

استفاده از خاصیت کنترل پذیری در طراحی کنترل کننده مقاوم برای سیستم‌های مدل شده با فازی نوع تاکاگی- سوگنو

مرضیه معین^۱، دانشجوی کارشناسی ارشد؛ حمید محمودیان^{۲،۳}، استادیار

۱- دانشکده مهندسی برق - واحد نجف آباد - دانشگاه آزاد اسلامی - نجف آباد - ایران - moien.marzieh@yahoo.com

۲- مرکز تحقیقات پردازش دیجیتال و بینایی ماشین - واحد نجف آباد - دانشگاه آزاد اسلامی - نجف آباد - ایران - h_mahmoodian@pel.iaun.ac.ir

۳- دانشکده مهندسی برق - واحد نجف آباد - دانشگاه آزاد اسلامی - نجف آباد - ایران - h_mahmoodian@pel.iaun.ac.ir

چکیده: از این جهت که اغلب سیستم‌های فیزیکی غیرخطی و دارای نامعینی‌های ذاتی می‌باشند، طراحی کنترل کننده مقاوم برای آن‌ها یکی از چالش‌های پیشروی مهندسیین و محققین است. طراحی این گونه از کنترل کننده‌ها برای سیستم‌های غیرخطی و دارای نامعینی، معمولاً پیچیده و دارای هزینه‌های محاسباتی زیادی است. در نقطه مقابل، طراحی کنترل کننده فیدبک حالت بر اساس فرمول شناخته شده آکرمن، به راحتی قابل پیاده سازی است و تنها محدودیت طراحی در این روش کنترل پذیر بودن مدل مورد نظر است. بررسی کنترل پذیری برای سیستم‌های غیرخطی دارای نامعینی به سادگی سیستم‌های خطی نیست. هدف در این مقاله، طراحی یک کنترل کننده فیدبک حالت بر اساس فرمول آکرمن، برای یک سیستم پاندول معکوس غیرخطی و دارای نامعینی است به نحوی که سیستم حلقه بسته پایدار بوده و متغیرهای حالت به طور مجانبی به سمت صفر متمایل گردند. برای این منظور ابتدا شرایط کافی برای کنترل پذیر بودن این سیستم بر اساس مدل سازی فازی تاکاگی- سوگنو بررسی گردیده و سپس با استفاده از فرمول آکرمن به طراحی کنترل کننده پرداخته می‌شود. از مزایای این روش این است که چنانچه کنترل پذیری سیستم اثبات گردد، طراحی کنترل کننده و پیاده سازی آن به راحتی انجام پذیر است. نتایج شبیه سازی نشان دهنده سادگی و مزیت‌های نسبی مثل افزایش سرعت همگرایی نسبت به بعضی از کنترل کننده‌های دیگر است.

واژه‌های کلیدی: مدل فازی تاکاگی- سوگنو، کنترل پذیری سیستم‌های غیرخطی، کنترل کننده‌های مقاوم.

Using Fuzzy Controllability Property in Robust Controller Designing for a Class of T-S Fuzzy Model

M. Moein¹, MSc Student; H. Mahmoodian^{2,3}, Assistant Professor

1- Electrical Engineering Faculty, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran, Email: moien.marzieh@yahoo.com

2- Digital Processing and Machine Vision Research Center, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

3- Electrical Engineering Faculty, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran, Email: h_mahmoodian@pel.iaun.ac.ir

Abstract: Since most of the systems in real world are nonlinear and include uncertainty in their nature, robust controller designing is one of the most important challenges for engineers. Controller designing for such systems is usually complicate with high computational cost. In contrast to this, state feedback controller designing, based on well-known Ackermann's formula, has simplicity in designing and application although global states controllability should be considered seriously. The aim of this paper is to design a state feedback controller for nonlinear inverted pendulum with uncertainty which close loop system has global asymptotically stability. For this reason, controllability property for nonlinear systems has been analyzed based on TS- Fuzzy model. In the existence of uncertainty, controllability property might be failed. In this case to handle the uncertainties in the systems, sufficient conditions have been investigated to guarantee the local and global controllability conditions and also global stability conditions. The advantage of this method is simplicity in implementation comparing to other complicated controllers.

Keywords: Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model, Controllability Property of Nonlinear Systems, Robust Controllers.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۶/۰۲/۱۸

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۶/۰۹/۱۳

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۹/۱۴

نام نویسنده مسئول: حمید محمودیان

نشانی نویسنده مسئول: دانشکده مهندسی برق، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران

۱- مقدمه

پیچیدگی‌های روش مورداستفاده در این مقاله موجب می‌گردد تا استفاده از این روش در سیستم‌هایی با پیچیدگی بیشتر، دارای هزینه محاسباتی و پیچیدگی طراحی بالایی باشد. همان‌طور که مدل مورداستفاده در مقاله یادشده، یک سیستم جرم و فنر است که با توجه به تعداد متغیرهای حالت، از پیچیدگی کمی برخوردار است. از طرف دیگر در مقاله [۱۰] روشی برای طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر رابطه شناخته‌شده آکرمین برای سیستم‌های کنترل‌پذیر ارائه گردیده است. در این مقاله، پس از توزیع سیستم‌های غیرخطی به مجموعه‌ای از مدل‌های خطی به صورت تاکاگی-سوگنو و بررسی کنترل‌پذیری آن‌ها، از روش طراحی کنترل‌کننده با فرمول آکرمین به جای استفاده از نامساوی‌های ماتریسی استفاده شده است. شایان‌ذکر است که در روش‌ها و قضایای ارائه‌شده در این مقاله، نامعینی‌های مدل در نظر گرفته نشده‌اند که نقطه متمایز این مقاله با روش مورداستفاده در این مقاله است.

در این مطالعه، برای طراحی کنترل‌کننده برای سیستم غیرخطی پاندول معکوس که دارای نامعینی در مدل دینامیکی است از نتایج دو مقاله فوق استفاده شده است. درواقع از شروط ارائه‌شده برای کنترل‌پذیری موجود در مقاله [۱۱] بهره گرفته و پس از بررسی کنترل‌پذیری سیستم، کنترل‌کننده‌ای بر اساس روش ارائه‌شده در [۱۰] که در پیاده‌سازی دارای پیچیدگی کمتر (در مقایسه با [۱۴]) است طراحی گردیده است.

