

طراحی کنترل زمان ثابت تطبیقی برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی مرتبه دوم با استفاده از رویکرد کنترل مود لغزشی

سید مجید اسماعیل‌زاده^۱، استادیار؛ مهدی گلستانی^۲، دانشجوی دکتری

۱- دانشکده مهندسی برق - دانشگاه علم و صنعت ایران - تهران - ایران - smailzadeh@iust.ac.ir

۲- دانشکده مهندسی برق - دانشگاه علم و صنعت ایران - تهران - ایران - m_golestani@elec.iust.ac.ir

چکیده: در این مقاله، به مسئله کنترل زمان ثابت برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی مرتبه دوم در حضور عدم قطعیت و اغتشاشات خارجی پرداخته می‌شود. با معرفی رویکردی نوین از کنترل مود لغزشی پایانی ناتکین، یک کنترل کننده‌ی زمان ثابت به منظور دستیابی به عملکرد قابل قبول، همگرایی سریع متغیرهای حالت، قوام بالا و حذف تکینگی طراحی می‌شود. تضمین همگرایی زمان ثابت، ویژگی مهم قانون کنترل پیشنهادی می‌باشد که در آن زمان همگرایی مستقل از شرایط اولیه سیستم می‌باشد. از آنجایی که در کاربردهای عملی، تعیین حد بالای عدم قطعیت و اغتشاش دشوار است، قانون تطبیقی ارائه می‌شود که به کمک آن دیگر نیازی به دانستن این حد نیست. با استفاده از تحلیل لیاپانوف اثبات می‌گردد که متغیرهای حالت سیستم در یک زمان محدود و مستقل از شرایط اولیه به همسایگی کوچکی از مبدأ همگرا می‌شوند. به منظور ارزیابی کارآمدی روش پیشنهادی، سیستم کنترل وضعیت یک ماهواره انعطاف پذیر به کار گرفته شده و قانون کنترل وضعیت زمان ثابتی برای آن استخراج می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی کارایی و عملکرد رویکرد ارائه شده در این مقاله را نشان می‌دهند.

واژه‌های کلیدی: سیستم غیرخطی مرتبه دوم، ماهواره انعطاف پذیر، کنترل وضعیت، همگرایی زمان ثابت، کنترل مود لغزشی.

Design of an adaptive fixed-time control for a class of second-order nonlinear systems using sliding mode control

Seyed Majid Esmaeilzadeh¹, Assistant professor; Mehdi Golestani², PhD student

1- Department of Electrical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran, Email: smailzadeh@iust.ac.ir

2- Department of Electrical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran, Email: m_golestani@elec.iust.ac.ir

Abstract: This paper addresses the problem of fixed-time control for a class of second-order nonlinear systems in the presence of model uncertainty and external disturbance. By introducing a novel form of non-singular terminal sliding mode control, a fixed-time control is designed to obtain acceptable performance, rapid convergence of the system states, high robustness and singularity elimination. Guaranteeing fixed-time convergence is a significant feature of the proposed control law under which the convergence time of the proposed surface is independent of the initial conditions. Since the upper bound of the system uncertainty and disturbance is quite difficult to obtain, an adaptive mechanism is presented under which there is no need to know this upper bound. Lyapunov analysis proves that the system states converge to small neighborhood of the origin within a fixed time. To assess efficiency of the suggested method, a flexible spacecraft attitude control system is considered and a fixed-time attitude control system is derived. Simulation results verify the effectiveness and performance of the presented approach.

Keywords: Second-order nonlinear system, flexible satellite, attitude control, fixed-time convergence, sliding mode control.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۷/۱۰/۰۹

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۸/۰۳/۱۸ و ۱۳۹۸/۰۴/۰۳

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۸/۲۱

نام نویسنده مسئول: سید مجید اسماعیل‌زاده

نشانی نویسنده مسئول: دانشکده مهندسی برق - دانشگاه علم و صنعت ایران - تهران - ایران.

۱- مقدمه

طی سال‌های اخیر، کنترل سیستم‌های غیرخطی چنددرودی- چندخروجی مرتبه دوم همراه با اغتشاش و عدم قطعیت بسیار مورد مطالعه قرار گرفته است [۱]. از آنجایی که طیف وسیعی از سیستم‌های فیزیکی از قبیل بازوی ربات [۲]، سیستم هدایت موشک [۳] و سیستم کنترل وضعیت ماهواره [۴] را می‌توان به صورت یک سیستم غیرخطی مرتبه دوم مدل نمود، کنترل این دسته از سیستم‌های غیرخطی همواره مورد توجه پژوهشگران بوده و تاکنون روش‌های کنترلی متنوعی پیشنهاد شده است. این مقاله سیستم کنترل وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر را به عنوان یک سیستم غیرخطی مرتبه دوم به طور ویژه مورد بررسی قرار می‌دهد.

با گسترش و توسعه علوم و فناوری‌های فضایی، ماهواره‌های مدرن برای انجام مأموریت‌های فضایی پیچیده مانند سنجش از راه دور مستلزم انجام مانورهای سریع و البته دقیق و وضعیت می‌باشند. آخرین پیشرفت‌ها در این زمینه استفاده از مکانیزم‌های بزرگ، سبک و با سختی کم مانند آرایه‌های خورشیدی به منظور کاهش هزینه‌های پرتاب می‌باشد [۵]. وجود این مکانیزم‌های انعطاف‌پذیر موجب می‌شود که دیگر نتوان از اینگونه ماهواره‌ها به عنوان ماهواره صلب یاد کرد. اگرچه ماهواره انعطاف‌پذیر نسبت به ماهواره صلب از برتری بالایی برخوردار است؛ ولیکن انعطاف‌پذیری ساختاری در کل سیستم اجتناب‌ناپذیر است. به دلیل وجود کوپلینگ بین بدنه صلب و مکانیزم انعطاف‌پذیر، مانور سریع وضعیت می‌تواند منجر به ارتعاش اجزای انعطاف‌پذیر و کاهش دقت نشانه‌رویی و یا حتی ناپایداری سیستم گردد [۶]. علاوه بر این، دینامیک ماهواره انعطاف‌پذیر نه تنها غیرخطی است، بلکه گشتاورهای اغتشاشی متنوعی که غالباً گشتاورهای متناوب یا ثابت هستند ایجاد مزاحمت در امر کنترل می‌کنند. مسئله زمانی پیچیده‌تر می‌شود که عدم قطعیت ماتریس اینرسی نیز در نظر گرفته می‌شود. علاوه بر این، عملگرها به دلیل وجود محدودیت فیزیکی قادر به تولید هر میزان گشتاور کنترلی نمی‌باشند؛ لذا موضوع اشباع عملگر از جمله موضوعات مهمی است که باید در حین طراحی مورد توجه قرار گیرد. این موارد می‌توانند منجر به افزایش پیچیدگی طراحی سیستم کنترل وضعیت ماهواره انعطاف‌پذیر به منظور دستیابی به مانور سریع و البته دقیق وضعیت گردد [۷].

تاکنون، رویکردهای کنترلی متنوعی از قبیل کنترل گام به عقب [۸]، کنترل پیش‌بین مدل [۹، ۱۰]، کنترل بهینه [۱۱] و کنترل مود لغزشی [۱۲] برای مسئله پایدارسازی و وضعیت ماهواره مورد استفاده قرار گرفته‌اند. با این حال، کنترل مود لغزشی به دلیل قوام بالا در برابر اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت سیستم، به صورت گسترده مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است [۱۳]. در کنترل مود لغزشی معمولی، متغیرهای حالت سیستم در زمان محدود به سطح لغزش رسیده و به صورت مجانبی در زمان بی‌نهایت به مبدأ همگرا می‌شوند.

