# شبیهسازی عددی یک حباب معلق شناور در جریان ترکیبی کوئت و پواسل صفحهای: بررسی اثر جاذبه

امیره نوربخش ، مهرداد زکیزاده

nourbakhsh@basu.ac.ir

۱- استادیار دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا همدان ۲- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه بوعلی سینا همدان

#### چکیدہ

موقعیت تعادلی یک حباب دگردیس پذیر سه بعدی در جریان ترکیبی کوئت و پواسل بصورت عددی توسط حل کامل معادلات ناویر-استوکس مورد بررسی قرار گرفته است. میدان جریان روی یک شبکهٔ ثابت توسط یک تقریب اختلاف محدود بقائی گسسته شده است، و فصل مشترک بطور پیوسته دچار تغییر شکل می شود، بازسازی جبهه در هر گام انتگرال گیری زمانی ضروری است. هدف از این پژوهش مطالعهٔ حرکت یک حباب شناور در جریان ترکیبی کوئت و پواسل با نسبتهای چگالی و چسبندگی مخالف واحد در یک عدد رینولدز محدود می باشد. نتایج نشان می دهد که حباب صرفنظر از موقعیت اولیهٔ آن، در یک وضعیت تعادلی میان دیوارهٔ کانال و خط مرکزی قرار خواهد گرفت که به اثر سگر سیبربرگ مشهور است. نتایج در دو مجموعه ارائه شده است، در مجموعه اول شتاب جاذبه در نظر گرفته نشده است. در این حالت دیده می شود که تغییر شکل حباب بشدت والیهٔ آن، در یک وضعیت تعادلی میان دیوارهٔ کانال و خط مرکزی قرار خواهد روی دیوار مها در حضور حباب دارای تغییر شکل حباب بشدت وابسته به عدد کاپیلاری است. همچنین نتایج نشان می دهد که تنش برشی بر موی دیوارهها در حضور حباب دارای تغییراتی وابسته به موقعیت اولیهٔ می در مجموعه اول شتاب جاذبه در نظر گرفته نشده است. موی دیوارها در حضور حباب دارای تغییراتی وابسته به موقعیت اولیهٔ حباب می باشد. در دومین مجموعه شتاب جاذبه به معادلات اضافه شده است. در این مای در حضور ده دارای تغییراتی وابسته به موقعیت اولیهٔ حباب می باشد. در دومین مجموعه شتاب جاذبه به معادلات اضافه

واژگان کلیدی : حباب ، تنش برشی ، عدد کاپیلاری، عدد اتوش.

۹۵/۰۸/۱۹	تاريخ دريافت مقاله :
98/•٣/٢١	تاريخ پذيرش مقاله :

۱ – مقدمه

سوسپانسیون جریان ذرات معلق، نظیر قطره، حباب و ذره صلب از میان کانالها و لولهها موضوع بسیاری از تحقیقات تئوری، عددی و آزمایشگاهی بوده است. از کاربردهای صنعتی حباب می توان به واحدهای تولید انرژی، بعنوان مثال خطوط انتقال نفت، مولدهای بخار و سیستمهای خنک کننده اشاره نمود. ایده استفاده از سیال گازی جهت روانسازی حرکت اجسام شناور به سالهای ۱۸۸۰ باز می گردد، اما اولین مطالعه کاربردی ثبت شده در این زمینه در سال ۱۹۷۳ توسط مک کرمیک و بتاچاریا<sup>۱</sup> [۱] انجام پذیرفت. آنها در این مطالعه تجربی، آب را الکترولیز کردند که به دنبال آن حبابهای هیدروژن در اطراف هیدروفویل شناور در آب آزاد گردید. نتایج نشان دادند که با افزایش شدت جریان و در نتیجه افزایش میزان هیدروژنهای آزاد شده، سرعت مدل نسبت به حالت عادی افزایش یافته است. دلیل این اتفاق تغییر در ویسکوزیته مایع نزدیک دیوار و درهم ريخته شدن زير لاية ويسكوز توسط حبابها عنوان شد. در ادامهٔ این کاربرد به عنوان مثال یکی از موارد مهم در صنایع زیر آبی، کاهش تنشهای سطحی و بدنبال آن سرعت بالاتر و صرف نیرو و انرژی کمتر میباشد. یکی از راههای ییشنهادی، استفاده از فاز دوم میباشد. بدین صورت که سازه زیرآبی موردنظر که میتواند زیردریایی و یا اژدر باشد، بوسیلهٔ ایجاد حباب در لایهٔ مرزی بر روی بالشتکی از هوا به حرکت درآید که بوسیلهٔ راهکارهای مختلف، می توان این فاز دوم را ایجاد نمود. فاز دوم می تواند بخار آب، گازهای مختلف و یا سیالی متفاوت با سیال اول باشد. حبابها از طریق گازهای محلول در آب، در اثر فعل و انفعالات شیمیایی و دمایی و یا در نتیجهٔ کاویتاسیون در جریانهای شدید و قوی بوجود میآیند. همچنین از دیگر کاربردهای حباب در مهندسی شیمی میتوان به رآکتورهای ستون گاز-مایع و رآکتورهای گاز-مایع-جامد اشاره کرد که بطور گستردهای در عملیات صنعتی مورد استفاده قرار می گیرند [۲]. مهاجرت سوسپانسیون رقیقی از ذرات صلب شناور آزاد در جريان لوله تحت اعداد رينولدز محدود براى اولين بار توسط سگر و سیبربرگ<sup>۲</sup> [۳،۴] مشاهده شد. مطالعات آزمایشگاهی

آنها نشان داد که ذرات به دور از هر دو دیواره و خط مرکزی مهاجرت میکنند و موقعیت تعادلی آنها در حدود ۰/۶ شعاع لوله از محور لوله میباشد.

موقعیت تعادل یک نتیجه از رقابت میان نیروی دافعهٔ ناشی از دیوار و نیروی ناشی از انحناء یروفیل سرعت میباشد. این اثر قابل توجه سگر و سیبربرگ توسط بسیاری از کارهای تجربی تائید شده است. برای مثال گلدسمیت و ماسون<sup>۳</sup> [۵] مشاهده کردند که یک ذرهٔ صلب در اعداد رینولدز خیلی کوچک در موقعیت شعاعی اولیه باقی میمانند، ولی در اعداد رينولدز محدود به يک موقعيت مياني مهاجرت ميكنند. کارنیس و همکارانش<sup>۴</sup> [۶] گزارش کردند که ذرات شناور آزاد در میان مسیر بین خط مرکزی و دیواره ثابت می شوند، همچنین موقعیت تعادل برای ذرات بزرگتر به مرکز نزدیکتر می شود. ژو و پوزریکیدی س<sup>۵</sup> [۷] جریان پریودیک سوسپانسیون دوبعدی از قطرات ویسکوز را در یک کانالی که بوسیلهٔ دو صفحهٔ موازی محدود شدن است را مطالعه کردند. انها دریافتند که یک عدد کاپیلاری بحرانی وجود دارد که کمتر از آن سوسیانسیون یک حرکت تناوبی پایداری خواهد داشت ولى بالاتر از آن قطرات كشيده مى شوند و تمايل به یکی شده دارند.

