

آنالیز سه بعدی استرین به روش لاگرانژی با سری‌های زمانی ایستگاه‌های دائمی GPS بدون پایدارسازی (منطقه مورد مطالعه: واشینگتن)

یاشار توده زعیم^۱، وهاب نفیسی^{۲*}، علیرضا امیری سیمکویی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی، گروه مهندسی نقشه‌برداری، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان

۲- استادیار، گروه مهندسی نقشه‌برداری، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان

۳- دانشیار، گروه مهندسی نقشه‌برداری، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان

تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۰۹/۰۱ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۱۲/۱۸

چکیده

تغییر شکل زمین یک پدیده‌ی سه بعدی است، پس باید آنالیز پوسته نیز به صورت سه بعدی صورت بگیرد. بررسی تغییر شکل با استفاده از دو اپک زمانی نیز روش کارآمدی محسوب نمی‌شود. زیرا ممکن است نتوان به شناخت صحیحی از وقوع پدیده‌های ژئودینامیکی رخ داده دست یافت. از این رو می‌بایست مشاهدات دائمی و پیوسته از موقعیت نقاط داشت. ایستگاه‌های دائمی GPS می‌توانند چنین مشاهداتی را فراهم نمایند. در بخش ابتدایی این تحقیق از سری‌های زمانی ۱۹ ایستگاه دائمی GPS در منطقه‌ی واشینگتن استفاده شده است. با آنالیز همزمان مشاهدات مشترک، میزان جابه‌جایی‌ها در سه راستا به دست آمدند. طبق نتایج به دست آمده، دقت برآورد جابه‌جایی‌های مسطحاتی ۳/۵ برابر دقت برآورد جابه‌جایی‌های ارتفاعی است. در بخش بعدی نیز از روش لاگرانژی برای آنالیز تغییر شکل استفاده شده است. در حالت کلی با تعمیم مدل ریاضی این روش، از حالت دو بعدی به سه بعدی، امکان ناپایداری مسئله و وردا شدن نتایج وجود دارد. نتایج این مقاله نشان می‌دهد که لزوماً تعمیم مدل به حالت سه بعدی نمی‌تواند منجر به ناپایداری مسئله گردد. به نظر می‌رسد که موقعیت مناسب نقاط نسبت به هم و توپوگرافی منطقه مانع از بدوضع شدن ماتریس ضرایب شده است. نکته‌ی مهمی که وجود دارد این است که: در هر دو حالت دو بعدی و سه بعدی آنالیز تغییر شکل، الگوهای رفتاری منطقه با هم همخوانی دارند. این میزان همخوانی در بیشتر ایستگاه‌ها دیده می‌شود. اما به لحاظ مقداری این همخوانی وجود ندارد و شاهد تفاوت جدی بین مقادیر اصلی مسطحاتی تانسور کرنش و مقادیر اتساع (فشارش)، حتی تا دو رقم اعشار می‌باشیم. این میزان اختلاف می‌تواند ناشی از در نظر نگرفتن مولفه ارتفاعی در بررسی تغییر شکل به صورت دو بعدی باشد.

واژه‌های کلیدی: سری‌های زمانی، اعداد شرط، مسئله بدوضع، اتساع

* نویسنده مکاتبه کننده: وهاب نفیسی، اصفهان، خیابان هزار جریب، کدپستی ۸۱۷۴۶-۷۳۴۴۱

تلفن: ۰۳۱۳۷۹۳۴۵۱۳

۱- مقدمه

از اوایل قرن گذشته استفاده از اندازه‌گیری‌های ژئودتیکی جهت رفتارسنجی پدیده‌های ژئودینامیکی از جمله تغییر شکل پوسته‌ی زمین کاربرد وسیعی پیدا کرده است. سیستم تعیین موقعیت جهانی از اواسط دهه‌ی ۱۹۷۰ میلادی به صورت کاربردی در این حوزه فعال بوده است. از دلایل عمده آن می‌توان به عدم نیاز به دید مستقیم بین نقاط شبکه و تعیین موقعیت همزمان سه‌بعدی در هر شرایط آب و هوایی اشاره کرد پیوستگی سری‌های زمانی (مشاهدات) ایستگاه‌های دائمی GPS، بررسی دقیق‌تر پدیده‌های ژئودینامیکی مختلف از جمله حرکت صفحات تکتونیکی و تغییر شکل پوسته‌ی زمین را امکان‌پذیر کرده است [۱]. در حالت ایده‌آل فرض می‌شود سری‌های زمانی فقط شامل نویز سفید باشند ولی بررسی سری‌های زمانی مختصاتی GPS نشان داده‌است که نویز تنها از نوع سفید نیست و ترکیبی از نویز سفید و فیلتر انتخاب مناسب‌تری است [۲,۳,۴,۵,۶]. موقعیت روزانه‌ی ایستگاه‌های دائمی GPS، علاوه بر تغییرات ثابت، تغییرات متناوبی از جمله تغییرات با دوره‌ی تناوب سالیانه را نشان می‌دهد. دنگ و همکاران با آنالیز سری‌های زمانی موقعیت روزانه‌ی بیش از ۱۲۰ ایستگاه دائمی GPS، این تغییرات را در مولفه‌های مختصاتی شناسایی کردند [۷]. ساگیا و همکاران برای بررسی تغییر شکل پوسته‌ی زمین سیگنال‌های سالانه و ترند خطی مربوط به سری‌های زمانی را در نظر گرفتند. مشخص شد که منبع سیگنال‌های غیرخطی در حرکت واقعی زمین نیست و مربوط به آنالیزها و اندازه‌گیری‌ها می‌باشد [۷,۸,۹]. خطاهای مربوط به مدار ماهواره‌ها و کامل نبودن مدل‌های جزر و مدی نیز می‌توانند از جمله‌ی عوامل دیگر باشند. الگوهای پرریز سالانه، نیم‌سالانه و یا سیگنال‌هایی با پریود ۱۴/۸، ۱۴/۲ و ۱۳/۶ روزه در کار افرادی چون پنا و استوارت قابل مشاهده می‌باشد [۱۰,۱۱,۱۲] مطالعات ۱۰ سال

