

چگالی انرژی الکتریکی و اتلاف در گرافین: روش مدار معادل

افشین مرادی^۱، دانشیار

۱- گروه فیزیک مهندسی - دانشگاه صنعتی کرمانشاه - کرمانشاه - ایران - a.moradi@kut.ac.ir

چکیده: در این مقاله، با استفاده از روش مدار الکتریکی معادل، مطالعه تحلیلی برای چگالی‌های انرژی الکتریکی و اتلاfi در گرافین ارائه شده است. در قدم اول، تحریکات الکترونی بر روی سطح گرافین به صورت یک لایه بی‌نهایت نازک از شاره الکترون π توصیف شده است و الکترون‌های σ به طور کامل نادیده گرفته شده‌اند. سپس عبارت‌های کلی برای چگالی‌های انرژی الکتریکی و اتلاfi، با استفاده از یک معادله حرکت ساده برای یک الکترون از شاره الکترونی π (که در معرض یک میدان الکتریکی وابسته به زمان خارجی قرار گرفته است) در ارتباط با روش مدار الکتریکی معادل، به دست آمده‌اند. در قدم بعد، در محدوده فرکانس‌های بالا، با استفاده از فرمول رسانندگی سیستم که اخیراً ارائه شده است، مسئله در مدل دو شارهای بررسی شده است.

واژه‌های کلیدی: انرژی الکتریکی، اتلاف، گرافین، مداری الکتریکی معادل

Electrical energy density and dissipation in graphene: Equivalent-circuit method

A. Moradi¹, Associate Professor

1- Department of Engineering Physics, Kermanshah University of Technology, Kermanshah, Iran, Email: a.moradi@kut.ac.ir

Abstract: In this paper, by using the equivalent electrical circuit method, an analytical study for the electrical and dissipated energy densities in graphene is presented. In the first step, electronic excitations on the graphene surface are described by an infinitesimally thin layer of π electron fluid, ignoring the σ electrons completely. Then, general expressions of electrical and dissipated energy densities are obtained by using a simple equation of motion for an electron of the π electron fluid (that is subjected to a time dependent external electric field) in conjunction with the equivalent electrical circuit method. In the next step, in the range of high frequencies, by means of the conductivity formula of the system that is recently presented, the problem is investigated in a two-fluid model.

Keywords: electrical energy, dissipation, graphene, equivalent electrical circuit

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۶/۰۶/۲۲

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۶/۰۸/۱۹

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۱۱/۰۲

نام نویسنده مسئول: افشین مرادی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - کرمانشاه - دانشگاه صنعتی کرمانشاه - گروه فیزیک مهندسی.

۱- مقدمه

لازم به ذکر است که مقاله‌های متعددی در خصوص استفاده از روش مدار الکتریکی معادل در بررسی خصوصیات الکترومغناطیسی مواد با پایه گرافین منتشر شده‌است. به عنوان مثال بررسی و طراحی جاذب‌های امواج الکترومغناطیسی با استفاده از گرافین و فرامواد به روش مدار الکتریکی معادل در مرجع [۱۰] ارائه شده‌است. همچنین اخیراً رفتار الکترومغناطیسی مواد با پایه گرافین به روش مدار الکتریکی معادل مورد بررسی قرار گرفته است [۱۱]. از طرف دیگر، پتانسیل بالای مواد بر پایه گرافین جهت به کارگیری آن‌ها در ابرخازن‌ها کاملاً تبیین شده‌است [۱۲، ۱۳]، اما تا آنجایی که نویسنده آگاه است، روش و نتایج ارائه شده در مقاله حاضر جدید می‌باشند.

