

# مدل سازی دینامیکی چرخ دنده مغناطیسی هم محور بر مبنای مدار معادل مغناطیسی با استفاده از روش تحلیل گره

علیرضا خداکرمی<sup>۱</sup>، مربی دانشگاه؛ حسن فشکی فراهانی<sup>۲</sup>، دانشیار دانشگاه؛ محمود حسینی علی آبادی<sup>۳</sup>، استادیار دانشگاه

۱- دانشکده فنی و مهندسی- دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهرقدس- شهرقدس- ایران- aqukh@yahoo.com

۲- دانشکده فنی و مهندسی- دانشگاه آزاد اسلامی واحد آشتیان- آشتیان- ایران- hfeshki@aiau.ac.ir

۳- دانشکده فنی و مهندسی- دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی- تهران- ایران mah.hosseini-aliabadi@iauctb.ac.ir

**چکیده:** چرخ دنده های مغناطیسی در مقایسه با نوع مکانیکی آن دارای ویژگی های زیادی از قبیل قابلیت اطمینان بالا، لرزش و نویز صوتی کمتر، محافظت در مقابل اضافه بار، مجزای بودن شفت ورودی و خروجی از یکدیگر و تعمیر و نگهداری کمتر می باشند. داشتن یک مدل بر مبنای مدار معادل مغناطیسی در مقایسه با روش المان محدود، می تواند زمان مورد نیاز را در مراحل اولیه فرایند طراحی کاهش دهد. در این مقاله مدل سازی دو بعدی یک چرخ دنده مغناطیسی هم محور بر مبنای مدار معادل مغناطیسی و با استفاده از روش تحلیل گره ارائه شده است. با استفاده از مدل ارائه شده، ابتدا پتانسیل مغناطیسی گره های مدار به دست آمده است و سپس با استفاده از آن توزیع میدان های مغناطیسی، شارها و گشتاور روتور درونی و بیرونی در بخش های مختلف چرخ دنده تعیین شده است. مدل دینامیکی چرخ دنده نیز به کمک مدل ارائه شده استخراج شده است و مشخصه گشتاور-زوایه، ریپل گشتاور و گشتاور شکست چرخ دنده به دست آمده است. علاوه بر این، تاثیر تغییرات گشتاور بار بر روی دینامیک چرخ دنده مورد ارزیابی قرار گرفته است. در نهایت به منظور اعتبارسنجی مدل پیشنهادی، نتایج به دست آمده با نتایج روش تحلیل المان محدود مقایسه شده اند.

**واژه های کلیدی:** چرخ دنده مغناطیسی هم محور، مدار معادل مغناطیسی، روتور درونی و بیرونی، تکه قطب، گشتاور شکست.

## Dynamic modeling of coaxial magnetic gears based on magnetic equivalent circuit using nodal analysis method

Alireza Khodakarami<sup>1</sup>, lecturer; Hassan Feshki Farahani<sup>2</sup>, Associate Professor; Mahmood Hosseini Aliabadi<sup>3</sup>, Assistant Professor

1- Faculty of Electrical Engineering, Islamic Azad University of Shahr-e-Qods, Shahr-e-Qods, Iran  
Email: aqukh@yahoo.com

2- Department of Electrical Engineering, Islamic Azad University Ashtian, Ashtian, Iran, Email: hfeshki@aiau.ac.ir

3- Department of Electrical Engineering, Islamic Azad University of Central Tehran Branch, Tehran, Iran,  
Email: mah.hosseini-aliabadi@iauctb.ac.ir

**Abstract:** Magnetic gears in comparison with mechanical type have a lot of features like high reliability, low vibration and acoustic noise, overload protection, input and output shafts insulation, and less repair and maintenance requirements. Having a semi-analytic model based on the magnetic equivalent circuit (MEC) compared with the finite element method can reduce the time needed in the preliminary stages of the design process. In this paper, a two-dimensional modeling of a coaxial magnetic gearbox based on a MEC is presented using the nodal analysis method. Using the proposed model, the magnetic potentials of the circuit nodes are first obtained and the magnetic field distribution, fluxes, inner and outer rotor torque are determined in different parts of the gear. In this modeling, a dynamical model of the gear is presented. Using this model, the torque-angle characteristic, torque ripple and pullout torque of the gear are extracted. In addition, the effect of the load torque variation on the MG dynamics is evaluated. Finally, in order to validate the proposed model, the model results are compared with the finite element analysis.

