

شکل دهی پرتو مقاوم در پردازش سیگنال آرایه‌ای

هادی امیری^۱، مصطفی ناصری^۲

hadi.amiri@ut.ac.ir

۱- استادیار دانشکده علوم مهندسی، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران

چکیده

شکل دهی پرتو یکی از مهم ترین بلوک های پردازش سیگنال آرایه ای در سونار می باشد که به دلیل ماهیت محیط و شرایط کاری، نیازمند بهره گیری از روش های افقی و مقاوم است تا بتواند مشخصات مناسبی در خروجی شکل دهنده پرتو ارائه دهد. در مقاله حاضر، به بررسی و تحلیل آخرین روش های شکل دهی پرتو افقی و مقاوم مانند روش های تغییر ماتریس کوواریانس بهبودیافته، پرداخته شده و در نهایت به کمک شبیه سازی در سناریوهای متفاوت و شرایط مختلف کاری شامل خطا در بردار نگاه آرایه، اختلال بهره و فاز سنسورها، محیط های پرنویز و وجود تداخل های قوی، توانمندی و قابلیت های آنها ارائه گردیده است و مورد ارزیابی قرار گرفته اند. نتایج به دست آمده نشان می دهد روش های LCMV.Diagonal Loading و LCMV mod در حالات مختلف از کارایی مناسب برخوردار نیستند و روش های CMR و ESB در حضور خطای بردار نگاه، تداخل قوی و نویز محیطی زیاد و وجود اختلال در میزان بهره و فاز، از عملکرد مناسبتری برخوردار می باشد.

واژگان کلیدی: شکل دهی پرتو، مقاوم، افقی، سونار.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۷/۱۰/۰۳

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۸/۰۴/۲۵

۱- مقدمه

شکل‌دهی پرتو وقتی، در تعبیری کلی، راهکاری برای آشکارسازی و تخمین سیگنال مطلوب در خروجی آرایه‌ی سنسورها به حساب می‌آید. در سال‌های اخیر از آرایه‌های وقتی در سونار، رادار، مخابرات بی‌سیم، آرایه‌های میکروفونی و... استفاده شده است [۱-۴]. روش‌های سنتی در شرایطی که اطلاعاتی که از محیط، آرایه و یا منبع به دست می‌آید، ناقص باشند، به خوبی عمل نمی‌کنند. در روش‌های مرسوم طراحی یک شکل‌دهنده‌ی پرتو وقتی، فرض بر این است که هیچ کدام از مولفه‌های سیگنال مطلوب در داده‌های آموزشی موجود نیست. در این حالت، شکل‌دهنده‌ی پرتو نسبت به خطای پاسخ آرایه به سیگنال مطلوب و محدود بودن طول داده آموزش مقاوم خواهد بود [۱]. از جمله‌ی این علل، می‌توان تفاوت بین فرضیات بر روی محیط، منبع یا آرایه‌ی سنسورها و مواردی واقعی باشد. از طرفی، روش‌های وقتی به خطاهای کوچک بسیار حساسیت دارند و در این شرایط سیگنال مطلوب را با سیگنال‌های تداخلی اشتباه گرفته و به جای آشکارکردن بهتر آن، سعی خواهند کرد با قرار دادن صفر در آن راستا، آن سیگنال را حذف کنند [۵-۸].

علاوه بر خطای آرایه، ماهیت غیر ایستایی داده‌ها می‌تواند موجب افت کارکرد سیستم شود. هم چنین در حالتی که منابع اغتشاشی دارای سرعت بالا هستند، باز هم عملکرد می‌تواند افت داشته باشد. چون که ضرایب آرایه نمی‌توانند به سرعت تغییر کنند تا بخش اغتشاش را حذف کنند. در این حالت روش‌های حذف اغتشاش کافی نیستند و باید به سراغ روش‌های مقاوم در شکل‌دهی پرتو تطبیقی رفت. هم چنین همین حالت در شرایطی که آرایه سنسورها در حال حرکت باشد رخ خواهد داد. برای مثال، در آرایه‌ی هیدروفونی در کاربرد سونار [۳، ۶ و ۹] این مساله محتمل خواهد بود. تخمین راستای ورود و شکل‌دهی پرتو تطبیقی، دو زمینه مهم در زمینه پردازش آرایه سنسوری هستند که در این تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرند. هدف اصلی از تخمین راستای ورود، تخمین راستای ورود اهداف با قدرت تفکیک بالا و دقیق است، درحالی که هدف عمده از شکل‌دهی پرتو تطبیقی تخمین و آشکارسازی شکل موج‌های سیگنال مورد علاقه در حضور نویز با انجام فیلتر کردن می‌باشد. در مقاله حاضر، روش‌های مقاوم شکل‌دهی پرتو مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته و همراه با ارائه شبیه‌سازی جامع، توانمندی و

مقایسه کارکردی آنها در سناریوهای مختلف تدوین و ارائه شده است.

۲- معرفی صورت مساله و مدل مورد استفاده

یک آرایه‌ی M تایی از سنسورهای همه جهته در نظر گرفته شود. سیگنال باند باریک دریافت شده توسط آرایه‌ی سنسورها را در لحظه‌ی k در نظر بگیرید. سیگنال مذکور را به صورت زیر می‌توان نشان داد [۶]:

$$x(k) = x_s(k) + x_i(k) + x_n(k) \quad (1)$$

که در آن، $x_s(k), x_i(k), x_n(k)$ بردارهایی هستند با ابعاد $M \times 1$ که به ترتیب سیگنال‌های نویز، اغتشاش و مطلوب را نشان می‌دهند. منظور از اغتشاش در این کاربرد، سیگنال‌هایی هستند که توسط منابعی بجز منبع مورد نظر و یا توسط مولد سیگنال اغتشاشی تولید شده‌اند. عموماً، اغتشاش‌ها را مستقل از همدیگر در نظر گرفته می‌شود، که در موارد عملی، فرض قابل قبولی است. البته شرایط دیگر نیز در عمل امکان پذیر است که در این بخش مد نظر نیست. هم چنین نویزهای دریافت شده در سنسورهای مختلف نیز نویزهای مستقلی فرض می‌شوند که توان‌های یکسانی دارند. هندسه یک بعدی مسئله تخمین راستای ورود در شکل ۱ نشان داده شده است. در فرمول‌بندی این مسئله فرض می‌شود که آرایه‌ی سنسورهای M تایی، سیگنال‌های باند باریک از منابع سیگنال L نقطه‌ای ($L < M$) دریافت می‌کند. این سیگنال‌ها در راستای ورود های $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_L\}$ قرار داده شده‌اند. بردار تخمین $M \times 1$ بصورت زیر مدل می‌شود:

$$x(t) = A(\theta)s(t) + n(t) \quad (2)$$

$A(\theta) = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_L)]$ ماتریس نگاه آرایه $M \times L$ ، $a(\theta) = [a_1(\theta), a_2(\theta), \dots, a_M(\theta)]^T$ بردار $M \times L$ ، $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_L]^T$ بردار $L \times 1$ راستای ورود منابع ناشناخته $s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_L(t)]^T$ بردار $L \times 1$ شکل موج‌های مرجع است و بردار $M \times 1$ نویز سنسور را با $n(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$ نشان می‌دهند. توجه شود که این ماتریس به صورت دقیق در این جا در نظر گرفته می‌شود، در حالی که در عمل این طور نیست یا ماتریس $A(\theta)$ به صورت نامتغیر با زمان در نظر گرفته می‌شود و ممکن است به شدت با گذشت زمان تغییر کند. با استفاده از فرمول (۱)، ماتریس کوواریانس به صورت زیر بیان می‌شود:

$$R \triangleq E\{x(t)x^H(t)\} = ASA^H + Q \quad (3)$$

روش، تخمین طیف فضایی منابع چندگانه به منظور فیلتر فضایی پیشنهاد شده است. در رابطه با شرایط محدود بودن تعداد نمونه‌ها، نتیجه غیر پارامتری تابع طیف Capon یا MVDR را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$f_{CAPON}(\theta) = w^H(\theta) \hat{R} w(\theta) \quad (۸)$$

که در آن بردار وزنی $w = w(\theta)$ از فیلتر فضایی می‌تواند با حل مسئله بهینه زیر پیدا شود:

$$\min_w w^H \hat{R} w \text{ subject to } w^H a(\theta) = 1 \quad (۹)$$

با حل معادله بالا و جایگزینی بردار وزنی در تابع طیف Capon داریم:

$$f_{CAPON}(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta) \hat{R}^{-1} a(\theta)} \quad (۱۰)$$

تخمین گر Capon معادله بالا قدرت تفکیک بهتری نسبت به تکنیک شکل دهنده پرتو مرسوم به دست می‌دهد.

۳- شکل دهی پرتو وقتی و مقاوم^۱

در شرایطی که داده‌های موجود، محدود باشد و یا در صورت نبود دقیق بردار نگاه سیگنال موردنظر، تخمین ماتریس کواریانس، دقیق نخواهد بود. در این بخش، به بررسی موثرترین روش‌های ارائه شده برای مقاوم سازی شکل دهی پرتو تطبیقی اشاره خواهد شد.

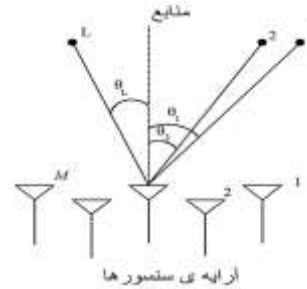
۳-۱- Diagonally loaded SMI پرتو شکل دهنده

در شرایطی که بردار نگاه سیگنال دریافتی به صورت دقیق مشخص نباشد، مولفه‌های حاضر سیگنال مطلوب در داده‌ی آموزشی می‌تواند سرعت الگوریتم شکل دهی پرتو تطبیقی را کاهش دهد. این کاهش در کیفیت سیستم، در شرایطی است که طول داده‌های آموزشی، کم باشد. در این روش یک عبارت تنظیم (regularization) به تابع هدف مساله‌ی بهینه سازی، که از حل آن ضرایب یا بردار w به دست می‌آید، اضافه می‌شود. مساله‌ی جدید به صورت زیر خواهد بود:

$$\min_w w^H \hat{R} w + \gamma \|w\|^2 \text{ subject to } w^H a(\theta) = 1 \quad (۱۱)$$

عبارت γ جمله‌ی ایجادکننده‌ی هزینه است. حل این مساله به صورت شناخته شده‌ی زیر است که مختصراً آن LSMI نامیده می‌شود:

$$w_{LSMI} = \hat{R}_{DL}^{-1} a(\theta_s), \hat{R}_{DL} \triangleq \hat{R} + \gamma I \quad (۱۲)$$



شکل (۱) هندسه یک بعدی مسئله تخمین راستای ورود.