دریکی از جدیدترین روش‌های ارائه‌شده برای کنترل سیستم پاندول معکوس، کنترل‌کننده فازی نوع ۲ با مجموعه‌های فازی غیر منطبق بر اساس مدل‌سازی فازی تاکاگی-سوگنو و کنترل‌کننده فازی مرتبط با آن در [۱۴] ارائه گردیده است. در این مقاله، پایداری سیستم حلقه بسته در حضور نامعینی و اغتشاش بررسی شده است. باوجودی که پاسخ به‌دست‌آمده در این مقاله مناسب است، ولی قطعاً هزینه محاسباتی و پیاده‌سازی یک سیستم فازی نوع ۲ با مجموعه‌ها و قوانین فازی به‌صورت نرم‌افزاری و یا سخت‌افزاری بیشتر از یک کنترل‌کننده فیدبک حالت است. علاوه بر این در این مطالعه نشان داده شده است که سرعت رسیدن به حالت تعادل در روش پیشنهادی که می‌تواند ناشی از محل قرارگیری قطب‌های سیستم در هر لحظه از زمان باشد در مقایسه با [۱۴] بیشتر شده است.

ساختار این مقاله به این صورت است که در قسمت دوم مطالب اصلی شامل مدل فازی تاکاگی-سوگنو، کنترل‌پذیری محلی و سراسری مقاوم و طراحی کنترل‌کننده آکرمین بیان می‌گردند. در قسمت سوم سیستم غیرخطی پاندول معکوس همراه با نامعینی به‌عنوان مثال آورده شده و نهایتاً در قسمت چهارم نتایج بیان می‌شوند.

اخیراً و در بسیاری از مطالعات انجام‌شده نشان داده‌شده است که جبران‌کننده‌های توزیع‌شده موازی (PDC) که به مدل فازی T-S شناخته می‌شود، روشی موفق برای مدل‌سازی سیستم‌های غیرخطی است [۲،۱]. در مراجع ذکرشده علاوه بر استفاده از مدل فازی T-S فرض شده است که زیرسیستم‌های ایجادشده مبتنی بر مدل فازی T-S، کنترل‌پذیر محلی هستند؛ اما پارامترهای نامعین ممکن است کنترل‌پذیری سیستم‌های غیرخطی همراه با نامعینی را مختل سازد. تاکنون تحقیقات متعددی در زمینه بررسی خاصیت کنترل‌پذیری برای سیستم‌های فازی ارائه شده است [۴،۳]، اما در زمینه بررسی خاصیت کنترل‌پذیری مقاوم برای سیستم‌های کنترل‌مبتنی بر مدل فازی T-S پیشنهاد‌های ارائه‌شده فقط به بررسی شرایط کافی منتج گردیده است. در [۵]، نویسنده برای بررسی کنترل‌پذیری سیستم غیرخطی همراه با نامعینی از یک الگوریتم پیچیده استفاده کرده است، اما روش پیشنهادشده برای همه سیستم‌ها مناسب نیست. به‌طورکلی برای کنترل کردن و پایدارسازی سیستم‌های غیرخطی همراه با نامعینی از کنترل‌کننده‌های مختلفی همچون کنترل‌کننده‌های تطبیقی، PID [۶]، مبتنی بر توابع لیاپانوف [۷]، پیش‌بین [۸]، حالت لغزشی [۹]، فیدبک حالت [۱۰] و غیره استفاده شده است. در [۶]، برای کنترل سیستم‌های غیرخطی مدل‌شده فازی نوع تاکاگی-سوگنو از کنترل پیش‌بین استفاده شده است. در این مقاله از این روش برای خطی‌سازی سیستم غیرخطی استفاده شده است و هدف از طراحی، انتخاب سیگنال کنترل است به‌طوری‌که محرک حول نقطه تعیین‌شده حرکت کند. اگرچه کنترل پیش‌بین از مزایای زیادی برخوردار است، مشکل اساسی آن نیاز به دانستن مدل دقیق سیستم است. در [۵] برای کنترل سیستم غیرخطی، کنترل‌کننده حالت لغزشی پیشنهاد شده است اما این کنترل‌کننده نیاز به مکانیزم سوئیچینگ بسیار سریع دارد و لذا باعث نوسانات نامطلوب در سیستم می‌شود. علاوه بر این، رسیدن به یک قانون کنترلی ساده می‌تواند نقش مهمی در پیاده‌سازی این‌گونه از کنترل‌کننده‌ها داشته باشد.

هدف از این مقاله استفاده از شرط کافی کنترل‌پذیری برای بررسی خاصیت کنترل‌پذیری سیستم‌های غیرخطی همراه با نامعینی مبتنی بر مدل فازی T-S است تا در صورت برآورده شدن شرایط، امکان طراحی یک کنترل‌کننده فیدبک حالت بر اساس روش جایابی قطب که به‌راحتی قابل پیاده‌سازی است مهیا گردد. بر این اساس، در مقاله [۱۱] و در ادامه در مراجع [۱۲-۱۳]، شرط کنترل‌پذیری برای سیستم غیرخطی و همراه با نامعینی جرم و فنر بررسی شده است. در این مقاله، به‌طورکلی شروط کافی برای بررسی کنترل‌پذیری یک سیستم همراه با نامعینی که به‌صورت مدل فازی تاکاگی-سوگنو مدل‌شده ارائه گردیده است. شروط کافی جایابی مطرح می‌گردند که کنترل‌پذیری محلی و سراسری سیستم تحت کنترل را در حضور نامعینی‌های مدل‌شده در سیستم تحت بررسی قرار می‌دهند.

۲- مطالب اصلی

۴-۲ مدل فازی تاکاگی- سوگنو

یک سیستم غیرخطی همراه با نامعینی را می توان با روش شناخته شده مدل فازی تاکاگی- سوگنو مدل سازی کرد. این روش بر این اساس است که مدل ریاضی یک سیستم غیرخطی را با استفاده از قواعد اگر- آنگاه فازی به چند زیرسیستم خطی تبدیل می نماید. یک قانون فازی برای سیستم غیرخطی همراه با نامعینی را می توان با رابطه (۱) نمایش داد.

$$R^i: \text{ IF } z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } z_g(t) \text{ is } M_{ip}, \text{ THEN} \quad (1)$$

$\dot{x}(t) = (A_i + \Delta A_i(t))x(t) + (B_i + \Delta B_i(t))u(t)$ که در آن $M_{ij} (i=1,2,\dots, r; j=1,2,\dots, p)$ مجموعه فازی است؛ $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m, y(t) \in \mathbb{R}^q$ به ترتیب بردار حالت، بردار ورودی و بردار خروجی می باشند، $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}, B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ و $C_i \in \mathbb{R}^{q \times n}$ ؛ متغیرهای مقدم شناخته شده ای هستند که ممکن است توابعی از متغیرهای حالت، اغتشاش خارجی و یا زمان باشند. در نهایت سیستم مرکب را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{ (A_i + \Delta A_i(t))x(t) + (B_i + \Delta B_i(t))u(t) \} \quad (2)$$