**Keywords:** Coaxial magnetic gear, magnetic equivalent circuit, inner and outer rotors, pole pieces, pullout torque.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۷/۰۹/۱۵

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۷/۱۲/۱۲، ۱۳۹۸/۰۲/۲۳ و ۱۳۹۸/۰۴/۲۲

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۷/۰۷

نام نویسنده مسئول: علیرضا خداکرمی، عضو هیات علمی

نشانی نویسنده مسئول: دانشگاه فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهرقدس، شهرقدس ایران (نویسنده مسئول)، ایمیل aqukh@yahoo.com

۱- مقدمه

پارامتری در مراحل اولیه فرآیند طراحی یک محصول، بسیار زمان‌بر است.

در مقایسه با روش FEM، روش مبتنی بر MEC نیاز به زمان محاسبات کمتری داشته و از دقت نسبتاً خوبی برخوردار می‌باشد که در مراحل اولیه طراحی چرخ‌دنده می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. روش MEC در زمینه تحلیل ماشین‌های الکتریکی کاربرد زیادی داشته و مطالعات مختلفی در این زمینه منتشر شده‌است که می‌توان به مدل‌سازی محرک خطی مغناطیسی [۴۰]، ماشین القایی خطی [۴۱]، رزولور (اندازه‌گیر زاویه) [۴۲]، ماشین‌های شار محوری با سیم‌پیچ حلقوی [۴۳]، موتورهای سنکرون مغناطیس دائم [۴۴] و ماشین القایی روتور سیم‌پیچی شده [۴۵] اشاره نمود. علاوه بر این در مرجع [۴۶] یک روش مدل‌سازی تحلیلی دوبعدی که ترکیبی از مدل‌سازی فوریه با مدار معادل‌های مغناطیسی می‌باشد، ارائه شده است. لازم به ذکر است در تعدادی از مقالات، تأثیر اشباع در نظر گرفته شده است که می‌توان به در نظر گرفتن تأثیرات اشباع در موتورهای سوئیچ رلوکتانس [۴۷]، موتورهای مغناطیس دائم قطب برجسته [۴۸] و موتورهای سنکرون خطی مغناطیس دائم [۴۹] اشاره نمود.

در مورد مدل‌سازی دینامیکی چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور بر مبنای مدار معادل مغناطیسی یا MEC<sup>۲</sup> مطالعات محدودی صورت گرفته است که در برخی از آن‌ها، مدل‌های ارائه شده نسبتاً زمان‌بر می‌باشند. در این مقاله مدل‌سازی چرخ‌دنده‌های مغناطیسی هم‌محور با استفاده از روش MEC بر مبنای روش تحلیل گره ارائه شده‌است. در این مدل‌سازی، با استخراج مدار معادل مغناطیسی و روابط حاکم بر آن، پارامترهای چرخ‌دنده از جمله چگالی شارهای شعاعی و مماسی و گشتاورهای روتور درونی و بیرونی محاسبه می‌شوند. هم‌چنین برای تأیید نتایج به‌دست‌آمده از مدل، تحلیل المان محدود توسط نرم‌افزار Ansoft/Maxwell انجام گرفته‌است و نتایج با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در اغلب مدل‌های ارائه شده، چرخ‌دنده در راستای شعاعی به صورت هفت لایه در نظر گرفته شده که حجم محاسبات نسبتاً بالایی دارد در حالی که در مدل پیشنهاد شده در این مقاله چرخ‌دنده در راستای شعاعی به پنج لایه تقسیم شده است که حجم محاسبات را به صورت چشمگیری کاهش می‌دهد که یکی از نوآوری‌های این مقاله به حساب می‌آید. لازم به ذکر است که علی‌رغم کاهش تعداد لایه‌ها، مدل پیشنهادی از دقت خوبی برخوردار می‌باشد. هم‌چنین استخراج مدل دینامیکی چرخ‌دنده در کنار تحلیل گره و محاسبات شار و گشتاور روتورهای درونی و بیرونی، از دیگر نوآوری‌های این مقاله می‌باشد. ساختار مقاله به این صورت است که در بخش دوم ابتدا مقدمه‌ای بر عملکرد چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور ارائه شده و سپس استخراج مدار معادل مغناطیسی حاکم بر آن در بخش سوم ارائه شده‌است. در بخش چهارم مقاله به مدل‌سازی دینامیکی چرخ‌دنده پرداخته شده‌است. نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌سازی به همراه تحلیل المان محدود در بخش پنجم آمده‌است. در بخش پایانی نیز نتیجه‌گیری مقاله ارائه شده‌است.