۲- تئوری

به عنوان یک مدل ساده از گرافین تک لایه، یک شاره الکترونی دو بُعدی نوع π و در حال تعادل، با چگالی بار در واحد سطح n_{π}^0 در صفحه xy (در دستگاه مختصات دکارتی $(\mathbf{R} = (x, y, z))$ در نظر گرفته می‌شود [۸]. در فرکانس‌های پائین $\hbar\omega \leq 0.4\text{eV}$ و $\hbar = h/2\pi$ و h معرف ثابت پلانک است [۹]، با در نظرگیری نقش تحریکات درون باندهای استفاده از مدل درود-لورنتس، معادله حرکت برای یک الکترون از شاره الکترونی π که در معرض یک میدان الکتریکی خارجی $\mathbf{E}_{||} = E_x \mathbf{e}_x$ قرار گرفته است (\mathbf{e}_x معرف بردار یکه در راستای محور x می‌باشد)، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\partial_{tt}x + \gamma_{\pi} \partial_t x = -\frac{e}{m_{\pi}^*} E_x - \omega_{0\pi}^2 x \quad (2)$$

که در آن e و m^* به ترتیب معرف بار و جرم مؤثر الکترون است. همچنین، $-\omega_{0\pi}^2 x$ نیروی بازگشتی الکترون π می‌باشد و γ_{π} ثابت میرایی الکترون در نتیجه پراکندگی آن با یون‌های زمینه است که منتهی به جذب انرژی می‌شود.

با فرض وابستگی زمانی هارمونیک برای میدان الکتریکی به صورت $x(t) = \text{Re}[\hat{x}_0 e^{j\omega t}]$ ، جایجایی الکترون به صورت $E_x(t) = \text{Re}[\hat{E}_{0x} e^{j\omega t}]$ در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه با استفاده از رابطه $J_x = -en_{\pi}^0 \partial_t x$ و رابطه (۱)، رسانندگی گرافین به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\Sigma(\omega) = -j \frac{n_{\pi}^0 e^2}{m_{\pi}^*} \frac{\omega}{\omega(\omega - j\gamma_{\pi}) - \omega_{0\pi}^2} \quad (3)$$

اکنون یک مدار الکتریکی با ابعاد $Z(\omega)$ در نظر گرفته می‌شود که تحت تأثیر پتانسیل الکتریکی وابسته به زمان $V(t) = \text{Re}[\hat{V} e^{j\omega t}]$ جریان الکتریکی $I(t) = \text{Re}[\hat{I} e^{j\omega t}]$ از آن می‌گذرد. در این شرایط قانون اهم به صورت $I = \frac{1}{Z(\omega)} V$ نوشته می‌شود. بنابراین، با مقایسه رابطه اخیر با رابطه $J_x = \Sigma(\omega) E_x$ به تشابه زیر می‌توان رسید:

$$\Sigma(\omega) \leftrightarrow \frac{1}{Z(\omega)}, \quad J_x \leftrightarrow I, \quad E_x \leftrightarrow V \quad (4)$$

با استفاده از تشابه رابطه (۴) می‌توان نوشت:

کشف گرافین در سال ۲۰۰۴ میلادی توسط آندره گایم و کنستانتین نووسلف [۱] (با چهار الکترون ظرفیت و توزیع اوربیتالی به صورت sp^2 ناشی از هیبرید شدن الکترون‌های $2s$ با دو الکترون $2p_x$ و $2p_y$ (یا $2p_z$) که منجر به سه پیوند کووالانسی σ بین اتم‌های کربن در صفحه (معروف به الکترون‌های σ) و یک پیوند اوربیتالی π عمود بر صفحه (معروف به الکترون π) می‌شود) به عنوان اولین نمونه بلور واقعی کاملاً دوبعدی از اتم‌های کربن، توجه زیادی را به خود جلب کرده است.

خواص منحصر به فرد گرافین از جمله رسانندگی الکتریکی، رسانندگی گرمایی و چگالی بالا و همچنین تحرک پذیری زیاد حامل‌های بار و هدایت نوری فوق العاده، آن را به ماده‌ای ویژه جهت انجام تحقیقات بنیادی و کاربردی و استفاده در تکنولوژی نموده است. در این راستا، گرافین به عنوان کاندید بسیار مناسبی برای استفاده در قطعات الکترونیکی، فوتونیک و پلاسمونیک در نظر گرفته شده است [۲].

