

کنترل تطبیقی سیستم کنترل از راه دور با وجود نامعینی‌های دینامیکی و نامعینی در شتاب گرانشی

مسعود سیدسکھا^۱، دانشجوی کارشناسی ارشد، حامد خراطی^۲، استادیار، فرزاد هاشم‌زاده^۳، استادیار

۱-۲ و ۳- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر- دانشگاه تبریز- تبریز- ایران

Email: m.seyedsakha92@ms.tabrizu.ac.ir^۱ · kharrati@tabrizu.ac.ir^۲, hashemzadeh@tabrizu.ac.ir^۳

چکیده: در این مقاله به معرفی یک روش جدید در سیستم‌های کنترل از راه دور^۱ غیرخطی با وجود نامعینی‌های دینامیکی در هر دو طرف پایه^۲ و پیرو^۳ و همچنین نامعینی در شتاب گرانشی در طرف پیرو خواهیم پرداخت. چنین سیستمی می‌تواند در سیستم‌های فضایی که ربات پیرو در ارتفاع نامعینی در حال کار است و مقدار شتاب گرانشی در دسترس نیست یا به علت تفاوت در عرض جغرافیایی ربات‌های پایه و پیرو و به تبع آن تفاوت در شتاب گرانشی آن‌ها کاربرد داشته باشد. کنترل تطبیقی به کار گرفته شده از روش عکس گرادیان خطا جهت قانون به‌روزرسانی استفاده می‌کند. در این روش نیازی به دانستن کران نامعینی‌ها نیست. البته چنین سیستمی به تخمین دقیق پارامترهای دینامیکی ربات‌های پایه و پیرو و شتاب گرانشی نامعلوم منجر نخواهد شد ولی باعث کارکرد صحیح سیستم خواهد بود. به منظور نشان دادن کارکرد روش پیشنهادی، روش مربوطه بر روی ربات‌های دو درجه آزادی با تأخیر ثابت در کانال انتقال اطلاعات مورد بررسی قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: کنترل تطبیقی، سیستم کنترل از راه دور، شتاب گرانشی، سنکرون‌سازی، تأخیر زمانی، نامعینی

Adaptive Control of Teleoperation System with Uncertainty in Dynamic Parameters and Gravitational Acceleration

M. Seyed Sakha¹, Master student, H. Kharrati², Assistant professor, F. Hashemzadeh³, Assistant professor

1, 2 & 3- Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

Email: m.seyedsakha92@ms.tabrizu.ac.ir¹, kharrati@tabrizu.ac.ir² and hashemzadeh@tabrizu.ac.ir³

Abstract: In this paper, a new method for nonlinear teleoperation system with uncertainty in dynamical parameters and gravitational acceleration is introduced. This system can be used in space teleoperation where the slave robot works on uncertain height with unknown gravitational acceleration. Also the proposed method can be used when the master and slave robot work on different latitude. In the adaptive controller which is used in this paper, the gradient descent method is used to update parameters. In the proposed method, the bound of unknown parameters is not used in the controller. The proposed method cannot estimate the parameters of the master and slave robots and the unknown gravitational acceleration but can cause a proper functioning of the system. To verify the efficiency of the proposed method, it is applied on 2-DOF planar robots with constant delays in the transmission channel.

Keywords: Adaptive control, teleoperation system, gravitational acceleration, synchronization, time delay, uncertainty

تاریخ ارسال مقاله: ۹۴/۳/۱۷

تاریخ اصلاح مقاله: ۹۴/۵/۱۸ و ۹۴/۶/۱۶ و ۹۴/۷/۱۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۴/۹/۱۷

نام نویسنده مسئول: فرزاد هاشم‌زاده

نشانی نویسنده مسئول: تبریز - بلوار ۲۹ بهمن - دانشگاه تبریز - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

۱- مقدمه

قدمت استفاده از سیستم‌های کنترل از راه دور، به سال ۱۹۴۵ برمی‌گردد. نمونه‌های اولیه این نوع ربات‌ها مکانیکی بوده و به منظور جابه‌جایی مواد رادیو اکتیو از پشت یک دیوار محافظت‌شده مورد استفاده قرار می‌گرفتند [۱]. امروزه کاربردهای فراوانی از سیستم‌های کنترل از راه دور وجود دارد که از آن جمله می‌توان به جراحی از راه دور، ربات‌های زیردریایی، ربات‌های فضایی، ربات‌های انسان‌نمای قابل کنترل از راه دور و غیره اشاره کرد.

تأخیر زمانی در کانال انتقال اطلاعات سیستم‌های کنترل از راه دور، عامل اصلی ناپایداری و مسئله اصلی در طراحی کنترل‌کننده جهت پایداری و افزایش میزان شفافیت در سیستم‌های کنترل از راه دور است. مسئله تأخیر زمانی در سیستم‌های کنترل از راه دور، اولین بار در سال ۱۹۶۸ در [۲] مورد بررسی قرار گرفت.

با فرض خطی بودن مدل‌های ربات‌های پایه و پیرو، می‌توان از تبدیل لاپلاس جهت بیان ارتباط بین نیروی واردشده به ربات و سرعت ربات، که این ارتباط در فضای لاپلاس به صورت خطی بیان می‌شود، استفاده کرد. با این پیش‌فرض خطی بودن، سیستم کنترل از راه دور شامل ربات پایه، ربات پیرو، کنترل‌کننده‌های آن‌ها و کانال انتقال اطلاعات، از اواخر دهه ۸۰ میلادی به صورت شبکه دوقطبی مدل شده است [۳]. این شبکه بین کاربر و محیط کاری قرار می‌گیرد و مزیت عمده این نوع مدل‌سازی در تحلیل پایداری توسط قضیه غیرفعال بودن [۴] است.

در مراجع [۵] و [۶] برای اولین بار از روش متغیرهای موج برای حل مسئله کنترل از راه دور با تأخیر موجود در کانال انتقال اطلاعات استفاده شده است. در واقع در این مراجع مسئله کنترل از راه دور را تا حد مسئله خطوط انتقال تقلیل داده و راه‌حلی برای غیرفعال کردن آن ارائه داده‌اند.