اخیر از جمله امیری سیمکوئی و ری و همکاران روی سری‌های زمانی نشان می‌دهد که پرریزهای دیگری نیز غیر از پرریزهای ذکر شده در سری‌های زمانی قابل مشاهده است، از جمله تغییرات با دوره تناوب ۳۵۰ یا ۳۵۱ روزه و کسرهایی از آن [۱۳,۱۴,۱۷]. منبع این تغییرات می‌تواند ناشی از زمان تکرار آرایش مدار ماهواره‌ها باشد [۱۵]. از دیگر تحقیقات صورت گرفته در حوزه‌ی تغییر شکل پوسته‌ی زمین می‌توان به مطالعات انجام شده توسط گرافارند، برونر، وثوقی، مشهدی حسینعلی و .. اشاره نمود. گرافارند تغییر شکل‌های پوسته‌ی زمین در مقیاس جهانی را مورد بررسی قرار داده‌است [۱۶]. برونر، روشی برای بررسی تغییر شکل کلی پوسته‌ی زمین پیشنهاد کرده است که در آن از تغییر شکل به انتقالی آفاین تعبیر می‌شود [۱۷]. وثوقی، با تکیه بر مفاهیم نظریه پوسته در مکانیک محیط‌های پیوسته، روابط هندسه ذاتی و غیرذاتی تغییر شکل سطح زمین را مورد بررسی قرار داده‌است [۱۸]. مشهدی حسینعلی نیز با استفاده از روش‌های آیزوپارامتریک و لاگرانژی و با تعمیم مدل ریاضی مربوطه از فضای دو بعدی به فضای سه بعدی نشان می‌دهد که مسئله مورد نظر در منطقه مورد مطالعه دارای جوابی ناپایدار می‌باشد [۱۹]. در این مقاله ابتدا به طور مختصر روابط مربوط به برآورد مولفه‌های واریانس در آنالیز تک‌متغیره و چندمتغیره سری‌های زمانی توضیح داده می‌شود. سپس روابط مربوط به نگرش تغییر شکل لاگرانژی به صورت سه بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در قسمت نتایج عددی نیز میزان جابه‌جایی‌ها در سه راستا برآورد می‌شوند. با استفاده از اعداد شرط و شرط پیکارد، پایداری مسئله مورد بررسی قرار می‌گیرد. تانسور استرین به صورت سه بعدی آنالیز می‌گردد. در انتها نیز به منظور مقایسه، نتایج حالت سه بعدی و حالت دو بعدی بررسی می‌شود.

۲- آنالیز سری های زمانی

۲-۱- مدل تابعی و آماری

برای بررسی رفتار سری زمانی تک متغیره یک ترند خطی با q سیگنال پریودیک به سری زمانی اختصاص می دهیم. این ترند رفتار تغییر شکل و

رابطه (۱)

$$E(y_i(t)) = x_i^{(1)} + x_i^{(2)}(t) + \sum_{k=1}^q (x_i^{(2k-1)} \cos \omega_k t + x_i^{(2k)} \sin \omega_k t)$$

رابطه (۴)

$$Q_{rw} = f_s^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & \dots & 2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & \dots & m \end{bmatrix}$$

$$f_s^{-1} = \frac{m-1}{T}$$

که در این رابطه f_s بیانگر فرکانس نمونه برداری در سال T و نیز کل بازه ی زمانی مورد مطالعه است [۲۲، ۲۳]

۲-۲- برآورد مولفه های واریانس در آنالیز

تک متغیره سری های زمانی

فرض کنید مشاهدات تابعی از مدل خطی زیر باشد (مدل گوس-مارکوف):

رابطه (۵)

$$E\{\underline{y}\} = A\underline{x}; D\{\underline{y}\} = Q_y = Q_0 + \sum_{k=1}^p \sigma_k Q_k$$

که در آن ماتریس A مرتبه کامل ستونی فرض شده، Q_0 جزء معلوم ماتریس کوواریانس و Q_k به ازای $k = 1, \dots, p$ ماتریس های کوفاکتور متقارن و مستقل خطی می باشند به طوری که مجموع $Q_0 + \sum_{k=1}^p \sigma_k Q_k$ یک ماتریس معین نامنفی باشد. در ابتدا برآورد مولفه های واریانس برای مدل شرط ایجاد شد که روابط آن به صورت زیر می باشد [۱۴]:

$$\hat{\underline{\theta}} = N^{-1}l \quad \text{رابطه (۶)}$$

$$n_{kl} = \text{trace}(B^T Q_k B W_t B^T Q_l B W_t) \quad \text{رابطه (۷)}$$

بردار مجهولات شامل $x_i^{(1)}$ ، $x_i^{(2)}$ و ضرایب توابع هارمونیک نیز $x_i^{(2k)}$ و $x_i^{(2k-1)}$ می باشند. اگر سری زمانی GPS در حالت کلی شامل نویز سفید، فیلتر و رندوم واک باشد، ماتریس کواریانس سری زمانی را می توان به صورت زیر نوشت:

رابطه (۲)

$$Q_y = \sigma_w^2 I + \sigma_f^2 Q_f + \sigma_{rw}^2 Q_{rw}$$

در این رابطه مولفه های σ_w^2 ، σ_f^2 ، σ_{rw}^2 به ترتیب واریانس های مجهول نویز رندوم واک، وایت و فیلتر می باشند که توسط روش LS-VCE^۱ برآورد می شوند. Q_{rw} و Q_f ، $I_{m \times m}$ ماتریس های کوفاکتور نویز می باشند که معلوم هستند. المان های ماتریس Q_f بر اساس پیشنهاد ژانگ و همکاران به صورت زیر بدست می آیند [۲۱]:

رابطه (۳)

$$q_{ij}^f = \begin{cases} \frac{9}{8} & \text{if } \tau = 0 \\ \frac{9}{8} \left(1 - \frac{\log \tau + 2}{24} \right) & \text{if } \tau \neq 0 \end{cases}$$

که در این رابطه $\tau = |t_j - t_i|$.

در مورد نویز رندوم واک نیز می توان از ماتریس زیر استفاده کرد:

^۱ Least Square Variance Component Estimation

رابطه (۸) سری‌های زمانی مختلف می‌توانند به هم وابسته باشند، به اثبات رسیده است [۵]. بنابراین به نظر می‌رسد که آنالیز سری‌های زمانی به صورت مستقل و جداگانه چندان واقع بینانه نباشد. عمدتاً در آنالیزها پارامترهای هر سری زمانی مستقل از سایر سری‌ها تخمین زده می‌شود. با استفاده از مدل تک‌متغیره نمی‌توان از همه‌ی مشاهدات همزمان به صورت بهینه استفاده نمود زیرا وابستگی مکانی که ممکن است بین سری‌های زمانی مختلف وجود داشته باشد در نظر گرفته نمی‌شود [۱۴]. بیشتر راهکارهایی که نتایج واقع بینانه‌ای به دنبال دارند، وابستگی‌های مکانی و زمانی سری‌های زمانی را در کنار هم در نظر می‌گیرند. اگر به جای یک سری زمانی همزمان r سری زمانی مورد بررسی قرار گیرد و مولفه‌های واریانس در این حالت برآورد شود لازم است که از برآورد نویز کمترین مربعات در حالت چندمتغیره استفاده شود.

