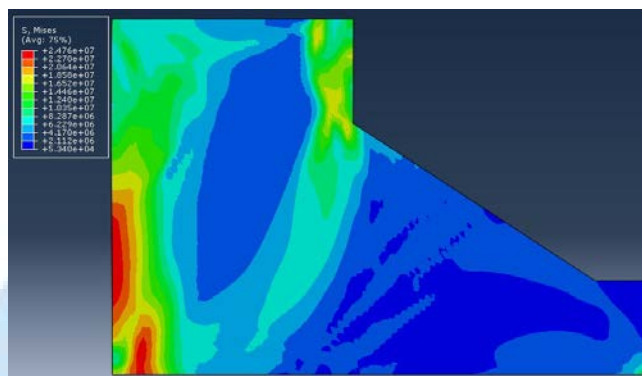
شکل ۳: تاریخچه جابجایی سد کوبنا در اثر زلزله کوبنا [۱۹]

<sup>1</sup> Gravity

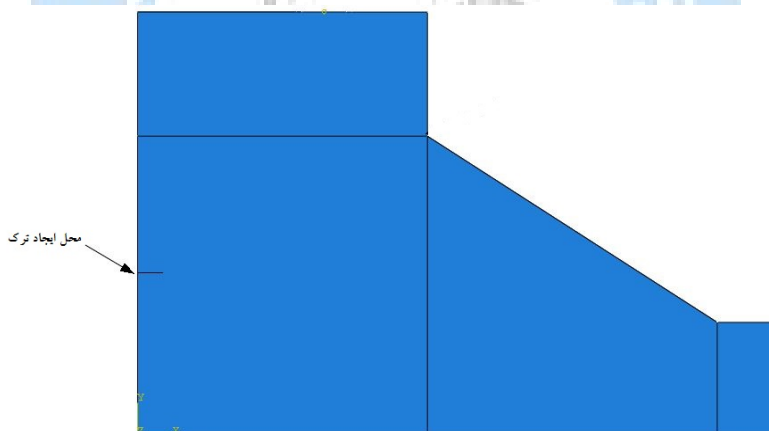
<sup>2</sup> Pressure

## ۳-۳- تمرکز تنش در مقطع سد

جهت ایجاد ترک اولیه، پس از تحلیل سد، در محلی که تنش‌های کششی ماکزیمم است و در واقع تمرکز تنش وجود دارد، ترک ایجاد می‌شود. با مشاهده‌ی نحوه‌ی توزیع تنش در نرم‌افزار، بیشترین تنش از نظر مقدار و گستردگی در نزدیکی پاشنه سد ایجاد شد، بنابراین محل ترک اولیه در این محل در نظر گرفته شده است، اما محل دیگری که تنش نسبتاً زیادی به آن وارد می‌شود در محل المان شماره ۳۰ است (شکل ۸). با توجه به اینکه علاوه بر محل ایجاد ترک، محل المان ۳۰ هم مستعد ترک بوده است، مقادیر تنش برای این المان بررسی شده است که در ادامه توضیح داده می‌شود. در شکل‌های ۴ و ۵ محل تنش‌های ماکزیمم و در واقع محل ایجاد ترک مشاهده می‌شود.



شکل ۴: محل ایجاد تنش‌های ماکزیمم در مقطع



شکل ۵: محل ایجاد ترک

## ۳-۴- صحت سنجی

به طور کلی دو روش در نرم افزار آباکوس برای انتگرال‌گیری کانتورهای ترک موجود است. در روش اول باید چیدمان دایره‌ای از شبکه در اطراف نوک ترک ایجاد کرده و همچنین جهت اولیه ترک نیز مشخص گردد. که انتگرال‌گیری دقیقی با این روش در اطراف نوک ترک صورت گرفته و مقادیر تنش در نوک ترک محاسبه می‌گردد. در مدل سازی رشد ترک با افزایش طول ترک باید شبکه بندی اطراف نوک ترک بروز شده و در هر مرحله شبکه بندی مناسب در ایجاد گردد. در روش دوم (روش المان محدود توسعه یافته) نیازی به ایجاد شبکه دایره‌ای در اطراف نوک ترک و همچنین تعیین جهت اولیه ترک نیست و به راحتی می‌توان رشد ترک را نیز با این روش مدل سازی کرد. در این روش یک تابع جابه جایی به صورت ترکیب جابه جایی نودهای خارج از ناحیه ترک، نودهایی که ترک در آن‌ها ایجاد گردیده و

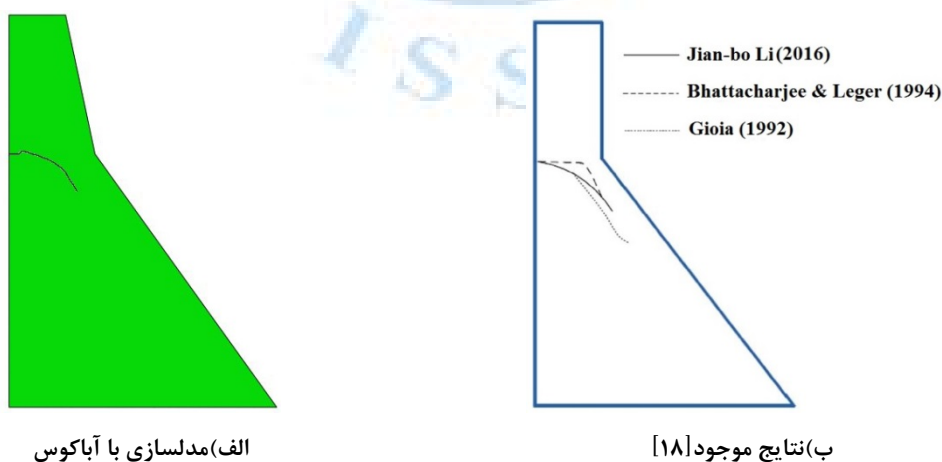
نودهای اطراف نوک ترک تعریف می‌گردد. در این مطالعه برای مدل‌سازی از روش المان محدود توسعه یافته استفاده شده است. یکی از مثالهای کلاسیک سدهای بتنی وزنی که تاکنون آنالیز شکست توسط محققین بر روی آن صورت پذیرفته است، سد کوینا واقع در هندوستان می‌باشد. این سد با طول ۸۵۰ متر با فرض مقاومت کششی صفر برای بتن و اینکه زلزله نیرویی متناسب با وزن وارد نماید طراحی گردید. این سد در سال ۱۹۶۷ تحت زلزله‌ی کوینا با شدت ۶/۵ ریشتر واقع شد که صدمات زیادی در بلندترین بلوک آن با ارتفاع ۱۰۳ متر ایجاد گشت.

