

کاربرد الگوریتم ژنتیک در مدل سازی محلی میدان ثقل زمین با استفاده از توابع پایه شعاعی کروی

عبدالرضا صفری^۱، هانی محبوبی^۲، آناهیتا شهبازی^۳

۱- دانشیار دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده های فنی دانشگاه تهران
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده های فنی دانشگاه تهران
۳- دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده های فنی دانشگاه تهران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۵/۲۶ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۱۰/۱۳

چکیده

توابع پایه شعاعی کروی همواره به صورت گسترده ای برای مدل سازی محلی میدان ثقل زمین استفاده شده اند. تعیین بهینه توابع پایه شعاعی کروی از نظر شکل و موقعیت آن ها، یکی از مهم ترین چالش ها در انجام مدل سازی بر مبنای این توابع پایه است. در این تحقیق یک روش بهینه سازی برای مدل سازی محلی میدان ثقل زمین با استفاده از توابع پایه شعاعی کروی پیشنهاد شده است. بدین منظور، ابتدا آنومالی پتانسیل ثقل زمین به صورت ترکیبی خطی از توابع پایه شعاعی نوشته شده و سپس سیستم معادلات مشاهداتی بر حسب تابع های آنومالی جاذبه تشکیل می شوند. روش بهینه سازی پارامترهای مجهول مدل سازی شامل دو مرحله است: ۱. تعیین موقعیت سه بعدی توابع پایه شعاعی که تحت عنوان مرکز و عمق این توابع شناخته می شوند با استفاده از الگوریتم ژنتیک، ۲. تعیین ضرایب مقیاس بسط توابع پایه شعاعی با استفاده از الگوریتم پایداری تیخونوف. روش حل مسئله بدین صورت است که ابتدا جمعیتی از کروموزوم ها که همان مختصات سه بعدی کرنل ها در منطقه مورد مطالعه هستند، ساخته و جواب هایی با شایستگی بیشتر انتخاب می شوند و کروموزوم های جدید نیز با فرآیندهای تولید مثل، جهش و مهاجرت تولید می شوند. بدین ترتیب، به ازای هر کروموزوم با موقعیت کرنل معلوم، مسئله غیرخطی به یک مسئله خطی تبدیل شده و ضرایب بسط هر یک از این کروموزوم ها با استفاده از الگوریتم پایداری خطی تیخونوف محاسبه می شود. ارزیابی عملکرد روش ارائه شده در این تحقیق بر مبنای داده های شبیه سازی شده با استفاده از مدل ژئوپتانسیل EGM2008 تا درجه و مرتبه ۲۱۶۰ صورت گرفته است که به دقت 1.08 میلی گال در مشاهدات آنومالی جاذبه و 0.78 مترمربع بر مجذور ثانیه در مشاهدات آنومالی پتانسیل ختم می شود. نتایج عددی نشان می دهد که الگوریتم بهینه سازی پیشنهاد شده منجر به یافتن توزیع مناسبی برای توابع پایه شعاعی کروی شده و دقت مدل های گراویمتری را بهبود می بخشد.

کلیدواژه ها: مدل سازی محلی میدان ثقل، توابع پایه شعاعی کروی، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم تیخونوف.

* نویسنده مکاتبه کننده تهران، دانشکده فنی دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی، گروه ژئودزی،

تلفن: ۰۹۱۲۲۲۲۷۱۸۴

۱- مقدمه

سالیان متمادی است که از توابع پایه شعاعی کروری (SRBF)^۱ به عنوان جایگزینی مناسب برای هارمونیک‌های کروری در مدل‌سازی محلی میدان ثقل زمین استفاده می‌شود. مشخصات جهانی هارمونیک‌های کروری، این توابع را به توابعی مناسب برای کاربردهای جهانی تبدیل می‌کند. در واقع، هارمونیک‌های کروری از نوع توابع پایه با محمل جهانی هستند. علاوه بر این، این توابع نسبت به تغییرات محلی سیگنال حساس هستند و تغییری کوچک در مشاهدات منجر به تغییر تمام ضرایب هارمونیک‌های کروری می‌شود. در مقابل، توابع پایه شعاعی دارای محمل شبه محلی هستند که با فاصله گرفتن از مرکز به سرعت متحد با صفر می‌شوند. بنابراین این توابع، توابعی مناسب برای مدل‌سازی‌های محلی میدان ثقل هستند [۱].

از جمله مطالعات انجام شده در زمینه کاربرد توابع پایه شعاعی کروری در مدل‌سازی میدان ثقل زمین می‌توان به کارهای بیرهامر (۱۹۷۶)، سانکل (۱۹۸۱)، ورمیر (۱۹۸۲، ۱۹۸۳، ۱۹۸۴، ۱۹۹۵)، فریدن و رویتر (۱۹۸۳)، شرنینگ (۱۹۸۶)، بالها و همکاران (۱۹۸۶)، فریدن و همکاران (۱۹۹۷)، مارچنکو (۱۹۹۸)، فریدن و همکاران (۱۹۹۸)، مارچنکو و همکاران (۲۰۰۱)، هولشنایدر و همکاران (۲۰۰۳)، ایگر و همکاران (۲۰۰۴)، اشمیت و همکاران (۲۰۰۴، ۲۰۰۵، ۲۰۰۷)، چمبودوت و همکاران (۲۰۰۵)، کلیس و ویتور (۲۰۰۷) اشاره کرد [۲].

پارامترهای مؤثر بر دقت مدل‌سازی در مدل‌سازی میدان ثقل زمین با استفاده از توابع پایه شعاعی کروری عبارت‌اند از: ۱. نوع توابع پایه، ۲. نحوه توزیع مسطحاتی توابع پایه، ۳. عمق نفوذ توابع پایه در کره بیرهامر (یا پهنای باند)، ۴. ضرایب مقیاس توابع پایه، ۵.

تعداد توابع پایه. اگرچه توانایی بالای توابع پایه شعاعی کروری در مدل‌سازی ریاضی کمیت‌های فیزیکی، ساختار ریاضی ساده و وجود انواع مختلف آن‌ها، این توابع را به توابعی پرکاربرد در زمینه مدل‌سازی میدان ثقل زمین تبدیل کرده است، اما هم‌چنان انتخاب بهینه پارامترهای توابع پایه شعاعی کروری نیازمند بررسی و مطالعات بیشتر است.