شکل $S \triangleq E\{s(t)s^H(t)\}$ ماتریس کواریانس $L \times L$ با مرتبه کامل از شکل موج‌های مرجع و $Q \triangleq E\{n(t)n^H(t)\}$ ماتریس کواریانس $M \times M$ با رتبه کامل از نویز سنسور می‌باشد.

نویزهای سنسور به صورت نویز سفید گوسی فرض شده است:

$$E\{n(k)n^H(k)\} = \delta_{tk} \sigma^2 I \quad (۴)$$

σ^2 واریانس نویز و δ_{tk} Kronecker delta است. می‌توان معادله (۲) را به صورت زیر ساده کرد:

$$R = ASA^H + \sigma^2 I \quad (۵)$$

در کاربردهای واقعی، ماتریس R ناشناخته و معمولاً از داده‌های نمونه برداری شده لحظه‌ای به صورت تخمینی به دست می‌آید:

$$\hat{R} = \frac{1}{J} \sum_{t=1}^J x(t)x^H(t) = \frac{1}{J} XX^H \quad (۶)$$

J تعداد نمونه‌ها و $X = [x(1), x(2), \dots, x(J)]$ ماتریس $M \times J$ داده است.

تکنیک‌های تخمین راستای ورود قدیمی، به صورت مستقیم یا غیرمستقیم از فرضیات مربوط به آرایه‌های که به صورت دقیق در نظر گرفته شده، استفاده می‌کنند. یکی از ساده‌ترین روش‌های تخمین راستای ورود غیر پارامتری، معمولاً به شکل دهنده پرتو مرسوم برمی‌گردد، که مبتنی بر جستجوی الگوی آرایه و محاسبه توان خروجی برای هر جاروب الگو در هر زاویه می‌باشد. توان خروجی شکل دهنده‌ی پرتو برای زاویه θ از رابطه‌ی $E\{|a^H(\theta)x(t)|^2\} = a^H(\theta)Ra(\theta)$ به دست می‌آید. برای نمونه، تابع شکل دهنده پرتو مرسوم با فرمول به دست می‌آید:

$$f_{CB}(\theta) = \frac{1}{J} \sum_{t=1}^J |a^H(\theta)x(t)|^2 = a^H(\theta) \hat{R} a(\theta) \quad (۷)$$

تخمین‌های راستای ورود مرجع از بیشینه‌ی این تابع به دست می‌آید. برای غلبه بر پایین بودن قدرت تفکیک این

^۱ Robust Adaptive Beamforming

اگر شرط: $w_{opt} = R^{-1}C(C^H R^{-1}C)^{-1}f$ (۲۰)

از آنجایی که ماتریس کوواریانس داده‌ها در عمل در دسترس نیست، از تخمین آن استفاده می‌شود. پس نسخه‌ی شکل‌دهنده‌ی پرتو SMI به صورت زیر در می‌آید:

$$w_{SMI} = \hat{R}^{-1}C(C^H \hat{R}^{-1}C)^{-1}f \quad (۲۱)$$

۲-۳- حذف‌کننده تعمیم یافته لوب‌های کناری

پاسخی که در معادله (۲۰) ارائه شده است را می‌توان به دو بخش تجزیه کرد؛ یک بخش در زیر فضای مقید^۱ و بخش دیگر در زیر فضای عمود بر زیر فضای مقید خواهد بود [۱۱]. فرایند تجزیه فوق‌الذکر را می‌توان به شکل عمومی‌تر زیر بازنویسی کرد:

$$w_{GSC} = w_q - Bw_a \quad (۲۲)$$

به طوری که

$$w_q = C(C^H C)^{-1}f \quad (۲۳)$$

w_q بردار شکل‌دهی پرتو غیرفعال (یا غیرتطبیقی) نامیده می‌شود و مستقل از داده‌های ورودی/خروجی آرایه می‌باشد. ماتریس B در معادله (۲۳) طوری انتخاب می‌شود که شرط زیر را ارضاء کند:

$$B^H C = 0 \quad (۲۴)$$

بردار w_a ، بردار وزنی تطبیقی^۲ جدید می‌باشد. شکل‌دهنده پرتو معرفی شده با معادله (۲۳) را حذف‌کننده تعمیم یافته گلب‌های کناری می‌نامند. بلوک دیاگرام این شکل‌دهنده پرتو از دو شاخه تطبیقی و غیرتطبیقی تشکیل می‌گردد، به طوری‌که بردار شکل‌دهی پرتو تطبیقی، بر بردار داده $z(k)$ اعمال می‌شود. $z(k)$ نیز از اعمال ماتریس B بر $x(k)$ به دست می‌آید. اعمال ماتریس B بر $x(k)$ منجر به جهت‌های محدود شده^۳ می‌گردد. در حالت کلی انتخاب ماتریس B یکتا نیست، به عنوان مثال (۲۳) ایجاب می‌کند که $B = P_C^\perp$ تعیین شود. با این حال B یک ماتریس مرتبه کامل^۴ نیست، بنابراین طبیعی‌تر است که یک ماتریس مرتبه کامل $M(M-N)$ انتخاب شود و در نتیجه بردار $z(k)$ و w_a هر دو با ابعاد کوچکتری مثل $(M-N) \times 1$ ، در مقایسه با ابعاد $M \times 1$ ، $x(k)$ و w_q خواهند داشت. این روش دو مزیت عمده دارد، یکی آن که w_q غیرتطبیقی است و تنها یک بار محاسبه می‌گردد و محاسبات تطبیقی روی w_a که

$$K \geq L \quad (۱۳)$$

برقرار باشد میزان خطایی که در جواب ایجاد می‌شود، از چند دسی‌بل بیشتر نخواهد شد و کافی است تعداد نمونه‌های آموزشی از تعداد منابع تداخلی بیشتر باشد. برای حل مسائل مربوط به انطباق زاویه نگاه و سمت هدف موردنظر، لازم است قیدهای دیگری به مساله اضافه گردد تا حساسیت پاسخ گلب‌گ اصلی به خطای زاویه کم شود. در این شرایط مساله‌ی بهینه‌سازی به صورت زیر خواهد بود:

$$\min_w w^H R w \text{ subject to } C^H w a(\theta) = f \quad (۱۴)$$

که C و f تعیین‌کننده‌ی شرط‌هایی است که بر روی گلب‌گ اصلی در نقاط مختلف و مشتق الگوی آرایه قرار داده شده است. شرط‌هایی که بر روی نقاط مختلفی از پرتو اصلی قرار می‌شود:

$$C = [a(\theta_{s,1}), a(\theta_{s,2}), \dots, a(\theta_{s,Q})] \quad (۱۵)$$

در بردار فوق $a(\theta_{s,Q})$ ها همگی در همسایگی بردار نگاه مربوط به راستای $a(\theta_s)$ هستند. همین‌طور بردار f عبارت است از

$$f = [1, 1, \dots, 1]^T \quad (۱۶)$$

شرط موجود در مساله‌ی بهینه‌سازی از چندین شرط بر روی نقاط مختلف تشکیل شده است که نه تنها راستای موردنظر بلکه در تعدادی از نقاط همسایگی آنرا نیز پوشش می‌دهد. در همین راستا، می‌توان شرط‌هایی بر روی مشتق نقاط مختلفی از راستای اصلی پرتو می‌توان قرار داد. در این حالت ماتریس قیدهایی که در هر راستا قرار داده شده است، به صورت زیر در خواهد آمد:

$$C = [a(\theta_s), \frac{\partial a(\theta)}{\partial \theta} |_{\theta=\theta_s}, \dots, \frac{\partial^{M-1} a(\theta)}{\partial \theta^{M-1}} |_{\theta=\theta_s}] \quad (۱۷)$$

و بردار قیدها به صورت زیر در خواهد آمد:

$$f = [1, 0, \dots, 0]^T \quad (۱۸)$$

در اینجا

$$\frac{\partial^k a(\theta)}{\partial \theta^k} |_{\theta=\theta_s} = D^k a_s \quad (۱۹)$$

که D ماتریسی است که به سیگنال مطلوب و زاویه‌ی ورود فرض شده برای آن و نیز هندسه‌ی آرایه بستگی دارد. در این حالت نیز حل ضرایب مشابه روش MVDR به دست می‌آید و به صورت زیر نوشته می‌شود:

³ Constrained Directions

⁴ Full Rank Matrix

¹ Constrained Subspace

² Adaptive Weight Vector

که D یک ماتریس قطری است که $\theta_s, \theta_{i,2}, \dots, \theta_{i,L}$ راستای ورودهای سیگنال مطلوب و L تداخل هستند. هم چنین d فاصله بین دو عنصر سنسور مجاور در آرایه یکنواخت خطی است. فرض شود تعداد زیر آرایه‌ها P باشد؛ که J بعد زیر آرایه است که برابر با تعداد عناصر آرایه در یک زیر آرایه می‌باشد:

$$P = M - J + 1 \quad (28)$$

پس ماتریس کوواریانس $J \times J$ که به طور مکانی هموار شده است به روش زیر به دست می‌آید:

$$\tilde{R} = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \tilde{R}_p \quad (29)$$

$$\tilde{R}_p = E\{\tilde{x}_p(k)\tilde{x}_p^H(k)\} \quad (30)$$

و ماتریس کوواریانس برای p امین زیر آرایه با ترکیب عبارت (29) با (30) و سپس با (26) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \tilde{R} &= \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \tilde{R}_p = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P E[\tilde{x}_p(k)\tilde{x}_p^H(k)] \\ &= \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \tilde{A} D^{p-1} E[s(k)s^H(k)] (D^*)^{p-1} \tilde{A}^H + \sigma_n^2 I \quad (31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \tilde{A} \left[\frac{1}{P} \sum_{p=1}^P D^{p-1} S (D^*)^{-1} \right] \tilde{A}^H + \sigma_n^2 I \\ &= \tilde{A} \tilde{S} \tilde{A}^H + \sigma_n^2 I \\ \tilde{S} &= \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P D^{p-1} S (D^*)^{p-1} \quad (32) \end{aligned}$$

همبستگی بین سیگنال مطلوب و تداخل‌ها به ماتریس همبستگی منفردی به نام S منجر می‌شود. می‌توان از (32) مشاهده کرد که حتی در صورتی که S منفرد باشد، \tilde{S} غیر منفرد می‌شود، اگر تعداد زیر آرایه‌ها بیشتر از تعداد منابع باشد:

$$p > l + 1 \quad (33)$$

3-4 - میانگین‌گیری پیشرو و پس‌رو و Spatial Smoothing

چنان که بیان شد، با توجه به رابطه (32)، روش spatial smoothing زمانی عملکرد مناسبی دارد که طول آرایه به شدت کاهش یابد. هم چنین این روش ساختار آرایه یکنواخت خطی، یا به طور کلی هر آرایه متقارن مرکزی^۶ را در محاسبات دخالت نمی‌دهد. طول آرایه با حفظ ضریب حذف همبستگی^۷، می‌تواند با استفاده از روشی به نام

بعد کوچکتری دارد، انجام می‌گردد؛ این مورد موجب کاهش محسوس حجم محاسبات خواهد شد. از سوی دیگر می‌توان با ماتریس B مانند یک فیلتر مکانی برخورد کرد که خصوصاً در شرایط غیر ایده‌آل مانند زمانی که مفروضات "امواج صفحه‌ای"^۱ و "کانال‌های مشابه"^۲ در هوا و محاسبات رقمی، یکسان نباشند [۱۲].