از طرف دیگر، با توجه به افزایش استفاده از دستگاه‌های الکترونیکی و نوری پیشرفته، بررسی انرژی الکتریکی ذخیره شده و راه‌های کاهش اتلاف آن در مواد الکترونیکی و نوری یک مسئله مهم علمی و عملی است [۳]. اگرچه مطالعه و محاسبه چگالی انرژی و اتلاف آن در موادی که دارای حجم قابل ملاحظه‌ای هستند، به طور کامل بررسی شده‌است [۴، ۵]، اما توجه بسیار کمی به این موضوع در خصوص مواد دو بُعدی شده‌است. همچنین بیشتر نتایج برای محاسبه رابطه‌ای برای چگالی انرژی الکتریکی و اتلاف توان بر اساس قضیه پوینتینگ و قانون بقای انرژی بوده است [۶] که برای یک محیط خطی نامیرا و بدون پاشندگی به صورت زیر نوشته می‌شود [۷]:

$$\nabla \cdot \mathbf{S} + \partial_t u = -\mathbf{E} \cdot \mathbf{J} \quad (1)$$

که در رابطه بالا $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ معرف بردار پوینتینگ و $u = \frac{1}{2}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{H} \cdot \mathbf{B})$ کاری است که میدان موضعی روی ذرات باردار در واحد حجم برای محیط‌های حجیم و در واحد سطح برای محیط‌های دو بُعدی (شامل گرافین [۸]) انجام می‌دهد.

در مقاله حاضر در ابتدا با استفاده از رابطه قانون اهم $\mathbf{J}_{||} = \sigma \mathbf{E}_{||}$ که در آن به ترتیب $\mathbf{E}_{||}$ و $\mathbf{J}_{||}$ نشان دهنده میدان الکتریکی و چگالی جریان الکترونی بر روی سطح لایه گرافین است و همچنین معادله حرکت حاکم بر یک الکترون π از شاره الکترون‌های π مربوط به گرافین، رسانندگی گرافین Σ را محاسبه نموده و سپس با استفاده از روش مدار الکتریکی معادل، عبارت‌های تحلیلی برای چگالی انرژی الکتریکی و اتلافی در سیستم به دست آورده می‌شود. در دنباله، در محدوده فرکانس‌های بالا، با استفاده از فرمول رسانندگی سیستم که اخیراً در مقاله [۹] ارائه شده‌است، مسئله مورد نظر با توجه به مدل دو شاره‌ای بررسی می‌شود.

که نشان می‌دهد با افزایش ثابت میرایی سیستم γ_π مقدار این انرژی کاهش می‌یابد. از طرف دیگر، به علت وجود مقاومت در مدار معادل، انرژی با آهنگ $\langle P \rangle = RI_{rms}^2$ تلف می‌شود، که در آن $I_{rms} = \hat{I}/\sqrt{2}$ و I_{rms} به معنای ریشه میانگین مربعی است. بنابراین، انرژی تلف شده در هر چرخه برابر است با:

$$\Delta U = RI_{rms}^2 T \quad (12)$$

$$= \pi \frac{n_\pi^0 e^2}{m_\pi^*} \frac{\gamma_\pi \omega}{(\omega^2 - \omega_{0\pi}^2)^2 + \gamma_\pi^2 \omega^2} \hat{V}^2$$

که در آن از رابطه $T = 2\pi/\omega$ استفاده شده است. مجدداً، با توجه به تشابه مدار RLC مذکور با سیستم حاضر، رابطه اتلاف انرژی در هر چرخه در گرافین عبارت است از:

$$\Delta U = \pi \frac{n_\pi^0 e^2}{m_\pi^*} \frac{\gamma_\pi \omega}{(\omega^2 - \omega_{0\pi}^2)^2 + \gamma_\pi^2 \omega^2} |\hat{E}_x|^2 \quad (13)$$

باید توجه نمود که در تشدید، نسبت بیشینه انرژی لحظه‌ای ذخیره شده به انرژی تلف شده در یک چرخه برابر است با:

$$\frac{\langle U \rangle}{\Delta U} = \frac{1}{2\pi} \frac{\omega_{0\pi}}{\gamma_\pi} = \frac{Q_\pi}{2\pi} \quad (14)$$

که در آن $Q_\pi = \omega_{0\pi}/\gamma_\pi$ عامل کیفیت در تشدید است. این بدان معنی است که برای میرایی کوچک γ_π عامل کیفیت در تشدید بزرگ بوده و در نتیجه مقدار انرژی کمی در یک چرخه تلف می‌شود.