در مرجع [۷] یک کنترل‌کننده P+D برای سیستم کنترل از راه دور پیشنهاد شده و رابطه‌ای برای حداکثر تأخیر مجاز در سیستم ارائه شده است.

در مرجع [۸] پایداری سیستم کنترل از راه دور غیرخطی را بدون استفاده از متغیرهای موج و با استفاده از روش غیرفعال بودن و انتخاب مناسب ورودی و خروجی بررسی کرده است. سپس با فرض عدم اطلاع از مقادیر دقیق پارامترهای ربات‌های پایه و پیرو، با استفاده از مقادیر تخمینی آن‌ها و با تعریف کنترل‌کننده تطبیقی، به بررسی سنکرون‌سازی رفتار ربات‌های پایه و پیرو می‌پردازند. سنکرون‌سازی به مفهوم پایداری مجانبی خطای موجود بین سیگنال‌های تأخیر یافته ربات‌های پایه و پیرو و برعکس اطلاق می‌شود.

در مرجع [۹] یک کنترل‌کننده تطبیقی معرفی شده است که قادر به سنکرون‌سازی حالت و سرعت در حضور نامعینی‌های دینامیکی و کینماتیکی بدون حضور تأخیر در کانال انتقال اطلاعات است. در مرجع [۱۰] به طراحی کنترل فیدبک نیرو برای سیستم کنترل از راه دور غیرایده‌آل پرداخته است. در مرجع [۱۱] به ارائه یک روش تطبیقی جدید پرداخته و ایراد همگرایی متغیرهای حالت به صفر در مرجع [۸] را برطرف کرده است.

با توجه به تعریف ماتریس رگرسیون در مرجع [۱۱] کنترل‌کننده تطبیقی یادشده قادر به سنکرون‌سازی حالت در صورت نامعین بودن شتاب گرانشی در طرف پیرو نخواهد بود. در این مقاله با تعریف جدید ماتریس رگرسیون و بردار تخمین پارامترها کنترل‌کننده تطبیقی مذکور قادر به سنکرون‌سازی سرعت و حالت در حضور نامعینی‌های دینامیکی و همچنین نامعینی شتاب گرانشی در طرف پیرو نیز خواهد بود.

۲- مدل غیرخطی سیستم کنترل از راه دور

مدل غیرخطی ربات‌های پایه و پیرو با مفاصل دورانی مطابق مرجع [۱۲] که توسط روابط لاگرانژ به دست می‌آیند. به صورت زیر می‌باشند.

$$\begin{cases} \mathbf{M}_m(\mathbf{q}_m)\ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{q}_m, \dot{\mathbf{q}}_m)\dot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{G}_m(\mathbf{q}_m) = \boldsymbol{\tau}_h - \boldsymbol{\tau}_m \\ \mathbf{M}_s(\mathbf{q}_s)\ddot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{q}_s, \dot{\mathbf{q}}_s)\dot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{G}_s(\mathbf{q}_s) = \boldsymbol{\tau}_s - \boldsymbol{\tau}_e \end{cases} \quad (1)$$

در رابطه بالا، \mathbf{q}_m و \mathbf{q}_s بیانگر مختصات تعمیم یافته ربات‌های پایه و پیرو می‌باشند و $\boldsymbol{\tau}_m$ و $\boldsymbol{\tau}_s$ بیانگر گشتاورهای تعمیم یافته اعمال شده بر روی ربات‌های پایه و پیرو بوده و $\boldsymbol{\tau}_h$ و $\boldsymbol{\tau}_e$ بیانگر گشتاورهای اعمالی از طرف کاربر و محیط بر روی ربات‌های پایه و پیرو می‌باشند. ماتریس $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ماتریس اینرسی و ماتریس $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ترکیبی از مؤلفه‌های سانتیریفوژ و کوریولیس بوده و $\mathbf{G}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^n$ ماتریس جاذبه است.

مدل دینامیکی داده شده در معادله (۱) دارای خواص مهم زیر است.

(۱) ماتریس \mathbf{M} یک ماتریس متقارن و مثبت معین بوده و دارای باند-های بالا و پایین به فرم زیر است.

$$0 < \lambda_m \{\mathbf{M}\} \mathbf{I} \leq \mathbf{M}(\mathbf{q}) \leq \lambda_M \{\mathbf{M}\} \mathbf{I} < \infty$$

که در آن λ_m و λ_M به ترتیب بیانگر کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین مقدار ویژه ماتریس \mathbf{M} بوده و $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ماتریس واحد است.

(ب) ماتریس $\mathbf{M} - 2\mathbf{C}$ پادمتقارن است.

(ج) همواره داریم:

$$\forall \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n, \exists k_c \in \mathbb{R} > 0 \Rightarrow \|\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}\| \leq k_c \|\dot{\mathbf{q}}\|^2$$

(د) معادله دینامیکی ربات قابل خطی‌سازی به فرم زیر است.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\boldsymbol{\theta}$$

$$\bar{\tau}_i = K_i r_i - B e_i \quad (5)$$

که در آن K_i ماتریس ثابت، مثبت معین و متقارن و B نیز ماتریس ثابت، مثبت معین و قطری است. و r_i سیگنال‌های سنکرون‌ساز بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$r_i = \dot{q}_i - \lambda e_i \quad (6)$$

حال روابط خطی سازی به فرم زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} Y_m \hat{\theta}_m = -\hat{M}_m(q_m) \lambda \dot{e}_m - \hat{C}_m(q_m, \dot{q}_m) \lambda e_m - g_m \hat{G}_{0m}(q_m) \\ Y_s \hat{\theta}_s = -\hat{M}_s(q_s) \lambda \dot{e}_s - \hat{C}_s(q_s, \dot{q}_s) \lambda e_s - \hat{g}_s \hat{G}_{0s}(q_s) \end{cases} \quad (7)$$