که در آن r تعداد قوانین مدل و h_i توابع عضویت می باشند و به صورت زیر به دست می آید:

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(z_j(t)) \quad (3)$$

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (4)$$

برای همه $t \geq 0$ ، نرم $M_{ij}(z_j(t))$ ارزش عضویت $z_j(t)$ در M_{ij} است. در رابطه (۱)، $\Delta A_i(t)$ و $\Delta B_i(t)$ به ترتیب ماتریس های پارامترهای نامعین متغیر با زمان هستند که در ماتریس های حالت A_i و ماتریس های ورودی B_i مربوط به قسمت مؤخر وجود دارند و به طور کلی می تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\Delta A_i(t) = \sum_{k=1}^m \varepsilon_{ik}(t) A_{ik}, \quad \Delta B_i(t) = \sum_{k=1}^m \varepsilon_{ik}(t) B_{ik} \quad (5)$$

که در آن $\varepsilon_{ik}(t) (k=1,2,\dots, m)$ پارامترهای نامعینی متغیر با زمان و A_{ik} و B_{ik} به ترتیب ماتریس های ثابت با ابعاد $n \times n$ و $n \times p$ می باشند. به عنوان مثال، ماتریس (۶) را در نظر بگیرید که در [۱۲] به عنوان ماتریس مشخصه سیستم دو جرم تشریح شده است. ماتریس \tilde{A} یک ماتریس غیرخطی متغیر با زمان همراه با نامعینی است. این ماتریس را می توان به هم زیر به دو ماتریس تفکیک کرد، ماتریس اول قسمت غیرخطی و ماتریس دوم ضریب ثابتی از نامعینی یعنی همان A_{ik} و B_{ik} است.

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\tilde{K}(t) & \tilde{K}(t) & 0 & 0 \\ \tilde{K}(t) & -\tilde{K}(t) & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -K_0 & K_0 & 0 & 0 \\ K_0 & -K_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$+ \varepsilon(t) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۴-۲ کنترل پذیری محلی مقاوم

یک سیستم غیرخطی کنترل پذیر است اگر ماتریس کنترل پذیری برای ماتریس های هر قانون فازی $(\{A_i, B_i\})$ دارای رتبه کامل باشد. با توجه به وجود نامعینی ها، به دست آوردن شرایطی که نشان دهد هر قانون فازی سیستم غیرخطی همراه با نامعینی $\{A_i + \Delta A_i(t), B_i + \Delta B_i(t)\}$ دارای رتبه کامل و یا کنترل پذیر است پیچیده است؛ بنابراین برای بررسی کنترل پذیری سیستم غیرخطی همراه با نامعینی در [۱۳] روشی ارائه شده است که به صورت قضیه ۱ زیر بیان می گردد:

قضیه ۱ (اثبات در [۱۳]): هر قانون فازی یک سیستم غیرخطی همراه با نامعینی کنترل پذیر است اگر و فقط اگر ماتریس \bar{Q}_i زیر با ابعاد $n^2 \times n(n+p-1)$ دارای رتبه کامل n^2 باشد.

$$\bar{Q}_i = Q_i + \sum_{k=1}^m \varepsilon_{ik}(t) E_{ik} \quad (7)$$

که در آن Q_i و E_{ik} ماتریس هایی متناظر با ماتریس کنترل پذیری می باشند و به صورت زیر تعریف می شوند:

$$Q_i = \begin{bmatrix} I_n & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & B_i \\ -A_i & I_n & & 0 & 0 & & 0 & B_i & 0 \\ 0 & -A_i & & 0 & 0 & & B_i & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & & I_n & 0 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -A_i & B_i & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$E_{ik} = \begin{bmatrix} I_n & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & B_{ik} \\ -A_{ik} & I_n & & 0 & 0 & & 0 & B_{ik} & 0 \\ 0 & -A_{ik} & & 0 & 0 & & B_{ik} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & & I_n & 0 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -A_{ik} & B_{ik} & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

برای ارائه شرط کافی کنترل پذیری ابتدا باید تجزیه مقدار منفرد (SVD) ماتریس Q_i را به صورت زیر به دست آورد:

$$Q_i = U_i [S_i \quad 0_{n^2 \times n(n-p-1)}] V_i^H \quad (10)$$

که $U_i \in R^{n^2 \times n^2}$ و $V_i \in R^{n(n+p-1) \times n(n+p-1)}$ ماتریس های واحد، مزدوج ترانهاده ماتریس V_i ، $S_i = [\sigma_{i1}, \dots, \sigma_{in^2}]$ و $\sigma_{i1} \geq \sigma_{i2} \geq \dots \geq \sigma_{in^2} > 0$ می باشند.

شرط رتبه ماتریس کنترل پذیری (۵) فقط در موارد زیر قابل بررسی است: (۱) ماتریس های $\Delta A_i(t)$ و $\Delta B_i(t)$ به ترتیب

$$\sum_{i=1}^N \|\bar{\Lambda}_i\| + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^m \varepsilon_{ik}(t) \bar{\phi}_{ik} < 1 \quad (17)$$

که در آن $\bar{\Lambda}_i$ ، $\bar{\phi}_{ik}$ و \bar{Q}_{ik} به صورت زیر می‌باشند:

$$\bar{\Lambda}_i = \bar{S}^{-1} \bar{U}^H D_i \bar{V} \begin{bmatrix} I_{n^2}, 0_{n^2 \times n(p-1)} \end{bmatrix}^T, \quad (18)$$

$$\bar{\phi}_{ik} = \begin{cases} \|\bar{Q}_{ik}\|, & \text{for } \varepsilon_{ik}(t) \geq 0 \\ -\|\bar{Q}_{ik}\|, & \text{for } \varepsilon_{ik}(t) < 0 \end{cases}$$

$$\bar{Q}_{ik} = \bar{S}^{-1} \bar{U}^H E_{ik} \bar{V} \begin{bmatrix} I_{n^2}, 0_{n^2 \times n(p-1)} \end{bmatrix}^T.$$

شرایط قابلیت کنترل پذیری سراسری در (۱۷) و (۱۸) خیلی محافظه کارانه هستند به همین دلیل چگونگی اجرای شرط کنترل پذیری سراسری و چگونگی انتخاب ماتریس \bar{Q} برای کاهش محافظه کاری شرط ارائه شده ارزش مطالعه بیشتر دارد.