در خصوص اعتبارسنجی مدل مداری ارائه شده در مقاله حاضر از نتایج در مقاله [۸] می‌توان استفاده نمود. بدین منظور کافی است روابط (۱۹) و (۲۱) در مقاله مذکور در شرایط منطبق بر مسئله حاضر بازنویسی شود. از رابطه (۱۹) در مقاله [۸] می‌توان نوشت:

$$\langle U \rangle = \frac{1}{4} \varepsilon_0 \kappa_1^2 \left(\frac{\varepsilon_1}{\kappa_1^3} + \frac{\varepsilon_2}{\kappa_2^3} \right) A^2 \quad (15)$$

$$+ \frac{1}{4} \frac{\kappa_1^2 n_\pi^0 e^2}{k^2 m_\pi^*} \frac{\omega^2 + \alpha k^2}{(\omega^2 - \alpha k^2)^2 + \gamma_\pi^2 \omega^2} A^2$$

جایی که ε_0 ضریب گذردهی خلأ، $\kappa_1 = (k^2 - \varepsilon_1 \omega^2 / c^2)^{1/2}$ ، $\kappa_2 = (k^2 - \varepsilon_2 \omega^2 / c^2)^{1/2}$ همچنین ε_1 و ε_2 معرف ثابت‌های دی‌الکتریک در پائین و بالای صفحه گرافین می‌باشند و c معرف سرعت نور است. همچنین k بیانگر عدد موج و αk^2 نشان‌دهنده مربع بسامد تشدید وابسته به عدد موج است که در آن α یک مقدار ثابت است [۱۴]. سهم انرژی در گرافین برابر با جمله دوم در رابطه (۱۵) می‌باشد، یعنی:

$$\langle U \rangle = \frac{1}{4} \frac{\kappa_1^2 n_\pi^0 e^2}{k^2 m_\pi^*} \frac{\omega^2 + \alpha k^2}{(\omega^2 - \alpha k^2)^2 + \gamma_\pi^2 \omega^2} A^2 \quad (16)$$

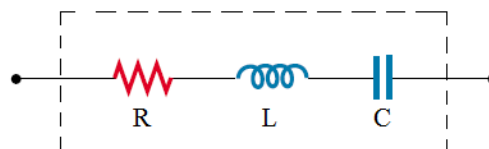
در ادامه با در نظرگیری حد شبه استاتیک یعنی $c \rightarrow \infty$ و معادل‌سازی αk^2 با $\omega_{0\pi}^2$ طبق مرجع [۱۴] به رابطه (۱۰) در مقاله حاضر می‌توان رسید (در رابطه (۱۶))، A یک مقدار ثابت و برابر با \hat{E}_{0x} می‌باشد. به صورت مشابه با استفاده از رابطه (۲۱) در مقاله [۸] و در نظرگیری

$$Z(\omega) = j \frac{m_\pi^* \omega (\omega - j\gamma_\pi) - \omega_{0\pi}^2}{n_\pi^0 e^2 \omega} \quad (5)$$

$$= \frac{m_\pi^* \gamma_\pi}{n_\pi^0 e^2} + j\omega \left(\frac{m_\pi^*}{n_\pi^0 e^2} \right) + \frac{1}{j\omega \left(\frac{n_\pi^0 e^2}{m_\pi^* \omega_{0\pi}^2} \right)}$$

