

طراحی کنترل کننده مد لغزشی دینامیکی مرتبه کسری تطبیقی برای سیستم ژیروسکوپ سه محوره بر اساس روش بازگشت به عقب

سید باقر فاضلی اصل^۱، دانشجوی کارشناسی ارشد؛ سید سجاد موسی پور^۲، استادیار

۱- دانشکده مهندسی - دانشگاه شهید چمران اهواز - اهواز - ایران - bagherfazeli2016@gmail.com

۲- دانشکده مهندسی - دانشگاه شهید چمران اهواز - اهواز - ایران - s.moosapour@scu.ac.ir

چکیده: در این مقاله، یک کنترل کننده مد لغزشی دینامیکی با سطح لغزش مرتبه کسری بر اساس الگوریتم بازگشت به عقب برای کنترل عملکرد ژیروسکوپ سه محوره میکرو الکترومکانیکی طراحی شده است. برای جبران نامعینی‌ها و اغتشاشات وارده به سیستم از کنترل کننده مد لغزشی استفاده می‌شود. به منظور افزایش درجه آزادی و مقاومت بیشتر کنترل کننده، سطح لغزش به صورت مرتبه کسری انتخاب می‌شود. استفاده از کنترل کننده مد لغزشی دینامیکی علاوه بر افزایش عملکرد کنترل کننده باعث کاهش پدیده چترینگ در سیگنال کنترل می‌شود. استفاده از روش بازگشت به عقب به عنوان یک ابزار طراحی بسیار قوی برای سیستم‌های غیرخطی، باعث مقاومت بیشتر کنترل کننده طراحی شده در برابر اغتشاشات وارده به سیستم می‌شود. پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف اثبات می‌شود. در پایان طراحی به منظور کاهش مؤثر پدیده چترینگ در سیگنال کنترل، از تئوری کنترل فازی برای لایه مرزی و همچنین از روش تطبیقی جهت تخمین آنلاین کران بالای عدم قطعیت استفاده شده است. به منظور ارزیابی کارایی کنترل کننده طراحی شده، این کنترل کننده با دو نوع کنترل کننده مد لغزشی دیگر مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل کننده پیشنهادی دارای پدیده چترینگ یا نوسانات ناخواسته بسیار کمتر در قانون کنترل، افزایش پایداری سیستم، کاهش زمان صعود و ردیابی قابل قبول می‌شود.

واژه‌های کلیدی: مد لغزشی دینامیکی، مرتبه کسری، بازگشت به عقب، تطبیقی، ژیروسکوپ سه محوره.

Fractional Order Dynamic Sliding Mode Controller Design for Triaxial Gyroscope based on Backstepping Method

S.B. Fazeli Asl¹, MSc Student; S.S. Moosapour², Assistant Professor²

1- Faculty of Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran, Email: bagherfazeli2016@gmail.com

2- Faculty of Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran, Email: s.moosapour@scu.ac.ir

Abstract: In this paper, a dynamic sliding mode controller with fractional order sliding surface based on backstepping algorithm is designed and presented for controlling performance of a micro-electro-mechanical triaxial gyroscope. To compensate uncertainties and incoming disturbances to the system, a sliding mode controller is used. In order to increase the degree of freedom and further robustness of the controller, the sliding surface is selected as fractional order form. Using dynamic sliding mode controller in addition to the increasing the performance of controller, cause to reduce the chattering phenomenon in the input control signal. Using the backstepping approach as a very powerful design tool for nonlinear systems, makes the designed controller more robust against incoming disturbances to the system. Asymptotic stability of the closed loop system will be proven by Lyapunov stability theorem. At the end of the design, in order to efficacious reduce the chattering phenomenon in the control signal, fuzzy control theory for control the boundary layer and also adaptive method for online estimating the upper bound of uncertainty are used. In order to evaluate performance of the designed controller, this controller is compared with two other sliding mode controllers. Simulation results show that the proposed controller have a much less chattering phenomenon in control signal, increasing system stability, reducing the rise time and better tracking.

Keywords: Dynamic sliding mode, fractional order, backstepping, adaptive, triaxial gyroscope.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۶/۷/۲

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۶/۱۲/۲۷

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۶/۲۱

نام نویسنده مسئول: سید سجاد موسی پور

نشانی نویسنده مسئول: اهواز - اهواز - بلوار گلستان - دانشگاه شهید چمران اهواز - دانشکده مهندسی، گروه برق.

۱- مقدمه

ژیروسکوپ‌ها از زمان اختراع برای کاربردهای ناوبری مورد استفاده واقع شده‌اند و هنوز هم برای این هدف استفاده می‌شوند. در تمام مسائل حرکتی داشتن اطلاعات از موقعیت و زاویه جسم و همچنین سرعت زاویه‌ای آن امری ضروری است، چراکه بدون این اطلاعات کنترل آن به سمت هدف غیرممکن بوده و امری محال به نظر می‌رسد. ژیروسکوپ‌ها سنسورهایی می‌باشند که از آن‌ها جهت به دست آوردن سرعت زاویه‌ای و موقعیت زاویه‌ای استفاده می‌شود. با پردازش این اطلاعات و انجام محاسبات اضافی می‌توان موقعیت کلی جسم را نیز به دست آورد. امروزه، ژیروسکوپ‌های میکروالکترومکانیکی (MEMS) به علت دارا بودن اندازه و وزن کوچک و همچنین قیمت کمتر در مقایسه با ژیروسکوپ‌های مکانیکی قدیمی توجه بسیاری را به خود جلب کرده‌اند.

ژیروسکوپ‌های میکروالکترومکانیکی در زمینه‌های مختلفی از جمله در سیستم‌های هوافضا، مخابرات و کاربردهای نظامی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. همچنین افزایش روند استفاده از ژیروسکوپ‌ها و شتاب‌سنج‌های MEMS در وسایل الکترونیکی مصرفی در سال‌های اخیر اهمیت این فناوری را نشان می‌دهد. شایان ذکر است حتی فناوری‌های جدید ساخت در ابعاد میکرو پاسخگوی دقت مورد نیاز برای این نوع ژیروسکوپ‌ها نمی‌باشد و در نتیجه عوامل اجتناب‌ناپذیری در ساخت حسگر مانند تغییرات پارامترها و اغتشاشات ورودی به سیستم بر مقاومت و پایداری آن تأثیر نامطلوبی می‌گذارد و عملکرد آن‌ها را به شدت تضعیف می‌کند. به همین جهت اعمال تکنیک‌های جبران‌سازی بعد از ساخت جهت افزایش دقت اندازه‌گیری این حسگرها و همچنین مقاوم‌سازی آن‌ها در برابر عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات اعمالی به سیستم بسیار حائز اهمیت می‌باشد.

از جمله جبران‌سازهای مقاوم در برابر اغتشاشات و نامعینی‌های پارامتری هر سیستمی، کنترل‌کننده‌های غیرخطی مبتنی بر تئوری لیاپانوف می‌باشد. کنترل‌کننده‌های بازگشت‌به‌عقب ابزار بسیار قوی برای کنترل سیستم‌های غیرخطی هستند که بر پایه طراحی لیاپانوف استوارند. انعطاف روش بازگشت‌به‌عقب به طراح اجازه می‌دهد که تعداد زیادی از مسائل طراحی را تحت شرایطی گسترده‌تر از آن چیزی که روش‌های دیگر با آن روبرو می‌باشند، حل نماید. ایده این روش تعمیم تابع لیاپانوف از یک سیستم ساده به سیستم‌هایی شامل متغیرهای حالت اضافه و به‌طور هم‌زمان طراحی کنترل برای تضمین پایداری است [۱]. در مرجع [۲] برای کنترل ژیروسکوپ MEMS و همچنین افزایش دقت آن از کنترل‌کننده بازگشت‌به‌عقب استفاده شده است. همچنین مرجع [۳] یک کنترل‌کننده بازگشت‌به‌عقب مقاوم تطبیقی برای کنترل یک کلاس از سیستم‌های غیرخطی استفاده کرده است.

یکی از ضعف‌های روش بازگشت‌به‌عقب این است که این روش فقط برای سیستم‌های فیدبک صریح به کار می‌رود. همچنین این روش نمی‌تواند حالت‌های سیستم را در زمان محدود و در مسیری دلخواه به

سمت نقطه تعادل سوق دهد. بنابراین برای بهبود عملکرد و بالأخص افزایش مقاومت سیستم حساسی مانند ژیروسکوپ MEMS در برابر نامعینی‌های سیستم نیاز است که این روش را ارتقا داد. یک راه‌حل مناسب ترکیب این روش با روش مقاوم دیگر می‌باشد. استفاده از کنترل‌کننده مقاوم مد لغزشی با سطوح لغزش متنوع که دارای مزایای گوناگون است، یک گزینه ایده‌آل می‌باشد. ترکیب این دو روش غیرخطی نه تنها باعث افزایش معنی‌دار پیچیدگی طراحی نمی‌شود، بلکه از مزیت سادگی طراحی روش بازگشت‌به‌عقب بهره می‌برد. همچنین باعث بهبود عملکرد و افزایش مقاومت سیستم در برابر عدم قطعیت‌های سیستم می‌شود. در مرجع [۴]، که از این کنترل‌کننده ترکیبی برای کنترل یک مدل هواپیما استفاده شده است، نتایج به‌روشنی بیانگر مقاومت و عملکرد بالای سیستم می‌باشد.

کنترل‌کننده مد لغزشی نیز یکی از کنترل‌کننده‌های غیرخطی مقاوم می‌باشد که همانند کنترل‌کننده بازگشت‌به‌عقب بر پایه تئوری لیاپانوف استوار است. این کنترل‌کننده، می‌تواند سیستم را در حضور نامعینی‌های پارامتری و همچنین اغتشاشات اعمالی به سیستم به‌طور مطلوبی کنترل کند در سال‌های اخیر ترکیب روش مد لغزشی با روش بازگشت‌به‌عقب برای افزایش مقاومت سیستم در برابر عدم قطعیت‌های موجود در سیستم بسیار مورد توجه قرار گرفته است. مرجع [۵]، از کنترل‌کننده مد لغزشی برای کنترل ژیروسکوپ دومحوره استفاده کرده است. در مرجع [۶] از کنترل‌کننده مد لغزشی مبتنی بر طراحی بازگشت‌به‌عقب جهت افزایش دقت کنترلی و مقاومت در برابر اغتشاشات استفاده شده است.