۴-۲ کنترل کننده آکرمن

در این قسمت بعد از بررسی کنترل پذیری سیستم در همه زمان‌ها و در صورت کنترل پذیر بودن سیستم مورد نظر، طبق مراحل زیر کنترل کننده‌ای بر اساس فرمول آکرمن طراحی می‌گردد. فرمول آکرمن امکان جابجایی مقادیر ویژه سیستم خطی متغیر با زمان رابطه $\dot{x}(t) = (A_i + \Delta A_i(t))x(t) + (B_i + \Delta B_i(t))u(t)$ را در موقعیتی مطلوب فراهم می‌سازد.

سیستم خطی $\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t)$ را در نظر بگیرید که محل قطب‌های آن به صورت s_1, s_2, \dots, s_n and s_n تعریف می‌شود. محل قطب‌های مطلوب در رابطه فوق مربوط به صفحه مختصات مختلط می‌باشند. با استفاده از این قطب‌ها معادله مشخصه سیستم حلقه بسته به صورت زیر تشکیل می‌شود [۱۰]:

$$P(s) = (s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_n) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \alpha_2 s^{n-2} + \dots + \alpha_n \quad (19)$$

که با استفاده از قضیه کیلی-همیلتون، ماتریس چند جمله‌ای زیر را می‌توان تشکیل داد:

$$P(A(t)) = A(t)^n + \alpha_1 A(t)^{n-1} + \alpha_2 A(t)^{n-2} + \dots + \alpha_n I. \quad (20)$$

که در رابطه فوق ماتریس I ، ماتریس واحد با ابعاد مناسب است. ماتریس کنترل پذیری طبق رابطه زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$C = [B, AB, \dots, A^{n-1}B]. \quad (21)$$

و چنانچه رتبه ماتریس کنترل پذیری کامل باشد یا به عبارتی دیگر درمیان ماتریس کنترل پذیری مخالف با صفر باشد، می‌توان کنترل کننده آکرمن را مطابق رابطه (۲۲) طراحی نمود. بردار بهره از طریق رابطه زیر به دست می‌آید که در آن C^{-1} ، معکوس ماتریس کنترل پذیری است.

$$K(t) = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] C(t)^{-1} P(A(t)) = [k_1(t) \ k_2(t) \ k_3(t) \ \dots \ k_n(t)] \quad (22)$$

در نهایت قانون کنترل به فرم زیر طراحی می‌گردد:

($n-1$ و $n-2$) بار مشتق پذیر باشند. (۲) $\Delta A_i(t) = \Delta A_i$ و $\Delta B_i(t) = \Delta B_i$ ، ماتریس‌های نامعین ثابت با زمان باشند. برای تضمین کنترل پذیری محلی سیستم (۱) شرط کافی زیر در [۱۱] ارائه شده است:

$$\sum_{k=1}^m \varepsilon_{ik}(t) \varphi_{ik} < 1 \quad (11)$$

که در آن φ_{ik} به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varphi_{ik} = \begin{cases} \left\| \left(-S_i^{-1} U_i^H E_{ik} V_i \begin{bmatrix} I_{n^2}, 0_{n^2 \times n(p-1)} \end{bmatrix}^T \right) \right\|, & \text{for } \varepsilon_{ik}(t) \geq 0 \\ \left\| \left(S_i^{-1} U_i^H E_{ik} V_i \begin{bmatrix} I_{n^2}, 0_{n^2 \times n(p-1)} \end{bmatrix}^T \right) \right\|, & \text{for } \varepsilon_{ik}(t) < 0. \end{cases} \quad (12)$$

در رابطه (۱۱)، E_{ik} ، S_i ، U_i و V_i به ترتیب در رابطه‌های (۹) و (۱۰) تعریف شده‌اند. ماتریس I_{n^2} ماتریس واحدی با ابعاد $n^2 \times n^2$ است. چنانچه شرط (۱۱) به طور هم‌زمان برای هر قانون سیستم فازی همراه با نامعینی برقرار باشد، وجود خاصیت کنترل پذیری تضمین می‌گردد.

۴-۲ کنترل پذیری سراسری مقاوم

سیستم کنترل مبتنی بر مدل فازی T-S همراه با پارامترهای نامعینی که در رابطه (۱) تعریف گردید، به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N h_i(z) \left((A_i + \Delta A_i(t))x(t) + (B_i + \Delta B_i(t))u(t) \right) \quad (13)$$

واضح است که رابطه (۱۳) قابلیت کنترل پذیری سراسری را دارد اگر و فقط اگر ماتریس رابطه (۱۴) با ابعاد $n^2 \times n(n+p-1)$ دارای رتبه ستونی کامل n^2 باشد [۱۳]. در (۱۴) ماتریس \bar{Q} ، ماتریسی ثابت با ابعاد $n^2 \times n(n+p-1)$ است و دارای رتبه ستونی کامل است.

$$\begin{aligned} \tilde{Q} &= \sum_{i=1}^N h_i(z) Q_i + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^m h_i(z) \varepsilon_{ik}(t) E_{ik} \\ &= \sum_{i=1}^N h_i(z) (\bar{Q} + D_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^m h_i(z) \varepsilon_{ik}(t) E_{ik} \\ &= \bar{Q} + \sum_{i=1}^N h_i(z) D_i + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^m h_i(z) \varepsilon_{ik}(t) E_{ik} \end{aligned} \quad (14)$$

ماتریس Q_i و E_{ik} در رابطه‌های (۸) و (۹) آورده شده است و به صورت زیر است:

$$D_i = Q_i - \bar{Q}. \quad (15)$$

تجزیه مقدار منفرد \bar{Q} به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{Q} = \bar{U} \begin{bmatrix} \bar{S} & 0_{n^2 \times n(p-1)} \end{bmatrix} \bar{V}^H \quad (16)$$

که $\bar{U} \in R^{n^2 \times n^2}$ و $\bar{V} \in R^{n(n+p-1) \times n(n+p-1)}$ ماتریس‌های واحد هستند و \bar{V}^H مزدوج ترانپوزده ماتریس \bar{V} ، $\bar{S}_i = [\bar{\sigma}_{i1}, \dots, \bar{\sigma}_{in^2}]$ و $\bar{\sigma}_{i1} \geq \bar{\sigma}_{i2} \geq \dots \geq \bar{\sigma}_{in^2} > 0$ می‌باشند.