در زمینه انتخاب بهینه مراکز توابع پایه شعاعی کروری می‌توان به کارهای بارتلمس (۱۹۸۹)، مارچنکو (۱۹۹۸)، مارچنکو و همکاران (۲۰۰۱)، کلیس و ویتور (۲۰۰۷)، آنتونی و کلسر (۲۰۰۸) اشاره کرد. در مطالعه انجام شده توسط بارتلمس (۱۹۸۹) از یک روش بهینه‌سازی تکراری استفاده شده است. او ابتدائیکه‌ای از توابع پایه تشکیل داده و اختلاف آنومالی‌های جاذبه بازسازی شده را با مقادیر مشاهداتی متناظرشان برآورد کرد و در موقعیت‌بزرگ‌ترین باقی‌مانده، یک تابع پایه جدید اضافه کرد. سپس، موقعیت و مقادیر توابع پایه به صورت تکراری بهبود داده شدند. در این حالت، مسئله غیرخطی از روش نیوتن-کانتروویچ^۲ به مسئله-خطی تبدیل شده و پارامترهای مجهول توابع پایه با انجام سرشکنی کمترین مربعات محاسبه شدند [۳]. مارچنکو (۱۹۹۸) و مارچنکو و همکاران (۲۰۰۱) موقعیت مسطحاتی شبکه توابع چندقطبی شعاعی را به روش چندقطبی دنباله‌ای^۳ بهبود بخشیدند. آن‌ها در این روش پارامترهای درجه و عمق نفوذ توابع پایه چندقطبی شعاعی را به گونه‌ای تعیین کردند که شکل توابع پایه بهترین انطباق را با شکل تابع کواریانس داشته باشد [۵ و ۴] کلیس و ویتور (۲۰۰۷) برای تعیین بهینه مراکز و پهنای باند توابع پایه شعاعی کروری ابتدا یک شبکه اولیه منظم از توابع پایه در نظر گرفته و پس از یک مرحله سرشکنی، منطقه مورد مطالعه‌شان را به نواحی کوچک‌تر تقسیم کردند و برای هر کدام از این

^۲Newton-Kantrovych^۳Sequential Multi-pole Algorithm^۱Spherical Radial Basis Functions

مشاهده شده در منطقه مورد مطالعه منطبق شوند. شایان ذکر است که تابع‌های آنومالی جاذبه مورد استفاده در این تحقیق با استفاده از مدل ژئوپتانسیل جهانی $EGM2008$ تا درجه و مرتبه ۲۱۶۰ شبیه‌سازی و با حذف اثر جهانی میدان ثقل تا درجه و مرتبه ۳۶۰ برای مدل‌سازی محلی آماده شده‌اند.

این مقاله در پنج بخش تنظیم شده است. در بخش ۲، توابع پایه شعاعی کروی به‌منظور مدل‌سازی میدان ثقل زمین بررسی شده‌اند. در بخش ۳، روشی برای بهینه‌سازی پارامترهای مجهول توابع پایه شعاعی مورد نیاز در مدل‌سازی میدان ثقل زمین با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک و تیخونوف ارائه شده است. در بخش ۴، عملکرد روش بهینه‌سازی پیشنهاد شده در منطقه‌ای از ایران شامل تابع‌های آنومالی شتاب جاذبه شبیه‌سازی شده با استفاده از مدل $EGM2008$ تا درجه و مرتبه ۲۱۶۰ بررسی شده است. در نهایت، بحث و نتیجه‌گیری در بخش ۵ آورده شده است.

۲- مدل‌سازی میدان ثقل زمین بر حسب توابع پایه شعاعی کروی

آنومالی پتانسیل ثقل زمین یک تابع هارمونیک است که در فضای خارج زمین در معادله لاپلاس صدق می‌کند [۱۰]. بر اساس قضیه رونگه-کراراپ^۵ هر تابع هارمونیک و منظم در فضای خارج سطح زمین می‌تواند توسط ترکیبی خطی از توابع پایه غیرمتعامد تقریب زده شود [۱۱]. توابع پایه شعاعی کروی از جمله توابع پایه غیرمتعامد و هارمونیک هستند که می‌توانند برای تقریب میدان ثقل زمین به کار روند [۱۲]. بسط آنومالی پتانسیل ثقل $T(x)$ به توابع پایه شعاعی کروی دارای نمایشی به صورت زیر است [۱۱]:

رابطه

نواحی، توابع جدیدی در محل‌هایی که باقی‌مانده‌ها از یک حد آستانه بزرگ‌تر بودند، اضافه کردند و این کار را تا زمان دستیابی به دقت مطلوب ادامه دادند. لازم به ذکر است که آن‌ها پهنای باند توابع پایه شعاعی را در هر مرحله با استفاده از روش تعیین پارامتر GCV^1 انتخاب کردند [۶]. آنتونی و همکاران (۲۰۰۸) روش دیگری را برای برآورد پارامترهای مجهول توابع پایه ارائه دادند. آن‌ها در این روش پارامترهای توابع پایه را به نحوی انتخاب کردند که به بهترین شکل ممکن بر داده‌های مشاهداتی منطبق شوند و بدین منظور از الگوریتم لونبرگمارکوادت^۲ در یک روند تکراری استفاده کردند [۷].

در این تحقیق از الگوریتم‌های ژنتیک^۳ برای بهینه‌سازی پارامترهای مجهول توابع پایه شعاعی کروی در مدل‌سازی میدان ثقل زمین استفاده شده است. الگوریتم ژنتیک نخستین بار توسط هالند (۱۹۷۵) بر مبنای اصل بقای بهترین‌ها در نظریه تکامل داروین ارائه شد [۸]. گلبابایی و صفدری (۲۰۱۱) نیز الگوریتم ژنتیک را برای محاسبه پهنای باند توابع پایه شعاعی گوسی در یک مثال ریاضی شبیه‌سازی شده با استفاده از شبکه عصبی به کار بردند [۹]. روش بهینه‌سازی ارائه شده در این تحقیق بدین صورت است که ابتدا الگوریتم ژنتیک طی یک روند تکراری به بهینه‌سازی موقعیت سه‌بعدی توابع پایه شعاعی می‌پردازد و سپس، بزرگی این توابع که با استفاده از ضرایب مقیاس مشخص می‌شود، توسط الگوریتم پایدارسازی تیخونوف^۴ محاسبه می‌شود. الگوریتم ژنتیک مختصات سه‌بعدی مجهول توابع پایه شعاعی را به گونه‌ای بهینه‌سازی می‌کند که آنومالی‌های جاذبه تقریب زده شده با استفاده از این توابع به بهترین نحو ممکن بر آنومالی‌های جاذبه

¹Generalized Cross Validation

²Levenberg-Marquardt Algorithm

³Genetic Algorithm

⁴Tikhonov Regularization Method

⁵Runge-Krarup Theorem

$$d = R - |y| \quad \text{رابطه (۲)}$$

در رابطه فوق، d معرف عمق نفوذ توابع پایه شعاعی کروی در کره بیرهامر و $|y|$ معرف پهناى باند این توابع است.