باینکه کنترل‌کننده مد لغزشی، روشی مؤثر برای کنترل سیستم ژیروسکوپ MEMS در برابر عدم قطعیت می‌باشد اما این روش معایبی دارد که در ادامه برای رفع آن‌ها راه‌کارهایی ارائه شده است. یک ضعف اساسی روش کنترلی مد لغزشی وجود پدیده چترینگ در قانون کنترلی است که باعث ایجاد ارتعاش در سیستم می‌شود. ساده‌ترین روش جهت کاهش این پدیده نامطلوب استفاده از تابع اشباع یا همان لایه مرزی اطراف سطح لغزش به‌جای تابع علامت است. اما عدم دقت در انتخاب دقیق لایه مرزی باعث افزایش خطا می‌گردد [۷]. روش دیگر، استفاده از مد لغزشی مرتبه بالا [۸] است، که علاوه بر کاهش پدیده چترینگ، دقت کنترلی را نیز افزایش می‌دهد. اما این روش دارای محاسبات طولانی و پیچیده‌تری است. از دیگر روش‌های کاهش پدیده چترینگ که در این مقاله نیز از آن استفاده شده است، استفاده از کنترل مد لغزشی دینامیکی است. از جمله مزایای این روش افزایش سرعت ردیابی، عدم کاهش دقت کنترلی و عدم وجود محاسبات پیچیده [۹-۱۱] می‌باشد. در روش کنترل مد لغزشی دینامیکی، با استفاده از سطح لغزشی معمولی (s) و مشتقات آن، سطح لغزش دیگری موسوم به سطح لغزش دینامیکی تعریف می‌شود. این سطح لغزش جدید وابسته به مشتق مرتبه اول یا مرتبه بالاتر ورودی کنترلی است. با استفاده از این سطح لغزش می‌توان بخش‌های

موردنظر طراحی شده است. اما در عمل دست یافتن به کران بالای اغتشاش جهت حفظ و نگه داشتن حالت‌های سیستم روی سطح لغزش تعریف شده، خیلی مشکل است به همین دلیل مقدار آن را معمولاً بزرگ انتخاب می‌کنند تا هر نوع اغتشاشی نتواند سیستم را ناپایدار کند. اما انتخاب بیش از حد بزرگ آن باعث تشدید چترینگ می‌شود. همچنین در این مرجع [۱۷] سیگنال‌های ورودی در حالتی که دارای بعد هستند رسم شده‌اند، که این کار باعث کاهش دامنه سیگنال‌های ورودی و دامنه چترینگ شده است. بنابراین برای بررسی دقیق این پدیده و راه‌حل‌های کاهش آن سیگنال‌های ورودی باید بدون بعد رسم شوند تا چترینگ و دامنه آن به‌طور کامل و واضح دیده شود. به همین دلیل در ادامه مرجع [۱۷]، یعنی در مقاله حاضر پدیده چترینگ به‌صورت خیلی دقیق‌تری مورد بررسی قرار گرفته است. استفاده از کنترل مد لغزشی دینامیکی به‌جای مد لغزشی ترمینال سریع، استفاده از کنترل فازی جهت کنترل هوشمند لایه مرزی و استفاده از قانون تطبیقی جهت تخمین دقیق کران بالای اغتشاش، همچنین رسم نمودار سیگنال‌های ورودی (ii) به‌صورت بدون بعد برای بررسی دقیق پدیده نامطلوب چترینگ و همچنین مقایسه مقاومت‌پذیری روش ترکیبی مد لغزشی بازگشت‌به‌عقب (BSMC) با روش مد لغزشی معمولی (SMC) از جمله تفاوت‌های مهم مقاله حاضر با مرجع [۱۷] می‌باشد.

در این مقاله، کنترل کننده مد لغزشی دینامیکی با سطح لغزش مرتبه کسری بر اساس روش بازگشت‌به‌عقب برای کنترل ژيروسکوپ میکرو الکترومکانیکی سه محوره بررسی می‌شود. انعطاف روش بازگشت‌به‌عقب باعث می‌شود کنترل کننده مقاومت بیشتری در برابر اغتشاش و نامعینی پارامتری داشته باشد. همچنین ایجاد سطح لغزش جدید علاوه بر سطح لغزش اولیه منجر به کاهش پدیده چترینگ در قانون کنترلی می‌شود. با مرتبه کسری کردن هر دو سطح لغزش، درجه آزادی عملی بیشتری به طراح داده می‌شود که پارامترهای کنترل کننده را طوری انتخاب کند تا به پاسخ‌های هموارتر و مناسب‌تر دست یابد. در پایان طراحی برای کاهش مؤثر پدیده چترینگ و همچنین تخمین دقیق و خودکار بهره سوئیچینگ به‌ترتیب از یک لایه مرزی متغیر با زمان که توسط سیستم فازی کنترل می‌شود و کنترل تطبیقی در جهت ارتقای کارایی کنترل کننده موردنظر استفاده می‌شود.

ساختار این مقاله به این صورت تقسیم‌بندی شده است: بعد از بخش مقدمه، در بخش ۲ معادلات دینامیکی و مدل فضای حالت ژيروسکوپ ارائه می‌شود. بخش ۳ به معرفی حسابان مرتبه کسری، مفاهیم پایه مربوط به محاسبات کسری و همچنین تحلیل پایداری سیستم‌های مرتبه کسری پرداخته می‌شود. در بخش ۴ به طراحی کنترل کننده مد لغزشی دینامیکی مرتبه کسری^۱ (FODSMC) بر اساس روش بازگشت‌به‌عقب پرداخته می‌شود. در ادامه این بخش، روش‌های کنترل فازی و تخمین تطبیقی جهت افزایش کارایی این

ناپیوسته قانون کنترل ورودی را به مشتقات آن انتقال داد. بر این اساس قانون کنترل مد لغزشی دینامیک پیوسته‌ای به دست می‌آید که می‌تواند پدیده چترینگ را کاهش دهد [۱۲]. روش دیگر کاهش چترینگ استفاده از کنترل کننده‌های هوشمند می‌باشد که در مرجع [۱۳] برای کاهش این پدیده نامطلوب در یک سیستم غیرخطی یک کنترل کننده هوشمند فازی استفاده شده است.

جهت رسیدن حالت‌های سیستم به سطح لغزش تعریف شده و همچنین باقی ماندن بر روی آن، بهره باید بزرگ‌تر از کران بالای عدم قطعیت انتخاب شود. اما انتخاب بیش از حد بزرگ این بهره سوئیچینگ ممکن است در کاهش پدیده چترینگ توسط روش‌های ذکر شده مشکل ایجاد کند. به همین دلیل مؤثرترین روش برای حل این مسئله و همچنین افزایش پایداری سیستم استفاده از روش تطبیقی برای تخمین این بهره می‌باشد. در مرجع [۱۴] یک کنترل کننده مد لغزشی بازگشت‌به‌عقب تطبیقی جهت حذف اغتشاش و تخمین اینرسی برای سیستم کوادروتور استفاده شده است. مرجع [۱۵] یک کنترل کننده بازگشت‌به‌عقب تطبیقی-فازی برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی پسخوردی غیراکید تأخیری با پسماند نامشخص استفاده کرده است.

یکی دیگر از ضعف‌های روش مد لغزشی معمولی عدم محدود بودن زمان صعود می‌باشد. این ضعف به دلیل استفاده از سطح لغزشی با مرتبه صحیح می‌باشد. بنابراین برای رفع این مشکل ساده‌ترین روش این است که از پتانسیل خود کنترل کننده استفاده شود و فقط سطح لغزش آن مرتبه کسری انتخاب شود.

کنترل کننده‌های مرتبه کسری به دلیل انعطاف‌پذیری بیشتر آن‌ها نسبت به کنترل کننده‌های مرتبه صحیح در بسیاری از زمینه‌ها به‌کار گرفته شده‌اند. به طوری که کسری بودن دینامیک کنترل کننده باعث کنترل آسان سیستم‌های پیچیده می‌شود و این امکان را به طراح می‌دهد که به پاسخ‌های مناسب و موردنظر دست یابد. مرجع [۱۶] جهت افزایش عملکرد و دقت کنترل کننده از سطح لغزش مرتبه کسری در کنترل کننده مد لغزشی استفاده کرده است.

در مرجع [۱۷]، یک کنترل کننده مد لغزشی ترمینال نوع سریع بازگشت‌به‌عقب مرتبه کسری برای کنترل ژيروسکوپ سه محوره میکرو الکترومکانیکی دارای نامعینی و اغتشاشات، طراحی شده است. در این مرجع، بیشتر به مساله سرعت همگرایی پاسخ پرداخته شده است و پدیده چترینگ و روش‌های کاهش آن به‌طور دقیق مورد بررسی قرار نگرفته است. در همین مرجع [۱۷] برای کاهش چترینگ در سیگنال کنترلی از لایه مرزی ثابتی استفاده شده است. اما چون عرض لایه مرزی در طراحی کنترل کننده FOBSMC با دقت زیاد و با روش‌های هوشمند انتخاب نشده است، سبب کاهش دقت کنترلی در سیگنال ورودی کنترل کننده FOBSMC شده است و ردیابی به‌طور دقیق صورت نگرفته است و دارای خطای حالت ماندگار می‌باشد. در این مرجع، با فرض معلوم بودن کران بالای عدم قطعیت، کنترل کننده

$$\begin{aligned} \frac{d_{xx}}{m\omega_0} &\rightarrow d_{xx}, & \frac{d_{xy}}{m\omega_0} &\rightarrow d_{xy}, & \frac{d_{xz}}{m\omega_0} &\rightarrow d_{xz}, & \frac{d_{yy}}{m\omega_0} &\rightarrow d_{yy}, \\ \frac{d_{yz}}{m\omega_0} &\rightarrow d_{yz}, & \frac{d_{zz}}{m\omega_0} &\rightarrow d_{zz}, & \sqrt{\frac{k_{xx}}{m\omega_0^2}} &\rightarrow \omega_x, & \sqrt{\frac{k_{yy}}{m\omega_0^2}} &\rightarrow \omega_y, & \sqrt{\frac{k_{zz}}{m\omega_0^2}} &\rightarrow \omega_z, \\ \frac{k_{xy}}{m\omega_0^2} &\rightarrow \omega_{xy}, & \frac{k_{xz}}{m\omega_0^2} &\rightarrow \omega_{xz}, & \frac{k_{yz}}{m\omega_0^2} &\rightarrow \omega_{yz}, & \frac{\Omega_x}{\omega_0} &\rightarrow \Omega_x, \\ \frac{\Omega_y}{\omega_0} &\rightarrow \Omega_y, & \frac{\Omega_z}{\omega_0} &\rightarrow \Omega_z, & \frac{u}{m\omega_0^2 q_0} &\rightarrow u, & \frac{q}{q_0} &\rightarrow q \end{aligned}$$

که در آن m ، q_0 و ω_0^2 به ترتیب جرم متمرکز، طول مرجع و فرکانس تشدید طبیعی مبنا هستند، به فرم معادلات بدون بعد به صورت (۲) نوشت.

$$\begin{aligned} \ddot{x} + d_{xx}\dot{x} + d_{xy}\dot{y} + d_{xz}\dot{z} + \omega_x^2 x + \omega_{xy}y + \omega_{xz}z &= u_x + 2\Omega_z \dot{y} - 2\Omega_y \dot{z} \\ \ddot{y} + d_{xy}\dot{x} + d_{yy}\dot{y} + d_{yz}\dot{z} + \omega_{xy}x + \omega_y^2 y + \omega_{yz}z &= u_y - 2\Omega_z \dot{x} + 2\Omega_x \dot{z} \\ \ddot{z} + d_{xz}\dot{x} + d_{yz}\dot{y} + d_{zz}\dot{z} + \omega_{xz}x + \omega_{yz}y + \omega_z^2 z &= u_z + 2\Omega_y \dot{x} - 2\Omega_x \dot{y} \end{aligned} \quad (2)$$

فرم برداری معادلات بدون بعد (۲) را می توان به صورت (۳) در نظر گرفت.

$$\ddot{q} + D\dot{q} + Kq = u - 2\Omega\dot{q} \quad (3)$$

که در آن،

$$q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} d_{xx} & d_{xy} & d_{xz} \\ d_{xy} & d_{yy} & d_{yz} \\ d_{xz} & d_{yz} & d_{zz} \end{bmatrix}, \quad \Omega = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix}, \quad k_b = \begin{bmatrix} \omega_x^2 & \omega_{xy} & \omega_{xz} \\ \omega_{xy} & \omega_y^2 & \omega_{yz} \\ \omega_{xz} & \omega_{yz} & \omega_z^2 \end{bmatrix}$$

فرض ۱: اغتشاشات و نامعینی های پارامتری سیستم به صورت فشرده (d) می باشد.