3-3 - شکل‌دهی پرتو مقاوم در مقابل سیگنال‌های همبسته با روش Spatial Smoothing

همبستگی میان سیگنال مطلوب و تداخل به دلایل مختلفی مانند انتشار موج در مسیرهای چندگانه و یا تداخل کننده‌های هوشمند^۳ به وجود می‌آید [۱۳ و ۱۴]، که موجب تضعیف شدید در دریافت سیگنال می‌گردد. زیرا بردار شکل‌دهی پرتو بهینه، با حداقل کردن توان خروجی بردار به نسبت قید پاسخ بدون اعوجاج سیگنال مطلوب به دست می‌آید. قید پاسخ بدون اعوجاج^۴ در این شرایط نمی‌تواند کمکی کند، زیرا خروجی آرایه عنصر سیگنال مطلوب را ندارد. در نتیجه روش‌های مقاوم، که به طور خاص این شرایط را مد نظر قرار می‌دهند، توسعه یافته‌اند [۱۵ و ۱۶].

ایده اصلی روش‌های شکل‌دهی پرتو تطبیقی مقاوم در برابر همبستگی سیگنال مطلوب و تداخل‌ها، حذف همبستگی از طریق حرکت بین زیر آرایه‌ها است که به این روش spatial smoothing می‌گویند.

در این روش، آرایه به چند زیر آرایه^۵ تقسیم می‌شود. مدل اولیه‌ای که برای نمونه پیشنهاد شده بود عبارت است از:

$$x(k) = s(k)a(\theta_s) + x_i(k) + x_n(k) = Aa(k) + x_n(k) \quad (25)$$

که $s(k)$ بردار شکل موج سیگنال مطلوب و تداخل‌هاست. با توجه این روش، بردار داده p امین زیر آرایه عبارت است از

$$\tilde{x}(k) = \tilde{A} D^{p-1} s(k) + \tilde{x}_{n,p}(k) \quad (26)$$

که \tilde{A} ابعاد کوچکتری نسبت به A دارد و برای تنظیمات آرایه یکنواخت خطی

$$D = \text{diag}\{e^{j\frac{\omega}{c}d \sin \theta_s}, e^{j\frac{\omega}{c}d \sin \theta_{i,2}}, \dots, e^{j\frac{\omega}{c}d \sin \theta_{i,L}}\} \quad (27)$$

⁵ Sub-Array

⁶ Centro Symmetric

⁷ Decorrelation Factor

¹ Plane Waves

² Identical Channels

³ Smart Jammers

⁴ Distortionless Response

$$\tilde{R}_{FB} = \frac{1}{2P} \sum_{p=1}^P (\tilde{R} + J\tilde{R}_p * J) \quad (37)$$

روش پیش‌رو-پس‌رو spatial smoothing را می‌توان به کمک ضرایب C_p به رابطه زیر تعمیم داد:

$$\tilde{R}_{wFB} = \frac{1}{2P} \sum_{p=1}^P C_p (\tilde{R}_p + J\tilde{R}_p * J) \quad (38)$$

این ضرایب را می‌توان با هدف حداقل‌سازی ضریب حذف همبستگی، بهینه کرد.

۵-۳- شکل‌دهنده پرتو بر مبنای Eigenspace

با استفاده از دانش قبلی درباره p ، شکل‌دهنده پرتو بر مبنای Eigenspace تصویر p بر روی زیر فضای سیگنال و تداخل را محاسبه و از آن به عنوان تخمین صحیحی از سیگنال مطلوب استفاده می‌کند. تجزیه ماتریس کواریانس به صورت زیر خواهد بود:

$$\hat{R} = E\Lambda E^H + G\Gamma G^H \quad (39)$$

که G و E به ترتیب شامل بردار ویژه‌های زیر فضای سیگنال به علاوه تداخل و نویز می‌باشند. در حالی که Λ و Γ شامل مقادیر ویژه‌های آنها هستند. ابعاد G و E به ترتیب $M \times (M-L-1)$ و $L \times (M-L+1)$ است. L تعداد سیگنال‌های تداخلی است. تخمین بردار نگاه واقعی سیگنال مورد نظر به صورت زیر است:

$$\hat{a} = EE^H p \quad (40)$$

که EE^H ماتریس تصویر بر روی زیر فضای سیگنال به علاوه تداخل است. سپس شکل‌دهنده پرتو بر مبنای Eigenspace از جایگذاری این تخمین در شکل‌دهنده پرتو SMI به دست می‌آید:

$$w_{eig} = \hat{R}^{-1} \hat{a} = \hat{R}^{-1} EE^H p = E\Lambda^{-1} E^H p \quad (41)$$

$$\hat{R}^{-1} EE^H = (E\Lambda E^H + G\Gamma G^H)^{-1} EE^H = E\Lambda^{-1} E^H \quad (42)$$

از این نکته که G و E بر هم عمود هستند، استفاده شده است. به طور کلی شکل‌دهنده پرتو بر مبنای Eigenspace عبارت است از تصویر کردن بردار نگاه سیگنال مطلوب بر روی زیر فضای سیگنال به علاوه نویز اندازه‌گیری شده پیش از انجام پردازش که باعث کاهش عدم انطباق بین جبهه موج سیگنال می‌شود. سپس تخمینی که از بردار نگاه سیگنال مطلوب، به شکل‌دهنده پرتو SMI داده می‌شود. بخش حذف تداخل در این شکل‌دهنده پرتو مشابه SMI باقی می‌ماند به

میانگین‌گیری پیش‌رو و پس‌رو و Spatial Smoothing افزایش یابد. این روش بر مبنای مشاهده این خاصیت که برای هر آرایه آنتن متقارن مرکزی، رابطه زیر صادق است، پیشنهاد شده است:

$$Ja(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & e^{j\frac{\omega}{c}d\sin\theta} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 10\dots & 0 & 0 & e^{j\frac{\omega}{c}(N-1)d\sin\theta} \end{bmatrix} = \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} e^{j\frac{\omega}{c}(N-1)d\sin\theta} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e^{j\frac{\omega}{c}d\sin\theta} \\ 1 \end{bmatrix} = e^{j\frac{\omega}{c}(N-1)d\sin\theta}$$

که J ماتریس تبادل^۱ نامیده می‌شود. در عمل هنگام پیاده‌سازی این رابطه روی منابع ناهمبسته، نتیجه قابل توجه زیر حاصل می‌شود:

$$JR * J = J \left[\sum_{l=1}^{L+1} \sigma_l^2 a(\theta_l) a^H(\theta_l) \right] * J + \sigma_n^2 J^2 = \left[\sum_{l=1}^{L+1} \sigma_l^2 a^*(\theta_l) a^T(\theta_l) \right] * + \sigma_n^2 I = \sum_{l=1}^{L+1} \sigma_l^2 a(\theta_l) a^H(\theta_l) + \sigma_n^2 I = R \quad (35)$$

که ماتریس همبستگی R ، به نام ماتریس centro-Hermitian است.

با استفاده از رابطه (۳۵)، از ایده میانگین‌گیری پیش‌رو-پس‌رو و به کمک اعمال خاصیت centro-Hermitian، برای حذف همبستگی میان منابع همبسته استفاده می‌شود. با محاسبه ماتریس همبستگی پیش‌رو-پس‌رو از رابطه زیر:

$$R_{FB} = \frac{1}{2} (R + JR * J) \quad (36)$$

و ترکیب میانگین‌گیری پیش‌رو-پس‌رو با spatial smoothing، می‌توان تعداد زیرآرایه‌ها را تا دو برابر افزایش داد، در حالیکه تغییری در طول زیرآرایه‌ها، نسبت به روش spatial smoothing ساده به وجود نیاید. ماتریس همبستگی در این روش عبارتست از:

¹ Exchange Matrix

$$P^\perp \hat{a} = 0, \|\hat{a}\|^2 = M, \hat{a}^H \tilde{C} \hat{a} \leq p^H C p \quad (45)$$

که در $\hat{C} \triangleq \int_{\Theta} d(\theta) d^H(\theta) d(\theta)$ ناحیه $\hat{\Theta}$ مکمل بخش Θ است. آخرین قید در فرمول بندی بالا باعث می شود که نویز جمع آوری شده در محدوده $\hat{\Theta}$ محدود باقی بماند. از آنجایی که مدل بهینه سازی فوق غیرمحدب است و حل کردن آن دشوار می باشد، مساله به گونه ای تغییر داده می شود که بخش متعامد $\hat{\delta}$ به صورت تکراری تخمین زده شود. در هر تکرار مساله محدب زیر حل می شود:

$$\begin{aligned} \min_{\hat{\delta}_\perp} (p + \hat{\delta}_\perp)^H \hat{R}^{-1} (p + \hat{\delta}_\perp) \text{ subject to} \\ P^\perp (p + \hat{\delta}_\perp) = 0, \|\hat{\delta}_\perp\|^2 \leq M, \\ p^H \hat{\delta}_\perp = 0, \|\hat{a}\|^2 = M, \hat{a}^H \tilde{C} \hat{a} \leq p^H C p \end{aligned} \quad (46)$$

که $\hat{\delta}_\perp$ جزئی از $\hat{\delta}$ است که بر p متعامد است و متعامد بودن $\hat{\delta}$ و p با شرط $p^H \hat{\delta}_\perp = 0$ اعمال می شود. از آنجا که مساله برنامه نویسی quadratic به صورت ترتیبی حل می شود به این روش Sequential quadratic programming یا SQP-based (شکل دهی پرتو وقتی مقاوم گفته می شود. این تکنیک می تواند برای عدم قطعیت های ساختاری بیشتر ساده سازی گردد. به عنوان مثال در شرایطی کالیبراسیون آرایه به صورت کامل انجام نشده است. البته در این حالات، مقدار اطلاعات پیشین مورد نیاز نیز افزایش خواهد یافت.

