

کنترل تحمل‌پذیر عیب برای سیستم کنترل تحت شبکه چندنرخ با در نظر گرفتن تأخیر القایی طولانی

کمیل نکوئی^۱، دانشجوی دکتری؛ ملیحه مغفوری فرسنگی^۲، استادا؛ مجتبی برخوردار یزدی^۳، استادیار

۱- گروه برق- دانشکده فنی و مهندسی- دانشگاه شهید باهنر- کرمان- ایران - k.nekoeei@eng.uk.ac.ir

۲- گروه برق- دانشکده فنی و مهندسی- دانشگاه شهید باهنر- کرمان- ایران - mmaghfoori@uk.ac.ir

۳- گروه برق- دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهید باهنر - - کرمان- ایران - barkhordari@uk.ac.ir

چکیده: در این مقاله، یک روش جدید مدل‌سازی و کنترل تحمل‌پذیر عیب برای سیستم کنترل تحت شبکه چندنرخ با در نظر گرفتن تأخیر زمانی طولانی ارائه شده است. در ابتدا سیستم کنترل تحت شبکه چندنرخ به صورت یک سیستم سوئیچ شونده با زیر سیستم‌های خطی و یک سیگنال کلیدزنی تصادفی مدل شده است؛ که با در نظر گرفتن سیگنال کلیدزنی (ناشی از تأخیر القایی تصادفی) به صورت یک زنجیره مارکوف، مدل سیستم به صورت یک سیستم خطی پرشی مارکوف به دست می‌آید. سپس یک کنترل کننده دینامیکی فیدبک خروجی مستقل از مد، به گونه‌ای طراحی شده که سیستم حلقه بسته را پایدار نماید. در ادامه، باهدف تحمل‌پذیری سیستم در شرایط رخداد عیب عملگر (یا اغتشاش بار)، از یک عملگر مجازی استفاده می‌شود به طوری که بازپیکره‌بندی، بدون نیاز به تغییر در کنترل کننده اصلی انجام شود. در پایان، فرآیند چهار تانک برای ارزیابی روش‌های مدل‌سازی و کنترل پیشنهادی مورد استفاده قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: سیستم کنترل تحت شبکه چندنرخ، تأخیر زمانی تصادفی، کنترل تحمل‌پذیر عیب، عملگر مجازی، سیستم خطی پرشی مارکوف، نامعادلات ماتریسی خطی و دوخطی، کنترل مستقل از مد.

Fault-Tolerant Control for Multi-rate Networked Control System with Considering Long Time Delay

Komail Nekooei¹, PhD student; Maliheh Maghfoori Farsangi², Professor; Mojtaba Barkhordari Yazdi³, Assistant professor

1- Department of Electrical Engineering, Shahid Bahonar University, Kerman, Iran, Email: k.nekoeei@eng.uk.ac.ir

2- Department of Electrical Engineering, Shahid Bahonar University, Kerman, Iran, Email: mmaghfoori@uk.ac.ir

3- Department of Electrical Engineering, Shahid Bahonar University, Kerman, Iran, Email: barkhordari@uk.ac.ir

Abstract: In this paper, a new approach of modeling and fault-tolerant control is presented for multi-rate networked control system (MRNCS) with considering long time delay. Firstly, the MRNCS is modeled as a switched system with linear subsystems and a random switching signal. By considering the switching signal (as the result of random induced delay) as a Markov chain, the model of MRNCS is obtained as a Markovian jump linear system. Then a mode-independent dynamic output feedback controller is designed to stabilize the closed-loop system. In continuation, with the purpose of system tolerance against the actuator fault (or load disturbance), a virtual actuator is used so that the reconfiguration is performed without needing for any changes in the main controller. Finally, the quadruple-tank process is used to validate the proposed modeling and control approaches.

Keywords: Multi-rate networked control system (MRNCS), Random time delay, Fault-tolerant control, Virtual actuator, Markovian jump linear system, Linear and bilinear matrix inequality, Mode-independent control.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۷/۱۰/۰۲

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۸/۰۷/۰۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۱۲/۰۵

نام نویسنده مسئول: ملیحه مغفوری فرسنگی

نشانی نویسنده مسئول: گروه برق- دانشکده فنی و مهندسی- دانشگاه شهید باهنر- کرمان- ایران.

۱- مقدمه

رویداد-تحریک، فقط یک نرخ نمونه‌برداری (نرخ حسگر) وجود دارد؛ اما در سیستم کنترل تحت شبکه با عملگر زمان-تحریک، نرخ نمونه‌برداری عملگر و حسگر می‌تواند متفاوت باشد؛ که در این صورت، آن را سیستم کنترل تحت شبکه چندنرخی (MRNCS) می‌نامند.

روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی و کنترل سیستم‌های تحت شبکه تک‌نرخی و چندنرخی ارائه شده که در ادامه به مواردی اشاره می‌شود. در [۷] یک سیستم کنترل تحت شبکه تک‌نرخی با عملگر (و کنترل کننده) رویداد-تحریک و تأخیر در مسیر کنترل کننده تا عملگر، به صورت یک سیستم خطی تغییرپذیر با زمان مدل شده است. در [۱۴] کنترل تحمل‌پذیر عیب برای سیستم کنترل تحت شبکه تک‌نرخی با تأخیر تصادفی مدل شده به صورت زنجیره مارکوف، مورد مطالعه قرار گرفته است.

در [۱۵، ۱۶] مدل‌سازی سیستم کنترل تحت شبکه، به ازای انواع عملگر و کنترل کننده زمان-تحریک و رویداد-تحریک ارائه شده است. بر اساس [۶، ۱۵، ۱۶] در صورت به کارگیری عملگر زمان-تحریک، می‌توان سیستم تحت شبکه را به صورت LTI مدل نمود و از مزایای سیستم‌های LTI بهره برد. اما بر اساس نتایج [۱۵]، استفاده از عملگر زمان-تحریک (در سیستم تحت شبکه تک‌نرخی)، علیرغم تجزیه و تحلیل ساده‌تر، باعث تضعیف عملکرد سیستم می‌شود. از این رو برای بهره‌مندی از مزایای سیستم‌های LTI و جلوگیری از تضعیف عملکرد سیستم، MRNCS مورد توجه قرار گرفته است. در MRNCS با افزایش فرکانس نمونه‌برداری عملگر نسبت به حسگر، علاوه بر بهره‌مندی از معادلات LTI، عملکرد نیز بهبود می‌یابد [۱۷].

عموماً سیستم MRNCS به صورت یک سیستم زمان‌گسسته سویچ شونده اتفاقی با زیرسیستم‌های خطی مدل شده و از روش‌های کنترل اتفاقی برای طراحی کنترل کننده و پایدارسازی آن استفاده شده است. مدل‌سازی MRNCS در [۶، ۱۷] برای تأخیر طولانی و در [۱۸] برای تأخیر کوتاه ارائه شده است. مرجع [۱۸] به کنترل H_∞ در حضور اغتشاش می‌پردازد. در [۶] صرفاً مدل‌سازی MRNCS به صورت حلقه باز آورده شده و هیچ‌گونه تحلیل و طراحی انجام نگرفته است. اما در [۱۷] یک سیستم MRNCS با تأخیر القایی مارکوف در مسیر حسگر تا کنترل کننده در نظر گرفته شده و با افزودن یک کنترل کننده فیدبک حالت، معادلات حلقه بسته به صورت یک سیستم خطی پرشی مارکوف به دست می‌آید که تعداد مدهای کلیدزنی آن نیز توسط قضیه‌ای بیان شده است. تحلیل پایداری لیاپانوف برای مدل به دست آمده به صورت سیستم خطی پرشی مارکوف، منجر به مجموعه‌ای از نامعادلات ماتریسی دوخطی^۷ می‌شود که برای حل آن، از روش تکرار $V-K$ ^۸ استفاده شده است. در [۹] روش تکرار $V-K$ به تفصیل بیان شده و پایداری یک سیستم تحت شبکه تک‌نرخی (که به صورت یک سیستم خطی پرشی مارکوف مدل شده) مورد ارزیابی قرار گرفته است. در [۱۰] پایداری یک سیستم MRNCS با تأخیر القایی کوتاه در مسیر حسگر تا کنترل کننده، توسط یک کنترل کننده LQR فراهم شده است. در [۱۰] یک کنترل کننده فیدبک خروجی با نرخ نمونه‌برداری سریع‌تر نسبت به

در یک سیستم کنترل تحت شبکه، انتقال اطلاعات بین اجزای یک حلقه کنترل (شامل حسگر، کنترل کننده و عملگر) از طریق یک شبکه انجام می‌شود که این اطلاعات شامل خروجی اندازه‌گیری شده، سیگنال کنترل و ورودی مرجع است. از دیدگاه شبکه، هر کدام از اجزای حلقه کنترل به عنوان یک گره متصل به شبکه، می‌تواند اقدام به ارسال و دریافت داده نماید. با به کارگیری شبکه، حجم سیم‌کشی کاهش یافته و عملیات نصب اولیه، عیب‌یابی و تعمیرات ساده‌تر می‌شود و هزینه‌ها نیز کاهش می‌یابد. از دیگر مزایای سیستم‌های کنترل تحت شبکه، می‌توان به انعطاف‌پذیری بیشتر، قابلیت اطمینان بالاتر و تشخیص خطای بهتر اشاره کرد [۱-۳].

استفاده از شبکه در یک سیستم کنترل باعث بروز مشکلاتی در فرآیند کنترل می‌شود که ناشی از ساختار شبکه و پروتکل دسترسی به آن است [۴]. این مشکلات شامل تأخیر در انتقال داده (تحت عنوان تأخیر القایی شبکه) و نرسیدن بسته داده به مقصد (افت بسته^۱) است. همچنین با توجه به پروتکل دسترسی به شبکه^۲، ابتدا اطلاعات به چندین داده کوچک‌تر تقسیم شده و سپس ارسال می‌شوند؛ که در سیستم‌های کنترلی، با توجه به حجم کم داده‌های نمونه‌برداری شده، عموماً هر داده در قالب یک بسته ارسال شده و نیازی به تقسیم داده به بسته‌های کوچک‌تر نیست [۲، ۵].