در ادامه، قضیه دیگری برای بررسی شرط کافی ارائه می‌شود که کنترل پذیری سراسری سیستم (۱) را تضمین می‌کند. قضیه ۲: سیستم غیرخطی همراه با پارامتر نامعینی (۱) کنترل پذیر است اگر شرط زیر برای هر قانون فازی برقرار باشد [۱۱]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g \sin(x_1(t))}{4l/3 - aml \cos^2(x_1(t))} - \frac{aml}{2} \times \frac{x_2(t) \sin(2x_1(t))}{4l/3 - aml \cos^2(x_1(t))} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -c_1(t) & -c_2(t) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-a \cos(x_1(t))}{4l/3 - aml \cos^2(x_1(t))} + \begin{bmatrix} 0 \\ c_3(t) \end{bmatrix} \end{bmatrix} u(t). \quad (27)$$

در ادامه با استفاده از مدل فازی تاکاگی- سوگنو سیستم غیرخطی به صورت (۲۸) توصیف می‌گردد. ابتدا در معادلات حالت (۲۷) روابط $z_1(t)$ ، $z_2(t)$ ، $z_3(t)$ و $z_4(t)$ به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$\begin{aligned} z_1(t) &= \frac{1}{4l/3 - aml \cos^2(x_1(t))}, \\ z_2(t) &= \sin(x_1(t)), \\ z_3(t) &= x_2(t) \sin(2x_1(t)), \\ z_4(t) &= \cos(x_1(t)). \end{aligned} \quad (28)$$

که در روابط فوق، $x_1(t) \in (-90^\circ, 90^\circ)$ و $x_2(t) \in [-10, 10]$ است.

باید توجه داشت هنگامی که $x_1(t) = \pm 90^\circ$ باشد سیستم کنترل پذیر نیست، در این صورت برای داشتن خاصیت کنترل پذیری فازی محدوده $x_1(t)$ به صورت $x_1(t) \in [-88^\circ, 88^\circ]$ فرض می‌شود. با توجه به چهار ترم غیرخطی تعریف شده و با در نظر گرفتن محدوده‌های ماکزیمم و مینیمم هر کدام از این ترم‌ها، مجموعاً ۲^۴ حالت مختلف برای ماتریس‌های A_i و B_i در نظر گرفته می‌شود که در (۲۹) نشان داده شده‌اند. بر این اساس، مدل فازی تاکاگی- سوگنو دارای ۱۶ قاعده فازی است که مجموعه‌های فازی تعریف شده برای آن‌ها در روابط (۳۱) مشخص گردیده‌اند. قواعد فازی و مجموعه‌های فازی مربوط به آن‌ها توزیع خطی شده سیستم غیرخطی واقعی می‌باشند.

$$A_3 = A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 15.68 & 1.2 \end{bmatrix}, \quad A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 15.68 & -1.2 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$A_7 = A_8 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 10 & 1.2 \end{bmatrix}, \quad A_5 = A_6 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 10 & -1.2 \end{bmatrix},$$

$$A_{11} = A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 21.6 & 1.65 \end{bmatrix}, \quad A_9 = A_{10} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 21.6 & -1.65 \end{bmatrix},$$

$$A_{11} = A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 21.6 & 1.65 \end{bmatrix}, \quad A_{15} = A_{16} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 13.75 & 1.65 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_3 = B_5 = B_7 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.96 \end{bmatrix},$$

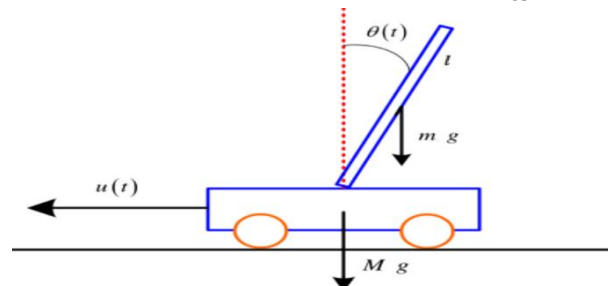
$$B_2 = B_4 = B_6 = B_8 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.033 \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$u(t) = -K(t)x(t). \quad (23)$$

۳- شبیه‌سازی

سیستم پاندول معکوس یک سیستم شناخته شده است که بدون وجود کنترل کننده ناپایدار است. در شکل ۱ سیستم پاندول معکوس نشان داده شده است.

در شکل ۱، زاویه پاندول معکوس نسبت به موقعیت عمودی و $u(t)$ نیرو است.



شکل ۱: شمای سیستم مکانیکی و غیرخطی پاندول معکوس [۱۴]

معادلات سیستم فوق به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) \quad (24)$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{g \sin(x_1(t)) - amlx_2^2(t) \sin(2x_1(t)) / 2 - a \cos(x_1(t)) u(t)}{4l/3 - aml \cos^2(x_1(t))}$$

در معادله (۲۴)، متغیر حالت $x_1(t)$ زاویه پاندول معکوس نسبت به موقعیت عمودی (برحسب رادیان)، $x_2(t)$ سرعت زاویه‌ای چرخش پاندول، $M = ۱$ جرم گاری (kg)، $m = ۰.۱۵$ جرم پاندول (kg)، $l = ۰.۱۵$ طول پاندول (m)، $g = ۹.۸$ ثابت گرانش (m/s^2) و $a = 1/M + m$ است. معادله دوم رابطه (۲۴)، در صورت وجود پارامتر نامعینی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2(t) &= \frac{1}{4l/3 - aml \cos^2(x_1(t))} \\ &\times (g \sin(x_1(t)) - c_1 x_1(t) \\ &- \frac{amlx_2(t) \sin(2x_1(t))}{2} x_2(t) \\ &- c_2 x_2(t) - a \cos(x_1(t)) u(t) + c_3 u(t) \end{aligned} \quad (25)$$