بنابراین معادله (۳) به صورت (۴) بازنویسی می شود.

$$\ddot{q} + D\dot{q} + Kq = u - 2\Omega\dot{q} + d \quad (4)$$

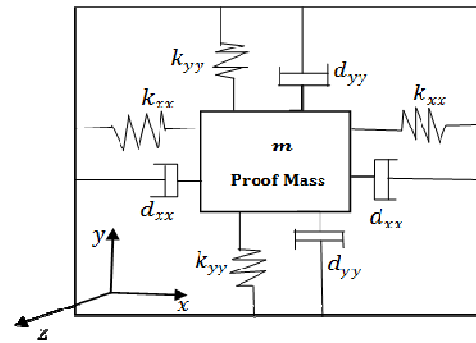
۳- حسابان مرتبه کسری

حساب دیفرانسیل مرتبه کسری را می توان تعمیم یافته حساب دیفرانسیل کلاسیک دانست که در آن مرتبه مشتق گیری و انتگرال گیری لزوماً صحیح نیستند. حساب دیفرانسیل مرتبه کسری دارای قدمتی بیش از ۳۰۰ سال است که در سال های اخیر جایگاه ویژه ای در علوم مهندسی و به خصوص در حوزه کنترل پیدا کرده است. دانشمندان در سال های اخیر نشان دادند که استفاده از حسابان مرتبه کسری مناسب تر از حسابان مرتبه صحیح می تواند پدیده های گوناگون و پیچیده را مدل کند [۲۱].

کنترل کننده ارائه می شود. نتایج حاصل از شبیه سازی و مقایسه با روش های کنترل مد لغزشی مرتبه کسری^۲ (FOSMC) و مد لغزشی معمولی^۳ (SMC) و همچنین تحلیل نتایج، در بخش ۵ ارائه می شود و در نهایت نتیجه گیری در بخش ۶ بیان خواهد گردید.

۲- معادلات دینامیکی ژيروسکوپ میکرو الکترومکانیکی

ساختمان ژيروسکوپ شامل یک جرم معلق به همراه چند فنر و دمپر، یک سازوکار عملگر و همچنین حسگر الکترواستاتیکی برای ایجاد حرکت نوسانی و تعیین موقعیت و سرعت جرم متمرکز می باشد. با توجه به اینکه ژيروسکوپ های ارتعاشی بر اساس شتاب کوریولیس کار می کنند، برای تولید شتاب کوریولیس، ایجاد یک حرکت نسبی داخلی (V_{ref}) برای جرم متمرکز لازم است. این حرکت نسبی با اندرکنش با چرخش بیرونی Ω ، شتاب کوریولیس ($2\Omega \times V_{ref}$) را به وجود می آورد [۱۸]. شکل ۱ دینامیک ژيروسکوپ میکرو الکترومکانیک را نشان می دهد. فرض می شود قابی که جرم متمرکز بر آن واقع است با سرعت خطی ثابت حرکت و با سرعت زاویه ای ثابت نیز در حال چرخش باشد. نیروهای گریز از مرکز به دلیل جابجایی آهسته، ناچیز فرض شده است.



شکل ۱: مدل ساده شده یک ژيروسکوپ MEMS [۱۹]

با توجه به فرضیات بالا معادلات دینامیکی ژيروسکوپ سه محوره MEMS به صورت (۱) استخراج می شود [۲۰].

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + d_{xx}\dot{x} + d_{xy}\dot{y} + d_{xz}\dot{z} + k_{xx}x + k_{xy}y + k_{xz}z &= u_x + 2m\Omega_z \dot{y} - 2m\Omega_y \dot{z} \\ m\ddot{y} + d_{xy}\dot{x} + d_{yy}\dot{y} + d_{yz}\dot{z} + k_{xy}x + k_{yy}y + k_{yz}z &= u_y - 2m\Omega_z \dot{x} + 2m\Omega_x \dot{z} \\ m\ddot{z} + d_{xz}\dot{x} + d_{yz}\dot{y} + d_{zz}\dot{z} + k_{xz}x + k_{yz}y + k_{zz}z &= u_z + 2m\Omega_y \dot{x} - 2m\Omega_x \dot{y} \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن m ، جرم متمرکز؛ x ، y و z مختصات جرم نسبت به دستگاه قاب؛ k_{xx} ، k_{xy} ، k_{xz} ، k_{yy} ، k_{yz} ، k_{zz} ، d_{xx} ، d_{xy} ، d_{xz} ثابت خطای اتصالی؛ k_{xx} ، k_{yy} ، k_{zz} ، d_{xx} ، d_{yy} ، d_{zz} ضرایب فنر و ضرایب میرایی؛ Ω سرعت های زاویه ای و Ω ها ورودی های کنترلی هستند. معادله (۱) را می توان با استفاده از تغییرات زیر:

۳-۱- اصول و تعاریف مشتق مرتبه کسری

نمایش کلی عملگر مشتق-گیر-انتگرال گیر مرتبه کسری به صورت (۵) است [۲۲].

$$D_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \alpha > 0 \\ 1 & \alpha = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-\alpha} & \alpha < 0 \end{cases} \quad (5)$$

که در آن $\alpha \in R$ مرتبه کسری و a ثابت مربوط به شرایط اولیه است. عملگر D_t^α برای α مثبت نماینده عملگر مشتق گیر و برای α های منفی نماینده عملگر انتگرال گیر است.

مشتق مرتبه کسری دارای تعاریف مختلفی است که بعضی از آن ها به صورت زیر است:

تعریف ۱: مشتق ریمان-لیوویل^۴، مطابق رابطه (۶) است [۲۳].

$${}^{RL}D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \frac{d^m}{dt^m} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-(m-\alpha)}} d\tau \quad (6)$$

که در آن ${}^{RL}D_t^\alpha$ مشتق مرتبه α و $m-1 < \alpha < m$ و m اولین عدد صحیح بزرگتر از α است. تابع $\Gamma(\cdot)$ تابع معروف گاما است که به صورت (۷) تعریف می شود.

$$\Gamma(\cdot) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt \quad (7)$$

تعریف ۲: مشتق مرتبه کسری کاپوتو^۵ طبق رابطه (۸) بیان می شود [۲۳].

$${}^CD_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_a^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{1-(m-\alpha)}} d\tau \quad (8)$$

تعریف ۳: مشتق گرانوالد-لنتیکوف^۶ طبق رابطه (۹) بیان می شود [۲۴].

$${}^{GL}D_t^\alpha f(t) \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \left(\frac{N}{t} \right)^\alpha \sum_{j=0}^N \left(\frac{\Gamma(j-\alpha)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(j+1)} \right) \left(f \left(\frac{(N-j)t}{N} \right) \right) \right\} \quad (9)$$

در این مقاله از تعریف ۱ برای عمل مشتق مرتبه کسری استفاده شده است. تبدیل لاپلاس این مشتق به صورت (۱۰) است.

$$L\{ {}^{RL}D_t^\alpha \} = \int_0^\infty {}^CD_t^\alpha f(t) e^{-st} dt = S^\alpha F(S) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k D_t^{\alpha-k-1} f(t) |_{t=0} \quad (10)$$

که اگر شرایط اولیه صفر در نظر گرفته شود تبدیل لاپلاس آن به صورت (۱۱) به دست می آید.

$$L\left\{ \frac{d^\alpha f(t)}{dt^\alpha} \right\} = S^\alpha L\{f(t)\} \quad (11)$$

تعریف ۴: برخی از خواص مشتق مرتبه کسری که در این مقاله از آن استفاده شده است عبارتند از [۲۴]:

$$\begin{aligned} {}^{RL}D_t^0 f(t) &= f(t) \\ {}^{RL}D_t^\alpha (\lambda f(t) + \mu g(t)) &= \lambda {}^{RL}D_t^\alpha f(t) + \mu {}^{RL}D_t^\alpha g(t) \\ {}^{RL}D_t^\alpha {}^{RL}D_t^\beta f(t) &= {}^{RL}D_t^\beta {}^{RL}D_t^\alpha f(t) = {}^{RL}D_t^{\alpha+\beta} f(t) \end{aligned} \quad (12)$$

۳-۲- پایداری سیستم های مرتبه کسری

پایداری سیستم های مرتبه کسری از مهم ترین مباحث در تئوری کنترل می باشد. قضیه زیر برای پایداری سیستم های مرتبه کسری مطرح شده است.

قضیه ۱: سیستم مرتبه کسری (۱۳) را در نظر بگیرید.

$$D_x^\alpha x = Ax, \quad x(0) = x_0 \quad (13)$$

که در آن $x \in R^n, A \in R^{n \times n}$ و $0 < \alpha \leq 1$ است. این سیستم به طور مجانبی پایدار و تمام حالت های به فرم $t^{-\alpha}$ به سمت صفر میل می کنند اگر و تنها اگر شرط (۱۴) برقرار باشد.

$$|\arg(\lambda)| > \alpha\pi/2 \quad (14)$$

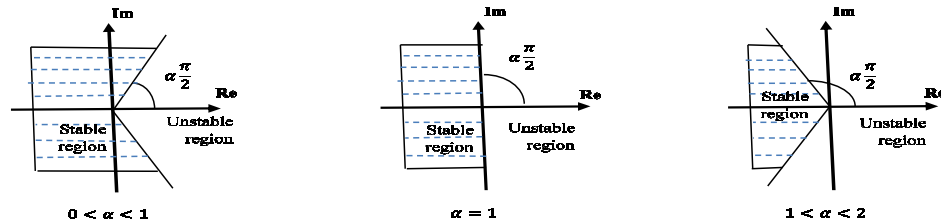
اگر $|\arg(\lambda)| \geq \alpha\pi/2$ سیستم پایدار است. مقادیر ویژه ای که به ازای آن ها تساوی $|\arg(\lambda)| = \alpha\pi/2$ برقرار است مرز پایداری و ناپایداری را تعیین می کنند [۲۵].

شکل ۲ ناحیه پایداری سیستم های مرتبه کسری را برای $0 < \alpha < 2$ نشان می دهد. ناحیه پایدار سیستم مرتبه کسری با $0 < \alpha < 1$ بزرگتر از نواحی دیگر است.

۴- طراحی کنترل کننده مد لغزشی دینامیکی مرتبه کسری

تطبیقی (AFODSMC) بر اساس روش بازگشت به عقب

در این بخش به طراحی کنترل کننده مد لغزشی دینامیکی مرتبه کسری تطبیقی بر اساس الگوریتم بازگشت به عقب پرداخته می شود. در طراحی این روش ترکیبی برخلاف دیگر روش های کنترلی برای رسیدن به خروجی مطلوب باید گام به گام حرکت کرد. در هر گام نخست یک ورودی کنترلی مجازی تولید می شود که این ورودی مجازی برخلاف دیگر روش های ترکیبی در ترکیب آن از سطح لغزش استفاده می کند و پایداری حالت های سیستم را با استفاده از قضیه لیاپانوف تضمین می کند. در نهایت در گام آخر نوع سطح لغزش به کاررفته در ورودی های مجازی انتخاب می شود و با طراحی ورودی کنترلی واقعی (u) و اعمال آن به سیستم موردنظر پایداری سطح لغزش و همچنین پایداری کل سیستم اثبات می شود.