چرخ‌دنده‌های مکانیکی در کاربردهای مهمی از قبیل تولید انرژی بادی، خردکننده‌ها، الکتروپمپ‌ها، وسایل نقلیه برقی، که نیازمند سرعت پایین در مقابل گشتاور بالا و یا بالعکس هستند، به کار می‌روند و از اجزاء جدایی‌ناپذیر این تجهیزات محسوب می‌شوند. چرخ‌دنده‌های مکانیکی علی‌رغم وظیفه مهمی که در کاربردهای فوق بر عهده دارند، دارای معایب قابل توجهی هم‌چون لرزش، نویز صوتی و مشکلات نگهداری در نتیجه فرسودگی ناشی از تماس‌های فیزیکی موجود هستند. علاوه بر این، چرخ‌دنده‌های مکانیکی به صورت دوره‌ای نیازمند روغن‌کاری و خنک‌کاری هستند [۱-۳].

برای غلبه بر مشکلات و محدودیت‌های چرخ‌دنده‌های مکانیکی، چرخ‌دنده‌های مغناطیسی معرفی شدند که به دلیل توانایی انتقال گشتاور بدون تماس فیزیکی و استفاده از تزویج میدان‌های مغناطیسی برای این امر، باعث افزایش قابلیت اطمینان، کاهش لرزش، محافظت در مقابل اضافه‌بار، مجزائون شفت ورودی و خروجی از یکدیگر و هم‌چنین نیاز به تعمیر و نگهداری کمتر گردیده‌اند [۵-۳]. یکی از مهم‌ترین موضوعات موجود در رابطه با چرخ‌دنده‌های مغناطیسی، میزان توانایی آن‌ها در انتقال گشتاور هست. ساختارهایی نظیر چرخ‌دنده مغناطیسی ساده، حلزونی و مخروطی به دلیل درگیر کردن تعداد بسیار کمی از مگنت‌ها در هر بازه زمانی در حین عمل‌کرد، قدرت انتقال گشتاور بسیار کمی را دارند [۸-۶]. بنابراین جهت رفع این نقاط ضعف، ساختارهای مختلفی برای چرخ‌دنده مغناطیسی [۱۷-۹] معرفی شده‌است. چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور در سال ۲۰۰۱ معرفی گردید [۱۸]. این نوع چرخ‌دنده به دلیل توانایی بالا در انتقال گشتاور در سال‌های اخیر توجهات زیادی را در تحقیقات معطوف خود نموده است و تاکنون ساختارهای مختلفی از جمله ساختار هالباخ [۱۹، ۲۰]، قطب منتهج [۲۱، ۲۲] و هم‌چنین ساختارهای ترکیبی [۲۳] برای این نوع چرخ‌دنده ارائه شده‌است.