فنگ و همکارانش<sup>9</sup> [۸،۷] شبیهسازی المان محدود دوبعدی حرکت یک ذرهٔ صلب در جریان کوئت و پواسل را در اعداد رینولدز محدود مطالعه کردند. آنها مشاهده کردند که ذرات شناور آزاد اثر سگر سیبربرگ را نشان میدهند. همچنین نشان دادند که یک ذرهٔ شناور آزاد در جریان کوئت به سمت خط مرکزی مهاجرت خواهد کرد. کریستینی و همکارانش<sup>۷</sup> [۹] یک الگوریتم سه بعدی برای شبیهسازی فرآیند شکسته شدن<sup>۸</sup> قطره در یک جریان لزج را ارائه کردند. آنها از الگوریتم نشان دادند که شکستن قطره در جریان برشی استفاده نشان دادند که شکستن قطره در جریان برش استفاده نشان دادند که شکستن هنگامی رخ میدهد که در جریان نشان دادند که شکستن هنگامی رخ میدهد که در جریان نشان دادند که شکستن هنگامی در مالت جریان عامل حرکت-شاوری، قطره جدا شده کروی باقی میماند. آنوردی و تریگواسون<sup>۹</sup> [۱۰] شبیهسازی دو و سهبعدی حبابهای

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> McCormick amd Bhattacharyya

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Seger and Silberberg

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Goldsmith and Mason

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Kanis and et al.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Zhou and Pozrikidis

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Feng and et al.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Cristini and et al.

<sup>8</sup> Breakup

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Unverdi and Tryggvason

شناور را در یک کانال عمودی انجام دادند. آنها در اعداد مورتون بالا (اعداد رینولدز کوچک) تقریباً یک جریان استوکس در اطراف حباب مشاهده کردند و بنابراین هیچ دنبالهای<sup>۱</sup> در پشت حباب وجود نخواهد داشت و همچنین دیدند که داخل حباب از یک جفت گردابه<sup>۲</sup> تشکیل شده است. آنها نشان دادند که در اعداد اتوش کوچک حبابها تقریباً دایروی باقی میمانند، اما در اعداد اتوش خیلی بزرگتر حبابهای در یک طرف تقریباً دایروی با یک پشت تقریباً صافی را نتیجه میدهد.

مرتضوی و تریگواسون<sup>۳</sup> [۱۱] از روش اختلاف محدود/ردیابی جبهه برای شبیه سازی حرکت دو و سه بعدی سو سپانسیون قطرات شناور آزاد در جریان کانال با محرک فشار و در اعداد رینولدز محدود استفاده کردند. آنها توضیح دادند که در محدودهٔ اعداد رینولدز کوچک حرکت یک قطره شدیداً به نسبت چسبندگی وابسته است. دودی و باغچی<sup>۴</sup> [۱۲] نشان دادند که با افزایش عدد کاپیلاری تغییر شکل کپسول افزایش می یابد، و همترازی بیشتر با محور کانال دلالت می کند که مهاجرت جانبی ذاتاً ناشی از انحراف از شکل کروی اولیه است.

لیو و همکارانش<sup>۵</sup> [۱۳] اثر تعدادی حباب نسبتاً بزرگ را بر روی پسای دیواره در یک کانال بطور عددی مورد بررسی قرار دادند. نتایج آنها نشان داد که حبابهای دگردیس پذیر می-توانند بطور قابل توجهی پسا بر روی دیواره را کاهش دهند. همچنین آنها نتیجه گرفتند که افزایش عدد وبر (کاهش کشش سطحی و افزایش تغییر شکل) منجر به کاهش پسا بر روی دیواره خواهد شد. ابرویی و مرتضوی<sup>۶</sup> [۱۴] جریان قطرات دو بعدی روی سطح شیب دار را در رینولدز محدود مورد مطالعه قرار دادند و اثر نسبت ویسکوزیته را روی رفتار بریان دوفازی بررسی نمودند. نتایج آنها نشان داد که با افزایش نسبت ویسکوزیته، موقعیت تعادل قطره به سمت دور مهاجرت قطره در جریان پواسل را بصورت عددی شبیه سازی کردند و نشان دادند که عدد کاپیلاری بزرگ، قطره را به ناحیه نزدیک مرکز کانال هدایت می کند. بیاره و

۱۱

<sup>6</sup> Aberuee and Mortazavi.

مرتضوی / [۱۶]، موقعیت تعادلی یک قطره دگردیس پذیر را در جریان صرفاً کوئت و یا صرفاً یواسل بصورت عددی توسط حل كامل معادلات ناوير استوكس، با استفاده از روش اختلاف محدود/ردیابی جبهه مورد بررسی قرار دادند. هدف از کار آنها مطالعة حركت يك قطرة شناور غير آزاد تحت جريانهاي مذكور بوده است. جريان قطرات معلق روى سطح شيب دار توسط مرتضوی و تفرشی ۱۹ [۱۷] مطالعه شد. آنها اثرات عدد رینولدز، عدد کاپیلاری و نسبت چگالی را روی توزیع قطرات و انرژی نوسانی بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که قطرات با تغییر شکل پذیری کمتر، به سمت دور از کف کانال مهاجرت می کنند. شبیه سازی عددی رسوب گذاری قطرات تغيير شکل پذير در يک کانال عمودي توسط اميري و مرتضوی ( [۱۸] انجام شد. آنها نشان دادند که دافعه دیواره مکانیزم اصلی مهاجرت جانبی قطره است و قطرات به سمت مركز كانال مهاجرت مي كنند. همچنين با افزايش عدد باند، نوسانات قطره اطراف مركز كانال قويتر مي شود.

از آنجایی که کارهای قبلی نظیر آزمایشات تجربی، تحلیل-های نظری و شبیهسازیهای عددی انجام شده صرفاً روی حرکت قطره در جریان کوئت و یا جریان پواسل میباشد، و کمتر بر روی حباب صورت پذیرفته، لذا هدف از انجام این پژوهش بررسی تاثیر همزمان هر دو جریان مذکور بر روی مهاجرت جانبی برای یک حباب تغییر شکلپذیر سهبعدی است.

۲- معادلات حاکم و معرفی اعداد بدون بعد

معادلهٔ ناویر-استوکس چندفازی، امتزاجناپذیر، لزج، تراکمناپذیر و غیر دائم برای هر دو سیال (الگو تک سیالی<sup>۱۱</sup>) بصورت زیر میباشد [۱۰،۱۹]:

 $\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} \mathbf{u} = -\nabla \mathbf{p} + \nabla \cdot \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^{\mathrm{T}}) + \sigma \int \mathbf{k}_{\mathrm{f}} \mathbf{n}_{\mathrm{f}} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathrm{f}}) \mathrm{d} A_{\mathrm{f}}$ (1)

در اینجا  $\mathbf{u}$  میدان سرعت،  $\mathbf{p}$  فشار، و  $\rho$  ،  $\mu$  به ترتیب میدانهای چگالی و چسبندگی هستند.  $\delta$  یک تابع دلتای سهبعدی، k انحناء و  $\mathbf{n}_{\mathbf{f}}$  بردار یکهٔ عمود بر جبهه میباشد. x موقعیت بر روی شبکهٔ اویلری و  $\mathbf{x}_{\mathbf{f}}$  موقعیت بر روی شبکهٔ

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Wake

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Vortex

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Mortazavi and Tryggvason

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Doddi and Bagchi

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Lu and et al.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Pan and et al.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Bayareh and Mortazavi

<sup>9</sup> Mortazavi and Tafreshi

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Amiri and Mortazavi

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Single-fluid model

سال چهارم – تابستان ۹۶

فصلنامه علمی - پژوهشی دریا فنون



شکل (۱) شبکهبندی و هندسهٔ جریان برای شبیهسازی حرکت یک حباب در یک کانال با شرط مرزی پریودیک.