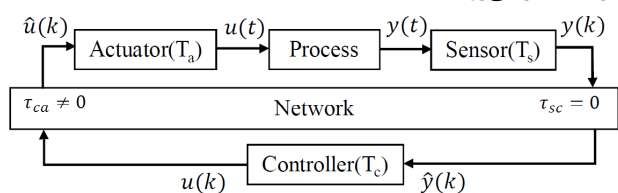
تأخیر یکی از عوامل ناپایداری در سیستم‌های کنترل حلقه بسته است که با توجه به پروتکل شبکه، می‌تواند ثابت، متغیر با زمان و یا تصادفی باشد. در سیستم کنترل تحت شبکه، تأخیر القایی می‌تواند در مسیر حسگر تا کنترل کننده و یا کنترل کننده تا عملگر رخ دهد. در برخی مراجع، مجموع دو تأخیر در یک طرف کنترل کننده در نظر گرفته شده [۶-۱۱] و در موارد دیگر، دو تأخیر به صورت مجزا در دو طرف کنترل کننده فرض شده است [۱۲، ۱۳]. اگر حداکثر مقدار تأخیر بیشتر از نرخ نمونه‌برداری حسگر باشد آن را تأخیر زمانی طولانی^۳ می‌نامند. در حالی که تأخیر با حداکثر مقدار کمتر از نرخ نمونه‌برداری حسگر را تأخیر زمانی کوتاه^۴ می‌نامند.

با توجه به اینکه انتقال داده در شبکه به صورت جابه‌جایی بسته انجام می‌شود لذا هر سیگنال باید به یک بسته داده تبدیل شود؛ از این رو خروجی فرآیند توسط یک حسگر با دوره تناوب مشخص، نمونه‌برداری شده و به کمیتی زمان‌گسسته تبدیل می‌شود تا بتواند از طریق شبکه به کنترل کننده ارسال شود. عملگر نیز سیگنال کنترل ارسال شده از طرف کنترل کننده را به وسیله یک مدار نگه‌دارنده به کمیتی پیوسته تبدیل می‌کند تا به فرآیند اعمال شود. بنابراین برای تحلیل سیستم‌های کنترل تحت شبکه، می‌توان از مدل زمان‌گسسته معادل استفاده نمود.

حسگر در حلقه کنترل، عموماً المانی زمان-تحریک^۵ است اما سایر المان‌ها نظیر کنترل کننده و عملگر می‌توانند زمان-تحریک یا رویداد-تحریک^۶ باشند. در سیستم کنترل تحت شبکه با کنترل کننده و عملگر

۲- طرح مسئله

در شکل ۱ یک سیستم کنترل تحت شبکه چندنرخه نشان داده شده است که در آن، حسگر، کنترل کننده و عملگر زمان-تحریک بوده و به ترتیب دارای نرخ نمونه برداری T_s ، T_c و T_a هستند. تأخیر در مسیر حسگر تا کنترل کننده با τ_{sc} و در مسیر کنترل کننده تا عملگر با τ_{ca} نشان داده شده است. سیگنال های $y(k)$ و $u(k)$ به ترتیب خروجی اندازه گیری شده و سیگنال کنترل تولید شده هستند. همچنین می توان $\hat{y}(k) = y(k - \tau_{sc})$ و $\hat{u}(k) = u(k - \tau_{ca})$ را سیگنال های تأخیریافته خروجی و کنترل نامید که به ترتیب، ورودی به کنترل کننده و عملگر نیز به شمار می روند.



شکل ۱: سیستم کنترل تحت شبکه چند نرخه

با در نظر گرفتن مجموع دو تأخیر در مسیر کنترل کننده تا عملگر، پارامترهای تأخیر به صورت $\tau_{sc} = 0$ و $\tau_{ca} \neq 0$ فرض شده است. با توجه به تأخیر $\tau_{sc} = 0$ ، می توان نرخ نمونه برداری کنترل کننده را مساوی نرخ نمونه برداری حسگر انتخاب نمود ($T_c = T_s = NT_a$). در ادامه، ابتدا در بخش ۲-۱ مدل زمان گسسته استخراج شده و سپس در بخش ۲-۲ مدل سازی MRNCS ارائه شده است.

۲-۱- مدل زمان گسسته فرآیند

یک فرآیند زمان پیوسته به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_p x(t) + B_p u(t) \\ y(t) &= C_p x(t) \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن $x(t) \in R^{n_x}$ ، $u(t) \in R^{n_u}$ و $y(t) \in R^{n_y}$ به ترتیب بردار حالت، سیگنال کنترل و خروجی اندازه گیری شده هستند. متغیرهای n_x ، n_u و n_y به ترتیب تعداد متغیرهای حالت، ورودی و خروجی فرآیند بوده و A_p ، B_p و C_p ماتریس های ثابت با ابعاد مناسب هستند. با استفاده از حسگر و عملگر زمان-تحریک به ترتیب با نرخ نمونه برداری T_s و $T_a = T_s / N$ ($N = 2, 3, \dots$) می توان سیستم زمان گسسته معادل را استخراج نمود. لذا با نمونه برداری از فرآیند زمان پیوسته با نرخ T_a و در لحظه kT_s ، معادلات زمان گسسته معادل به صورت رابطه (۲) به دست می آید.

$$\begin{aligned} x(kT_s + T_a) &= A_0 x(kT_s) + B_0 \hat{u}(kT_s) \\ y(kT_s) &= C x(kT_s) \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن، ضرایب به صورت $A_0 = e^{A_p T_a}$ و $B_0 = \int_0^{T_a} e^{A_p \eta} B_p d\eta$ و $C = C_p$ تعریف شده است. با محاسبه بازگشتی رابطه (۲) در لحظه $kT_s + jT_a$ از $j = 0, 1, \dots, N-1$ می توان معادلات زمان گسسته با نرخ T_s را به صورت رابطه (۳) به دست آورد:

حسگر بکار گرفته شده و با توجه به عدم دسترسی به اطلاعات خروجی در بین لحظات نمونه برداری حسگر، از خروجی تخمین زده شده توسط یک رؤیت گر استفاده شده است.

در یک سیستم کنترل حلقه بسته، اجزای حلقه کنترل شامل حسگر، عملگر و کنترل کننده، نقش مهمی در پایداری و عملکرد مطلوب سیستم دارند. لذا خرابی^۱ یا وقوع عیب^۱ در هر یک از اجزای می تواند عملکرد سیستم کنترل را تضعیف و یا مختل نماید [۱۹]. روش های مقابله با اثرات وقوع عیب در حلقه کنترل را، کنترل تحمل پذیر عیب می نامند [۲۰، ۲۱]. روش های مختلفی برای کنترل تحمل پذیر عیب ارائه شده که به طور کلی به دو گروه کنترل تحمل پذیر عیب فعال و غیرفعال^{۱۱} تقسیم می شوند [۲۲]. در کنترل تحمل پذیر غیرفعال، کنترل کننده ثابت بوده و به گونه ای طراحی می گردد که در مقابل عیب های پیش بینی شده، مقاوم باشد. اما کنترل تحمل پذیر فعال در شرایط وقوع عیب، به گونه ای بازپیکره بندی^{۱۲} می شود که پایداری و عملکرد مطلوب سیستم را فراهم نماید. در کنترل تحمل پذیر فعال، ابتدا عیب، آشکار سازی و شناسایی^{۱۳} شده و سپس کنترل کننده بر اساس یک مکانیسم بازپیکره بندی، تطبیق می یابد [۲۳].

یکی از روش های کنترل تحمل پذیر فعال عیب عملگر، استفاده از مفهوم عملگر مجازی است که ویژگی مهم آن، عدم نیاز به بازتنظیم کنترل کننده در شرایط وقوع عیب است. از این رو در بسیاری از تحقیقات، برای تحمل پذیری عیب از عملگر مجازی استفاده شده است [۲۴-۲۷]. در [۲۶، ۲۷] یک عملگر مجازی تطبیقی برای سیستم های زمان پیوسته خطی و غیرخطی ارائه شده است. مرجع [۲۵] به تحمل پذیری عیب در سیستم کنترل تحت شبکه تک نرخه با استفاده از عملگر مجازی می پردازد. ساختار بهبود یافته عملگر مجازی برای سیستم های سوئیچ شونده در [۲۸، ۲۹] آمده است. در این مقاله، MRNCS نیز به صورت یک سیستم سوئیچ شونده با تعداد مدهای محدود مدل شده و لذا از ساختار عملگر مجازی بهبود یافته در [۲۸، ۲۹] برای تحمل پذیری در برابر عیب عملگر استفاده می شود. از این رو، نوآوری مقاله به شرح زیر است:

- ۱- ارائه یک مدل جدید برای سیستم MRNCS به صورت یک سیستم سوئیچ شونده
- ۲- تعیین تعداد مدهای سیستم سوئیچ شونده (قضیه ۱)
- ۳- ارائه شرایط کافی برای کنترل تحمل پذیر عیب در MRNCS مبتنی بر مفهوم عملگر مجازی (قضیه ۲)

در ادامه در بخش ۲، مدل سازی سیستم های کنترل تحت شبکه چندنرخه ارائه شده و سپس در بخش ۳، با طراحی یک کنترل کننده دینامیکی فیدبک خروجی، پایداری سیستم حلقه بسته فراهم شده است. بخش ۴ به بحث کنترل تحمل پذیر عیب مبتنی بر مفهوم عملگر مجازی می پردازد. در پایان، تحلیل نتایج و شبیه سازی بر روی فرآیند چهار تانک، در بخش ۵ ارائه شده است.

$$x(k+1) = Ax(k) + \sum_{i=0}^{d_a} B_{i,\sigma(k)} \mu(k-i) \quad (8)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

که در آن، مدت زمان به کارگیری سیگنال $u(k-i)$ کمیته تصادفی بوده و لذا ضریب $B_{i,\sigma(k)}$ مقادیر مختلفی می پذیرد. از این رو رابطه (۸) یک سیستم سوئیچ شونده با زیرسیستم های LTI و یک سیگنال کلیدزنی تصادفی است. با توجه به مدت زمان به کارگیری سیگنال $u(k-i)$ ضریب $B_{i,\sigma(k)}$ در رابطه (۸) به صورت مجموع تعدادی از ضرایب \hat{B}_j در رابطه (۵) است که در ادامه براساس ضرایب $n_i(k)$ محاسبه می شود.

