طراحی یک روش کنترل مد لغزشی انتگرالی تطبیقی برای پایدارسازی زمان محدود و مقاوم پرنده چهارملخه

علیرضا مدیرروستا^۱، دانشجوی کارشناسی ارشد؛ مهدی خدابنده^۲، استادیار

alirezamodirrousta@stu.hut.ac.ir – دانشکده مهندسی برق – دانشگاه صنعتی همدان – همدان – ایران – khodabandeh@hut.ac.ir ۲ – دانشکده مهندسی برق – دانشگاه صنعتی همدان – همدان – ایران – ۲

چکیده: در این مقاله، پایدارسازی زمان محدود، برای یک ربات پرنده چهارملخه (Quadrotor) بر مبنای یک روش کنترل مد لغزشی انتگرالی تطبیقی با سطح لغزش ترمینال غیر تکین ارائه شده است. در ابتدا مدل سیستم معرفی شده و به دو سیستم با تحریک کامل و با تحریک محدود تقسیم میشود. سپس کنترل کننده جدیدی بر مبنای هندسه همگنی و کنترل مد لغزشی برای این دو سیستم ارائه میشود. هدف از این روش، ارائه یک کنترل کننده مقاوم نسبت به اغتشاش خارجی و عدم قطعیتهای نامعلوم سیستم است. برای این دو سیستم ارائه میشود. کنترل کننده در حضور اغتشاش خارجی انتگرال خطا بهعنوان متغیر جدید حالت به مجموعه خطاهای ردیابی سیستم اضافه شده است. در پایان، برای اثبات کارایی و مقاوم بودن کنترل کننده پیشنهادی، نتایج شبیهسازی و مقایسه در حضور اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت ارائه شده است.

واژههای کلیدی: پرنده چهارملخه، کنترل مد لغزشی انتگرالی تطبیقی، پایدارسازی زمان محدود، عدمقطعیت روی اینرسی، اغتشاش خارجی.

Design of an Adaptive Integral Sliding Mode Control for Robust and Finite Time Stabilization for a Quadrotor

Alireza Modirrousta¹, MSc Student; Mehdi Khodabandeh², Assistant Professor

Faculty of Electrical Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran, Email: alirezamodirrousta@stu.hut.ac.ir
 Faculty of Electrical Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran, Email: khodabandeh@hut.ac.ir

Abstract: In this paper, finite time stabilization for a quadrotor has been presented based on an adaptive sliding mode control with nonsingular terminal surface. The introduced system model has been divided into the full actuated and under actuated system. Then, a new controller based on homogeneity geometry and sliding mode control has been proposed for these two subsystems. The main purpose of the control scheme is proposing a robust controller against the unknown uncertainty and external disturbance. The integral error has been added into the set of tracking errors to raise the tracking accuracy and to improve the controller performance against external disturbance. Finally, the results of the simulation and comparison study in the presence of inertia uncertainty and external disturbance have been presented to demonstrate the robustness and high performance of the controller.

Keywords: Quadrotor, Adaptive integral sliding mode control, Finite time stabilization, Inertia uncertainty, External disturbance.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۳/۰۵/۲۵ تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۳/۰۷/۱۰، ۱۳۹۳/۰۹/۱۱ و ۱۳۹۳/۱۰/۷۷ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۱۲/۲۷ نام نویسنده مسئول: مهدی خدابنده نشانی نویسنده مسئول: ایران - همدان - بلوار شهید فهمیده - خیابان مردم - دانشگاه صنعتی همدان.

۱ – مقدمه

پرنـده بـدون سرنشـین (UAV) چهارملخـه یکـی از پرکـاربردترین خودروهای بدون سرنشین است که اخیـراً مـورد توجـه محققـان قـرار گرفتـه اسـت. ازجملـه کاربردهـای پرنـده چهارملخـه در هـدایت، نقشهبرداری از مناطق صعبالعبـور، رهـایی و نجـات، اجـرای قـانون و حملونقل است [٣-١]. علاوه بر این، در این زمینـه هنـوز چـالشهـای زیادی در مهندسی ازجمله در مهندسی برق، مکانیک و کنتـرل وجـود دارد. پرنده چهارملخه جـزو هواپیماهـایی بـا امکـان فـرود و برخاست عمودی^۲ (ΔTOL) طبقهبندی میشوند. این نـوع از پرنـدههـا مزایـای زیادی نسبت به هواپیماهای ملخدار گذشته و متداول دارنـد. در پرنـده عقبی بهدست میآید. جابهجایی عرضی توسط ملخکهای سمت چـپ و راست ایجاد میشود و جابهجایی در محـور عمـودی توسـط اخـتلاف بین هر جفت از ملخکها ایجاد میشود. بـهطور مثـال دو ملخـک در و ایجاد متان ماعت و دوتای دیگری در خلاف جهت آن میچرخند و ایجاد شتاب در محور عمودی میکنند.

این نوع از خودروها دارای تحریک محدود میباشند. به طور مثال با وجود ۶ درجه آزادی برای سیستم تنها چهار عملگر برای کنترل آن وجود دارد. این چهار تحریککننده گشتاور و نیروی ناشی از الکتروموتورهای مرتبط با هر ملخک می باشند. بنابراین روش های مرسوم برای کنترل سیستمهای مکانیکی با تحریک کامل از جمله رباتهای مختلف در اینجا بهطور مستقیم قابل استفاده نیست [۴]. برای دستیابی به هدف پرواز هوشمند با عملکرد و کیفیت بالا نیاز به مدلسازی سیستم وجود دارد. روش های مدلسازی غیر خطی در سالهای اخیر توسعه یافته است و در این مقاله از مدل پرنده بهدستآمده در مقالات [۷–۵] استفاده شده است. مدل سازی به کاررفته بر اساس روش لاگرانژ و برخی از فرض های معمول و عملی به کار گرفتهشده در آن است. در اینجا برخی از روشهای مختلفی را که در سالهای اخیر برای کنترل پرنده چهارملخه استفاده شده است؛ مرور میکنیم. در میان روشهایی که برای کنترل پرنده بدون سرنشین چهارملخه به کار گرفته شده است، روش خطیسازی فیدبک [۱۰-۸] و روش پس گام ۱۱] بیشترین کاربرد و استفاده را داشته اند. اگرچه زمانی که اطلاعات دقیقی نسبت به دینامیک سیستم وجود نداشته باشد و یا اگر سیستم در معرض اغتشاشات خارجی و نویز قرار داشته باشد، استفاده از مدل ساده این روشها عملاً مناسب نیست، زیـرا کـه دینامیکهای مدلنشده و اغتشاش خارجی سبب ناپایداری در حرکت پرنده می شوند و امکان جبران اثر آن ها توسط این روش وجود ندارد. در میان روش های کنترل غیر خطی، روش کنترل مد لغزشی ۴ به علت مقاومت بالا مناسب به نظر می رسد. بنابراین در ادامه به بررسی روشهای مبتنی بر کنترل مد لغزشی می پردازیم. روش متداول کنترل لغزشى براى بهبود عملكرد مقاوم كنترل كننده پرواز پرنده چهارملخه در [۱۲] به کار رفته است. در این مقاله به علت وجود تابع علامت در