که در رابطهٔ (۶) ۵<sub>0</sub> ⊽رادیان فشار ثابت تعیین شدهٔ خارجی در نبود حباب، و ′⊽⊽ گرادیان فشار اختلالی در حضور حباب میباشد. سرعت در ابتدا معادل با پروفیل سرعت جریان ترکیبی کوئت و پواسل متناظر با گرادیان فشار ثابت تحمیل شده اگر هیچ حبابی داخل کانال نباشد، فرض می گردد.

#### ۳- روش عددی

معادلات ناویر-استوکس بطور عددی توسط روش تصویرسازی اختلاف محدود استاندارد روی یک شبکهٔ کارتزینی جابجا شده حل شده است (شکل(۲) را ببینید). متغیرهای اسکالر نظیر فشار در مراکز سلولهای حجم معیار ذخیره می شوند در حالیکه متغیرهای سرعت یا ممنتوم در وجوه سلول قرار گرفتهاند. استفاده از یک شبکهٔ جابجا شده از ایجاد یک میدان فشار شکسته جلوگیری می کند.

همهٔ مشتقات مکانی توسط اختلاف مرکزی مرتبهٔ دوم ارزیابی شدهاند و انتگرالگیری توسط یک روش پیشبینی تصحیح مرتبهٔ دوم انجام شده است. معادلهٔ فشار از آنجایی که چگالی یکسان نیست، غیر قابل تفکیک میباشد، و توسط روش تکراری بالا تخفیف (SOR) حل شده است. برخی از جزئیات گسستهسازی به شرح زیر است.



شکل (۲) شبکهبندی جابجا شدهٔ مورد استفاده.

لاگرانژی یا جبهه را نشان میدهد. نیروی کشش سطحی توسط یک تابع دلتا به معادلات ممنتوم اضافه شده است که تنها روی سطح حباب ( $\mathbf{x} = \mathbf{x}_f$ ) غیر صفر است. با انتگرالگیری مولفههای قائم معادلهٔ (۱) روی یک حجم کوچکی از فصل مشترک، اغلب جملات صفر میشوند و حد حجم بینهایت کوچک آن عبارت است از [۱۹]: حجم بینهایت کوچک آن عبارت است از [۱۹]: (۲)  $\mathbf{r} = \sigma \mathbf{k} \mathbf{n}$  (۲) که در اینجا براکت، پرش در عبور از فصل مشترک را که در اینجا براکت، پرش در عبور از فصل مشترک را مشخص میکند. این عبارت نشان میدهد که تنشهای قائم توسط کشش سطحی موازنه شدهاند. این معادلات با شرط تراکمناپذیری تکمیل میشوند: (۳)

(۱)
 در اینجا میدانهای چگالی و چسبندگی یک ذرهٔ مادی ثابت
 باقی میمانند، بنابراین خواهیم داشت:

 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho = 0 \tag{(f)}$  $\frac{\partial \mu}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mu = 0 \tag{(d)}$ 

این معادلهٔ نشان میدهد که p و µ در داخل هر سیال ثابت باقی میماند. اعداد بدون بعد حاکم بر جریان توسط بیبعد سازي معادلهٔ ناویر -استوکس بدست ميآيد. اين اعداد عبارت اند از : عدد رینولدز Re، عدد کاپیلاری  $Ca = U_c \mu_o / \sigma$  عدد وبر We =  $ho_0 U_c^2 d/\sigma$ ، نسبت چسبندگی سیال حباب به سیال محیط اطراف  $\lambda = \mu_i / \mu_o$  نسبت چگالی سیال حباب  $\xi = \mu_i / \rho_o$ ، نسبت هندسی  $\xi = \alpha_i / \rho_o$  به سیال محیط اطراف a/H، که نسبت شعاع ذره به ارتفاع کانال میباشد. عدد رینولدز را به طرق مختلفی میتوان تعریف کرد: عدد رینولدز بالک Re\_b =  $ho_o U_c H/\mu_o$  عدد رینولدز بر مبنای سرعت ماکزیمم در کانال و قطر حباب  $\mathrm{Re}_{\mathrm{d}} = \rho_{\mathrm{o}} \mathrm{U}_{\mathrm{c}} \mathrm{d}/\mu_{\mathrm{o}}$  عدد فرود در حضور جاذبه وارد محاسبات خواهد شد و بصورت تعريف مىشود. در اينجا  $U_c$  سرعت ماكزيمم Fr = gH/ $U_c^2$ در كانال، و a شعاع اوليهٔ حباب مىباشد. هندسهٔ جريان و شبکهبندی در شکل (۱) نشان داده شده است. a شعاع اولیهٔ حباب و H ارتفاع کانال می باشد. کانال بوسیلهٔ دو دیواره در جهت z محدود شده است. دیوارهٔ پایین ساکن و دیوارهٔ بالایی متحرک با سرعت U میباشد. دامنهٔ محاسباتی در جهات x و y پریودیک هستند. جریان بوسیلهٔ یک گرادیان فشاری که از دو قسمت تشکیل شده از طریق کانال رانده می شود [۱۱]:  $\nabla \mathbf{p} = \nabla \mathbf{p}_0 + \nabla \mathbf{p}'$ (6)

انتگرال گیری زمانی مرتبهٔ دوم با استفاده از الگوریتم پیش-بینی-اصلاح ساخته میشود. اگر متغیرهای مکانی جبهه و میدانی جریان سیال، یعنی  $\mathbf{x}_f$  و  $\mathbf{p}$  را با نماد  $\Psi$  نشان دهیم، آنگاه معادلات را میتوان بر حسب  $\mathbf{F} = F / \partial t$ نوشت که در آن F سمت راست معادلات این متغیرها را نشان میدهد. این معادلات میتوانند در گام پیشبینی بصورت میدهد. این معادلات میتوانند در تام پیشبینی بصورت انتگرال گیری ساده نتیجه میدهد:

$$\Psi_{p}^{n+1} = \Psi^{n} + \Delta t F^{n} \tag{19}$$

سپس گام اصلاح شونده انجام میشود:  $\Psi_{c}^{n+1} = \Psi^{n} + \frac{\Delta t}{2} (F^{n} + F_{p}^{n+1})$  (۱۷) در برنامهنویسی، مقدار  $\Psi^{n}$  در هر گام زمانی ذخیره شده، سپس دو گام زمانی مرتبهٔ اول گرفته میشود:  $\Psi_{p}^{n+2} = \Psi_{p}^{n+1} + \Delta t F_{p}^{n+1}$  (۱۸) آنگام ا: نتایج قدید و جدید و انگر : گرفته و مشدن

$$\Psi^{n+1} = \frac{1}{\pi} \left( \Psi^n + \Psi^{n+2} \right)$$
(19)

این روش باعث میشود که گسترش کد مرتبهٔ اول به مرتبهٔ دوم ساده باشد.

## ۳-۱- طرح ردیابی جبهه

برای جابجایی میدانهای ناپیوستهٔ چگالی و چسبندگی، و همچنین برای محاسبهٔ نیروهای کشش سطحی، سطح حباب توسط المانهای محاسباتی جداگانهای (شکل (۱) را ببینید) نشان داده میشود که در پژوهش حاضر به عنوان جبهه <sup>۱</sup> یا فصل مشتر ک<sup>۲</sup> نام برده شده است. شبکهٔ جبهه یک بعد کمتر از شبکهٔ ساکن سیال است و توسط سرعتهایی که از شبکهٔ سیال درونیابی شده است، جابجا میشود.