در این مطالعه جهت صحت‌سنجی، مقطع سد کوینا با نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس ورژن ۶،۱۶ مدل‌سازی شده و با نتایج مطالعات موجود مقایسه شده است. هندسه‌ی سد کوینا در شکل ۶ مشخص است.



شکل ۶: هندسه سد کوینا

در شکل ۷ مسیر رشد ترک در سد کوینا مدل‌سازی شده با نرم‌افزار آباکوس مشاهده می‌شود. در شکل ۷-ب نتایج مطالعات بهاتاچارجی (۱۹۹۴) [۳]، جیویا (۱۹۹۲) [۱۷] و بولی (۲۰۱۶) [۱۸] و مسیر رشد ترک در این مطالعات ارائه شده است. از مقایسه نتایج مشاهده می‌شود که مسیر رشد ترک در مدل‌سازی با آباکوس در این پژوهش، مشابه نتایج مطالعات گذشته است.



الف) مدل‌سازی با آباکوس

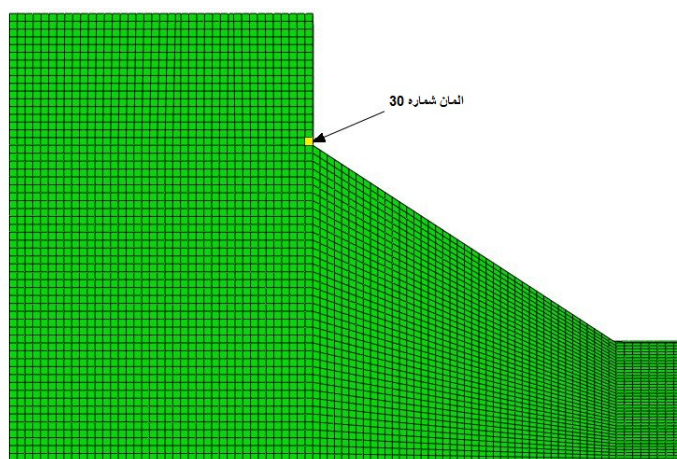
ب) نتایج موجود [۱۸]

شکل ۷: صحت‌سنجی مسیر رشد ترک در مدل عددی با نتایج موجود



#### ۴- بررسی نتایج

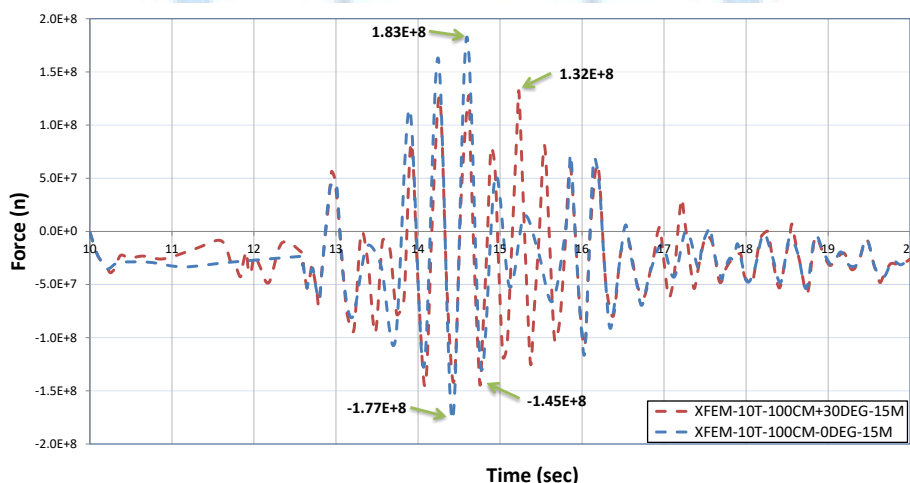
در این بخش نمودارها و نتایج گرافیکی که از نرم افزار بدست آمده ارائه و مورد بررسی قرار می گیرند. این نمودارها شامل نمودار زمان-نیرو (عکس العمل کف سد)، زمان-جابجایی (جابجایی بالای سد)، و زمان-تنش هستند. مقدار تنش محاسبه شده برای المان شماره-۳۰ می باشد که این المان در شکل ۸ مشاهده می شود. همچنین در نمودارهای ارائه شده نیرو برحسب نیوتن، جابجایی برحسب متر، و تنش بر حسب پاسکال می باشند.