که در آن تخمینی از بردار θ_i است. با جایگذاری رابطه (۷) در رابطه (۴) داریم:

$$\begin{cases} \tau_m = Y_m(q_m, \dot{q}_m, e_m, \dot{e}_m, g_m) \hat{\theta}_m + \bar{\tau}_m \\ \tau_s = -Y_s(q_s, \dot{q}_s, e_s, \dot{e}_s) \hat{\theta}_s - \bar{\tau}_s \end{cases} \quad (8)$$

با استفاده از رابطه (۶) و مشتق‌گیری از آن داریم:

$$\begin{cases} \dot{q}_i = r_i + \lambda e_i \\ \dot{q}_i = \dot{r}_i + \lambda \dot{e}_i \end{cases} \quad (9)$$

با جایگذاری رابطه (۹) در رابطه (۱) و خطی سازی دینامیک مربوطه و استفاده از رابطه (۷) رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} M_m(q_m) \dot{r}_m + C_m(q_m, \dot{q}_m) r_m = Y_m \hat{\theta}_m - \bar{\tau}_m + \tau_m \\ M_s(q_s) \dot{r}_s + C_s(q_s, \dot{q}_s) r_s = Y_s \hat{\theta}_s - \bar{\tau}_s + \tau_s \end{cases} \quad (10)$$

که در آن $\hat{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i$ خطای تخمین است.

در ادامه اثبات می‌شود که با در نظر گرفتن دینامیک خطای تخمین به روش عکس‌گردان به فرم رابطه (۱۱) سنکرون‌سازی حالت ربات‌های پایه و پیرو تضمین می‌شود.

$$\dot{\hat{\theta}}_i = -\Gamma_i Y_i^T r_i \quad (11)$$

که در آن Γ_i ماتریس ثابت و مثبت معین است. با توجه به اینکه تغییرات پارامترهای ربات‌های پایه و پیرو ناچیز است. پس می‌توان $\hat{\theta}_i = 0$ فرض کرد. پس قانون به‌روزرسانی پارامترهای ربات به صورت $\dot{\hat{\theta}}_i = -\hat{\theta}_i$ بوده و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \Gamma_i Y_i^T r_i \quad (12)$$

۴- اثبات پایداری و سنکرون‌سازی سیستم کنترل از راه دور

سیستم کنترل از راه دور داده‌شده در معادله (۱) را در حالت حرکت آزاد ($\tau_e = 0$) در نظر بگیرید. با در نظر گرفتن سیگنال‌های کنترلی داده‌شده در معادله (۴) و قانون به‌روزرسانی داده‌شده در معادله (۱۱) و برای هر تأخیر زمانی ثابت می‌توان نشان داد که تمامی سیگنال‌های سیستم محدود بوده و همچنین سرعت و خطای مکان ربات‌ها به صورت مجانبی به صفر میل می‌کند. ($t \rightarrow \infty \Rightarrow e_i \rightarrow 0, \dot{q}_i \rightarrow 0$) .

برای این منظور تابع کاندیدای لیاپانوف-کراسوفسکی^۹ مشابه [۹] به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i \in \{m,s\}} [r_i^T M_i r_i + \hat{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \hat{\theta}_i + e_i^T \lambda B e_i + \int_{-T}^t \dot{q}_i^T B \dot{q}_i d\sigma] \quad (13)$$

حال با مشتق‌گیری از رابطه (۱۳) نسبت به زمان داریم:

که در آن $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ماتریس رگرسور بوده و $\theta \in \mathbb{R}^p$ شامل پارامترهای نامعین ربات است.

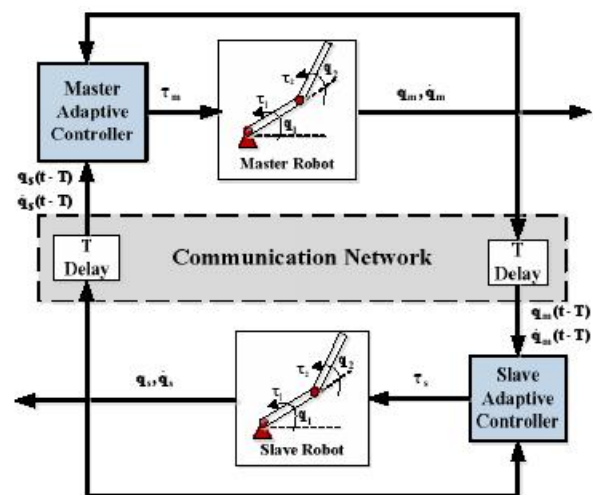
۳- کنترل‌کننده تطبیقی پیشنهادی در حالت حرکت آزاد^۹
($\tau_e = 0$)

شماطیک سیستم کنترل از راه دور در شکل ۱ نشان داده شده است.

ابتدا بردارهای خطای موقعیت $e \in \mathbb{R}^n$ مطابق مرجع [۷] را به صورت زیر در نظر می‌گیریم.

$$\begin{cases} e_m = q_s(t-T) - q_m \\ e_s = q_m(t-T) - q_s \end{cases} \quad (2)$$

که در آن T تأخیر زمانی کانال انتقال اطلاعات است.



شکل ۱: سیستم کنترل از راه دور با تأخیر ثابت بازمان

همچنین ماتریس‌های جاذبه در طرف ربات‌های پایه و پیرو را به فرم زیر در نظر می‌گیریم (اثبات در پیوست):

$$\begin{cases} G_m(q_m) = g_m G_{0m}(q_m) \\ G_s(q_s) = g_s G_{0s}(q_s) \end{cases} \quad (3)$$

که در آن g_m و g_s به ترتیب شتاب گرانشی در طرف ربات‌های پایه و پیرو می‌باشند. به منظور تطبیقی بودن کنترل‌کننده مربوطه، سیگنال‌های کنترلی ربات‌های پایه و پیرو را به صورت زیر در نظر می‌گیریم.

$$\begin{cases} \tau_m = -(\hat{M}_m(q_m) \lambda \dot{e}_m + \hat{C}_m(q_m, \dot{q}_m) \lambda e_m + g_m \hat{G}_{0m}(q_m) - \bar{\tau}_m) \\ \tau_s = \hat{M}_s(q_s) \lambda \dot{e}_s + \hat{C}_s(q_s, \dot{q}_s) \lambda e_s + \hat{g}_s \hat{G}_{0s}(q_s) - \bar{\tau}_s \end{cases} \quad (4)$$

که در آن \hat{M}_i ، \hat{C}_i و \hat{G}_{0i} تخمینی از M_i ، C_i و G_{0i} بوده و \hat{g}_i تخمینی از شتاب گرانشی در طرف ربات پیرو است. λ هم یک ماتریس ثابت، قطری و مثبت معین است. $\bar{\tau}_i$ ها نیز گشتاورهای کنترلی جدید بوده و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

با توجه به آن که در رابطه خطی بالا $\mathbf{r} \in \mathbf{L}_2$ است. می توان از رابطه (۲۰) تبدیل لاپلاس گرفت.