که نشان‌دهنده امپدانس یک مدار تک حلقه RLC مطابق شکل ۱ با عناصر به صورت زیر است:

$$R = \frac{m_\pi^* \gamma_\pi}{n_\pi^0 e^2}, \quad L = \frac{m_\pi^*}{n_\pi^0 e^2}, \quad C = \frac{n_\pi^0 e^2}{m_\pi^* \omega_{0\pi}^2} \quad (6)$$



شکل ۱: مدار الکتریکی معادل برای گرافین با رسانندگی تعریف شده در رابطه (۳)

و در نتیجه برای دامنه جریان می‌توان نوشت $\hat{I} = \frac{\hat{V}}{|Z|} e^{j\phi}$ که در آن

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}, \quad \tan \phi = \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega RC} \quad (7)$$

می‌توان دید که حاصل عبارت $1/LC$ برابر با $\omega_{0\pi}^2$ است که نشان‌دهنده این است که در بسامد $\omega = \omega_{0\pi}$ مدار در نظر گرفته شده در شرایط تشدید قرار دارد و جریان و پتانسیل اعمال شده به طور لحظه‌ای هم‌فاز هستند.

انرژی الکتریکی ذخیره شده در این مدار (شکل ۱) عبارت است از:

$$\langle U \rangle = \frac{1}{2} \frac{1}{\omega^2 C} \langle I^2 \rangle + \frac{1}{2} L \langle I^2 \rangle \quad (8)$$

به طوری که در رابطه بالا، $\langle \rangle$ نمایش‌دهنده میانگین زمانی و همچنین از رابطه $q(t) = \text{Re}[\hat{q} e^{j\omega t}]$ و $\hat{q}(\omega) = \hat{I}(\omega)/j\omega$ استفاده شده است.

پس از قراردادن رابطه (۶) در رابطه (۷) و استفاده از عبارت $I = \frac{1}{Z(\omega)} V$ از رابطه (۸) نتیجه گرفته می‌شود:

$$\langle U \rangle = \frac{1}{2} \frac{n_\pi^0 e^2}{m_\pi^*} \frac{\omega^2 + \omega_{0\pi}^2}{(\omega^2 - \omega_{0\pi}^2)^2 + \gamma_\pi^2 \omega^2} \langle V^2 \rangle \quad (9)$$

$$= \frac{1}{4} \frac{n_\pi^0 e^2}{m_\pi^*} \frac{\omega^2 + \omega_{0\pi}^2}{(\omega^2 - \omega_{0\pi}^2)^2 + \gamma_\pi^2 \omega^2} \hat{V}^2$$

با توجه به تشابه مدار RLC مذکور با مسئله مورد نظر و همچنین استفاده از روابط (۴) و (۸) چگالی انرژی ذخیره شده در گرافین عبارت است از:

$$\langle U \rangle = \frac{1}{4} \frac{n_\pi^0 e^2}{m_\pi^*} \frac{\omega^2 + \omega_{0\pi}^2}{(\omega^2 - \omega_{0\pi}^2)^2 + \gamma_\pi^2 \omega^2} |\hat{E}_{0x}|^2 \quad (10)$$

که برای اولین بار به روش مدار الکتریکی معادل به دست آمده است. این انرژی ذخیره شده در تشدید $\omega = \omega_{0\pi}$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\langle U \rangle = \frac{1}{2} \frac{n_\pi^0 e^2}{m_\pi^*} \frac{1}{\gamma_\pi^2} |\hat{E}_{0x}|^2 \quad (11)$$