۷-۳- شکل دهی پرتو حوزه بردار ویژه-مقدار ویژه با

استفاده از شکل دهنده پرتو MVDR با چندین مرتبه اگر سیگنال مطلوب و بردار نگاه های تداخلی در زیر فضاهای معلوم باقی مانده و مرتبه ماتریس کوواریانس سیگنال نیز معلوم باشد، آنگاه این روش می تواند روش کارآمدی گردد [۲۴]. ماتریس شکل دهنده پرتو با چندین مرتبه به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$W = \hat{R}^{-1} \Psi (\Psi^H \hat{R}^{-1} \Psi)^{-1} Q \quad (47)$$

که Q ماتریسی وابسته به داده ها است طوری که $Q^H Q = I$ و Ψ ماتریسی است با ستون هایی که زیر فضائی که سیگنال مطلوب، در آن قرار دارد را پوشش می دهد. برای نمونه، برای تشخیص یک سیگنال با ماتریس کوواریانس از مرتبه یک و یک زاویه ورود ثابت اما نامعلوم، ستون های Q باید مانند بردار ویژه های غالب ماتریس کوواریانس عدم انطباق^۱ انتخاب گردند یعنی:

علاوه در مورد این روش، در SNRهای پایین مشکلاتی در عملکرد آن ایجاد می گردد که از جمله علل آن تخمین نادقیق ابعاد زیر فضای سیگنال و نویز می باشد.

۶-۳- شکل دهی پرتو وقتی مقاوم بر اساس برنامه-

نویسی ترتیبی Quadratic

عنوان این رویکرد به تکنیک بهینه سازی استفاده شده در آن، اشاره دارد. اما رویکرد اصلی در این روش متفاوت با چارچوب کلی روش هایی است که تا به اینجا معرفی شدند. طبق این رویکرد، تخمین بردار نگاه که با \hat{a} نشان داده می شود، به گونه ای به دست می آید که توان خروجی شکل دهنده پرتو را بیشینه کند و در عین حال، از همگرایی تخمین \hat{a} به بردار نگاه هر یک از منابع تداخلی جلوگیری شود [۲۲ و ۲۳].

در حالتی که عدم انطباق از میزان صحیح در بردار نگاه وجود دارد، جواب را می توان به فرم تابع ای از δ نامعلوم نوشت که به فرم $w(\delta) = \alpha \hat{R}^{-1} (p + \delta)$ است. با استفاده از $w(\delta)$ هم چنین می توان توان خروجی شکل دهنده پرتو را به صورت تابعی از δ یا میزان عدم انطباق به این صورت نوشت:

$$P(\delta) = \frac{1}{(p + \delta)^H \hat{R}^{-1} (p + \delta)} \quad (43)$$

بنابر این تخمین δ یا به طور معادل تخمین a که رابطه فوق را بیشینه می کند، بهترین تخمین از مقدار واقعی بردار نگاه است که قید نرم \hat{a} برابر \sqrt{M} است و a به بردار نگاه هیچ کدام از تداخل ها همگرا نمی شود. این مساله با شرط زیر برقرار باقی می ماند:

$$P^\perp (p + \hat{\delta}) = P^\perp \hat{a} = 0 \quad (44)$$

که در آن:

$$P^\perp \triangleq I - U U^H, U \triangleq [u_1, u_2, \dots, u_T], u_l, l = 1, 2, \dots, T$$

T بردار ویژه غالب ماتریس $C \triangleq \int_{\Theta} d(\theta) d^H(\theta)$ هستند و

$d(\theta)$ همان بردار نگاه مربوط به زاویه θ است که ساختارش با استفاده هندسه آرایه مورد استفاده، مشخص می گردد. Θ بخشی از زاویه است که سیگنال مطلوب، در آن قسمت قرار گرفته است. $\hat{\delta}$ و \hat{a} نیز به ترتیب نشان دهنده تخمین میزان عدم تطبیق و تخمین بردار نگاه سیگنال مطلوب هستند.

مساله بهینه سازی مربوط به یافتن تخمین \hat{a} را می توان به صورت زیر بازنویسی نمود [۲۲ و ۲۳]

$$\min_{\hat{a}} \hat{a}^H \hat{R}^{-1} \hat{a} \text{ subject to}$$

¹ Mismatch Covariance Matrix

$$\begin{aligned} & \min_{\hat{a}} \hat{a}^H \hat{R}^{-1} \hat{a} \\ & \text{subject to } \|\hat{a}\|^2 = M \\ & \hat{a}^H \tilde{C} \hat{a} \leq \Delta_0 \end{aligned} \quad (51)$$

در مقایسه با سایر روش‌های مقاوم MVDR برای تخمین راستای ورود که نیاز به دانستن بردار نگاه و هندسه دقیق آرایه دارند، در اینجا با داشتن اطلاعات غیردقیق در مورد هندسه آرایه و دانستن یک بازه حدودی به نام Θ مساله قابل حل می‌باشد.

۹-۳- شکل دهی پرتو وقتی مقاوم برای مدل سیگنال مرتبه کلی

روش شکل دهی پرتو وقتی مقاوم برای مدل سیگنال مرتبه عمومی در صورتی که ماتریس کواریانس R_s ناشناخته باشد، مانند تخمین ماتریس کواریانس داده به دلیل اندازه نمونه های کوچک به خوبی تخمین نمونه‌های ماتریس کواریانس داده شناخته نشده باشد، به کار می‌آید.

برای اینکه مقاومت در مقابل عدم تطابق های نرم-محدود ϵ و Δ_1 و Δ_2 (ϵ و γ محدود از پیش تعیین شده هستند) به ترتیب در سیگنال مطلوب و ماتریس کواریانس نمونه‌های داده ایجاد شود، بدترین حالت شکل دهی پرتو وقتی مقاوم به دست می‌آید [۲۷ و ۲۸]

$$w = P\{(\hat{R} + \gamma I)^{-1}(R_s - \epsilon I)\} \quad (52)$$

هر چند که این راه حل به فرم بسته است، اما به دلیل این که ماتریس کواریانس سیگنال تغییر یافته با یک ماتریس قطری منفی $R_s - \epsilon I$ می‌تواند نامعین باشد، این راه حل محتاطانه است. فرمول بندی مساله شکل دهی پرتو وقتی مقاوم کم‌تر محافظه کارانه ماتریس $\Delta_1 + R_s$ را مجبور می‌سازد تا نیمه معین مثبت باشد، در (۲۴) در نظر گرفته شده است. با تعریف کردن $R_s = Q^H Q$ که برای مثال تجزیه Cholesky می‌باشد، مساله شکل دهی پرتو وقتی مقاوم متناظر با آن برای عدم تطابق نرم محدود $\|\Delta\| \leq \eta$ را به ماتریس Q در (۲۴) به این صورت داده می‌شود.

$$\begin{aligned} & \min_w \max_{\|\Delta_2\| \leq \gamma} w^H (\hat{R} + \Delta_2) w \\ & \text{subject to } \min_{\|\Delta\| \leq \eta} w^H (Q + \Delta)^H (Q + \Delta) w \geq 1 \end{aligned} \quad (53)$$

در صورتی که عدم تطابق ماتریس کواریانس سیگنال به اندازه کافی کوچک باشد، مساله بهینه‌سازی به فرم زیر بازسازی می‌شود.

$$R_s = (\Psi^H R^{-1} \Psi)^{-1} \quad (48)$$

فرض بر این است که سیگنال در یک زیر فضای معلوم قرار دارد اما زاویه ورود نامعلوم و متغیر است (در هر نمونه نسبت به قبلی به صورت تصادفی تغییر می‌کند)، باید از بردار ویژه‌های زیر غالب ماتریس کواریانس عدم انطباق به عنوان ستون‌های ماتریس Q استفاده نمود.

اطلاعات پیشین مورد نیاز این تکنیک شکل دهی پرتو زیر فضای خطی ای است که سیگنال مطلوب در آن قرار دارد و نیز مرتبه ماتریس کواریانس سیگنال مطلوب. معایب اصلی این روش نیاز به مدل کردن دقیق ماتریس کواریانس و هم چنین نیاز به دانستن زیر فضای سیگنال می‌باشد.

۸-۳- شکل دهی پرتو وقتی مقاوم بر پایه تخمین بردار نگاه با حداقل اطلاعات پیشین ممکن

مفهوم مقاوم بودن را می‌توان به صورت عملی به عنوان توانایی شکل دهنده پرتو وقتی در دستیابی به نسبت توان سیگنال به توان تداخل و نویز بالای قابل قبول در خروجی، در شرایطی که اطلاعات پیشین ناقص و بسیار محدودی وجود دارد، بیان نمود. فرض شود که سیگنال مطلوب در بازه زاویه‌ای $\Theta = [\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ قرار دارد که از موقعیت سایر منابع تداخلی قابل جدا کردن است. می‌توان تخمین \hat{a} را به گونه‌ای مقید نمود که به هیچ کدام از بردارهای درون بازه مکمل Θ که شامل تداخل‌ها یا ترکیب خطی آنها می‌گردد همگرا نشود. این قید را می‌توان به صورت زیر به مساله اعمال نمود [۲۵ و ۲۶]:

$$\hat{a}^H \tilde{C} \hat{a} \leq \Delta_0 \quad (49)$$

که در آن Δ_0 مقدار یکتای انتخاب شده برای یک بازه زاویه‌ای Θ است، که برابر خواهد بود با

$$\Delta_0 \triangleq \max_{\theta \in \Theta} d^H(\theta) \tilde{C} d(\theta) \quad (50)$$

لازم است تاکید شود که نیاز به هیچ گونه قید یا فرضی بر روی ساختار تداخل‌های موجود نمی‌باشد. هم چنین لزومی نیست که ساختار سیگنال‌های تداخلی با ساختار سیگنال مورد نظر یکی باشد. همین طور برای محاسبه ماتریس \tilde{C} دانسته‌های موجود در مورد هندسه آنتن، مورد استفاده قرار می‌گیرد، در این مورد حتی اطلاعات غیر دقیق در مورد هندسه آنتن کفایت می‌کند. مساله تخمین بردار نگاه مطلوب بر مبنای دانستن بازه Θ به صورت مساله بهینه‌سازی زیر فرمول بندی می‌شود:

γ عدد بزرگی باشد شکل دهنده پرتو تلاش بیش از اندازه زیادی را در جهت کاهش نویز مجازی انجام خواهد داد و این باعث خواهد شد تا در حذف کردن تداخل های قوی عملکرد خوبی از خود نشان ندهد و نتواند آنها را به خوبی حذف نماید. بنابراین در مورد این مساله یک مصالحه نسبتاً پیچیده وجود خواهد داشت.