در این حالت بردارهای مشاهدات و مجهولات به صورت رابطه زیر خواهند بود:

$$\text{رابطه (۱۵)}$$

$$Y = [y_1, y_2, \dots, y_r]$$

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_r]$$

مدل تصادفی در حالت چندمتغیره به صورت زیر می‌باشد [۱۴]:

$$\text{رابطه (۱۶)}$$

$$Q_{vec(Y)} = \Sigma \otimes Q = \Sigma \otimes \left(\sum_{k=1}^P \sigma_k Q_k \right)$$

برای برآورد ماتریس کواریانس برآوردگرها (مجهول مورد نظر در رابطه بالا، Σ است که باید برآورد شود) نیز، این ماتریس توسط LS-VCE به صورت زیر برآورد می‌شود: [۱۴، ۲۴، ۲۵، ۲۶]:

رابطه (۸)

$$(D)_k = \left[\left[-t^T W_t B \right]^T Q_k B W_t - \text{trace}(B^T Q_k B W_t B^T Q_0 B W_t) \right]$$

در صورتی که ماتریس B (مدل معادلات شرط) معلوم باشد روش کمترین مربعات و رابطه‌ی فوق برای برآورد مؤلفه‌های (کو) واریانس مورد استفاده قرار می‌گیرد. در بیشتر کاربردهای ژئودتیکی ماتریس طرح A موجود است. اتحاد زیر بین مدل شرط و پارامتریک برقرار است:

رابطه (۹)

$$A(A^T W A)^{-1} A^T W + W^{-1} B (B^T W^{-1} B)^{-1} B^T = I_m$$

m تعداد مشاهدات می‌باشد. با استفاده از اتحاد فوق و رابطه $W = \frac{1}{\sqrt{2}} Q_y^{-1}$ می‌توان روابط (۶) و (۷) را به صورت زیر در مدل پارامتریک بازنویسی کرد [۱۴]:

رابطه (۱۰)

$$n_{kl} = \frac{1}{2} \text{tr}(Q_k Q_y^{-1} P_A^\perp Q_l Q_y^{-1} P_A^\perp)$$

رابطه (۱۱)

$$\begin{aligned} \underline{\hat{e}}_k &= \\ & \frac{1}{2} \underline{\hat{e}}^T Q_y^{-1} Q_k Q_y^{-1} \underline{\hat{e}} - \\ & \frac{1}{2} \text{tr}(Q_k Q_y^{-1} P_A^\perp Q_0 Q_y^{-1} P_A^\perp) \end{aligned}$$

که در این روابط

رابطه (۱۲)

$$P_A^\perp = I - A(A^T Q_y^{-1} A)^{-1} A^T Q_y^{-1}$$

رابطه (۱۳)

$$\underline{\hat{e}} = P_A^\perp \underline{y}$$

برآورد کمترین مؤلفه‌های (کو) واریانس بر حسب مدل پارامتریک به صورت $\underline{\hat{e}} = N^{-1} \underline{e}$ فرموله شد. معکوس ماتریس نرمال (N) نیز ماتریس (کو) واریانس برآوردگرها را نتیجه می‌دهد.

$$Q_{\hat{e}} = N^{-1} \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

۲-۳- برآورد مؤلفه‌های واریانس در آنالیز

چندمتغیره سری‌های زمانی

باتوجه به تحقیقات صورت گرفته این فرضیه که

$$\hat{\Sigma} = \frac{\hat{E}^T Q^{-1} \hat{E}}{m-n} ; \hat{E} = P_A^+ Y = (I - A(A^T Q^{-1} A)^{-1} A^T Q^{-1}) Y \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

مورد بحث دارای جوابی ناپایدار باشد. اما در این مقاله نشان خواهیم داد که همواره این چنین نیست و بسته به شرایط منطقه‌ای و توپوگرافی آن و همچنین توزیع مناسب نقاط شبکه، امکان این وجود دارد که ماتریس ضرایب بدوضع نگردد.

۳-۱- روش لاگرانژی

برخلاف نگرش تغییر شکل آیزوپارامتریک که بر اساس تغییرات نسبی در طول خطوط میناست، نگرش تغییر شکل لاگرانژی براساس تغییرات نسبی مختصات ایستگاه‌های شبکه بیان می‌گردد و از این رو وردا می‌باشد.

فرض کنیم که $u = (x, y, z)$ و $v = (x, y, z)$ و $w = (x, y, z)$ توابع جابه‌جایی‌ای باشند که تغییر شکل پیوسته جسم را توصیف می‌کنند، آن‌گاه با فرض نزدیک بودن دو نقطه می‌توان جابه‌جایی نقاط نسبت به هم را به صورت زیر نشان داد:

$$\begin{aligned} \Delta u &= \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial u}{\partial y} + \Delta z \frac{\partial u}{\partial z} \\ \Delta v &= \Delta x \frac{\partial v}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial v}{\partial y} + \Delta z \frac{\partial v}{\partial z} \\ \Delta w &= \Delta x \frac{\partial w}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial w}{\partial y} + \Delta z \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned}$$

این معادلات بر حسب پارامترهای دوران و استرین و گرادیان‌های جابه‌جایی به صورت زیر قابل بازنویسی می‌باشند:

$$\begin{aligned} \Delta u &= e_{xx} \Delta x + \frac{1}{2} e_{xy} \Delta y + \frac{1}{2} e_{xz} \Delta z - \omega_z \Delta y + \omega_y \Delta z \\ \Delta v &= \frac{1}{2} e_{xy} \Delta x + e_{yy} \Delta y + \frac{1}{2} e_{yz} \Delta z - \omega_x \Delta z + \omega_z \Delta x \\ \Delta w &= \frac{1}{2} e_{zx} \Delta x + \frac{1}{2} e_{yz} \Delta y + e_{zz} \Delta z - \omega_y \Delta x + \omega_x \Delta y \end{aligned}$$

برای برآورد مولفه‌های واریانس در حالت چندمتغیره نیز تنها می‌بایست برخی ترم‌ها را در معادلات (۱۰) و (۱۱) جایگزین نمود که در انتها بعد از یک سری عملیات به روابط زیر برای آنالیز چندمتغیره خواهیم رسید:

$$\hat{\sigma} = N^{-1} L \quad \text{رابطه (۱۸)}$$

$$\text{رابطه (۱۹)}$$

$$n_{kl} = \frac{r}{2} \text{tr}(Q_k Q_y^{-1} P_A^+ Q_l Q_y^{-1} P_A^+) \quad \text{رابطه (۲۰)}$$

$$\underline{l}_k = \frac{1}{2} \text{tr}(Q_k Q_y^{-1} P_A^+ Q_0 Q_y^{-1} P_A^+)$$

۳- آنالیز استرین

به دلیل ماهیت سه بعدی پدیده تغییر شکل زمین، مطالعه آن در دو بعد (با کاهش مشاهدات بر روی سطح یک دیتوم مسطحاتی) یا در نظر گرفتن آن به صورت یک فرایند قائم محض می‌تواند منجر به تحلیل نادرستی از تغییر شکل شود. در این مقاله در نظر داریم تا از روش لاگرانژی برای آنالیز تغییر شکل سطحی پوسته‌ی زمین استفاده نمائیم. استفاده از این روش‌ها به همراه روش‌های دیگر برای آنالیز دو بعدی تغییر شکل بارها گزارش شده است [۲۷]. به طور کلی تفاوت اندازه‌ی مولفه‌های طول بازهای یک شبکه عامل ناپایداری جواب در آنالیز سه بعدی تغییر شکل می‌باشد [۲۸]. بررسی این روش در آنالیز سه بعدی تغییر شکل پوسته زمین از طریق تعمیم مدل ریاضی مربوطه از فضای دو بعدی به فضای سه بعدی نشان می‌دهد که امکان این وجود دارد که مسئله