برای مدل سازی محلی میدان ثقل زمین از انواع متعددی از توابع پایه شعاعی کروی می توان استفاده کرد که در جدول ۱ به تعدادی از آنها اشاره شده است [۱۲ و ۱۳].

$$T(x) = \sum_{i=1}^n C_i \Phi_i(x, y_i) \quad \text{رابطه (۱)}$$

در رابطه ۱، $\Phi_i(x, y_i)$ کرنل توابع پایه شعاعی کروی، y_i موقعیت سه بعدی توابع پایه شعاعی کروی، x موقعیت سه بعدی نقطه ارزیابی، و C_i ضرایب بسط سری توابع پایه شعاعی کروی هستند. اگر شعاع کره بیرهامر (کره ای که کاملاً در داخل جرم توپوگرافی زمین قرار می گیرد) با R نشان داده شود، در این صورت عمق نفوذ کرنل ها برابر خواهد بود با [۱۲ و ۱۳]:

جدول ۱: انواع مختلف توابع پایه شعاعی کروی مورد استفاده در مدل سازی محلی میدان ثقل [۱۲ و ۱۳]

رابطه تحلیلی کرنل	نوع کرنل تابع پایه شعاعی کروی
$\Phi(x, y_i) = \frac{1}{\ x - y_i\ }$	کرنل جرم نقطه ای
$\Phi(x, y_i) = \frac{1}{m!} \left(\frac{\partial}{\partial \ y_i\ } \right)^m \frac{1}{\ x - y_i\ }$	چندقطبی شعاعی مرتبه m
$\Phi(x, y_i) = \frac{1}{4\pi R^2} (2\chi_{m+1} + \chi_m)$ $\chi_m = \left(\ y_i\ \frac{\partial}{\partial \ y_i\ } \right)^m \frac{1}{\ x - y_i\ }$	ویولت پواسون مرتبه m
$\Phi(x, y_i) = \frac{1}{4\pi R} \frac{\ x\ ^2 - \ y_i\ ^2}{\ x - y_i\ ^3}$	کرنل پواسون

$$\Delta g(x) = \sum_{i=1}^n C_i \Psi_i(x, y_i) \quad \text{رابطه (۴)}$$

رابطه (۵)

$$\Psi_i(x, y_i) = -\frac{\partial \Phi_i(x, y_i)}{\partial |x|} - \frac{2}{|x|} \Phi_i(x, y_i)$$

۳. استراتژی حل مسئله

مدل سازی محلی میدان ثقل زمین با استفاده از مشاهدات شتاب جاذبه به عنوان یک مسئله بدوضع^۱ در

بنابر رابطه بنیادی ژئودزی فیزیکی، آنومالی جاذبه را روی سطح زمین می توان به صورت زیر برحسب آنومالی پتانسیل ثقل نوشت [۱۲ و ۱۳]:

$$\Delta g(x) = -\frac{\partial T(x)}{\partial |x|} - \frac{2}{|x|} T(x) \quad \text{رابطه (۳)}$$

با جایگزین کردن رابطه ۱ در رابطه ۳، مشاهده می کنیم آنومالی جاذبه را هم می توان به صورت یک سری با همان ضرایب رابطه ۱ نوشت و از مشاهدات آنومالی جاذبه برای تعیین ضرایب استفاده کرد.

^۱Ill-posed Problem

ماهیت تصادفی است که بر اساس نظریه چارلز داروین یعنی اصل بقای بهترین‌ها پایه‌ریزی شده است. این الگوریتم به صورت تصادفی جمعیتی از جواب‌های اولیه می‌سازد و سپس، این جواب‌ها به حالت باینری (زنجره‌های ۰ و ۱) تبدیل می‌شوند که به آن کروموزوم می‌گویند. کروموزوم‌های با شایستگی بیشتر به عنوان والدین انتخاب می‌شوند و در تولیدمثل شرکت می‌کنند و بدین ترتیب، روند تکامل تا رسیدن به بهینه سراسری یا شایسته‌ترین کروموزوم در تکامل یافته‌ترین جمعیت ادامه می‌یابد [۱۴]. پارامترهای متعددی بر عملکرد الگوریتم ژنتیک مؤثر هستند که به اختصار به بیان آن‌ها پرداخته می‌شود [۱۴-۱۶]:

تابع هزینه^۱: همان تابع هدف است که به دنبال یافتن مینیمم مطلق برای آن هستیم. به این تابع، تابع شایستگی نیز گفته می‌شود و به مقدار این تابع برای یک کروموزوم شایستگی آن کروموزوم گویند. شایستگی کروموزوم: به مقدار تابع شایستگی برای یک کروموزوم، شایستگی آن کروموزوم گفته می‌شود. جمعیت^۲: به مجموعه‌ای از کروموزوم‌ها یا جواب‌های موجود در یک نسل یک جمعیت گفته می‌شود. تعداد کروموزوم‌های موجود در هر جمعیت از جمله عوامل مهم و اساسی در تعیین جهت هم‌گرایی به جواب بهینه است.

انتخاب^۳: در فرآیند انتخاب کروموزوم‌های شایسته‌تر با یک روند تصادفی در یک جمعیت برگزیده شده تا با هم ترکیب شوند و کروموزوم‌ها یا جواب‌های جدیدتر تولید کنند.

مقیاس‌بندی^۴: فرآیندی است که قبل از انتخاب والدین صورت می‌گیرد. در این فرآیند، تابع شایستگی امتیازهایی را به کروموزوم‌های جمعیت می‌دهد و این

ژن‌ودزی شناخته می‌شود. از طرفی، در تقریب میدان ثقل با استفاده از توابع پایه شعاعی، ابتدا می‌بایست موقعیت مراکز و عمق توابع پایه را با استفاده از یک الگوریتم بهینه‌سازی غیرخطی تعیین کرد و سپس ضرایب مقیاس این توابع را با به‌کارگیری یک روش پایدارسازی خطی محاسبه کرد. بدین منظور، الگوریتم ژنتیک به عنوان روش بهینه‌سازی غیرخطی و الگوریتم تیخونوف به عنوان روش بهینه‌سازی خطی اتخاذ می‌شوند. استراتژی حل مسئله بدین صورت است که ابتدا تعدادی تابع پایه شعاعی کروی به الگوریتم ژنتیک معرفی می‌شوند. این الگوریتم جمعیتی از کروموزوم‌ها به تعداد توابع پایه موجود می‌سازد. هر کروموزوم شامل مجهولات طول و عرض کرنل‌ها در سیستم مختصات کروی و عمق نفوذ آن‌ها در کره بیرهامر است. فضای جست‌وجوی مجهولات مدل‌سازی برای الگوریتم ژنتیک به گونه‌ای تعریف می‌شود که موقعیت مسطحاتی مراکز توابع پایه بین کمترین تا بیشترین طول و عرض نقاط مشاهداتی در سیستم مختصات کروی و عمق نفوذ آن‌ها بین صفر تا چندین کیلومتر زیر کره بیرهامر محدود شود. در مرحله بعد، مقادیر بهینه ضرایب مقیاس با استفاده از روش سرشکنی کمترین مربعات خطی تیخونوف تعیین می‌شوند. با تعیین پارامتر پایدارسازی در الگوریتم تیخونوف و ضرایب مقیاس هر یک از کروموزوم‌ها، مقدار تابع شایستگی در الگوریتم ژنتیک بررسی می‌شود و بر اساس فرآیندهای مقیاس‌بندی، انتخاب، تولیدمثل (یا ترکیب) و جهش، الگوریتم اقدام به تولید کروموزوم‌های شایسته‌تر و جمعیت تکامل یافته‌تر می‌کند، تا زمانی که شایسته‌ترین کروموزوم جمعیت نهایی به عنوان جواب مسئله بهینه‌سازی و ضرایب نظیر آن کروموزوم به عنوان ضرایب مدل در نظر گرفته می‌شوند.