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_1(s) = [s\mathbf{I}_n + \lambda(1 - e^{-Ts})]^{-1}(\mathbf{d}_1 \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{r} \\ \mathbf{Z}_2(s) = [s\mathbf{I}_n - \lambda(1 + e^{-Ts})]^{-1}(\mathbf{d}_2 \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{r} \end{cases} \quad (21)$$

برای سیستم \mathbf{z}_1 و با استفاده از قضیه مقدار نهایی و بعد استفاده از قاعده هوییتال به فرم زیر داریم:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{z}}_1(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 \mathbf{Z}_1(s) \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} s^2 \mathbf{Z}(s) &= \lim_{s \rightarrow 0} s^2 [s\mathbf{I}_n + \lambda(1 - e^{-Ts})]^{-1}(\mathbf{d}_1 \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{r}(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s [s\mathbf{I}_n + \lambda(1 - e^{-Ts})]^{-1} \lim_{s \rightarrow 0} (\mathbf{d}_1 \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{r}(s) \end{aligned} \quad (23)$$

حد دوم رابطه (۲۳) صفر بوده و حد اول آن نیز بعد از استفاده از قاعده هوییتال به صورت $(\mathbf{I}_n + \lambda T)^{-1}$ به دست می آید که محدود نیز است. پس می توان گفت $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{z}}_1(t) = 0$ برای $\dot{\mathbf{z}}_2(t)$ نیز مشابه $\dot{\mathbf{z}}_1(t)$ اثبات می شود که $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{z}}_2(t) = 0$ به عبارتی $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{z}}(t) = 0$ که با توجه به این که $\mathbf{z} = \mathbf{T}\mathbf{q}$ داریم $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{q}}(t) = 0$ حال با توجه به رابطه (۶)، $|\mathbf{e}_i(t)| \rightarrow 0$ و سنکرون سازی حالت نیز اثبات می شود.

۵- شبیه سازی

برای شبیه سازی از دو ربات دولینکه با مفصل های دورانی در طرف های پایه و پیرو که در رابطه (۱) مدل شده است استفاده کرده ایم. ربات پایه دارای نامعینی های دینامیکی و ربات پیرو علاوه بر نامعینی دینامیکی دارای نامعینی در ضریب شتاب گرانش نیز است. ماتریس های \mathbf{M}_i و \mathbf{C}_i و \mathbf{G}_0 ربات ها به فرم زیر می باشند ($i = m, s$):

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i &= \begin{bmatrix} m_2 l_1^2 + M l_1^2 + 2m_2 l_1 l_2 c_2 & m_2 l_1^2 + m_2 l_1 l_2 c_1 \\ m_2 l_1^2 + m_2 l_1 l_2 c_2 & m_2 l_2^2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_i &= \begin{bmatrix} -2m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{q}_2 & -m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{q}_1 \\ m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{G}_0 &= \begin{bmatrix} m_2 l_2 c_{12} + M l_1 c_1 \\ m_2 l_2 c_{12} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (24)$$

که در آن m_i و l_i به ترتیب جرم و طول لینک k ام ربات جمع جرم لینک های ربات بوده و $k \in \{1, 2\}$ و c_1, c_2, c_{12} به ترتیب علامت های اختصاری $\cos(q_1)$ ، $\cos(q_2)$ ، $\cos(q_1 + q_2)$ و $\sin(q_2)$ است.

حال ماتریس های رگرسور \mathbf{Y}_i به فرم رابطه (۲۵) و بردارهای تخمین پارامترهای ربات θ_i را به فرم رابطه (۲۶) در نظر می گیریم.

$$\mathbf{Y}_i = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{14} & y_{15} \\ y_{21} & y_{22} & 0 & y_{24} & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

که در آن داریم:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}} &= \frac{1}{2} \sum_{i \in \{m, s\}} \left[2\mathbf{r}_i^T \mathbf{M}_i \dot{\mathbf{r}}_i + \mathbf{r}_i^T \dot{\mathbf{M}}_i \mathbf{r}_i + 2\dot{\mathbf{q}}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\mathbf{q}}_i + 2\mathbf{e}_i^T \lambda \mathbf{B} \mathbf{e}_i \right. \\ &\quad \left. + \dot{\mathbf{q}}_i^T(t) \mathbf{B} \mathbf{q}_i(t) - \dot{\mathbf{q}}_i(t-T) \mathbf{B} \mathbf{q}_i(t-T) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

با جایگذاری $\mathbf{M}_i \dot{\mathbf{r}}_i$ و $\dot{\mathbf{q}}_i$ از روابط (۱۰) و (۱۱) و سپس جایگذاری \mathbf{r}_i و $\bar{\mathbf{r}}_i$ از رابطه (۵) و (۶) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}} &= \sum_{i \in \{m, s\}} \left[-\mathbf{r}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{r}_i + \dot{\mathbf{q}}_i^T \mathbf{B} \mathbf{e}_i + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{B} \dot{\mathbf{e}}_i \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}_i^T(t-T) \mathbf{B} \dot{\mathbf{e}}_i(t-T) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