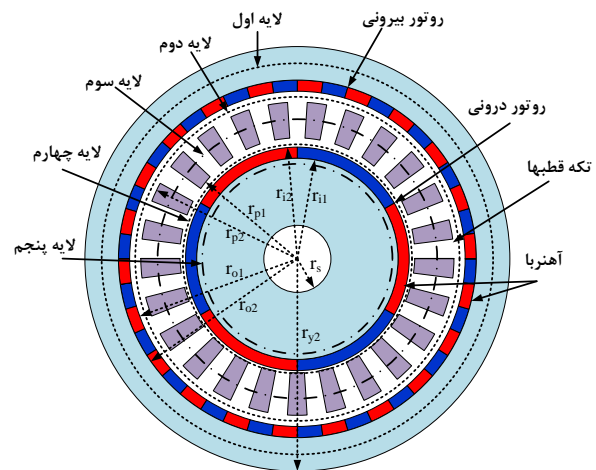
به‌منظور طراحی بهینه چرخ‌دنده مغناطیسی، بررسی تأثیر هر یک از پارامترهای چرخ‌دنده در عمل‌کرد آن، امری ضروری محسوب می‌گردد. برای رسیدن به این هدف از روش‌های تحلیل الکترومغناطیسی به‌منظور مدل‌سازی چرخ‌دنده‌ها بهره گرفته می‌شود. تاکنون چهار روش مهم برای تحلیل الکترومغناطیسی در مقالات ارائه شده‌اند که عبارت‌اند از: ۱) روش تحلیلی [۳۰-۲۴]، ۲) تئوری ماشین‌های الکتریکی [۳۱]، ۳) تحلیل عددی (روش المان محدود) [۳۵-۳۲] و ۴) تحلیل شبکه رلوکتانسی [۳۹-۳۶].

عموماً به‌منظور مدل‌سازی دقیق ماشین‌های الکتریکی، از روش تحلیل المان محدود استفاده می‌شود. تحلیل المان محدود یک ابزار مطمئن و دقیق برای تحلیل میدان مغناطیسی می‌باشد. هم‌چنین این روش برای مواد مغناطیسی با خاصیت غیرخطی کارایی دارد. یکی از محدودیت‌های این روش زمان‌بر بودن آن است که برای مطالعات

## ۲- اساس عمل کرد و روابط حاکم بر چرخ‌دنده‌های مغناطیسی

چرخ‌دنده‌های مغناطیسی، تقابل دو میدان مغناطیسی ناشی از آهن ربا‌های تعبیه‌شده بر روی دو روتور می‌باشد. عمل کرد کلی چرخ‌دنده‌های مغناطیسی، بسیار مشابه سایر ماشین‌های الکتریکی بوده و می‌توان گفت این سیستم، یک تجهیز میانی بین موتور و ژنراتور است. در چرخ‌دنده‌های مغناطیسی، ورودی سیستم همانند ژنراتورها و خروجی آن همانند موتورهاست. در واقع یک محرک مکانیکی به همراه یک میدان تحریک (آهن‌رباهای تعبیه‌شده بر روی روتور اولیه)، منجر به ایجاد یک میدان گردان و به‌گردش درآوردن محور دیگر با تزویج دو میدان می‌شود.

در یک ماشین الکتریکی برای داشتن گشتاور متوسط غیر صفر، باید تعداد قطب‌های روتور و استاتور با هم برابر باشند. در شکل (۱) ساختار یک چرخ‌دنده هم‌محور نشان داده شده است که از دو روتور مجهز به آهن‌رباهای مغناطیسی دائم و تکه قطب‌ها<sup>۲</sup> (جهت مدولاسیون شار) تشکیل شده است. با توجه به نسبت تبدیل چرخ‌دنده، معمولاً تعداد قطب‌های واقع بر روی این دو روتور برابر نیستند و تعداد این قطب‌ها به گونه‌ای انتخاب می‌شود که گشتاور متوسط خروجی حاصل شود.



شکل ۱: ساختار چرخ‌دنده هم‌محور با ماده فرومغناطیسی

برای تولید گشتاور غیر صفر باید بتوان به طریقی تعداد قطب‌های روتور درونی (روتور) و روتور بیرونی (استاتور) را برابر کرد که بدین منظور می‌توان از مدولاسیون شار (استفاده از تکه قطب‌ها) استفاده کرد. تولید گشتاور متوسط غیر صفر در چرخ‌دنده‌های مغناطیسی، علی‌رغم برابری تعداد قطب‌های روتور درونی و بیرونی، با حضور تکه قطب‌های فرومغناطیسی که وظیفه مدولاسیون شار را بر عهده‌دارند، امکان‌پذیر است.