۳-۱- الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک یک روش جست‌وجوی عددی با

¹Fitness Function

²Population Size

³Selection

⁴Scaling

تصادفی ایجاد می‌کند که در آن هر عنصر با مقدار ۱، ژن متناظر را از والد اول و هر عنصر با مقدار صفر ژن متناظر را از والد دوم برای ترکیب در قالب ژن‌های فرزند به کار می‌برد [۱۶-۱۸].

احتمال ترکیب^۵: این پارامتر نشان می‌دهد که چه نسبتی از جمعیت جدید توسط فرآیند ترکیب روی نسل قدیمی ساخته شده است.

جهش^۶: جهش با ایجاد تغییرات تصادفی در ژن‌ها سبب می‌شود که کروموزوم‌ها دچار تفاوت و پراکندگی ژنتیکی شوند و محدوده وسیع‌تری از فضای جست‌وجو برای یک جمعیت به منظور یافتن کروموزوم‌های شایسته‌تر مورد بررسی قرار گیرد. در فرآیند جهش، تغییر ژنتیکی کوچکی در ژن‌های یکی از کروموزوم‌های جمعیت ایجاد می‌شود (به‌عنوان مثال تبدیل شدن ۰ به ۱ یا به‌عکس). این تغییر موجب فراهم شدن محدوده‌های بیشتری از فضای جست‌وجو می‌شود و از هم‌گرا شدن جواب مسئله به سمت مینیمم نسبی جلوگیری می‌کند.

مهاجرت^۷: در این فرآیند، کروموزوم‌های شایسته‌تر از یک نسل قدیمی جایگزین کروموزوم‌های نامناسب در جمعیت‌های جدیدتر می‌شوند.

احتمال مهاجرت^۸: این پارامتر نشان‌دهنده درصدی از کروموزوم‌های نسل قدیمی است که جایگزین نسل جدید شده‌اند.

در الگوریتم ژنتیک اگر تابع هزینه را با $F(x)$ نشان دهیم، در این صورت به دنبال یافتن مینیمم این تابع هستیم به قسمی که [۲۰]:

$$F(x): S \subseteq R^m \rightarrow R^+ \quad \text{رابطه (۶)}$$

امتیازهای خام توسط تابع مقیاس‌بندی به مقادیری در یک محدوده مناسب برای تابع انتخاب تبدیل می‌شوند. تابع انتخاب از مقادیر مقیاس‌شده برای انتخاب والدین نسل بعدی استفاده می‌کند. به‌منظور مقیاس‌بندی از تابع رتبه‌بندی^۱ استفاده می‌شود که امتیازهای خام را بر اساس رتبه کروموزوم‌ها مقیاس می‌کند. رتبه مربوط به هر کروموزوم جایگاهی است که هر کروموزوم بر اساس مرتب‌سازی امتیازها در جمعیت به دست می‌آورد. بدین معنی که رتبه مربوط به بهترین امتیاز ۱ و پس از آن ۲ خواهد بود و این روند به همین صورت ادامه خواهد داشت. تابع انتخاب والدین را برای تولید نسل بعدی بر اساس مقادیر تعیین‌شده توسط تابع مقیاس‌بندی انتخاب می‌کند. در این تحقیق، تابع یکنواخت آماری^۲ به‌عنوان تابع انتخاب در نظر گرفته می‌شود. این تابع والدین را روی یک خط پخش می‌کند و بر اساس مقادیر مقیاس‌شده روی این خط با گام‌های مساوی جلو می‌رود و والدین را انتخاب می‌کند [۱۶-۱۸].

ترکیب^۳: نسل قدیمی کروموزوم‌ها با تعویض ژن‌ها با هم ترکیب می‌شوند و کروموزوم‌های جدیدتری می‌سازند که در صورت برخورداری از شایستگی بیشتر نسبت به والدین، در جمعیت جدید قرار می‌گیرند. در ترکیب (تولیدمثل) ژن‌های والدین با هم مبادله می‌شوند و فرزندان جدید و شایسته‌تری برای نسل‌های بعد به وجود می‌آورند. شکل ۱ فرآیند ترکیب یک نقطه‌ای را در کروموزوم‌های والدین و تشکیل فرزندان جدید نشان می‌دهد. در ترکیب یک نقطه‌ای، در یک نقطه خاص از رشته کروموزوم تعویض ژن‌های والدین صورت می‌پذیرد [۱۹]. در این تحقیق، تابع تولید مثل پراکنده^۴ به‌عنوان تابع ترکیب برای انجام تولیدمثل به کار گرفته می‌شود. این تابع یک بردار باینری

⁵Crossover Fraction

⁶Mutation

⁷Migration

⁸Fraction of Migration

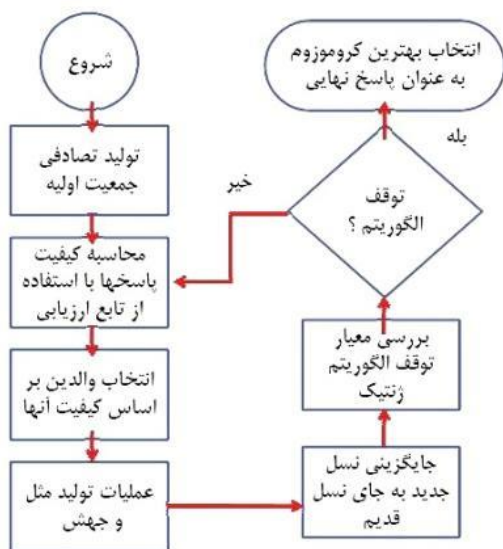
¹Rank

²Stochastic Uniform Function

³Crossover

⁴Crossover Scattered

مسئله بستگی دارد. بنابراین، در مدل سازی میدان ثقل با استفاده از n تابع پایه شعاعی کروی، کروموزوم های مسئله دارای $3n$ متغیر مجهول هستند که این مجهولات شامل موقعیت مسطحاتی کرنل ها و عمق نفوذ آن ها در کره بیرهامر است. شکل ۲ مراحل اجرای الگوریتم ژنتیک ساده را نمایش می دهد [۱۴]:



شکل ۲: مراحل اجرای الگوریتم ژنتیک ساده [۱۴]

۳-۲- روش پایدارسازی تیخونوف

در مدل سازی میدان ثقل زمین، پس از تعیین موقعیت مراکز و عمق توابع پایه شعاعی کروی با استفاده از الگوریتم ژنتیک لازم است که به ازای هر کروموزوم، ضرایب بسط آنومالی جاذبه در رابطه ۴ محاسبه شده و مقدار تابع هزینه جهت تعیین شایستگی این کروموزوم ها و رتبه بندی آن ها مشخص شود. بنابراین با فرض معلوم بودن مختصات سه بعدی توابع پایه شعاعی کروی که از الگوریتم ژنتیک به دست آمده اند، رابطه ۳ به یک دستگاه معادلات خطی تبدیل می شود که برای حل آن به یک روش پایدارسازی خطی نیاز است.