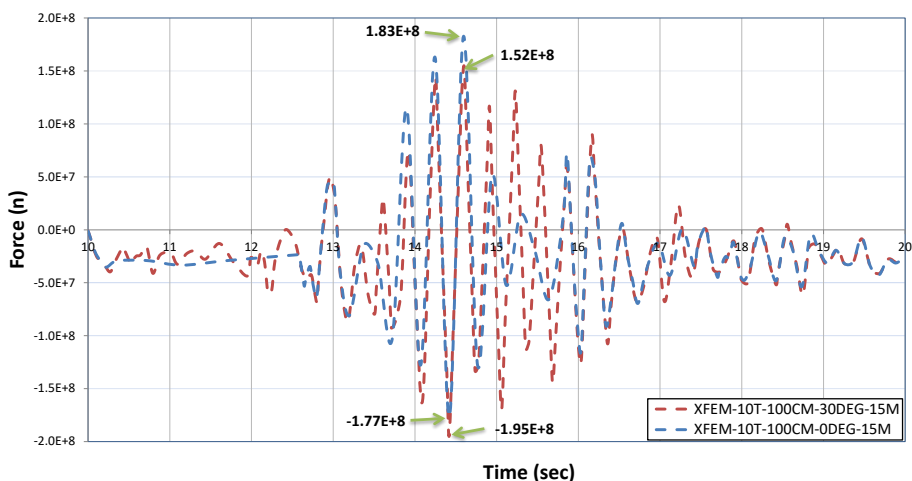


شکل ۸: المان شماره ۳۰ جهت بررسی تنش

#### ۴-۱- تاثیر زاویه ترک

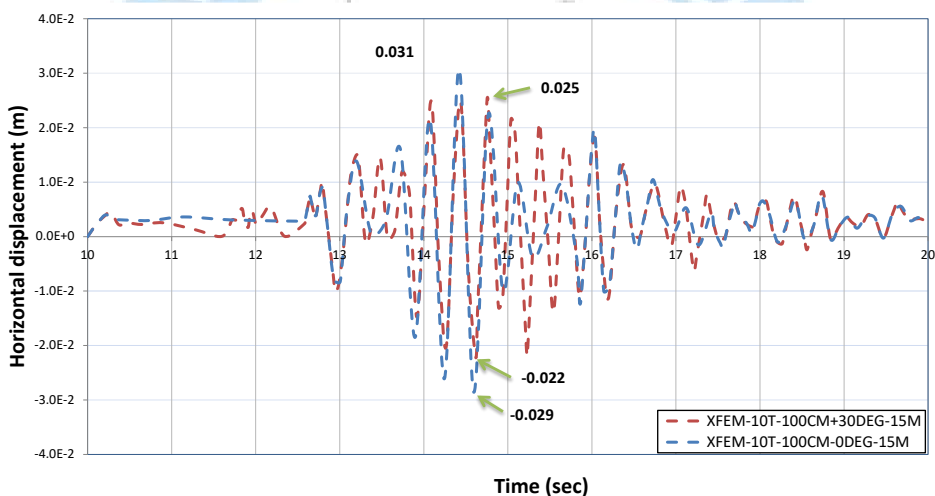
برای بررسی اثر زاویه ترک بر رفتار سد مدل XFEM-10T-100CM+30DEG-15M، XFEM-10T-100CM-0DEG-15M و XFEM-10T-100CM-30DEG-15M به ترتیب با زاویه های ۳۰، صفر و ۳۰- درجه ایجاد شده است. همچنین در این مدل ها ارتفاع آب برابر با ۱۵ متر و طول ترک نیز ۱۰۰ سانتیمتر در نظر گرفته شده است. نتایج در قالب نمودار در اشکال ۹ تا ۱۱ ارائه شده اند.

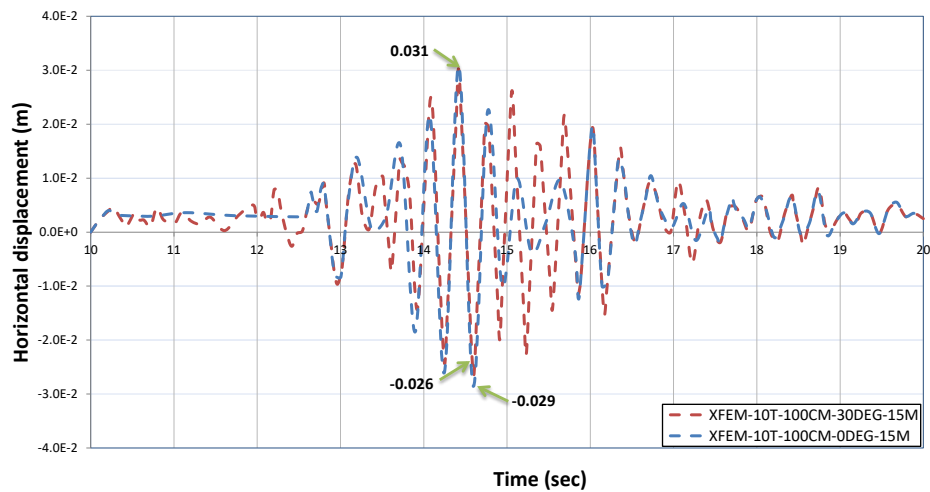




شکل ۹: مقایسه نمودار زمان-نیرو مدل‌های XFEM-10T-100CM+30DEG-15M ، XFEM-10T-100CM-0DEG-15M و XFEM-10T-100CM-30DEG-15M

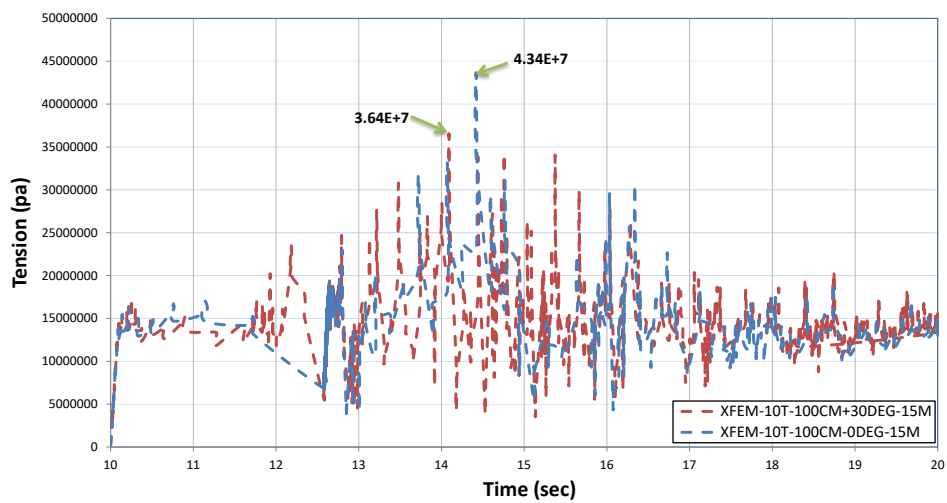
از مقایسه نمودارها در شکل ۹ مشاهده می‌شود که حداکثر عکس‌العمل در کف سد زمانی خواهد بود که ترک زاویه‌ی منفی دارد. همچنین زمانی که زاویه‌ی ترک مثبت است، شاهد حداقل عکس‌العمل تکیه‌گاهی هستیم. مقادیر حداکثر عکس‌العمل زوایای  $-30^\circ$  صفر و  $+30^\circ$  به ترتیب برابر با  $1.83 \times 10^8$  و  $1.52 \times 10^8$  بر حسب نیوتن می‌باشد.

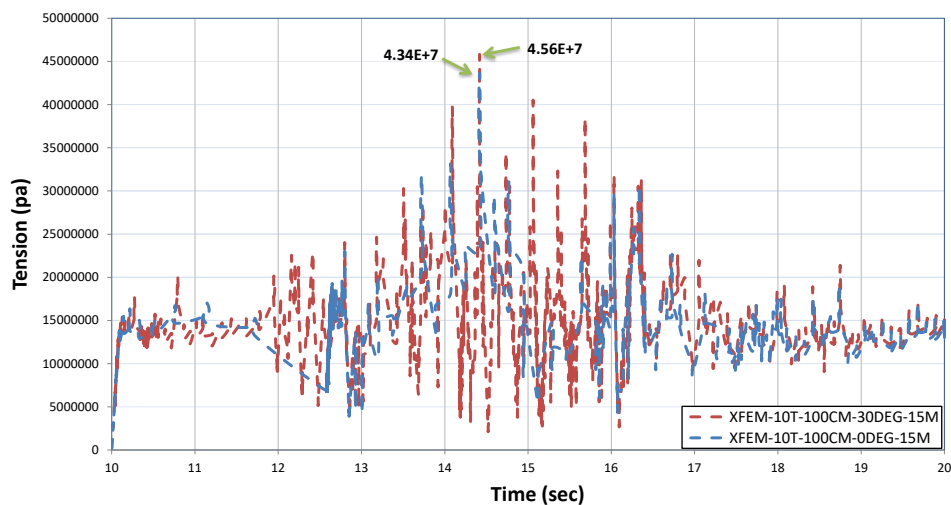




شکل ۱۰: مقایسه نمودار زمان-جابجایی افقی مدل های XFEM-10T-100CM+30DEG-15M ، XFEM-10T-100CM-0DEG-15M و XFEM-10T-100CM-30DEG-15M