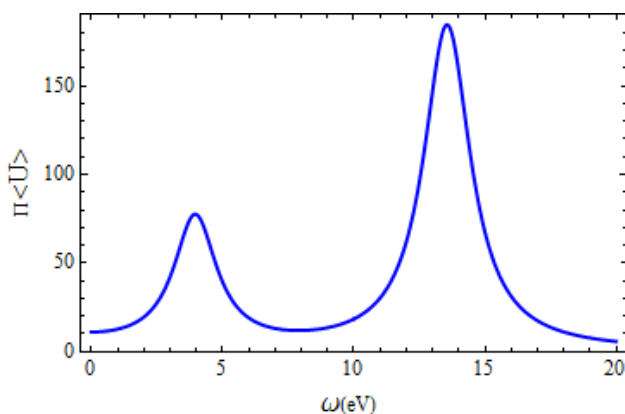
نقش الکترون‌های نوع π و σ چگالی انرژی الکتریکی سیستم عبارت‌است از:

$$\langle U \rangle = \frac{1}{4} e^2 \left[\frac{n_{\sigma}^0}{m_{\sigma}^*} \frac{\omega^2 + \omega_{0\sigma}^2}{(\omega^2 - \omega_{0\sigma}^2)^2 + \gamma_{\sigma}^2 \omega^2} + \frac{n_{\pi}^0}{m_{\pi}^*} \frac{\omega^2 + \omega_{0\pi}^2}{(\omega^2 - \omega_{0\pi}^2)^2 + \gamma_{\pi}^2 \omega^2} \right] |\hat{E}_{0x}|^2 \quad (22)$$

همچنین پس از انجام محاسبات، رابطه اتلاف انرژی در هر چرخه در گرافین در حضور الکترون‌های نوع π و σ عبارت‌است از:

$$\Delta U = \pi e^2 \omega \left[\frac{n_{\sigma}^0}{m_{\sigma}^*} \frac{\gamma_{\sigma}}{(\omega^2 - \omega_{0\sigma}^2)^2 + \gamma_{\sigma}^2 \omega^2} + \frac{n_{\pi}^0}{m_{\pi}^*} \frac{\gamma_{\pi}}{(\omega^2 - \omega_{0\pi}^2)^2 + \gamma_{\pi}^2 \omega^2} \right] |\hat{E}_{0x}|^2 \quad (23)$$

در نهایت با استفاده از رابطه (۲۲)، در شکل ۳ منحنی تغییرات چگالی انرژی الکتریکی نسبت به فرکانس رسم شده‌است. در این نمودار $\omega_{0\pi} = 4.08eV$ ، $n_{\sigma}^0 \approx 115nm^{-2}$ ، $n_{\pi}^0 \approx 38nm^{-2}$ و $\omega_{0\sigma} = 13.06eV$ ، $\gamma_{\sigma} = 2.176eV$ ، $\gamma_{\pi} = 1.958eV$ و $m_{\sigma}^* = m_{\pi}^* = m^*$ می‌توان دید که در دو فرکانس $\omega_{0\sigma} = 13.06eV$ و $\omega_{0\pi} = 4.08eV$ چگالی انرژی الکتریکی به بیشینه مقدار خود در سیستم می‌رسد که از نظر فیزیکی به این دلیل است که در فرکانس‌های تشدید مربوط به الکترون‌های π و σ ، جذب انرژی به بیشینه خود می‌رسد.



شکل ۳: نمودار چگالی انرژی الکتریکی در گرافین با رسانندگی تعریف‌شده در رابطه (۱۷)، جایی که $\Pi = k_{F\pi} / \epsilon_0 |\hat{E}_{0x}|^2$ است که در آن $k_{F\pi} = \sqrt{\pi n_{\pi}^0}$.

۳ نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، برای اولین بار با استفاده از روش مدار الکتریکی معادل، روابط مربوط به چگالی انرژی الکتریکی و اتلافی در گرافین به دست آمده‌اند. در این راستا، در ابتدا با به‌کارگیری رابطه قانون اهم و معادله حرکت حاکم بر یک الکترون از شارژ الکترونی π مربوط به گرافین، رسانندگی گرافین محاسبه شده و سپس با مقایسه رسانندگی سیستم با عکس امپدانس یک مدار تک‌حلقه RLC ، چگالی انرژی

حد شبه استاتیک، یعنی $c \rightarrow \infty$ و معادل‌سازی عبارت ωk^2 با $\omega_{0\pi}^2$ ، رابطه (۱۳) در مقاله حاضر نتیجه گرفته می‌شود.