که در آن $c_1(t)$ ، $c_2(t)$ و $c_3(t)$ پارامترهای نامعین هستند که به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$-0.02 M \leq c_1(t) \leq 0.02 M, \quad (26)$$

$$-0.02 m \leq c_2(t) \leq 0.02 m,$$

$$-0.002 a \leq c_3(t) \leq 0.002 a.$$

و در این حالت معادله‌های فوق را می‌توان به فرم زیر نوشت:

$$\sum_{i=1}^{16} \varepsilon_{ik}(t) \bar{\phi}_{ik} \leq 1 \quad (۵-۳۲)$$

$$\varepsilon_{i1} \in [-0.02 \ 0], \varepsilon_{i2} \in [-0.01 \ 0], \varepsilon_{i3} \in [-0.0012 \ 0]$$

$$\sum_{i=1}^{16} \varepsilon_{ik}(t) \bar{\phi}_{ik} \leq 1 \quad (۶-۳۲)$$

$$\varepsilon_{i1} \in [-0.02 \ 0], \varepsilon_{i2} \in [-0.01 \ 0], \varepsilon_{i3} \in [0 \ 0.0012]$$

$$\sum_{i=1}^{16} \varepsilon_{ik}(t) \bar{\phi}_{ik} \leq 1 \quad (۷-۳۲)$$

$$\varepsilon_{i1} \in [-0.02 \ 0], \varepsilon_{i2} \in [0 \ 0.01], \varepsilon_{i3} \in [-0.0012 \ 0]$$

$$\sum_{i=1}^{16} \varepsilon_{ik}(t) \bar{\phi}_{ik} \leq 1 \quad (۸-۳۲)$$

$$\varepsilon_{i1} \in [0 \ 0.02], \varepsilon_{i2} \in [-0.01 \ 0], \varepsilon_{i3} \in [-0.0012 \ 0]$$

انتخاب محدوده‌های فوق برای نامعینی‌ها منجر به برآورده شدن شروط (۱۷) و (۱۸) و نهایتاً کنترل پذیری سراسری سیستم پاندول معکوس غیرخطی می‌گردد. سیگنال کنترل کننده بر اساس رابطه $u(t) = -K(t)x(t)$ به نحوی مشخص می‌گردد که در هر لحظه و بر اساس مقادیری که دو ماتریس $A(t)$ و $B(t)$ اتخاذ می‌کنند و با محاسبه ماتریس‌های روابط (۲۰)، (۲۱) و بردار رابطه (۲۲) قابل محاسبه است. در تعیین ماتریس رابطه (۲۰)، محل قطب‌های سیستم حلقه بسته با استفاده از روش سعی و خطا در محل $3 \pm i3 - 6$ $s_1, s_2 =$ در نظر گرفته می‌شوند. لازم به توضیح است که در این روش بردار فیدبک حالت $K(t)$ به صورت متغیر با زمان تغییر کرده و یک مقدار ثابت ندارد. کنترل پذیر بودن مدل تضمین می‌کند که همواره در هر لحظه از زمان جواب قابل قبولی برای $K(t)$ وجود خواهد داشت. نتایج شبیه‌سازی در شکل ۲ آورده شده است. با توجه به شکل ۲ مشاهده می‌شود که متغیرهای حالت سیستم پایدار می‌باشند.

برای مقایسه عملکرد سیستم، محل قطب‌های انتخابی پس از خطی‌سازی سیستم حول یک نقطه کار و طراحی کنترل کننده تنظیم کننده خطی درجه دوم (LQR) در نظر گرفته شد. برای این کار ابتدا سیستم غیرخطی (۲۷) حول نقطه کار (۸۵/۹) خطی سازی شده که ماتریس‌های $A(t)$ و $B(t)$ جدید به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 14.5 & -0.15 \end{bmatrix}, B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.03 \end{bmatrix}. \quad (۳۳)$$

با استفاده از روش تنظیم کننده خطی درجه دوم، قطب‌های سیستم حلقه بسته به صورت $s_1 = -3/89$ و $s_2 = -3/73$ به دست می‌آیند. نهایتاً کنترل کننده آکرمین $u(t) = -K(t)x(t)$ برای محل قطب‌های

$$B_9 = B_{11} = B_{13} = B_{15} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1.32 \end{bmatrix},$$

$$B_{10} = B_{12} = B_{14} = B_{16} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.046 \end{bmatrix}.$$

با استفاده از روابط فازی، مجموعه‌های فازی به صورت زیر حاصل می‌شوند:

$$E_1(z_1(t)) = (0.2 - z_1(t))/0.6,$$

$$E_2(z_1(t)) = (1.6 - z_1(t))/-0.6,$$

$$M_1(z_2(t)) = (z_2 - (2/\pi) \times \sin^{-1}(z_2(t))) / ((1 - (2/\pi)) \times \sin^{-1}(z_2(t))),$$

$$M_2(z_2(t)) = \sin^{-1}(z_2(t)) - z_2(t) / ((1 - (2/\pi)) \times \sin^{-1}(z_2(t))), \quad (۳۱)$$

$$N_1(z_3(t)) = (z_3(t) + 10)/20,$$

$$N_2(z_3(t)) = (-z_3(t) + 10)/20,$$

$$S_1(z_4(t)) = (z_4(t) - 0.035)/0.96,$$

$$S_2(z_4(t)) = (1 - z_4(t))/0.96.$$

برای بررسی کنترل پذیری سیستم پاندول معکوس همراه با پارامتر نامعینی شرط (۱۱) بررسی می‌شود. با توجه به این که سیستم دارای ۱۶ قانون فازی و ۳ پارامتر نامعینی است باید شرط (۱۱) در $2^3 \times 16 = 128$ مرحله هم‌زمان برقرار باشد. جواب حاصل شده از شبیه‌سازی بیانگر این است که سیستم پاندول معکوس همراه با پارامتر نامعینی شرط (۱۱) را داراست و در نتیجه سیستم کنترل پذیر است. شرط کنترل پذیری (۱۱) با بازه‌های مختلف نامعینی به صورت مجموعه روابط (۳۲) نوشته می‌شود. روابط (۳۲) میزان نامعینی اعمال شده به ماتریس‌های $A_i + \Delta A_i(t)$ ناشی از مدل توزیع شده تاکاگی-سوگنو را مشخص می‌کنند. سه محدوده مشخص شده توسط $\varepsilon_{ik}(t)$ که مجموعاً هشت حالت مختلف را در برمی‌گیرند در این روابط مشخص شده‌اند. محدوده‌های تعریف شده به نحوی هستند که با توجه به رابطه (۱۲) شرط (۱۱) برآورده می‌کنند. مقادیر در نظر گرفته شده در شبیه‌سازی، اعدادی تصادفی با توزیع یکنواخت در محدوده‌های زیر می‌باشند.