برای تزریق نیروهای کشش سطحی از روشی که معمولاً بنام روش مرز غوطهور<sup>۳</sup> خوانده می شود، استفاده شده است که توسط پسکین<sup>۴</sup> [۲۰] معرفی شده است. در این روش مرز بینهایت نازک میان دو سیال، توسط یک تابع توزیع موارکننده تقریب زده شده که برای توزیع نیروهای کشش سطحی بر روی نقاط شبکهٔ نزدیک به جبهه بگونه ای استفاده شده است که کل نیروها ثابت باقی بمانند. بنابراین جبهه یک ضخامتی در حدود سه تا چهار فاصلهٔ اندازه شبکه را خواهد روش تصویرسازی یک روش صریح است که معمولاً برای مسائل جریان سیال تراکمناپذیر استفاده می شود. شکل اصلی آن مرتبهٔ اول در زمان می باشد که می توان به مراتب بالاتر تبدیل کرد (مثلاً روش روش پیش بینی اصلاح کنندهٔ مورد استفاده در کار حاضر). معادلهٔ ناویر – استوکس را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} = -\nabla \mathbf{p} + \mathbf{E}(\mathbf{u}) \tag{Y}$$

$$E(\mathbf{u}) = -\nabla \cdot \rho \mathbf{u} \mathbf{u} + \nabla \cdot \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^{\mathrm{T}}) + \sigma \int k_{\mathrm{f}} \mathbf{n}_{\mathrm{f}} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathrm{f}}) \mathrm{d}A_{\mathrm{f}}$$
( $\lambda$ )

حال اگر معادلهٔ (۲) نسبت به زمان گسسته شود:  
$$p^{n+1}\mathbf{u}^{n+1} - \rho^n \mathbf{u}^n = -\nabla_h \mathbf{p} + \mathbf{E}(\mathbf{u})$$
 (۹)

در معادلهٔ فوق h بیانگر یک تقریب عددی از گرادیان میباشد. در روش تصویرسازی مورد استفاده، معادلهٔ (۲) به دو معادلهٔ زیر تقسیم می شود:

$$\frac{\rho^{n+1}\mathbf{u}^* - \rho^n \mathbf{u}^n}{\Delta t} = \mathbf{E}(\mathbf{u}) \tag{(1)}$$

$$\frac{\rho^{n+1}\mathbf{u}^{n+1} - \rho^{n+1}\mathbf{u}^*}{\Delta t} = -\nabla_h p \tag{11}$$

ان به یک معادلهٔ پواسون برای فشار خواهیم رسید:
$$\frac{\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} - \nabla \cdot \mathbf{u}^*}{\Delta t} = -\nabla \cdot \left(\frac{1}{o^{n+1}} \nabla_h p\right)$$
(۱۳)

اولین جمله در صورت معادلهٔ (۱۳) از شـرط تراکمناپذیری صـفر است، در نتیجه معادلهٔ (۱۳) را به صورت زیر میتوان بازنویسی کرد:

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho^{n+1}} \nabla_{h} p\right) = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^{*}$$
(14)

که معادلهٔ پواسون برای فشار بدست می اید. بنابراین در روش تصویرسازی با فرض اینکه  $\rho^{n+1}$  قبلاً با استفاده از روش ردیابی جبهه بدست آمده است، ابتدا **u** بکمک معادلهٔ (۹) یافته میشود. سپس بکمک معادلهٔ (۱۲) فشار بدست می آید. یافته میشود. سپس بکمک معادلهٔ (۱۲) فشار بدست می آید. یافته می می وان **u**^{n+1} را با استفاده از معادلهٔ زیر یافت: **u**^{n+1} = **u**<sup>\*</sup> -  $\Delta t \frac{\nabla_h p}{\rho^{n+1}}$  (۱۵)

۱۳

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Immersed Boundary Method

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Peskin

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Front

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Interface

داشت. از آنجایی که این ضخامت در طول زمان ثابت باقی میماند، هیچ گونه انتشار خطای عددی وجود نخواهد داشت. برای ساختن میدانهای چگالی و چسبندگی از جبهه، از یک روشی که توسط آنوردی و تریگواسون [۱۰] ارائه شده است، استفاده میشود، که بر اساس توزیع پرش این کمیتها بر روی شبکهٔ ثابت بر مبنای روش پسکین میباشد. در روش ردیابی جبهه یک تابع نشانگر<sup>۱</sup> (x) استفاده شده است که برای سیال بیرونی صفر و برای سیال درون حباب مقدار یک را دارا میباشد و با استفاده از موقعیت نقاط روی سطح حباب ساخته شده است.

عناصر اصلى اين روش به شرح زير است:

۱- پرش انجام شده در تابع نشانگر توسط وجه مشترک، به نزدیکترین نقاط شبکه منتشر شده است. این توزیع یک میدان گرادیانی تولید می کند که در همه جا به جز نزدیکی وجه مشترک صغر است، و یک ضخامت محدودی دارد. انتشار پرش به شبکه طوری انجام شده است که انتگرال حجمی گرادیان (یا پرش) پایستار مانده است. بنابراین، (**x**) گرادیان تابع نشانگر ارزیابی شده در نقطهٔ x از شبکهٔ ساکن است، و D یک تابع شده در نقطهٔ x از شبکهٔ ساکن است، و D یک تابع توزیعی که تعیین می کند چه کسری از مقدار وجه مشترک باید به هر نقطه از شبکه برود، می باشد. در نتیجه:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \sum_{f} D(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{f}) n_{f} \Delta s_{f}$$
(Y · )

که در رابطهٔ فوق **n**<sub>f</sub> بردار قائم وارد بر سطح Δs<sub>f</sub> است که مرکز آن در x<sub>f</sub> واقع میباشد.

- ۲- با مشتق گیری عددی بکمک اختلاف محدود مرکزی مرتبهٔ دوم، دیورژانس میدان گرادیان تابع نشانگر (∇·G) پیدا خواهد شد، درنتیجه لاپلاسین تابع نشانگر پیدا خواهد شد. این مقدار نیز مجدداً بجز در نزدیکی فصل مشترک صفر میباشد.
- ۳- برای پیدا کردن تابع نشانگر در کل میدان محاسباتی، یک حلال معادلهٔ پواسون استفاده خواهد شد:  $abla^2 \mathbf{I} = \nabla \cdot \mathbf{G}$

در اینجا سمت راست مراحل (۱) و (۲) محاسبه شدهاند. لاپلاسین نیز توسط اختلاف محدود مرتبهٔ دوم تقریب زده

<sup>1</sup> Indicator

که در اینجا h عرض شبکهٔ اویلری و ۳یا۲= $\Omega$  اشاره به دو یا سه بعد دارد. در رابطهٔ فوق شرط انجام محاسبات برقراری شرط Th> $|{\bf x}-{\bf x}_f|$  میباشد. این شرط بیان میکند که یک انتقال هموار در درون یک دایره به قطری با اندازهٔ چهار فاصلهٔ شبکه خواهیم داشت. شبکه خواهیم داشت. (۲۳) F<sub>f</sub> =  $\sigma k_f n_f \Delta s_f$  نحناء فصل مشترک بدست که در آن  $\sigma$  ضریب کشش سطحی، kf انحناء فصل مشترک در مرکز حجم المان f میباشد. این نیرو سپس بر روی شبکه به همان طریق گرادیان تابع نشانگر توزیع شده است. بدین ترتیب یک میدان نیرو-شبکه ایجاد خواهد شد:

$$\begin{split} F(\mathbf{x}) &= \sum_{f} D(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{f}) F_{f} \end{split} \tag{74}$$