شکل ۲: ناحیه‌های پایدار سیستم مرتبه کسری [۲۵]

$$\dot{V}_1 = -ce^2 \leq 0 \quad (۲۲)$$

در نتیجه پایداری حالت اول با استفاده از قضیه لیاپانوف اثبات می‌شود. اثبات پایداری سطح لغزش جدید و همچنین حالت آخر گام بعدی می‌باشد. گام دوم:

انتخاب سطح لغزش مناسب: در این قسمت با استفاده از روش مد لغزشی دینامیکی، سطح لغزش باید طوری انتخاب شود که اولاً پدیده چترینگ را در سیگنال کنترل کاهش دهد؛ ثانیاً با اعمال این سیگنال کنترل نهایی به سیستم ژيروسکوپ، تمام حالت‌های سیستم به سمت سطح لغزش دینامیکی سوق پیدا کنند و سپس روی این سطح لغزش باقی بمانند تا به مقدار مطلوب خود برسند. در این مقاله علاوه بر سطح لغزش اولیه (s) جهت کاهش پدیده چترینگ از سطح لغزش دینامیکی استفاده می‌شود. بنابراین، سطح لغزش معمولی مرتبه کسری طبق رابطه (۲۳) در نظر گرفته می‌شود.

$$s = D^{(\alpha-1)}\dot{e} + \lambda_1 e \quad (۲۳)$$

که در آن λ_1 یک عدد ثابت مثبت مخالف صفر و $\alpha \in (0,1)$ می‌باشد. مشتق زمانی مرتبه اول معادله (۲۳) به صورت (۲۴) است.

$$\dot{s} = D^{(\alpha-1)}\ddot{e} + \lambda_1 \dot{e} \quad (۲۴)$$

مشتق مرتبه دوم سطح لغزش s نیز به صورت (۲۵) به دست می‌آید.

$$\ddot{s} = D^{(\alpha-1)}\ddot{e} + \lambda_1 \dot{e} \quad (۲۵)$$

حال سطح لغزش دینامیکی جدید که ترکیبی از سطح لغزش اولیه است به صورت (۲۶) تعریف می‌شود.

$$\sigma = D^{(\beta-1)}\dot{s} + \lambda_2 s \quad (۲۶)$$

که در آن λ_2 ، ثابت مثبت و مخالف صفر و $\beta \in (0,1)$ می‌باشد. مشتق زمانی مرتبه اول این سطح لغزش به صورت (۲۷) به دست می‌آید.

$$\dot{\sigma} = D^{(\beta-1)}\ddot{s} + \lambda_2 \dot{s} \quad (۲۷)$$

قضیه ۲: سطح لغزش مرتبه کسری تعیین شده در رابطه (۲۳) برای پایداری سازی سیستم ژيروسکوپ پایدار بوده و به $s=0$ همگرا خواهد شد [۲۵].

اثبات: سطح لغزش مرتبه کسری (۲۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

در ابتدا با در نظر گرفتن متغیرهای حالت به صورت $X_1 = q$ و $X_2 = \dot{q}$ مدل سیستم (۴) را می‌توان به فرم فضای حالت (۱۵) نوشت.

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = X_2 \\ \dot{X}_2 = -(D+2\Omega)X_2 - K_b X_1 + u + d \end{cases} \quad (۱۵)$$

مراحل طراحی به صورت زیر است:
گام اول:

با فرض X_d به عنوان مسیر حالت مطلوب، خطای ردیابی به صورت (۱۶) تعریف می‌شود.

$$e = X_1 - X_d \quad (۱۶)$$

مشتق زمانی مرتبه اول تا سوم خطای ردیابی به صورت (۱۷) است.

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{X}_1 - \dot{X}_d = X_2 - \dot{X}_d \\ \ddot{e} &= \dot{X}_2 - \ddot{X}_d = -(D+2\Omega)X_2 - K_b X_1 + u + d - \ddot{X}_d \\ \ddot{\ddot{e}} &= -(D+2\Omega)\dot{X}_2 - K_b \dot{X}_1 + \dot{u} + \dot{d} - \ddot{\ddot{X}}_d \\ &= -(D+2\Omega)[-(D+2\Omega)X_2 - K_b X_1 + u + d] \\ &\quad - K_b X_2 + \dot{u} + \dot{d} - \ddot{\ddot{X}}_d \end{aligned} \quad (۱۷)$$

چون سیستم (۱۵) مرتبه ۲ می‌باشد این سیستم به دو زیرسیستم تقسیم می‌شود. برای زیرسیستم اول یا همان $X_1 = X_2$ ، $\dot{X}_1 = X_2$ به عنوان ورودی مجازی این زیرسیستم می‌باشد. جهت تضمین پایداری این زیرسیستم و حالت اول از قضیه لیاپانوف استفاده می‌شود. بنابراین ورودی مجازی X_2 باید به گونه‌ای انتخاب شود که تابع لیاپانوف انتخابی مثبت معین و مشتق آن منفی معین باشد. بنابراین تابع لیاپانوف مناسب و مثبت معین به صورت (۱۸) انتخاب می‌گردد.

$$V_1 = \frac{1}{2}e^2 \quad (۱۸)$$

که مشتق زمانی تابع لیاپانوف V_1 به صورت (۱۹) است.

$$\dot{V}_1 = e\dot{e} = e(X_2 - \dot{X}_d) \quad (۱۹)$$

برای اینکه مشتق V_1 منفی معین باشد ورودی مجازی X_2 به صورت (۲۰) انتخاب می‌شود [۲۶].

$$X_2 = \sigma - ce + \dot{X}_d \quad (۲۰)$$

که در آن c یک عدد ثابت مثبت و مخالف صفر و σ سطح لغزش جدید است که در ادامه به تعریف آن پرداخته می‌شود. با جایگذاری X_2 در معادله (۱۹) رابطه (۲۱) به دست می‌آید.

$$\dot{V}_1 = -ce^2 + \sigma e \quad (۲۱)$$

اگر σ به سمت صفر میل داده شود، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \dot{u}_{eq} + \dot{u}_{sw} \\ \dot{u} &= -(D+2\Omega)[-(D+2\Omega)(\sigma-ce+\dot{X}_d) \\ &+ K_b(e+X_d)-u] + K_b(\sigma-ce+\dot{X}_d) + \ddot{X}_d \\ &+ \lambda_1 D^{(1-\alpha)}[(D+2\Omega)(\sigma-ce+\dot{X}_d) + K_b(e+X_d) \\ &-u + \dot{X}_d] + \lambda_2 D^{(1-\beta)}[(D+2\Omega)(\sigma-ce+\dot{X}_d) \\ &+ K_b(e+X_d)-u + \dot{X}_d] - \lambda_1 \lambda_2 D^{(2-\alpha-\beta)}(\sigma-ce) \\ &- D^{(2-\alpha-\beta)}e - kD^{(2-\alpha-\beta)}sign(\sigma) \end{aligned} \quad (35)$$

در رابطه (۳۵)، $\dot{u}_{sw} = -kD^{(2-\alpha-\beta)}sign(\sigma)$ مشتق قانون کنترل سوئیچینگ است که برای مقابله با اغتشاشات و نامعینی پارامتری به مشتق قانون کنترل معادل \dot{u}_{eq} اضافه می‌شود. در این رابطه پارامتر k بهره سوئیچینگ است که انتخاب مناسب آن می‌تواند پدیده چترینگ را کاهش دهد.

فرض ۲: اغتشاش و نامعینی فشرده شده d شرایط نابرابری زیر را برآورده می‌کند:

$$\begin{aligned} \|D^{(\beta-1)}d\| &\leq \delta_1 \\ \|D^{(\alpha-1)}d\| &\leq \delta_2 \\ \|(D+2\Omega)D^{(\alpha+\beta-2)}d\| &\leq \delta_3 \\ \|D^{(\alpha+\beta-2)}\dot{d}\| &\leq \delta_4 \end{aligned} \quad (36)$$

که در آن $\delta_i, i = 1, \dots, 4$ ثابت مثبت معلوم هستند. با جایگذاری معادله (۳۵) در (۳۴) و با در نظر گرفتن شرایط (۳۶) نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -ce^2 + \sigma[-(D+2\Omega)D^{(\alpha+\beta-2)}d + D^{(\alpha+\beta-2)}\dot{d} \\ &+ \lambda_1 D^{(\beta-1)}d + \lambda_2 D^{(\alpha-1)}d - ksign(\sigma)] \\ &\leq -ce^2 + |\sigma|[\delta_3 + \delta_4 + \lambda_1 \delta_1 + \lambda_2 \delta_2] - k|\sigma| \end{aligned} \quad (37)$$

طبق رابطه (۳۷) اگر k بزرگ‌تر از $(\delta_3 + \delta_4 + \lambda_1 \delta_1 + \lambda_2 \delta_2)$ انتخاب شود، یعنی:

$$k = \delta_3 + \delta_4 + \lambda_1 \delta_1 + \lambda_2 \delta_2 + \eta, \quad \eta > 0 \quad (38)$$

\dot{V}_2 همواره منفی و پایداری مجانبی سیستم توسط قضیه لیاپانوف تضمین می‌گردد.

در طراحی کنترل کننده پیشنهادی طبق فرض ۲ کران بالایی اغتشاش و نامعینی پارامتری معلوم است، اما درواقع در کاربردهای عملی به دست آوردن این کران بالا خیلی مشکل است. بنابراین در ادامه یک فرض محدودکننده‌ای در نظر گرفته می‌شود و یک قانون کنترل تطبیقی به کنترل کننده مد لغزشی دینامیکی مرتبه کسری طراحی شده اضافه می‌شود تا کران بالای عدم قطعیت فشرده شده (d) را تخمین بزند.

فرض ۳: در کنترل کننده FODSMC کران بالای عدم قطعیت فشرده شده قابل اندازه گیری نیست.

در معادله (۳۵) به جای پارامتر k, \hat{k} تطبیقی را قرار داده و قانون کنترل مد لغزشی دینامیکی مرتبه کسری تطبیقی (AFODSMC) به صورت (۳۹) طراحی می‌شود.

$$s = D^\alpha e + \lambda_1 e = 0 \quad (28)$$

که در آن $e(0) = e_0$ می‌باشد. بنابراین طبق قضیه ۱ سطح لغزش مرتبه کسری (۲۳)، پایدار مجانبی است؛ زیرا:

$$|\arg(eig(-\lambda_1))| = \pi > \frac{\alpha\pi}{2}, \quad \alpha \in (0, 1) \quad (29)$$

همچنین پایداری مجانبی سطح لغزش دینامیکی مرتبه کسری (σ) رابطه (۲۶) با استفاده از قضیه ۱ اثبات می‌شود.

جهت تضمین پایداری کل حالت‌های سیستم و همچنین باقی ماندن حالت‌ها روی سطح لغزش σ تعریف شده، تابع لیاپانوف کل سیستم به صورت (۳۰) تعریف می‌شود.

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}\sigma^2 \quad (30)$$

مشتق تابع لیاپانوف V_2 به صورت (۳۱) به دست می‌آید.