اگرچه پارامترهای کنترل مود لغزشی معمولی می‌توانند به گونه‌ای انتخاب شوند که سرعت همگرایی تا حد زیادی افزایش یابد، ولیکن متغیرهای حالت سیستم نمی‌توانند در زمان محدود به صفر همگرا شوند. روش‌های متنوعی برای طراحی قوانین کنترل وضعیت با تضمین همگرایی زمان محدود از جمله روش مود لغزشی پایانی (TSM) پیشنهاد شده است [۱۴]. کنترل TSM بر اساس اصول کنترل مود لغزشی معمولی پایه‌گذاری شده است که در آن سطح لغزش خطی با سطح لغزش غیرخطی جایگزین می‌شود تا امکان پایدارسازی زمان محدود فراهم گردد [۱۵]. در این روش کنترلی، ورودی‌ها به گونه‌ای طراحی می‌شوند تا بتوانند متغیرهای حالت سیستم غیرخطی را در زمان محدودی به دینامیک مود لغزشی برسانند که خود این دینامیک با توجه به سطوح لغزشی غیرخطی تعریف شده دارای پایداری زمان محدود است.

در مقایسه با کنترل مود لغزشی معمولی، رویکرد TSM زمانی که متغیرهای حالت سیستم خیلی از نقطه تعادل دور هستند، سرعت همگرایی خوبی از خود نشان نمی‌دهد. در مرجع [۱۶] مفهوم مود لغزشی پایانی سریع (FTSM) ارائه شده است که تضمین همگرایی سریع متغیرهای حالت برای هر دو حالت دور از نقطه تعادل و نزدیک آن می‌نماید. از آنجایی که در روش کنترل TSM و FTSM از ترم‌های غیرخطی با توان‌های کسری منفی در ورودی کنترلی استفاده می‌شود، مشکل تکینگی یکی از معایب اصلی این روش بوده و باعث می‌شود که با نزدیک شدن متغیرهای حالت سیستم غیرخطی به نقطه تعادل، دامنه ورودی کنترلی افزایش شدید داشته باشد. به عبارت دیگر، تحت کنترل TSM و FTSM ممکن است حالتی رخ دهد که برای کنترل سیستم، به تلاش کنترلی بی‌نهایت نیاز باشد که از لحاظ عملی غیرممکن است. بنابراین، رویکرد مود لغزشی پایانی ناکین [۱۷] به منظور حذف مشکل تکینگی مرتبط با کنترل TSM و FTSM ارائه شده است.

طی سال‌های اخیر، طراحی کنترل‌کننده زمان محدود برای ماهواره انعطاف‌پذیر در حضور اغتشاش و عدم قطعیت ماتریس اینرسی تبدیل به یک موضوع جذاب برای پژوهشگران شده است. در [۱۸]، یک قانون کنترل زمان محدود برای ردیابی وضعیت ماهواره انعطاف‌پذیر طراحی شده است. به منظور حذف تکینگی در TSM، در مرجع [۱۹] یک کنترل‌کننده وضعیت بر اساس NTSM^r برای ماهواره انعطاف‌پذیر پیشنهاد شده است که در برابر اغتشاش و عدم قطعیت مدل مقاوم است. لازم به ذکر است که اکثر مقالات در حوزه TSM بر اساس معلوم‌بودن حد بالای اغتشاش و عدم قطعیت کار می‌کنند. اما در کاربردهای عملی، از آنجایی که حد بالای اغتشاش و عدم قطعیت نامعلوم است، لذا فرض دانستن این حد تاکنون برانگیز است. با استفاده از NTSM تطبیقی، یک قانون کنترل زمان محدود برای کنترل وضعیت ماهواره ارائه شده است [۲۰].

اگرچه کنترل زمان محدود قادر به پایدارسازی سیستم در یک زمان از پیش تعیین شده است، ولیکن کنترل زمان محدود توانایی

در این مقاله، یک سیستم غیرخطی مرتبه دوم به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \text{sat}(\mathbf{u}(t)) + \mathbf{d}(t) \end{cases} \quad (1)$$

که در آن $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2]^T \in \mathbb{R}^{2n}$ بردار متغیر حالت سیستم، $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ تابع غیرخطی، $i = 1, 2$ ، $\mathbf{x} = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]^T \in \mathbb{R}^n$ بیانگر بردار ورودی $\text{sat}(\mathbf{u}(t)) = [\text{sat}(u_1), \dots, \text{sat}(u_n)]^T \in \mathbb{R}^n$ کنترل واقعی می‌باشد که در آن تابع اشباع $u_{i\max} > 0$ حداکثر مقدار مؤلفه نام بردار ورودی کنترل می‌باشد. در ادامه، تابع اشباع را می‌توان به صورت زیر نیز بازنویسی کرد [۸]:

$$\text{sat}(u_i) = u_i(t) + \theta_i(t) \quad (2)$$

که در آن

$$\theta_i(t) = \begin{cases} 0 & ; |u_i| < u_{i\max} \\ \text{sign}(u_i)u_{i\max} - u_i & ; |u_i| \geq u_{i\max} \end{cases} \quad (3)$$

که بردار $\boldsymbol{\theta}(t) = [\theta_1(t), \theta_2(t), \theta_3(t)]^T$ دارای حد بالای محدود می‌باشد $\|\boldsymbol{\theta}(t)\| \leq a_1$.

در نتیجه سیستم غیرخطی (۱) به صورت زیر قابل بازنویسی است

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{u}(t) + \mathbf{T}_d(t) \end{cases} \quad (4)$$

که در آن $\mathbf{T}_d(t) = \boldsymbol{\theta}(t) + \mathbf{d}(t)$ دارای حد بالای محدود ولی نامعلوم $\|\mathbf{T}_d(t)\| \leq a$ می‌باشد.

سیستم غیرخطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\dot{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{f}}(\mathbf{x}(t)), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad \bar{\mathbf{f}}(0) = 0, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad (5)$$

که در آن $\bar{\mathbf{f}}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ یک تابع غیرخطی است. برای سیستم فوق، تعریف و لم‌های زیر ارائه می‌شوند.

تعریف ۱ [۲۱]: نقطه تعادل سیستم (۵) پایدار زمان ثابت است اگر پایدار زمان محدود بوده و زمان نشست به‌ازای هر شرایط اولیه محدود باشد. به‌عبارت دیگر $\exists T_{\max}$ به‌طوری که $T(\mathbf{x}_0) \leq T_{\max}$ به‌ازای $\forall \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$.

لم ۱ [۲۲]: اگر تابع لیاپانوف مثبت معین، به‌طور پیوسته مشتق‌پذیر و به‌طور شعاعی نامحدود $V(\mathbf{x}): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ وجود داشته باشد به‌طوری که ناتساوی

$$\dot{V}(\mathbf{x}) \leq -\alpha V^{\gamma_1}(\mathbf{x}) - \beta V^{\gamma_2}(\mathbf{x}) \quad (6)$$

که $\alpha > 0$ ، $\beta > 0$ ، $r_1 > 1$ و $0 < r_2 < 1$ برقرار باشد، آنگاه نقطه تعادل سیستم (۵) پایدار زمان ثابت بوده و حد بالای زمان نشست از طریق رابطه زیر قابل محاسبه است:

تضمین همگرایی متغیر حالت سیستم در یک زمان محدود مستقل از شرایط اولیه را ندارد که این موضوع می‌تواند کارایی چنین روش کنترلی را در کاربردهای عملی محدود سازد. با استفاده از پایداری زمان ثابت که برای اولین بار در [۲۱] مطرح شد می‌توان این نقص را رفع کرد. در کنترل‌کننده‌های زمان محدود، هرچه شرایط اولیه بزرگتر باشد، زمان همگرایی متغیرهای حالت بیشتر می‌شود. کنترل زمان ثابت نه تنها می‌تواند زمان همگرایی را کاهش دهد؛ بلکه زمان همگرایی در این حالت مستقل از شرایط اولیه سیستم و تنها وابسته به پارامترهای کنترل‌کننده می‌باشد. به‌دلیل چنین ویژگی مطلوبی، کنترل زمان ثابت در سیستم‌های چندعامله [۲۲] و کنترل وضعیت ماهواره [۲۳] مورد توجه قرار گرفته است.