$$\text{رابطه (۲۲)}$$

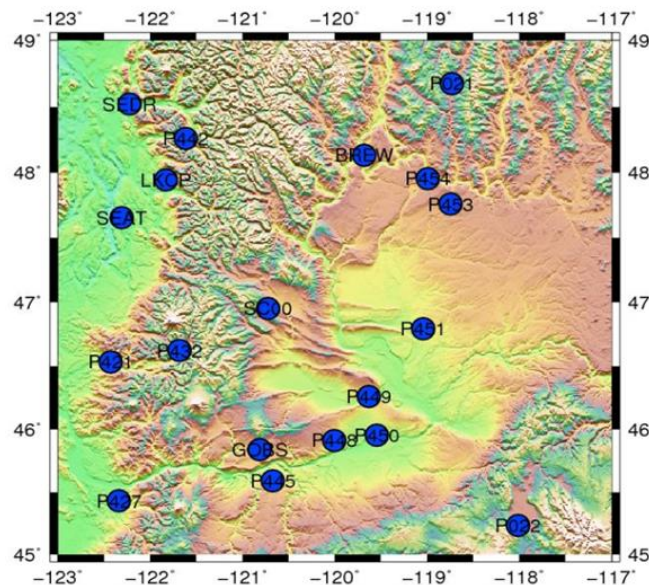
ماتریس ضرایب برای این روش به صورت زیر نمایش داده می‌شود :

$$A = \begin{bmatrix} \Delta E_{k1} & 0 & \frac{1}{2} \Delta N_{k1} & 0 & \frac{1}{2} \Delta U_{k1} & 0 & 0 & \Delta U_{k1} & -\frac{1}{2} \Delta N_{k1} \\ 0 & \Delta N_{k1} & \frac{1}{2} \Delta E_{k1} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \Delta U_{k1} & -\Delta U_{k1} & 0 & -\Delta E_{k1} \\ 0 & 0 & 0 & \Delta U_{k1} & \frac{1}{2} \Delta E_{k1} & \frac{1}{2} \Delta N_{k1} & \Delta N_{k1} & -\Delta E_{k1} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta E_{kp} & 0 & \frac{1}{2} \Delta N_{kp} & 0 & \frac{1}{2} \Delta U_{kp} & 0 & 0 & \Delta U_{kp} & -\frac{1}{2} \Delta N_{kp} \\ 0 & \Delta N_{kp} & \frac{1}{2} \Delta E_{kp} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \Delta U_{kp} & -\Delta U_{kp} & 0 & -\Delta E_{kp} \\ 0 & 0 & 0 & \Delta U_{kp} & \frac{1}{2} \Delta E_{kp} & \frac{1}{2} \Delta N_{kp} & \Delta N_{kp} & -\Delta E_{kp} & 0 \end{bmatrix}$$

۴- منطقه مورد مطالعه

برای انجام این پژوهش شبکه‌ای شامل 19 ایستگاه در ایالت واشنگتن (شکل (۱)) در نظر گرفته شده‌است. موقعیت ایستگاه‌ها نسبت به هم نیز در شکل (۱) نمایش داده شده‌است. مشاهدات مربوط به این ایستگاه‌های دائمی GPS از سال ۲۰۰۶ تا اواخر ۲۰۱۴ در سه راستای lat, lon, rad به منظور تشخیص نویز و انجام آنالیزهای استرین از سایتی به آدرس <http://sideshow.jpl.nasa.gov/post/series.html> دانلود شده‌است.

در این ماتریس ΔE_{ki} ، ΔN_{ki} و ΔU_{ki} ($i=1, \dots, 19$) مولفه‌های بردارهای موقعیت ki در سیستم مختصات محلی ENU می‌باشند. L_{ki} هم طول این بردارهاست [۱۹]. با کمی تغییر در رابطه (۲۲) می‌توان آنالیز تغییر شکل را به صورت دو بعدی نیز انجام داد. این آنالیز در انتهای مقاله به منظور مقایسه با حالت سه بعدی انجام شده‌است.



شکل ۱: توپوگرافی منطقه مورد مطالعه و موقعیت ایستگاه‌ها نسبت به هم

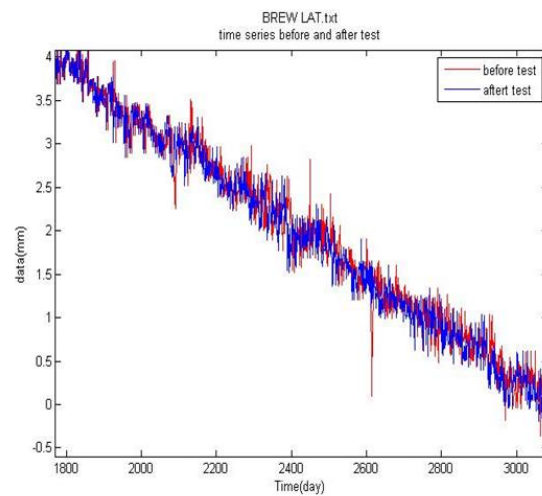
وایت+فیلیکر و وایت+فیلیکر+رندوم واک نیز مدل فیلیکر به همراه وایت به عنوان مدل آماری مناسب انتخاب شد [۱۴]. ترکیب سه حالت آن ها به دلیل منفی شدن مولفه واریانس به عنوان مدل مناسب تلقی نمی شود. با مشخص بودن مدل نویز مناسب، سری های زمانی ای که مشاهدات اشتباه آنها حذف شده بود، همزمان مورد آنالیز قرار گرفتند. این آنالیز با ۱۲۵۰ مشاهده مشترک انجام شد. میزان جابه جایی ها در سه راستا، به همراه دقتشان برآورد گردید که در جدول (۱) آورده شده است. نحوه ی همگرا شدن مولفه های واریانس (σ^2) برای مدل وایت + فیلیکر را نیز می توان در شکل (۳) دید. همچنین انحراف معیارهای انحراف معیار مولفه های واریانس نیز در شکل (۳) نشان داده شده است.

۵- نتایج عددی

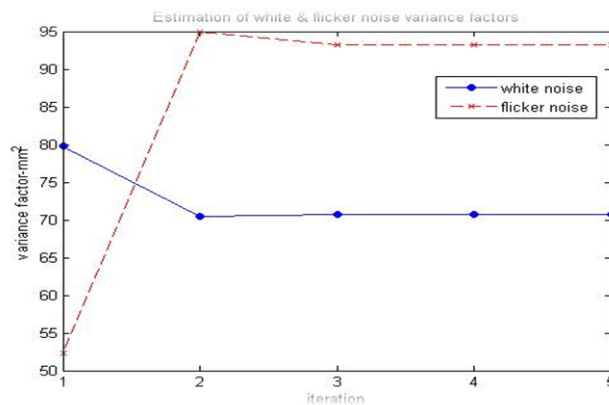
در ابتدا سری های زمانی ۱۹ ایستگاه دائمی GPS در سه راستا (lat, lon, rad) به صورت جداگانه پردازش شدند. در جریان پردازش جداگانه یا تک تک این سری های زمانی برخی مشاهدات (مشاهدات اشتباه) که دارای جهش های ناگهانی بودند به کمک W-test تشخیص داده شدند و از روند پردازش خارج شدند [۱۴]. برای این منظور $\alpha = 0.001$ (فاصله اطمینان 0.999) در نظر گرفته شد. یک مورد از این جهش ها مربوط به سری زمانی مولفه ی lat ایستگاه BREW قبل و بعد حذف مشاهدات اشتباه در شکل (۲) نشان داده شده است. با لحاظ کردن پیوندهای سالانه، نیم سالانه، ۳۵۰ روزه و کسرهایی از آن $(\frac{350}{k}, k = 1, 2, \dots, 8)$ مدل تابعی تشکیل داده شد [۱۴]. از بین مدل های وایت،