سپس فصل مشترک توسط انتگرال گیری از معادلهٔ زیر جابجا خواهد شد:

 $\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}_{\mathrm{f}}}{\mathrm{d}\mathrm{t}} = \mathrm{u}_{\mathrm{f}} \tag{(7F)}$ 

درنتیجه نقاط گسسته شده در فصل مشترک با جریان جابجا می شوند و خود فصل مشترک نیز توسط اتصال این نقاط تشکیل شده است. بنابراین اگر یک انتگرالگیری اویلری صریح مرتبهٔ اول استفاده شود:  $\mathbf{x}_{f}^{n+1} = \mathbf{x}_{f}^{n} + v_{f}^{n}\Delta t$  (۲۷) با تغییر شکل فصل مشترک، برخی از اجزای نقاط محاسباتی

با تغییر شکل فصل مشترک، برخی از اجزای نقاط محاسباتی حذف شدهاند و بخشهای دیگری ممکن است با نقاط اضافه

پر شوند. برای حفظ یک کیفیت مناسب، باید عناصر محاسباتی تغییر شکل، حذف یا اضافه شوند. این روش برای شبیهسازی برخورد دو حباب در حال صعود توسط آنوردی و تریگواسون [۱۰] استفاده شده است. شکل (۳) این سه عملیات را بطور شماتیک به تصویر میکشد:



شکل (۳) عملیات اساسی در بازسازی مجدد فصل مشترک: الف) افزودن یک نقطه توسط تنصیف بزرگترین طول یک المان بزرگ. ب) حذف نقاط برای از بین بردن المانهای کوچک و نقاط اضافی. ج) تغییر شکل المانها برای از بین بردن المانها با محیط بزرگ و مساحت کوچک [1۰].

### ۴– نتایج ۴–۱–مطالعهٔ شبکه

در این بخش یک آزمون کیفیت برای بررسی استقلال نتایج از کیفیت شبکه انجام شده است. شکل (۴) موقعیت جانبی در مقابل زمان بیبعد را برای چهار شبکه با اندازههای ۳۲×۱۶×۲۳، ۴۸×۲۴×۴۸، ۶۴×۳۲×۶۴ و ۹۶×۴۸×۹۶ نشان میدهد.





شکل (۵) مقایسه با شبیهسازی انجام شده توسط فنگ و همکارانش [۸] برای جریان پوآسوی.

شرایط جریان عبارتاند از: Re<sub>d</sub>=۱۰، Ro=۰/۹، Re-ca-۰،  $\alpha = \lambda = 0.7$  و α=λ=۰/۸ (۸×۵/۰×۱ فرض شده است.

از آنجایی که اختلاف در نتایج بدست آمده توسط شبکهٔ ۶۴×۳۲×۶۴ با ۹۶×۴۸×۹۶ کمتر از نتایج حاصل از شبکهٔ ۳۲×۱۶×۲۳ با ۶۴×۳۲×۶۴ میباشد، برای دستیابی به یک شبکه با کیفیت و همچنین صرفهجویی در زمان، برای کلیهٔ شبیهسازیهای انجام شده در این پژوهش از شبکهٔ ۶۴×۳۲×۶۴ استفاده شده است.

۲-۴-تأثیر موقعیت اولیه بر روی مهاجرت جانبی

نتایج عددی ارائه شده در این بخش با جریان پایه یعنی جریان پواسل موجود در گزارشهای عددی ارائه شده مقایسه خواهد شد تا وجه تسمیه و افتراق آنها با شبیهسازی عددی انجام شده در این پژوهش مشخص شود. برای این منظور نتایج را با شبیهسازی عددی که توسط فنگ و همکارانش [۸] برای ذرات شناور آزاد بدست آمده مقایسه خواهیم کرد. نتيجهٔ مهمی که میتوان از انجام این شبیهسازیها بدست آورد اینست که در جریان ترکیبی کوئت و پواسل نیز اثر سگر سیبربرگ مشاهده می شود، ولی بدلیل اینکه در جریان مدنظر پروفیل میدان سرعت متقارن نمی باشد، موقعیت تعادلی کمی متفاوت از شبیهسازیهای انجام شده در این راستا خواهد بود. همانطور که در منحنیهای مهاجرت مي توان مشاهده كرد، فاصلهٔ تعادلي از ديواره بالا zeq/H=۰/۲۲۴ و از دیوار پایین zeq/H=۰/۲۲۴ خواهد بود، که نسبت به کارهای انجام گرفته متفاوت میباشد. علت این تفاوت را بایستی در انحناء پروفیل سرعت جستجو کرد. از آنجایی که پروفیل سرعت در جریان ترکیبی کوئت و پوآسوی

فصلنامه علمی - پژوهشی دریا فنون



مشاهده می شود در این حالت تغییرات کمیت اسکالر تیلور برای سنجش تغییر شکل نسبت به حالت قبل بیشتر می باشد. بنابراین می توان گفت که در اعداد رینولدز محدود تغییر شکل یک حباب قویاً تابع عدد کاپیلاری است.

#### ۴-۳- تاثیر عدد کاپیلاری

همانطور که ذکر شده است، در اعداد رینولدز محدود، از میان دو عدد بدون بعد دربرگیرندهٔ کشش سطحی، عدد کاپیلاری پارامتر مناسبتری نسبت به عدد وبر میباشد. این مطلب را می توان با توجه به نمودار تغییر شکل تیلور که در شکل (۷) آمده است، مشاهده کرد.

اثر تغییر شکل روی موقعیت تعادلی عرضی حباب با استفاده از اعداد کاپیلاری مختلف (۲۸-۵. Ca-۰/۹ و Ca=۰/۷ مورد بررسی قرار گرفته است. شکل (۸) موقعیت (۸) مورد بررسی قرار گرفته است. شکل (۸) موقعیت عرضی را در مقابل زمان بیبعد برای یک حباب در  $Re_d=1 \cdot J$  م ( $\lambda = \lambda = 1/4$ 

همانطور که از این شکل مشخص است، با افزایش عدد کاپیلاری موقعیت تعادلی به سمت خط مرکزی حرکت میکند. بعبارت دیگر میتوان گفت که هر چه عدد کاپیلاری دارای مقدار بزرگتری باشد، نرخ تغییر شکل حباب نیز بیشتر خواهد بود و همچنین میتوان نتیجه گرفت که نرخ مهاجرت نیز افزایش مییابد، یعنی با افزایش عدد کاپیلاری حباب برای رسیدن به یک وضعیت تعادلی زمان کمتری را احتیاج خواهد داشت.

اثر عدد کاپیلاری بر روی نرخ مهاجرت یا همان سرعت عرضی حباب را در شکل (۹) میتوان مشاهده کرد. همانگونه که قبلاً بحث شد، با افزایش عدد کاپیلاری نرخ مهاجرت حباب افزایش خواهد یافت. متمایل به نیمهٔ بالایی کانال میباشد، تاثیر انحناء پروفیل سرعت نسبت به مورد جریان پواسل قویتر بوده و موقعیت تعادلی در فاصلهٔ نزدیکتری نسبت به دیواره بالایی خواهد بود، و به طور مشابه در نیمهٔ پایینی کانال چون تاثیر پروفیل سرعت نسبت به جریان پوآسوی کمتر است، موقعیت تعادلی در وضعیت نزدیکتری نسبت به خط مرکزی کانال مستقر خواهد شد.