روش پایدارسازی تیخونوف یکی از متداول ترین روش های پایدارسازی برای حل مسائل خطی

01100100...11
00011101...10
01100101...10
00011100...11

شکل ۱: نحوه ترکیب یک نقطه ای کروموزوم های والدین و تشکیل فرزندان

اگر جواب مسئله بهینه سازی به صورت زیر در نظر گرفته شود [۲۰]:

$$x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) \quad \text{رابطه (۷)}$$

در این صورت [۲۰]:

$$F(x^*) = \min_{x \in S} F(x) \quad \text{رابطه (۸)}$$

بنابراین، هدف از حل مسئله یافتن جواب x^* است، به گونه ای که تابع هزینه $F(x)$ را که الزاماً یک تابع پیوسته و مشتق پذیر نیست، مینیمم کند. تابع هزینه در مسئله مدل سازی میدان ثقل زمین با استفاده از توابع پایه شعاعی کروی به صورت مجموع مربعات باقی مانده ها (اختلاف بردارهای آنومالی جاذبه مشاهده شده و مدل سازی شده با استفاده از توابع پایه شعاعی کروی) در نظر گرفته می شود [۹]:

رابطه (۹)

$$F(x) = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\Delta g_i^{observed} - \Delta g_i^{model})^2}$$

در رابطه ۹، $F(x)$ تابع هزینه، بردار کروموزوم های مجهول، $\Delta g_i^{observed}$ آنومالی جاذبه مشاهده شده، Δg_i^{model} آنومالی جاذبه مدل سازی شده با استفاده از توابع پایه شعاعی کروی و m تعداد مشاهدات است. طول بردار مجهولات x به تعداد توابع پایه به کاررفته در

پارامتر پایدارسازی α میزان اختلاف بین مشاهده حذف شده و مقدار برآورد شده آن کوچکتر باشد [۲۳]. بدین ترتیب، پارامتر پایدارسازی در روش GCV به گونه‌ای انتخاب می‌شود که تابع زیر مینیمم شود [۲۲]:

$$G = \frac{|Ax_{reg} - y|^2}{(\text{trace}(I - AA^T))^2} \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

در رابطه ۱۲، A^T ماتریسی است که اگر در y ضرب شود، جواب پایدار x_{reg} را تولید می‌کند.

۴- آزمون عددی: مدل‌سازی محلی میدان ثقل زمین با استفاده از توابع پایه شعاعی کروی

به منظور بررسی کارایی روش بهینه‌سازی ارائه شده در این تحقیق در مدل‌سازی محلی میدان ثقل زمین با استفاده از توابع پایه شعاعی کروی، منطقه‌ای در محدوده $54.58 < \lambda < 56.16$ و

$30.16 < \varphi < 32.24$ درجه

در نظر گرفته شد. در این منطقه، تابع‌های آنومالی جاذبه در ۱۹۰۰ نقطه با استفاده از مدل ژئوپتانسیل جهانی $EGM2008$ تا درجه و مرتبه ۲۱۶۰ شبیه‌سازی شده و نویز سفید با مقدار میانگین ۰.۲۶ میلی گال اضافه شد. به منظور آماده‌سازی مشاهدات آنومالی جاذبه برای مدل‌سازی محلی میدان ثقل زمین، اثر جهانی میدان با استفاده از مدل ژئوپتانسیل $EGM2008$ تا درجه و مرتبه ۳۶۰ از روی مشاهدات حذف شد و مشاهدات آنومالی جاذبه باقی‌مانده به عنوان داده‌های ورودی برای انجام محاسبات به کار رفت. در شکل ۳ تغییرات آنومالی جاذبه باقی‌مانده در منطقه مورد مطالعه نشان داده شده است. علاوه بر مشاهدات آنومالی جاذبه، آنومالی پتانسیل ثقل به عنوان داده‌های کنترلی در ۶۳ نقطه مستقل با استفاده از مدل $EGM2008$ تا درجه و مرتبه ۲۱۶۰ شبیه‌سازی شد. سپس با حذف اثر جهانی میدان تا درجه و مرتبه ۳۶۰

بد وضع است. بنابر نظریه هدامارد^۱ نگاشت خطی $A: X \rightarrow Y$ که در آن X فضای مجهولات و Y فضای مشاهدات است، خوش‌وضع است اگر دارای شرایط ذیل باشد [۲۱]:

برای هر $y \in Y$ یک جواب $x \in X$ موجود باشد به قسمی که $Ax = y$ جواب یکتا باشد؛ بدین معنی که اگر $Ax_1 = Ax_2$ آن‌گاه $x_1 = x_2$ جواب پایدار باشد؛ بدین معنی که A^{-1} پیوسته باشد.

در صورتی که حداقل یکی از شرایط فوق برقرار نباشد، مسئله بدوضع است.

به‌منظور محاسبه جواب مسئله بدوضع خطی $Ax = y$ بر اساس روش پایدارسازی خطی تیخونوفلازم است که مسئله مینیمم‌سازی زیر حل شود [۲۲]:

$$x_\alpha = \min_{x \in X} (|Ax - y|_Y^2 + \alpha |x|_X^2) \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

جواب مسئله مینیمم‌سازی ۱۰ به صورت زیر به دست می‌آید [۲۲]:

$$x_\alpha = (A^T A + \alpha I)^{-1} A^T y \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

در رابطه ۱۱، α پارامتر پایدارسازی است. پارامتر پایدارسازی در روش تیخونوف را می‌توان با استفاده از روش GCV برای هر کروموزوم انتخاب کرد. روش GCV بر اساس روش حذف-یک-عنصر^۲ است. در این روش در دستگاه خطی

$Ax = y$ هر بار یکی از مشاهدات از بردار y کنار گذاشته شده و بردار مجهول $\hat{x}^{(k)}(\alpha)$ بدون حضور

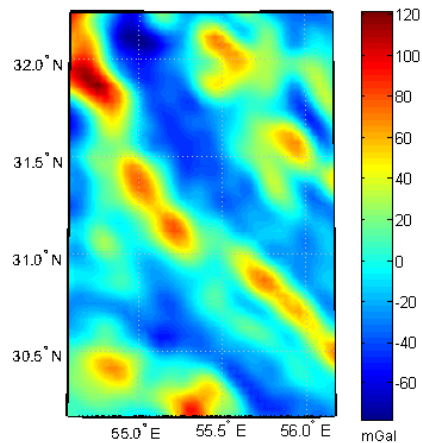
این مشاهده تعیین می‌شود. سپس از بردار $\hat{x}^{(k)}(\alpha)$ برای برآورد عنصر حذف‌شده از بردار مشاهدات استفاده می‌شود. بدیهی است که با انتخاب مناسب