در دنباله برای بسط روش ارائه‌شده، در محدوده فرکانس‌های بالا $\hbar\omega \geq 2eV$ [۹]، از فرمول رسانندگی مربوط به تحریکات بین‌باندی الکترون‌های نوع π و σ در گرافین (رابطه (۴۴) در مرجع [۹]) به صورت

$$\Sigma = -je^2 \omega \left[\frac{\frac{n_{\sigma}^0}{m_{\sigma}^*}}{\omega(\omega - j\gamma_{\sigma}) - \omega_{0\sigma}^2} + \frac{\frac{n_{\pi}^0}{m_{\pi}^*}}{\omega(\omega - j\gamma_{\pi}) - \omega_{0\pi}^2} \right] \quad (17)$$

می‌توان استفاده نمود، به طوری که n_{ξ}^0 و m_{ξ}^* به ترتیب بیانگر چگالی بار در واحد سطح و جرم مؤثر الکترون‌های نوع ξ (به طوری که $\xi = \sigma, \pi$) می‌باشند. همچنین $\omega_{0\xi}$ و γ_{ξ} نشان‌دهنده فرکانس بازگشتی و میرایی الکترون‌های نوع ξ هستند.

با استفاده از تشابه رابطه (۴) می‌توان نوشت:

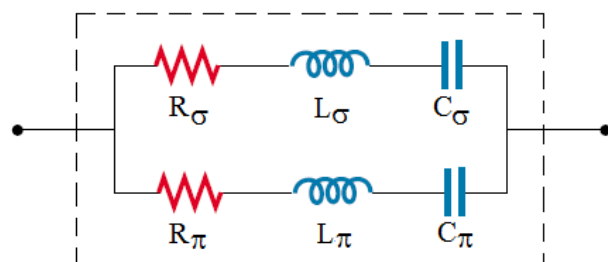
$$\frac{1}{Z(\omega)} = \frac{1}{Z_{\sigma}(\omega)} + \frac{1}{Z_{\pi}(\omega)} \quad (18)$$

به طوری که

$$Z_{\xi}(\omega) = \frac{m_{\xi}^* \gamma_{\xi}}{n_{\xi}^0 e^2} + j\omega \left(\frac{m_{\xi}^*}{n_{\xi}^0 e^2} \right) + \frac{1}{j\omega \left(\frac{n_{\xi}^0 e^2}{m_{\xi}^* \omega_{0\xi}^2} \right)} \quad (19)$$

بنابراین $Z(\omega)$ در رابطه (۱۸) معرف امپدانس مؤثر مدار شکل ۲ با عناصر زیر است:

$$R_{\xi} = \frac{m_{\xi}^* \gamma_{\xi}}{n_{\xi}^0 e^2}, \quad L_{\xi} = \frac{m_{\xi}^*}{n_{\xi}^0 e^2}, \quad C_{\xi} = \frac{n_{\xi}^0 e^2}{m_{\xi}^* \omega_{0\xi}^2} \quad (20)$$



شکل ۲: مدار الکتریکی معادل برای گرافین با رسانندگی تعریف‌شده در رابطه (۱۷)

با استفاده از روش مشابه (توصیف‌شده در حالت قبل) نتیجه گرفته می‌شود که انرژی الکتریکی ذخیره‌شده در مدار شکل ۲ عبارت‌است از:

$$\langle U \rangle = \frac{1}{4} e^2 \left[\frac{n_{\sigma}^0}{m_{\sigma}^*} \frac{\omega^2 + \omega_{0\sigma}^2}{(\omega^2 - \omega_{0\sigma}^2)^2 + \gamma_{\sigma}^2 \omega^2} + \frac{n_{\pi}^0}{m_{\pi}^*} \frac{\omega^2 + \omega_{0\pi}^2}{(\omega^2 - \omega_{0\pi}^2)^2 + \gamma_{\pi}^2 \omega^2} \right] \hat{V}^2 \quad (21)$$