بسته های داده حاوی سیگنال های کنترل باید براساس برجسب زمانی، به ترتیب به فرآیند اعمال شوند؛ اما با توجه به تأخیر تصادفی، بسته های داده به ترتیب به عملگر نمی رسند. از این رو بسته با برجسب زمانی قبل از آخرین داده دریافتی (که دیرتر برسد)، حذف شده و مورد استفاده قرار نمی گیرد. این اصل، ترتیب داده 1^4 نامیده شده و با استفاده از روش بافر ثانویه، قابل پیاده سازی است [۱۳]. بنا بر اصل ترتیب داده، سیگنال های $u(k-i)$ به ترتیب به فرآیند اعمال شده و با توجه به ضرایب $n_i(k)$ می توان رابطه (۶) را به صورت زیر تکمیل نمود:

$$\hat{u}(kT_s + jT_a) = \begin{cases} u(kT_s - d_a T_s) & j \in [0, n_{d_a}) \\ u(kT_s - (d_a - 1)T_s) & j \in [n_{d_a}, n_{d_a-1} + n_{d_a}) \\ \vdots & \vdots \\ u(kT_s) & j \in [n_1 + \dots + n_{d_a}, N) \end{cases} \quad (9)$$

که در آن j عددی صحیح و غیرمنفی بوده و ضریب $n_i(k)$ با اختصار به صورت n_i نشان داده شده است. با توجه به بازه های رابطه (۹)، سیگنال $\hat{u}(kT_s + jT_a)$ در (۴) را می توان توسط سیگنال کنترل $u(kT_s - iT_s)$ جایگزین نموده و رابطه (۴) را به صورت زیر نوشت:

$$x(k+1) = Ax(k) + \sum_{j=1}^{n_{d_a}} \hat{B}_{j-1} \mu(k-d_a) + \sum_{j=1+n_{d_a}}^{n_{d_a-1}+n_{d_a}} \hat{B}_{j-1} \mu(k-d_a+1) + \dots + \sum_{j=1+n_2+\dots+n_{d_a}}^{n_1+\dots+n_{d_a}} \hat{B}_{j-1} \mu(k-1) + \sum_{j=1+n_1+\dots+n_{d_a}}^{n_0+\dots+n_{d_a}} \hat{B}_{j-1} \mu(k) \quad (10)$$

با جایگزین نمودن ضریب $\hat{B}_{j-1} = A_0^{N-j} \cdot B_0$ و تغییر متغیر $(j-1) \rightarrow (N-j)$ در رابطه (۱۰)، رابطه زیر به دست می آید:

$$x(k+1) = Ax(k) + \sum_{j=1+n_0+\dots+n_{d_a-1}}^{n_0+\dots+n_{d_a}} A_0^{j-1} \cdot B_0 \mu(k-d_a) + \sum_{j=1+n_0+\dots+n_{d_a-2}}^{n_0+\dots+n_{d_a-1}} A_0^{j-1} \cdot B_0 \mu(k-d_a+1) + \dots + \sum_{j=1+n_0}^{n_0+n_1} A_0^{j-1} \cdot B_0 \mu(k-1) + \sum_{j=1}^{n_0} A_0^{j-1} \cdot B_0 \mu(k) \quad (11)$$

$$x(kT_s + T_s) = x(kT_s + NT_a) = A_0^N x(kT_s) + A_0^{N-1} B_0 \hat{u}(kT_s) + \dots + B_0 \hat{u}(kT_s + (N-1)T_a) \quad (3)$$

رابطه (۳) به صورت زیر بازنویسی شده است:

$$x(kT_s + T_s) = Ax(kT_s) + \sum_{j=0}^{N-1} \hat{B}_j \hat{u}(kT_s + jT_a) \quad (4)$$

$$y(kT_s) = Cx(kT_s)$$

که ضرایب آن در رابطه (۵) آمده است:

$$A = A_0^N \quad (5)$$

$$\hat{B}_j = A_0^{N-1-j} \cdot B_0 \text{ for } j = 0, 1, \dots, N-1$$

رابطه (۴) مدل حلقه باز فرآیند را نشان می دهد که یک سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان است. در بخش ۲-۲، با اضافه نمودن اثر تأخیر القایی شبکه و معادلات کنترل کننده به رابطه (۴)، سیستم حلقه بسته به دست می آید.

۲-۲- مدل سازی سیستم کنترل تحت شبکه چندنرخ

در این بخش، یک سیستم کنترل تحت شبکه با تأخیر القایی $\tau_{ca} \neq 0$ و نرخ های نمونه برداری $T_c = T_s = NT_a$ در نظر گرفته شده است. با توجه به $\hat{y}(k) = y(k)$ ، $\tau_{sc} = 0$ ، با اضافه نمودن اثر تأخیر $\tau_{ca} \neq 0$ می توان معادلات حلقه باز در رابطه (۴) را برحسب سیگنال های کنترل $u(k)$ به دست آورد.

با توجه به نمونه برداری سریع تر عملگر نسبت به کنترل کننده و وجود تأخیر طولانی و تصادفی، ممکن است یک یا چند سیگنال کنترل در فاصله $[kT_s, (k+1)T_s]$ به عملگر برسد. عملگر، سیگنال های کنترل را با دوره تناوب T_a دریافت می کند. لذا مدت زمان اعمال سیگنال کنترل $u(kT_s - iT_s)$ به فرآیند در بازه $[kT_s, (k+1)T_s]$ ضریبی صحیح و غیرمنفی از T_a است که با $n_i(k)T_a$ نمایش داده می شود به طوری که $\sum_{i=0}^{d_a} n_i(k) = N$. با فرض $0 \leq \tau_{ca} \leq d_a T_s$ که $d_a \in \{2, 3, \dots\}$ حداکثر تعداد سیگنال های دریافتی توسط عملگر در یک فاصله نمونه برداری T_s برابر $1+d_a$ است. از این رو، سیگنال دریافتی توسط عملگر $\hat{u}(kT_s + jT_a)$ به ازای $j = 0, 1, \dots, N-1$ یکی از سیگنال های کنترل $u(kT_s - iT_s)$ به ازای $i = 0, 1, \dots, d_a$ است که به صورت رابطه (۶) بیان شده است:

$$\hat{u}(kT_s + jT_a) = [0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0] \begin{bmatrix} u(kT_s) \\ u(kT_s - T_s) \\ \vdots \\ u(kT_s - d_a T_s) \end{bmatrix} \quad (6)$$

با توجه به رابطه (۶)، می توان رابطه (۴) را برحسب سیگنال های $u(kT_s - iT_s)$ به صورت رابطه (۷) نوشت:

$$x(kT_s + T_s) = Ax(kT_s) + \sum_{i=0}^{d_a} B_{i,\sigma(k)} u(kT_s - iT_s) \quad (7)$$

$$y(kT_s) = Cx(kT_s)$$

با حذف نرخ T_s ، رابطه (۷) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\bar{x}(k+1) = \bar{A}_{\sigma(k)} \bar{x}(k) \quad (15)$$

که در آن ماتریس $\bar{A}_{\sigma(k)}$ به صورت

$$\bar{A}_{\sigma(k)} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11,\sigma(k)} & \bar{A}_{12,\sigma(k)} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix}$$

تجزیه شده که زیرماتریس‌های آن در رابطه (۱۶) آمده است:

$$\bar{A}_{11,\sigma(k)} = \begin{bmatrix} A + B_0 J C & B_1 J C & \dots & B_{d_a-1} J C & B_{d_a} J C \\ I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_{12,\sigma(k)} = \begin{bmatrix} B_0 H & B_1 H & \dots & B_{d_a} H \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\bar{A}_{21} = \begin{bmatrix} GC & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_{22} = \begin{bmatrix} F & 0 & \dots & 0 & 0 \\ I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I & 0 \end{bmatrix}$$

در رابطه (۱۶)، ضرایب $B_{0,\sigma(k)}, \dots, B_{d_a,\sigma(k)}$ به اختصار به صورت B_0, \dots, B_{d_a} نمایش یافته است. رابطه (۱۵) یک سیستم سوئیچ شونده با زیر سیستم‌های خطی است که کلیدزنی بین زیر سیستم‌ها توسط سیگنال کلیدزنی $\sigma(k): N^+ \rightarrow \{1, 2, \dots, M\}$ انجام می‌شود. پارامتر M تعداد مدهای کلیدزنی سیستم بوده و از قضیه ۱ به دست می‌آید.

قضیه ۱

یک سیستم کنترل تحت شبکه چندرنخی با حداکثر مقدار تأخیر $\tau_{max} = d T_s$ ($d \geq 2$) در نظر بگیرید. این سیستم را می‌توان به صورت یک سیستم سوئیچ شونده با زیرسیستم‌های خطی مدل نمود که تعداد این زیرسیستم‌ها (تعداد مدهای سیستم) از رابطه (۱۷) به دست می‌آید:

$$M = C_d^{N+d} = \frac{(N+d)!}{N! d!} \quad (17)$$

اثبات: با توجه به رابطه (۶)، تعداد مدهای کلیدزنی برابر است با تعداد حالات مختلف برای N بار انتخاب ($j=0, 1, \dots, N-1$) از میان $d+1$ سیگنال کنترل $u(kT_s - iT_s)$ با در نظر گرفتن ترتیب زمانی و مجاز بودن تکرار یک سیگنال. این مسئله را می‌توان به صورت یک مسئله احتمال عددی بیان نمود: «تعداد اعداد N رقمی با رقم‌های غیر نزولی، که با $d+1$ رقم غیر صفر می‌توان نوشت».

یک عدد N رقمی به صورت $a = (a_1 a_2 \dots a_N)$ در نظر بگیرید به طوری که شرایط $a_i \leq a_{i+1}$ و $a_i \in \{1, 2, \dots, d+1\}$ به ازای $i=0, 1, \dots, N$ برقرار باشند. اولین رقم از سمت راست می‌تواند هر مقداری بپذیرد لذا $a_N \in \{1, 2, \dots, d+1\}$ ؛ اما با توجه به شرط $a_i \leq a_{i+1}$ ، رقم دوم $a_{N-1} \in \{1, 2, \dots, a_N\}$ بوده و نهایتاً رقم آخر

مدل حلقه باز فرآیند در رابطه (۱۱) را می‌توان به صورت رابطه زیر بازنویسی نمود:

$$x(k+1) = Ax(k) + \sum_{i=0}^{d_a} \sum_{j=B_{i_0}(k,i)}^{B_{i_{\varphi}}(k,i)} A_0^{j-1} B_0 u(k-i) \quad (12)$$

که در آن حدود بالا و پایین به صورت $B_{i_{\varphi}}(k,i) = \sum_{l=0}^i n_l(k)$ و $B_{i_0}(k,i) = 1 + \sum_{l=0}^{i-1} n_l(k)$ (۸) از مقایسه رابطه‌های (۸) و (۱۲)، ضرایب رابطه (۸) به صورت $B_{i,\sigma(k)} = \sum_{j=B_{i_0}(k,i)}^{B_{i_{\varphi}}(k,i)} A_0^{j-1} B_0$ به دست می‌آید.