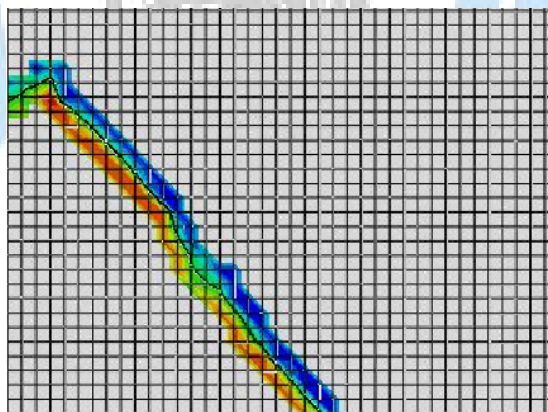
مقادیر جابجایی بالای سد برای زوایای مورد نظر در شکل ۱۰ ارائه شده است. از مقایسه‌ی نمودارها می‌توان نتیجه گرفت که حداکثر جابجایی زمانی اتفاق می‌افتد که زاویه‌ی ترک صفر یا منفی باشد. این مقدار برای ترک با زاویه صفر و  $-30^\circ$  درجه تقریباً مساوی و برابر با  $0.31$  متر است، در حالیکه این مقدار برای ترک با زاویه  $30^\circ$  درجه برابر با  $0.25$  متر است.



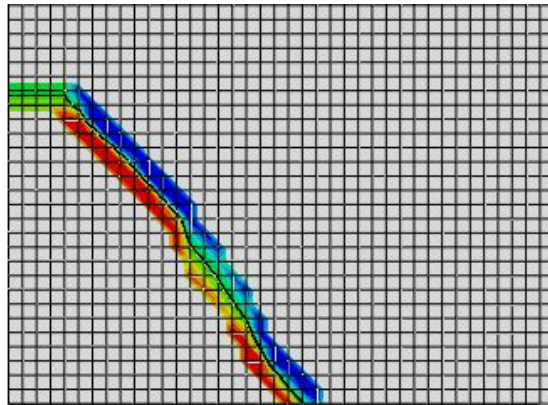


شکل ۱۱: مقایسه نمودار زمان-تنش مدل‌های XFEM-10T-100CM-0DEG-15M ، XFEM-10T-100CM+30DEG-15M و XFEM-10T-100CM-30DEG-15M

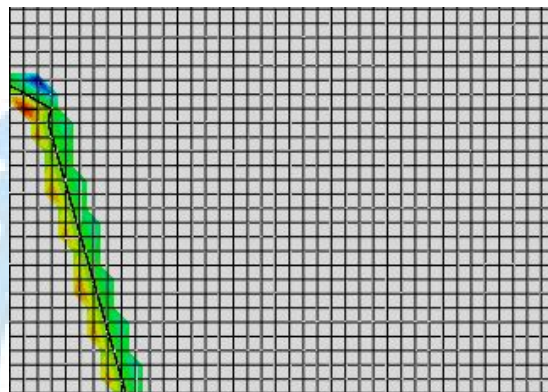
در شکل ۱۱ مقادیر تنش برای المان شماره‌ی ۳۰ در قالب نمودار ارائه شده است. از مقایسه‌ی نتایج مشاهده می‌شود زمانی که زاویه‌ی ترک منفی باشد، المان مورد نظر متحمل بیشترین تنش می‌شود که مقدار این تنش برای زاویه‌ی  $-30^\circ$  درجه برابر با  $4/56E+7$  است. این مقدار برای ترک با زوایای صفر و  $+30^\circ$  درجه بترتیب برابر با  $4/34E+7$  و  $3/64E+7$  می‌باشد. طور کلی با توجه به نتایجی که در این بخش بدست آمده است، بنظر می‌رسد که بحرانی‌ترین حالت برای مقطع زمانی است که ترک ایجاد شده دارای زاویه منفی باشد. در شکل-های ۱۲ تا ۱۴ مسیر رشد ترک در مدل‌ها مشاهده می‌شود.



شکل ۱۲: رشد ترک با زاویه  $+30^\circ$  درجه در مقطع سد



شکل ۱۳: رشد ترک با زاویه ۰ درجه در مقطع سد



شکل ۱۴: رشد ترک با زاویه -۳۰ درجه در مقطع سد

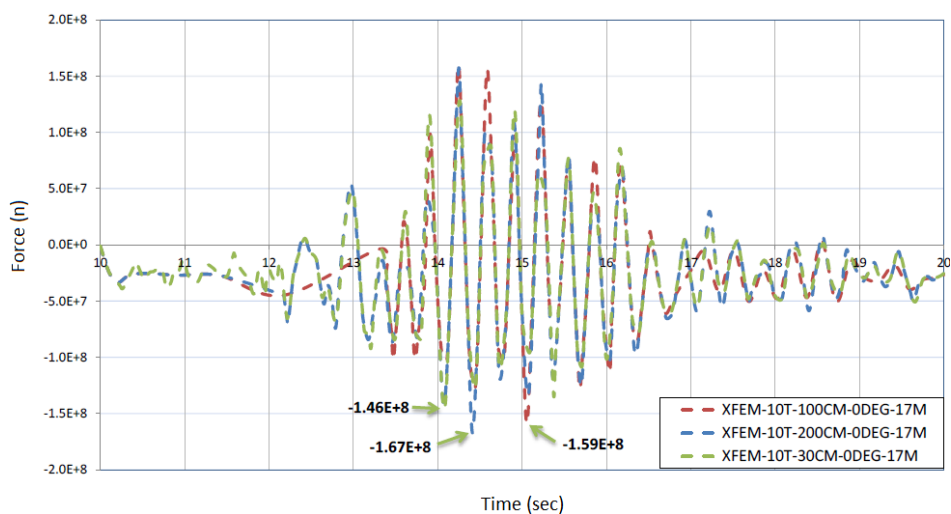
در مدل با زاویه ی ترک ۳۰- درجه، ترک در زمانی کوتاه پس از بارگذاری زلزله به کف سد می‌رسد، این زمان برای ترک ۳۰- درجه برابر با ۰/۶ ثانیه است. در مدل با زاویه ی ترک صفر درجه (ترک افقی)، ترک در زمان ۲/۵۸۶ ثانیه به کف سد می‌رسد، برای مدل با زاویه ی ترک مثبت نیز ترک در زمان ۲/۷۳۱ ثانیه به کف سد می‌رسد.

با توجه به نتایج بدست آمده، در حالتی که زاویه ی ترک منفی باشد ترک خیلی زود رشد می‌کند، و در حالتی که زاویه ی ترک مثبت باشد رشد ترک دیرتر اتفاق می‌افتد.