برای بررسی تحولات در شکل یک حباب در میدان جریان، یک معیار اسکالر از تغییر شکل (تغییر شکل تیلور) استفاده می شود که نرخ تغییر شکل تیلور نام دارد، [11]:

 $D = \frac{L - b}{L + b}$ (۲۸) که در آن L و d به ترتیب اندازهٔ بزرگترین و کوچکترین

فاصلهٔ سطح از مرکز میباشد. برای انتخاب پارامتر بدون بعد مناسب برای کشش سطحی (یعنی عدد وبر و یا عدد کاپیلاری) دو مجموعه شبیه سازی انجام شده است. بدین منظور با ثابت نگه داشتن یکی از این دو و تغییر عدد دیگر، تغییر شکل محاسبه می گردد. از آنجایی که عدد وبر و عدد کاپیلاری توسط Ca = We/Re به مرتبط هستند، برای کاپیلاری تاثیر عدد وبر، با توجه به ارتباط میان عدد رینولدز و بررسی تاثیر عدد وبر، با توجه به ارتباط میان عدد رینولدز و بررسی تاثیر عدد وبر، با توجه به ارتباط میان عده رینولدز و مدد کاپیلاری، برای اینکه عدد کاپیلاری ثابت باشد، باید عدد رینولدز تغییر کند. در شکل (۶) تاثیر عدد وبر بر روی تغییر شکل حباب آمده است. از این شکل می توان دریافت، زمانیکه عدد کاپیلاری ثابت است و عدد رینولدز تغییر می کند مدد کاپیلاری ثابت است و عدد رینولدز تغییر می کند مدد کاپیلاری ثابت است و عدد رینولدز تغییر می کند مدکل تغییر چندانی نمی کند.

یک مجموعهٔ دیگری از شبیه سازی ها با فرض ثابت بودن وبر و  ${\rm Re}_d=\Lambda/\Im$  ،  ${\rm Re}_d=0/0\%$  و تغییر عدد رینولدز ( ${\rm Re}_d=16/\%\%$ 



سکل (۲) تغییر شکل یک خباب تخت جریان تر دیبی برشی ساده و پواسل در کاپیلاری ثابت ۲۹/۳-Ca.



شکل (۹) تاثیر عدد کاپیلاری بر روی نرخ مهاجرت حباب

شکل (۱۰) نشان می دهد که با افزایش عدد کاپیلاری، یا بعبارت دیگر کاهش ضریب کشش سطحی، نرخ تغییر شکل حباب هم بیشتر خواهد بود، که این مهم ناشی از افزایش تنشهای چسبندگی در طول مرز حباب است. در شکلهای (۱۱) و (۱۲) میتوان خطوط جریان را به ترتیب برای دو حباب با ۲۸–۵۵ و ۲۸–۵۵ مشاهده کرد. پارامترهای روی یک دامنه با ابعاد ۲×۵/۰×۱ و با استفاده از شبکهٔ روی یک دامنه با ابعاد ۲×۵/۰×۱ و با استفاده از شبکهٔ تقریباً مشابه هستند ولی با افزایش عدد کاپیلاری، حباب تغییر شکل بیشتری مییابد و خطوط جریان کمی متفاوت خواهند شد.

+-4 - تاثیر حضور حباب بر روی تنش برشی دیواره در این بخش به تاثیر حضور حباب بر تنش برشی بر روی دیوارهٔ کانال پرداخته میشود. تنش برشی بر روی دیوارهٔ بالایی را با ( $\tau_{wt}$ ) و تنش برشی بر روی دیوارهٔ پایینی را با بالایی را با ( $\tau_{wb}$ ) و تنش داد. حالت بدون حباب جریان به کمک حل تحلیلی حساب خواهد شد. همچنین جهت

بیبعدسازی تنشرها از کمیت  $\tau_0 = \frac{dp}{dx} \cdot x_l$  استفاده شده است. در ابتدا به بررسی تاثیر موقعیت اولیهٔ حباب بر روی تنش برشی خواهیم پرداخت. پارامترهای بدون بعد فرض شده در اینجا عبارتند از:

Red=۱۰ ، α=λ=۰/۹ و Red=۱۰ ، برای این منظور اگر حباب از موقعیت اولیهای واقع در نیمهٔ پایینی کانال رها شود، در اینصورت تنش برشی بیشتری در مقایسه با حالتی که حباب وجود ندارد وارد خواهد شد.



شکل (۱۰) تاثیر عدد کاپیلاری بر روی تغییر شکل تیلور.



شکل (۱۱) خطوط جریان در مقطع میانی در جهت y برای یک حباب با اعداد کاپیلاری Ca=۰/۳.



شـکـل (۱۲) خطوط جریان در مقطع میانی در جهت y برای یک حباب با اعداد کاپیلاری Ca=۰/۹.

فصلنامه علمي - پژوهشي دريا فنون



روی دیوارهٔ بالایی. حباب از موقعیت اولیهٔ ۲۰/E=//E و ۲۵/ zo/H=

سپس به بررسی تاثیر شعاع حباب یا همان نسبت هندسی بر روی تنش برشی بر روی دیواره خواهیم پرداخت. برای تحلیل این مورد، سه حباب که از موقعیت اولیهٔ ۲/۰=۲۰/۲ رها شدهاند (با نسبتهای هندسی نسبتاً بزرگ، به ترتیب، مهاشدهاند (با نسبتهای هندسی نسبتاً بزرگ، به ترتیب، سایر پارامترهای حاکم عبارتاند از: ۲/۰=۵۹ هـ Red=۱۰ م سایر پارامترهای حاکم عبارتاند از: ۲/۰=۵۳ م ۲/۰=20. اثر افزایش شعاع حباب را بر روی تنش برشی بر روی صفحهٔ پایین میتوان در شکل (۱۷) مشاهده کرد. همانگونه که در شکل (۱۷) مشخص است، با افزایش شعاع حباب، تنش برشی بر روی صفحهٔ پایینی کاهش خواهد یافت. داده شده است. همانطور که مشخص است، با افزایش عدد کاپیلاری یا بعبارتی کاهش سطحی حباب، مقدار تنش برشی بر روی دیوارهٔ پایین کاهش خواهد یافت. همانطور که در شکل (۱۳) مشخص است، حبابهایی که از موقعیت اولیهٔ ۲۰/۲=۲//۲ و ۲۵/۲=۲۰/۲ رها شده هستند، مقدار تنش برشی بیشتری بر روی سطح دیوارهٔ پایین تحمل میکنند.

در حالی که حبابهایی که از موقعیت اولیه ی  $7/=z_0/H=1$  و  $z_0/H=1/N$  رها شدهاند (شکل (۱۴))، تنش برشی کمتری بر روی دیوارهٔ پایین در مقایسه با حالت بدون حباب وارد خواهد شد. حال به وضعیت تنش برشی بر روی دیوارهٔ بالایی خواهیم پرداخت. در اینجا عکس وضعیت قبل مشاهده میشود. یعنی حبابهایی که از موقعیت ابتدائی 7/=1/5 و  $z_0/H=1/5$  رها شده هستند، مقدار قدر مطلق تنش برشی کمتری بر روی دیوارهٔ بالایی را در مقایسه با حالت بدون کمتری بر روی دیوارهٔ بالایی را در مقایسه با حالت بدون کمتری بر روی دیوارهٔ بالایی را در مقایسه با حالت بدون مده است. شکل (۱۶) این حالت نمایش داده شده است. شکل (۱۶) حبابهایی که از موقعیت ابتدائی همانطور که مشخص است، در این حالت تنش برشی بر روی همانطور که مشخص است، در این حالت تنش برشی بر روی



شکل (۱۳) تاثیر موقعیت اولیهٔ حباب بر روی تنش برشی بر روی دیوارهٔ پایین. حباب از موقعیت اولیهٔ zo/H=+/۲ و ۰/۴ zo/H=







در شکل (۲۱) سرعت لغزشی بر حسب زمان بدون بعد رسم شده است. حباب تحت جریان برشی رو به بالا، از جریان سیال مختل نشده عقب خواهد ماند (سرعت لغزشی منفی است). در نتیچه برآ بعلت اینرسی بسمت دیوار متحرک خواهد بود و حباب را بسمت بالا تا جایی هل می دهد که نیروی ناشی از انحناء پروفیل سرعت و روانسازی دیواره با نیروی ناشی از برآ اینرسی موازنه شود. در نتیجه حباب در یک وضعیت تعادلی کمی بالاتر از میان کانال (۲۵–۲۱) تثبیت خواهد شد. در حالیکه حباب تحت جریان برشی رو به پایین، از جریان سیال مختل نشده جلو می افتد ( سرعت لغزشی مثبت است).