بر اساس توضیحات ارائه‌شده، این مقاله یک کنترل‌کننده زمان ثابت برای سیستم‌های غیرخطی مرتبه دوم به‌گونه‌ای ارائه می‌دهد که ویژگی‌های بسیار مطلوبی از قبیل همگرایی سریع و دقیق متغیرهای حالت سیستم و حذف تکینگی را به ارمغان می‌آورد. نوآوری‌های این مقاله را می‌توان به‌صورت زیر خلاصه کرد:

- یک کنترل‌کننده زمان ثابت برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی مرتبه دوم بر مبنای کنترل مود لغزشی ارائه می‌شود که در آن زمان همگرایی محدود و مستقل از شرایط اولیه سیستم می‌باشد. ناحیه همگرایی متغیرهای حالت سیستم به صورت صریح و براساس پارامترهای کنترل ارائه می‌شود. لذا می‌توان با تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده به دقت کنترلی مطلوب دست یافت.
- رویکرد پیشنهادی در طراحی کنترل وضعیت ماهواره انعطاف‌پذیر در حضور عدم قطعیت سیستم، اغتشاشات خارجی، اثر کولپینگ مودهای انعطاف‌پذیر و اشباع عملگر مورد استفاده قرار می‌گیرد.

ادامه مقاله به‌صورت زیر ارائه می‌گردد. در بخش بعدی مقدمات ریاضی و مسئله کنترل زمان ثابت کلاسی از سیستم‌های غیرخطی بیان می‌شود. بخش سوم به طراحی قانون کنترل زمان ثابت می‌پردازد. برای آنکه قانون کنترل پیشنهادی به سیستم وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر اعمال می‌گردد، در بخش چهارم، ابتدا معادلات سینماتیک و دینامیک یک ماهواره انعطاف‌پذیر توصیف شده و سپس شبیه‌سازی کامپیوتری انجام می‌گیرد. در نهایت، نتیجه‌گیری پایان‌بخش مقاله خواهد بود.

۲- مدل ریاضی و فرموله‌سازی مسئله

۲-۱- مقدمات ریاضی

نرم اقلیدسی یک بردار با استفاده از $\|\cdot\|$ نمایش داده می‌شود. \mathbf{I}_3 بیانگر ماتریس همانی با ابعاد ۳ و λ_{\max} مبین بزرگترین مقدار ویژه یک ماتریس می‌باشد. برای هر بردار $\mathbf{z} = [z_1, z_2, z_3]^T$ و عدد ثابت $\gamma \in \mathbb{R}$ ، بردار $[\mathbf{z}]^\gamma = [|z_1|^\gamma \text{sgn}(z_1), |z_2|^\gamma \text{sgn}(z_2), |z_3|^\gamma \text{sgn}(z_3)]^T$ تعریف می‌شود که در آن $\text{sgn}(\cdot)$ بیانگر تابع علامت می‌باشد.

این معادله به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\dot{x}_1 = -k_1 [x_1]^{r_1} - k_2 [x_1]^{r_2} \quad (۱۳)$$

اگر تابع لیپانوف به صورت $V_1 = 0.5x_1^T x_1$ تعریف گردد، مشتق آن به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= x_1^T \dot{x}_1 = x_1^T (-k_1 [x_1]^{r_1} - k_2 [x_1]^{r_2}) \\ &\leq -k_1 \sum_{i=1}^3 (x_{1i}^2)^{(1+r_1)/2} - k_2 \sum_{i=1}^3 (|x_{1i}^2|)^{(1+r_2)/2} \\ &\leq -\alpha V_1^{(1+r_1)/2} - \beta V_1^{(1+r_2)/2} \end{aligned} \quad (۱۴)$$

که در آن $\alpha = 2^{(1+r_1)/2} k_1 3^{(1-r_1)/2}$ و $\beta = 2^{(1+r_2)/2} k_2$ می باشد. با تحلیل فوق می توان نتیجه گرفت که مبدأ سیستم (۴) پایدار زمان-ثابت بوده و حد بالای زمان همگرایی توسط (۱۱) مستقل از شرایط اولیه تخمین زده می شود. ■

تذکره: لازم به ذکر است که تابع S_{ci} پیوسته و هموار بوده و به منظور جلوگیری از تکینگی به صورت دو ضابطه ای تعریف شده است. سطح لغزش FTNTSM (۹) در مقایسه با سطح لغزش [۲۴]، علاوه بر ارتقاء پایداری از زمان محدود به زمان ثابت، به ازای $|x_{1i}| < \phi$ ، عبارت x_{1i}^2 در سطح لغزش FTNTSM به $|x_{1i}|^{\phi_0}$ تغییر داده شده است. از آن جایی که $|x_{1i}|^{\phi_0} > x_{1i}^2$ به ازای $0 < |x_{1i}| < \phi < 1$ برقرار است، لذا سطح لغزش پیشنهادی FTNTSM از سرعت همگرایی بالاتری نسبت به سطح لغزش [۲۴] برخوردار است.

با مشتق گیری از سطح لغزش FTNTSM (۹)، می توان نوشت:

$$\dot{S} = f(x, t) + u(t) + T_d(t) + k_1 r_1 \text{diag}(x_i^{r_1-1}) x_2 + k_2 \dot{S}_c \quad (۱۵)$$

که

$$\dot{S}_{ci} = \begin{cases} r_2 x_{1i}^{r_2-1} x_{2i}, & \text{if } \bar{S}_i = 0 \text{ or } \bar{S}_i \neq 0, |x_{1i}| \geq \phi \\ l_1 x_{2i} + 2l_2 r_0 |x_{1i}|^{r_0-1} x_{2i}, & \text{if } \bar{S}_i \neq 0, |x_{1i}| < \phi \end{cases} \quad (۱۶)$$

در این بخش، یک قانون کنترل زمان ثابت برای سیستم غیر خطی (۴) به صورت زیر پیشنهاد می شود:

$$u(t) = -\gamma_1 [S]^{r_3} - \gamma_2 [S]^{r_4} - \gamma_3 S + F(x) - u_{adp} \quad (۱۷)$$

که در آن $F(x) = -f(x, t) - k_1 r_1 \text{diag}(x_i^{r_1-1}) x_2 - k_2 \dot{S}_c$ ، $0 < r_4 < 1$ ، $r_3 > 1$ ، γ_3 و γ_2 ، γ_1 ثابت های مثبت هستند و u_{adp} کنترل تطبیقی می باشد که به صورت زیر تعریف می گردد:

$$u_{adp} = \frac{S}{\|S\|} \hat{a} \quad (۱۸)$$

و قانون به روز رسانی تطبیقی عبارتست از:

$$\dot{\hat{a}} = q(\|S\| - p\hat{a}) \quad (۱۹)$$

در رابطه فوق \hat{a} تخمین a می باشد. همچنین q و p پارامترهای مثبت می باشند.

$$T(x_0) \leq \frac{1}{\alpha(r_1-1)} + \frac{1}{\beta(1-r_2)} \quad (۷)$$

لم ۲ [۲۲]: برای $c_2 > 1$ و $0 < c_1 \leq 1$ ، $i=1, 2, \dots, N$ ، $z_i \in R$ ، ناتساوی های زیر برقرار هستند:

$$\left(\sum_{i=1}^N |z_i| \right)^{c_1} \leq \sum_{i=1}^N |z_i|^{c_1}, \quad \left(\sum_{i=1}^N |z_i| \right)^{c_2} \leq N^{c_2-1} \sum_{i=1}^N |z_i|^{c_2} \quad (۸)$$

۲-۲- هدف کنترلی

برای سیستم غیر خطی (۴)، یک قانون کنترل تطبیقی زمان ثابت به گونه ای طراحی می شود که متغیرهای حالت سیستم در زمان محدود و مستقل از شرایط اولیه به هم سایگی کوچکی از مبدأ همگرا می شوند. این هدف باید در حضور اغتشاشات خارجی، عدم قطعیت سیستم و اشباع عملکرد صورت پذیرد. در نهایت از رویکرد پیشنهادی در کنترل وضعیت یک ماهواره انعطاف پذیر استفاده می گردد.

۳- طراحی کنترل کننده زمان ثابت

در این قسمت، یک کنترل کننده زمان ثابت برای سیستم غیر خطی (۴) با استفاده از رویکرد کنترل مود لغزشی پیشنهاد می گردد. قانون پیشنهادی همگرایی سریع تر متغیرهای حالت سیستم و دقت ردیابی بالا را فراهم می کند.