که در بسامدهای $\omega_{0\sigma}$ و $\omega_{0\pi}$ مدار در نظر گرفته‌شده در شرایط تشدید قرار دارد. بنابراین برای سیستم الکترونی گرافین با در نظر گرفتن

- anisotropic media,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 14, pp. 344-352, 1966.
- [7] D. K. Cheng, *Field and wave electromagnetics*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [8] A. Moradi, “Damping properties of plasmonic waves on graphene,” Phys. Plasmas, vol. 24, pp. 072114, 2017.
- [9] Z. L. Miskovic, S. Segui, J. L. Gervasoni, N. R. Arista, “Energy losses and transition radiation produced by the interaction of charged particles with a graphene sheet,” Phys. Rev. B, vol. 94, pp. 125414, 2016.
- [10] Z. Wang, M. Zhou, X. Lin, H. Liu, H. Wang, F. Yu, S. Lin, E. Li, and H. Chen, “A circuit method to integrate metamaterial and graphene in absorber design,” Opt. Commun., vol. 329, pp. 76-80, 2014.
- [11] Y. S. Cao, L. Jiang and A. E. Ruehli, “An equivalent circuit model for graphene-based terahertz antenna using the PEEC method,” IEEE Trans. Antenna Propag., vol. 64, pp. 1385-1393, 2016.
- [12] C. Liu, Z. Yu, D. Neff, A. Zhamu, and B. Z. Jang, “Graphene-Based Supercapacitor with an Ultrahigh Energy Density,” Nano Lett. vol. 10, pp. 4863-4868, 2010.
- [13] Y. Huang, J. Liang, and Y. Chen, “An overview of the applications of graphene-based materials in supercapacitors,” Small, vol. 25, pp. 1805-1839, 2012.
- [14] D. J. Mowbray, Z. L. Miskovic, F. O. Goodman, and Y. N. Wang, “Interactions of fast ions with carbon nanotubes: Two-fluid model,” Phys. Rev. B, vol. 70, pp. 195418, 2004.
- [15] A. Politano, I. Radovi, D. Borcka, Z. L. Miskovic, G. Chiarello, “Interband plasmons in supported graphene on metal substrates: Theory and experiments,” Carbon, vol. 96, pp. 91-97, 2017.

الکترونیکی و اتلاف انرژی سیستم به دست آمده‌اند. در دنباله، با استفاده از فرمول رسانندگی ارائه شده در مقاله [۹] مربوط به انتقال بین باندهای الکترون‌های نوع π و σ در گرافین، نتایج بسط داده شده‌است.

مراجع

- [1] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V. Dubonos, I.V. Grigorieva, and A.A. Firsov, “Electric field effect in atomically thin carbon films,” Science, vol. 306, pp. 666-669, 2004.
- [2] P. A. D. Goncalves, and N. M. R. Peres, *An introduction to graphene plasmonic*, World Scientific, 2016.
- [3] I. Hadjipaschalis, A. Poullickas, V. Efthimiou, “Overview of current and future energy storage technologies for electric power applications,” Renew. Sustain. Energy Rev, vol. 13, pp. 1513-1522, 2009.
- [۴] مهدی احمدی جیردهی، وحید سهرابی تبار و رضا همتی، «مدیریت بهینه و تصادفی ریزشیکه مبتنی بر سیستم فازی-عصبی تطبیقی توسط کنترل توان خط تبدیلی به وسیله تجهیزات D-FACTS»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، دوره ۴۷، شماره ۳، صفحه ۸۱۶-۸۰۵، ۱۳۹۶.
- [۵] رضا همتی، ندا عزیزی و مهدی احمدی جیردهی، «یک روش کنترلی کارآمد برای اینورترهای متصل بین باتری‌های ذخیره‌ساز انرژی و شبکه»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، دوره ۴۷، شماره ۳، صفحه ۱۲۹۰-۱۲۷۷، ۱۳۹۶.
- [6] H. L. Bertoni, and A. Hessel, “Group velocity and power flow relations for surface waves in plane stratified