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \sigma\dot{\sigma} = -ce^2 + \sigma e + \sigma(D^{(\beta-1)}\dot{s} + \lambda_2 \dot{s}) \quad (31)$$

جایگذاری معادلات (۲۴) و (۲۵) در (۳۱)، نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -ce^2 + \sigma e + \sigma[D^{(\beta-1)}\{D^{(\alpha-1)}\dot{e} + \lambda_1 \dot{e}\} \\ &+ \lambda_2 \{D^{(\alpha-1)}\dot{e} + \lambda_1 \dot{e}\}] \end{aligned} \quad (32)$$

با جایگذاری مشتقات مرتبه اول تا سوم خطای ردیابی (۱۷) در معادله (۳۲) نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -ce^2 + \sigma e \\ &+ \sigma[D^{(\beta-1)}\{D^{(\alpha-1)}[-(D+2\Omega)[-(D+2\Omega)X_2 \\ &- K_b X_1 + u + d] - K_b X_2 + \dot{u} + \dot{d} - \ddot{X}_d\} \\ &+ \lambda_1[-(D+2\Omega)X_2 - K_b X_1 + u + d - \ddot{X}_d\}] \\ &+ \lambda_2\{D^{(\alpha-1)}[-(D+2\Omega)X_2 - K_b X_1 + u + d - \ddot{X}_d] \\ &+ \lambda_1[X_2 - \dot{X}_d]\}] \end{aligned} \quad (33)$$

مقدار X_1 و X_2 از معادلات (۱۶) و (۲۰) در معادله (۳۳) جایگذاری می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -ce^2 + \sigma e \\ &+ \sigma[D^{(\beta-1)}\{D^{(\alpha-1)}[-(D+2\Omega)[-(D+2\Omega) \\ &\times (\sigma-ce+\dot{X}_d) - K_b(e+X_d)+u+d] \\ &- K_b(\sigma-ce+\dot{X}_d)+\dot{u}+\dot{d}-\ddot{X}_d\} \\ &+ \lambda_1[-(D+2\Omega)(\sigma-ce+\dot{X}_d) - K_b(e+X_d)+u \\ &+ d - \ddot{X}_d\}] + \lambda_2\{D^{(\alpha-1)}[-(D+2\Omega)(\sigma-ce+\dot{X}_d) \\ &- K_b(e+X_d)+u+d - \ddot{X}_d] + \lambda_1[(\sigma-ce)]\}] \end{aligned} \quad (34)$$

طبق معادله (۳۴) و همچنین خواص تعریف شده در بخش سوم (تعریف-۴) مشتق قانون کنترل مد لغزشی دینامیکی مرتبه کسری به صورت (۳۵) طراحی می‌شود.

$$\dot{V}_3 \leq -ce^2 - |\sigma| \eta + \tilde{k} \left(\frac{1}{r_1} \dot{\tilde{k}} + |\sigma| \right) \quad (44)$$

می‌دانیم که $\dot{\tilde{k}} = 0 - \dot{\tilde{k}}$ است. حال به منظور برآورده شدن شرایط لازم برای اثبات قضیه لیاپانوف، قانون (۴۰) در (۴۴) جایگذاری می‌شود.

$$\dot{V}_3 \leq -ce^2 - |\sigma| \eta \leq 0 \quad (45)$$

در رابطه (۴۵)، V_3 یک تابع نیمه‌معین منفی است. انتگرال‌گیری از دو طرف رابطه (۴۵) نتیجه می‌دهد:

$$\int_0^{\infty} (ce(\tau)^2 + \eta|s(\tau)|) d\tau \leq -\int_0^{\infty} \dot{V}_3(\tau) d\tau = V_3(0) - V_3(\infty) < \infty \quad (46)$$

در رابطه بالا، $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t (ce(\tau)^2 + \eta|s(\tau)|) d\tau$ محدود است، بنابراین طبق

لم ۱ می‌توان این‌گونه نتیجه گرفت که $\lim_{t \rightarrow \infty} (ce(t)^2 + \eta|s(t)|) = 0$ به تعبیری دیگر $ce(t)^2 + \eta|s(t)|$ به صورت مجانبی به سمت صفر همگرا می‌شود. در نتیجه، کنترل کننده AFODSMC می‌تواند پایداری مجانبی سیستم را تضمین کند و باعث شود خطای ردیابی خروجی به سمت صفر میل کند.

برای کاهش مؤثر پدیده چترینگ، یک لایه مرزی متغیر با زمان در اطراف سطح لغزش دینامیکی در نظر گرفته می‌شود و توسط منطق فازی کنترل می‌شود. از تابع تانژانت هیپربولیک رابطه (۴۷) به جای تابع علامت در معادله (۳۹) استفاده می‌شود.

$$\tanh\left(\frac{\sigma}{\varphi}\right) = \begin{cases} \frac{\sigma}{\varphi} & \text{if } |\frac{\sigma}{\varphi}| < 1 \\ \text{sgn}\left(\frac{\sigma}{\varphi}\right) & \text{if } |\frac{\sigma}{\varphi}| \geq 1 \end{cases} \quad (47)$$

که در آن φ ضخامت لایه مرزی است. ورودی کنترل کننده فازی سطح لغزش دینامیکی σ و خروجی آن φ است. قوانین کنترل فازی در جدول ۱ آورده شده است. قوانین فازی به این صورت عمل می‌کنند که اگر سطح لغزش افزایش یابد، لایه مرزی نیز افزایش می‌یابد تا حالت‌ها از لایه مرزی نتوانند خارج شوند و اگر سطح لغزش کاهش پیدا کرد لایه مرزی نیز کاهش می‌یابد. به این ترتیب یک لایه مرزی دارای دینامیک متغیر با زمان که متناسب با تغییرات سطح لغزش تغییر می‌کند طراحی شده است. در این مقاله از سه تابع عضویت مثلثی برای ورودی و دو تابع عضویت مثلثی برای خروجی کنترل فازی مطابق شکل‌های ۳ و ۴ استفاده شده است. توابع عضویت ورودی به صورت N یعنی منفی (Negative)، Z یعنی صفر (Zero) و P یعنی مثبت (Positive) نام‌گذاری شده‌اند. همچنین S معادل کوچک (Small) و B یعنی بزرگ (Big) توابع عضویت خروجی هستند.

جدول ۱: قوانین فازی

	N	Z	P
σ			
φ	B	S	B

$$\begin{aligned} \dot{u} = & -(D+2\Omega)[-(D+2\Omega)(\sigma - ce + \dot{X}_d) \\ & + K_b(e + X_d) - u] + K_b(\sigma - ce + \dot{X}_d) + \ddot{X}_d \\ & + \lambda_1 D^{(1-\alpha)}[(D+2\Omega)(\sigma - ce + \dot{X}_d) + K_b(e + X_d) \\ & - u + \dot{X}_d] + \lambda_2 D^{(1-\beta)}[(D+2\Omega)(\sigma - ce + \dot{X}_d) \\ & + K_b(e + X_d) - u + \dot{X}_d] - \lambda_1 \lambda_2 D^{(2-\alpha-\beta)}(\sigma - ce) \\ & - D^{(2-\alpha-\beta)}e - \hat{k} D^{(2-\alpha-\beta)} \text{sign}(\sigma) \end{aligned} \quad (39)$$

که در آن \hat{k} ، تخمین ضریب k است.

قضیه ۳: اگر سیگنال کنترل ورودی (۳۹) با قانون تطبیقی کران بالای طراحی شده در معادله (۴۰) به سیستم ژيروسکوپ (۱) اعمال شود، پایداری مجانبی سیستم تضمین و خطای ردیابی به سمت صفر میل می‌کند.

$$\dot{\tilde{k}} = r_1 |\sigma| \quad (40)$$

که در آن r_1 ثابت مثبت و مخالف صفر می‌باشد.

برای اثبات قضیه ۳، نیاز به لم زیر وجود دارد.

لم ۱ (لم باربالات^۱): اگر $f(t)$ یک تابع یکنواخت پیوسته باشد و $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f(\tau) d\tau$ وجود داشته باشد، $f(t)$ به صورت مجانبی به صفر همگرا می‌شود.

اثبات: جهت تخمین \hat{k} و همچنین اثبات پایداری سیستم تابع لیاپانوف سومی را به صورت (۴۱) در نظر گرفته می‌شود.

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2r_1} \tilde{k}^2 \quad (41)$$

که در آن $\tilde{k} = K - \hat{k}$. مشتق زمانی V_3 به صورت (۴۲) می‌باشد.

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & \dot{V}_2 + \frac{1}{r_1} \tilde{k} \dot{\tilde{k}} \\ \dot{V}_3 = & -ce^2 + \sigma e \\ & + \sigma [D^{(\beta-1)}\{D^{(\alpha-1)}[-(D+2\Omega)]-(D+2\Omega) \\ & \times (\sigma - ce + \dot{X}_d) - K_b(e + X_d) + u + d\} \\ & - K_b(\sigma - ce + \dot{X}_d) + \dot{u} + \dot{d} - \ddot{X}_d] + \lambda_1 [-(D \\ & + 2\Omega)(\sigma - ce + \dot{X}_d) - K_b(e + X_d) + u + d \\ & - \ddot{X}_d] + \lambda_2 \{D^{(\alpha-1)}[-(D+2\Omega)(\sigma - ce + \dot{X}_d) \\ & - K_b(e + X_d) + u + d - \ddot{X}_d] + \lambda_1 [(\sigma - ce)]\} \\ & + \frac{1}{r_1} \tilde{k} \dot{\tilde{k}} \end{aligned} \quad (42)$$

با جایگذاری معادله (۳۹) در (۴۲) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & -ce^2 + \sigma [-(D+2\Omega)D^{(\alpha+\beta-2)}d + D^{(\alpha+\beta-2)}\dot{d} \\ & + \lambda_1 D^{(\beta-1)}d + \lambda_2 D^{(\alpha-1)}d - k \text{sign}(\sigma)] + \frac{1}{r_1} \tilde{k} \dot{\tilde{k}} \\ = & -ce^2 + \sigma [-(D+2\Omega)D^{(\alpha+\beta-2)}d + D^{(\alpha+\beta-2)}\dot{d} \\ & + \lambda_1 D^{(\beta-1)}d + \lambda_2 D^{(\alpha-1)}d - k \text{sign}(\sigma) + \tilde{k} \text{sign}(\sigma)] \\ & + \frac{1}{r_1} \tilde{k} \dot{\tilde{k}} \leq -ce^2 + |\sigma| (-(D+2\Omega)\delta_3 + \delta_4 + \lambda_1 \delta_1 \\ & + \lambda_2 \delta_2) - k |\sigma| + \tilde{k} |\sigma| + \frac{1}{r_1} \tilde{k} \dot{\tilde{k}} \end{aligned} \quad (43)$$

طبق رابطه (۳۷)، می‌توان نوشت:

۵- شبیه سازی و نتایج

در این بخش ابتدا به بررسی نتایج حاصل از شبیه سازی کنترل کننده مد لغزشی دینامیکی مرتبه کسری پرداخته می شود. سپس به مقایسه این کنترل کننده با کنترل کننده های مد لغزشی مرتبه کسری و مد لغزشی معمولی پرداخته می شود. در پایان این سه کنترل کننده با کنترل کننده AFODSMC با لایه مرزی فازی شده مقایسه می شوند. پارامترهای ژيروسکوپ سه محوره MEMS به کاررفته در این مقاله مطابق با جدول ۲ است [۲۷].