سیگنال کنترل، نوسان شدیدی در نقط ه تعادل سطح لغزش وجود دارد. با وجود این که این روش مقاوم است ولی نیاز به اطلاع از اندازه کران بالای نامعینی ها و اغتشاش سیستم، این روش را ناکارآمد کرده است. همچنین در این مقاله به ازای هر درجه آزادی و به کمک ساختن ورودي كنترل مجازي، از يك سطح لغزش تعريف استفاده شده است و در انتها باید مقادیر عملی وضعیت پرنده از روی ورودی های مجازی بهدست آورده شوند. در بسیاری از مقالات دیگر که برخی در ادامه معرفی میشوند، از روش مشابه و یا روابط دینامیک معکوس برای ایجاد ورودی کنترل مجازی استفاده شده است. در [۱۳] از روش کنترل مد لغزشی ساده و کنترل تطبیقی برای پایدارسازی و کنترل وضعیت پرنده و تخمین برخی از پارامترهای نامعلوم سیستم استفاده شده است. در مرجع [۱۴]، به کمک روش کنترل مد لغزشی و طراحی رویتگر برای اغتشاش، مقاومت سیستم در برابر اغتشاش و عدم قطعیت بهبود یافته است و دیگر نیازی به بالا بردن بهره برای جبران اثر و تغييرات ناشى از اغتشاش نيست و كنترل كننده طراحى شده بـهسرعت این تغییرات را جبران میکند. در مرجع [۱۵] نیز یک روش کنترل مد لغزشی مرتبه دو برای سیستم با تحریک محدود پرنده ارائه شده است، البته اغتشاش تنها روی مدل حرکت انتقالی پرنده در نظر گرفته شده است. در این روش، محدوده مشخصی برای تعیین پارامترهای سطح لغزش وجود دارد که بر اساس این مقادیر پایداری سطح لغزش برقرار خواهد بود. بنابراین، عدم امکان استفاده از این مقادیر در محدوده های مختلف برای سطح لغزش، سبب کاهش شدید انعطاف پذیری کنترل کننده و رفتار پرنده می شود. مقاله [۱۶]، کنترل کننده ای بر پایه تكنيك پس گام بلوكي با الگوريتم پيچش فوق العاده كنترل مد لغزشي ترکیب شده است تا ردیابی مسیر حرکتی پرنده برقـرار شـود. روش کنترل مد لغزشی مرتبه بالاتر^۷ برای افزایش مقاومت سیستم در مقابل دینامیکهای مدل نشده و پارامترهای نامعین ارائه شده و همچنین برای رؤیت و تخمین اغتشاش در [۱۷] ارائه شده است. مرجع [۱۸] نیز روشهای کنترل مد لغزشی به نام پیچش فوقالعاده را برای کنترل حرکت پرنده ارائه کرده است، در این روش نیز، برای هر خروجی یک کنترل کننده در نظر گرفته شده است. در این مقاله از دو انتگرال گیر برای افزایش درجه نسبی سیستم و ایجاد مشتق گیر مقاوم استفاده شده است. همچنین به تازگی روش کنترل مد لغزشی برای سیستمهای با تحریک محدود بهبود داده شده است [۱۹]. در مقاله [۲۰] کنترل کننده ای مقاوم بر این اساس و با سطح لغزش متداول برای سیستمهایی با درجه بالاتر طراحی شده است.

کنترل مد لغزشی بهعلت خطای کم و سادگی کاربرد آن، یکی از مهمترین روشهای کنترل غیر خطی است [۲۱]. درواقع روش مد لغزشی به دو قسمت: اول انتخاب سطح لغزش پایدار و دوم انتخاب قانون کنترل مناسب تقسیم میشود. در این مقاله روش کنترل مد لغزشی با یک سطح لغزش انتگرالی غیر تکین ترمینال و پایداری زمان محدود برای یک هواپیمای چهارملخه بدون سرنشین به گونهای ارائه شده است که نسبت به اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت کراندار پارامترهای مشخص شده مقاوم باشد. همچنین با در نظر گرفتن چند تقریب منطقی مدل سیستم به گونهای بهدست آمده که از حداقل پیچیدگی ممکن در طراحی کنترل کننده برای سیستم با تحریک محدود برخوردار باشد. در این مقاله، پس از ارائه سطح لغزش فوق، با استفاده از کنترل تطبیقی و طراحی قانون کنترل مناسب، یک كنترل كننده مقاوم براى تمام سيستم طراحي مي شود. درواقع به كمك این روش نیازی به اطلاعاتی از کران بالای اغتشاشات سیستم و عدم قطعیتهای تعریفشده نیست. همچنین یک متغیر انتگرالی به متغیرها و حالتهای سیستم اضافه می گردد تا دقت ردیابی و عملکرد روش ارائهشده را در برابر اغتشاش و عدم قطعیت بهبود دهد. واضح است که متناسب با متغیر انتگرالی اضافهشده، تعریف سطح لغزش نیز تغییر پیدا کرده است. علاوه بر این، یک کران بالا برای عدم قطعیت در نظر گرفته شده و مقادیر ثابت نامعلوم آن به کمک کنترل تطبیقی تخمین زده شده است. همچنین قانون کنترل در حضور سطح لغزش ناتکین ترمینال انتگرالی برای سیستم با تحریک محدود، طوری بهبود داده شده است که علاوه بر این که اغتشاش را در محل سیگنال کنترل (که در معادلات مربوط به متغیرهای حالت شامل زوایای رول ۸ و پیچ ۹ وارد می شود) لحاظ کرده، اثر اغتشاش را برای متغیرهای موقعیت x و y نیز در نظر گرفته است.

سازمان دهی مقاله بدین شرح است: در بخش دوم، نمایش سیستم در مدل فضای حالت سیستم معرفی شده است، کنترل کننده ارائه شده برای حرکت عرضی، طولی و عمودی سیستم در بخش سوم معرفی می گردد. در بخش چهارم، شبیه سازی های عددی به عمل آمده تا مؤثر بودن استراتژی کنترلی پیشنهادی را در حضور اغتشا شات خارجی اثبات نماید. در بخش پنجم نیز نتیجه گیری به دست آمده از روش طراحی شده تشریح می شود.

۲- مدل پرنده چهارملخه

برای محاسبه دینامیک پرنده از روش لاگرانژین [۵] استفاده شده است.
همچنـین مـاتریس انتقـال از
$$\begin{bmatrix} \phi \theta \psi \end{bmatrix}^T$$
 به $\begin{bmatrix} pqr \end{bmatrix}$ به صورت
 $\begin{bmatrix} \phi \\ \phi \\ \phi \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \psi \\ \psi \end{bmatrix}$
بیان می شود که
 $\begin{bmatrix} \phi \theta \psi \end{bmatrix}^T$ برعت زاویه پرنده را در چارچوب مرجع نشان می دهد.
 $\phi \cdot \theta \in \Psi$ زوایای اویلر ^۱ هستند که بهترتیب به آنهـا زوایـای رول،
پیچ و یاو^{۱۱} گفته می شود. به طور مشابه، $\begin{bmatrix} pqr \end{bmatrix}^T$ سرعت زاویـه ای را

از انجایی که دینامیک چهار روتور بسیار سریعتر از دینامیک سیستم اصلی است، در اینجا از آن صرفنظر شده است. میتوان در نظر گرفت که سرعت زاویهای در دو قاب مرجع و قاب پرنده، یکی

است. این فرض زمانی که پرنده در حالت شناور^{۱۲} و یا حالت شبیه آن پرواز میکند، جایی که پرنده چهارملخه معمولاً به این شکل پرواز میکند، قابل قبول است.

مدل پرنده چهارملخه در چارچوب اختیاری نسبت به چارچوب مرجع برای حرکت انتقالی و دورانی همانطور که در بسیاری از مقالات مرجع مانند [۱] و [۱۲–۵]، [۱۵]، [۱۹، ۲۰] آمده است؛ با در نظر گرفتن فرضهای ساده و عملی فوق مطابق با معادلات زیر بهدستآمده میآید. در ابتدا معادلات حرکت انتقالی معرفی می گردد:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} (\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)u_1 \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} (\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)u_1 \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} (\cos\phi\cos\theta)u_1 - g \end{cases}$$
(1)

واضح است کـه y ،x و z بیـانگر موقعیـت نسـبی پرنـده در مختصـات دکارتی میباشند.

تذکر (۱): برای سادهنویسی و اجتناب از طولانی شدن روابط تابعیت زمان برای متغیرها حذف شده است.

همچنین معادلات حرکت دورانی پرنده چهارملخه بهشکل زیر قابل بیان است:

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= \dot{\theta} \dot{\psi} \frac{I_y - I_z}{I_x} + \frac{J_r}{I_x} \dot{\theta} \Omega_r + \frac{l}{I_x} u_2 \\ \ddot{\theta} &= \psi \dot{\phi} \frac{I_z - I_x}{I_y} - \frac{J_r}{I_x} \dot{\phi} \Omega_r + \frac{l}{I_y} u_3 \\ \ddot{\psi} &= \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} + \frac{l}{I_z} u_4 \end{aligned}$$

$$\end{aligned}$$

$$(Y)$$

در عمل شرایط زیر برای زوایای اویلر برقرار است:

$$\begin{split} \phi &\in (-\pi/2, \pi/2), \theta \in (-\pi/2, \pi/2), \psi \in (-\pi, \pi) \\ \text{Solution} \\ \varphi &\in (-\pi, \pi/2), \psi \in (-\pi, \pi/2$$

$$u_{1} = (F_{1} + F_{2} + F_{3} + F_{4})$$

$$u_{2} = (-F_{2} + F_{4})$$

$$u_{3} = (-F_{1} + F_{3})$$

$$u_{4} = d(-F_{1} + F_{2} + F_{3} + F_{4})/b$$
(*)

که در آن، $\Omega_i^2 = b\Omega_i^2$ نیروی پرتابی تولیدشده بهوسیله چهار ملخک هواپیما یا پرنده را نشان میدهد. در واقع این نیرو است که ورودی واقعی سیستم دینامیکی را تشکیل میدهد و در نهایت به کمک کنترلکننده طراحیشده سبب پایداری حرکت پرنده میشود. همچنین $d \ e \ b$ بهترتیب نشاندهنده ضریب بالابری^{۱۳} و عامل تغییر مقیاس نیرو به گشتاور میباشند.