با الهام از [۲۴]، سطح لغزش پایانی ناتکین زمان ثابت (FTNTSM) به صورت زیر تعریف شود:

$$S = x_2 + k_1 x_1^{r_1} + k_2 S_c \quad (۹)$$

که پارامترهای $k_2 > 0$ و $k_1 > 0$ ، $r_1 > 1$ ، $S = [S_1, S_2, S_3]^T$ طراحی بوده و تابع S_c به صورت زیر تعریف می شود:

$$S_{ci} = \begin{cases} x_{1i}^{r_2}, & \text{if } \bar{S}_i = 0 \text{ or } \bar{S}_i \neq 0, |x_{1i}| \geq \phi \\ l_1 x_{1i} + l_2 \text{sgn}(x_{1i}) |x_{1i}|^{\phi_0}, & \text{if } \bar{S}_i \neq 0, |x_{1i}| < \phi \end{cases} \quad (۱۰)$$

که $0 < \phi < 1$ ، $0 < r_2 < 1 < r_0 \leq 2$ ، $\bar{S} = x_2 + k_1 x_1^{r_1} + k_2 x_1^{r_2}$ و $l_2 = \frac{1-r_2}{1-r_0} \phi^{r_2-r_0}$ و $l_1 = \frac{r_0-r_2}{r_0-1} \phi^{r_2-1}$

قضیه ۱: سیستم غیر خطی (۴) را در نظر بگیرید. اگر $S = \bar{S} = 0$ ، آنگاه متغیرهای حالت سیستم در زمان ثابت به صفر همگرا می شوند که این زمان به صورت زیر قابل بیان است:

$$T_0 \leq \frac{2}{2^{(1+r_2)/2} k_2 (1-r_2)} + \frac{2}{\sqrt{6} (2/3)^{r_1/2} k_1 (r_1-1)} \quad (۱۱)$$

اثبات: چنانچه $S = \bar{S} = 0$ حاصل شود، آنگاه می توان نتیجه گرفت:

$$x_2 = -k_1 [x_1]^{r_1} - k_2 [x_1]^{r_2} \quad (۱۲)$$

$$\dot{V}_3 = S^T \left(f(x, t) + k_1 r_i \text{diag}(x_{1i}^{r_1-1}) x_2 + k_2 \dot{S}_c + u(t) + T_d(t) \right) \quad (26)$$

با جایگذاری قانون کنترل (۱۷) در (۲۶)، نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &\leq -\gamma_1 S^T [S]^{\gamma_1} - \gamma_2 S^T [S]^{\gamma_2} + \|S\| a - \|S\| \hat{a} \\ &\leq -\gamma_1 \sum_{i=1}^3 |S_i|^{\gamma_1+1} - \gamma_2 \sum_{i=1}^3 |S_i|^{\gamma_2+1} + \|S\| \tilde{a} \\ &\leq -\mu_1 V_3^{(\gamma_1+1)/2} - \mu_2 V_3^{(\gamma_2+1)/2} + \zeta \end{aligned} \quad (27)$$

و $\mu_1 = \min \{ 2^{(\gamma_1+1)/2} \gamma_1 \}$ و $\mu_2 = \min \{ 2^{(\gamma_2+1)/2} \gamma_2 \}$ و $\zeta \geq \|S\| \tilde{a}$.

بنابراین سیستم غیرخطی (۴) پایدار زمان ثابت است.

ج زمانی که سطح لغزش FTNTSM به ناحیه $|S_i| \leq \Delta$ برسد، داریم:

$$\dot{x}_i + k_1 [x_{1i}]^{r_1} + k_2 [x_{1i}]^{r_2} = \psi_i, \quad |\psi_i| \leq \Delta \quad (28)$$

رابطه (۲۸) به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\dot{x}_i + \left(k_1 - \frac{\psi_i}{[x_{1i}]^{r_1}} \right) [x_{1i}]^{r_1} + k_2 [x_{1i}]^{r_2} = 0 \quad (29)$$

$$\dot{x}_i + k_1 [x_{1i}]^{r_1} + \left(k_2 - \frac{\psi_i}{[x_{1i}]^{r_2}} \right) [x_{1i}]^{r_2} = 0$$

زمانی که $k_1 \geq \psi_i / [x_{1i}]^{r_1}$ یا $k_2 \geq \psi_i / [x_{1i}]^{r_2}$ باشد، می‌توان پایداری زمان ثابت را نتیجه گرفت. بنابراین:

$$|x_{1i}| \leq \left(|\psi_i| / k_1 \right)^{1/r_1} \leq (\Delta / k_1)^{1/r_1} \quad (30)$$

or $|x_{1i}| \leq \left(|\psi_i| / k_2 \right)^{1/r_2} \leq (\Delta / k_2)^{1/r_2}$

با توجه به (۳۰) نتیجه می‌شود که ناحیه همگرایی متغیر حالت سیستم به صورت زیر قابل بیان است:

$$|x_{1i}| \leq \min \left\{ (\Delta / k_1)^{1/r_1}, (\Delta / k_2)^{1/r_2} \right\} \quad (31)$$

و x_2 به ناحیه زیر در زمان ثابت همگرا می‌شود:

$$|x_{2i}| \leq |\psi_i| + k_1 |x_{1i}|^{r_1} + k_2 |x_{1i}|^{r_2} \leq 3\Delta \quad (32)$$

اثبات قضیه تکمیل شد. ■

۴- شبیه‌سازی

در این قسمت، قانون کنترل زمان ثابت پیشنهادی به سیستم کنترل وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر اعمال می‌شود. برای این منظور، در ادامه ابتدا معادلات حرکتی یک ماهواره انعطاف‌پذیر ارائه می‌گردد.

۴-۱- معادلات سینماتیک و دینامیک ماهواره انعطاف‌پذیر

معادله سینماتیک و دینامیک یک ماهواره انعطاف‌پذیر به صورت زیر قابل بیان است [۲۵]:

تذکر: دو ضابطه‌ای بودن تابع \dot{S}_{ci} می‌تواند منجر به تغییرات ناگهانی در سیگنال کنترل گردد. زیرا زمانی که متغیر x_{1i} وارد ناحیه $|\phi| < |x_{1i}|$ می‌شود \dot{S}_{ci} از ضابطه اول به ضابطه دوم تغییر می‌کند. همین امر باعث تغییر در رفتار \dot{S}_{ci} می‌گردد. چون \dot{S}_{ci} در سیگنال کنترل حضور دارد منجر به تغییر ناگهانی در ورودی کنترل می‌شود.

قضیه ۲: سیستم غیرخطی (۴) با سطح لغزش FTNTSM (۹) را در نظر بگیرید. اگر قانون کنترل به صورت (۱۷) طراحی شود می‌توان نتیجه گرفت:

(الف) همه سیگنال‌های سیستم حلقه بسته UUB هستند.

(ب) سطح لغزش FTNTSM به همسایگی کوچک مبدأ همگرا می‌شود.

(ج) متغیرهای حالت سیستم در زمان ثابت به همسایگی کوچکی از صفر همگرا می‌شوند.

اثبات: الف) تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V_2 = \frac{1}{2} S^T S + \frac{1}{2q} \tilde{a}^2; \quad \tilde{a} = a - \hat{a} \quad (20)$$

مشق تابع لیاپانوف نسبت به زمان به صورت زیر قابل بیان است:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= S^T \dot{S} - \frac{1}{q} \tilde{a} \dot{\tilde{a}} \\ &= S^T \left(f(x, t) + k_1 r_i \text{diag}(x_{1i}^{r_1-1}) x_2 + k_2 \dot{S}_c + u(t) + T_d(t) \right) - \frac{1}{q} \tilde{a} \dot{\tilde{a}} \end{aligned} \quad (21)$$

جایگذاری قانون کنترل زمان ثابت (۱۷) در (۲۱) نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= S^T \left(-\gamma_1 [S]^{\gamma_1} - \gamma_2 [S]^{\gamma_2} - \gamma_3 S - u_{adp} + T_d \right) - \frac{1}{q} \tilde{a} \dot{\tilde{a}} \\ &\leq -\gamma_3 S^T S + p \tilde{a} \dot{\tilde{a}} \end{aligned} \quad (22)$$

برای هر $\lambda > 0.5$ ، ناساوی زیر برقرار است:

$$\begin{aligned} \tilde{a} \dot{\tilde{a}} &= \tilde{a} \dot{\tilde{a}} \leq \frac{1}{2\lambda} \tilde{a}^2 + \frac{\lambda}{2} \dot{\tilde{a}}^2 - \tilde{a}^2 \\ &= -\frac{(2\lambda-1)}{2\lambda} \tilde{a}^2 + \frac{\lambda}{2} \dot{\tilde{a}}^2 \end{aligned} \quad (23)$$

با جایگذاری (۲۳) در (۲۲) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -\gamma_3 \sum_{i=1}^3 S_i^2 - \frac{p(2\lambda-1)}{2\lambda} \tilde{a}^2 + \frac{p\lambda}{2} \dot{\tilde{a}}^2 \\ &\leq -\kappa V_2 + u_1 \end{aligned} \quad (24)$$

که $u_1 = p\lambda \dot{\tilde{a}}^2 / 2$ و $\kappa = \min \{ \gamma_3 (2/\lambda_{\max}), pq(2\lambda-1)/2\lambda \}$

لذا می‌توان نتیجه گرفت که S و \tilde{a} هر دو UUB هستند.