جدول ۲: پارامترهای ژيروسکوپ استفاده شده در این مقاله

واحد	مقدار	پارامترهای ژيروسکوپ
kg	$1/8 \times 10^{-7}$	m
μm	۱	q_0
kHz	۱	ω_0
N/m	۱۲/۷۷۹	k_{xy}
N/m	۱۲/۷۳۱	k_{xz}
N/m	۱۱/۹۵۴	k_{yz}
N/m	۸۰/۹۸	k_{xx}
N/m	۹۵/۶۲	k_{yy}
N/m	۹۷/۴۳	k_{zz}
rad/s	۱۰۰	Ω_x
rad/s	۱۰۰	Ω_y
rad/s	۱۰۰	Ω_z
N.s / m	0.364×10^{-6}	d_{xy}
N.s / m	0.37×10^{-6}	d_{xz}
N.s / m	0.362×10^{-6}	d_{yz}
N.s / m	$1/85 \times 10^{-6}$	d_{xx}
N.s / m	$1/89 \times 10^{-6}$	d_{yy}
N.s / m	$1/82 \times 10^{-6}$	d_{zz}

طبق تغییرات انجام شده بعد از رابطه (۱) و به کمک جدول فوق پارامترهای بدون بعد ژيروسکوپ به صورت زیر به دست می آیند:

$$D = \begin{bmatrix} 0.0103 & 0.002 & 0.0021 \\ 0.002 & 0.0105 & 0.002 \\ 0.0021 & 0.002 & 0.0101 \end{bmatrix}, \Omega = \begin{bmatrix} 0 & -0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0 & -0.1 \\ -0.1 & 0.1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$k_b = \begin{bmatrix} 449.88 & 70.99 & 70.72 \\ 70.99 & 531.22 & 66.41 \\ 70.72 & 66.41 & 541.27 \end{bmatrix}$$

پارامترهای ثابت به کاررفته در طراحی کنترل کننده به صورت زیر انتخاب شده است:

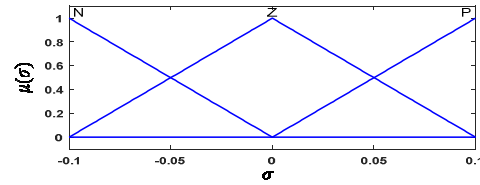
$$c = 30, \lambda_1 = 50, \lambda_2 = 3, k = 5000, \alpha = 0.05, \beta = 0.9, r_1 = 60$$

در این شبیه سازی ها سیگنال های ورودی مرجع به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

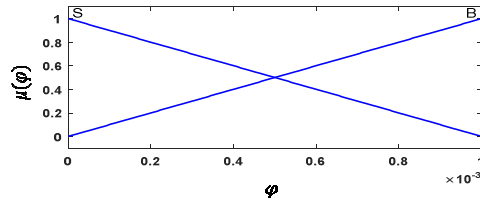
$$x_d = \sin(6/71t), y_d = 1/2 \sin(5/11t), z_d = 1/5 \sin(4/17t)$$

همچنین شرایط اولیه سیستم ژيروسکوپ سه محوره MEMS به صورت $q_0 = [1 \ 1 \ 1]^T$ فرض می شود.

نتایج حاصل از شبیه سازی با در نظر گرفتن اغتشاش خارجی به صورت

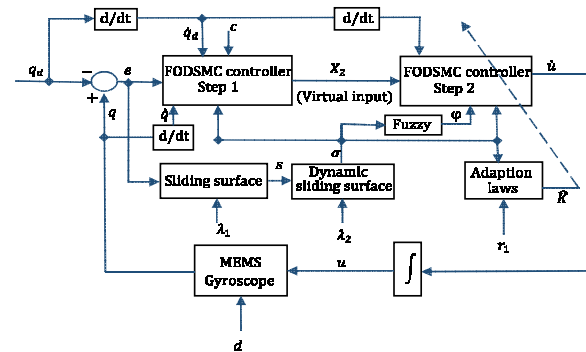


شکل ۳: توابع عضویت ورودی



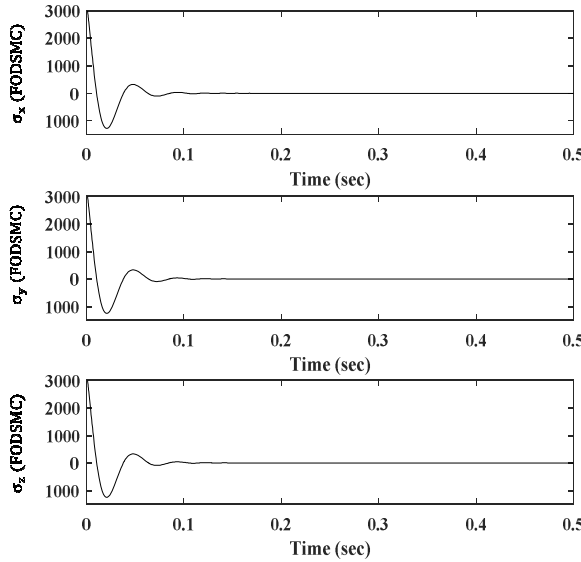
شکل ۴: توابع عضویت خروجی

بلوک دیاگرام کنترل کننده مد لغزشی دینامیکی مرتبه کسری تطبیقی بر اساس روش بازگشت به عقب با لایه مرزی فازی شده برای کنترل ژيروسکوپ MEMS در شکل ۵ نشان داده شده است. سیگنال خطای ردیابی e بین سیگنال های ورودی مرجع و خروجی سیستم ژيروسکوپ در گام اول وارد بلوک FODSMC controller Step 1 می شود و ورودی مجازی X_2 را برای استفاده در مرحله بعد تولید می کند. در هر مرحله مطابق شکل سطح لغزش دینامیکی استفاده می شود تا کنترل کننده حالت ها را از هر شرایط اولیه ای به سمت سطح لغزش تعریف شده سوق دهد و سپس روی سطح نگه دارد تا به حالت های مطلوب خود برسند. کران بالایی اغتشاش توسط بلوک Adaptive law به صورت آنلاین تخمین زده می شود. همچنین ضخامت لایه مرزی φ متناسب با تغییرات سطح لغزش دینامیکی σ تغییر و توسط کنترل کننده هوشمند فازی به صورت لحظه ای کنترل می شود. به این ترتیب پایداری سیستم حلقه بسته تضمین می گردد.



شکل ۵: بلوک دیاگرام کنترل کننده Fuzzy AFODSMC برای ژيروسکوپ MEMS

همان طور که در بلوک دیاگرام شکل ۵ و همچنین در رابطه (۳۹) مشاهده می شود، جهت پیاده سازی قانون کنترل به مشتقات مرتبه بالای ورودی مرجع نیاز می باشد که به راحتی در دسترس است. در صورتی که ورودی مرجع فقط به صورت لحظه ای در دسترس باشد می توان با استفاده از یک فیلتر مرتبه بالا و به کمک انتگرال گیر این مشتقات مرتبه بالا را ایجاد کرد.



شکل ۸: همگرایی سطح لغزش σ به سمت صفر در جهت x, y و z

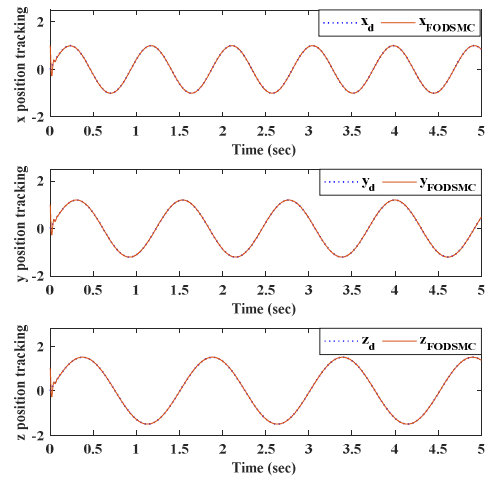
شکل ۹ مقایسه عمل ردیابی موقعیت را برای سه کنترل کننده FODSMC، FOSMC و SMC نشان می‌دهد. برای بهتر نشان دادن عمل ردیابی، شرایط اولیه سیستم مخالف صفر و برابر q_0 در نظر گرفته شده است.

طبق شکل ۹ هر سه کنترل کننده عمل ردیابی موقعیت را به خوبی و در کمتر از 0.12 ثانیه در هر سه جهت x, y و z به خوبی انجام دادند. کنترل کننده‌های FODSMC و FOSMC نسبت به کنترل کننده SMC به دلیل استفاده از سطح لغزش مرتبه کسری دارای زمان صعود و نشست کمتری هستند. اما این دو کنترل کننده دارای نوسانات میراشونده در لحظات اولیه هستند که سهم کنترل کننده FODSMC پیشنهادی به دلیل اینکه هر دو سطح لغزش آن مرتبه کسری است کمی بزرگتر است. این نوسانات اندک حول مسیر مطلوب می‌باشند که بعد از گذشت مدت زمانی در حدود 0.1 ثانیه میرا شده و خروجی واقعی بر روی مسیر مطلوب قرار گرفته است. همچنین طبق شکل ۹ کنترل کننده FODSMC دارای زمان صعود خیلی کمتری نسبت به دو کنترل کننده دیگر می‌باشد.

$$d = [50\cos(6.7t) \ 50\cos(5.11t) \ 50\cos(4.17t)]^T$$

در سه جهت z, y, x در شکل‌های زیر آمده است. لازم به ذکر است که نمودارهای رسم شده در این مقاله در مقایسه با مرجع [۱۷] بدون بعد می‌باشند.

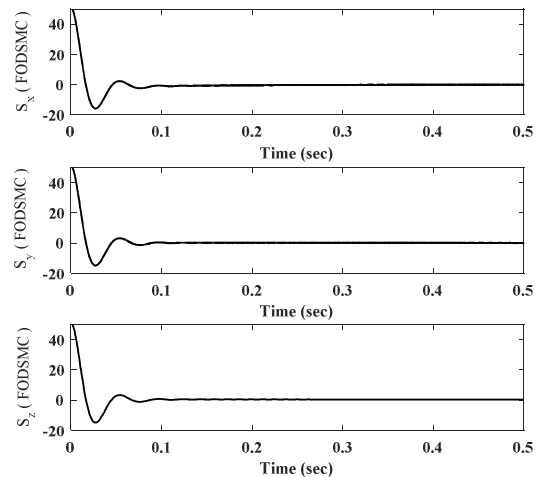
شکل ۶ پاسخ ردیابی موقعیت را در 5 ثانیه اول در هر سه جهت z, y, x نشان می‌دهد.



شکل ۶: پاسخ ردیابی موقعیت در جهت محورهای x, y و z

همان طور که از شکل ۶ پیداست، کنترل کننده طراحی شده عمل ردیابی موقعیت را با دقت بسیار خوبی انجام می‌دهد.

شکل‌های ۷ و ۸ به ترتیب سطح لغزش معمولی s و سطح لغزشی جدید (σ) که ترکیبی از مجموع سطح لغزش s و مشتق مرتبه کسری آن در کنترل کننده FODSMC است را نشان می‌دهد. هر دو سطح لغزش بعد از چند نوسان میرا شونده به سمت صفر همگرا می‌شوند.

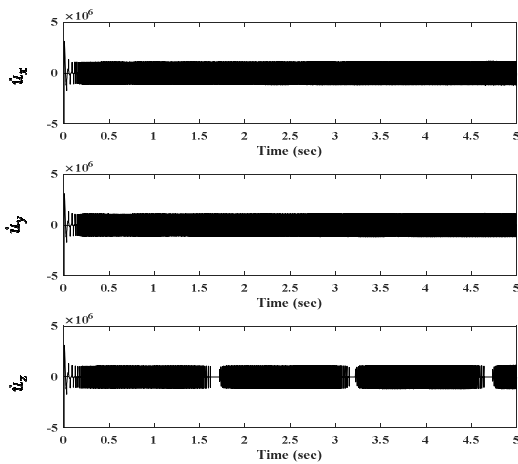


شکل ۷: همگرایی سطح لغزش S به سمت صفر در جهت x, y و z

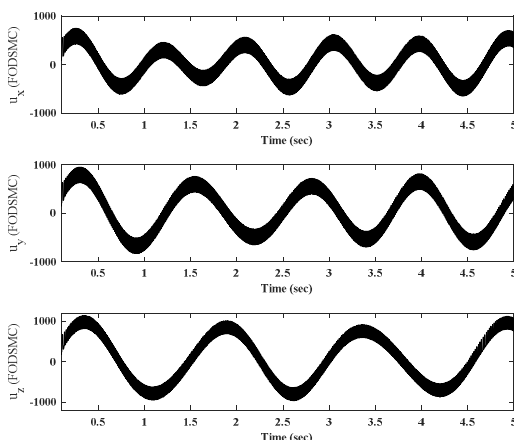
پرداخته می‌شود. در پایان، نتایج با کنترل کننده مد لغزشی دینامیکی مرتبه کسری تطبیقی با لایه مرزی فازی (Fuzzy AFODSMC) مقایسه می‌شود.