جدول ۱: میزان جابه جایی ها (cm/year) در سه راستا به همراه دقت جابه جایی ها در تعدادی از ایستگاه ها

ایستگاه		Lat		Lon		Rad	
شماره	نام	Δlat (cm/y)	$\sigma_{\Delta lat}$ (cm/y) ²	Δlon (cm/y)	$\sigma_{\Delta lon}$ (cm/y) ²	Δrad (cm/y)	$\sigma_{\Delta rad}$ (cm/y) ²
1	BREW	-0.98	0.016	-1.26	0.016	-0.11	0.059
2	GOBS	-0.84	0.017	-1.27	0.017	-0.16	0.055
3	LKCP	-0.89	0.020	-1.08	0.018	-0.17	0.069
4	P021	-1.02	0.018	-1.30	0.016	-0.03	0.057
5	P022	-0.96	0.019	-1.37	0.023	-0.07	0.067
6	P421	-0.68	0.017	-0.90	0.017	0.09	0.061
7	P427	-0.65	0.016	-1	0.017	-0.20	0.054
8	P432	-0.81	0.020	-1.07	0.021	-0.16	0.066
9	P442	-0.90	0.024	-1.15	0.019	-0.15	0.065
10	P445	-0.87	0.018	-1.23	0.017	-0.2	0.061

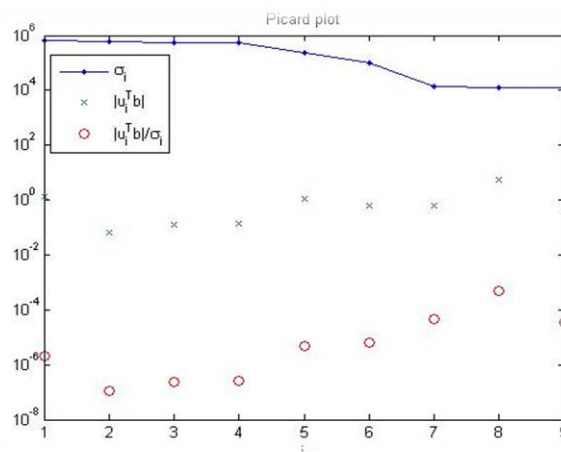


شکل ۲: حذف مشاهدات اشتباه از سری زمانی با $\alpha = 0.001$



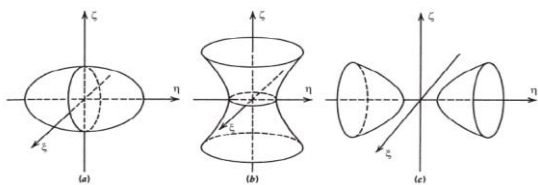
شکل ۳: نحوه‌ی همگرا شدن مولفه‌های واریانس در آنالیز چندمتغیره (مدل وایت + فلیکِر)

$$(\sigma_{\hat{w}} = 0.003 \text{ و } \sigma_{\hat{f}} = 0.012)$$



شکل ۴: برقرار بودن شرط پیکارد برای مسئله آنالیز تغییر شکل سه بعدی لاگرانژی در منطقه مورد مطالعه

به لحاظ توپوگرافی) که در شکل (۱) نشان داده شد، اختلاف قابل توجهی بین ستون های ماتریس A دیده نمی شود. این عدم اختلاف قابل توجه را می توان در شکل (۴) مشاهده نمود. در این شکل که به شرط پیکارد^۱ موسوم است، مقادیر سینگولار (σ_i) تانسور استرین مربوط به ایستگاه SC00 دیده می شود. نکته ی دیگر، کمیت های ناورد در تانسور استرین می باشند. مقادیر ویژه تانسور استرین چنین ویژگی ای دارند. بنابراین به تعریف سیستم مختصات وابسته نیستند. حالات زیر را می توان برای مقادیر ویژه در نظر گرفت [۱۹]:



شکل ۵: اشکال هندسی معادله درجه دو تغییر شکل در سه بعد

۱. در حالت (a): هر سه مقدار ویژه مثبت می باشند، در این حالت شکل حاصل بیضوی است و در هر سه جهت انبساط وجود خواهد داشت.
 ۲. در حالت (b): دو مقدار مثبت می باشند، در این حالت شکل حاصل فرم درجه دو هذلولی است که در جهت مقادیر مثبت انبساط و در جهت مقدار منفی انقباض وجود دارد.
 ۳. در حالت (c): یک مقدار مثبت است و بنابراین در این جهت انبساط و در دو جهت دیگر فشردگی وجود دارد.
- اگر Λ_1 ، Λ_2 و Λ_3 مقادیر ویژه تانسور استرین باشند آنگاه اتساع سه بعدی (فشارش) به صورت زیر به دست می آید:

$$E = \Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 \quad \text{رابطه (۲۳)}$$

همان گونه که اشاره شد با تعمیم مدل ریاضی از دو بعد به سه بعد می توان انتظار داشت که مسئله بد وضع گردد. برای بدوضع شدن مسئله می بایست شرایطی بر منطقه (ماتریس ضرایب) حاکم باشد و تنها تغییر مدل از دو بعد به سه بعد نمی تواند موجب بد وضع شدن ماتریس ضرایب شود. برای مثال اگر یکی از مولفه های طول بازهای بین نقاط یک شبکه صفر باشد (زمانی که منطقه مسطح باشد و بررسی تغییر شکل با مدل سه بعدی صورت بگیرد) منجر به کمبود مرتبه ستونی ماتریس ضرایب می گردد در نتیجه مسئله ناپایدار خواهد بود. یا گاهی ممکن است که یکی از مولفه های طول بازهای شبکه به مراتب کوچکتر از سایر مولفه های آن باشد (برای مثال شبکه در منطقه ای باشد که اختلاف ارتفاعی چندانی بین ایستگاه ها وجود نداشته باشد یا تقریباً مسطح باشد) در این شرایط عدد شرط ماتریس (نسبت بزرگترین مقدار سینگولار به کوچکترین مقدار سینگولار ماتریس ضرایب) مقدار بسیار بزرگی می شود در نتیجه جواب مسئله می تواند ناپایدار باشد. در این شرایط مولفه های e_{xz} و e_{yz} و e_{zz} که متغیرهای نظیر ستون ۴، ۵ و ۶ ماتریس ضرایب محسوب می شوند حساسیت بیشتری نسبت به تغییرات پارامترهای ورودی خواهند داشت. می توان به مشهودی حسینعلی و همکاران اشاره کرد که ناپایداری جواب کمترین مربعات مسئله آنالیز سه بعدی تغییر شکل را با روش لاگرانژی در یک منطقه بررسی کرده و نشان دادند که جواب حاصل از روش کمترین مربعات در این منطقه ناپایدار است [۱۹]. ذکر این نکته نیز ضروری است که با توجه به اینکه در سرشکنی کمترین مربعات هدف مینیمم کردن نرم باقی مانده های جواب است، پس جواب حاصل از کمترین مربعات هیچ ارزیابی از مقدار واقعی ندارد. در حالی که در مسائل بد وضع، جواب حاصل از اعمال روش های پایدارسازی دارای اریب از مقدار واقعی خواهد بود. با توجه به شرایط منطقه ای

¹ Picard Condition

سه بعدی، تصویر روشن‌تری را در خصوص الگوی تغییر شکل مسطحاتی (Λ_1, Λ_2) و ارتفاعی (Λ_3) منطقه‌ی مورد مطالعه دید. در ادامه نیز آنالیز تغییر شکل با روش لاگرانژی و به‌صورت دو بعدی صورت گرفته است که نتایج آن در جدول (۴) و شکل (۷) آورده شده‌است.