$$\sum_{i=1}^{16} \varepsilon_{ik}(t) \bar{\phi}_{ik} \leq 1 \quad (الف-۳۲)$$

$$\varepsilon_{i1} \in [0 \ 0.02], \varepsilon_{i2} \in [0 \ 0.01], \varepsilon_{i3} \in [0 \ 0.0012]$$

$$\sum_{i=1}^{16} \varepsilon_{ik}(t) \bar{\phi}_{ik} \leq 1 \quad (ب-۳۲)$$

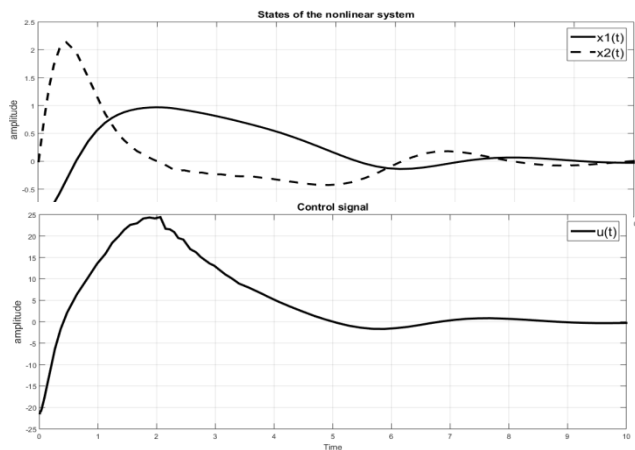
$$\varepsilon_{i1} \in [-0.02 \ 0], \varepsilon_{i2} \in [0.01 \ 0], \varepsilon_{i3} \in [0 \ 0.0012]$$

$$\sum_{i=1}^{16} \varepsilon_{ik}(t) \bar{\phi}_{ik} \leq 1 \quad (ج-۳۲)$$

$$\varepsilon_{i1} \in [0 \ 0.02], \varepsilon_{i2} \in [-0.01 \ 0], \varepsilon_{i3} \in [0 \ 0.0012]$$

$$\sum_{i=1}^{16} \varepsilon_{ik}(t) \bar{\phi}_{ik} \leq 1 \quad (د-۳۲)$$

$$\varepsilon_{i1} \in [0 \ 0.02], \varepsilon_{i2} \in [0 \ 0.01], \varepsilon_{i3} \in [-0.0012 \ 0]$$



شکل ۳: متغیر حالت و سیگنال کنترل برای مدل غیرخطی پاندول معکوس همراه با نامعینی با کنترل کننده آکرمن با قطب‌های به‌دست‌آمده از روش تنظیم کننده خطی درجه دوم

$$IAE: J = \min \left[\int_0^{t_{ss}} |e(t)| dt \right], \quad (34)$$

$$ISE: J = \min \left[\int_0^{t_{ss}} e^2(t) dt \right],$$

$$ITAE: J = \min \left[\int_0^{t_{ss}} t |e(t)| dt \right],$$

$$ITSE: J = \min \left[\int_0^{t_{ss}} te^2(t) dt \right].$$

در جدول ۱ شاخص عملکردها نشان داده شده است. داده‌های این جدول نشان می‌دهند که متغیر حالت $x_1(t)$ ، متغیر حالت $x_2(t)$ و سیگنال کنترل $u(t)$ به ترتیب در شاخص عملکرد IAE، ITAE و ITSE با کنترل کننده آکرمن با قطب‌های به‌دست‌آمده از روش سعی و خطا بهترین پاسخ را دارند. در این مطالعه برای مقایسه نتیجه به‌دست‌آمده از کنترل کننده آکرمن با یک کنترل کننده دیگر، از نتایج موجود در مقاله [۱۴] استفاده گردیده است. در مقاله [۱۴] برای کنترل سیستم پاندول معکوس همراه با نامعینی از کنترل کننده فازی نوع ۲ با مجموعه توابع فازی نامنطبق استفاده شده و پایداری سیستم حلقه بسته با استفاده از نامساوی‌های ماتریسی به اثبات رسیده است.

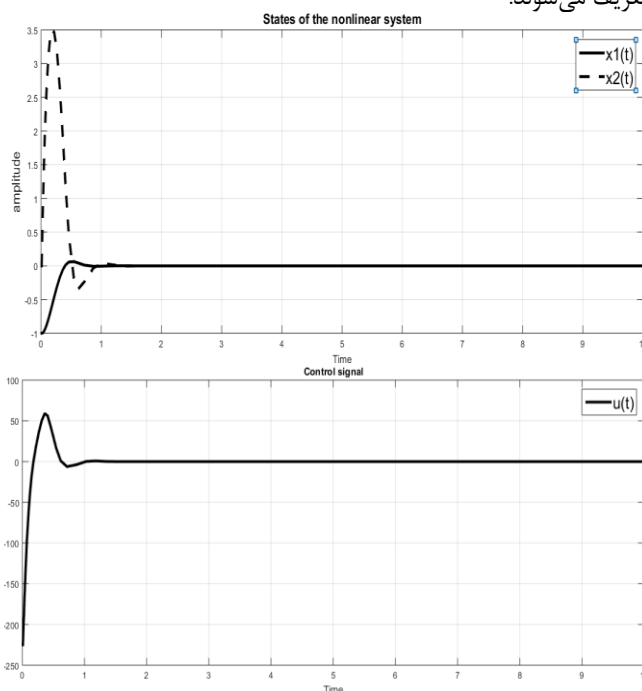
جدول ۱: مقایسه شاخص‌های عملکرد

$S_2 = -3/73$ $S_1 = -3/89$	$S_1, S_2 = -6.0 \pm 3i$	قطب‌ها IAE
۴۰/۸	۱۶/۷۵	x_1 برای IAE
۲۷/۹۶	۴۲/۸۶	x_2 برای IAE
۷۳۹۵	۲۴۲۰	u برای IAE
۶۸/۷۷	۱۴/۷۹	x_1 برای ISE
۳۴/۲۲	۱۰۲/۲۲	x_2 برای ISE
۸۳۰۰۰۰۰	۳۵۰۰۰۰	u برای ISE

انتخاب شده طراحی گردیده و بر روی سیستم (۲۷) اجرا شده است. نتایج شبیه‌سازی در شکل ۳ آورده شده است.

با توجه به نتایج به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی که در شکل ۲ و ۳ آورده شده است مشاهده می‌شود که نتایج کنترل کننده آکرمن با قطب‌های به‌دست‌آمده از روش سعی و خطا نسبت به نتایج کنترل کننده آکرمن با قطب‌های به‌دست‌آمده از روش تنظیم کننده خطی درجه دوم دارای سرعت بیشتر می‌باشند.