در مد لغزشی دینامیکی مرتبه کسری (FODSMC)، مشتق قانون کنترل ورودی (\dot{u}) به دلیل دارا بودن یک بخش ناپیوسته (تابع sign) طبق شکل ۱۱ دارای چترینگ یا نوسانات ناخواسته زیادی است. با انجام عمل انتگرال‌گیری از مشتق قانون کنترلی (u)، بخش ناپیوسته از بین می‌رود و ورودی کنترلی (u) مناسب و بدون چترینگ جهت اعمال به سیستم ژيروسکوپ مطابق شکل ۱۲ به دست می‌آید.

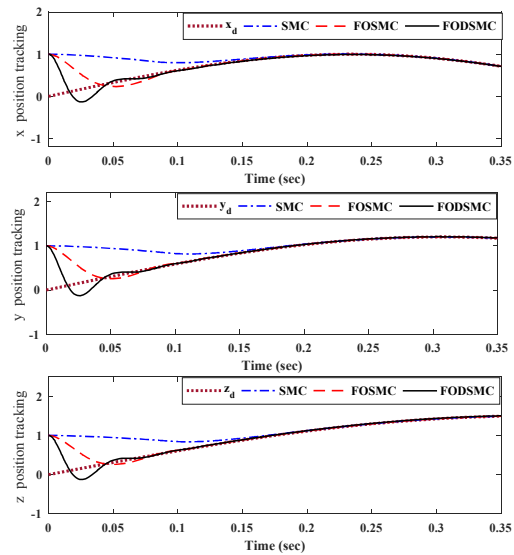
در کنترل کننده‌های FOSMC و SMC به دلیل استفاده از ترم گسسته در قانون کنترلی، مطابق شکل‌های ۱۳ و ۱۴ چترینگ قابل توجهی به وجود آمده است. شکل ۱۵، k تطبیقی را نشان می‌دهد که توسط قانون معادله (۴۰) به دست آمده است.



شکل ۱۱: مشتق قانون کنترل (FODSMC) در سه جهت x، y و z

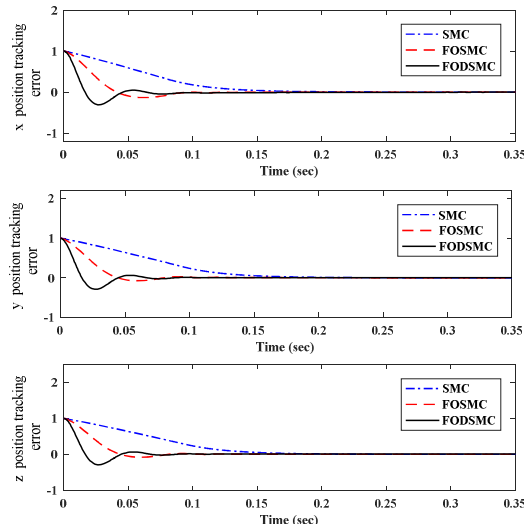


شکل ۱۲: قانون کنترل (FODSMC) اعمالی به ژيروسکوپ



شکل ۹: مقایسه عمل ردیابی موقعیت در سه جهت x، y و z

شکل ۱۰ مربوط به مقایسه خطای ردیابی کنترل کننده پیشنهادی با دو کنترل کننده دیگر است. همان‌طور که از نمودارهای شکل ۱۰ مشخص است خطای ردیابی کنترل کننده‌های مرتبه کسری به دلیل استفاده از سطح لغزش مرتبه کسری بعد از چند نوسان میراثونده کوچک، سریع‌تر از کنترل کننده دیگر به سمت صفر میل کرده و خطای حالت ماندگار در آن‌ها صفر می‌شود.



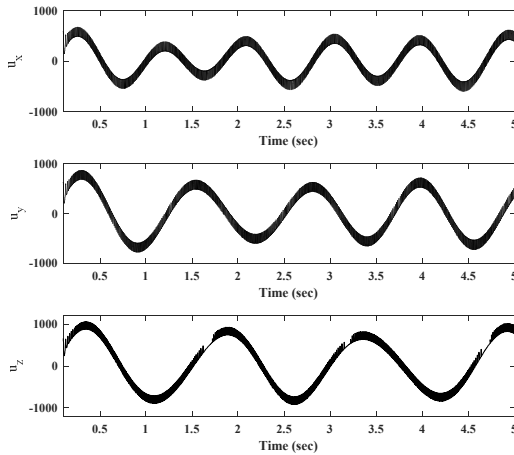
شکل ۱۰: مقایسه خطای ردیابی موقعیت سه کنترل کننده در جهت محورهای x، y و z

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از سطح لغزش مرتبه کسری زمان صعود و زمان نشست را کاهش می‌دهد و خطای حالت ماندگار را سریع‌تر صفر می‌کند. البته این کار به قیمت چند نوسان میراثونده در لحظات اولیه انجام می‌شود.

در ادامه به مقایسه سیگنال ورودی کنترلی کنترل کننده‌های مد لغزشی، مد لغزشی مرتبه کسری و مد لغزشی دینامیکی مرتبه کسری

شکل ۱۶ ایجاد کرد که بعد از اعمال به سیستم ژيروسکوپ، عمل ردیابی را با دقت خوبی انجام دهد.

جدول ۳، مقایسه بین چهار کنترل کننده را در هر سه جهت z, y, x نشان می دهد. طبق اطلاعات جدول ۳ مشخص است که کنترل کننده های AFODSMC و Fuzzy AFODSMC نسبت به دو کنترل کننده دیگر دارای زمان نشست کمتری هستند. کنترل کننده Fuzzy AFODSMC به دلیل استفاده از سطح لغزش دینامیکی و همچنین روش های هوشمند و تطبیقی نسبت به سه کنترل کننده دیگر دارای کمترین دامنه چترینگ است. بنابراین در کل بهترین عملکرد در بین چهار کنترل کننده را دارد.



شکل ۱۶: کاهش پدیده چترینگ در قانون کنترل (u_{Fuzzy AFODSMC})

جدول ۳: مقایسه عملکرد چهار کنترل کننده

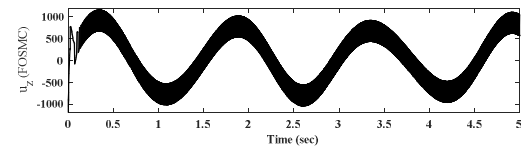
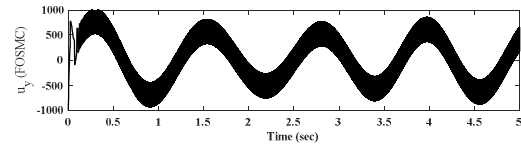
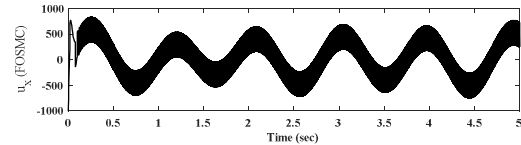
زمان نشست (s)	در جهت			دامنه چترینگ
	محور X	محور Y	محور Z	
۰/۳۱	۰/۱۸	۰/۱۸	۰/۱۸	۵۸۰
۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۵۳۰
۰/۱	۰/۰۹	۰/۰۸	۰/۰۸	۳۰۰
۰/۱	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸	۱۷۰

یکی از مزایای کنترل کننده ترکیبی مد لغزشی بازگشت به عقب (BSMC) نسبت به کنترل کننده مد لغزشی معمولی (SMC)، افزایش مقاومت پذیری این کنترل کننده ترکیبی می باشد. این افزایش مقاومت به دلیل بهره بردن از مزایای دو کنترل کننده مقاوم مد لغزشی و بازگشت به عقب حاصل شده است.

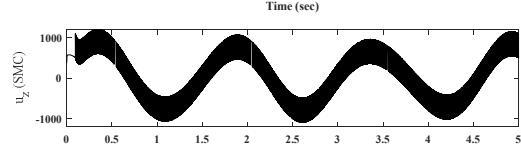
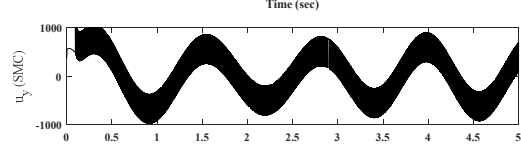
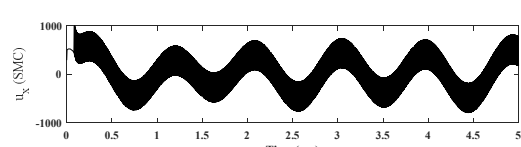
برای مقایسه دو کنترل کننده BSMC و SMC، سطح لغزش به کاررفته در این دو کنترل کننده یکسان و از نوع سطح لغزش معمولی می باشد. پارامترهای ثابت دو کنترل کننده به صورت جدول ۴ انتخاب شده اند.

جدول ۴: پارامترهای دو کنترل کننده BSMC و SMC

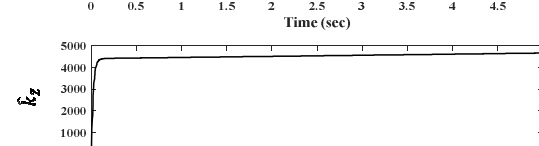
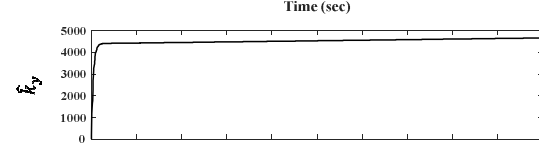
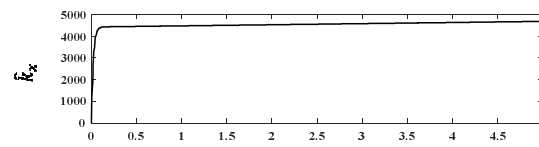
BSMC	با سطح لغزشی معمولی	$\lambda_1 = 30, c = 29$
SMC	با سطح لغزشی معمولی	$(s = \dot{e} + \lambda_1 e)$ $\lambda_1 = 30$



شکل ۱۳: پدیده چترینگ در قانون کنترل FOSMC (u_{FOSMC})



شکل ۱۴: پدیده چترینگ در قانون کنترل SMC (u_{SMC})



شکل ۱۵: \hat{k} تطبیقی در سه جهت x, y و z

با انتخاب مناسب \hat{k} توسط قانون کنترل تطبیقی (۴۰) و همچنین با کنترل هوشمند لایه مرزی دینامیکی متغیر با زمان توسط قانون فازی می توان یک قانون کنترلی مناسب با چترینگ کم مطابق

نامعینی پارامتری طراحی شده است. نتایج حاصل از این طراحی با دو کنترل کننده مد لغزشی مرتبه کسری (FOSMC) و مد لغزشی معمولی (SMC) مقایسه شده است. نتایج شبیه سازی عملکرد بهتر کنترل کننده طراحی شده نسبت به دو کنترل کننده دیگر را به خوبی نشان داده است. در ادامه طراحی، به منظور کاهش پدیده چترینگ و همچنین کنترل هوشمند سیستم از روش های فازی و تطبیقی استفاده شد، که نتیجه استفاده از این روش ها کاهش چشمگیر اغتشاش در سیگنال کنترلی است.