^۱Hadamard

^۲Leave-one-out

با استفاده از توابع پایه شعاعی کروی، بدیهی است که با افزایش تعداد توابع پایه دقت برآورد مشاهدات آنومالی جاذبه باقی مانده بهبود یابد. اما به دلیل بدوضع بودن این مسئله، چنین روندی در برآورد داده های کنترلی آنومالی پتانسیل باقی مانده انتظار نمی رود. به همین دلیل، برای تعیین تعداد بهینه توابع پایه شعاعی کروی، شبکه هایی با تعداد توابع مختلفد نظر گرفته شده و پس از اجرای الگوریتم بهینه سازی پیشنهاد شده در این تحقیق، میزان خطای آنومالی پتانسیل در نقاط کنترل محاسبه شد. محاسبات بر مبنای شبکه های توابع پایه شعاعی شامل ۱۵۰ تابع شروع شد و با افزایش تدریجی کرنل ها تا ۵۵۰ تابع پایه ادامه داده شد. در جدول ۲ نتایج عددی حاصل از انتخاب شبکه های مختلف توابع پایه شعاعی و دقت های به دست آمده برای تابع های آنومالی جاذبه باقی مانده به عنوان مشاهدات و تابع های آنومالی پتانسیل باقی مانده به عنوان داده های کنترل آورده شده است. با در نظر گرفتن تغییرات خطای آنومالی جاذبه باقی مانده به صورت تابعی از تعداد توابع پایه شعاعی کروی، یک روند نزولی برای این تابع مشاهده شد؛ بدین نحو که با افزایش تدریجی تعداد کرنل ها، دقت برآورد آنومالی جاذبه باقی مانده بهبود یافت (جدول ۲ و شکل ۴). با توجه به جدول ۲ و شکل ۵، اگرچه تغییرات خطای آنومالی پتانسیل ثقل باقی مانده بر حسب تعداد توابع پایه دارای روندی تابع گونه نیست، اما مقایسه این نتایج نشان می دهد که تعداد ۳۷۵ تابع پایه شعاعی منجر به کمترین میزان خطا در آنومالی پتانسیل باقی مانده شده است. بنابراین این تعداد توابع پایه شعاعی به عنوان تعداد بهینه در نظر گرفته می شود. بدین ترتیب، با به کارگیری ۳۷۵ کرنل جرم نقطه ای که موقعیت بهینه آن ها با استفاده از الگوریتم ژنتیک و ضرایب مقیاس متناظر به هر یک از آن ها با استفاده از الگوریتم تیخونوف به دست آمده، دقت آنومالی جاذبه مدل سازی شده برابر ۱.۰۸ میلی گال، و دقت آنومالی پتانسیل در نقاط کنترل ۰.۷۸ مترمربع بر مجذور ثابته برآورد شد. در

از روی مشاهدات آنومالی پتانسیل ثقل، آنومالی پتانسیل ثقل باقی مانده تولید شد.



شکل ۴: تغییرات آنومالی جاذبه باقی مانده مشاهده شده در منطقه مورد مطالعه

در روش بهینه سازی ارائه شده در این تحقیق برای حل مسئله مدل سازی محلی میدان ثقل با استفاده از توابع پایه شعاعی کروی، ابتدا مختصات سه بعدی توابع پایه با استفاده از الگوریتم ژنتیک محاسبه شده و پس از آن، ضرایب مقیاس این توابع با استفاده از روش پایدارسازی تیخونوف برآورد شدند. لازم به ذکر است که به منظور افزایش سرعت محاسبات از الگوریتم ژنتیک موازی^۱ استفاده شد. در این روش با تقسیم جمعیت به چندین زیرجمعیت و پردازش کامل توسط پردازش گره های چند هسته ای، مسئله با کارایی بهتر و سرعت بیشتر حل می شود [۲۴]. حداکثر تعداد نسل ها جهت توقف الگوریتم ژنتیک موازی نیز برابر ۲۰۰۰ نسل قرار داده شد.

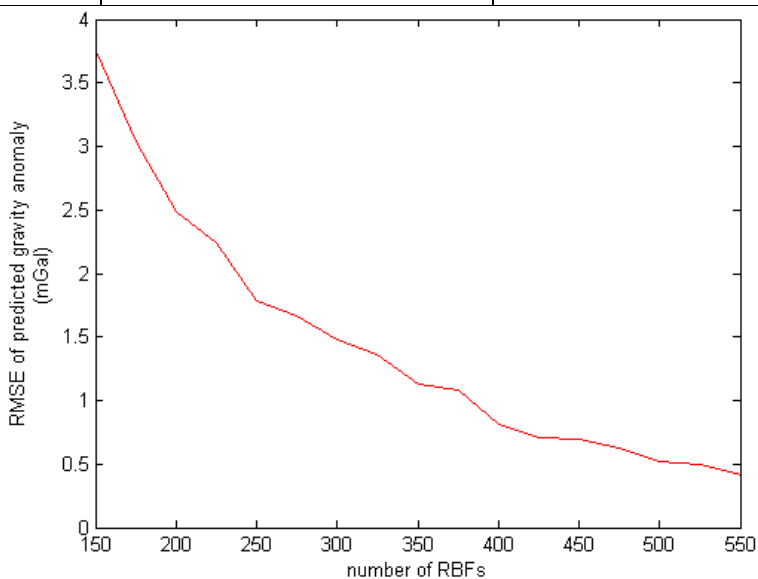
برای مدل سازی محلی میدان ثقل زمین، کرنل جرم نقطه ای به عنوان تابع پایه شعاعی کروی در نظر گرفته شد. بدین ترتیب، سیستم معادلات مشاهداتی بر حسب کرنل های جرم نقطه ای و مشاهدات آنومالی جاذبه باقی مانده تشکیل شد. در مدل سازی محلی میدان ثقل

^۱Parallel Genetic Algorithm

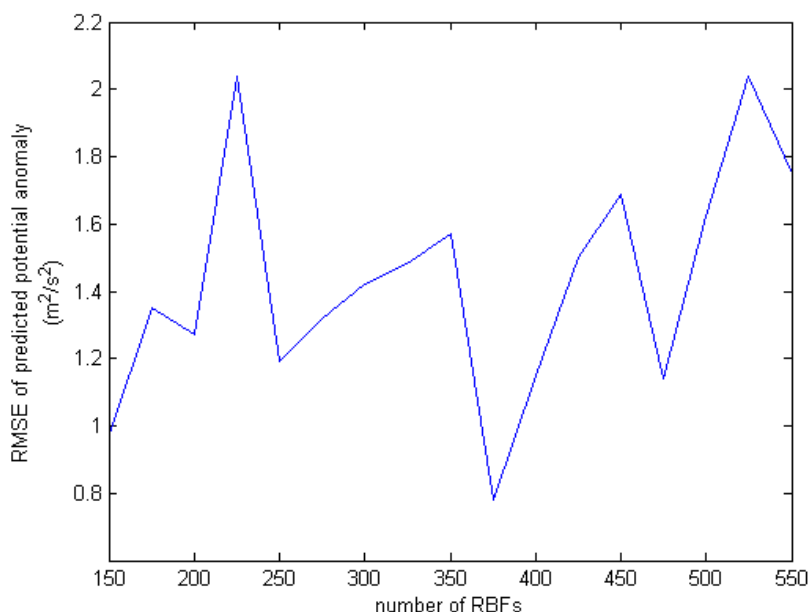
شکل ۶ تغییرات آنومالی جاذبه باقی مانده محاسبه شده با استفاده از ۳۷۵ کرنل جرم نقطه‌ای در منطقه مورد مطالعه نشان داده شده است.