با استفاده از رابطه (۲) و مقداری ساده سازی داریم:

$$\dot{\mathbf{V}} = - \sum_{i \in \{m, s\}} \left[\mathbf{r}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{r}_i + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{B} \dot{\mathbf{e}}_i \right] \quad (16)$$

با توجه به رابطه (۱۳) و این که $\dot{\mathbf{V}} \leq 0$ می توان نتیجه گرفت $\mathbf{r}_i, \dot{\mathbf{q}}_i, \mathbf{e}_i \in \mathcal{L}_\infty$ از طرفی با انتگرال گیری از رابطه (۱۶) و میل $t \rightarrow \infty$ می توان گفت $\mathbf{r}_i, \dot{\mathbf{e}}_i \in \mathcal{L}_2$ حال با استفاده از رابطه های (۲)، (۵)، (۶) و فرض های \mathbf{A} و \mathbf{B} و رابطه (۱۰) داریم $\mathbf{Y}_i \in \mathcal{L}_\infty, \bar{\mathbf{r}}_i, \dot{\mathbf{r}}_i, \mathbf{Y}_i \in \mathcal{L}_\infty$ با مشتق گیری از رابطه (۶) می توان به این نتیجه رسید که $\ddot{\mathbf{q}}_i \in \mathcal{L}_\infty$ در نهایت با دو بار مشتق گیری از رابطه (۲) داریم $\ddot{\mathbf{e}}_i \in \mathcal{L}_\infty$ حال با استفاده از لم باربالات^۶ و با توجه به این که $\mathbf{r}_i, \dot{\mathbf{e}}_i \in \mathcal{L}_2$ و $\mathbf{r}_i, \dot{\mathbf{e}}_i \in \mathcal{L}_\infty$ می توان گفت $|\mathbf{r}_i|, |\dot{\mathbf{e}}_i| \rightarrow 0$ و سنکرون سازی سرعت ربات های پایه و پیرو اثبات می شود. با توجه به رابطه (۶) برای اثبات سنکرون سازی حالت ($|\mathbf{e}_i| \rightarrow 0$) کافی است اثبات کنیم $|\dot{\mathbf{q}}_i| \rightarrow 0$ برای این کار با استفاده از روابط (۲) و (۶) داریم:

$$\dot{\mathbf{q}} = -(\mathbf{I}_2 \otimes \lambda)\mathbf{q} + (\mathbf{H}_2 \otimes \lambda)\mathbf{q}(t-T) + \mathbf{r} \quad (17)$$

که در آن \mathbf{I}_2 ماتریس واحد به ابعاد ۲ و $\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $\mathbf{r} = [\mathbf{r}_m^T, \mathbf{r}_s^T]^T$ و $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{\mathbf{q}}_m^T, \dot{\mathbf{q}}_s^T]^T$ حال با استفاده از تغییر متغیر $\mathbf{z} = \mathbf{T}\mathbf{q}$ به معادله زیر می رسیم:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{T}(\mathbf{H}_2 \otimes \lambda)\mathbf{T}^{-1}\mathbf{z}(t-T) - \mathbf{T}(\mathbf{I}_2 \otimes \lambda)\mathbf{T}^{-1}\mathbf{z} + \mathbf{T}\mathbf{r} \quad (18)$$

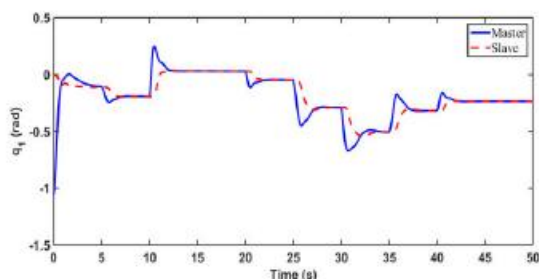
با انتخاب ماتریس واحد به ابعاد n در آن $\mathbf{T} = \mathbf{D} \otimes \mathbf{I}_n$ (n درجه آزادی ربات است) و فرض $\mathbf{D} = \mathbf{D}^{-1}$ و استفاده از قوانین ضرب کروناکر رابطه زیر به دست می آید:

$$\dot{\mathbf{z}} = [(\mathbf{D}\mathbf{H}_2\mathbf{D}^{-1}) \otimes \lambda]\mathbf{z}(t-T) - (\mathbf{I}_2 \otimes \lambda)\mathbf{z} + (\mathbf{D} \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{r} \quad (19)$$

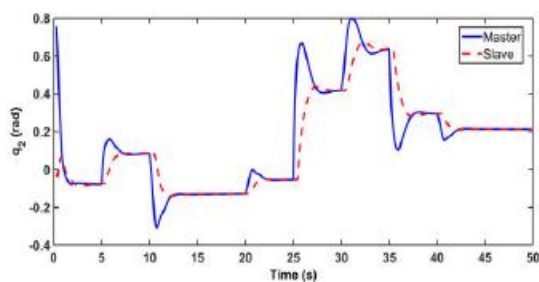
حال با فرض $\mathbf{D} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ می توان سیستم بالا را به دو سیستم دکوپله از درجه n به فرم زیر تبدیل کرد:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}_1 = -\lambda[\mathbf{z}_1(t) - \mathbf{z}_1(t-T)] + (\mathbf{d}_1 \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{r} \\ \dot{\mathbf{z}}_2 = -\lambda[\mathbf{z}_2(t) + \mathbf{z}_2(t-T)] + (\mathbf{d}_2 \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{r} \end{cases} \quad (20)$$

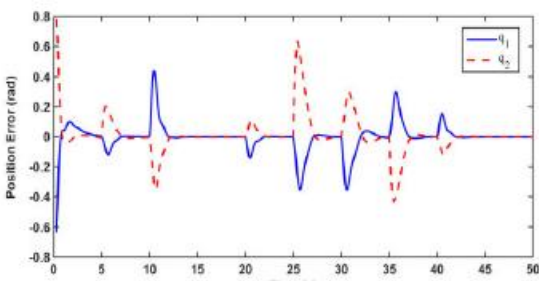
که در آن \mathbf{d}_1 و \mathbf{d}_2 به ترتیب سطر اول و دوم ماتریس \mathbf{D} هستند