#### ۲-۴- تاثیر طول ترک

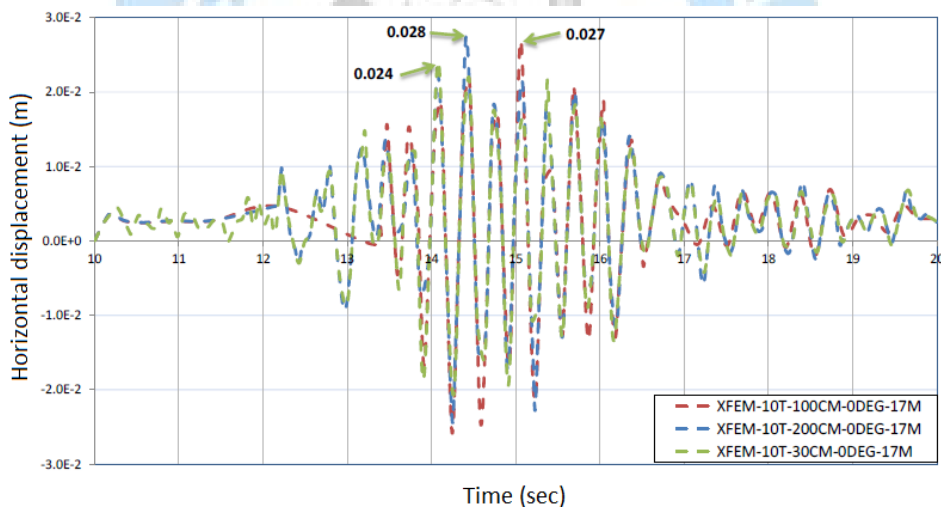
#### ۲-۴-۱- اثر طول متغیر برای ترک (زاویه ی ترک برابر با صفر درجه)

برای بررسی اثر طول ترک زمانی که ترک ایجاد شده بصورت افقی است، ۳ مدل XFEM-،XFEM-10T-30CM-0DEG-17M و 10T-100CM-0DEG-17M و XFEM-10T-200CM-0DEG-17M ایجاد شده‌اند که در این مدل‌ها از طول‌های ۳۰، ۱۰۰، و ۲۰۰ سانتیمتر استفاده شده است. همچنین ترک‌ها بصورت افقی با زاویه ی صفر درجه بوده و عمق آب ۱۷ متر در نظر گرفته شده است. نتایج بدست آمده از این مدل‌ها در شکل‌های ۱۵ تا ۱۷ مشاهده می‌شود.

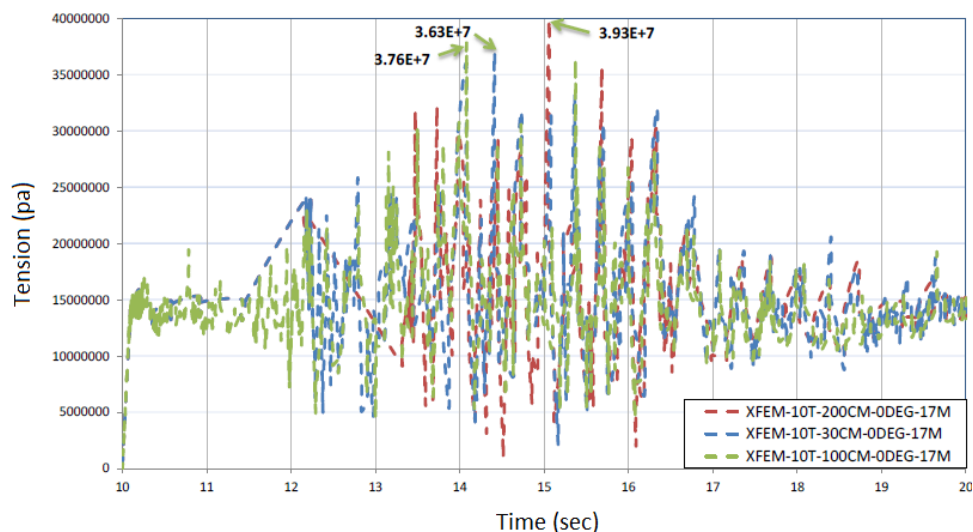


شکل ۱۵: مقایسه نمودار زمان-نیرو مدل های XFEM-10T-100CM-ODEG-17M ، XFEM-10T-30CM-ODEG-17M و XFEM-10T-200CM-ODEG-17M

از مقایسه‌ی نمودارها در شکل ۱۵ مشاهده می‌شود که حداکثر مقدار عکس العمل کف سد در مدل با طول ترک ۲۰۰ سانتیمتر اتفاق می‌افتد. این مقدار برابر با  $1/67E+8$  نیوتن می‌باشد. همچنین برای مقاطع با طول ترک ۱۰۰ و ۳۰ سانتیمتر این مقدار برابر با  $1/46E+8$  و  $1/59E+8$  نیوتن است.

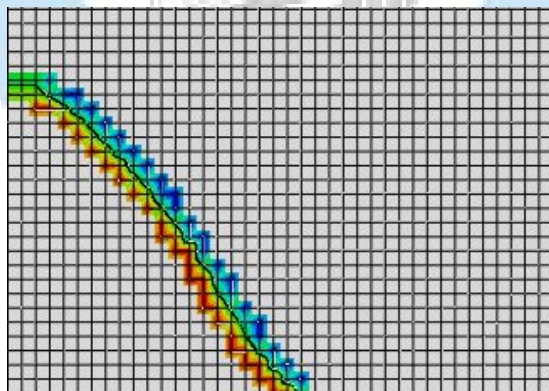


شکل ۱۶: مقایسه نمودار زمان-جابجایی افقی مدل های XFEM-10T-100CM-ODEG-17M ، XFEM-10T-30CM-ODEG-17M و XFEM-10T-200CM-ODEG-17M

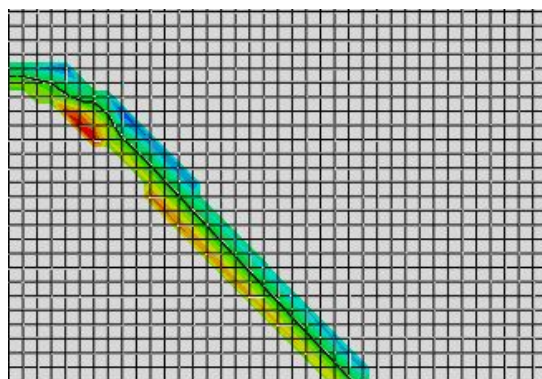


شکل ۱۷: مقایسه نمودار زمان-تنش مدل‌های XFEM-10T-200CM-0DEG-17M ، XFEM-10T-30CM-0DEG-17M و XFEM-10T-100CM-0DEG-17M