جدول ۲: بررسی دقت‌های آنومالی جاذبه و پتانسیل مدل‌سازی شده با افزایش تعداد توابع پایه شعاعی

تعداد توابع پایه	دقت آنومالی جاذبه مدل شده (mGal) دقت آنومالی جاذبه مدل شده	دقت آنومالی پتانسیل مدل شده (m ² /s ²)
۱۵۰	۳.۷۶	۰.۹۷
۱۷۵	۳.۰۴	۱.۳۵
۲۰۰	۲.۴۸	۱.۲۷
۲۲۵	۲.۲۴	۲.۰۴
۲۵۰	۱.۷۸	۱.۱۹
۲۷۵	۱.۶۷	۱.۳۲
۳۰۰	۱.۴۸	۱.۴۲
۳۲۵	۱.۳۶	۱.۴۸
۳۵۰	۱.۱۳	۱.۵۷
۳۷۵	۱.۰۸	۰.۷۸
۴۰۰	۰.۸۱	۱.۱۵
۴۲۵	۰.۷۱	۱.۵
۴۵۰	۰.۷	۱.۶۹
۴۷۵	۰.۶۳	۱.۱۴
۵۰۰	۰.۵۲	۱.۶۲
۵۲۵	۰.۵	۲.۰۴
۵۵۰	۰.۴۲	۱.۷۵

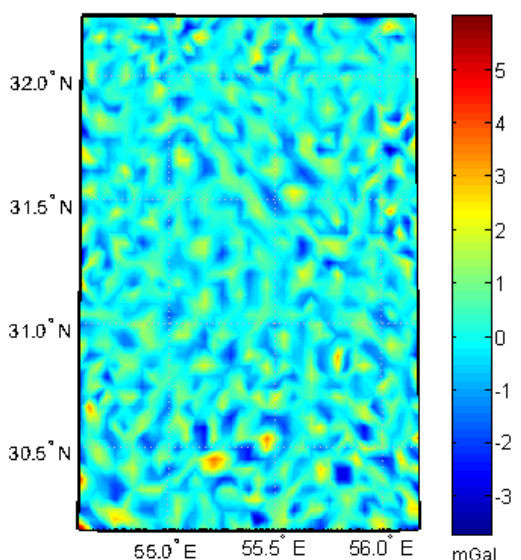


شکل ۴: تغییرات خطای مدل‌سازی آنومالی جاذبه به صورت تابعی از تعداد توابع پایه شعاعی



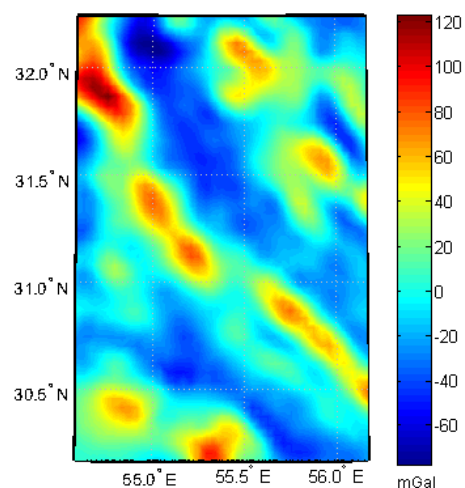
شکل ۵: تغییرات خطای مدل‌سازی آنومالی پتانسیل به صورت تابعی از تعداد توابع پایه شعاعی

این امر نشان‌دهنده بهینه بودن مقادیر و تعداد کرنل‌های به کاررفته در مسئله مدل‌سازی است.



شکل ۷: تغییرات آنومالی جاذبه باقی‌مانده کمترین مربعات محاسبه شده با استفاده از توابع پایه شعاعی بهینه

در شکل ۸ تغییرات ارتفاعات شبه‌ژئوئید در منطقه مورد مطالعه که با استفاده از توابع پایه شعاعی بهینه محاسبه شده‌اند، نشان داده شده است. به منظور محاسبه ارتفاع شبه‌ژئوئید هر یک از نقاط، ابتدا آنومالی



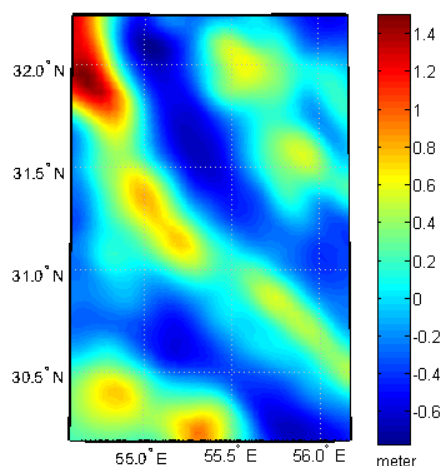
شکل ۶: تغییرات آنومالی جاذبه باقی‌مانده مدل‌سازی شده با استفاده از مقادیر و تعداد بهینه توابع پایه شعاعی

با تعریف کردن آنومالی جاذبه باقی‌مانده کمترین مربعات به صورت اختلاف بین آنومالی جاذبه باقی‌مانده مشاهداتی و آنومالی جاذبه باقی‌مانده محاسبه شده با استفاده از کرنل‌های جرم نقطه‌ای، در شکل ۷ تغییرات آنومالی جاذبه باقی‌مانده کمترین مربعات نشان داده شده است. با توجه به این شکل، آنومالی جاذبه باقی‌مانده کمترین مربعات در منطقه مورد مطالعه به صورت تصادفی تغییر می‌کند که

برای تعیین ضرایب مقیاس این توابع استفاده شد. سیستم معادلات مشاهداتی بر مبنای تابع‌های آنومالی جاذبه شبیه‌سازی شده با استفاده از مدل ژئوپتانسیل *EGM2008* تا درجه و مرتبه ۲۱۶۰ تشکیل شد. تعداد بهینه توابع پایه با در نظر گرفتن آنومالی پتانسیل شبیه‌سازی شده به عنوان داده کنترلی تعیین شد؛ بدین صورت که جواب مینیمم مطلق در مسئله مدل‌سازی موجب مینیمم خطا در آنومالی پتانسیل مدل‌سازی شده با استفاده از توابع پایه شعاعی می‌شود که این خطای مینیمم به واسطه به‌کارگیری تعداد بهینه این توابع حاصل می‌شود. از جمله دستاوردهای مهم این تحقیق می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- تعیین موقعیت بهینه مراکز و عمق توابع پایه شعاعی به روش اتوماتیک با استفاده از الگوریتم ژنتیک
- بهبود سرعت و کارایی مدل‌سازی با به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک موازی برای حل مسئله
- دستیابی به جواب مینیمم مطلق با تعیین تعداد بهینه توابع پایه شعاعی
- افزایش سرعت پردازش‌ها با کاهش تعداد توابع پایه شعاعی به ۲۱ درصد تعداد مشاهدات
- تعیین پارامتر پایدارسازی در الگوریتم تیخونوف با استفاده از روش *GCV*.

پتانسیل باقی مانده با استفاده از توابع پایه شعاعی بهینه محاسبه شده و سپس اثر آنومالی پتانسیل جهانی تا درجه و مرتبه ۳۶۰ به آنومالی پتانسیل باقی مانده اضافه شد و آنومالی پتانسیل نقاط روی سطح زمین به دست آمد. در نهایت، ارتفاع شبه ژئوئید نقاط با جای‌گذاری کردن آنومالی پتانسیل سطحی در فرمول برونز محاسبه شد.