برای پایدار سازی سیستم سوئیچ شونده در رابطه (۸)، می‌توان از کنترل کننده مستقل از مد یا وابسته به مد استفاده نمود. در کنترل وابسته به مد، در هر لحظه متناسب با مد فعلی سیستم، کنترل کننده متناظر انتخاب و مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ اما کنترل کننده مستقل از مد به گونه‌ای طراحی می‌گردد که در همه مدهای سیستم، عملکرد مطلوب سیستم را فراهم نماید. یقیناً کنترل کننده وابسته به مد محافظه کاری کمتری نسبت به نوع مستقل از مد دارد؛ اما برای استفاده از کنترل کننده وابسته به مد، باید در هر لحظه مد سیستم تعیین شود. کلیدزنی بین مدهای سیستم (۸) ناشی از تأخیر τ_{ca} است که این تأخیر پس از محاسبه سیگنال کنترل اتفاق می‌افتد و در زمان تولید سیگنال کنترل، مقدار تأخیر τ_{ca} و زیرسیستم متناظر آن، نامعلوم است. لذا برای سیستم سوئیچ شونده (۸) با کلیدزنی ناشی از تأخیر غیر صفر $\tau_{ca} \neq 0$ ، از کنترل کننده مستقل از مد استفاده می‌شود. یک کنترل کننده دینامیکی فید بک خروجی و مستقل از مد با نرخ نمونه برداری $T_c = T_s$ در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} z(k+1) &= Fz(k) + G\hat{y}(k) \\ u(k) &= Hz(k) + J\hat{y}(k) \end{aligned} \quad (13)$$

در رابطه (۱۳) بردار $z(k) \in R^{n_z}$ شامل متغیرهای حالت کنترل کننده است. ماتریس‌های F, G, H, J دارای ابعاد مناسب بوده و به گونه‌ای طراحی می‌شوند که سیستم حلقه بسته پایدار شود. با جایگزینی متغیرهای $u(k) = \hat{y}(k)$ و $y(k) = \hat{y}(k)$ برحسب $x(k)$ و $z(k)$ در رابطه‌های (۸) و (۱۳)، سیستم حلقه بسته به صورت رابطه (۱۴) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + \sum_{i=0}^{d_a} B_{i,\sigma(k)} H z(k-i) \\ &\quad + \sum_{i=0}^{d_a} B_{i,\sigma(k)} J C x(k-i) \\ z(k+1) &= Fz(k) + GCx(k) \end{aligned} \quad (14)$$

رابطه (۱۴) نشان می‌دهد که سیگنال‌های $x(k)$ و $z(k)$ با حداکثر تأخیر $d_a T_s$ به عملکرد می‌رسند. با تعریف متغیر حالت افزوده $\bar{x}(k) = [x^T(k) \dots x^T(k-d_a) \quad z^T(k) \dots z^T(k-d_a)]^T$ ، می‌توان رابطه (۱۴) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

۳-۱- زنجیره مارکوف

زنجیره مارکوف $\{\tau_{ca}(k)\}$ ، تأخیر در لحظات $k=0,1,2,\dots$ بوده و توسط یک ماتریس احتمال گذار $P_{ca}(k)=[p_{ij}]$ مشخص می‌شود. مؤلفه‌های $P_{ca}(k)$ ، به ازای $i, j \in \{1,2,\dots,M\}$ احتمال گذار حالت نامیده شده و به صورت $P_{ij} = \text{prob}\{\tau_{ca}(k+1)=j | \tau_{ca}(k)=i\}$ تعریف می‌شود به طوری که شرایط $0 \leq p_{ij} \leq 1$ و $\sum_{j=1}^M p_{ij} = 1$ برقرار باشد. در ماتریس احتمال گذار، درایه‌های بالا و پایین قطر اصلی، افزایش و کاهش تأخیر را نشان می‌دهند. افزایش تأخیر به اندازه یک واحد، به معنای عدم دریافت داده جدید و حفظ داده فعلی است. افزایش بیشتر تأخیر، بیانگر دریافت داده با برچسب زمانی قبل‌تر از داده کنونی است که با توجه به اصل ترتیب داده، اتفاق نمی‌افتد و احتمال گذار حالت برای $j > i + 1$ صفر است. لذا ماتریس احتمال گذار به صورت زیر است:

$$P_{ca} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ & & & & & P_{M-1,M} \\ P_{M1} & P_{M2} & P_{M3} & \dots & \dots & P_{MM} \end{bmatrix} \quad (21)$$

کاهش تأخیر از طریق دریافت یک داده جدید با تأخیر کمتر نسبت به داده کنونی، اتفاق می‌افتد. درایه‌های روی قطر اصلی، به معنای ثابت ماندن تأخیر و دریافت یک داده جدید (با تأخیری یکسان با داده کنونی) است. لذا زنجیره مارکوف $\{\tau_{ca}(k)\}$ با ماتریس گذار حالت (۲۱) علاوه بر تأخیر، افت بسته و ترتیب داده را نیز مدل می‌کند [۹].

۳-۲- پایداری سیستم خطی پرشی مارکوف

با در نظر گرفتن پارامتر تأخیر به صورت یک زنجیره مارکوف، سیستم MRNCS در رابطه (۱۵)، به صورت یک سیستم خطی پرشی مارکوف مدل می‌شود. در [۹] پایداری سیستم خطی پرشی مارکوف به صورت یک قضیه بیان شده که در پیوست آمده است.

سیستم خطی پرشی مارکوف در رابطه (۱۵) با ماتریس احتمال گذار (۲۱) را در نظر بگیرید. بر اساس [۹]، مسئله طراحی کنترل کننده پایدارساز با ضرایب F, G, H, J را می‌توان به صورت زیر بیان نمود: یافتن ماتریس‌های متقارن و مثبت معین Q_1, Q_2, \dots, Q_M و ماتریس‌های F, G, H, J به طوری که رابطه (۲۲) برای $j=1,2,\dots,M$ برقرار باشد.

$$\begin{bmatrix} Q_j & A_1^T Q_1 & \dots & A_M^T Q_M \\ Q_1 A_1 & P_{j1}^{-1} Q_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_M A_M & 0 & \dots & P_{jM}^{-1} Q_M \end{bmatrix} > 0 \quad (22)$$

رابطه (۲۲) به صورت نامعادلات ماتریسی دوخطی است که برای حل آن، از جعبه‌ابزار YALMIP [۳۱] (با حل کننده SeDuMi [۳۲]) به صورت تکرارشونده در نرم‌افزار MATLAB استفاده شده است. نامعادلات BMI، یک مسأله بهینه‌سازی غیرمحدب است و هیچ‌گونه

استفاده از $d+1$ رقم غیرصفر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sum_{a_N=1}^{d+1} \sum_{a_{N-1}=1}^{a_N} \dots \sum_{a_2=1}^{a_3} \sum_{a_1=1}^{a_2} 1 \quad (18)$$

با استفاده از رابطه‌های احتمال $\binom{n}{n} + \binom{n+1}{n} = \binom{n+2}{n+1}$ و

$$\binom{k}{n} + \binom{k}{n+1} = \binom{k+1}{n+1}$$
 داریم:

$$\sum_{j=1}^k \binom{j+n-1}{n} = \binom{k+n}{n+1} \quad (19)$$

با توجه به $\sum_{a_1=1}^{a_2} 1 = \binom{a_2}{1}$ و استفاده از رابطه (۱۹)، می‌توان رابطه (۱۸) را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\sum_{a_N=1}^{d+1} \sum_{a_{N-1}=1}^{a_N} \dots \sum_{a_2=1}^{a_3} \sum_{a_1=1}^{a_2} 1 = \binom{d+1+N-1}{N-1+1} = \binom{N+d}{N} \quad (20)$$

رابطه (۲۰) تعداد مدهای سیستم (M) را نشان می‌دهد.

به طور خلاصه در بخش ۲، ابتدا با افزودن اثر تأخیر القایی به مدل حلقه‌باز فرآیند در رابطه (۴)، رابطه (۱۲) به دست آمده و سپس با به کارگیری یک کنترل کننده دینامیکی فیدبک خروجی، مدل حلقه‌بسته سیستم به صورت رابطه (۱۴) حاصل شده است. فرم ساده‌تر رابطه‌های (۱۲) و (۱۴) به ترتیب به صورت (۸) و (۱۵) است که در ادامه مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۳- پایداری سیستم کنترل تحت شبکه چندرخی

تأخیر القایی تصادفی را می‌توان با استفاده از فرآیندهای اتفاقی نظیر فرآیند مارکوف مدل‌سازی نمود. با توجه به زمان تحریک بودن المان‌های متصل به شبکه، تأخیر القایی، ضریبی صحیح و غیرمنفی از نرخ نمونه‌برداری کنترل کننده است $(\tau_{ca} = iT_a, i=0,1,\dots,d_a)$ ؛ لذا برای نمایش تأخیر τ_{ca} ، از زنجیره مارکوف استفاده می‌شود.

یک سیستم سویچ شونده با سیگنال کلیدزنی تصادفی، سیستم سویچ شونده اتفاقی نامیده می‌شود که کلیدزنی تصادفی را می‌توان توسط یک توزیع احتمال مشخص کرد. کلیدزنی بین زیرسیستم‌ها در سیستم سوئیچ شونده (۱۵)، ناشی از تأخیر تصادفی است؛ لذا کلیدزنی به صورت یک زنجیره مارکوف با تعداد مدهای محدود و ماتریس احتمال گذار معلوم مدل شده است. یک سیستم سویچ شونده اتفاقی با زیرسیستم‌های خطی و سیگنال کلیدزنی پرش مارکوف را سیستم خطی پرشی مارکوف می‌نامند. در این مقاله، پایداری سیستم خطی پرشی مارکوف با استفاده از روش پایداری میانگین مربعات [۳۰] تجزیه و تحلیل می‌شود. در ادامه در بخش ۳-۱ زنجیره مارکوف و در بخش ۳-۲ پایداری سیستم خطی پرشی مارکوف ارائه می‌شود.