۱۱-۳- روش LCMV

این روش که بر پایه حداقل کردن واریانس خروجی در ضمن برقرار کردن قیدهای خطی به صورت زیر فرمول بندی می گردد، در شرایطی که $L < M$ باشد میتوان L شرط خطی را برآورده نمود.

$$\omega_{LCMV} = \arg \min_{\omega} \omega^H R \omega \quad \text{s.t.} \quad C^H \omega = f \quad (57)$$

که در آن C^H یک ماتریس $L \times M$ است و f یک بردار $L \times 1$ میباشد. در این روش پاسخ نهایی با به کار بردن روش لاگرانژ به فرم زیر خواهد شد:

$$\omega_{LCMV} = R^{-1} C (C^H R^{-1} C)^{-1} f \quad (58)$$

شرایطی که بر روی شکل الگوی تشعشعی و یا مشتق آن اعمال می شود موجب می گردد راستای اصلی تشعشع در مقابل عدم انطباق در بردار راستای دید مقاوم گردد.

۱۲-۳- روش جدید شکل دهی پرتو MVDR مقاوم

همانگونه که گفته شد SNR خروجی به شدت با عدم انطباق در بردار نگاه، به ویژه در شرایط SNR بالا، کاهش می یابد. در حالتی که SNR پایین است، تقریباً هیچ تغییری در SINR خروجی اتفاق نمی افتاد. زیرا شکل دهنده پرتو تلاش کمتری برای حذف کردن سیگنال مطلوب ضعیف به عنوان تداخل خواهد کرد. در این شرایط می توان با کاهش SNR مشکل حذف سیگنال مطلوب را کاهش داد. در روش عمومی diagonal loading با افزایش دستی کواریانس نویز، SNR را کاهش می دهد. اما روشی که در ادامه معرفی می شود، با این رویکرد متفاوت خواهد بود. در این روش سعی می شود تا به طور مستقیم توان سیگنال مطلوب در ماتریس کواریانس R کم شود. بدین منظور جمله مربوط به سیگنال مطلوب در ماتریس کواریانس در ابتدا از ماتریس نمونه کواریانس حذف می گردد. سپس ماتریس کواریانس باقیمانده را پیش از استفاده جهت محاسبه بردار ضرایب با استفاده از روش Capon تغییر داده می شود که می توان ماتریس کواریانس را به صورت زیر نوشت [۳۳]:

$$\min_w w^H (\hat{R} + \gamma I) w \quad (54)$$

$$\text{subject to } \|Qw\| - \eta \|w\| \geq 1$$

به دلیل غیرمحدب بودن محدودیت ها (اختلاف توابع محدب (DC))، مساله بالا، غیر محدب است. با این حال، گفته می شود که مساله های برنامه نویسی DC به صورت کلی از نوع NP-سخت هستند، نشان داده می شود که این مساله راه حل زمان-چندجمله ای بسیار موثری دارد [۲۹ و ۳۰]

۱۰-۳- شکل دهی پرتو مقاوم MVDR بر اساس

بازسازی ماتریس کواریانس

همانگونه که گفته شد، شکل دهنده پرتو MVDR دارای قدرت تفکیک بهتر و نیز قدرت حذف تداخل بسیار بیشتری در مقایسه با روش های مستقل از داده است. اما این شکل دهنده پرتو به خطاهای مختلفی که در سیستم اتفاق می افتند، بسیار حساس می باشد. در این بخش روشی جهت مقابله با خطاهای کلی که در رابطه با بردار نگاه محتمل هستند، معرفی می شود. این روش بر پایه بازسازی ماتریس کواریانس است که باعث می شود توان سیگنال مطلوب ما در ماتریس کواریانس کم شود. این کار با استفاده از آنالیز فضای بردار-مقدار ویژه انجام می شود.

پیشتر روش diagonal loading معرفی شد که جهت بهبود مقاوم بودن MVDR در مساله بهینه سازی به صورت زیر تغییر ایجاد می نمود:

$$w_{DL} = \arg \min w^H (R + \gamma I_M) w \quad (55)$$

$$\text{s.t. } w^H a(\theta_0) = 1$$

در این بخش، جزئیات بیشتری از این روش ارائه می شود، که در آن $\gamma > 0$ همان loading factor است. می توان بردار ضرایب را به صورت زیر نوشت:

$$w_{DL} = \mu \{R + \gamma I_M\}^{-1} a(\theta_0) \quad (56)$$

این روش واریانس نویز سفید را با ضریب γI_M افزایش می دهد، که می توان آن را به صورت یک نویز مضاعف مجازی در نظر گرفت. در این وضعیت شکل دهنده پرتو MVDR بیش از تداخل تلاش می کند تا نویز مجازی مذکور را حذف نماید. از طرفی در شرایطی که در بردار نگاه سیگنال مطلوب عدم تطبیق وجود داشته باشد، سیگنال مود نظر به عنوان تداخل تضعیف می گردد. پس از آنجایی که شکل دهنده پرتو تلاش کمتری جهت تضعیف تداخل انجام می دهد، این مشکل تا حدودی بر طرف خواهد گشت. البته در حالتی که

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^{M-1} \mu_i u_i u_i^H + \sigma^2 u_M u_M^H \quad (۶۳)$$

نهایتا از این ماتریس در محاسبه ضرایب روش MVDR استفاده می‌شود:

$$\omega_{NEW} = \frac{\hat{R}^{-1} a(\theta_0)}{a^H(\theta_0) \hat{R}^{-1} a(\theta_0)} \quad (۶۴)$$

در عمل، اسکالر λ عامل مهمی در عملکرد روش پیشنهاد شده خواهد داشت. طبیعی است که λ بر حسب SNR انتخاب شود. پیچیدگی روش پیشنهادی از مرتبه $O(M^3)$ خواهد بود، زیرا این روش بر پایه تجزیه ماتریسی مقادیر ویژه است. البته این مرتبه از پیچیدگی محاسباتی معدل پیچیدگی محاسباتی خود روش MVDR و نیز روش‌هایی مانند Diagonal Loading است که به معکوس کردن ماتریس نیاز دارند [۳۳].

۱۳-۳- روش شکل‌دهی پرتو مقاوم با استفاده از تجزیه ماتریس راستای ورود

در حوزه تخمین راستای ورود، پیشتر یک روش ماتریس راستای ورود از طریق دو آرایه خطی موازی ارائه شده است. این روش ابتدا ماتریس راستای ورود را ایجاد کرده، سپس بردارهای نگاه و توان همه سیگنال‌های دریافتی را از طریق تجزیه به مقادیر ویژه می‌سازد [۳۴]. این روش از مدل داده شده برای تطبیق الگوی سیگنال استفاده نکرده، اما مستقیما با استخراج اطلاعات بردارهای نگاه واقعی، مساله شکل‌دهی پرتو MVDR از طریق دو آرایه موازی حل می‌شود. اما الگوهای آرایه دارای بازدهی دهانه کمی می‌باشند، روش ماتریس جهت ورود بر روی آرایه خطی یکنواخت منفرد اعمال شده است. در این صورت، یک آرایه خطی المان $M-1$ برای معادل بودن با دو آرایه خطی غیریکنواخت در نظر گرفته می‌شود. دو زیرآرایه شامل $M-2$ با المان‌های آرایه هم پوشانی داشته و تفاضل فاز آنها توسط فاصله بین المان در نظر گرفته می‌شود. زیرآرایه ۱ و ۲ را که هر کدام شامل $M-1$ سنسور با فاصله d هستند، مطابق با شکل (۲) در نظر گرفته شود.

بردارهای نمونه برداری شده از زیرآرایه ۱ و ۲ می‌تواند به صورت زیر نوشته شود.

$$x_1(t) = A s(t) + n_{x1}(t) \quad (۶۵)$$

$$A x_2(t) = A \Phi_s(t) + n_{x2}(t) \quad (۶۶)$$

$$R = \sigma_0^2 a(\theta_0) a(\theta_0)^H + \sum_{i=1}^q \sigma_i^2 a(\theta_i) a(\theta_i)^H + \sigma I_M \quad (۵۹)$$

جمله اول در رابطه اخیر ناشی از سیگنال مطلوب ما است که باید از ماتریس کوواریانس حذف شود، در حالی که پارامتر σ_0^2 نامعلوم است. رویکردی که در اینجا بیان می‌شود نه تنها قید مثبت معین بودن را در خود ندارد، بلکه نیازی به دقیق بودن تخمین توان سیگنال مطلوب نیز ندارد. در عوض ممکن است ماتریس کوواریانس باقی مانده پس از حذف کردن اولین عبارت دارای مقدار ویژه منفی باشد.

در این روش، فرض می‌شود که مولفه‌های سیگنال مطلوب ما در فضای بردار ویژه‌ها وجود دارد. البته جدا کردن سیگنال مطلوب از سیگنال‌های تداخلی با روش‌های مرسوم تجزیه فضای بردار ویژه امکان پذیر نیست، تخمین‌زدن توان سیگنال مطلوب به صورت تقریبی بر اساس بردار نگاه نرمالیزه امکان پذیر است:

$$\lambda_s = e_s^H \text{Re}_s = \frac{a^H(\theta_0) R a(\theta_0)}{a^H(\theta_0) a(\theta_0)} \quad (۶۰)$$

بنابراین جزء سیگنال مطلوب قابل تخمین زدن است و ماتریس کوواریانس باقی مانده به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\hat{R} = R - \lambda_s e_s e_s^H = R - \frac{a(\theta_0) a^H(\theta_0) R a(\theta_0) a^H(\theta_0)}{(a^H(\theta_0) a(\theta_0))^2} \quad (۶۱)$$

جمله به دست آمده از رابطه قبلی می‌تواند به اندازه‌های بزرگ باشد که ماتریس کوواریانس باقی مانده دیگر مثبت معین نباشد. این مساله را می‌توان به صورت تخمین بیشتر از مقدار واقعی توان سیگنال مطلوب توجیه کرد. به عنوان یک نتیجه ماتریس \hat{R} یک و تنها یک مقدار ویژه منفی خواهد داشت که در این مورد نمی‌توان از آن برای شکل‌دهنده پرتو MVDR استفاده نمود. از آنجایی که \hat{R} را نمی‌توان به طور مستقیم به MVDR اعمال نمود، باید بر اساس برخی تحلیل‌ها آن را اصلاح نمود. رابطه قبلی به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\hat{R} = R - \lambda \frac{a(\theta_0) a^H(\theta_0)}{\|a(\theta_0)\|^2} \quad (۶۲)$$

که λ یک اسکالر مثبت است.