۳- طراحی کنترل کننده برای پرنده چهارملخه

در این بخش، مدل پرنده به دو مجموعه با تحریک کامل و دیگری مدل با تحریک محدود تقسیم میکنیم. حرکت عمودی سیستم شامل حرکت انتقالی در محور z و حرکت چرخشی حول آن (زاویه یاو) بهعنوان سیستم کاملاً تحریکشده در نظر گرفته میشود. از آنجایی که حرکت انتقالی و چرخشی حول محور x و y تنها توسط دو تحریک کننده قابل کنترل هستند، این مجموعه را که از ۴ خروجی مفروض تنها دو ورودی کنترل دارد، سیستم با تحریک محدود می نامیم. خروجی هریک از این سیستمها توسط یک کنترل کننده غیر خطی هدایت میشود که هر دو کنترل کننده بر اساس کنترل مد لغزشی انتگرالی ناتکین ترمینال، کنترل تطبیقی و متناسب با مرتبه آن طراحی می شوند.

۲-۱-۳ طراحی کنترل کننده برای سیستم با تحریک کامل

همانطور که گفته شد، مدل پرنده چهارملخه را میتوان به دو سیستم تحریک محدود و تحریک کامل تقسیم کرد، در ایـن بخـش یـک کنترلکننده و پایدارسازی برای سیستم شـامل حرکـت و دوران حـول محور z طراحی میشود.

مدل سیستم با تحریک کامل به *ک*مک اضافه کردن متغیر کمکی انتگرالی و در نظر گرفتن خطای ردیابی به شکل زیر قابل بیان است: عُ₁ =e₁

$$\dot{e}_{1} = e_{2}$$

$$\dot{e}_{2} = f_{1} + g_{1}U_{1} + d_{1}$$

$$e_{1} = \left[z - z_{d}, \psi - \psi_{d}\right]^{T}, e_{2} = \left[\dot{z} - \dot{z}_{d}, \dot{\psi} - \dot{\psi}_{d}\right]^{T}$$
(*)

متغیرهای خطای حالت سیستم کاملاً تحریکشده میباشند و $[z_d, \psi_d]^T$ مقادیر مطلوب ارتفاع و دوران حول محور z هستند و همچنین داریم:

$$\begin{split} g_1 = & \left[\frac{1}{m} (\cos \phi \cos \theta), 0; 0, \frac{l}{I_z} \right], \\ f_1 = & \left[-g - \ddot{z}_d, \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} - \ddot{\psi}_d \right]^T, \\ g_1 = & \left[-g - \ddot{z}_d, \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} - \ddot{\psi}_d \right]^T, \\ f_1 = & \left[-g - \ddot{z}_d, \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} - \ddot{\psi}_d \right]^T, \\ g_1 = & \left[-g - \ddot{z}_d, \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} - \ddot{\psi}_d \right]^T, \\ g_1 = & \left[-g - \ddot{z}_d, \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} - \ddot{\psi}_d \right]^T, \\ g_1 = & \left[-g - \ddot{z}_d, \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} - \ddot{\psi}_d \right]^T, \\ g_1 = & \left[-g - \ddot{z}_d, \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} - \ddot{\psi}_d \right]^T, \\ g_1 = & \left[-g - \ddot{z}_d, \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} - \ddot{\psi}_d \right]^T, \\ g_1 = & \left[-g - \ddot{z}_d, \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} - \ddot{\psi}_d \right]^T, \\ g_1 = & \left[-g - \ddot{z}_d, \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} - \ddot{\psi}_d \right]^T, \\ g_2 = & \left[-g - \ddot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} - \dot{\xi} \frac{H_y}{H_z} - \dot{\xi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_2 = & \left[-g - \ddot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} - \dot{\xi} \frac{H_y}{H_z} - \dot{\xi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_2 = & \left[-g - \ddot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} - \dot{\xi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_3 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} - \dot{\xi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left[-g - \dot{z}_d, \dot{\phi} \frac{H_y}{H_z} \right]^T, \\ g_4 = & \left$$

فرض (۱): تمام اغتشاشهای در نظر گرفته شده روی دینامیک سیستم کراندار بوده و در شرط $\left|d_{z}\right| < \rho_{2}, \left|d_{\psi}\right| < \rho_{1}$ صدق میکنند. بهطوری که ρ_{1} و ρ_{2} اعدادی ثابت، مثبت و نامشخص هستند و بقیه پارامترها بعداً تعریف می شوند.

حال با در نظر گرفتن قضیه زیر به طراحی سطح لغـزش مناسـب برای سیستم میپردازیم.

 $\dot{x}_1 = x_2$ $\dot{x}_2 = x_3$ \dots $\dot{x}_{n-1} = x_n$ $\dot{x}_n = \omega_{nom}$

به ازای فیدبک زیـر و مقـادیر درسـتی از lpha < 1 > 0، سیسـتم در زمان محدودی در نقطه تعادل خود به پایداری میرسد:

$$\begin{split} \boldsymbol{\omega}_{nom} &= -k_1 sign(\boldsymbol{x}_1) |\boldsymbol{x}_1|^{\alpha_1} - \dots - k_n sign(\boldsymbol{x}_n) |\boldsymbol{x}_n|^{\alpha_n} \quad (\Delta) \\ \boldsymbol{\alpha}_n &= 1, \boldsymbol{\alpha}_{n+1} = \boldsymbol{\alpha} \quad \text{i} = 2, \ \dots, \ n \quad \text{i} \quad \boldsymbol{\alpha}_{i-1} = \frac{\alpha_i \alpha_{i+1}}{2\alpha_{i+1} - \alpha_i} \quad \boldsymbol{\alpha}_i \quad \text{i} \quad \text{i} \quad \boldsymbol{\alpha}_i \quad \boldsymbol$$

برای بهبود ردیابی سیستم و همگرایی زمان محدود خطاهای سیستم بهسمت نقطه تعادل صفر کافی است دو سطح لغزش انتگرالی ناتکین ترمینال بر اساس قضیه (۱) بهشکل زیر تعریف کنیم:

$$s_{1,2} = e_2 - e_2(0) - \int_0^t \omega_{1,2} d\tau$$
 (7)

که در آن، $s_{1,2} = [s_1, s_2]^T$ سطوح لغزشی متناسب با خطای ردیابی $s_{1,2} = [s_1, s_2]^T$ ارتفاع و دوران حول محور z هستند. همچنین واضح است که داریم:

$$\omega_{2} = -k_{1} \left| \xi_{\psi} \right|^{\alpha_{1}} sign(\xi_{\psi}) - k_{2} \left| e_{\psi} \right|^{\alpha_{2}} sign(e_{\psi}) - k_{3} \left| \dot{e}_{\psi} \right|^{\alpha_{3}} sign(\dot{e}_{\psi})$$
(A)

که e_z^2 و e_{ψ} بهترتیب همان درایه اول و دوم بردار e_1 بوده که در آن، مقادیر lpha طبق قضیه (۱) بهدست میآیند و sign تابع علامت است.