زمان رخداد عیب عملگر، ضریب $B_{i,\sigma(k)}$ به $B_{i,\sigma(k)}^f$ تغییر یافته و سیستم معیوب در حضور اغتشاش مطابق رابطه زیر است:

$$\begin{aligned} x_f(k+1) &= Ax_f(k) + \sum_{i=0}^{d_u} B_{i,\sigma(k)}^f u_f(k-i) \\ &\quad + \sum_{i=0}^{d_u} B_{i,\sigma(k)} d(k-i) \end{aligned} \quad (23)$$

$$y_f(k) = Cx_f(k)$$

که در آن، سیگنال‌های $x_f(k)$ ، $u_f(k)$ و $y_f(k)$ به ترتیب سیگنال‌های حالت، ورودی و خروجی فرآیند معیوب هستند. با در نظر گرفتن عیب عملگر به صورت کاهش اثرپذیری کنترل^{۱۸} ماتریس ضرایب $B_{i,\sigma(k)}^f$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} B_{i,\sigma(k)}^f &\triangleq B_{i,\sigma(k)} L_{i,k} \\ L_{i,k} &= I_{n_u} - \text{diag}\{f_1(k), f_2(k), \dots, f_{n_u}(k)\} \end{aligned} \quad (24)$$

که در آن عیب عملگر s ام به صورت میزان کاهش اثرپذیری کنترل در عملگر مربوطه، تعریف شده و با $f_s(k)$ نشان داده شده است به طوری که $0 \leq f_s(k) < 1$ و $s = 1, 2, \dots, n_u$. ماتریس $L_{i,k}$ را ماتریس سلامت عملگر می‌نامند که در شرایط بدون عیب، ماتریس همانی است. هدف از طراحی عملگر مجازی، از بین بردن اثر عیب عملگر بر خروجی فرآیند است؛ به عبارت دیگر:

$$y(k) - y_f(k) \rightarrow 0 \quad (25)$$

بنابراین با تعریف متغیر تفاضلی $x_\Delta(k) \triangleq x(k) - x_f(k)$ ، سیستم تفاضلی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} x_\Delta(k+1) &= Ax_\Delta(k) + \sum_{i=0}^{d_u} B_{i,\sigma(k)} u(k-i) \\ &\quad - \sum_{i=0}^{d_u} (B_{i,\sigma(k)}^f u_f(k-i) + B_{i,\sigma(k)} d(k-i)) \end{aligned} \quad (26)$$

$$y_\Delta(k) = Cx_\Delta(k)$$

طراحی عملگر مجازی شامل تعیین سیگنال کنترل $u_f(k)$ به گونه‌ای است که پایداری جانبی سیستم تفاضلی را فراهم نموده و خروجی $y_f(k)$ به $y(k)$ همگرا شود. در این صورت، اثر عیب بر خروجی فرآیند از بین رفته و می‌توان عملگر مجازی و کنترل کننده را به صورت مستقل از یکدیگر طراحی نمود. جهت طراحی عملگر مجازی، فرض می‌شود که اغتشاش بار قابل اندازه‌گیری (و یا قابل تخمین) بوده [۳۶] و اطلاعات آن در دسترس است. از این رو سیگنال کنترل به صورت زیر تعریف شده است:

$$u_f(k) \triangleq N_\Delta (M_\Delta x_\Delta(k) + u(k) - d(k)) \quad (27)$$

که در آن ماتریس‌های M_Δ و N_Δ باید به طور مناسب طراحی شوند. با جایگذاری رابطه (۲۷) در رابطه (۲۶)، داریم:

$$\begin{aligned} x_\Delta(k+1) &= (A - B_{0,\sigma(k)}^f N_\Delta M_\Delta) x_\Delta(k) \\ &\quad - \sum_{i=1}^{d_u} B_{i,\sigma(k)}^f N_\Delta M_\Delta x_\Delta(k-i) \\ &\quad + \sum_{i=0}^{d_u} (B_{i,\sigma(k)} - B_{i,\sigma(k)}^f N_\Delta) (u(k-i) - d(k-i)) \end{aligned} \quad (28)$$

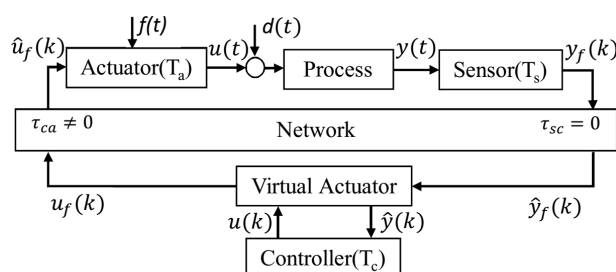
$$y_\Delta(k) = Cx_\Delta(k)$$

تضمینی برای وجود جواب در نامعادلات BMI وجود ندارد. روش‌های مختلفی برای حل مسائل BMI ارائه شده است که عموماً با مقداری ثابت کردن گروهی از متغیرها، BMI به LMI تقریب زده شده و حل می‌شود. این فرآیند تقریب BMI به LMI و حل LMI، آن قدر تکرار می‌شود تا جواب به دست آمده از حل LMI، در نامعادلات BMI نیز صدق کند [۳۳، ۳۴]. ضمناً با افزایش پارامترهایی نظیر N و d ، تعداد زیرسیستم‌ها و ابعاد ماتریس‌های سیستم در رابطه (۱۵) و در نتیجه ابعاد نامعادلات افزایش یافته و بار محاسباتی بیشتر می‌شود. لذا ممکن است یافتن جواب نامعادلات، عملاً امکان‌پذیر نباشد.

عدم یافتن جواب نامعادلات BMI، می‌تواند ناشی از عدم همگرایی الگوریتم تکرارشونده به یک جواب مناسب (که در نامعادلات BMI صدق کند) و یا عدم توانایی، در حل نامعادلات LMI تقریب زده شده باشد. در مسائل مختلف، روش‌های متنوعی برای کاهش محافظه‌کاری و افزایش درجه آزادی نامعادلات LMI ارائه شده که به حل LMI کمک می‌نماید (نظیر اضافه نمودن متغیر کمکی slack [۳۵]). علاوه بر این، نحوه کاوش و همگرایی روش تکرارشونده، نوع تقریب یا تجزیه نامعادلات BMI به LMI، نوع مسأله بهینه‌سازی و ساختار نامعادلات (نحوه قرار گرفتن متغیرها در نامعادلات)، همگی از عوامل مؤثر در یافتن جواب نامعادلات BMI هستند [۳۴].

۴- کنترل تحمل‌پذیر عیب برای سیستم MRNCS

وقوع عیب در عملگر موجب کاهش نسبت خروجی عملگر به فرمان کنترلی از مقدار معمول می‌شود که به آن، کاهش اثرپذیری کنترل گویند. در این بخش، از عملگر مجازی^{۱۷} برای مقابله با اثر عیب در سیستم MRNCS استفاده شده است. مطابق شکل ۲، عملگر مجازی بین کنترل کننده و فرآیند معیوب قرار گرفته و اثر عیب بر خروجی فرآیند را از بین می‌برد؛ به طوری که عیب از دید کنترل کننده مخفی مانده و تأثیری بر عملکرد کنترل کننده ندارد. لذا می‌توان کنترل کننده را بدون در نظر گرفتن اثر عیب طراحی نمود. در این مقاله، طراحی عملگر مجازی بر اساس مدل به دست آمده در بخش ۲-۲ انجام می‌شود.



شکل ۲: کنترل تحمل‌پذیر عیب در MRNCS

علاوه بر عیب عملگر، اغتشاش بار $d(t)$ نیز می‌تواند عملکرد سیستم حلقه بسته را تضعیف نماید که در طراحی عملگر مجازی مورد توجه قرار گرفته است (پاسخ سؤال ۲). سیستم سوئیچ شونده در رابطه (۸)، مدل سیستم در شرایط بدون عیب و اغتشاش را نشان می‌دهد. در

$$N_{\Delta} = (L_{i,k})^{-1} \quad (۳۴)$$

که با فرض در دسترس بودن اطلاعات عیب عملگر، ماتریس N_{Δ} به صورت برخط محاسبه می شود. همچنین با توجه به رابطه (۳۴) می توان درایه های B_i^{fNM} در رابطه (۳۲) را به صورت رابطه (۳۰) ساده نمود که استقلال ماتریس $\bar{A}_{\Delta IN}$ از مقدار عیب را نشان می دهد.

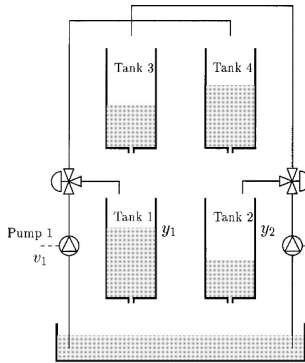
بر اساس قضیه ۲ و ساختار ارائه شده در رابطه (۲۷)، طراحی عملگر مجازی در حضور اغتشاش بار، شامل محاسبه برخط ماتریس N_{Δ} بر اساس رابطه (۳۴) و تعیین برون خط ماتریس M_{Δ} به گونه ای است که ماتریس $\bar{A}_{\Delta IN}$ در رابطه (۲۹) پایدار مجانبی باشد.

۵- شبیه سازی و نتایج سیستم مورد مطالعه

برای ارزیابی روش های پیشنهادی، ابتدا در بخش ۵-۱ فرآیند مورد مطالعه تشریح شده و سپس در بخش ۵-۲ نتایج شبیه سازی روش های پیشنهادی بر روی سیستم مورد مطالعه، ارائه شده است.

۵-۱- سیستم مورد مطالعه

در این بخش، فرآیند چهار تانک مورد مطالعه قرار گرفته است. تحقیقات متعددی در زمینه کنترل تحت شبکه [۳۷، ۳۸]، کنترل تحمل پذیر عیب [۳۹، ۴۰] و حذف اثر اغتشاش [۳۶، ۴۱] بر روی این فرآیند انجام گرفته است. فرآیند چهار تانک، یک سیستم چند متغیره ۲ ورودی-۲ خروجی است که در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳: بلوک دیاگرام سیستم چهار تانک [۴۲]

ولتاژ پمپ ها v_1 و v_2 ، ورودی فرآیند و ارتفاع سیال در چهار تانک، متغیرهای حالت فرآیند هستند. هدف سیستم کنترل، تنظیم ارتفاع سیال در دو تانک پایین به مقادیر مطلوب R_1 و R_2 است. از این رو، ولتاژ خروجی حسگرهای ارتفاع سنج متصل به دو تانک پایین v_1 و v_2 ، به عنوان متغیرهای خروجی در نظر گرفته شده است. اغتشاش نیز می تواند یک جریان سیال غیرقابل کنترل ورودی یا خروجی باشد که به ترتیب باعث افزایش و کاهش ارتفاع سیال درون تانک می شود [۴۳]. از این رو، اغتشاش بار به صورت یک ورودی پله جمع شونده با سیگنال کنترل در نظر گرفته شده [۴۱، ۴۴] که می تواند تغییر ناخواسته ای در ارتفاع سیال ایجاد نماید. معادلات فرآیند با توجه به قوانین فیزیکی حاکم بر آن، به صورت زیر استخراج شده است [۴۲]:

که معادلات حلقه بسته سیستم تفاضلی را نشان می دهد. طراحی عملگر مجازی شامل تعیین ماتریس های M_{Δ} و N_{Δ} به گونه ای است که سیستم تفاضلی (۲۸)، پایدار مجانبی باشد. پایداری مجانبی سیستم تفاضلی به صورت قضیه ۲ ارائه شده است.