نشان داده می‌شود که ارتباط نزدیکی بین بردار ویژه u_M و بردار نگاه نرمالیزه سیگنال مطلوب، $a(\theta_0) / \|a(\theta_0)\|$ وجود دارد. بنابراین در این مرحله ماتریس باقیمانده \hat{R} با جایگزین کردن مقدار ویژه منفی با σ^2 می‌توان نویز به صورت زیر اصلاح می‌شود:

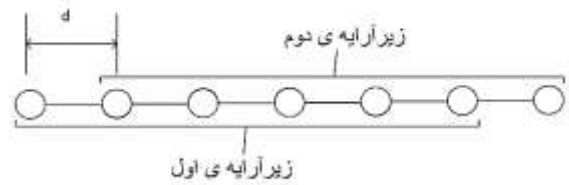
بنابراین حالت‌های اصلی سیگنال در ماتریس کوواریانس توسط مقادیر ویژه ماتریس جهت ورود قابل دریافت است. ابتدا با محاسبه ماتریس جهت ورود R_d مطابق با سیگنال دریافت شده روی آرایه و تجزیه به مقادیر ویژه برای پیدا کردن بردار ویژه $\{v_i\}$ ، در بین آنهایی که با بردار سیگنال مطلوب پیش فرض $a(\theta_0)$ توسط عملیات همبستگی زیر است.

$$a_r(\theta_0) = \arg \max \{ |\langle a(\theta_0), v_i \rangle| \} \quad (75)$$

$a(\theta_0)$ در فرم کلی ضرایب بهینه توسط $a_r(\theta_0)$ برای حذف کردن خطای بین بردارهای سیگنال مطلوب و حالت های سیگنال واقعی رخ می‌دهد. این روند نیاز به تنها $q+1$ مرتبه عملیات همبستگی و $q+1$ مرتبه مقایسه دارد، که پیچیدگی محاسبتی کمی دارد.

۴- شبیه‌سازی و مقایسه روش‌ها

در این قسمت الگوریتم‌های مختلف پیاده‌سازی و در شرایط گوناگون عملکرد آنها ارائه می‌شود. شرایط پیاده‌سازی به صورت زیر فرض می‌باشد: تعداد ۱۰ سنسور را در یک آرایه خطی یکنواخت که سنسورهای آن به فاصله نصف طول موج از هم قرار دارند. بازه ی $[0, \pi]$ را به ۱۰۰۰ قسمت تقسیم کرده و بردار نگاه آن زوایا تشکیل شده است. در محاسبه SINR، خروجی الگوریتم‌ها و نیز به دست آوردن بردار ضرایب بهینه بر روی ۱۰۰ بار اجرای میانگین، انجام شده است. فرکانس مرکزی سیگنال باند باریک دریافتی از سمت منبع مورد نظر، ۱۰ KHz و فرکانس نمونه‌برداری ۱۰۰ برابر فرکانس مرکزی سیگنال مطلوب تعریف شده است. سیگنال مطلوب در راستای ۱۰۰ درجه قرار داشته و دو منبع تداخلی نیز در زوایای ۳۰ و ۶۵ درجه واقع شده‌اند. به جز در مواقعی که ذکر شود SINRها برابر ۱۵ دسی‌بل خواهد بود. نویز سنسورها نیز نویز نرمال با توزیع گوسی فرض شده است. در ابتدا اندازه و فاز بهره سنسورها به ترتیب برابر 1 و 0° فرض شده است. البته در ادامه اثر منفی تغییرات ناخواسته بهره سنسور بر روی پردازش آرایه‌ای را نیز در نظر گرفته خواهد شد. ابتدا فرض می‌شود بردار نگاه فرض شده هیچ گونه انحرافی از راستای واقعی منبع مطلوب ندارد. در هنگام شبیه‌سازی SNR در ورودی سنسور در بازه $[-5, 20]$ با گام‌های یک واحدی تغییر می‌کند و SINR خروجی شکل‌دهنده پرتو مطابق با شکل (۳) ترسیم شده است.



شکل (۲) یک آرایه خطی یکنواخت که به دو زیر آرایه تقسیم شده است.

یک ماتریس واندرموند $(M-1) \times (q+1)$ است که K امین ستون آن برابر عبارت زیر می‌باشد.

$$A = [a(\theta_0), a(\theta_1), \dots, a(\theta_q)] \quad (67)$$

$$a(\theta_k) = [1, \exp(j\omega\tau_{dk}), \dots, \exp(j\omega(M-2)\tau_{dk})]^T \quad (68)$$

در جایی که τ_{dk} یک تاخیر مسیر جبهه موج از k امین منبع است، $\tau_{dk} = \frac{d}{c} \cos \theta_k$ ، که c سرعت انتشار موج، φ یک ماتریس قطری $(q+1) \times (q+1)$ است.

$$\Phi = \text{diag}[\exp(j\omega\tau_{d1}), \exp(j\omega\tau_{d2}), \dots, \exp(j\omega\tau_{dq+1})] \quad (69)$$

ماتریس همبستگی و ماتریس کوواریانس متقابل دو زیر آرایه، توسط رابطه زیر بدست آمده اند:

$$R_{x_1 x_1} = E[x_1(t)x_1^H(t)] = AR_s A^H + \sigma^2 I = R_{x_1 x_1 0} + \sigma^2 \quad (70)$$

$$R_{x_2 x_1} = E[x_2(t)x_1^H(t)] = A\varphi R_s A^H \quad (71)$$

R_s ماتریس کوواریانس سیگنال منبع I ماتریس واحد و σ^2 واریانس نویز جمع‌شونده است. ماتریس R_d با اندازه $(M-1) \times (M-1)$ که مربوط به ماتریس راستای دریافت بوده، در ادامه تعریف می‌شود.

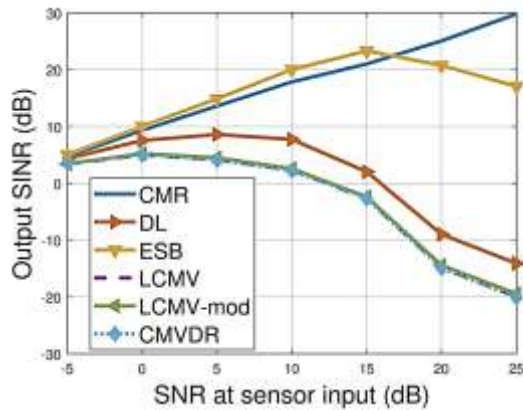
$$R_d = R_{x_1 x_2} R_{x_1 x_1}^+ \quad (72)$$

که در این رابطه $R_{x_1 x_1}^+$ شبه معکوس $R_{x_1 x_1 0}$ می‌باشد و توسط مقادیر ویژه غیرصفر μ_i و بردارهای ویژه متناظر v_i ماتریس $R_{x_1 x_1 0}^+$ است.

$$R_{x_1 x_1 0}^+ = \sum_{k=1}^{q+1} \frac{1}{\mu_k} v_k v_k^H \quad (73)$$

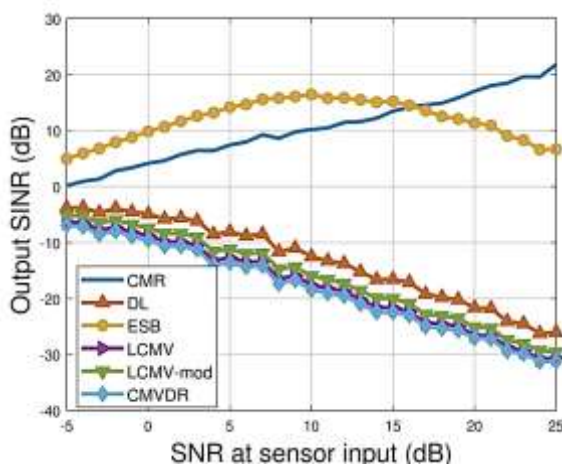
در صورتی که A و R_s غیریکتا بوده، ماتریس جهت ورود R_d شامل $q+1$ مقدار ویژه غیرصفر معادل با $q+1$ عنصر قطری φ و مقادیر ویژه متناظر معادل با $q+1$ ستون بردارهای ماتریس A است. به عبارتی:

$$R_d A = A \varphi \quad (74)$$

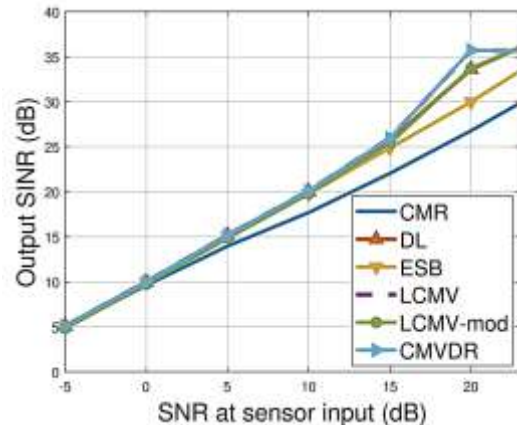


شکل (۵) عملکرد روش‌های مختلف در حالت عدم انطباق بین بردار نگاه مفروض و راستای واقعی در شرایطی که میزان خطای بردار نگاه در بازه $[2^\circ, -2^\circ]$ قرار داشته باشد.

در شکل (۵) خطای بردار نگاه برای روش‌های مختلف در نظر گرفته شده است. در این راستا، راستای مطلوب با خطایی تصادفی فرض شده، سپس مجدداً روش‌ها اجرا شده‌اند. میزان این خطا متغیری تصادفی با توزیع یکنواخت بر بازه $[2^\circ, -2^\circ]$ خواهد بود. در شکل‌های (۶) و (۷) همین آزمون برای خطاهای $[7^\circ, -7^\circ]$ و $[10^\circ, -10^\circ]$ انجام شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، به جز روش‌های CMR و ESB باقی روش‌ها در این شرایط به شدت دچار افت عملکرد می‌گردند. اما همان طور که گفته شد، در عمل هر دوی این خطاها اتفاق می‌افتند. بنابراین در این بخش، هر دو خطا یعنی عدم تطبیق بین راستای مورد تصور و راستای واقعی و نیز خطا در بهره سنسورها را مدنظر قرار می‌گیرد.