در حالت دو بعدی نیز با فرض آنکه λ_1 و λ_2 مقادیر ویژه تانسور استرین باشند این کمیت را نیز می‌توان به‌صورت زیر به دست آورد:

$$e = \lambda_1 + \lambda_2 \quad (۲۴)$$

مقادیر ویژه تانسور استرین و اتساع سه‌بعدی به همراه دقت آنها، به ترتیب در جداول (۲) و (۳) ارائه شده است. همچنین در شکل (۶) می‌توان با آنالیز

جدول ۲: اعداد شرط، مقادیر ویژه و دقت آنها در روش آنالیز تغییر شکل لاگرانژی به صورت سه بعدی در تعدادی از ایستگاه‌ها

شماره	ایستگاه	مقادیر ویژه به همراه دقت آنها در آنالیز تغییر شکل به صورت سه بعدی						عدد شرط
		Λ_1	σ_{Λ_1}	Λ_2	σ_{Λ_2}	Λ_3	σ_{Λ_3}	
1	BREW	-4.7e-06	7.53e-07	3.1e-06	6.17e-07	2.4e-05	3.84e-07	171
2	GOBS	-1.9e-05	6.31e-07	1.2e-06	5.82e-07	4.86e-05	6.7e-07	146
3	LKCP	-7.04e-06	9.19e-07	3.07e-06	6.84e-07	4.7e-05	2.3e-07	186
4	P021	-6.63e-05	8.64e-07	2.01e-06	7.06e-07	1.37e-04	5.33e-07	224
5	P022	-1.41e-04	8.5e-07	-5.95e-06	7.7e-07	1.87e-04	3.9e-07	207
6	P421	-1.99e-06	6.8e-07	2.51e-06	2.18e-07	5.69e-05	4.06e-07	190
7	P427	-5.16e-05	9.62e-07	4.99e-07	7.41e-07	1.57e-04	4.18e-07	197
8	P432	-3.13e-05	9.4e-07	3.92e-06	9.27e-07	4.46e-05	3.4e-07	127
9	P442	-7.6e-06	4.69e-07	2.63e-06	1.67e-07	6.8e-05	7.81e-07	191
10	P445	-1.45e-06	1.e-06	5.79e-07	3.92e-07	4.15e-05	1.47e-07	181

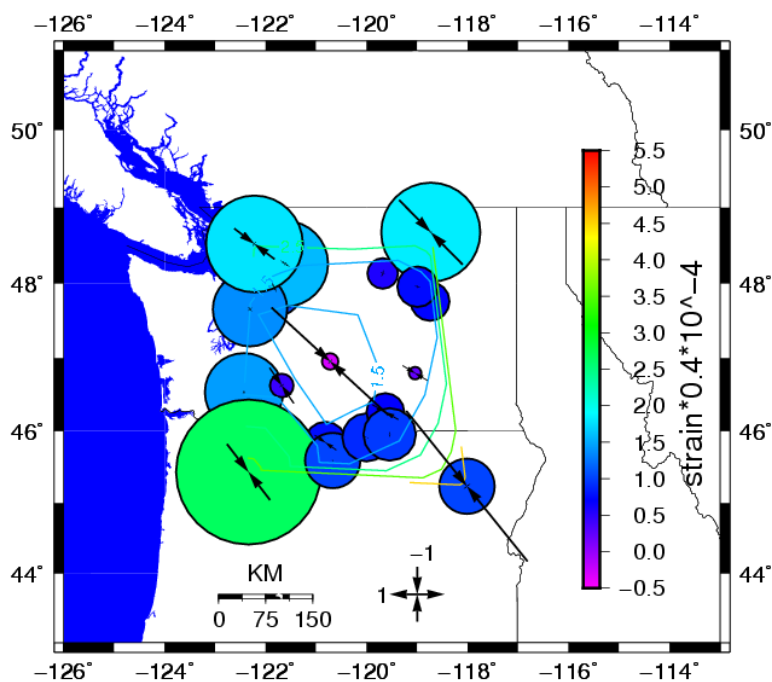
جدول ۳: مقادیر اتساع سه بعدی به همراه دقت برآورد آنها در آنالیز تغییر شکل لاگرانژی به صورت سه بعدی

در تعدادی از ایستگاه‌ها

شماره	ایستگاه	اتساع سه بعدی	
		E	σ_E
1	BREW	2.25e-05	9.85e-07
2	GOBS	3.04e-05	9.94e-07
3	LKCP	4.3e-05	9.87e-07
4	P021	7.27e-05	1.01e-06
5	P022	4.07e-05	9.44e-07
6	P421	5.74e-05	9.83e-07
7	P427	1.06e-04	1.05e-06
8	P432	1.72e-05	1.03e-07
9	P442	6.3e-05	9.88e-07
10	P445	4.06e-05	9.86e-07

شاهد پله ای شدن محسوس مقادیر سینگولار در نمودار شرط پیکارد مربوط به هر ایستگاه نخواهیم بود. در نتیجه می توان با اطمینان بیشتری نتایج بدست آمده را تفسیر کرد.

ستون آخر جدول (۲) شامل اعداد شرط می باشد. این اعداد به لحاظ مفهومی در هر ایستگاه، همان شرط پیکارد است. مقدار کم این اعداد بیانگر این است که اختلاف قابل توجهی بین بزرگترین مقدار سینگولار و کوچکترین مقدار آن وجود ندارد. به عبارت دیگر