قضیه ۲

سیستم تفاضلی در رابطه (۲۸) را در نظر بگیرید. سیستم پایدار مجانبی است اگر و تنها اگر $N_{\Delta} = (L_{i,k})^{-1}$ بوده و M_{Δ} به گونه ای طراحی شود که ماتریس $\bar{A}_{\Delta IN}$ پایدار مجانبی باشد:

$$\bar{A}_{\Delta IN} = \begin{bmatrix} A - B_0^M & -B_1^M & \dots & -B_{d_a-1}^M & -B_{d_a}^M \\ I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I & 0 \end{bmatrix} \quad (۲۹)$$

که در آن:

$$B_i^M = B_{i,\sigma(k)} M_{\Delta} \text{ for } i=0,1,\dots,d_a \quad (۳۰)$$

اثرات: با تعریف متغیرهای $\bar{x}_{\Delta}(k) \triangleq [x_{\Delta}^T(k) \dots x_{\Delta}^T(k-d_a)]^T$ و $\bar{u}(k) \triangleq [u^T(k) - d^T(k) \dots u^T(k-d_a) - d^T(k-d_a)]^T$ می توان رابطه (۲۸) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\bar{x}_{\Delta}(k+1) = \bar{A}_{\Delta,\sigma(k)} \bar{x}_{\Delta}(k) + \bar{B}_{\Delta,\sigma(k)} \bar{u}(k) \quad (۳۱)$$

که در آن ماتریس های ضرایب به صورت زیر است:

$$\bar{A}_{\Delta} = \begin{bmatrix} A - B_0^{fNM} & -B_1^{fNM} & \dots & -B_{d_a-1}^{fNM} & -B_{d_a}^{fNM} \\ I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I & 0 \end{bmatrix} \quad (۳۲)$$

$$\bar{B}_{\Delta} = \begin{bmatrix} B_0 - B_0^{fN} & B_1 - B_1^{fN} & \dots & B_{d_a} - B_{d_a}^{fN} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

در رابطه (۳۲)، $B_i^{fNM} \triangleq B_{i,\sigma(k)}^{fN} N_{\Delta} M_{\Delta}$ و $B_i^{fN} \triangleq B_{i,\sigma(k)}^{fN} N_{\Delta}$ به ازای $i=0,1,\dots,d_a$ است و عبارت $B_{i,\sigma(k)}$ به اختصار به صورت B_i آورده شده است. برای پایداری مجانبی سیستم تفاضلی در رابطه (۳۱)، باید ماتریس های M_{Δ} و N_{Δ} به گونه ای طراحی شوند که $\bar{A}_{\Delta,\sigma(k)}$ پایدار مجانبی بوده و $\bar{B}_{\Delta,\sigma(k)} = 0$ باشد. برای برقراری رابطه $\bar{B}_{\Delta,\sigma(k)} = 0$ ، باید $B_{i,\sigma(k)} - B_{i,\sigma(k)}^{fN} N_{\Delta}$ به ازای $i=0,1,\dots,d_a$ مساوی صفر شود؛ که با توجه به رابطه (۲۴) داریم:

$$I - L_{i,k} N_{\Delta} = 0 \text{ for } i=0,1,\dots,d_a \quad (۳۳)$$

از حل معادله (۳۳)، ماتریس N_{Δ} به صورت زیر تعیین می شود:

$$T_i = \frac{A_i}{a_i} \sqrt{\frac{2h_i^0}{g}} \text{ for } i=1, \dots, 4 \quad (37)$$

پارامترهای مورد استفاده در رابطه‌های (۳۶) و (۳۷) در جدول‌های ۱ و ۲ آورده شده است.

۲-۵- شبیه‌سازی و نتایج

در این بخش، کارایی روش‌های مدل سازی و کنترلی پیشنهادی از طریق شبیه‌سازی در نرم‌افزار MATLAB مورد ارزیابی قرار می‌گیرد که در آن، از مدل غیرخطی فرآیند چهار تانک (رابطه ۳۵) استفاده شده و محدودیت‌های سیگنال کنترل ($0 \leq v_i \leq 12.5$) نیز مورد توجه قرار گرفته است. نرخ نمونه‌برداری حسگر $T_s = 0.1 \text{ sec}$ [۴۵، ۴۰] و $d_a = 2$ فرض شده است. همچنین اثرپذیری کنترل در عملگر اول در $t = 300 \text{ s}$ به اندازه $f_1 = 0.2$ (به صورت ناگهانی) کاهش می‌یابد؛ اما وقوع عیب در عملگر دوم، تدریجی (در طول زمان با شیب ثابتی افزایش می‌یابد) فرض شده و در $t = 500 \text{ s}$ شروع شده و در $t = 560 \text{ s}$ به $f_2 = 0.3$ می‌رسد. اغتشاش بار نیز در $t = 650 \text{ s}$ به صورت تغییرات پله‌ای $d_1 = 0.5$ و $d_2 = -0.5$ به ورودی‌های اول و دوم اعمال شده است.

از حل نامعادلات (۲۲)، ضرایب کنترل کننده دینامیکی فیدبک خروجی F, G, H, J به صورت زیر به دست آمده است:

$$F = \begin{bmatrix} 0.3994 & -0.0004 \\ -0.0004 & 0.4043 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1.5924 & -0.0006 \\ -0.0007 & 1.6021 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} -0.0871 & -0.0045 \\ -0.0068 & -0.0743 \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} -0.6699 & -0.0245 \\ -0.0330 & -0.5490 \end{bmatrix}$$

همچنین ماتریس بهره عملگر مجازی M_Δ به صورت زیر محاسبه شده است:

$$M_\Delta = \begin{bmatrix} 0.2359 & 0.0811 & 0.1608 & 0.1219 \\ 0.0870 & 0.2513 & 0.1374 & 0.1768 \end{bmatrix}$$

قابل ذکر است که کنترل کننده فیدبک خروجی و عملگر مجازی به صورت مستقل از یکدیگر طراحی شده و به ترتیب پایداری و تحمل پذیری سیستم در شرایط رخداد عیب را فراهم می‌کنند.

در ادامه سیستم MRNCS باهدف تنظیم خروجی‌های y_1 و y_2 به سیگنال‌های مرجع R_1 و R_2 شبیه سازی شده و نتایج آن ارائه و مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. ابتدا پاسخ پله سیستم MRNCS به ازای کنترل کننده دینامیکی فیدبک خروجی با/بدون FTC و همچنین به ازای یک کنترل کننده تطبیقی مدل مرجع^{۱۹} (MRAC) [۳۹، ۴۰] در شکل‌های ۴ و ۵ نشان داده شده است.

شکل‌های ۴ و ۵ نشان می‌دهند که در صورت عدم به کارگیری عملگر مجازی، کنترل کننده اصلی توانایی حذف خطای حالت ماندگار ناشی از وقوع عیب عملگر را ندارد؛ اما با به کارگیری عملگر مجازی، اثر اغتشاش و عیب عملگر بر خروجی‌های y_1 و y_2 بسیار

$$\frac{dh_1}{dt} = -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1} \sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_1 k_1 v_1}{A_1}$$

$$\frac{dh_2}{dt} = -\frac{a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2} \sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_2 k_2 v_2}{A_2} \quad (35)$$

$$\frac{dh_3}{dt} = -\frac{a_3}{A_3} \sqrt{2gh_3} + \frac{(1-\gamma_2)k_2 v_2}{A_3}$$

$$\frac{dh_4}{dt} = -\frac{a_4}{A_4} \sqrt{2gh_4} + \frac{(1-\gamma_1)k_1 v_1}{A_4}$$

که در آن q, h_i و A_i به ترتیب سطح مقطع لوله خروجی، سطح سیال و سطح مقطع تانک i ام هستند. دبی خروجی هر پمپ متناسب با ولتاژ ورودی آن بوده و با $k_i v_i$ نمایش داده می‌شود. دبی خروجی هر پمپ توسط یک شیر بین دو تانک متصل تقسیم می‌شود. نسبت تقسیم، توسط پارامترهای $\gamma_1, \gamma_2 \in (0, 1)$ نشان داده شده است. لذا دبی ورودی به تانک ۱ و ۴ به ترتیب برابر $\gamma_1 k_1 v_1$ و $(1-\gamma_1)k_1 v_1$ بوده و برای تانک ۲ و ۳ نیز به طور مشابه، به دست می‌آید. خروجی حسگر ارتفاع سطح h_i/k_i بوده و g شتاب جاذبه زمین است. پارامترهای فرآیند چهار تانک در جدول ۱ (در بخش پیوست) آورده شده است.