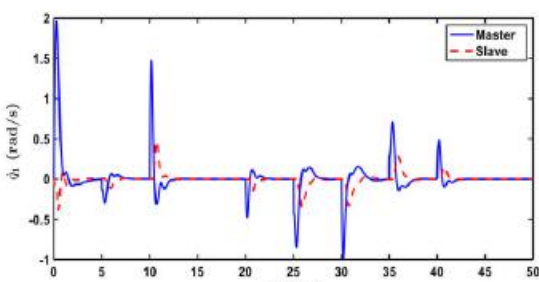
شکل ۳: موقعیت مفصل اول ربات‌های پایه و پیرو



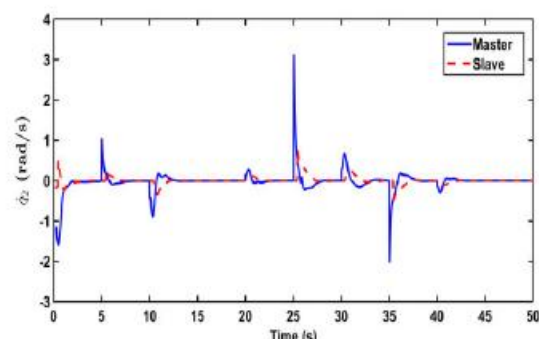
شکل ۴: موقعیت مفصل دوم ربات‌های پایه و پیرو



شکل ۵: خطای ردیابی موقعیت مفاصل ربات‌های پایه و پیرو



شکل ۶: سرعت زاویه‌ای مفصل اول ربات‌های پایه و پیرو



شکل ۷: سرعت زاویه‌ای مفصل دوم ربات‌های پایه و پیرو

$$\begin{aligned}
 y_{11} &= y_{21} = -\lambda_0(\dot{e}_1 + \dot{e}_2) \\
 y_{12} &= -\lambda_0(2c_2\dot{e}_1 + c_2\dot{e}_2 - 2s_2\dot{q}_2e_1 - s_2\dot{q}_2e_2) \\
 y_{13} &= -\lambda_0\dot{e}_1 \\
 y_{22} &= -(c_2\dot{e}_1 + s_2\dot{q}_1e_1) \\
 y_{14} &= y_{24} = -g_m c_{12m}, y_{15} = y_{25} = -c_{12} \\
 y_{15} &= -g_m c_{1m}, y_{15} = -c_{15}
 \end{aligned}$$

9

$$\hat{\theta}_1 = [\hat{m}_2 \hat{l}_2^2 \quad \hat{m}_2 \hat{l}_1 \hat{l}_2 \quad \hat{M} \hat{l}_1^2 \quad \hat{\theta}_4 \quad \hat{\theta}_5]^T \quad (26)$$

که در آن داریم:

$$\hat{\theta}_{4m} = \hat{m}_2 \hat{l}_2^2, \hat{\theta}_{4s} = \hat{g}_2 \hat{m}_2 \hat{l}_2^2$$

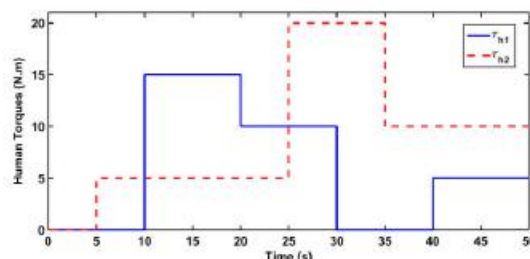
$$\hat{\theta}_{5m} = \hat{M} \hat{l}_1^2, \hat{\theta}_{5s} = \hat{g}_2 \hat{M} \hat{l}_1^2$$

برای شبیه‌سازی از ربات‌هایی با لینک‌هایی به طول $l_{11}=l_{21}=0.28m$ و $m_{1m}=3/94723kg$ و $m_{1s}=3/42222kg$ و $m_{2s}=0/3185kg$ در طرف پایه $g_m=9/8$ و برای طرف پیرو $g_s=9$ فرض شده است. بهره‌های کنترل کننده $B=I$ و $K_i=k_0I$ با $B_0=1$ و $k_0=3$ و $\lambda_0=1$ تخمین $\Gamma_0=I$ با $\Gamma_0=0.25$ و ماتریس $\Gamma_0=I$ برگشت به مقدار $T=0.4s$ در نظر گرفته شده است. شرایط اولیه هم

$$q_1(0) = [0, 0]^T \text{ و } q_m(0) = [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}]^T \text{ و } \dot{q}_1(0) = \dot{q}_m(0) = 0$$

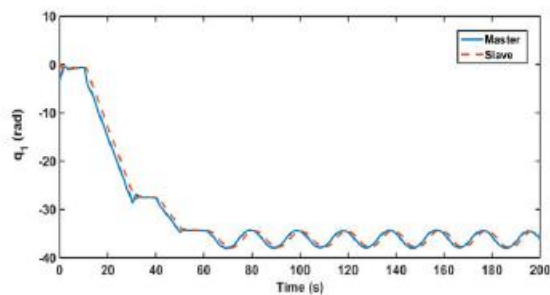
پارامترهای اولیه داده شده به کنترل کننده‌ها $l_{11}=l_{21}=0.4m$ برای $m_{1m}=0.4kg$ و $m_{1s}=4kg$ و $m_{2s}=0.3kg$ و $m_{2s}=3kg$ کنترل کننده طرف پایه و پیرو در نظر گرفته شده است. شتاب گرانشی اولیه داده شده به کنترل کننده‌ها نیز برای هر دو طرف پایه و پیرو $g=9/8$ است.

شکل‌های ۳، ۴ و ۵ به ترتیب همگرایی موقعیت مفصل‌های اول و دوم ربات‌های پایه و پیرو و خطای همگرایی موقعیت و شکل‌های ۶، ۷ و ۸ به ترتیب همگرایی سرعت مفصل‌های اول و دوم ربات‌های پایه و پیرو و خطای همگرایی سرعت را زمانی که کاربر گشتاور مطابق شکل ۲ را به ربات پایه وارد می‌کند نشان می‌دهد. و شکل‌های ۹ و ۱۰ تخمین پارامترهای ربات‌های پایه و پیرو و همگرایی آن‌ها به یک مقدار ثابت را بعد از شناسایی سیستم نشان می‌دهد.