به کمک قضیه (۱) و انتخاب سطح لغزش (۶) پایداری زمان محدود خطاهای سیستم با انتخابی مناسب از مقادیر α_i و k_i برقرار خواهد شد، حال قانون کنترل را به کمک کنترل مد لغزشی و کنترل تطبیقی به گونهای به دست می آوریم که سطح لغزش در زمانی محدود به نقطه تعادل خود همگرا شده و در نهایت خطاهای ردیابی در حضور اغتشاش در زمانی محدود صفر شوند. بنابراین، قانون کنترلی به شکل زیر ارائه می گردد:

$$U_1 = U_{eq1} + U_{sw1} \tag{9}$$

www.SID.ir Serial no. 75

بهطوری که
$$U_{eq1} = g_1^{-1} \left(-f_1 + \omega_{1,2} \right)$$
 و داریم:
 $U_{sw1} = g_1^{-1} \left(-\hat{G}sign(s_{1,2}) \right)$ (۱۰)

بهطوری که $\hat{G} = [\hat{G}_1, \hat{G}_2]^T$ پارامترهای تطبیقی بوده و قانون $\hat{G} = [\hat{G}_1, \hat{G}_2]^T$ تطبیق آن در هر لحظه از رابطه زیر بهدست میآید: $\dot{\hat{G}} = S^{1,2} \cdot q$ (۱۱)

که در آن، $[|s_1|, |s_2|]^T$ ، $S^{1,2} = diag[|s_1|, |s_2|]$ عددی مثبت و بین صفر و یک است. با توجه بـه تعریف $U_1 = [u_1, u_4]^T$ رابطـه مربوط به محاسبه قانون کنتـرل u_1 بـهشـکل زیـر بـهدسـت مـیآیـد. محاسبه u_4 نیز بهشکل مشابه میباشد.

$$u_1 = \frac{m}{(\cos\phi\cos\theta)}(g+r) \tag{11}$$

$$u_{swz} = -\hat{G}_1 sign(s_1)$$
⁽¹⁷⁾

از معادله (۸) بهدست میآید و بقیه پارامترها متناسب با درایههای متناظر معادله (۴) تعریف میشوند.

برای این که نشان دهیم سیستم معرفی شده در زمان محدودی پایدار است متغیر Z را در نظر گرفته و پایداری سطح لغزش انتگرالی معرفی شده برای آن بررسی می شود. بدیهی است که پایداری سطح لغزش دیگر برای ردیابی متغیر لل به طور مشابه اثبات می شود که از بیان آن خودداری می کنیم.

اثبات: تابع لیاپانوف زیر را در نظر می گیریم:

$$V_1 = \frac{1}{2}s_1^2 + \frac{1}{2}\widetilde{G}_1^2$$

ف رض میشود تغییرات پارامتر تطبیقی آهسته است و $\widetilde{G}_{1} = \hat{G}_{1} - G_{1}$ خطای مقدار تخمین زده میباشد، با مشتق گرفتن از تابع لیاپانوف نسبت به زمان و به کار گرفتن معادله (۴) و معادلات (۷) تا (۱۰) داریم:

$$\begin{split} \dot{V_1} &= s_1 \dot{s}_1 + \dot{\tilde{G}} \widetilde{G}_1 = s_1 \Big(-\hat{G}_1 sign(s_1) + d_z \Big) + \dot{\tilde{G}}_1 \widetilde{G}_1 \\ \dot{V_1} &\leq -|s_1| \widetilde{G}_1 - |s_1| \big(G_1 - d_z \big) + q_1 |s_1| \widetilde{G}_1 \\ \dot{V_1} &\leq -\widetilde{G}_1 \Big(|s_1| - q_1 |s_1| \Big) - |s_1| \big(G_1 - d_z \big) \end{split}$$

$$(15)$$

طبق روابط بالا بهازای مقداری مناسب از G_1 که بهازای آن داشته باشیم $|d_z| < G_1$ و با انتخاب مناسب q_1 به گونـهای کـه داشته باشیم $|d_z| < G_1$ می توان نشان داد که داریم [۲۴]:

$$\dot{V}_1 < -\min(\beta_1 / \sqrt{2}, \beta_2 / \sqrt{2}) V_1^{1/2}$$
 (14)

کــه در آن، داريــم $eta_2 = G_1 - d_z$ و $eta_1 = |s_1| - q_1|s_1$ ، رابطــه (۱۵) نشان میدهد که با فرض این که رابطه $G_1 > \rho_1$ برقـرار باشـد،

مقـدار تخمـینزدهشـده و سـطح لغـزش در زمـانی محـدود بـه نقطـه تعادلشان همگرا مـیشـوند [۲۴، ۲۵]. در نتیجـه خطـای ردیـابی و یـا پایداری سیستم در زمانی محدود به صفر همگرا میشود.

۲-۳- طراحی کنترل کننده برای سیستم با تحریک محدود

در این بخش، پیش از این که به معرفی کنترل کننده طراحی شده بردازیم، مدل حرکت عرضی و طولی پرنده چهارملخه را بازنویسی و اصلاح می کنیم. کنترل کننده حرکت و دوران در طول محور z در بخش قبل طراحی شد. پارامترهای ثابت برای این کنترل کننده را e_1, e_2 میتوان به شکلی انتخاب کرد که سرعت همگرایی خطاهای Z, Ψ به میتر شده و در یک زمان به اندازه کافی کوچک، حالتهای Z, Ψ مقادیر مطلوبشان همگرا شوند و داریم:

$$r \to 0, \psi \to \psi_d \tag{19}$$

بنابراین، با جایگذاری معادله (۱۲) در معادله (۱) و با در نظر گرفتن این فرض که زوایای پیچ و رول در محدودهای کوچک تغییر میکنند یعنی $\phi \approx (\theta, \tan(\theta) \approx (\theta)$ و با استفاده از معادله (۱۶) که منطقی و عملی نیز میباشد، معادلات سیستم با تحریک محدود در معادلات (۱) و (۲) که توصیفکننده حرکت عرضی و طولی میباشند بهشکل زیر در میآیند [۲۶]:

$$\dot{y}_{1} = y_{2}$$

$$\dot{y}_{2} = f_{2} + d_{2}$$

$$\dot{y}_{3} = y_{4}$$

$$\dot{y}_{4} = f_{3} + g_{2}U_{2} + d_{3}$$

$$U_{2} = [u_{3}, u_{2}]^{T} \cdot y_{1} = [x, y]^{T} \cdot y_{2} = [\dot{x}, \dot{y}]^{T},$$

$$y_{3} = [\theta, \phi]^{T} \cdot y_{4} = [\dot{\theta}, \dot{\phi}]^{T} \cdot g_{2} = diag[\frac{l}{I_{y}}, \frac{l}{I_{x}}],$$

$$f_{2} = [\theta.g, -g.\phi]^{T}$$

$$s_{4} = [\dot{\theta}, \dot{\phi}]^{T} \cdot g_{5} = diag[\frac{l}{I_{y}}, \frac{l}{I_{x}}],$$

$$f_{5} = [\theta.g, -g.\phi]^{T}$$

$$s_{5} = (\dot{I}_{5}, -\dot{I}_{5}, -\dot{$$

 $f_{3} = \begin{bmatrix} \dot{\psi}\dot{\phi}\frac{I_{z}-I_{x}}{I_{y}} - \frac{J_{x}}{I_{x}}\dot{\phi}\Omega, \dot{\theta}\dot{\psi}\frac{I_{y}-I_{z}}{I_{x}} + \frac{J_{r}}{I_{x}}\dot{\theta}\Omega_{r} \end{bmatrix}^{T}$ $i = \begin{bmatrix} \dot{\psi}\dot{\phi}\frac{I_{z}-I_{x}}{I_{y}} - \frac{J_{x}}{I_{x}}\dot{\phi}\Omega_{r} \end{bmatrix}^{T}$ $i = \begin{bmatrix} \dot{\psi}\dot{\phi}\frac{I_{z}-I_{x}}{I_{x}} - \frac{J_{x}}{I_{x}}\dot{\phi}\Omega_{r} \end{bmatrix}^{T}$

در واقع معادلات بالا نوعی از معادلات خطیسازی شده سیستم است که هدف ردیابی یک موقعیت خاص توسط پرنده با تغییرات کم و مناسب در زوایای اویلر آن میباشد. حالا با اضافه کردن متغیر کمکی انتگرالگیر که برای بهبود دقت ردیابی استفاده شده، معادلات خطای ردیابی سیستم را بدون در نظر گرفتن اغتشاش به شکل زیر بازنویسی میکنیم:

www.SID.ir

$$\xi_{2} = E_{1} = y_{d} - y_{1}$$

$$E_{2} = \dot{E}_{1} = \dot{y}_{d} - y_{2}$$

$$E_{3} = \dot{E}_{2} = \ddot{y}_{d} - f_{2}$$

$$E_{4} = \dot{E}_{3} = \ddot{y}_{d} - Q$$

$$Q = \frac{\partial f_{2}}{\partial y_{1}} y_{2} + \frac{\partial f_{2}}{\partial y_{2}} f_{2} + \frac{\partial f_{2}}{\partial y_{3}} y_{4}$$
(1A)

که $E_1 = [E_x, E_y]^T = [x_d - x, y_d - y]^T$ میباشد. روابط بالا خطای ردیابی بوده و اغتشاش d_2 که در اثبات پایداری اضافه می شود در آن درج نشده است.