(ب) برای تحلیل پایداری زمان ثابت، تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V_3 = \frac{1}{2} S^T S \quad (25)$$

مشق این تابع لیاپانوف نسبت به زمان به صورت زیر قابل بیان است:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ J^*(x_1)\dot{x}_2 = -C(x_1, x_2)x_2 + P^T(x_1)u(t) + T_d(t) \end{cases} \quad (37)$$

که $T_d(t) = P^T(\sigma)\Pi$ نامعلوم ولی کران دار $\|T_d(t)\| \leq a$ می باشد. اکنون قانون کنترل زیر قادر است تا متغیر وضعیت و سرعت زاویه ای ماهواره انعطاف پذیر را در زمان محدود و مستقل از شرایط اولیه به همسایگی کوچکی از مبدأ همگرا سازد:

$$u(t) = P^{-T} \left(-\gamma_1 [S]^{\gamma_1} - \gamma_2 [S]^{\gamma_2} - \gamma_3 S + F - u_{adp} \right) \quad (38)$$

$$F(x) = C(x)x_2 - J^* \left(k_1 r_1 \text{diag} \left(x_{1i}^{r_1-1} \right) x_2 + k_2 \dot{S}_c \right) \quad \text{که می باشد.}$$

۲-۴- سناریوی اول

در این قسمت، نتایج شبیه سازی برای بررسی کارامدی قانون کنترل پیشنهادی ارائه می گردد. هدف پایدارسازی وضعیت ماهواره انعطاف پذیر (۳۷) در حضور اغتشاش خارجی و عدم قطعیت ماتریس اینرسی می باشد. در این بخش مسئله اشباع عملگر در نظر گرفته نمی شود. به منظور ارزیابی نحوه عملکرد کنترل کننده پیشنهادی، کنترل کننده زمان محدود (RACFT) ارائه شده در [۲۷] نیز تحت شرایط یکسان شبیه سازی می گردد تا بتوان مقایسه ای بین نتایج به دست آمده داشت. RACFT یک کنترل کننده زمان محدود برای کنترل وضعیت یک ماهواره انعطاف پذیر می باشد. برای استخراج کنترل کننده مذکور از روش کنترل مود لغزشی پایانی استفاده شده است. به منظور غلبه بر اغتشاش و عدم قطعیت و همچنین با توجه به عدم دسترسی به اطلاعات در مورد این عوامل ناخواسته، از یک رویکرد مقاوم تطبیقی استفاده شده است. پارامترهای فیزیکی مدل عبارتند از:

$$\delta = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.5 & 0.1 & k_0 \xi_1 \xi_2 \xi_3 \\ -1 & 0.3 & 0.01 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad J = \begin{bmatrix} 20 & 1.2 & 0.9 \\ 1.2 & 17 & 1.4 \\ 0.9 & 1.4 & 15 \end{bmatrix} \text{ kg.m}^2$$

تعداد ۳ مود انعطاف پذیر در نظر گرفته شده است و فرکانس های طبیعی و نسبت میرایی به ترتیب $\Lambda_1 = 1/8912$ ، $\Lambda_2 = 2/884$ ، $\Lambda_3 = 3/4181$ و $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0.1$ می باشند. فرض کنید عدم قطعیت ماتریس اینرسی به صورت $\Delta J = \text{diag} [\sin(0.1t), 2 \sin(0.2t), 3 \sin(0.3t)] \text{ kg.m}^2$ و اغتشاش خارجی به فرم:

$$d(t) = \begin{bmatrix} -1 + 2 \cos(0.2\pi t) - \cos(0.4\pi t) \\ 2 + 3 \sin(0.2\pi t) - \cos(0.4\pi t) \\ -3 + 2 \sin(0.2\pi t) - \sin(0.4\pi t) \end{bmatrix} \quad (39)$$

در نظر گرفته شود. پارامترهای قانون کنترل وضعیت (۳۸) به صورت $r_1 = 1/9$ ، $r_2 = 0.2$ ، $r_3 = 1/5$ ، $r_4 = 0.7$ ، $k_1 = k_2 = 0.1$ و $\phi = 0.05$ ، $\varepsilon = 0.5$ ، $p = 0.5$ و $q = 0.05$ می باشد. از آن جایی که

$$\dot{\sigma} = G(\sigma)\omega$$

$$J\dot{\omega} + \omega^* (J\omega + \delta^T \dot{\chi}) + \delta^T \dot{\chi} = u(t) + d(t) \quad (33)$$

$$\dot{\chi} + C\dot{\chi} + K\chi + \delta\dot{\omega} = 0$$

در معادلات فوق σ بیانگر پارامترهای اصلاح شده رودریگز می باشد، $G(\sigma) = (1/2)(1 - \sigma^T \sigma / 2)I_3 + \sigma^* \sigma + \sigma \sigma^T$ و $\sigma^* \in R^{3 \times 3}$ به صورت $\sigma^* = [0, -\sigma_3, \sigma_2; \sigma_3, 0, -\sigma_1; -\sigma_2, \sigma_1, 0]$ تعریف می گردد. علاوه بر این، $\omega \in R^3$ سرعت زاویه ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه اینرسی بیان شده در دستگاه بدنی است، $J \in R^{3 \times 3}$ (مثبت معین) ماتریس اینرسی ماهواره، $u \in R^3$ گشتاور کنترلی، $d \in R^3$ اغتشاش خارجی، $\chi \in R^N$ بردار مختصات مودال نسبت به بدنه اصلی، $\delta \in R^{N \times 3}$ ماتریس کوپلینگ بین دینامیک صلب و انعطاف پذیر، $K = \text{diag} [\Lambda_i^2]$ و $C = \text{diag} [2\xi_i \Lambda_i]$ ($i=1,2,\dots,N$) ماتریس های سختی و میرایی، N تعداد مودهای انعطاف پذیر در نظر گرفته شده، Λ_i فرکانس های طبیعی و ξ_i نسبت میرایی می باشد.

فرض ۱: ماتریس اینرسی به صورت $J = J_0 + \Delta J$ در نظر گرفته می شود که در آن J_0 بیانگر بخش نامی ماتریس اینرسی و ΔJ مبین عدم قطعیت ماتریس اینرسی می باشد ($\|\Delta J\| \leq a_2$).

فرض ۲: اغتشاشات خارجی شامل نیروهای مغناطیسی، پسای آئرو دینامیکی و تشعشعات خورشیدی محدود می باشد ($\|d(t)\| \leq a_3$).

فرض ۳: دامنه ارتعاشات الاستیک و مشتقات آن در طول مانور وضعیت محدود هستند و عبارت اثر کوپلینگ ناتساوی $\|\delta^T \dot{\chi} - \omega^* \delta^T \dot{\chi}\| \leq a_4 + a_5 \|\omega\|^2$ را برآورده می کند [۲۶].

بنابراین معادله دینامیکی (۳۳) به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\dot{\sigma} = G(\sigma)\omega$$

$$J_0 \dot{\omega} = -\omega^* J_0 \omega + u(t) + \Pi(t) \quad (34)$$

$$\dot{\chi} + C\dot{\chi} + K\chi + \delta\dot{\omega} = 0$$

که در آن $\Pi := d - \delta^T \dot{\chi} - \omega^* \delta^T \dot{\chi} - \Delta J \dot{\omega} - \omega^* \Delta J \omega$ عدم قطعیت مجموع^۵ در نظر گرفته می شود.