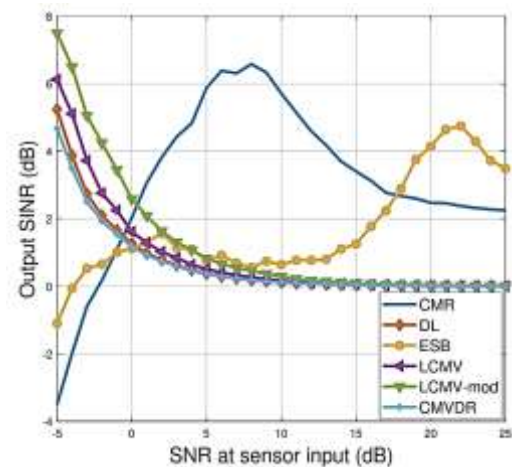


شکل (۶) عملکرد روش‌های مختلف در حالت عدم انطباق بین بردار نگاه مفروض و راستای واقعی در شرایطی که میزان خطای بردار نگاه در بازه $[10^\circ, -10^\circ]$ قرار داشته باشد.

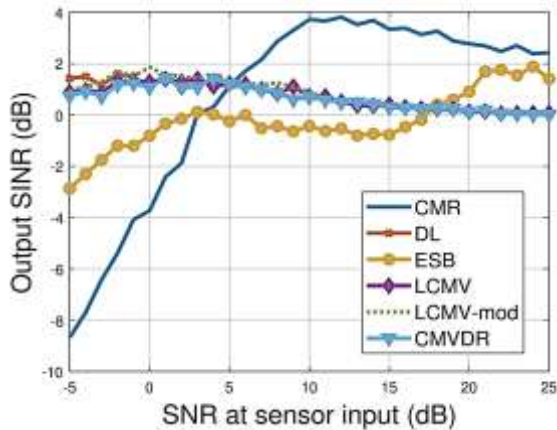


شکل (۳) مقایسه عملکرد روش‌های مختلف در شرایط ایده‌آل و بدون خطا (اندازه و فاز بهره سنسورها در این شکل به ترتیب برابر ۱ و ۰ فرض شده است).

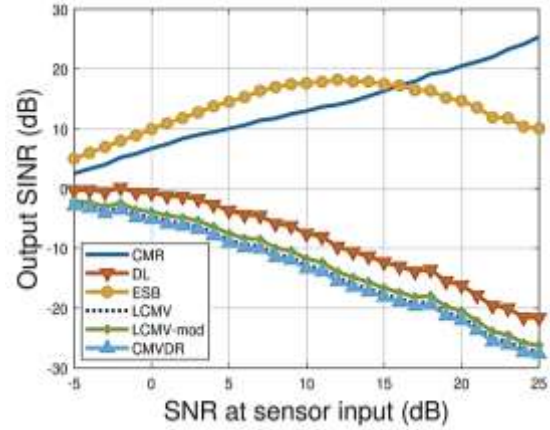
جهت مقایسه اثر تغییر بهره و فاز سنسورها ترتیبی در نظر گرفته شد که هر کدام از سنسورها دچار خطا شوند. اندازه بهره سنسورهایی که از حالت ایده‌آل خارج شده‌اند یک متغیر تصادفی یکنواخت در بازه $[0.95, 1.05]$ و فاز آن یک متغیر تصادفی یکنواخت در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ می‌باشد. همان طور که در شکل (۴)، ملاحظه می‌شود در SNRهای منفی (تا حدود ۲- دسی‌بل) روش‌های MVDR پایه، LCMV با یک یا چند شرط و Diagonal Loading به SINR خروجی بهتری نسبت به دو روش CMR و ESB خواهند داشت. اما در SNRهای بالاتر از ۵ دسی‌بل، این دو دسته از روش‌ها جایگزین همدیگر شده به خصوص روش CMR پس از SNR حدود ۲ دسی‌بل عملکرد بسیار بهتری به نسبت روش‌های دیگر خواهد داشت.



شکل (۴) مقایسه SINR خروجی شکل‌دهنده‌های پرتو مختلف، در وضعیتی که بهره و فاز سنسورها به هم ریخته است.



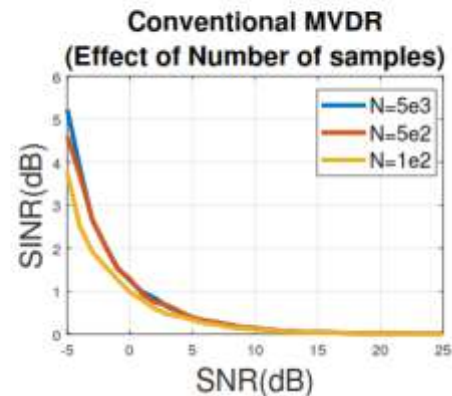
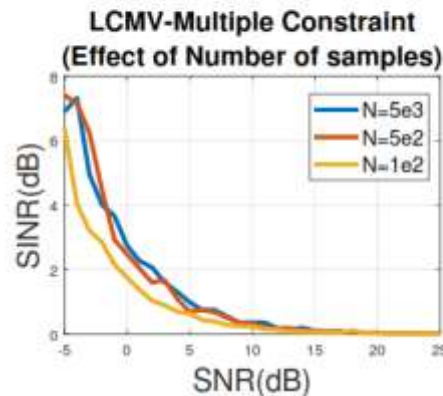
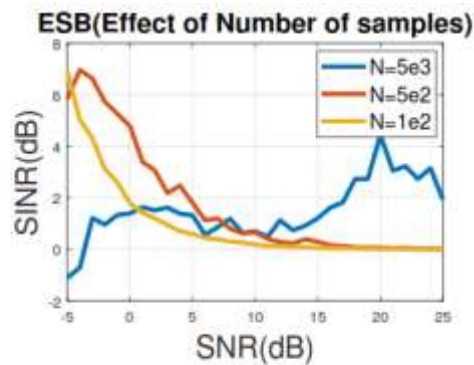
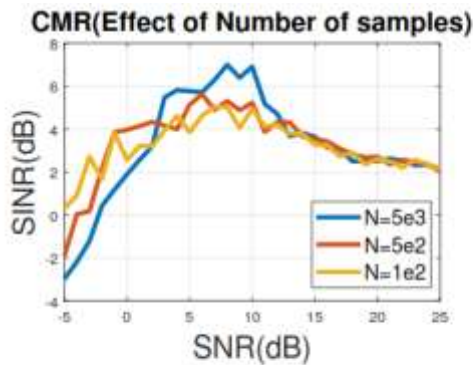
شکل (۸) عملکرد روش‌های مختلف در حالت عدم انطباق بین بردار نگاه مفروض و راستای واقعی در شرایطی که میزان خطای بردار نگاه در بازه $[-10^\circ, 10^\circ]$ قرار داشته باشد.



شکل (۷) عملکرد روش‌های مختلف در حالت عدم انطباق بین بردار نگاه مفروض و راستای واقعی در شرایطی که میزان خطای بردار نگاه در بازه $[-7^\circ, 7^\circ]$ قرار داشته باشد.

در هر دو حالت فرض شده است که راستاهای گفته شده با عدم قطعیت در دسترس هستند. با SNR در بازه $[0, 15]$ دیده می‌شود که این روش CMR است که با اختلاف حدود ۵ دسی‌بل در SINR خروجی از دیگر روش‌ها، SINR بهتری دارد. در شکل (۹) به مساله مهم اثر تعداد نمونه‌های مورد استفاده بر روی تعدادی از الگوریتم‌ها در شرایط عدم انطباق پرداخته شده است.

برای عدم انطباق در بردار نگاه آرایه، بازه $[-2^\circ, 2^\circ]$ در نظر گرفته می‌شود. در SNRهای منفی مشاهده می‌شود که روش‌های CMR و ESB به نسبت باقی روش‌ها خروجی ضعیف‌تری ارائه می‌کنند. از بین دسته بهتر نیز، مجموعه روش‌های LCMV با کمی اختلاف SINR بهتری را فراهم می‌کنند. روش LCMV یک بار با تنها یک شرط بر روی راستای مطلوب و یک بار دیگر با دو شرط اضافه‌تر بر روی راستاهای نامطلوب پیاده‌سازی شده است.

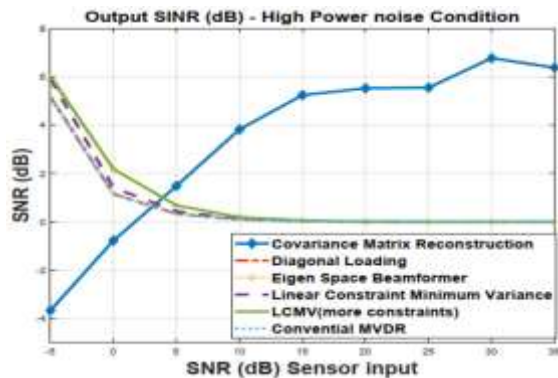


شکل (۹) مقایسه اثر تعداد کم نمونه بر روی عملکرد چهار شکل دهنده ی پرتو انتخاب شده. SINR خروجی به ازای تعداد ۵۰۰، ۱۰۰ و ۵۰۰۰ نمونه با هم مقایسه شده تا حساسیت این روش ها به این پارامتر مشخص شود.

جدول (۱) مقایسه روش های پیشنهادی در شکل دهی پرتو با توجه به انواع خطا و شرایط مختلف.

توضیحات	منابع تداخلی قوی		محیط های پرنویز		بهم ریختن بهره و فاز سنسورها		خطا در بردار نگاه		نوع خطا / روش
	SNR بالا	SNR پایین	SNR بالا	SNR پایین	SNR بالا	SNR پایین	SNR بالا	SNR پایین	
	عملکرد ضعیف		عملکرد ضعیف		عملکرد ضعیف		افت کم	افت زیاد	MVDR
عملکرد نه چندان مناسب در برابر غالب مشکلات	افت زیاد	افت کم	افت زیاد	افت کم	افت زیاد	افت کم	افت زیاد	افت کم	Diagonal Loading
عملکرد نه چندان مناسب در برابر غالب مشکلات	افت زیاد	افت کم	افت زیاد	افت کم	افت زیاد	افت کم	افت زیاد	افت کم	LCMV
محاسبات بیشتر در مقایسه با سایر حالت ها، مناسب برای حالت خطای زیاد در بردار نگاه	افت زیاد	افت کم	افت زیاد	افت کم	افت زیاد	افت کم	افت زیاد	افت کم	LCMV mod
کارایی مناسب در حضور خطای بردار نگاه، تداخل قوی و نویز محیطی زیاد. عملکرد بهتر نسبت به سایر روش ها با به هم ریختن بهره و فاز	عملکرد قوی		عملکرد قوی		افت کم		افت زیاد	افت کم	CMR
نسبتا خوب در محیط های با نویز زیاد و تداخل های قوی، مناسب نسبت به سایر روش ها با بهم ریختن بهره و فاز	افت زیاد	افت کم	افت زیاد	افت کم	افت زیاد	افت کم	عملکرد قوی		ESB

روش های LCMV با چند شرط و ESB بهترین وضعیت را دارد.