حال برای بهبود و جبران اثر نامعلوم اغتشاش مثـل حالـت قبـل از کنترل کننده مد لغزشی تطبیقی استفاده می کنیم. با توجه به معـادلات (۱۷) و (۱۸) برای حرکت عرضـی و طـولی تنهـا از سـطح لغـزش زیـر استفاده میشود:

$$s = E_4 - E_4(0) - \int_0^{-1} \omega_{3,4} d\tau$$
 (19)

$$\dot{s} = \dot{E}_4 - \omega_{3,4} \tag{(7.)}$$

که $s = [s_3, s_4]^r$ و انند بخش قبل و از روی معادله (۱۴) و $\mathcal{B} = [s_3, s_4]^r$ قضیه (۱) بهدست میآید.

$$U_{2} = U_{eq2} + U_{sw2}$$
$$U_{eq2} = \left(\frac{\partial f_{2}}{\partial y_{3}}g_{2}\right)^{-1} \left(\frac{d^{4}}{dt^{4}}y_{d} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f_{2}}{\partial y_{1}}y_{2}\right) - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f_{2}}{\partial y_{2}}f_{2}\right) - \frac{\partial f_{2}}{\partial y_{3}}f_{3} - \omega_{3,4}\right)$$

$$u_{sw2} = \left(\frac{\partial f_2}{\partial y_3} g_2\right)^{-1} \left(-\hat{F}sign(s)\right) \tag{(1)}$$

که در آن، عبارت $\frac{\partial f_2}{\partial y_3}g_2$ غیر صفر و معکوس پذیر می باشد. همچنین در معادلات بالا $\omega_{3,4}$ بر اساس قضیه (۱) و معادلات (۱۸) بهراحتی بهدست می آیند. \hat{F} بردار بهرههای متغیر با زمان سیگنال کنترل سوئیچینگ است و قانون تطبیق به شکل زیر بهدست می آید: $\dot{F} = S^{3,4}$. p

کـه در آن،
$$[|s_3|, |s_4|] S^{3,4} = diag[|s_3|] e^T$$
 و $S^{3,4} = diag[|s_3|, |s_4|]$ ماننـد
بخش قبل عددی ثابت، مثبت و بین صفر و یک است.
اثبات پایداری این کنترلکننده نیز ماننـد بخـش قبـل و معـادلات
(۱۴) و (۱۵) میباشد و از تکرار آن پرهیز میکنیم. بنابراین، بـهوسـیله

کنترلکننده طراحیشده برای حرکت عرضی و طولی پرنده چهارملخـه خطای حرکت انتقـالی و دورانـی پرنـده حـول محـور x و y در زمـانی محدود به صفر همگرا میشود.

۴- بهبود کنترلکننده به کمک آنالیز عدم قطعیت روی اینرسی

دستیابی به یک مدل دقیق برای دینامیک سیستم بسیار سخت بوده و کاهش وابستگی کنترلکننده به مدل سیستم سبب بهبود عملکرد آن در شرایط مختلف و مخصوصاً زمانی که اغتشاش و نامعینی هردو باهم وجود دارند، میشود. این موضوع برای انواع ربات و سازههای مختلف صادق و برقرار است، بهطور مثال در مقاله [۲۷] این موضوع برای سیستمهای موشکی در نظر گرفته شده است و بهکمک کنترلکننده تطبیقی دیگری، کنترلکننده بهبود یافته است. برای افزایش کارایی کنترلکننده در حضور اغتشاش و عدم قطعیت، در این بخش بهره متغیر با زمان کنترلکننده بهشکلی مناسب بهبود پیدا میکند.

پارامترهای عدم قطعیت را برای اینرسی بدنه^{۱۴} پرنده حول محور x و z و روی اینرسی ناشی از پرههای روتورها^{۱۵} بهشکل زیر در نظر میگیریم:

$$\begin{split} I_x &= I_x + \Delta I_x \\ I_y &= \overline{I}_y + \Delta I_y \\ I_z &= \overline{I}_z + \Delta I_z \\ J_{ri} &= \overline{J}_r + \Delta J_r \end{split} \tag{(77)} \\ \forall b \text{ cv}(\overline{I}_x, \overline{I}_x, \overline{I}_y, \overline{I}_x, \overline{I}_y, \overline{I}_x) \\ \forall b \text{ cv}(\overline{I}_x, \overline{I}_y, \overline{I}_x, \overline{I}_y, \overline{I}_x) \\ \forall b \text{ cv}(\overline{I}_x, \overline{I}_y, \overline{I}_x, \overline{I}_y, \overline{I}_x, \overline{I}_y, \overline{I}_x) \\ &= 1 \\ 1 \\ \forall c \text{ cv}(\overline{I}_x, \overline{I}_x, \overline{I}_y, \overline{I}_x, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y) \\ &= 1 \\ \forall c \text{ cv}(\overline{I}_x, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y) \\ &= 1 \\ \forall c \text{ cv}(\overline{I}_x, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y) \\ &= 1 \\ \forall c \text{ cv}(\overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y) \\ &= 1 \\ \forall c \text{ cv}(\overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y) \\ &= 1 \\ \forall c \text{ cv}(\overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y) \\ &= 1 \\ \forall c \text{ cv}(\overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y) \\ &= 1 \\ \hline c \text{ cv}(\overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y) \\ &= 1 \\ \hline c \text{ cv}(\overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y) \\ &= 1 \\ \hline c \text{ cv}(\overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y) \\ &= 1 \\ \hline c \text{ cv}(\overline{I}_y, \overline{I}_y, \overline{I}_y) \\ &= 1 \\ \hline c \text{ cv}(\overline{I}_y, \overline{I}_y) \\ &$$

بنابراین، معادله (۲) به شکل زیر در می آید:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = \dot{\theta} \dot{\psi} \frac{\bar{I}_{y} - \bar{I}_{z}}{\bar{I}_{x}} + \frac{\bar{J}_{r}}{\bar{I}_{x}} \dot{\theta} \Omega_{r} + \frac{l}{\bar{I}_{x}} u_{2} + \Delta_{\phi} \\ \\ \ddot{\theta} = \dot{\psi} \dot{\phi} \frac{\bar{I}_{z} - \bar{I}_{x}}{\bar{I}_{y}} - \frac{\bar{J}_{r}}{\bar{I}_{x}} \dot{\phi} \Omega_{r} + \frac{l}{\bar{I}_{y}} u_{3} + \Delta_{\theta} \\ \\ \\ \ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{\bar{I}_{x} - \bar{I}_{y}}{\bar{I}_{z}} + \frac{l}{\bar{I}_{z}} u_{4} + \Delta_{\psi} \end{cases}$$

$$(Y\Delta)$$

که مقادیر Δ_{ϕ} , Δ_{ϕ} و Δ_{ψ} توابع عدم قطعیت برحسب مشتقات زوایای اویلر و مقادیر نامعلوم اینرسی (۲۳) متناسب با دینامیک پرنده میباشند. بنابراین فرض زیر کاملاً منطقی است:

با در نظر گرفتن فرض (۲) و معادلههای (۲) و (۲۵)، مقادیر نامعینی ناشی از عدم قطعیت اینرسی مدل پرنده کراندار بوده و در شرایط زیر صدق میکنند:

$$\begin{cases} \left| \Delta_{\phi} \right| < \varsigma_{1} \left| \dot{\theta} \right\| \dot{\psi} \right| + \varsigma_{2} \left| \dot{\theta} \right\| \Omega_{r} \\ \left| \Delta_{\theta} \right| < \varsigma_{3} \left| \dot{\psi} \right\| \dot{\phi} \right| + \varsigma_{4} \left| \dot{\phi} \right\| \Omega_{r} \\ \left| \Delta_{\psi} \right| < \varsigma_{5} \left| \dot{\phi} \right\| \dot{\theta} \end{cases}$$

$$(75)$$

که ضرایب (.5.) $G_i \ (i=1,...,5) \ پارامترهای مثبت، نامعلوم و نشاندهنده$ کران بالای عدم قطعیت میباشند. در حالت کلی میتوان نتیجه گرفت:

$$\begin{cases} \left| \Delta_{\phi} \right| < \hat{c}_{1} \left\| \dot{E} \right\|^{2} + \hat{c}_{2} \left\| \dot{E} \right\| \| \Omega_{r} \| \\ \left| \Delta_{\theta} \right| < \hat{c}_{3} \left\| \dot{E} \right\|^{2} + \hat{c}_{4} \left\| \dot{E} \right\| \| \Omega_{r} \| \\ \left| \Delta_{\psi} \right| < \hat{c}_{5} \left\| \dot{E} \right\|^{2} \end{cases}$$
 (YY)