با انجام عملیات ریاضی، سیستم (۳۴) به صورت زیر قابل بیان است:

$$J^*(\sigma)\dot{\sigma} + C(\sigma, \dot{\sigma})\dot{\sigma} = P^T(\sigma)u + P^T(\sigma)\Pi \quad (35)$$

که در آن $P(\sigma) = G^{-1}(\sigma)$ ، $P^T(\sigma) = -P^T [J_0 P \dot{G} + (J_0 P \dot{\sigma})^*] P$ و $J^*(\sigma) = P^T J_0 P$ می باشد. مدل فوق دارای ویژگی های ساختاری زیر می باشد.

ویژگی ۲: ماتریس $J^*(\sigma)$ مثبت معین و محدود است.

ویژگی ۳: ماتریس $J^*(\sigma) - 2C(\sigma, \dot{\sigma})$ یک ماتریس متقارن کج برای تمامی σ می باشد:

$$x^T (J^*(\sigma) - 2C(\sigma, \dot{\sigma})) x = 0, \quad x \in R^3 \quad (36)$$

با معرفی متغیرهای جدید $x_1 = \sigma$ و $x_2 = \dot{\sigma}$ ، سیستم (۳۵) به صورت زیر بازنویسی می گردد:

شکل ۳ گشتاور کنترلی مورد نیاز هر کنترل کننده را نشان می دهد. اگرچه دامنه گشتاور کنترلی روش پیشنهادی تقریباً مشابه RACFT است ولیکن عملکرد قانون کنترل جدید این مقاله بسیار بهتر از RACFT می باشد.

نتایج شبیه سازی به اندازه کافی گویای عملکرد مطلوب روش پیشنهادی از منظر نرخ همگرایی سریع، دقت بالا و پایداری قابل قبول در حضور عدم قطعیت سیستم و اغتشاشات خارجی می باشد. علاوه بر این، انعطاف پذیری در انتخاب پارامترهای کنترل وجود دارد که بتوان به عملکرد مطلوب دست یافت.

به منظور ارزیابی هرچه بیشتر عملکرد قوانین پیشنهادی در این مقاله، شاخص های عملکردی زیر نیز در نظر گرفته می شوند [۲۸].

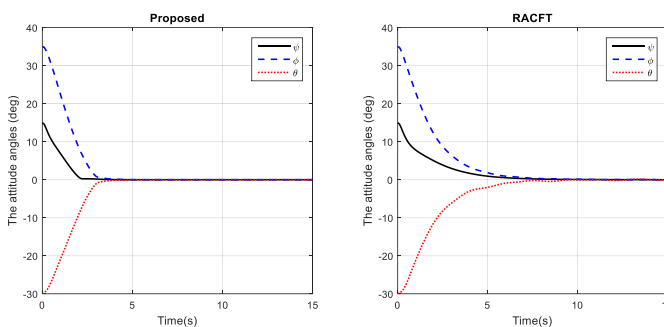
الف) خطای مطلق انتگرالی (IAE^v) متغیر وضعیت و سرعت زاویه ای به صورت $IAE_{\omega} = \int_0^T |\omega(t)| dt$ ، $IAE_{\sigma} = \int_0^T |\sigma(t)| dt$ تو صیف می شوند. این شاخص نشان می دهد که کدام کنترل کننده از قابلیت پایداری بالاتری برخوردار است. به عبارت دیگر، هرچه شاخص IAE کوچک تر باشد، همگرایی سریعتری حاصل می شود.

ب) خطای مطلق وزن دهی شده زمانی انتگرالی (ITAE^v) متغیر وضعیت و سرعت زاویه ای ماهره به صورت $ITAE_{\omega} = \int_0^T t |\omega(t)| dt$ ، $ITAE_{\sigma} = \int_0^T t |\sigma(t)| dt$ مشخص می گردد. این شاخص در حقیقت به خطاهای حالت ماندگار وزن بیشتری می دهد. عیب اصلی شاخص ITAE این است که به خطاهای ابتدایی اهمیت کمتری می دهد و به نوعی آنها را نادیده می گیرد. این عیب را می توان با در نظر گرفتن همزمان شاخص IAE پوشش داد. لذا این دو شاخص عملکردی می توانند به صورت همزمان نشان دهند که کدام کنترل کننده از عملکرد بهتری هم در حالت گذرا و هم در حالت ماندگار برخوردار است. لازم به ذکر است که مطلوب این است که این دو شاخص عملکردی مقادیر تا حد امکان کوچکتری داشته باشند.

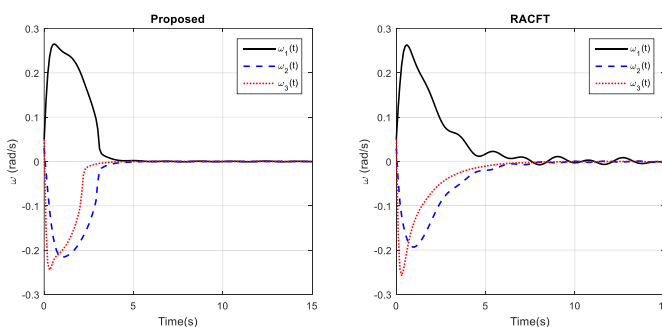
جدول ۱: شاخص های عملکردی

کنترل کننده		قانون پیشنهادی	RACFT
IAE _σ	ψ	۱۵۵/۶	۲۷۰/۴
	φ	۵۱۴/۵	۶۷۵/۵
	θ	۴۸۱/۸	۶۲۵/۷
IAE _ω	ω _۱	۶/۳	۶/۴
	ω _۲	۵	۵/۲
	ω _۳	۳/۹	۴
ITAE _σ	ψ	۱۰۵/۸	۴۷۸/۹
	φ	۴۶۹/۶	۱۰۷۳/۶
	θ	۴۷۴/۳	۱۰۵۳/۴
ITAE _ω	ω _۱	۹/۲	۱۴/۱
	ω _۲	۷/۸	۱۰/۹

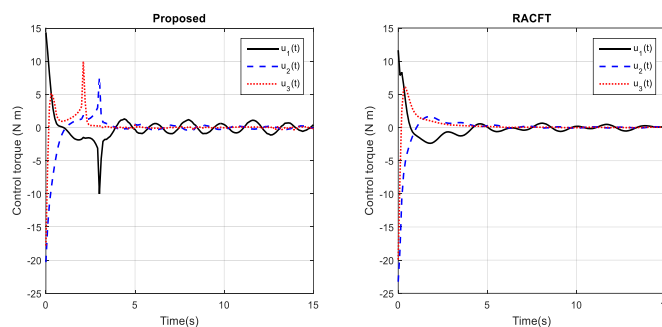
درک زوایای اوپلر بسیار ساده تر از MRPs می باشد، وضعیت ماهره بر اساس زوایای اوپلر نشان داده می شود. وضعیت اولیه و سرعت زاویه ای اولیه ماهره به صورت $[\psi \ \phi \ \theta] = [۱۵, ۳۵, -۳۰]$ rad/sec و $\omega(0) = [۰/۰۵, ۰/۰۳, ۰/۰۵]$ شرایط اولیه مودال به صورت $\dot{\chi}_i(0) = \chi_i(0) = 0$ برای $(i=1, 2, 3)$ در نظر گرفته می شود.