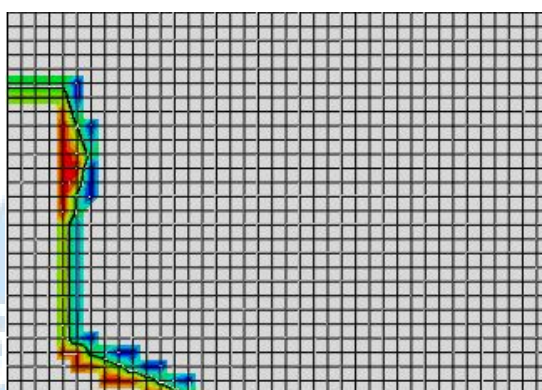
در شکل ۱۶ نمودار زمان-جابجایی مدل‌ها با یکدیگر مقایسه شده است. همان‌طور که در شکل مشخص است حداکثر جابجایی بالای سد برای هر ۳ مدل تقریباً نزدیک به هم است. این مقدار برای مدل با ترک به طول ۲۰۰ سانتیمتر برابر با ۰/۰۲۸ متر و برای مدل با ترک با طول ۱۰۰ و ۳۰ سانتیمتر بترتیب برابر با ۰/۰۲۷ و ۰/۰۲۴ متر می‌باشد. مقادیر تنش در المان شماره‌ی ۳۰ برای هر ۳ مدل در شکل ۱۷ نشان داده شده است. از نتایج بدست آمده مشخص است که تنش در المان مورد نظر برای مقطع با ترک با طول ۲۰۰ سانتیمتر برابر با  $3.93E+7$  پاسکال و بیشتر از تنش در همان المان در مقطع با طول ترک ۱۰۰ و ۳۰ سانتی متر است. در شکل‌های ۱۸ تا ۲۰ رشد ترک در مدل‌های مورد نظر ارائه شده است.



شکل ۱۸: رشد ترک با طول ۳۰ سانتی متر در مقطع سد



شکل ۱۹: رشد ترک با طول ۱۰۰ سانتی متر در مقطع سد



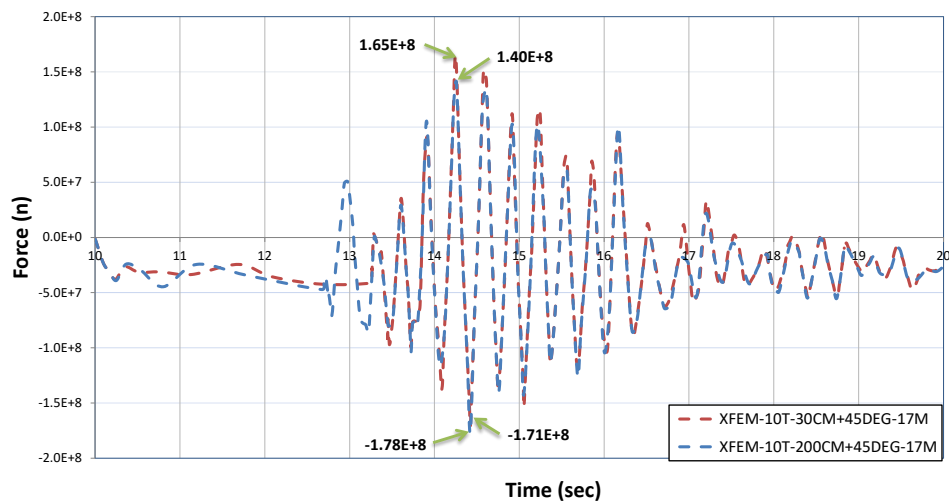
شکل ۲۰: رشد ترک با طول ۲۰۰ سانتی متر در مقطع سد

در مدل با طول ترک ۳۰ سانتیمتر، زمان  $3/412$  ثانیه طول می کشد تا ترک به کف سد می رسد. این زمان برای ترک با طول - های ۱۰۰ و ۲۰۰ سانتیمتر کوتاهتر بوده و بترتیب برابر با  $2/194$  و  $1/672$  ثانیه است. بنابراین به نظر می رسد در حالتی که ترک بصورت افقی است، با افزایش طول ترک، زمان رشد ترک کمتر می شود.

#### ۴-۲-۲- اثر طول متغیر برای ترک (زاویه ی ترک برابر با $45^{\circ}$ درجه)

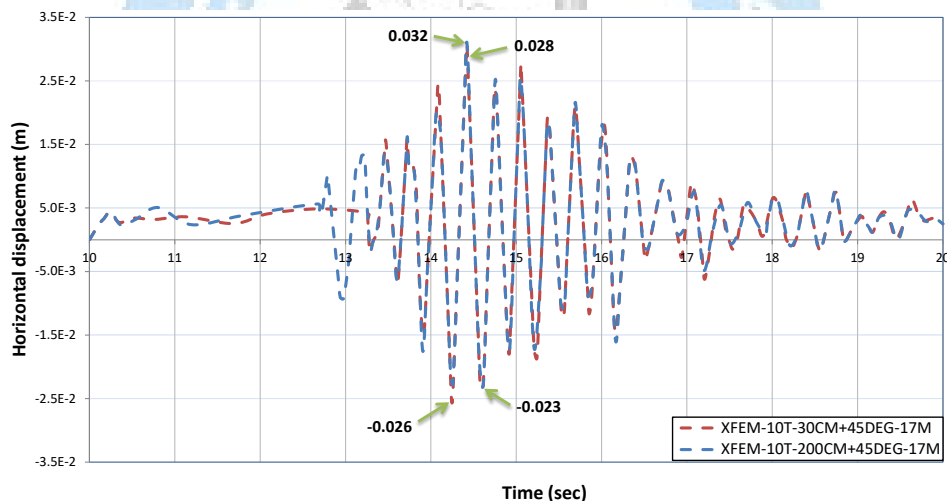
برای بررسی اثر طول ترک زمانی که ترک ایجاد شده زاویه دارد، مدل XFEM-10T-30CM+45DEG-17M و XFEM-10T-200CM+45DEG-17M با زاویه ی ترک  $45^{\circ}$  درجه ایجاد شده اند. طول ترک در این مدلها ۳۰ و ۲۰۰ سانتیمتر و عمق آب ۱۷ متر در نظر گرفته شده است. نتایج این بخش در قالب نمودار در شکل های ۲۱ تا ۲۳ مشاهده می شوند.