کــه در آن، $E = [\phi, \theta, \psi]^T$ مــیباشــد. در رابطــه بــالا، $\hat{c}_i \ (i = 1, ..., 5)$ مقادیر نامعلومی مـیباشـد کـه بـهکمـک مکـانیزم تطبیقی تخمین زده میشود و مـانع از تغییـرات گسـترده در پایـداری سیستم در حضور عدم قطعیت این پارامترها میشود. قوانین تطبیق بهشکل زیر ارائه میگردند:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{c}}_{1} &= \eta_{1} \|\dot{E}\|^{2} |s_{4}| \\ \dot{\hat{c}}_{2} &= \eta_{2} \|\dot{E}\| \|\Omega_{r}\| |s_{4}| \\ \dot{\hat{c}}_{3} &= \eta_{3} \|\dot{E}\|^{2} |s_{3}| \\ \dot{\hat{c}}_{4} &= \eta_{4} \|\dot{E}\| \|\Omega_{r}\| |s_{3}| \\ \dot{\hat{c}}_{5} &= \eta_{5} \|\dot{E}\|^{2} |s_{2}| \end{aligned}$$

$$0 < \eta_i < 1, i = 1, 2, 3, 4, 5$$
 (YA)

بنابراین، بهطور مثال برای کنترل حرکت پرنده در طول و حول محورهای x و y قانون کنترل (۲۱) و (۱۰) به شکل زیـر بازنویسـی می شود:

$$\begin{split} u_{sw} = & \left(\frac{\partial f_2}{\partial y_3} g_2\right)^{-1} (-M(t)) \\ \vdots \\ & : \\ \mathcal{M}_1 = g.\hat{F}_2 + \hat{c}_3 \|\dot{E}\|^2 + \hat{c}_4 \|\dot{E}\| \|\Omega_r\| + N_1 |\dot{E}_x|^{\alpha_4} \\ & M_2 = g.\hat{F}_1 + \hat{c}_1 \|\dot{E}\|^2 + \hat{c}_2 \|\dot{E}\| \|\Omega_r\| + N_2 |\dot{E}_y|^{\alpha_4} \end{split}$$
(19)

اعدادی مثبت و بزرگتر از $2k_4$ میباشند. عبارات آخر در N_1, N_2 میباشند. عبارات آخر در روابط (۲۹) برای جبران اثر اغتشاش d_2 روی خروجی \dot{y}_2 اضافه شده است. فرض (۳): از آنجایی که اغتشاش کراندار در نظر گرفته شده است فرض میکنیم روابط زیر برقرار باشد:

$$\left|d_{x}\right|^{\alpha_{4}} < \rho_{3}, \left|d_{y}\right|^{\alpha_{4}} < \rho_{4} \tag{(7.)}$$

$$\left|d_{\theta}\right| < \rho_{5}, \left|d_{\phi}\right| < \rho_{6} \tag{(71)}$$

تذکر (۲): برای محاسبه و سادهسازی عملیات ریاضی و با توجه بـه معادلات (۱۷) و (۱۸) داریم:

$$\frac{\partial f_2}{\partial y_1} \approx 0_{2\times 2}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial y_2} \approx 0_{2\times 2}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial y_3} = \begin{bmatrix} g & 0 \\ 0 & -g \end{bmatrix}$$
(TT)

$$V = \frac{1}{2}s^{T}s + \frac{1}{2}g\sum_{i=1}^{2}\widetilde{F}_{i}^{2} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{4}\widetilde{c}_{i}^{2}$$
$$\dot{V} = s^{T}\left(-Msign(s) + \Gamma + \frac{\partial f_{2}}{\partial y_{3}}d_{3} + \frac{\partial f_{2}}{\partial y_{3}}\Delta\right) + g\sum_{i=1}^{2}\hat{F}_{i}\widetilde{F}_{i} + \sum_{i=1}^{4}\hat{c}_{i} \quad (\Upsilon\Upsilon)$$

که در آن،
$$\Gamma = [\Gamma_1, \Gamma_2]^T$$
 و $\Delta = [\Delta_{ heta}, \Delta_{\phi}]^T$ میباشد و داریم

$$\begin{split} \Gamma_{1} &= \left| \ddot{E}_{x} + d_{x} \right|^{\alpha_{4}} sign(\ddot{E}_{x} + d_{x}) - \left| \ddot{E}_{x} \right|^{\alpha_{4}} sign(\ddot{E}_{x}) \\ \Gamma_{2} &= \left| \ddot{E}_{y} + d_{y} \right|^{\alpha_{4}} sign(\ddot{E}_{y} + d_{y}) - \left| \ddot{E}_{y} \right|^{\alpha_{4}} sign(\ddot{E}_{y}) \end{split}$$

$$(\ref{eq:starter})$$

بنابراین با توجه به فرض (۲)، رابطه (۲۶) و (۲۷) و روابط ذکرشده در ضمیمه نتیجه میشود که:

> www.SID.ir Serial no. 75

Tabriz Journal of Electrical Eng., vol. 46, no. 1, spring 2016

$$sign(s) = \frac{s}{\|s\| + \delta}$$
 (۳۹)
که δ عددی مثبت و به اندازه کافی کوچک است.

۵- نتایج شبیهسازی

در این بخش، شبیه سازی های عددی برای اثبات کارایی کنترل کننده طراحی شده ارائه می گردند. پارامتر های پرنده چهار ملخه در جدول ۱ آمده است، همچنین پارامتر های طراحی به تر تیب برای کنترل کننده معرفی شده در بخش اول و دوم به شرح زیر می با شند:

$$k_1 = 1; k_2 = 3; k_3 = 3;$$
 (f·)

$$k_1 = 1; k_2 = 5; k_3 = 10; k_4 = 7; k_5 = 5$$
 (F1)

مقادیر $1/3 = \alpha$ انتخاب شده و بقیه مقادیر از روی قضیه (۱) بهدست آورده شده است. بازه بهره تطبیق برای قانون تطبیق در معادله (۱۱) و (۲۱) نیز 1/6 در نظر گرفته شده است. نقطه (۵ ,۱ ,۱) بهعنوان مقصد پرنده در نظر گرفته شده است. همچنین یک نویز خروجی بهشکل یک موج سینوسی با دامنه 1/6 و فرکانس ۱۰۰ هرتز و یک اغتشاش خارجی با همان دامنه و فرکانس π برای حرکت انتقالی و حرکت دورانی پرنده در نظر گرفته شده است. مشابه ایـن فـرض بـرای اغتشاش در [۲۹] نیز اسـتفاده شده است. عـدمقطعیـت روی عناصر تانسور لختی و اینرسی مدل ۲۵ درصد در نظر گرفته می شود.

برای اثبات کارایی روش کنترل کننده و مدل سیستم به کمک برنامه MATLAB شبیه سازی شده است. شکل ۱ حرکت پرنده را در مختصات دکارتی را به کمک روش ارائه شده در مقاله و شکل ۲ حرکت دورانی آن را به کمک کنترل کننده طراحی شده در این مقاله نشان می دهد. پاسخ حالت گذرای سیستم بسیار وابسته به انتخاب پارامترهای سطح لغزش و در نتیجه کنترل کننده (۴۰) و (۴۱) دارد. همان طور که بیان شد، این پارامترها باید در شرایط قضیه (۱) صدق کنند.

شکل ۳ ورودیهای کنترل را نشان می دهد. استفاده از تـذکر (۱) سبب شـده است سـیگنال و ورودی تحریک فاقـد نوسان شـدید در فرکانسهای مختلف باشد. شکلهای ۴ و ۵ بهترتیب سرعت زاویـهای و خطی پرنده را نشان می دهد که بعد از زمان مشخصی به صفر همگرا می شوند. در نهایت، شکلهای ۶ تا ۸ پارامترهای تطبیقی سیستم را نشان می دهند. ضرایب ثابـت روابـط تطبیقـی ۱/۵ انتخـاب شـدهانـد. پارامترهای تطبیقی نیز بعد از گذشت زمان محدودی به مقدار مطلـوب و مورد نیاز برای جبران اثرهای اغتشاش و عدم قطعیت رسیدهاند.