شکل ۱- زوایای اوپلر وضعیت



شکل ۲- سرعت زاویه ای

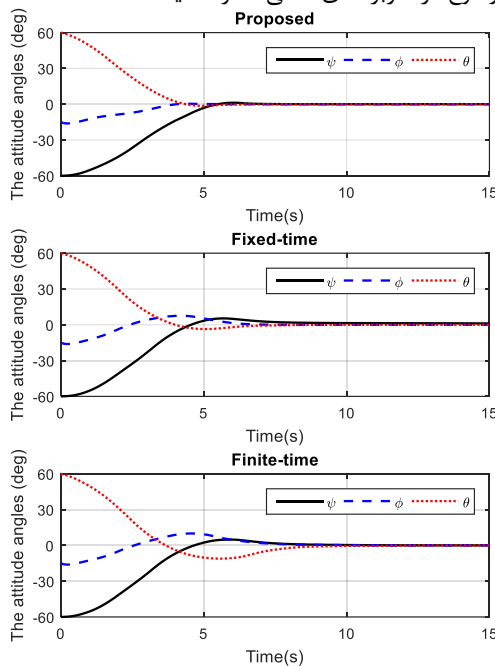


شکل ۳- گشتاور کنترلی

اگرچه هر دو کنترل کننده موفق به پایداری سیستم وضعیت ماهره انعطاف پذیر مورد نظر شده اند، ولیکن زمان همگرایی متغیر وضعیت و سرعت زاویه ای ماهره تحت قانون کنترل پیشنهادی کمتر از RACFT می باشد. رویکرد پیشنهادی علاوه بر همگرایی سریع، منجر به خطای نشانه روی کمتری شده است که از اهمیت بالایی به منظور دستیابی به تصاویر با وضوح بالا برخوردار است. به عبارت دیگر زمانی که متغیرهای حالت سیستم وضعیت ماهره سریعتر و دقیق تر همگرا می شوند، می توان انتظار تعداد تصاویر بیشتر و با کیفیت مطلوب تر را داشت.

time و Finite-time به ترتیب بیانگر قانون کنترل پیشنهادی رابطه (۳۸)، قانون کنترل زمان ثابت مرجع [۲۹] و قانون کنترل زمان محدود مرجع [۸] می‌باشند.

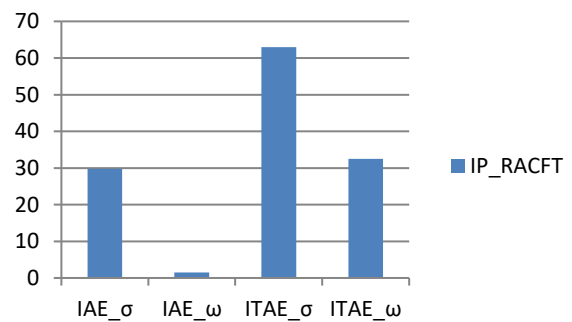
اگرچه شرایط اولیه نسبت به سناریوی اول به اندازه کافی بزرگتر انتخاب شده و مسئله اشباع در نظر گرفته شده است، ولی باز هم پایدار سازی زمان محدود متغیرهای وضعیت و سرعت زاویه‌ای ماهواره محقق شده است. با توجه به شکل ۵ و شکل ۶ واضح است که کمترین زمان همگرایی توسط قانون کنترل پیشنهادی به دست آمده است. همچنین قانون Fixed-time نسبت به قانون Finite-time از قابلیت پایدار سازی سریعتری برخوردار می‌باشد. طبق شکل ۷ می‌توان نتیجه گرفت که تمامی گشتاورهای کنترلی در محدوده مجاز قرار گرفته‌اند و هدف کنترلی در حضور اشباع عملگر محقق شده است. اگرچه حداکثر گشتاور هر سه کنترل کننده یکسان است، به منظور ارزیابی هر چه بیشتر عملکرد آنها، انرژی کنترلی مورد نیاز هر یک محاسبه شده و در جدول ۲ ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود روش پیشنهادی این مقاله به کمترین انرژی کنترلی نیاز دارد که این موضوع در کاربردهای عملی حائز اهمیت است.



شکل ۵- زوایای اولیه و وضعیت در حضور اشباع عملگر

ω_3	۴/۱	۶/۳
------------	-----	-----

به منظور ارزیابی هر چه بیشتر عملکرد قوانین کنترلی ارائه شده در این قسمت، از آنجایی که مشخص شد که در حالت کلی قانون کنترل پیشنهادی نسبت به RACFT از عملکرد بهتری برخوردار است، در شکل ۴ درصد بهبود (IP^۱) قانون پیشنهادی نسبت به قانون RACFT (IP_RACFT) نشان داده شده است.



شکل ۴- درصد بهبود

با توجه به شکل ۴ می‌توان نتیجه گرفت که رویکرد پیشنهادی هم از لحاظ سرعت همگرایی و هم خطای حالت ماندگار از عملکرد بسیار مطلوبتری برخوردار است. لازم به ذکر است که برای دستیابی به این نمودار، درصد بهبود برای هر سطر محاسبه گردید و سپس برای خلاصه کردن و جلوگیری از شلوغ شدن شکل، میانگین برای هر دسته سه تایی از داده‌ها محاسبه شده است. برای مثال، درصد بهبود سه سطر اول محاسبه شده و با گرفتن میانگین برای ψ ، ϕ و θ ، داده IAE_{σ} تهیه شده است.

۴-۳- سناریوی دوم

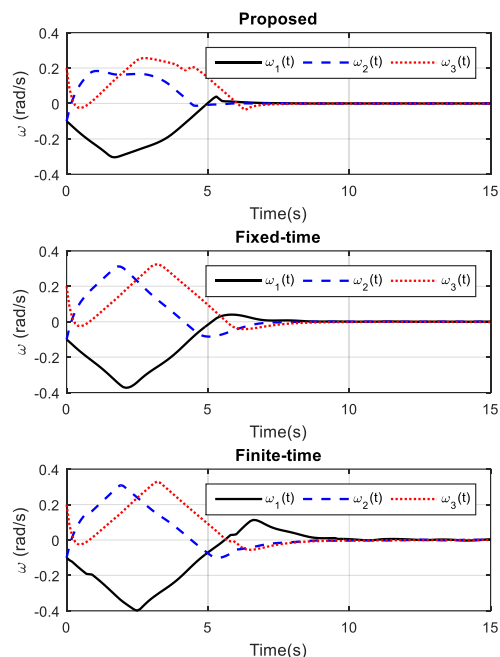
در این قسمت، مسئله اشباع عملگر نیز لحاظ می‌شود و پایدار سازی وضعیت ماهواره باید تحت شرایطی انجام گیرد که گشتاور کنترلی مورد نیاز از حد اشباع تجاوز نکند. برای ارزیابی عملکرد قانون کنترل پیشنهادی، قانون کنترل وضعیت زمان محدود مرجع [۸] نیز تحت شرایط یکسان شبیه سازی می‌گردد. علاوه بر این، مرجع [۲۹] آخرین مقاله‌ای است که در زمینه کنترل زمان ثابت ماهواره اعطاف پذیر اخیراً منتشر شده است؛ بنابراین می‌تواند معیار مناسبی برای مقایسه باشد. اما در این مقاله مسئله اشباع عملگر لحاظ نشده است؛ لذا برای مقایسه منصفانه، مسئله اشباع عملگر نیز به این مرجع اضافه می‌گردد. حداکثر گشتاور کنترلی ۲/۵ Nm در نظر گرفته می‌شود. وضعیت اولیه، سرعت زاویه‌ای اولیه ماهواره و شرایط اولیه مودال به صورت $[-60, -15, 60]$ و $[\psi, \phi, \theta] = [-0.1, -0.1, 0.2]$ rad/sec، $\omega(0) = 0$ و $\dot{\chi}_i(0) = \chi_i(0) = 0$ در نظر گرفته شده است. نتایج شبیه سازی در شکل‌های ۵ تا ۷ نمایش داده شده است که در آن Fixed-, Proposed-