از نظر فیزیکی، عملکرد غیرمعمول پمپ (عیب عملگر) می‌تواند ناشی از آسیب دیدن محور پمپ، سایش پره‌ها و نشست هوا از اتصالات معیوب باشد که موجب کاهش نسبی دبی خروجی به ولتاژ ورودی آن می‌شود [۴۵]. وقوع عیب می‌تواند به صورت ناگهانی، تدریجی یا متناوب باشد [۴۶] که در این مقاله، عیب، ناگهانی و تدریجی فرض شده است. با تعریف متغیرهای $u_i(t) = v_i(t) - v_i^0$ و $x_i(t) = h_i(t) - h_i^0$ رابطه (۳۵) حول نقطه کار داده شده در جدول ۲ (در بخش پیوست)، خطی سازی شده و ضرایب آن با توجه به رابطه (۱) به صورت زیر است:

$$A_p = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & \frac{A_3}{AT_3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & \frac{A_4}{A_2 T_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_4} \end{bmatrix} \quad (36)$$

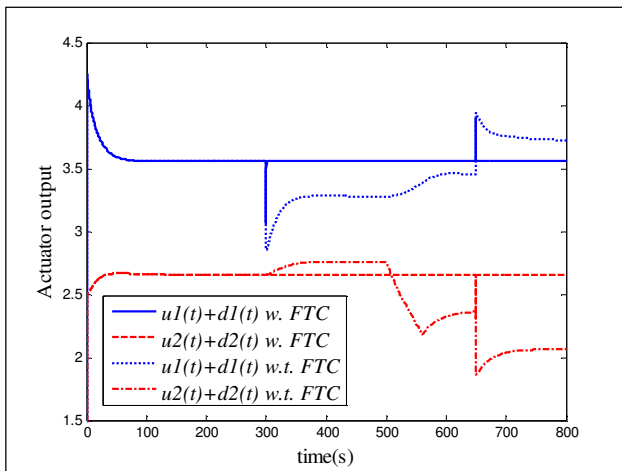
$$B_p = \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_p = \begin{bmatrix} k_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_c & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

که در آن، T_i ثابت زمانی است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

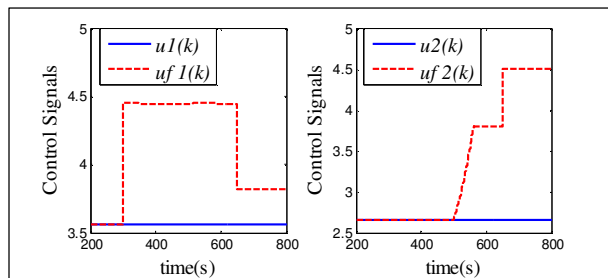
درصد خطای حالت ماندگار پس از وقوع عیب، برای خروجی‌های y_1 و y_2 با کنترل‌کننده دینامیکی فیدبک خروجی و بدون استفاده از عملگر مجازی به ترتیب ۸۶٪ و ۶۱۷٪ است که با به‌کارگیری عملگر مجازی به کمتر از ۱٪ کاهش می‌یابد.

شکل ۷ سیگنال‌های ورودی فرآیند، با استفاده از کنترل‌کننده تحمل‌پذیر عیب و بدون استفاده از آن را نشان می‌دهد. این سیگنال‌ها به ترتیب در لحظات $t=300s$ و $t=500s$ ، نوسانات گذرای دارند که به علت وقوع عیب در عملگرهای متناظر است. همچنین اضافه شدن اغتشاش بار در $t=650s$ نیز نوسانات گذرای به‌وجود می‌آورد که در صورت استفاده از عملگر مجازی سیگنال‌های ورودی فرآیند مجدداً به مقادیر پیش از وقوع عیب و اغتشاش همگرا شده و اثر عیب و اغتشاش بر خروجی، از بین می‌رود.



شکل ۷. سیگنال‌های ورودی فرآیند

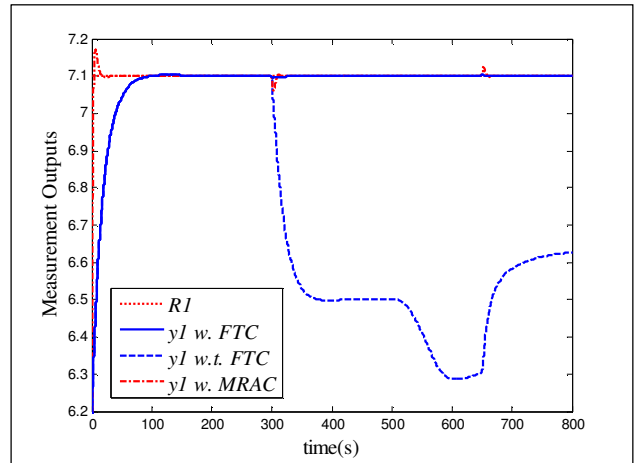
شکل ۷ نشان می‌دهد که در زمان وقوع عیب (یا اغتشاش)، ورودی فرآیند تغییر می‌یابد؛ که برای جبران آن، عملگر مجازی سیگنال $u(k)$ را به‌گونه‌ای اصلاح می‌کند تا ورودی فرآیند مجدداً به مقدار قبلی خود بازگردد. شکل ۸ سیگنال‌های کنترل $u(k)$ و $u_f(k)$ در زمان وقوع عیب (یا اغتشاش) با استفاده از عملگر مجازی را نشان می‌دهد.



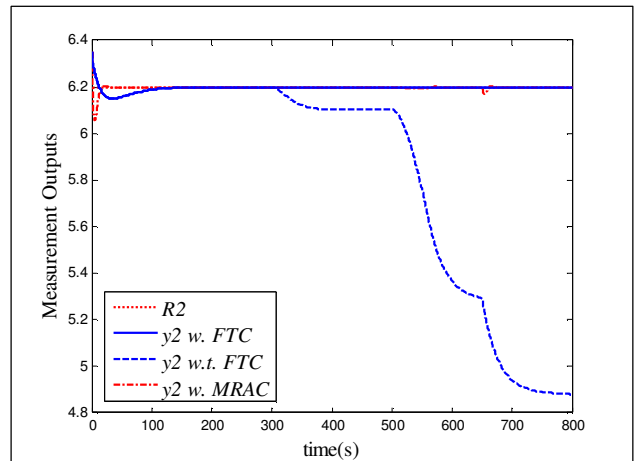
شکل ۸. خروجی کنترل‌کننده $u(k)$ و خروجی عملگر مجازی $u_f(k)$

در شکل ۸، کاهش اثرپذیری کنترل یا اغتشاش، با تغییر مناسب سیگنال $u_f(k)$ نسبت به $u(k)$ جبران شده است. بنابراین با استفاده از عملگر مجازی، اثر عیب و اغتشاش بار بر خروجی فرآیند، بدون نیاز به تغییر کنترل‌کننده اصلی حذف می‌شود.

اندک و گذرا بوده و خروجی‌ها مجدداً به مقادیر مطلوب تنظیم می‌شوند. عملگر مجازی در مقایسه با کنترل‌کننده MRAC، زمان نشست بیشتری در پاسخ به تغییرات پله‌ای سیگنال مرجع ورودی، اغتشاش و عیب عملگر دارد اما نوسانات و فراجشش آن کمتر است.

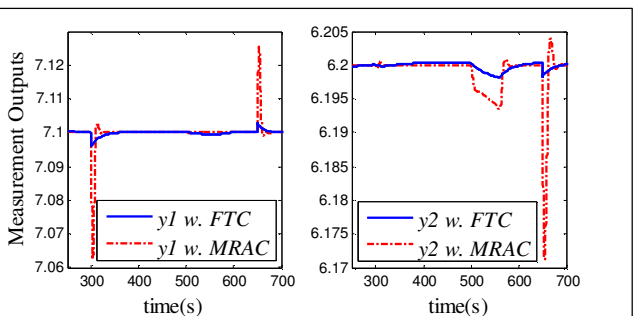


شکل ۴. خروجی اول فرآیند چهار تانک برای: کنترل‌کننده فیدبک خروجی با/بدون FTC و کنترل‌کننده MRAC



شکل ۵. خروجی دوم فرآیند چهار تانک برای: کنترل‌کننده فیدبک خروجی با/بدون FTC و کنترل‌کننده MRAC

شکل ۶، عملکرد عملگر مجازی در حذف اثر عیب (و اغتشاش) و جلوگیری از به‌وجود آمدن نوسانات بزرگ در خروجی را در مقایسه با کنترل‌کننده MRAC با وضوح بیشتری نشان می‌دهد.



شکل ۶. خروجی‌های سیستم به‌ازای کنترل‌کننده دینامیکی فیدبک خروجی با/بدون FTC و کنترل‌کننده MRAC

۶- نتیجه

مراجع

- [1] محسن بحرینی، طاهره بینازاده، ملیحه مغفوری فرسنگی و جعفر زارعی، «پایدارسازی تصادفی زمان-محدود توسط فیدبک خروجی برای سیستم کنترل تحت شبکه با رویکرد سیستم‌های پرش مارکوف»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۶، شماره ۲، صفحه ۳۵-۲۵، تابستان ۹۵.
- [2] D. Zhang, P. Shi, Q.-G. Wang, and L. Yu, "Analysis and synthesis of networked control systems: A survey of recent advances and challenges," ISA Transactions, vol. 66, pp. 376-392, 2017.
- [3] S. Heijmans, R. Postoyan, D. Nešić, N. Noroozi, and M. Heemels, "Stability analysis of networked linear control systems with direct-feedthrough terms," Automatica, vol. 96, pp. 186-200, 2018.
- [4] Z. Wei, M. S. Branicky, and S. M. Phillips, "Stability of networked control systems," IEEE Control Systems Magazine, vol. 21, no. 1, pp. 84-99, 2001.
- [5] Y. Tipsuwan, and M.-Y. Chow, "Control methodologies in networked control systems," Control Engineering Practice, vol. 11, no. 10, pp. 1099-1111, 2003.
- [6] Q. Zhu, and G. Xie, "Analysis and modeling of multi-rate networked control systems with long time delay," Chinese Control and Decision Conf., pp. 2978-2983, 2012.
- [7] X. z. Liu, Y. p. Dai, and L. Gao, "Fault-tolerant control of networked control systems with time-varying delay," IEEE Int. Conf. on Control and Automation pp. 750-754, 2013.
- [8] C. Tan, L. Li, and H. Zhang, "Stabilization of networked control systems with both network-induced delay and packet dropout," Automatica, vol. 59, pp. 194-199, 2015.
- [9] X. Lin, A. Hassibi, and J. P. How, "Control with random communication delays via a discrete-time jump system approach," American Control Conf., vol. 3, pp. 2199-2204, 2000.
- [10] Y. Geng, and B. Liu, "Guaranteed cost control for the multi-rate networked control systems with output prediction," IEEE Conf. on Information and Automation, pp. 3020-3025, 2015.
- [11] W.-A. Zhang, and L. Yu, "Modelling and control of networked control systems with both network-induced delay and packet-dropout," Automatica, vol. 44, no. 12, pp. 3206-3210, 2008.
- [12] H. Wang, B. Zhou, C. Lim, R. Lu, and A. Xue, "H ∞ fault-tolerant control of networked control systems with actuator failures," IET Control Theory & Applications, vol. 8, no. 12, pp. 1127-1136, 2014.
- [13] Z. Qixin, L. Guoping, C. Jianyun, and H. Shousong, "Stability analysis of networked control systems with Markov delay," Int. Conf. on Control and Automation, vol. 2, pp. 720-724, 2005.
- [14] M. Bahreini, and J. Zarei, "Robust fault-tolerant control for networked control systems subject to random delays via static-output feedback," ISA Transactions, vol. 86, pp. 153-162, 2019.
- [15] S. Cong, and H. Zheng, "Modelling and performance analysis of networked control systems under different driven modes," Int. Journal of Computer Applications in Technology, vol. 34, no. 3, pp. 192-198, 2009.
- [16] Z. Qixin, L. Hongli, and H. Shousong, "Uniformed model of networked control systems with long time delay," Journal of Systems Engineering and Electronics, vol. 19, no. 2, pp. 385-390, 2008.
- [17] Z.-H. Guan, C.-X. Yang, and J. Huang, "Stabilization of Networked Control Systems with Random Delays: A New Multirate Method," IFAC Proceedings Volumes, vol. 41, no. 2, pp. 4204-4209, 2008.
- [18] Q. Zhu, B. Xie, and Y. Zhu, "Hinf control for multi-rate networked control systems with both time-delay and packet-dropout," Chinese Control and Decision Conf., pp. 1983-1988, 2014.
- [19] Y. M. Zhang, and J. Jiang, "Active fault-tolerant control system against partial actuator failures," IET Control Theory and Applications, vol. 149, no. 1, pp. 95-104, 2002.