سیگنال کنترل نشانداده شده در شکل ۳ به نسبت سیگنال کنترل در مقالات مرجع دیگری نظیر[۱۹، ۲۰] مناسب تر و عملی تر بوده و در عمل به راحتی قابل پیاده سازی می باشد. البته بسته به توانایی تجهیزات سیستم کنترل کننده در ساختن سیگنال کنترل و دقت مورد نیاز در ردیابی، می توان پارامترهای مختلفی برای تذکر (۴) در نظر گرفت که به تبع آن دقت ردیابی و سیگنال کنترل دست خوش تغییر می شود.

$$\begin{split} \dot{V} &\leq -\widetilde{F}_{2}g(||s_{3}|| - p_{1}||s_{3}|) - |s_{3}|g\left(F_{2} - \frac{k_{4}}{g}|d_{x}|^{\alpha_{4}} + d_{\theta}\right) \\ &- \widetilde{c}_{3}\left(\left\|\dot{E}\right\|^{2}|s_{3}| - \eta_{3}\|\dot{E}\|^{2}|s_{3}|\right) - \left(-2k_{4}|s_{3}\|\ddot{E}_{x}|^{\alpha_{4}} + N_{1}|s_{3}\|\ddot{E}_{x}|^{\alpha_{4}}\right) \\ &- |s_{3}|\|\dot{E}\|^{2}(c_{3} - c_{3}) - \widetilde{c}_{4}||\Omega_{r}||(||\dot{E}|||s_{3}| - \eta_{4}||\dot{E}|||s_{3}|) \\ &- |s_{3}|\|\dot{E}\||\Omega_{r}||(c_{4} - g c_{4}) - \widetilde{F}_{1}g(|s_{4}| - p_{2}|s_{4}|) - \\ &|s_{4}|g\left(F_{1} - \frac{k_{4}}{g}|d_{y}|^{\alpha_{4}} + d_{\phi}\right) - \widetilde{c}_{1}\left(\left\|\dot{E}\|^{2}|s_{4}| - \eta_{1}||\dot{E}||^{2}|s_{4}|\right) \\ &- \left(-2k_{4}|s_{4}||\ddot{E}_{y}|^{\alpha_{4}} + N_{2}|s_{4}||\ddot{E}_{y}|^{\alpha_{4}}\right) - |s_{4}|||\dot{E}|||\Omega_{r}||(c_{2} - c_{2}) \\ &- \widetilde{c}_{2}||\Omega_{r}||(||\dot{E}|||s_{4}| - \eta_{2}||\dot{E}|||s_{4}|) - |s_{4}|||\dot{E}||^{2}(c_{1} - c_{1}) \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{V} &\leq -\beta_{1} \left| \widetilde{c}_{1} \right| - \beta_{2} \left| \widetilde{c}_{2} \right| - \beta_{3} \left| \widetilde{c}_{4} \right| - \beta_{4} \left| \widetilde{c}_{4} \right| \\ &- \beta_{5} \left| \widetilde{F}_{1} \right| - \beta_{6} \left| \widetilde{F}_{2} \right| - \beta_{7} \left| s_{3} \right| - \beta_{8} \left| s_{4} \right| \leq -\mu V^{1/2} \quad (\text{TY}) \\ &\text{salue} \quad \text{salue} \quad \text{$$

$$F_{1} > \frac{-4}{g} \left| d_{x} \right|^{\alpha} + \left| d_{\theta} \right|$$

$$F_{2} > \frac{k_{4}}{g} \left| d_{y} \right|^{\alpha_{4}} + \left| d_{\phi} \right|$$
(TA)

اگر $C_i > G_i$ و $1 - p_i > 0, (i = 1, 2)$ $\cdot 1 - \eta_i > 0, (i = 1, 2)$ برقـرار باشند، داریم:

$$\mu = \min(\sum_{i=1}^{8} \beta_i / \sqrt{2})$$

بهطوری که برای معادله بالا مام المگرایی پارامترهای تطبیقی همواره مثبت هستند [۲۴].

با وجود آن که عناصر تانسور لختی یا اینرسی ممکن است مقادیر کمی باشند اما بهعلت حضور اغتشاش و تغییرات ناگهانی متغیرهای مدل، عدم قطعیتهای موجود ممکن است سبب تضعیف عملکرد کنترل کننده شوند. بدین منظور و برای کاهش وابستگی کنترل کننده به مدل سیستم، قانون کنترل توسط معادله (۲۹) بهبود داده شده است. حال برای بررسی عملکرد کنترل کننده در حضور عدمقطعیت و اغتشاش، مدل و کنترل کننده شبیهسازی شده و نتایج آن بررسی میشود.

تذکر (۳): بدیهی است با توجه به معادلات بالا پایداری حرکت در حول محور Z (ψ)، در حضور اغتشاش و عـدم قطعیتهـای یادشـده بهشکل مشابهی با تغییرات مناسب در قانون کنتـرل (۱۰) و بـهکمـک رابطه (۲۹) بهدست میآید.

تذکر (۴): برای جلوگیری از نوسان شدید^۱۶ توسط کنتـرلکننـده طراحیشده در سیگنال تحریک از تابع زیر استفاده میشود [۲۸]:





سکل ۴: سرعت زاویهای پرنده چهارملخه

در نهایت برای اثبات کارای سیستم مقایسهای بین روش به کار گرفته شده در مقالیه [۲۰] و روش ارائه شده در این مقاله در حضور اغتشاش خارجی تعریف شده، صورت گرفته است. در واقع در مقاله [۲۰] اثر کشیدگی هوا و اغتشاش در نظر گرفته شده است و در این مقاله اغتشاش و نامعینی. بنابراین برای مقایسه از اثر کشیدگی هوا و نامعینی صرف نظر شده و تنها اغتشاش در نظر گرفته شده است. پارامترهای ثابت کنترل کننده در محدوده پارامترهای مقاله [۲۰] و مانند زیر فرض شده و برای بهبود پاسخ سیستم از α برابر γ

پارامترهای دینامیک پرنده مانند مقاله [۲۰] در نظـر گرفتـه شـده است. داریم:

 $k_1 = 1; k_2 = 10; k_3 = 10; \tag{47}$

$$k_1 = 1; k_2 = 20; k_3 = 20; k_4 = 10; k_5 = 10$$
 (fT)



شکل ۱: ردیابی نقطه (۱, ۱, ۵) متر در حرکت انتقالی پرنده؛ شکل اول: توسط کنترلکننده معرفیشده و شکل دوم: حرکت سهبعدی آن







شکل ۷: بخشی از پارامترهای تخمین زده توسط کنترل تطبیقی

مقایسه عملکرد کنتـرلکننـده ارائـهشـده در مقالـه [۲۰] بـا روش ارائهشده در این مقاله، در شـکل ۹ ذکـر شـده اسـت. همـانطـور کـه مشخص است، در این مقاله دقت ردیابی بهبود یافته و پاسخ این مقالـه سریعتر به نقطه مطلوب رسیده است البته باید توجه داشت کـه پاسـخ مقاله [۲۰] میزان فراجهش کمتری در این حالت دارد.