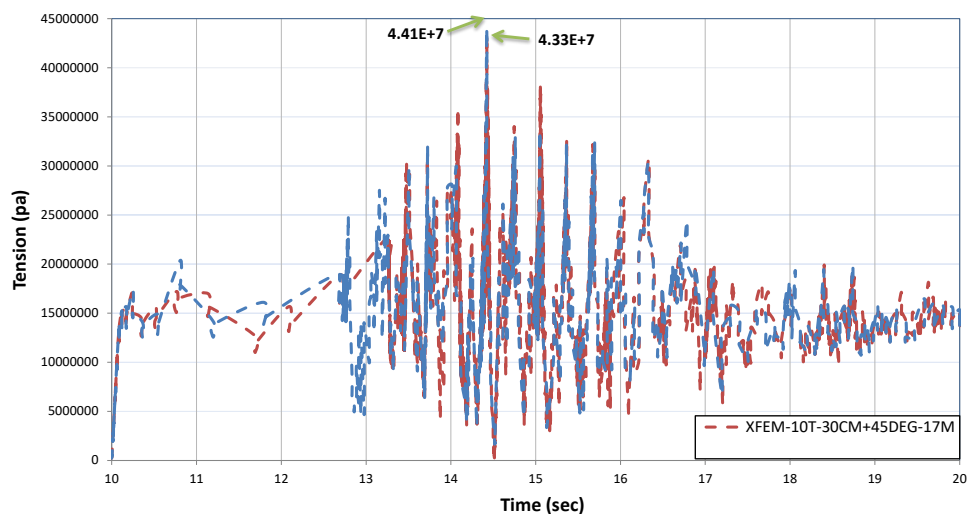
شکل ۲۱: مقایسه نمودار زمان-نیرو مدل‌های XFEM-10T-200CM+45DEG-17M و XFEM-10T-30CM+45DEG-17M

در شکل ۲۱ که نمودار زمان-نیرو را برای نمونه‌ها با یکدیگر مقایسه می‌کند، مشخص است که عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی در مدل با طول ترک برابر با ۲۰۰ سانتیمتر بیشتر از مدل با طول ترک ۳۰ سانتیمتر است. مقدار حداکثر عکس‌العمل برای طول ترک ۲۰۰ سانتیمتر و ۳۰ سانتیمتر به ترتیب برابر با  $1.71E+8$  و  $1.71E+8$  نیوتن می‌باشد.



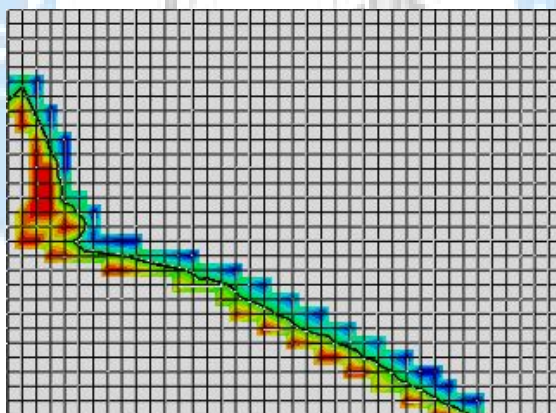
شکل ۲۲: مقایسه نمودار زمان-جابجایی افقی مدل‌های XFEM-10T-200CM+45DEG-17M و XFEM-10T-30CM+45DEG-17M

از مقایسه‌ی نمودارها در شکل ۲۲ مشاهده می‌شود که حداکثر جابجایی بالای سد با ترک ۲۰۰ سانتیمتر برابر با  $0.032$  متر است که بیشتر از جابجایی بالای سد با ترک ۳۰ سانتیمتر است. این مقدار برای سد با ترک ۳۰ سانتیمتر برابر با  $0.028$  متر است.

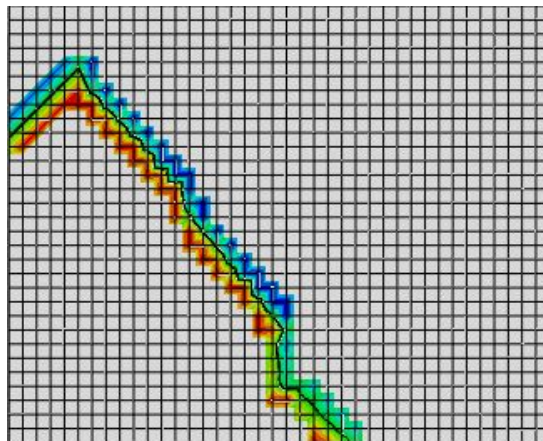


شکل ۲۳: مقایسه نمودار زمان-تنش مدل‌های XFEM-10T-200CM+45DEG-17M و XFEM-10T-30CM+45DEG-17M

مقدار حداکثر تنش برای المان شماره ۳۰ در مقطع با ترک ۲۰۰ سانتیمتر برابر با  $4/41E+7$  و در مقطع با ترک ۳۰ سانتیمتر برابر با  $4/33E+7$  است. این موضوع در شکل ۲۳ مشخص است. با توجه به نتایج بدست آمده بنظر می‌رسد در صورتی که زاویه مثبت داشته باشد، بحرانی‌ترین حالت برای مقطع سد زمانی است که طول ترک بیشتر باشد. مسیر رشد ترک در مدل‌های مورد نظر، در شکل‌های ۲۴ و ۲۵ مشاهده می‌شود.



شکل ۲۴: رشد ترک با طول ۳۰ سانتی متر و زاویه  $+45$  درجه در مقطع سد



شکل ۲۵: رشد ترک با طول ۲۰۰ سانتی متر و زاویه ۴۵+ درجه در مقطع سد

در مدل با طول ترک ۳۰ سانتیمتر در حالتی که زاویهی ترک ۴۵+ درجه و عمق آب ۱۷ متر است، ۳/۴۵ ثانیه طول می کشد تا ترک به کف سد می رسد. این مقدار برای ترک با طول ۲۰۰ سانتیمتر برابر با ۲/۷۴ ثانیه است. با توجه به نتایج بدست آمده، در حالتی که زاویهی ترک مثبت باشد، با افزایش طول ترک، زمان رشد ترک کمتر می شود.