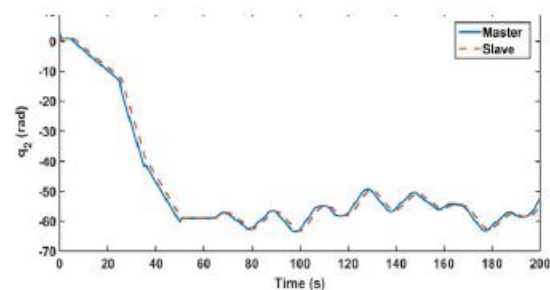


شکل ۲: گشتاور وارد شده از طرف کاربر بر ربات پایه

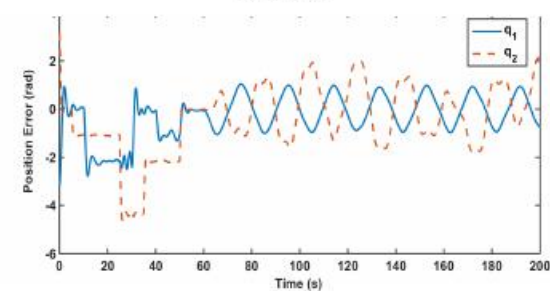
با توجه به شکل‌های ۱۲، ۱۳ و ۱۴ دیده می‌شود که کنترل کننده P+D نیاز به مقادیر دقیق پارامترهای دینامیکی ربات‌های پایه و پیرو و همچنین شتاب گرانشی در دو طرف پایه و پیرو دارد و در غیر این صورت قادر به سنکرون‌سازی حالت نیست. درحالی که کنترل کننده تطبیقی پیشنهادی با استفاده از یک فرض اولیه از پارامترهای دینامیکی ربات‌ها و همچنین شتاب‌های گرانشی مربوطه باعث سنکرون‌سازی حالت ربات‌های پایه و پیرو می‌شود، که شکل‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷ این مسئله را تأیید می‌کند.



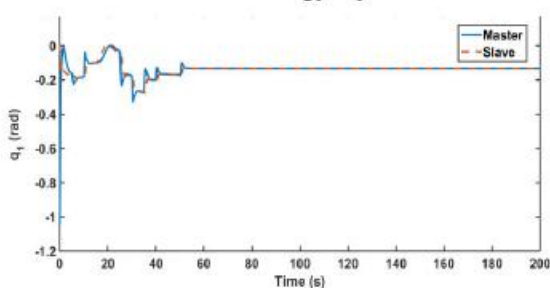
شکل ۱۲: موقعیت مفصل اول ربات‌های پایه و پیرو هنگام استفاده از کنترل کننده P+D



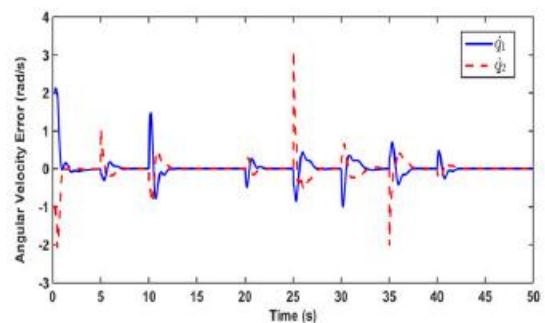
شکل ۱۳: موقعیت مفصل دوم ربات‌های پایه و پیرو هنگام استفاده از کنترل کننده P+D



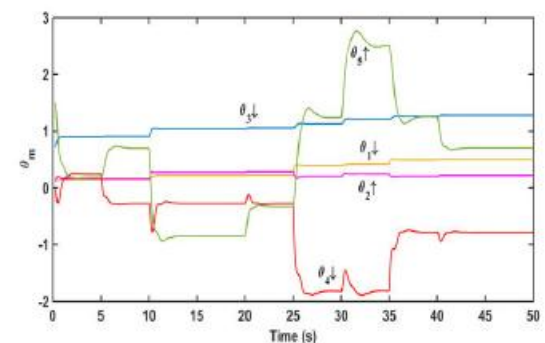
شکل ۱۴: خطای ردیابی موقعیت مفاصل ربات‌های پایه و پیرو هنگام استفاده از کنترل کننده P+D



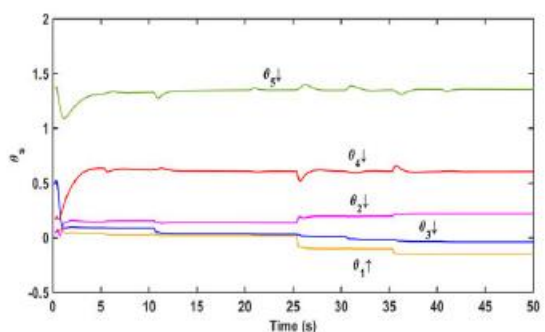
شکل ۱۵: موقعیت مفصل اول ربات‌های پایه و پیرو هنگام استفاده از کنترل کننده تطبیقی پیشنهادی



شکل ۸: خطای ردیابی سرعت زاویه‌ای مفاصل ربات‌های پایه و پیرو

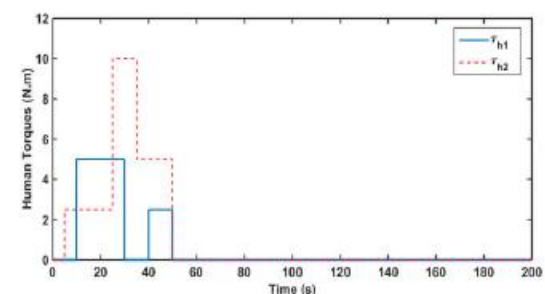


شکل ۹: تخمین پارامترهای ربات پایه



شکل ۱۰: تخمین پارامترهای ربات پیرو

برای نشان دادن مزیت کنترل کننده تطبیقی پیشنهادی در مقایسه با کنترل کننده P+D ارائه شده در مرجع [۷]، شبیه‌سازی در حالتی که کاربر گشتاوری مطابق شکل ۱۱ به ربات پایه وارد می‌کند انجام شده است، که بهره‌های کنترل کننده P+D مربوطه نیز به صورت $K_m=1/3$ و $K_p=1/1$ برای کنترل کننده طرف پیرو در نظر گرفته شده است.