برای مقایسه خطا از شاخص‌های عملکردی استفاده شده که عبارت‌اند از شاخص عملکرد انتگرال قدر مطلق تابع خطا (IAE)، انتگرال مجذور تابع خطا (ISE)، انتگرال زمان در قدر مطلق تابع خطا (ITAE) و انتگرال زمان در مجذور تابع خطا (ITSE) و به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:



شکل ۴: متغیر حالت و سیگنال کنترل برای مدل غیرخطی پاندول معکوس همراه با نامعینی با کنترل کننده آکرمن با قطب‌های به‌دست‌آمده از روش سعی و خطا

دارای سرعت بیشتر در رسیدن به حالت تعادل و پیچیدگی کمتر در پیاده‌سازی می‌باشند.

مراجع

- [1] W. Xie, "Improved L2 gain performance controller synthesis for Takagi–Sugeno fuzzy system," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 16, no. 5, pp. 1142–1150, Oct. 2008.
- [2] W. H. Ho, J. T. Tsai and J. H. Chou, "Robust quadratic-optimal control of TS-fuzzy-model-based dynamic systems with both elemental parametric uncertainties and norm-bounded approximation error," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 17, no. 3, pp. 518–531, Jun. 2009.
- [3] F. Wang, Z. R. Feng, S. Liu and P. Jiang, "Robust supervisory control of fuzzy discrete event systems," *IET Control Theory Appl.*, vol. 2, no. 5, pp. 384–391, May 2008.
- [4] W. Yang, "Supervisory control theory of fuzzy discrete event systems," *Acta Autom. Sin.*, vol. 34, no. 4, pp. 460–465, Aug. 2008.
- [5] A. S. M. Biglarbegian and W. Melek, "On the accessibility/controllability of fuzzy control systems," *Inf. Sci.*, vol. 202, pp. 58–72, 2012.
- [6] A. K. Yadav, P. Gaur, A. P. Mittal and M. Anzar, "Comparative analysis of various control techniques for inverted pendulum," *India International Conference on Power Electronics (IICPE2010)*. IEEE, pp.1-6, 2011.
- [7] I. Abdelmalek, N. Golea and M. Laid Hadjili, "A new fuzzy Lyapunov approach to non-quadratic stabilization of Takagi–Sugeno fuzzy models," *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, vol. 17, no. 1, pp. 39–51, 2007.
- [8] A. Raees, M.B. Kadri, "Fuzzy Model based Predictive control of a Hammerstein model with constraints handling," *In: Satellite Telecommunications (ESTEL), IEEE First AESS European Conference on*. IEEE, pp. 1-6, 2012.
- [9] R. Pradhan and S. Panda, "Application of Genetic Algorithm based PSS for two-area AGC system in deregulated scenario," *In: Nature & Biologically Inspired Computing, 2009. NaBIC 2009. World Congress on*. IEEE, pp. 1207-1212, 2009.
- [10] M. Campana and J. Alberto, "Analysis of the Fuzzy Controllability Property and Stabilization for a Class of T–S Fuzzy Models," *Fuzzy Systems, IEEE Transactions*, vol. 23, no. 2, pp. 291–301, 2015.
- [11] S. Chen, W. Ho and J. Chou, "Robust controllability of T–S fuzzy-model-based control systems with parametric uncertainties," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* vol. 17, no. 6, pp. 1324–1335, 2009.
- [12] A. Sinha, *Linear Systems: Optimal and Robust Control*, London, U.K.: CRC press, 2007.
- [13] H. H. Rosenbrock, *State-Space and Multivariable Theory*, New York: Wiley, 1970.
- [14] H. Li, X. Sun, L. Wu, "State and output feedback control of a class of fuzzy systems with mismatched membership functions," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 23, no. 6, pp. 1943 – 1957, 2015.

		برای ITAE
۲۳۳/۲۵	۱/۳۰	x_1
۲۲۱/۴۸	۷/۰۶	برای ITAE
۱۹۱۰۰	۲۰۱/۳۲	x_2
		برای ITAE
		u
		برای ISAE
۲۱۷/۵۷	۰/۸۹	x_1
۲۹۹/۷۵	۱۷/۰۸	برای ISAE
۱۸۳۰۰۰۰	۱۶۶۰۰	x_2
		برای ISAE
		u

اگرچه در مقاله مذکور سیستم موردنظر توانایی در نظر گرفتن نامعینی‌های موجود در مدل را دارا است ولی پیاده‌سازی عملیاتی یک کنترل‌کننده پیچیده فازی نسبت به کنترل‌کننده فیدبک حالت از چالش‌های روش موردبحث است. علاوه بر این نتایج کنترل‌کننده آکرمن با قطب‌های به‌دست‌آمده از روش سعی و خطا نسبت به نتایج کنترل‌کننده PDC موجود در مقاله [۱۴] از سرعت بالاتری برخوردارند. با مقایسه سرعت پاسخ سیستم در [۱۴] و روش پیشنهادی، مشخص می‌گردد که زمان رسیدن به حالت تعادل در مقاله مذکور حدود ۰/۹ ثانیه است که در مقایسه با روش پیشنهادی در این مقاله (شکل ۲) که حدوداً برابر با ۰/۶ ثانیه است کندتر است.

۴ نتیجه‌گیری

در این مقاله مسئله کنترل‌پذیری سیستم‌های غیرخطی همراه با نامعینی مبتنی بر مدل فازی T-S بررسی گردید و کنترل‌کننده آکرمن برای آن طراحی شد. برای بررسی کنترل‌پذیری از شرط کافی ارائه‌شده در مقاله [۱۱] استفاده گردید که چنانچه تعداد قوانین فازی و تعداد پارامترهای نامعین زیاد نباشند شرط کافی پیشنهادشده مناسب است. همچنین در این مقاله برای طراحی کنترل‌کننده آکرمن قطب‌های سیستم حلقه بسته با استفاده از روش سعی و خطا انتخاب شدند. برای بررسی نتایج، کنترل‌پذیری سیستم غیرخطی پاندول معکوس همراه با نامعینی مبتنی بر مدل فازی T-S با شرط کافی بررسی و کنترل‌کننده آکرمن برای آن طراحی شد. با توجه به نتایج شبیه‌سازی، مشاهده گردید که سیستم غیرخطی پاندول معکوس همراه با نامعینی با کنترل‌کننده آکرمن پاسخ مناسبی را ارائه داده است. برای مقایسه نتایج، یک کنترل‌کننده آکرمن با قطب‌های به‌دست‌آمده از روش LQR طراحی و نتایج به‌دست‌آمده با کنترل‌کننده PDC در مقاله [۱۴] مقایسه گردید و مشخص گردید که پاسخ‌های کنترل‌کننده آکرمن

زیرنویس‌ها

^۱ parallel-distributed-compensation