شکل ۸: مدل شبه ژئوئید محاسبه شده در منطقه با استفاده از توابع پایه شعاعی بهینه

۵- بحث و نتیجه‌گیری

در این تحقیق از توابع پایه شعاعی کروی برای مدل‌سازی محلی میدان ثقل زمین استفاده شد. کرنل جرم نقطه‌ای به عنوان کرنل توابع پایه شعاعی انتخاب و مقادیر بهینه پارامترهای مجهول این توابع طی دو مرحله با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک و تیخونوف تعیین شدند. از الگوریتم ژنتیک برای تعیین مراکز و عمق توابع پایه شعاعی کروی و از الگوریتم تیخونوف

مراجع

- [1] T. Wittwer, "Regional gravity field modelling with radial basis functions," TU Delft, Delft University of Technology, 2009.
- [2] I. Foroughi and A. Safari, "Local gravity field modeling using optimum Radial Basis Functions," M.Sc.Thesis, university of Tehran, 2013.
- [3] F. Barthelmes, "Local gravity field approximation by point masses with optimized positions," in Proc. 6th international symposium "Geodesy and Physics of the Earth", Potsdam, 1988.
- [4] A. N. Marchenko, Parameterization of the Earth's gravity field: point and line singularities: Astronomical and Geodetic Society, 1998.

- [5] A. N. Marchenko and G. Potsdam, Regional geoid determination: an application to airborne gravity data in the Skagerrak: Geoforschungszentrum, 2001.
- [6] R. Klees and T. Wittwer, "Local gravity field modelling with multi-pole wavelets," in *Dynamic Planet*, 2007, pp. 303-308.
- [7] W. K. Msrkus Antoni, "Recovery of residual GRACE-observations by radial base functions."
- [8] J. H. Holland, *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*: MIT press, 1992.
- [9] A. Golbabai and A. Safdari-Vaighani, "Width optimization of Gaussian function by genetic algorithm in RBF networks," *World Journal of Modelling and Simulation*, vol. 7, pp. 307-311, 2011.
- [10] F. Barthelmes, "Definition of functionals of the geopotential and their calculation from spherical harmonic models," *Helmholtz Centre Potsdam, GFZ*, 2009.
- [11] A. Safari, M. Sharifi, and I. Foroughi, "Local gravity field modeling using radial basis functions, case study: coastal area of the Persian Gulf," *Journal of the EARTH and SPACE PHYSICS*, vol. 39, pp. 33-48, 2013.
- [12] R. Klees, R. Tenzer, I. Prutkin, and T. Wittwer, "A data-driven approach to local gravity field modelling using spherical radial basis functions," *Journal of Geodesy*, vol. 82, pp. 457-471, 2008.
- [13] R. Tenzer and R. Klees, "The choice of the spherical radial basis functions in local gravity field modeling," *Studia Geophysica et Geodaetica*, vol. 52, pp. 287-304, 2008.
- [14] M. Alireza, "Genetic algorithms and applications," Tehran, Naghus Publisher, 2014.
- [15] M.S. Javi, "Solution of practical problems with genetic algorithms," Tehran, Ariapajuh Publisher, 2012.
- [16] N. E. Mastorakis, "On the solution of Ill-conditioned systems of linear and non-linear equations via genetic algorithms (GAs) and nelder-mead simplex search," *WSEAS Transactions on Information Science and Applications*, vol. 2, pp. 460-466, 2005.
- [17] R. L. Haupt and S. E. Haupt, *Practical genetic algorithms*: John Wiley & Sons, 2004.
- [18] S.M. Kia, "Genetic algorithms in Matlab," Tehran, Kian publisher, 2012.
- [19] N. E. Mastorakis, "Solving non-linear equations via genetic algorithms," Lisbon, Portugal, June, pp. 16-18, 2005.
- [20] L. Bajer and M. Holena, "RBF-based surrogate model for evolutionary optimization," in *ITAT*, 2012, pp. 3-8.
- [21] H. W. Engl and P. Kügler, "Nonlinear inverse problems: theoretical aspects and some industrial applications," in *Multidisciplinary methods for analysis optimization and control of complex systems*, ed: Springer, 2005, pp. 3-47.
- [22] P. C. Hansen, "Regularization tools: A Matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed problems," *Numerical algorithms*, vol. 6, pp. 1-35, 1994.
- [23] G. H. Golub, M. Heath, and G. Wahba, "Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter," *Technometrics*, vol. 21, pp. 215-223, 1979.
- [24] N. Neves, A.-T. Nguyen, and E. L. Torres, "A study of a non-linear optimization problem using a distributed genetic algorithm," in *Parallel Processing*, 1996. Vol. 3. Software., *Proceedings of the 1996 International Conference on*, 1996, pp. 29-36.



Application of the Genetic Algorithm in Regional Gravity Field Modeling Using Spherical Radial Basis Functions

Abdoreza Safari¹, Hani Mahbuby^{2*}, Anahita Shahbazi³

1- Associate professor, School of Surveying and Geospatial Engineering, College of Engineering, University of Tehran

2- Ms.c student of Geodesy, School of Surveying and Geospatial Engineering, College of Engineering, University of Tehran

3- Ms.c student of Geodesy, School of Surveying and Geospatial Engineering, College of Engineering, University of Tehran

Abstract

Spherical radial basis functions (SRBFs) have been extensively used in regional gravity field modeling. Determining the optimal of the SRBF parameters including their shape and locations is one of the most challenging tasks in SRBF approximation of the Earth's gravity field. In this paper, an optimization strategy is suggested to solve the problem of gravity field modeling using SRBFs. For this purpose, the potential gravity anomaly is expanded into a linear combination of the SRBFs, and then, the system of observation equations is set based on gravity anomaly data. The unknown modeling parameters are consisted of two steps: 1- the 3D position of SRBFs, namely SRBF centers and SRBF depths are determined utilizing the genetic algorithm, and 2- the scaling coefficients in SRBF expansion of the gravity anomaly are determined using the Tikhonov regularization algorithm. In this approach, a chromosome population which includes the 3D position of the kernels is generated and those with more competence are chosen. Furthermore, new chromosomes are produced based on crossover, mutation and migration processes. Therefore, since the kernel positions are obtained via the genetic algorithm, the non-linear problem convert into a linear problem which the coefficients of the expansion for each chromosome can be solved using the Tikhonov regularization algorithm. The performance of the proposed optimization scheme is assessed based on synthetic gravity anomalies provided by EGM2008 up to degree and order of 2160. Finally, an accuracy of 1.08 mGal in gravity anomalies and 0.78 m²/s² in anomaly potentials is obtained. The numerical experiments reveal that the proposed optimization algorithm provides an appropriate SRBF distribution which improves the gravimetric models' accuracies.

Key words: Hyperspectral image, Spectral-Spatial Classification, Dimensionality reduction, Genetic algorithm.

Correspondence Address: Geodesy group, School of Surveying and Geospatial Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran. Tel: +989123227184
Email: hanyamahbuby@ut.ac.ir