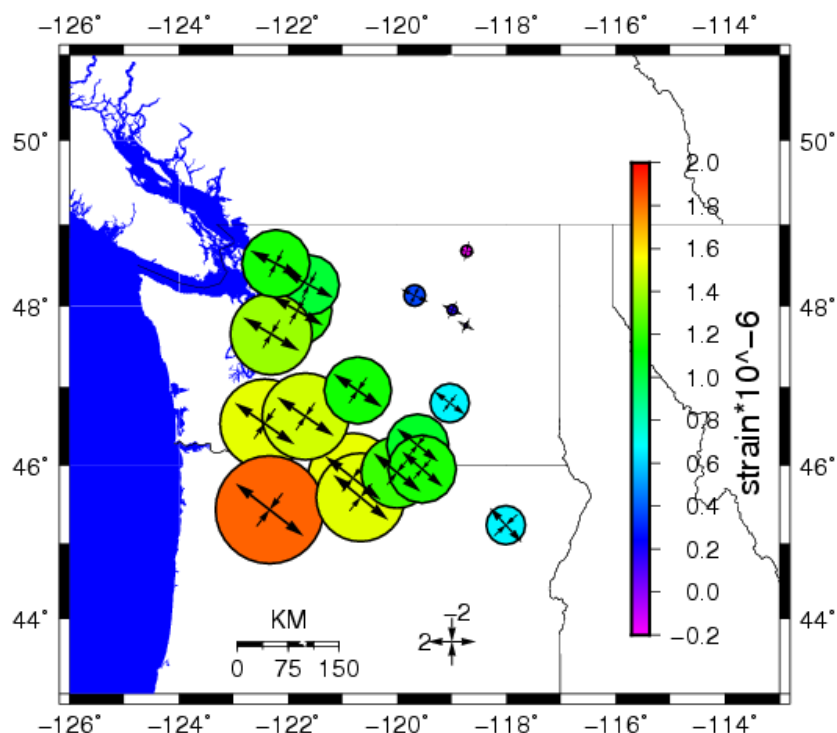


شکل ۶: مولفه های مسطحانی و ارتفاعی تانسور کرنش و مقادیر اتساع (دایره ها) در آنالیز تغییر شکل لاگرانژی به صورت سه بعدی

جدول ۴: مقادیر ویژه و دقت آنها به همراه اتساع در روش آنالیز تغییر شکل لاگرانژی به صورت دو بعدی

در تعدادی از ایستگاهها

ایستگاه		مقادیر ویژه به همراه دقت آنها				اتساع دو بعدی	
شماره	نام	λ_1	σ_{λ_1}	λ_2	σ_{λ_2}	e	σ_e
1	BREW	$-8.93e-07$	$3e-08$	$1.25e-06$	$3.59e-08$	$3.62e-07$	$4.66e-08$
2	GOBS	$-1.44e-06$	$2.94e-08$	$2.96e-06$	$3.41e-08$	$1.52e-06$	$4.63e-08$
3	LKCP	$-1.32e-06$	$3e-08$	$2.5e-06$	$3.44e-08$	$1.17e-06$	$4.56e-08$
4	P021	$-8.32e-07$	$2.98e-08$	$6.33e-07$	$3.66e-08$	$-1.99e-07$	$4.59e-08$
5	P022	$-1.31e-06$	$3.07e-08$	$1.97e-06$	$3.24e-08$	$6.62e-07$	$4.74e-08$
6	P421	$-1.55e-06$	$2.95e-08$	$3.07e-06$	$3.43e-08$	$1.51e-06$	$4.58e-08$
7	P427	$-1.77e-06$	$3.01e-08$	$3.6e-06$	$3.47e-08$	$1.83e-06$	$4.72e-08$
8	P432	$-1.41e-06$	$2.92e-08$	$2.89e-06$	$3.46e-08$	$1.47e-06$	$4.56e-08$
9	P442	$-1.24e-06$	$3.01e-08$	$2.27e-06$	$3.49e-08$	$1.02e-06$	$4.58e-08$
10	P445	$-1.48e-06$	$2.95e-08$	$2.99e-06$	$3.42e-08$	$1.5e-06$	$4.67e-08$



شکل ۷: مولفه‌های مسطحاتی تانسور کرنش و مقادیر اتساع (دایره‌ها) در آنالیز تغییر شکل لاگرانژی به صورت دو بعدی

صرف نظر کردن از اثر مولفه‌ی ارتفاعی و بررسی به صورت مسطحاتی می‌تواند به نتایج نادرستی از رفتار تکتونیکی منجر گردد. همچنین با توجه به شکل (۶) می‌توان نتیجه گرفت که در بررسی تغییر شکل در حالت سه بعدی در بیشتر ایستگاه‌ها شاهد هذلولی استرین می‌باشیم.

۵- نتیجه‌گیری

پیوستگی در سری‌های زمانی ایستگاه‌های دائمی GPS یک مزیت محسوب می‌شود و می‌تواند برای آشکارسازی تغییرات و جابه‌جایی‌ها مورد استفاده قرار گیرد. ولی با توجه به شکل (۲) وجود برخی مشاهدات اشتباه یا پرش‌ها که به offset یا jump موسوم هستند (برای مثال می‌توانند ناشی از انبساط و انقباض ساختمان ایستگاه باشند)، ممکن است در صورت عدم توجه، رفتار تکتونیکی تلقی شده و منجر به تفسیر اشتباه از الگوی رفتاری منطقه شوند. بنابراین حذف چنین مشاهداتی می‌تواند منجر به

نکته جالب توجه اینکه الگوی تغییر شکل تا حد زیادی در شکل (۶) و (۷) با همخوانی دارد به نحوی که میزان فشارش، در هر دو روش در ایستگاه (p427) بیشترین مقدار را داراست. در بیشتر ایستگاه‌ها نیز می‌توان این همخوانی را به وضوح دید. اما نکته مهمی که وجود دارد این است: از آنجا که این مسئله در حالت سه‌بعدی در منطقه مورد مطالعه ناپایدار نیست پس می‌توان با اطمینان بیشتری نسبت به نتایج به تحلیل رفتار تکتونیکی منطقه پرداخت. با مقایسه نتایج حاصل از دو روش (آنچه که در جداول و اشکال آورده شده است) دیده می‌شود که اختلاف بسیار قابل توجهی بین مقادیر وجود دارد که گاه این اختلاف در برخی مقادیر اصلی مسطحاتی تانسور استرین و مقادیر فشارش به دو رقم اعشار نیز می‌رسد (به منظور مقایسه به شکل (۶) و (۷) و جداول رجوع شود). وجود این میزان اختلاف بین نتایج، تأکیدی است بر اهمیت بررسی رفتار تکتونیکی منطقه به صورت سه بعدی و نه جداگانه. به عبارت دیگر

می‌شود. از آنجا که هدف در سرشکنی کمترین مربعات رسیدن به جوابی ناوردا است، عدم طراحی صحیح شبکه می‌تواند باعث روی آوردن به روش‌های پایدارسازی گردد که منجر به دستکاری مسئله و نهایتاً جوابی وردا خواهند شد. در انتها نیز دیده‌شد که گرچه الگوهای رفتاری منطقه در هر دو روش آنالیز، با هم همخوانی داشتند ولی به لحاظ مقداری، اختلاف قابل توجهی بین مقادیر وجود داشت. این امر می‌تواند بیانگر اهمیت بررسی رفتار تکتونیکی منطقه به صورت سه بعدی باشد.