جدول ۱: پارامترهای مدل پرنده





شکل ۸: بخشی از پارامترهای تخمین زده توسط کنترل تطبیقی



شکل ۹: مقایسه پاسخ زمانی سیستم برای ردیابی خروجی x و y بین روش ارائهشده در این مقاله و روش ارائهشده در مقاله [۲۰]

۶- نتیجهگیری

در این مقاله، یک کنترل مد لغزشی انتگرالی ناتکین غیر ترمینال تطبیقی با حداقل سطح لغزش ممکن برای هواپیمای چهارملخه کوچک با تحریک محدود و در حضور اغتشاش و عدم قطعیت طراحی میشود. برای بالا بردن دقت ردیابی متغیر انتگرال خطا به مجموعه خطاهای سیستم اضافه شده است. همچنین روابط قانون کنترل با

- [8] V. Mistler, A. Benallegue, and N.K. M'Sirdi, "Exact linearization and non-interacting control of a 4 rotors helicopter via dynamic feedback," 10th IEEE International Workshop on Robot–Human Interactive Communication Paris, 2001.
- [9] E. Altug, J.P. Ostrowski, and R. Mahony, "Control of a quadrotor helicopter using visual feedback," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2002.
- [10] B. Bijnens, Q.P. Chu, J.M. Voorsluijs, and J.A. Mulder, "Adaptive feedback linearization flight control for a helicopter UAV," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 15–18, 2005.
- [11] S. Bouabdallah, and R. Siegwart, "Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor," *Proceedings of IEEE International Conference* on Robotics and Automation, pp. 2247–2252, 2005.
- [12] H. Bouadi, M. Bouchoucha, and M. Tadjine, "Modelling and stabilizing control laws design based on sliding mode for an UAV type-quadrotor," *Engineering Letters*, vol. 15, no. 2, 2007.
- [13] D. Lee, H.J. Ki, and S. Sastry, "Feedback linearization vs. adaptive sliding mode control for a quadrotor unmanned aerial vehicle," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 7, no. 3, pp. 419-428, 2009.
- [14] L. Besnarda, Y.B. Shtessel, and B. Landrum, "Quadrotor vehicle control via sliding mode controller driven by sliding mode disturbance observer," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349, pp. 658-684, 2012.
- [15] E.H. Zheng, L.L. Xiong, and L.L. Luo, "Second order sliding mode control for a quadrotor," *ISA Transactions*, 2014.
- [16] L. Luque-Vega, B. Castillo-Toledo, and A.G. Loukianov, "Robust block second order sliding mode control for a quadrotor," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349, no. 2, pp. 719–39, 2012.
- [17] A. Benallegue, A. Mokhtari, and L. Fridman, "High-order sliding-mode observer for a quadrotor UAV," *International Journal of Robust Nonlinear Control*, vol. 18, pp. 427–440, 2008.
- [18] L. Derafa, A. Benallegue, and L. Fridman, "Super twisting control algorithm for the attitude tracking of a four rotors UAV," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349, no. 2, pp. 685–99, 2012.
- [19] R. Xu, and Ü. Özgüner, "Sliding mode control of a class of underactuated systems," *Automatica*, vol. 44, pp. 233–41, 2010.
- [20] J.J. Xiong, and E.H. Zheng, "Position and attitude tracking control for a quadrotor UAV," *ISA Transactions*, vol. 53, no. 3, pp. 725-731, 2014.
- [21] S.S. Chong, X. Yu, and M. Zhihong, "A robust adaptive sliding mode controller for robotic manipulators," *IEEE Workshop on Variable Structure Systems*, pp. 31-35, 1996.
- [22] S.P. Bhat, and D.S. Bernstein, "Finite-time stability of continuous autonomous systems," *SIAM Journal of Control and Optimization*, vol. 38, pp. 751–766, 1996.
- [23] S.P. Bhat, and D.S. Bernstein, "Geometric homogeneity with applications to finite-time stability, Mathematics of Control," *Signals and Systems*, vol. 17, no. 2, pp. 101 – 127, 2005.
- [24] F. Plestan, Y. Shtessel, V. Bregeault, and A. poznyak, "New methodologies for adaptive sliding mode control", *International Journal of Control*, vol. 9, no. 83, pp. 1907-1919, 2010.

توجه به حضور اغتشاش روی تمام خروجیهای سیستم فاقد تحریک کامل در مقایسه با روشهای مشابه کنترل مد لغزشی ناتکین غیر ترمینال بهبود یافته است. برای بهبود عملکرد کنترل کننده یک کران بالا برای عدم قطعیت در نظر گرفته شده و ضرایب آن به کمک کنترل تطبیقی تخمین زده شده است. در نهایت به کمک شبیهسازی و مقایسه، اعتبار کنترل کننده طراحی شده مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که با وجود حضور اغتشاش و عدم قطعیت روی عناصر تانسور لختی و اینرسی روتور، ردیابی به خوبی صورت گرفته و پرنده به نقطه مطلوب رسیده است.

پيوست

معادله (۲۶) را در نظر بگیرید، رابطه (۲۷) بهراحتی توسط رابط ههای زیر بهدست میآید:

$$\begin{cases} \left| \dot{\theta} \dot{\psi} \right| \leq \frac{1}{2} \left(\dot{\theta}^{2} + \dot{\psi}^{2} \right) \\ \left| \dot{\phi} \dot{\psi} \right| \leq \frac{1}{2} \left(\dot{\theta}^{2} + \dot{\psi}^{2} \right) \\ \left| \dot{\theta} \dot{\phi} \right| \leq \frac{1}{2} \left(\dot{\theta}^{2} + \dot{\phi}^{2} \right) \\ \dot{\theta} \dot{\psi} + \dot{\phi} \dot{\psi} + \dot{\theta} \dot{\phi} \leq \left| \dot{\theta} \dot{\psi} + \dot{\phi} \dot{\psi} + \dot{\theta} \dot{\phi} \right| \leq \left| \dot{\theta} \dot{\psi} \right| + \left| \dot{\phi} \dot{\psi} \right| + \left| \dot{\theta} \dot{\phi} \right| \end{cases}$$
(FF)

در نتیجه از جمع سه رابطه اول معادله بالا بهدست می آید:

$$\begin{vmatrix} \dot{\theta}\dot{\psi} + \dot{\phi}\dot{\psi} + \dot{\theta}\dot{\phi} \\ \leq Z \\ Z = \frac{1}{2}(\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + \frac{1}{2}(\dot{\phi}^2 + \dot{\psi}^2) + \frac{1}{2}(\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) \\ \dot{E}^2 = Z \qquad (4\Delta)$$

مراجع

- G.V. Raffo, M.G. Ortega, and F.R. Rubio, "An integral predictive/nonlinear H infinity control structure for a quadrotor helicopter," *Automatica*, vol. 46, pp. 29-39, 2010.
- [2] L. Garcia-Delgado, A. Dzul, V. Santibáñez, and M. Llama, "Quadrotors formation based on potential functions with obstacle avoidance," *IET Control Theory and Application*, vol. 6, no.12, pp. 787-802, 2012.
- [3] G.M. Hoffmann, H. Huang, S.L. Waslander, and C.J. Tomlin, "Quadrotor helicopter flight dynamics and control: theory and experiment," *AIAA Guidance, Navigation and Control Conf. Exhibit*, 1–20, South Carolina, USA, 2007.
- [4] I. Fantoni, and R. Lozano, Non-linear Control for Underactuated Mechanical Systems, Springer-Verlag, London, 2002.
- [5] A. Das, K. Subbarao, and F. Lewis, "Dynamic inversion with zero-dynamics stabilization for quadrotor control," *IET Control Theory and Applications*, 2008.
- [6] L.D. Cowling, O.A. Yakimenko, J.F. Whidborne, and A.K. Cooke, "A prototype of an autonomous controller for a quadrotor UAV," *Proceedings of ECC07*, 2007.
- [7] P. Castillo, R. Lozano and A. E. Dzul, "Modelling and Control of Mini-Flying Machines", Springer-Verlag, London, 2005.

International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 23, pp. 1966-1717, 2013.

- [28] Zh. Hongmei, and Zh. Guoshan, "Adaptive backstepping sliding mode control for nonlinear systems with input saturation," *Transaction of Tianjin University*, vol. 18, pp. 046-051, 2012.
- [29] S. Yu, X. Yu, B. Shirinzadeh, and Z. Man, "Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode," *Automatica*, vol. 41, pp. 1957–1964, 2005.
- [25] S.P. Bhat, and D.S. Bernstein, "Finite-time stability of continuous autonomous systems," *SIAM Journal of Control and Optimization*, vol. 38, pp. 751–766, 2003.
- [26] G. Carrillo, R.L. Dzul López, A.E. Lozano, and R.C. Pégard, 213, *Quad Rotorcraft Control*, Springer publishing, 2013.
- [27] Y. Xia, K. Lu, Z. Zhu, and M. Fu, "Adaptive backstepping sliding mode attitude control of missile systems,"

زيرنويسها

- ⁹ Pitch
- ¹⁰ Euler
- 11 Yaw
- 12 Hover
- ¹³ Lift coefficient
- ¹⁴ Body inertia
- ¹⁵ Propeller/rotor inertia
- ¹⁶ Chattering

- ¹ Unmanned Aerial Vehicle
- ² Vertical Take Off and Landing
- ³ Under actuated
- ⁴ Back-stepping
- ⁵ Sliding mode control
 - Super twisting
- 7 High order sliding mode
- ⁸ Roll