در این مقاله، یک روش کنترل تحمل‌پذیر عیب عملگر برای سیستم تحت شبکه چندنرخی مبتنی بر مدل پیشنهادی، ارائه شد. با به‌کارگیری مفهوم عملگر مجازی، طراحی کنترل‌کننده اصلی (برای پایدارسازی و تنظیم خروجی به ورودی مرجع) و عملگر مجازی (برای تحمل‌پذیری در برابر عیب و اغتشاش) به‌صورت مستقل از یکدیگر انجام گرفت. نتایج حاصل از شبیه‌سازی بر روی فرآیند چهار تانک، نشان‌دهنده عملکرد و کارایی مناسب روش‌های پیشنهادی برای مدل‌سازی و کنترل تحمل‌پذیر عیب در سیستم‌های کنترل تحت شبکه چندنرخی است.

پیوست‌ها

قضیه پایداری سیستم خطی پرشی مارکوف [۹]

سیستم خطی پرشی مارکوف در رابطه (۱۵) با سیگنال کلیدزنی $\sigma(k): N^+ \rightarrow \{1, 2, \dots, M\}$ را در نظر بگیرید. این سیستم، پایدار میانگین مربعات سیستم است اگر بتوان ماتریس‌های متقارن و مثبت معین Q_1, Q_2, \dots, Q_M یافت به‌طوری که رابطه زیر برقرار باشد:

$$\sum_{i=1}^M P_{ji} A_i^T Q_i A_i < Q_j \quad , \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (38)$$

رابطه (۳۸) با استفاده از مکمل شر^۲، به رابطه زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{bmatrix} Q_j & A_1^T Q_1 & \dots & A_M^T Q_M \\ Q_i A_1 & P_{j1}^{-1} Q_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_M A_M & 0 & \dots & P_{jM}^{-1} Q_M \end{bmatrix} > 0 \quad (39)$$

که در آن $j=1, 2, \dots, M$ است.

داده‌های فرآیند چهار تانک

پارامترهای فرآیند چهار تانک در جدول ۱ و اطلاعات نقطه کار آن در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۱: پارامترهای فرآیند چهار تانک [۴۲]

پارامتر	واحد	مقدار
A_3 و A_1	cm^2	۲۸
A_4 و A_2	cm^2	۳۲
a_3 و a_1	cm^2	۰/۰۷۱
a_4 و a_2	cm^2	۰/۰۵۷
k_c	$volt/cm$	۰/۵
g	cm/sec^2	۰/۹۸۱

جدول ۲: اطلاعات نقطه کار فرآیند چهار تانک [۴۲]

پارامتر (واحد)	مقدار	پارامتر (واحد)	مقدار
$h_1^0 (cm)$	۱۲/۴	$h_2^0 (cm)$	۱۲/۷
$h_3^0 (cm)$	۱/۸	$h_4^0 (cm)$	۱/۴
$v_1^0 (volt)$	۳	$v_2^0 (volt)$	۳
$k_1 (cm^3/volt.s)$	۳/۳۳	$k_2 (cm^3/volt.s)$	۳/۳۵
γ_1	۰/۷	γ_2	۰/۶
R_1	۷/۱	R_2	۶/۲

- [33] N. Sebe, "Sequential Convex Overbounding Approximation Method for Bilinear Matrix Inequality Problems," IFAC-PapersOnLine, vol. 51, no. 25, pp. 102-109, 2018.
- [34] W. Chiu, "Method of Reduction of Variables for Bilinear Matrix Inequality Problems in System and Control Designs," IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, vol. 47, no. 7, pp. 1241-1256, 2017.
- [35] S. Xu, and J. Lam, "A survey of linear matrix inequality techniques in stability analysis of delay systems," Int. Journal of Systems Science, vol. 39, no. 12, pp. 1095-1113, 2008.
- [36] P. Navrátil, L. Pekař, and R. Matušů, "Control of a Multivariable System Using Optimal Control Pairs: A Quadruple-Tank Process," IEEE Access, vol. 8, pp. 2537-2563, 2020.
- [37] M. S. Mahmoud, and M. H. Baig, "Networked feedback control for nonlinear systems with random varying delays," Journal of the Franklin Institute, vol. 351, no. 6, pp. 3145-3162, 2014.
- [38] M. S. Mahmoud, and N. B. Almutairi, "Feedback fuzzy control for quantized networked systems with random delays," Applied Mathematics and Computation, vol. 290, pp. 80-97, 2016.
- [39] M. Arıcı, and T. Kara, "Improved Adaptive Fault-Tolerant Control for a Quadruple-Tank Process with Actuator Faults," Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 57, no. 29, pp. 9537-9553, 2018.
- [40] M. Arıcı, and T. Kara, "Model reference adaptive control of a quadruple tank process with actuator faults," Int. Conf. on Electrical and Electronics Engineering, pp. 861-865, 2017.
- [41] J. Berner, K. Soltesz, T. Hägglund, and K. J. Åström, "An experimental comparison of PID autotuners," Control Engineering Practice, vol. 73, pp. 124-133, 2018.
- [42] K. H. Johansson, "The quadruple-tank process: a multivariable laboratory process with an adjustable zero," IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 8, no. 3, pp. 456-465, 2000.
- [43] P. Roy, and B. K. Roy, "Dual mode adaptive fractional order PI controller with feedforward controller based on variable parameter model for quadruple tank process," ISA Transactions, vol. 63, pp. 365-376, 2016.
- [44] M. Veronesi, and A. Visioli, "A Technique for Abrupt Load Disturbance Detection in Process Control Systems," IFAC Proceedings Volumes, vol. 41, no. 2, pp. 14900-14905, 2008.
- [45] M. Buciakowski, M. de Rozprza-Faygel, J. Ochalek, and M. Witzak, "Actuator fault diagnosis and fault-tolerant control: Application to the quadruple-tank process," Journal of Physics: Conf. Series, vol. 570, no. 8, pp. 082002, 2014.
- [46] Q. Fazal, M. Liaquat, and N. Naz, "Robust fault tolerant control of a DC motor in the presence of actuator faults," Int. Conf. on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering, pp. 301-333, 2015.
- [20] Y. Zhang, and J. Jiang, "Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems," Annual Reviews in Control, vol. 32, no. 2, pp. 229-252, 2008.
- [21] X. Yu, and J. Jiang, "Hybrid Fault-Tolerant Flight Control System Design Against Partial Actuator Failures," IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 20, no. 4, pp. 871-886, 2012.
- [22] J. Jiang, and X. Yu, "Fault-tolerant control systems: A comparative study between active and passive approaches," Annual Reviews in Control, vol. 36, no. 1, pp. 60-72, 2012.
- [۲۳] علی خدادادی، مریم شهریاری کاهکشی و عباس چترایی، «ارائه رویکردی نوین برای طراحی کنترل کننده تحمل پذیر عیب عملگر بر اساس شناسایی عیب»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۸، شماره ۲، صفحه ۶۰۸-۵۹۵، تابستان ۹۷.
- [24] J. H. Richter, T. Schlage, and J. Lunze, "Control reconfiguration of a thermofluid process by means of a virtual actuator," IET Control Theory & Applications, vol. 1, no. 6, pp. 1606-1620, 2007.
- [25] A. M. Amani, A. Afshar, and M. B. Menhaj, "Fault Tolerant Networked Control Systems subject to Actuator Failure using Virtual Actuator technique," IFAC Proceedings Volumes, vol. 44, no. 1, pp. 5465-5470, 2011.
- [26] M. Yadegar, N. Meskin, and A. Afshar, "Fault-tolerant control of linear systems using adaptive virtual actuator," Int. Journal of Control, pp. 1-13, 2017.
- [27] M. Yadegar, A. Afshar, and N. Meskin, "Fault-tolerant control of non-linear systems based on adaptive virtual actuator," IET Control Theory & Applications, vol. 11, no. 9, pp. 1371-1379, 2017.
- [28] J. Cieslak, and D. Henry, "A Switching Fault-Hiding Mechanism based on Virtual Actuators and Dwell-Time Conditions," IFAC-PapersOnLine, vol. 51, no. 24, pp. 703-708, 2018.
- [29] C. Nespoli, M. M. Seron, and J. e. A. D. Don, "Virtual actuator fault tolerant control approach for Markovian jump linear systems," Latin American Congress of Automatic Control, 2014.
- [30] J. Song, Y. Niu, J. Lam, and Z. Shu, "A Hybrid Design Approach for Output Feedback Exponential Stabilization of Markovian Jump Systems," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 63, no. 5, pp. 1404-1417, 2018.
- [31] J. Lofberg, "YALMIP: a toolbox for modeling and optimization in MATLAB," Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 284-289, 2004.
- [32] J. F. Sturm, "Using SeDuMi 1.02, A Matlab toolbox for optimization over symmetric cones," Optimization Methods and Software, vol. 11, no. 1-4, pp. 625-653, 1999.

زیر نویس ها

- ¹¹ Active and Passive Fault Tolerant Control
- ¹² Reconfiguration
- ¹³ Detection and Identification
- ¹⁴ Data Ordering
- ¹⁵ Mean Square Stability
- ¹⁶ Solver
- ¹⁷ Virtual Actuator
- ¹⁸ Control Effectiveness
- ¹⁹ Model reference adaptive control
- ²⁰ Schur Complement

- ¹ Packet Dropout
- ² Media Access Control (MAC) protocol
- ³ Long Time Delay
- ⁴ Short Time Delay
- ⁵ Time-driven
- ⁶ Event-driven
- ⁷ Bilinear Matrix Inequality(BMI)
- ⁸ V-K Iteration Method
- ⁹ Failure
- ¹⁰ Fault