تفسیر صحیحی از رفتار تکتونیکی منطقه گردد. نکته دیگر اینکه همانطور که در جدول (۱) مشخص است دقت جابه‌جایی‌ها در راستای ارتفاعی کمتر از مولفه مسطحاتی آن می‌باشد. به همین دلیل است که امروزه با گسترش علم و وجود امکانات پیشرفته، استفاده از ترازبایی بسیار دقیق زمینی همچنان در تعیین موقعیت ارتفاعی مورد استفاده قرار می‌گیرد. اهمیت طراحی شبکه در این مقاله نشان داده شده‌است. می‌توان دید (شکل (۱)) که ابعاد مناسب منطقه، موقعیت خوب ایستگاه‌ها نسبت به هم و وجود اختلاف ارتفاع بین ایستگاه‌ها مانع از بدوضع شدن ماتریس ضرایب

مراجع

- [1] Bock Y, et al (1997) Southern California Permanent GPS Geodetic Array: Continuous measurements of regional crustal deformation between the 1992 Landers and 1994 Northridge earthquakes. *J Geophys Res* 102(B8):18013–18033
- [2] Zhang J, Bock Y, Johnson H, Fang P, Williams S, Genrich J, Wdowinski S, Behr J (1997) Southern California permanent GPS geodetic array: error analysis of daily position estimates and site velocities. *J Geophys Res* 102:18035–18055
- [3] E. Calais, "Continuous GPS measurements across the Western Alps, 1996–1998," *Geophysical Journal International*, vol. 138, no. 1, pp. 221–230, 1999.
- [4] A. Mao, C. G. A. Harrison, and T. H. Dixon, "Noise in GPS coordinate time series," *Journal of Geophysical Research*, vol. 104, no. B2, pp. 2797–2816, 1999.
- [5] S. D. P. Williams, Y. Bock, P. Fang, P. Jamason, R. M. Nikolaidis, L. Prawirodirdjo, M. Miller, and D. J. Johnson, "Error analysis of continuous GPS position time series," *Journal of Geophysical Research*, vol. 109, no. B3, p. B03412, 2004.
- [6] Langbein, J. and H. Johnson (1997). "Correlated errors in geodetic time series: Implications for time-dependent deformation." *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* (1978–2012) 102(B1): 591–603.
- [7] Dong, D., P. Fang, Y. Bock, M. K. Cheng, and S. Miyazaki (2002), "Anatomy of apparent seasonal variations from GPS-derived site position time series", *J. Geophys. Res.*, 107(B4), 2075, doi:10.1029/2001JB000573.
- [8] van Dam TM, Wahr J (1987) Displacements of the Earth's surface due to atmospheric loading: Effects on gravity and baseline measurements. *J Geophys Res* 92:1281–1286
- [9] van Dam, T., J. Wahr, P. C. D. Milly, A. B. Shmakin, G. Blewitt, D. Lavalleye, and K. M. Larson (2001), Crustal displacements due to continental water loading, *Geophys. Res. Lett.*, 28(4), 651–654.
- [10] Stewart MP, Penna NT, Lichti DD (2005). "Investigating the propagation mechanism of unmodelled systematic errors on coordinate time series estimated using least squares". *J Geod* 79:479–489. doi:10.1007/s00190-005-0478-6
- [11] Penna NT, King MA, Stewart MP (2007). "GPS height time series: Short period origins of spurious long period signals". *J Geophys Res* 112(B02402). doi:10.1029/2005JB004047
- [12] Penna, N. and M. Stewart (2003). "Aliased tidal signatures in continuous GPS height time series." *Geophysical Research Letters* 30(23).
- [13] Collilieux, X., et al. (2007). "Comparison of very long baseline interferometry, GPS, and satellite laser ranging height residuals from ITRF2005 using spectral and correlation methods." *Journal of Geophysical Research*:

Solid Earth (1978–2012) **112**(B12).

[14] A. Amiri-Simkooei, "Least-Squares estimation of variance components, theory and GPS applications," Doctoral dissertation, Delft University of Technology, Netherlands, 2007.

[15] H. Sadeghi and B. Vosooghi, Estimation of velocity of displacement using GPS time series (Khorasan province) and maximum likelihood method, Geomatics meeting, Tehran, 2010. (Persian)

[16] Grafarend, E. W. (1986): Three-dimensional deformation analysis: Global vector spherical harmonic and local element representation: Tectonophysics, 130: 337-359.

[17] Brunner F.K., 1979, "On the analysis of geodetic networks for the determination of the incremental strain tensor." Survey Review XXV 192:56-67.

[18] Voosoghi, B. (2000), Intrinsic Deformation Analysis of the Earth Surface Based on 3-Dimensional

Displacement Fields Derived From Space Geodetic Measurements. PhD thesis, Institute of Geodesy, Universit"at Stuttgart, Germany.

[19] Hossainali, M. M. (2005), "A Comprehensive Approach to the 3D-Analysis of Deformation", Ph.D.

Thesis, TU-Darmstadt.

[20] Amiri-Simkooei, A. (2009). "Noise in multivariate GPS position time-series." Journal of Geodesy **83**(2): 175-187.

[21] Zhang, J., et al. (1997). "Southern California Permanent GPS Geodetic Array: Error analysis of daily position estimates and site velocities." Journal of Geophysical Research **102**(B8): 18035-18018,18055

[22] Mao, A., et al. (1999). "Noise in GPS coordinate time series." Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012) **104**(B2): 2797-2816.

[23] Johnson, H. and F. Wyatt (1994). "Geodetic network design for fault-mechanics studies." Manuscripta geodaetica **19**(5): 309.

[24] B. Schaffrin, "Best invariant covariance component estimators and its application to the generalize

multivariate adjustment of heterogeneous deformation observations," *Journal of Geodesy*, vol. 55, no. 1,

pp. 73–85, 1981.

[25] P. J. G. Teunissen and A. R. Amiri-Simkooei, "Least-squares variance component estimation," *Journal of Geodesy*, vol. 82, no. 2,

pp. 65–82, 2008.

[26] A. R. Amiri-Simkooei, "Noise in multivariate GPS position time-series," *Journal of Geodesy*, vol. 83, no. 2, pp. 175–187, 2009.

[27] Chen, R. (1991). On the horizontal crustal deformations in Finland. Helsinki, Finish Geodetic Institute.

[28] Hossainali, M.M., Becker, M., E. Groten E. (2011): Comprehensive Approach to the Analysis of the 3D Kinematics Deformation with application to the Kenai Peninsula, Journal of Geodetic Science.



Three dimensional Lagrangian strain analysis using GPS time series without regularization (Case study: Washington)

Yashar Tode Zaem¹, Vahab Nafisi², Alireza Amiri Simkooii³

1- Msc graduated of Geodesy, Department of Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan

2- Assistant professor, Department of Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan

3- Associate professor, Department of Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan

Abstract

Earth deformation is a three-dimensional phenomenon; therefore crust analysis also must be done in three-dimension. Analysis of deformation using two epochs can be replaced by analysis of time series, which is more effective for modeling of geodynamics phenomena. GPS permanent stations provide such observations. At the first part of this study, time series of 19 GPS permanent stations in Washington region have been used. With simultaneous analysis of common observations, displacements in three directions were obtained. According to the obtained results, estimation accuracy of horizontal displacements is nearly 3.5 times better than estimation accuracy of vertical displacements. In the next section, Lagrangian method has been used to analyze the deformation. Generally, by generalization of the mathematical model of this method, from two-dimensional to three-dimensional, there is a possibility of problem's instability. The results of this study show that generalized three-dimensional model necessarily does not lead to instability of the problem. It seems that position of points relative to each other and topography of the region are more important elements which can make coefficients matrix ill-conditioned. As an important point, we can mention that deformation pattern obtained using two-dimensional and three-dimensional analysis are consistence. This consistency can be obviously found in most stations. But in terms of values, we can find serious differences between horizontal main values of strain tensors and compression values even up to two decimals. These differences may come from ignoring vertical component in analysis of two-dimensional deformation.

Key words: time series • condition number • ill-condition problem.