در نتیجه برآ بعلت اینرسی بسمت دیوار ساکن فشار وارد خواهد کرد و حباب بسمت دیوارهٔ ساکن تا جایی حرکت میکند که نیروی ناشی از انحناء پروفیل سرعت و نیروی ناشی از برآ اینرسی با روانسازی دیواره موازنه شود. در این ناحیه چون تاثیر انحناء پروفیل سرعت و برآ اینرسی بیشتر میباشد، باعث خواهد شد که حباب در فاصلهٔ تعادلی کمتری نسبت به دیواره در مقایسه با مورد قبل، تثبیت گردد (2eq/H=•/۲۱۵).



### ۴-۵- شبیهسازی حباب با درنظر گرفتن نیروی شناوری

اگر جهت جریان موافق با جهت شتاب ثقل باشد، آنرا جریان برشی رو به پایین، و اگر جهت جریان در خلاف جهت جریان باشد، آنرا جریان برشی رو به بالا می توان نامید [۲۲] (شکل (۱۹)). برای بررسی تاثیر جهت جاذبه بر روی مهاجرت جانبی حباب تحت جریان ترکیبی برشی ساده و پواسل، دو Red=۱۰ . محموعه شبیه سازی تحت اعداد بدون بعد: ۱۰= Red=۱۰ . محموعه شبیه سازی تحت اعداد بدون بعد: ۱۰ محموعه شبیه سازی تحت اعداد بدون بعد: ۱۰ شده است. در شکل (۲۰) می توان نمودار مهاجرت جانبی که توسط ارتفاع کانال بی بعد شده است را بر حسب زمان بدون بعد، برای دو حباب که از موقعیت اولیهٔ ۸/۰=۲/۸ رها شده اند، مشاهده کرد. همانگونه که مشخص است، تحت جریان برشی رو به بالا، حباب بطرف دیوارهٔ متحرک حرکت خواهد کرد، در حالیکه حباب تحت جریان برشی رو به پایین بطرف دیوارهٔ ساکن مهاجرت می کند. علت این موضوع را باید در سرعت لغزشی جستجو کرد.



شکل (۲۱) تاثیر جهت نیروی گرانش بر روی سرعت لغزشی بر حسب زمان بدونبعد.

و عدد اتوش اندازهٔ بدون بعد حباب میباشد [۱۰]. عدد مورتون بصورت  $M = g\mu_0^4/\rho_0\sigma^3$  و عدد اتوش (همچنین عدد باند نیز خوانده میشود) به صورت  $R = \rho_0 gd^3/\sigma$  تعریف میشود. در اینجا سه شبیه سازی برای حباب در یک عدد مورتون ثابت  $^{-1} M = 10^{-1}$  آورده شده است. در شکل (۲۵) میتوان نتایج را برای سه عدد اتوش  $R = 10^{-1}$  و Eo=10 م





50

۴-۵-۱- تاثیر عدد فرود

در این بخش تاثیر عدد فرود در موقعیت تعادل جانبی حباب برای حالت جریان برشی رو به پایین تحت پارامترهای حاکم بدون بعد: ۹۰هه Rede ۹۰،  $\alpha = \lambda = 0.0$  و نسبت هندسی بدون بعد: ۹۰هم Rede ۵۰ مورد مطالعه قرار گرفته است. شکل (۲۲) موقعیت تعادلی حباب را برای اعداد فرود ۴۰ Fr=۳۰، Fr=۳۰ و ۴۰۵ Fr نشان می دهد.

در شکل (۲۲) مشاهده می شود که با افزایش عدد فرود، حباب در یک وضعیت تعادلی نزدیکتری نسبت به خط مرکزی حرکت خواهد کرد. علت این موضوع در این است که در اعداد فرود بزرگ، سرعت لغزشی (شکل (۲۳)) بسیار بزرگ می شود، بنابراین نیروی دافعهٔ دیواره افزایش می یابد (اثر روانسازی افزایش می یابد) [۲۳]. در شکل (۲۴) می توان نرخ تغییر شکل را بر حسب زمان بی بعد مشاهده کرد. همانطور که مشخص است با افزایش عدد فرود تغییر شکل طی دورهٔ گذرا افزایش یافته و سپس در حالت پایدار بسمت یک مقدار ثابتی میل خواهد نمود.

### ۴–۵–۲– تاثیر عدد اتوش

در این بخش به بررسی تاثیر عدد اتوش بر روی تغییر شکل حباب خواهیم پرداخت. همانطور که قبلاً به آن اشاره شد، آنوردی و تریگواسون [۱۰] نشان دادند که تغییر شکل حباب شدیداً به عدد اتوش وابسته است و عدد مورتون تاثیر چندانی بر روی تغییر شکل حباب نخواهد داشت. در نتیجه در این بخش به بررسی تاثیر این دو عدد بر روی شکل حباب خواهیم پرداخت. عدد مورتون فقط شامل خواص سیال است



کل (۵۵) کانیز عدد انوس بر روی شکل خباب. اند Eo=۱۰ ب) Eo=۱۰ و ج) Eo=۱۰.

همانطور که مشخص است، با افزایش عدد اتوش، حباب از یک شکل تقریباً کروی در عدد اتوش (=E0، به یک شکل تا حدودی بیضوی در عدد اتوش Eo=۱۰ خواهد رسید. با افزایش بیشتر عدد اتوش، حباب به شکل کلاه بیضوی تبدیل خواهد شد. این پدیده را به طور کیفی میتوان در شبیه-نواهد شد. این پدیده را به طور کیفی میتوان در شبیه-آنوردی و تریگواسون [۱۰] برای یک حباب در حال صعود مشاهده کرد.

در اینجا هیچ وضعیت حالت پایداری برای حباب مشاهده نشده است و حباب طی یک مسیر ناپایدار زیگزاگی و کج و معوج در کانال حرکت خواهد کرد. این پدیده همچنین برای اعداد مورتون کوچک در شبیه سازی آنوردی و تریگواسون [۱۰] دیده شده است. در شکل (۲۶) می توان خطوط جریان را برای سه حباب بالا مشاهده کرد.

همانطور که مشخص است، الگوی جریان هر سه حباب تقریباً مشابه هم میباشد. در اینجا حباب از یک جفت گردابه تشکیل میشود که در خلاف جهت یکدیگر در حال چرخش هستند. از آنجایی که عدد رینولدز در اینجا برابر با ۲۰=R<sub>ed</sub> میباشد، حرکت حباب شبیه به جریان خزشی میباشد و هیچ گردابهای در پشت حباب مشاهده نشده است.