## ۵- نتیجه گیری

احداث سدهای بتنی و متعاقب آن مسائل پایداری و ایمنی این نوع سدها از موضوعات مهمی است که از جنبه های فنی، اقتصادی، سیاسی و زیست محیطی قابل بررسی و مطالعه می باشد. به همین دلیل امروزه با دقت نظر و حساسیت بیشتری با مسائل مربوط به حوزه سدسازی برخورد می شود. بدلیل مقاومت کششی ضعیف بتن اغلب از همان ابتدا سدهای بتنی با مساله ترک خوردگی مواجه هستند و در این مطالعه اثر طول و زاویهی ترک بر رفتار سد تنظیمی گتوند با نرم افزار آباکوس مدل سازی و بررسی شد، بنابراین نتایج بدست آمده از مطالعهی عددی عبارتند از:

- باتوجه به صحت سنجی صورت گرفته مدل سازی با استفاده از روش عددی، قادر است بخوبی مسیر رشد ترک را نشان دهد.
- در حالتی که زاویهی ترک ایجاد شده منفی باشد، مقادیر جا به جایی، عکس العمل های تکیه گاهی و تنش در مقطع سد، بیشتر از حالت های ترک افقی و با زاویهی مثبت است. مقدار جابجایی افقی برای زاویه ۳۰- درجه برابر با ۰/۰۳۱ متر و برای ترک با زاویه ۳۰+ درجه برابر با ۰/۰۲۵ متر است.
- در حالتی که ترک ایجاد شده بصورت افقی باشد، با افزایش طول ترک، شرایط بحرانی تری برای سد بوجود می آید.
- با افزایش طول ترک، در حالتی که ترک ایجاد شده زاویه داشته باشد، مقادیر جابه جایی و تنش ها افزایش می یابد. مقدار حداکثر عکس العمل تکیه گاهی در مدل با طول ترک ۲۰۰ سانتیمتر، در حالتی که زاویه ترک ۴۵+ باشد، ۴ درصد بیشتر از مدل با طول ترک ۳۰ سانتیمتر و برابر با  $1/78E+8$  نیوتن است.
- با بررسی نتایج مدلها، این نتیجه حاصل شد که در حالتی که زاویه ترک منفی باشد، شاهد بیشترین مقدار نیرو هستیم. بیشترین مقدار جابجایی افقی ۰/۰۳۲ متر است و در مدلی که بیشترین طول ترک (۲۰۰ سانتیمتر) را دارد بوجود می آید. همچنین مدلی که دارای زاویه منفی ترک است، مقادیر تنش، نیرو و جابجایی بالایی دارد.
- در صورتی که ترک زاویهی منفی داشته باشد، ترک خیلی زودتر رشد کرده و در صورتی که ترک زاویهی مثبت داشته باشد، زمان بیشتری طول می کشد تا ترک رشد کند و به کف سد برسد. این زمان برای ترک ۳۰- درجه برابر با ۰/۶ ثانیه است.

- با افزایش طول ترک تحت هر زاویه‌ای، زمان رشد ترک کمتر می‌شود. در مدل با طول ترک ۳۰ سانتیمتر در حالتی که زاویه ترک ۴۵+ درجه و عمق آب ۱۷ متر است، ۳/۴۵ ثانیه طول می‌کشد تا ترک به کف سد می‌رسد. این مقدار برای ترک با طول ۲۰۰ سانتیمتر برابر با ۲/۷۴ ثانیه است.

## مراجع

- [1] Chopra, A. K. and Chakrabarti, P. (1972). "The earthquake experience at koyna dam and stress in concrete gravity dam," Earthquake Engineering and Structural Dynamic, 1, 151-164.
- [2] El-Aidi. & J.Hall. (1989). "Non-linear earthquake response of concrete gravity dams part 2: Behaviour". Earthquake Engineering & Structural Dynamics. Volume 18, Issue 6: 853-865.
- [3] Bhattacharjee, S.S , Legar, P. (1994). "Application of NLFM models to predict cracking in concrete gravity dams". Journal of Structural Engineering. Volume 120, Issue 4.
- [4] Ghaemian, M. and Ghobarah, A. (1999). "Nonlinear Seismic Response of Concrete Gravity Dams With Dam – Reservoir Interaction," Engineering Structures, 21, 306 – 315.
- [5] Pekau, O.A. and Guanglun, W. and Chuhan, Z. and Shaomin, W. (2000). "Seismic Fracture Analysis of concrete Gravity Dams Based on Nonlinear Fracture Mechanics," Engineering Fracture Mechanics, 65, 67- 87.
- [6] Shouyan JIANG, Chengbin DU and Zhiming LIU. (2009). "Seismic Safety Evaluation of Cracked Concrete Gravity Dam." Lifeline Earthquake Engineering in a Multihazard Environment.
- [7] Valamanesh, V. & Estekanchi, H.E. & Vafai, A. & Ghaemian, M. (2011). "Application of the Endurance Time Method in Seismic Analysis of Concrete Gravity Dams." Scientia Iranica A. 18(3):326-337.
- [8] M. S. Salimi, H. Kiamanesh, and N. Hedayat. (2011). "Probe of Crack Initiate at the Toe of Concrete Gravity Dam using Numerical Analysis." World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Civil and Environmental Engineering Vol:5, No:9.
- [9] Mehta Jahnavi Hitendra, Bhairav Thakkar. (2016). "Analysis of crack propagation in a concrete gravity dam." International journal of advanced technology in engineering and science. Vol.no.4, issu no.04, April.
- [10] Attarnezhad, R. and Alireza Lohrasbi. (2005). "Analysis of the expansion of cracks in concrete concrete weights in separate cracks." Second National Congress of Civil Engineering, Tehran, University of Science and Technology, Civil.
- [11] Vosughi far, Adl parvar, Shamsaee. (2005). "Seismic Analysis of Turquoise Concrete Dams with Combined Volume Size, Finite Element Method", Second International Conference on Concrete and Development.
- [12] Aghajani, Mansouri, Leshteh Neshae. (2011). "The Effect of Failure Energy on the Growth and Expansion of Cracks in Masonry-Derived Weighted Concrete Dam." Sixth National Congress of Civil Engineering, May, Semnan University, Semnan, Iran.
- [13] Rezaei Azariani, Hossein. and Keyvan Bina. (2014). "Crack Analysis in Concrete Dams (Failure Mechanics)." Second International Congress of Structures, Urban Architecture and Development, Tabriz, Permanent Secretariat of the International Congress on Structural Engineering, Urban Architecture and Development.
- [14] Ghazi Marashi, Ostadhossein. (2014). "Crack analysis in concrete concrete weights using finite element method and using nonlinear failure mechanics criterion." Eighth National Congress of Civil Engineering, Faculty of Civil Engineering, Babol.
- [15] Pasbani Khayavi, Farhang. (2017). "Investigating the development of cracks and repair methods of concrete dams." 1<sup>st</sup> National Conference on Repair and Maintenance of Concrete Structures.
- [16] Abaqus Inc., Abaqus Analysis User's Manual, Version 6.16.
- [17] Gioia G, Baz`ant Z, Pohl BP. (1992). "Is no-tension dam design always safe?—A numerical study." Dam Eng;3(1):23–34.
- [18] Bo Li, an Fu, bin Chen, Wu, Gao Lin. (2016). "Modeling crack propagation with the extended scaled boundary finite element method based on the level set method ". Computers and Structures 167 , 50–68.
- [19] Zhang, Wang, Xiangrong Yu. (2013). "Seismic cracking analysis of concrete gravity dams with initial cracks using the extended finite element method ". Engineering Structures, 56, 528–543.