۵- نتیجه گیری

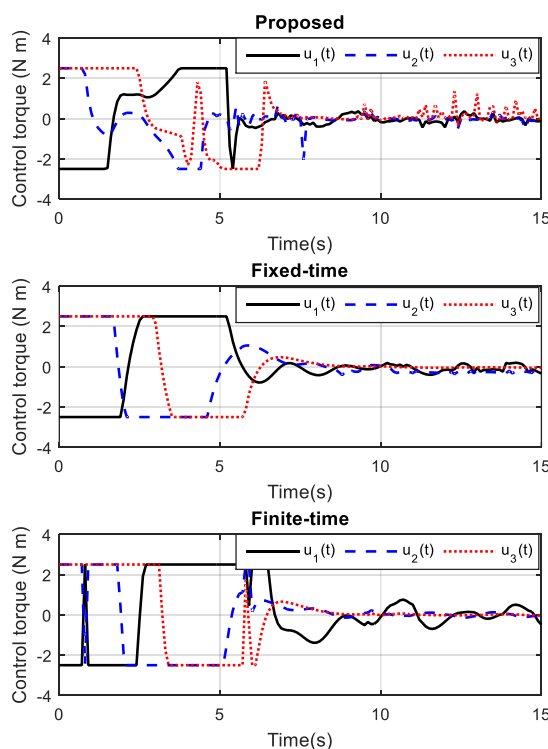
در این مقاله، یک قانون کنترل وضعیت مقاوم تطبیقی زمان ثابت برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی مرتبه دوم در حضور اغتشاش، عدم قطعیت و اشباع عملگر طراحی شده است. برخلاف قوانین کنترل زمان محدود موجود، قانون کنترل زمان ثابت پیشنهادی قادر به پایدارسازی سیستم در یک زمان محدود و مستقل از شرایط اولیه می‌باشد. تحلیل پایداری نشان می‌دهد که متغیرهای حالت سیستم به هم سایگی کوچکی از مبدأ در زمان محدود همگرا می‌شوند. از رویکرد پیشنهادی در طراحی کنترل وضعیت برای یک ماهواره انعطاف پذیر استفاده شده است. نتایج شبیه سازی عملکرد مطلوب رویکرد پیشنهادی در این مقاله را نشان می‌دهد.

مراجع

- [1] S. Mobayen, "Fast terminal sliding mode controller design for nonlinear second-order systems with time-varying uncertainties," *Complexity*, vol. 21, no. 2, pp. 239-244, 2015.
- [2] A. Galicki, "Finite-time trajectory tracking control in a task space of robotic manipulators," *Automatica*, vol. 67, pp. 165-170, 2016.
- [3] M. Golestani, I. Mohammadzaman, MJ Yazdanpanah, "Robust finite-time stabilization of uncertain nonlinear systems based on partial stability," *Nonlinear Dynamics*, vol. 85, no. 1, pp. 87-96, 2016.
- [4] B. Xiao, S. Yin and O. Kaynak, "Attitude Stabilization Control of Flexible Satellites with High Accuracy: An Estimator-based Approach," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 22, no. 1, pp. 349-358, 2017.
- [5] C. Zhong, Z. Chen and Y. Guo, "Attitude control for flexible spacecraft with disturbance rejection," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 53, no. 1, pp. 101-110, 2017.
- [6] Z. Yu, Y. Guo, L. Wang and L. Wu, "Adaptive robust attitude control and active vibration suppression of flexible spacecraft," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, vol. 231, no. 6, pp. 1076-1087, 2017.
- [7] S. Ding and WX. Zheng, "Nonsmooth attitude stabilization of a flexible spacecraft," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 50, no. 2, pp. 1163-1181, 2014.
- [8] SM. Smaeilzadeh and M. Golestani, "A finite-time adaptive robust control for a spacecraft attitude control considering actuator fault and saturation with reduced steady-state error," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 41, no. 4, pp. 1002-1009, 2018.
- [9] M. Mirshams and M. Khosrojerdi, "Attitude control of an underactuated spacecraft using tube-based MPC approach," *Aerospace Science and Technology*, vol. 48, pp. 140-145, 2016.
- [10] فاطمه پیروزمند، نعمت ... قهرمانی و محمدرضا عاروان، «طراحی کنترل کننده پیش بین مقاوم با استفاده از نامساوی های ماتریسی خطی برای سیستم کنترل وضعیت ماهواره»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۴، شماره ۴، صفحه ۹-۲۱، ۱۳۹۳.
- [11] SW. Liu and T. Singh, "Robust time-optimal control of flexible structures with parametric uncertainty," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 119, no. 4, pp. 743-738, 1997.
- [12] Q Shen, D Wang, S Zhu and EK Poh, "Integral-Type Sliding Mode Fault-Tolerant Control for Attitude Stabilization of Spacecraft." *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 23, no. 3, pp. 1131-1138, 2015.
- [13] VI. Utkin, "Sliding modes in control optimization" In Springer Verlag. Berlin, 1997.



شکل ۶- سرعت زاویه های در حضور اشباع عملگر



شکل ۷- گشتاور کنترلی در حضور اشباع عملگر

جدول ۲: مقایسه عملکرد سه کنترلر از نظر انرژی کنترلی

Energy	Proposed	Fixed -time	Finite -time
u_1	۱۲۶	۱۴۸	۱۹۷
u_2	۷۵	۱۴۶	۱۵۱
u_3	۱۴۳	۱۵۱	۱۶۱

- [22] Z. Zuo, "Nonsingular fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent networks," *Automatica*, vol. 54, pp. 305-309, 2015.
- [23] Y. Huang and Y. Jia, "Robust adaptive fixed-time tracking control of 6-DOF spacecraft fly-around mission for noncooperative target," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 28, no. 6, pp. 2598-2618, 2018.
- [24] K. Lu, Y. Xia, M. Fu and C. Yu, "Adaptive finite-time attitude stabilization for rigid spacecraft with actuator faults and saturation constraints," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 26, no. 1, pp. 28-46, 2016.
- [25] B. Xiao, Q. Hu, Y. Zhang and X. Huo "Fault-tolerant tracking control of spacecraft with attitude-only measurement under actuator failures," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 37, no. 3, pp. 838-849, 2014.
- [26] L. Wang, C. Zhong, Y. Guo and Y. Wu, "Robust adaptive attitude control for flexible spacecraft in the presence of SGCMG friction nonlinearity," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 28, pp. 3324-3341, 2018.
- [27] C. Zhong, L. Wu, Y. Guo and Z. Chen, "Robust adaptive attitude manoeuvre control with finite-time convergence for a flexible spacecraft," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 40, no. 2, pp. 425-435, 2018.
- [28] S.M. Smaeilzadeh and M. Golestani, "Finite-time fault-tolerant adaptive robust control for a class of uncertain non-linear systems with saturation constraints using integral backstepping approach," *IET Control Theory and Applications*, vol. 12, no. 15, pp. 2109 – 2117, 2018.
- [29] C. Ton and C. Petersen, "Continuous Fixed-Time Sliding Mode Control for Spacecraft with Flexible Appendages." *IFAC-PapersOnLine*, vol. 51, no. 12, pp. 1-5, 2018.
- [۱۴] یاشار شببویی، امیر ریخته‌گر غیائی و سهراب خان‌محمدی، «طراحی کنترل‌کننده تحمل‌پذیر خطای مد لغزشی ترمینال غیرتکین برای سیستم‌های غیرخطی بر مبنای فیلتر کالمن توسعه یافته تطبیقی»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۶، شماره ۴، صفحه ۱۷۳-۱۸۳، ۱۳۹۵.
- [15] Z. Man and X. Yu, "Terminal sliding mode control design of mimo linear systems," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 44, no. 11, pp. 823-830, 1997.
- [16] S. Yu, X. Yu, B. Shirinzadeh and Z. Man, "Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode," *Automatica*, vol. 41, no. 11, pp. 1957-1964, 2005.
- [17] L. Yang and J. Yang, "Nonsingular fast terminal sliding-mode control for nonlinear dynamical systems," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 21, no. 16, pp. 1865-1879, 2011.
- [18] S. Wu, G. Radice and Z. Sun, "Robust finite-time control for flexible spacecraft attitude maneuver," *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 27, no. 2, pp. 185-190, 2012.
- [19] C. Pukdeboon, "Nonsingular terminal sliding mode based finite-time control for spacecraft attitude tracking," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 12, no. 3, pp. 530-540, 2014.
- [20] K. Lu and Y. Xia, "Adaptive attitude tracking control for rigid spacecraft with finite-time convergence," *Automatica*, vol. 49, no. 12, pp. 3591-3599, 2013.
- [21] A. Polyakov, "Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 57, no. 8, pp. 2106-2110, 2012.

زیرنویس‌ها

- ⁶ Robust adaptive continuous finite-time
⁷ Integral Absolute Error
⁸ Integral Time-weighted Absolute Error
⁹ Improvement Percentage

- ¹ Terminal sliding mode
² Fast terminal sliding mode
³ Nonsingular Terminal sliding mode
⁴ Uniformly ultimately bounded
⁵ Lumped uncertainty