۵- نتیجهگیری
در پژوهش حاضر یک مطالعهٔ سهبعدی از حرکت یک حباب
در جریان ترکیبی کوئت و پواسل بطور عددی انجام شده
است. بر اساس نتایج بدست آمده می توان دریافت گرفت که

در جریان ترکیبی کوئت و پواسل نیز تمامی حبابها صرفنظر از موقعیت اولیهٔ، به یک موقعیت تعادلی در حوالی نیمهٔ بین خط مرکزی کانال و دیواره مهاجرت میکنند که به اثر سگر سیبربرگ مشهور است، ولی از آنجایی که پروفیل سرعت متقارن نمیباشد، موقعیت تعادلی بدست آمده در اینجا کمی با نتایج حاصل از جریان پواسل متفاوت میباشد. تایج نشان میدهد که از میان دو عدد بدون بعد وبر و کاپیلاری که هر واسته به عدد کاپیلاری است. مشاهده شده است که تغییر شکل حباب یک تابع افزایشی با عدد کاپیلاری است.









(ج) شکل (۲۶) تاثیر عدد اتوش بر روی خطوط جریان. الف) Eo=۱۰۰ (ب Eo=۱۰۰ و ج) Eo=۱۰۰.

Part 1. Sedimentation.", J. Fluid Mech., Vol.261, pp.95–134, 1994.

[8] Feng, J., Hu, H.H., Joseph, D.D., "Direct Simulation of Initial Value Problems for the Motion of Solid Bodies in a Newtonian Fluid. Part 2. Couette and Poiseuille flows.", J. Fluid Mech., Vol.277, pp.271–301, 1994.

[9] Cristini V., Blawzdziewicz J. and Loewenberg M., Drop breakup in three dimensional viscous flws.", J. Physics Fluids, Vol.10, pp.1781-1783,1998.

[10] Unverdi, S. O., and Tryggvason, G., "A Front-Tracking Method for Viscous, Incompressible, Multi-Fluid Flows.", Journal of computational physics, Vol.100, pp.25-37, 1992.
[11] Mortazavi, S., Tryggvason, G.R., "A Numerical Study of the Motion of Drops in Poiseuille Flow. Part 1. Lateral migration of one drop.", J. Fluid Mech., Vol.411, pp.325– 350, 2000.

[12] Doddi, S. K., and Bagchi, P., "Lateral Migration of a Capsule in a Plane Poiseuille Flow in a Channel", International Journal of Multiphase Flow, Vol.34, pp.966-986, 2008.

[13] Lu, J., Fernández, A. and Tryggvason, G., "The Effect of Bubbles on the Wall Drag in a Turbulent Channel Flow", Physics of Fluids (1994-present), Vol.17, pp.95-102, 2005.

[14] Aberuee, M., Mortazavi, S. "Theoretical and Computational Fluid Dynamics", Effect of Viscosity Ratio on the Motion of Drops Flowing on an Inclined Surface, pp.1-18. 2017.

[15] Pan, D. Y., Lin, Y, Q., Zhang, L. X., Shao. X. M., "Journal of Hydrodynamics, Ser. B" Motion and Deformation of Immiscible Droplet in Plane Poiseuille Flow at Low Reynolds Number, ,Vol.28, No. 4, pp.702-708, 2016.

[16] Bayareh, M., Mortazavi, S., "Equilibrium Position of a Buoyant Drop in Couette and Poiseuille Flows at Finite Reynolds Numbers", Journal of Mechanics, Vol.29, pp.53-58, 2013.

[17] Mortazavi. S, Tafreshi, M. M., "On the Behavior of Suspension of Drops on an Inclined Surface", Physica A, Vol.392, pp.58–71, 2013.

[18] Amiri, M, Mortazavi, S, "Three-Dimensional Numerical Simulation of Sedimenting Drops Inside a Vertical Channel", International Journal of Multiphase Flow, Vol.56, pp.40–53, 2013.

[19] Tryggvason, G., Bunner, B., Esmaeeli, A., Juric, D., Al-Rawahi, N., Tauber, W., and Jan, Y. J., " A Front Tracking Method for the Computations of Multiphase Flow., Journal of در نتیجه با افزایش عدد کاپیلاری نرخ مهاجرت افزایش یافته و حباب سریعتر در یک موقعیت نزدیکتری نسبت به خط مرکزی کانال مستقر خواهد شد. تنش برشی بر روی دیوارهها در حضور حباب، دارای تغییراتی وابسته به موقعیت اولیهٔ حباب میباشد. نتایج نشان داد که با افزایش شعاع حباب و یا افزایش عدد کاپیلاری، تنش برشی بر روی دیواره پایین کاهش مییابد. از میان عدد اتوش و عدد مورتون، تغییر شکل حباب وابسته به عدد اتوش و عدد مورتون، تغییر شکل حباب تقریباً کروی میماند، با افزایش عدد اتوش کوچک، حراب شبیه به یک کلاه بیضوی میشود. خطوط جریان نشان میدهند که حباب متشکل از دو گردابه میباشد که در خلاف جهت هم درگردش میباشند و همچنین در عدد مورتون پایین فرض شده در این تحقیق هیچ دنبالهای در

## 8- مراجع

جریان استوکس حرکت میکند.

[1] Mcormick, M. E., Bhattacharyya, R., "Naval Engineers Journal", Drag Reduction of a submersible hull by electrolysis., Vol.85, pp.11-16. 1973.

[2] Esmaeeli, A., Tryggvason, G., "Journal of Fluid Mechanics", Direct Numerical Simulations of Bubbly Flows. Part 1. Low Reynolds Number Arrays., Vol.377, pp.313-345, 1998.

[3] Segre, G., Silberberg, A., "Behaviour of Macroscopic Rigid Spheres in Poiseuille Flow. Part 1. Determination of local concentration by statistical Analysis of Particle Passages Through Crossed Light Beams, J. Fluid Mech, Vol.14, pp.115-135. 1962.

[4] Segre, G., Silberberg, A., "Behaviour of Macroscopic Rigid Spheres in Poiseuille Flow. Part 2. Experimental Results and Interpretation., J. Fluid Mech., Vol.14, pp.136-157.1962.

[5] Goldsmith, H. L., Mason, S. G., "The Flow of Suspensions Through Tubes. I. Single Spheres, Rods, and Discs.", J. Colloid Sci., Vol.17, pp.448-476.1962.

[6] Karnis, A., Goldsmith, H. L., and Mason, S. G., "The Flow of Suspensions Through Tubes:
V. Inertial Effects.", The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol.44, pp.181-93.1966.
[7] Feng, J., Hu, H. H., Joseph, D. D., "Direct Simulation of Initial Value Problems for the Motion of Solid Bodies in a Newtonian Fluid.

Computational Physics, Vol.169, pp.708-759. 2001.

[20] Peskin, C. S., "Numerical Analysis of Blood Flow in the Heart", Journal of Computational Physics, Vol. 25, pp.220-252, 1977.

[21] Taylor, G. I., "The Formation of Emulsions in Definable Fields of Flow, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, pp.501-523, 1934.

[22] Bayareh, M., and Mortazavi, S., "A Numerical Study of the Motion of a Single Drop in Simple Shear flow: Density Ratio Effects", In Mechanical and Electrical Technology (ICMET), pp.11-14, 2010.

[23] Goodarzi, S., and Mortazavi, S., "Numerical Simulation of a Buoyant Suspending Drop in Plane Couette Flow: the Equilibrium Position of the Drop", IJST, Vol.36, pp.69-82, 2012.