شکل (۱۰) SINR خروجی به همراه توان نویز محیطی بسیار بالا.

در جدول (۱)، روش های پیشنهادی شبیه سازی شده از نظر خطای بردار نگاه، اختلال در میزان بهره و فاز سنسورها، محیط های پرنویز و منابع تداخلی قوی، به صورت کامل با یکدیگر مقایسه شده اند و می توان با توجه به نوع نیاز و صورت مساله، روش مناسب مدنظر قرار گرفته و استفاده شود.

۵- جمع بندی

در مقاله حاضر، به بررسی روش های مختلف شکل دهی پرتو وفقی و مقاوم پرداخته شد. در این راستا، انواع مختلف تخمین سمت ورود بهینه اهداف که در شرایط مختلف کاری با وجود خطاهای متفاوت و شرایط محیطی شامل وجود

برای این کار شبیه سازی را برای تعداد نمونه های مورد استفاده N برابر با ۵۰۰، ۱۰۰ و ۵۰۰۰ اجرا کرده، سپس SINR خروجی به دست آورده می شود. همان طوری که دیده می شود، اختلاف بین خروجی ها در این ۳ حالت، بیشتر مورد قابل تحمل است. بدین معنی که حتی استفاده از ۱۰۰ نمونه هم نمی تواند افت بسیار زیادی در عملکرد ایجاد نماید. یک مساله قابل توجه در این شکل، اثر زیاد N بر روی الگوریتم ESB در SNR های کمتر از ۵ دسی بل و بیشتر از ۱۵ دسی بل است که نکته قابل تاملی می باشد. الگوریتم CMR که در بیشتر موارد گفته شده تا اینجا عملکرد مناسبی از خود نشان داده بود، نیز حساسیت کمی به تعداد نمونه های مورد استفاده نشان داده است.

علاوه بر SNR، مساله دیگری که می تواند در شرایط اطلاعات ناقص موجب فراهم شدن مشکلات زیادی گردد، سطح توان نویز محیط می باشد. در شرایط مختلف قدرت حذف نویز الگوریتم ها و قدرت حذف کردن منابع تداخلی مختلف می باشد. از این رو در این قسمت شرایطی ایجاد می شود که در سطح بالاتری از نویز SINR خروجی الگوریتم ها آزمایش گردد. در شکل (۱۰) توان نویز برابر ۵ دسی بل در نظر گرفته شده است. همان طوری که مشاهده می شود تنها روش CMR توانسته از باقی روش ها SINR بهتری را فراهم کند. البته در SNR های پایین (کمتر از ۳ دسی بل) عملکرد

- Estimation of Coherent Signals”, IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol.33, No.8, pp.806-811, 1985.
- [14] Shan, T J., Kailath, T., “Adaptive Beamforming for Coherent Signals and Interference”, IEEE Trans. Acoust”, Speech Signal Process. Vol.33, pp.527-536, 1985.
- [15] Zoltowski, M.D., “On the Performance of the MVDR Beamformer in the Presence of Correlated Interference”, IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process. Vol.36, pp.945-947, 1988.
- [18] Gershman, A.B., Nickel, U., Boehme, J.F., “Adaptive Beamforming Algorithms with Robustness Against Jammer Motion”, IEEE Trans. Signal Processing, Vol.45, pp.1878-1885, 1997.
- [19] Luo Z.Q., Yu, W., “An Introduction to Convex Optimization for Communications and Signal Processing”, IEEE J. Sel. Areas Communication, pp.20-34, 2006.
- [20] Phan, K.T., Vorobyov, S.A., Sidiropoulos, N.D., Tellambura. C., “Spectrum Sharing in Wireless Networks via QoS-aware Secondary Multicast Beamforming”, IEEE Trans. Signal Processing, Vol.57, pp.2323-2335, 2009.
- [21] Luo, Z.Q., Ma, W.K., So A.M.C., Ye, Y., Zhang, S., “Semidefinite Relaxation of Quadratic Optimization Problems”, IEEE Signal Process. Magazine, Vol.27, pp.20-34, 2010.
- [22] A. Hassani, S.A. Vorobyov, K.M. Wong, “Robust Adaptive Beamforming using Sequential Programming: an Iterative Solution to the Mismatch Problem”, IEEE Signal Process. Letters, Vol.15, pp.733-736, 2008.
- [23] Hassani, A., Vorobyov, S.A., “A Robust Adaptive Dimension Reduction Technique with Application to Array Processing”, IEEE Signal Processing Letters, Vol.16, pp.22-25, 2009.
- [24] Pezeshki A., Van Veen, B.D., Scharf, L.L., Cox, H., Lundberg, M., “Eigenvalue Beamforming using a Multi-Rank MVDR Beamformer and Subspace Selection”, IEEE Trans. Signal Processing, Vol.56, pp. 954-196, 2008..
- [25] Khabbazbasmenj, A., Vorobyov, S.A., Hassani, A., “Robust Adaptive Beamforming via Estimating Steering Vector based on Semidefinite Relaxation”, in: Proc. 44th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, California, pp.1102-1106, 2010.
- [26] Khabbazbasmenj, A., Vorobyov, S.A., Hassani, A., “Robust Adaptive Beamforming based on Steering Vector Estimation with as Little as Possible Prior Information”, IEEE Trans. Signal Processing, Vol.60, pp.2974-2987, 2012.
- [27] Shahbazpanahi, S., Gershman, A.B., Luo, Z.Q., Wong, K.M., “Robust Adaptive Beamforming for General-Rank Signal Models”, IEEE Trans. Signal Processing, Vol.51 pp.2257-2269, 2003.
- تداخل، خطای بهره و فاز آرایه، خطای سمت بردار نگاه آرایه، محیط پرنویز بررسی و شبیه‌سازی گردید و نتایج آن در جدول (۱) ارائه شده است.
- ۶- مراجع
- [1] Monzingo, R.A. and Miller, W., “Introduction to Adaptive Arrays”, SciTech Publishing, 2004.
- [2] Li, W., Mao, X., Zhai, Z., and Li, Y., “High Performance Robust Adaptive Beamforming in the Presence of Array Imperfections”, International Journal of Antennas and Propagation, pp.1-12, 2016
- [3] Somasundaram, S., Pilkington, A., Hart, L., Butt, N., and Jakobsson, A., “Computationally Efficient Robust Adaptive Beamforming for Passive Sonar”, Underwater Defence Technology (UDT), Rotterdam, Netherlands, 2015.
- [4] Qian, J., He Z., Xie. J. and Zhang, Y. , “Null Broadening Adaptive Beamforming based on Covariance Matrix Reconstruction and Similarity Constraint”, EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, No.1, pp.1-11, 2017.
- [5] Liu, J., Xie, W., Gui, G., Zhang, Q., Zou, Y. and Wan, Q., “Adaptive Beamforming Algorithms with Robustness Against Steering Vector Mismatch of Signals”, IET Radar, Sonar & Navigation, Vol.11 , pp.1831-1838, 2017.
- [6] Wang, Q., Wang, X. and Pan, X., “Adaptive Sonar Beamformer based on Inverse QR Decomposition and Recursive Least Squares Filter for Underwater Target Detection”, International Journal of Remote Sensing, pp.3987-3998, 2011.
- [7] Gershman A.B., ”Robust Adaptive Beamforming in Sensor Arrays,” Int. Journ. Electronics and Communications, Invited paper, Vol.53, pp.305-314,1991.
- [8] Feldman, D. D. and Griffiths, L. J.,”A Projection Approach to Robust Adaptive Beamforming,” IEEE Trans. Signal Processing, Vol.42, pp.867-876, 1994.
- [9] Gershman A.B., Nemeth, E., and Bohme, J.F.,”Experimental Performance of Adaptive Beamforming in a Sonar Environment with a Towed Array and Moving Interfering Sources,” IEEE Trans. Signal Processing, Vol.48, pp.246-250, 2000.
- [10] Hayward, S.D., “Effects of Motion on Adaptive Arrays,” IEE Proc.-Radar, Sonar and Navigation, Vol.144, pp.15-20, 1997.
- [11] Frost, O.L., “An Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Array Processing”, Proc. IEEE, Vol.60, pp.926-935, 1972.
- [12] Claesson, I., Nordholm, S., “A Spatial Filtering Approach to Robust Adaptive Beamforming”, IEEE Trans. Antennas Propag. Vol.40, pp.1093-1096, 1992.
- [13] Shan, T.J., Wax, J.M., and Kailath, T., “On Spatial Smoothing for Direction-of-Arrival

- [28] Gershman, A.B., Luo, Z.-Q., Shahbazpanahi, S., "Robust Adaptive Beamforming based Onworst-Case Performance Optimization", in: P. Stoica, J. Li (Eds.), Robust Adaptive Beamforming, Wiley, Hoboken, NJ, pp.49-89, 2006.
- [29] Chen, H.H., Gershman, A.B., "Robust Adaptive Beamforming for General-rank Signal Models with Positive Semidefinite Constraints", in: Proc. IEEE Int. Conf. Acoustic, Speech, and Signal Processing, Las Vegas, USA, pp.2341-2344. 2008.
- [30] Khabbazibasmenj, A., Vorobyov, S.A., "A Ccomputationally Efficient Robust Adaptive Beamforming for General Rank Signal Model with Positive Semi-definite Constraint", in: Proc. Inter.Workshop Comp. Advances in MultiSensor Adaptive Processing, San Juan, Puerto Rico, pp.185-188. 2011
- [33] Mu, P.C., Li, D., Yin, Q.Y., and Guo, W. "Robust MVDR beamforming based on covariance matrix reconstruction", Science China Information Sciences 56, no. 4 (2013) 1-12.
- [34] Li, D., Yin, Q., Mu, P., Guo, W. "Robust MVDR Beamforming Using the DOA Matrix Decomposition", 1st International Symposium on Access Spaces (ISAS), 2011.