شکل ۱۱: گشتاور وارد شده از طرف کاربر بر ربات پایه

مراجع

[1] P. F. Hokayem and M. W. Spong, "Bilateral Teleoperation: An Historical Survey," *Automatica*, vol. 42, no. 12, pp. 2035-2057, 2006.

[2] R. J. Anderson and M. W. Spong, "Bilateral control of operators with time delay," *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 34, pp. 494-501, 1989.

[3] B. Hannaford, "A Design Framework for Teleoperators with Kinesthetic Feedback," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 5, no. 4, pp. 426-434, 1989.

[4] B. Hannaford and R. J. Anderson, "Experimental and Simulation Studies of Hard Contact in Force Reflecting Teleoperation," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 584-589, 1988.

[5] G. Niemeyer and J. J. Slotine, "Stable Adaptive Teleoperation," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 16, no. 1, pp. 152-162, 1991.

[6] R. J. Anderson and M. W. Spong, "asymptotic stability for force reflecting teleoperators with time delay," *International Journal of Robotics Research*, vol. 11, no. 2, pp. 135-149, 1992.

[7] E. Nuno, R. Ortega, N. Barabanov and L. Basañez, "A globally stable PD controller for bilateral teleoperators," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 24, pp. 753-758, 2008.

[8] N. Chopra, M. W. Spong and R. Lozano, "Synchronization of bilateral teleoperators with time delay," *Automatica*, vol. 44, pp. 2142-2148, 2008.

[9] X. Liu, R. Tao and M. Tavakoli, "Adaptive control of uncertain nonlinear teleoperation systems," *Mechatronics*, vol. 24, no. 1, pp. 66-78, 2014.

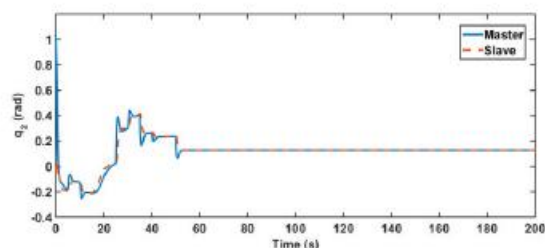
[10] M. J. Beelen, G. J. L. Naus, M. G. J. Molengraaf and M. Steinbuch, "Force feedback control design for nonideal teleoperators," *Control Engineering Practice*, vol. 21, no. 12, pp. 1694-1705, 2013.

[11] E. Nuño, R. Ortega and L. Basañez, "An adaptive controller for nonlinear teleoperators," *Automatica*, vol. 46, pp. 155-159, 2010.

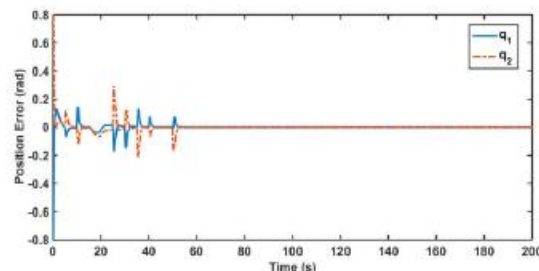
[12] R. Kelly, V. S. Davila and J. A. L. Perez, *Control of robot manipulators in joint space*, Springer Science & Business Media, 2006.

زیرنویس‌ها

- ^۱ Teleoperation System
- ^۲ Master
- ^۳ Slave
- ^{*} Passivity
- ^۴ Free Motion
- ^۵ Lyapunov-Krasovskii
- ^۷ Barbalat Lemma
- ^۸ Kronecker Product



شکل ۱۶: موقعیت مفصل دوم ربات‌های پایه و پیرو هنگام استفاده از کنترل کننده تطبیقی پیشنهادی



شکل ۱۷: خطای ردیابی موقعیت مفاصل ربات‌های پایه و پیرو هنگام استفاده از کنترل کننده تطبیقی پیشنهادی

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله نشان داده شده است که کنترل کننده تطبیقی به کاررفته علاوه بر اینکه نیازی به دانستن مشخصات دقیق فیزیکی ربات‌های پایه و پیرو ندارد، حتی در حالت نامعین بودن شتاب گرانشی در طرف پیرو نیز قادر به سنکرون سازی سرعت و حالت ربات‌های پایه و پیرو است. که شبیه سازی‌های صورت گرفته، کارایی روش تحلیلی پیشنهادی را تأیید می‌کند.

پیوست‌ها

- اثبات رابطه (۳)

$$G(q) = \frac{\partial}{\partial q} U(q, g) = \frac{\partial}{\partial q} g U_0(q) = g \frac{\partial}{\partial q} U_0(q) = g G_0(q) \quad (27)$$

که در آن $U(q, g)$ تابع پتانسیل گرانشی است.

- ضرب کروناکر

بر اساس تعریف، ضرب کروناکر دو ماتریس به صورت زیر است.

$$C_{mp \times nq} = A_{m \times n} \otimes B_{p \times q} = \begin{bmatrix} a_{11}B & \dots & a_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & \dots & a_{mn}B \end{bmatrix}_{mp \times nq} \quad (28)$$

و دارای خواص زیر است.

$$(A \otimes B)^{-1} = A^{-1} \otimes B^{-1} \quad (29)$$

$$(A \otimes B)(C \otimes D) = AC \otimes BD$$

- لم باربالات

بر اساس لم باربالات، سیگنال $x(t) \in L_2$ که $\dot{x}(t) \in L_\infty$ باشد، آنگاه سیگنال $x(t)$ به صورت مجانبی به صفر همگرا می‌شود ($|x(t)| \rightarrow 0$)