بنابراین طبق شبیه سازی ها می توان این گونه نتیجه گرفت که استفاده از روش ترکیبی مد لغزشی بازگشت به عقب باعث مقاوم پذیرتر شدن کنترل کننده طراحی شده است. استفاده از سطح لغزش مرتبه کسری زمان صعود و زمان نشست را کاهش می دهد. همچنین شبیه سازی ها نشان می دهند که استفاده از مد لغزشی نوع دینامیکی همراه با فازی کردن لایه مرزی و تخمین دقیق و لحظه ای بهره سوئیچینگ باعث می شود که پدیده چترینگ در سیگنال ورودی کنترلی کاهش چشمگیری پیدا کند بدون اینکه تأثیر نامطلوبی بر دقت و عملکرد کنترل داشته باشد. بنابراین کنترل کننده Fuzzy AFODSMC به دلیل بهره بردن از مزیت سطح لغزش مرتبه کسری و همچنین مزیت مد لغزشی دینامیکی و استفاده از روش های هوشمند و جدید در کنترل خودکار پارامترها دارای عملکرد بسیار مطلوب تری نسبت به دیگر کنترل کننده ها می باشد.

نتایج به دست آمده در طراحی کنترل کننده AFODSMC با لایه مرزی فازی مقاله حاضر در مقایسه با نتایج کنترل کننده پیشنهادی مرجع [۱۷] نشان می دهد که کنترل کننده پیشنهادی مقاله حاضر دارای زمان صعود و نشست کمتری می باشد. همچنین با استفاده از روش های دینامیکی، کنترل فازی و تطبیقی به کار گرفته شده، بدون اینکه دقت کنترلی کاهش یابد پدیده چترینگ کاهش مؤثری پیدا کرده است. اما در مرجع [۱۷] و در طراحی اول آن (FOBSMC) به دلیل انتخاب ضخامت لایه مرزی با سعی و خطا، سیستم دارای خطای حالت ماندگار غیر صفر شده است.

در کل نتایج شبیه سازی نشان می دهد که کنترل کننده ترکیبی طراحی شده نسبت به سایر کنترل کننده ها دارای عملکرد بهتر و مقاوم پذیری بیشتری می باشد.

مراجع

[۱] محمد نوابی و سینا سلیمانپور، «کنترل گام به عقب استاندارد و مقاوم فضاییما در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی»، مجله مهندسی مکانیک مدرس، دوره ۱۴ شماره ۱۶، صفحه ۱۱۲-۱۲۴، زمستان ۱۳۹۳.

- [2] Y. Fang, J. Fei, Y. Yang and M. Hua, "Adaptive control of MEMS gyroscope using back-stepping approach," Proceeding of The 14th IEEE International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), pp. 361-366, October, 2014.
- [3] T. K. Roy, M. A. Mahmud, W. Shen, A. M. T. Oo and M. E. Haque, "Robust nonlinear adaptive backstepping excitation controller design for rejecting external disturbances in

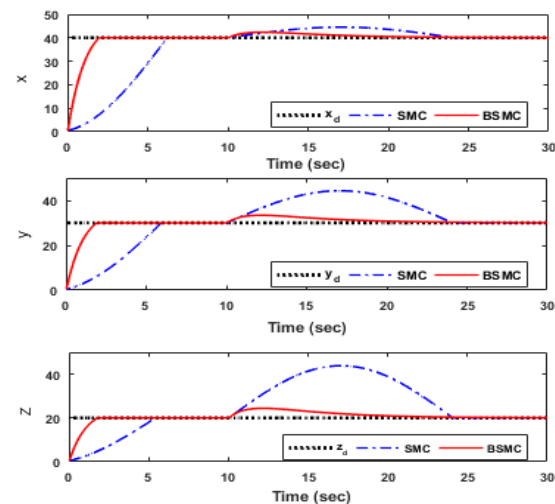
سیگنال های ورودی و مرجع به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$x_d = 40u(t), y_d = 30u(t), z_d = 20u(t)$$

برای نشان دادن عملکرد مقاوم پذیر بودن کنترل کننده BSMC در برابر اغتشاش اعمالی به سیستم نسبت به کنترل کننده SMC، اغتشاش به صورت زیر در زمان های مختلف و در سه جهت x ، y و z به سیستم ژيروسکوپ سه محوره MEMS اعمال می شود:

$$d_f = \{50u(t) + 200u(t-10)\} [1 \ 1 \ 1]^T$$

شکل ۱۷ پاسخ ردیابی موقعیت در سه جهت x ، y و z را نشان می دهد. هر دو کنترل کننده عمل ردیابی موقعیت را به خوبی انجام داده اند. اما کنترل کننده مد لغزشی بازگشت به عقب سریع تر از کنترل کننده مد لغزشی معمولی و در حدود ۲ ثانیه توانسته موقعیت مطلوب را دنبال کند. همچنین طبق شکل، هر دو کنترل کننده BSMC و SMC به دلیل ساختار مقاومی که دارند، توانسته اند در تمام زمان شبیه سازی همه اغتشاشات اعمالی به سیستم را از بین ببرند اما طبق همین شکل، به طور واضح مشخص است که کنترل کننده پیشنهادی BSMC بعد از اعمال اغتشاش با دامنه ۲۰۰ در $t=10$ sec نسبت به SMC عملکرد خیلی بهتری داشته و توانسته اغتشاش اعمالی را سریع تر حذف کند. همچنین نقطه قوت این کنترل کننده این است که نسبت به کنترل کننده SMC دارای انحراف بسیار کمتری از مسیر مطلوب در لحظه ورود اغتشاش به سیستم می باشد. به تعبیر دیگر، مقاومت آن در برابر اغتشاش افزایش پیدا کرده است.



شکل ۱۷: مقایسه دو کنترل کننده SMC و BSMC از لحاظ مقاومت پذیری در برابر اغتشاش

۶- نتیجه گیری

در این مقاله یک کنترل کننده مد لغزشی دینامیکی مرتبه کسری (FODSMC) بر اساس روش بازگشت به عقب برای کنترل یک ژيروسکوپ میکروالکترومکانیکی سه محوره تحت اغتشاش خارجی و

دسته‌ای از سیستمهای غیرخطی پسخوردی غیراکید تأخیری با پسماند نامشخص»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۷، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۶.

- [16] B. Zhang, Y. Pi, and Y. Luo, "Fractional order sliding-mode control based on parameters auto-tuning for velocity control of permanent magnet synchronous motor," ISA transactions, vol. 51, no. 5, pp. 649-656, 2012.
- [۱۷] سید باقر فاضلی اصل و سید سجاد موسی‌پور، «کنترل مد لغزشی ترمینال سریع بازگشت به عقب مرتبه کسری برای ژيروسکوپ سه محوره میکروالکترومکانیکی»، مجله مهندسی مکانیک مدرس، دوره ۱۷ شماره ۵، صفحه ۳۸۳-۳۹۱، مرداد ۱۳۹۶.
- [18] A. Nikkhal, S. Soheili, and M. Zare, "Development of a Simple Method for Control of Drive, Mode and Estimation of the Input Rotation Rate in MEMS Vibratory Gyroscope," Journal of Aerospace Mechanic, pp. 15-23, 2014.
- [19] J. Fei, Y. Yang and D. Wu, "Robust RBF neural network control with adaptive sliding mode compensator for MEMS gyroscope," Proceeding of 12th IEEE/ACIS International Conference on Computer and Information Science (ICIS), pp. 449-454, 2013.
- [20] J. Fei, M. Xin, and W. Dai, "Adaptive backstepping sliding mode control for MEMS gyroscope," Proceeding of The 13th IEEE International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), Kimdaejung Convention Center, Gwangju, Korea, Oct. 20-23, pp. 40-45, 2013.
- [21] M. P. Aghababa, "Synchronization and stabilization of fractional second-order nonlinear complex systems" Nonlinear Dynamics, vol. 80, pp.1731-1744, 2015.
- [22] K. S. Miller and B. Ross, "An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations," A Wiley-Interscience Publication, San Fransisco, USA, 1993.
- [23] I. Podlubny, *Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications*, vol. 198, Academic press, 1998.
- [24] I. Petras, *Fractional-order nonlinear systems: modeling, analysis and simulation*, Springer Science & Business Media, 2011.
- [25] Y. Tang, X. Zhang, D. Zhang, G. Zhao and X. Guan, "Fractional order sliding mode controller design for antilock braking systems," Neuro computing, vol. 111, pp. 122-130, 2013.
- [26] J. Liu and X. Wang, *Advanced sliding mode control for mechanical systems: design, analysis and MATLAB simulation*, Springer Science & Business Media, 2012.
- [27] C. Batur, T. Sreeramreddy and Q. Khasawneh, "Sliding mode control of a simulated MEMS gyroscope," ISA transactions, vol. 45, pp.99-108, 2006.
- multimachine power systems," International Journal of Electrical Power & Energy Systems, vol. 84, pp.76-86, 2017.
- [4] S.B.F. Asl and S.S. Moosapour, "Adaptive backstepping fast terminal sliding mode controller design for ducted fan engine of thrust-vectored aircraft," Aerospace Science and Technology, vol. 71, pp. 521-529, 2017.
- [5] C. Batur, T. Sreeramreddy and Q. Khasawneh, "Sliding mode control of a simulated MEMS gyroscope," ISA transactions, vol. 45, no. 1, pp. 99-108, 2006.
- [6] J. Fei, W. Yan and Y. Yang, "Adaptive nonsingular terminal sliding mode control of MEMS gyroscope based on backstepping design," International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, vol. 29, no. 9, pp. 1099-1115, 2015.
- [7] J. Guldner and V. Utkin, "The chattering problem in sliding mode systems," proceeding of the 2006 International Workshop on Variable Structure System, pp. 346-350, 2006.
- [8] N. M. Dehkordi, N. Sadati, and M. Hamzeh, "A backstepping high-order sliding mode voltage control strategy for an islanded microgrid with harmonic/interharmonic loads," Control Engineering Practice, vol. 58, pp.150-160, 2017.
- [9] J. Fei, and Z. Yuan, "Dynamic sliding mode control of MEMS gyroscope," IEEE International Conference on Control Applications (CCA), pp. 437-442, August, 2013.
- [10] Z. Ma, G. Sun, and Z. Li, "Dynamic adaptive saturated sliding mode control for deployment of tethered satellite system," Aerospace Science and Technology, vol. 66, pp.355-365, 2017.
- [11] S. Y. Chen and S. S. Gong, "Speed tracking control of pneumatic motor servo systems using observation-based adaptive dynamic sliding-mode control," Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 94 pp.111-128, 2017.
- [12] H. Sira-Ramirez, and O. Llanes-Santiago, "Adaptive dynamical sliding mode control via back-stepping," Proceedings of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control, pp. 1422-1427, December, 1993.
- [13] H. F. Ghavidel, A. A. Kalat, "Observer-based robust composite adaptive fuzzy control by uncertainty estimation for a class of nonlinear systems," Neurocomputing, vol. 230, no. 22, pp. 135-143, 2017.
- [۱۴] محسن وحدانی پور و مهدی خداینده، «کنترل مد لغزشی مبتنی بر روش برگشت به عقب کوادروتور با حذف اثر اغتشاش بار و تخمین اینرسی به روش تطبیقی»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۷، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۶.
- [۱۵] محسن حسن پور ناصریه، سید محمدعلی محمدی و مجتبی برخوردار یزدی مهدی، «طراحی کنترل کننده تطبیقی-فازی برای

زیرنویس‌ها

- ¹ Fractional Order Dynamic Sliding Mode Controller
- ² Fractional Order Sliding Mode Controller
- ³ Sliding Mode Controller
- ⁴ Reimann-Liouville
- ⁵ Caputo
- ⁶ Grunwald-Letnikov
- ⁷ Adaptive Fractional Order Dynamic Sliding Mode Controller
- ⁸ Barbalat's Lemma