اگر روتور پرسرعت (روتور درونی) با فرکانس  $pi$  (تعداد زوج قطب روتور درونی) و حلقه مدولاسیون با فرکانس  $N_s$  (تعداد تکه قطب‌ها) در جهت روتور درونی حرکت کند، باعث ایجاد میدان دوار فرضی با فرکانس  $pi-N_s$  می‌شود، حال برای تولید گشتاور متوسط غیر صفر،

سرعت چرخش روتور بیرونی باید با سرعت چرخش میدان دوار برابر و هم‌جهت باشد. با توجه به این که  $N_s > pi$  است، لذا مقدار  $pi-N_s$  منفی بوده و به این معنی است که روتور بیرونی باید در خلاف جهت روتور درونی حرکت کند و فرکانس چرخش آن برابر با  $po = |pi-N_s|$  است. به عبارتی دیگر تعداد قطعات فرومغناطیس برابر مجموع تعداد زوج قطب‌های روتور درونی و بیرونی ( $po$ ) باشد. با توجه به نکات ارائه‌شده فوق؛ موارد زیر در عمل کرد چرخ‌دنده مطرح می‌باشند:

- تعداد قطعات فرومغناطیس برابر با مجموع زوج قطب‌های روتور درونی و بیرونی است.
- با ثابت فرض کردن روتور بیرونی، روتور درونی و حلقه مدولاسیون هم‌جهت می‌چرخند.
- با ثابت فرض کردن روتور درونی، روتور بیرونی و حلقه مدولاسیون هم‌جهت می‌چرخند.
- با ثابت فرض کردن حلقه مدولاسیون، روتور درونی و روتور بیرونی خلاف جهت یک‌دیگر می‌چرخند.

## ۳- مدل‌سازی چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور بر مبنای مدار معادل مغناطیسی

تحلیل مدار معادل مغناطیسی با پارامترهای مداری متمرکز یکی از روش‌های تحلیلی است که معمولاً برای تخمین میدان‌های ایستای مغناطیسی تجهیزات الکترومغناطیسی استفاده می‌شود. این روش در ماشین‌های مغناطیسی دائم، عموماً برای ارزیابی چگالی شارهای متوسط در فواصل هوایی و آهن‌رباها استفاده می‌شود. در واقع این روش یک ابزار طراحی مقدماتی سریع برای ماشین‌های مغناطیسی دائم است. در نتیجه در این مطالعه نیز از روش تحلیل شبکه رلوکتانس برای مدل‌سازی چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور به منظور مطالعات طراحی استفاده شده است.

در تحلیل شبکه رلوکتانس چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور، این چرخ‌دنده در راستای مماسی به  $N$  قسمت مساوی (زاویه هر قطعه برابر با  $360/N$  درجه خواهد بود) و در راستای شعاعی با توجه ساختار این چرخ‌دنده به ۵ لایه تقسیم شده که در شکل (۱) نشان داده شده است.

### ۳-۱- مدل‌سازی رلوکتانس‌های شبکه

به منظور محاسبه رلوکتانس و نیروی محرکه مغناطیسی بین دو گره، ابعاد هندسی و مشخصه مواد مغناطیسی چرخ‌دنده باید مشخص باشد. رلوکتانس یک ماده مغناطیسی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$R = \frac{L}{\mu A} \quad (1)$$

که در آن،  $\mu$  ضریب نفوذپذیری مغناطیسی،  $L$  طول ماده مغناطیسی و  $A$  سطح مقطع ماده است. رلوکتانس یک المان در راستای مماسی ( $dR_0$ ) از قطعه مغناطیسی شکل را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد [۵۰]:

مغناطیس‌شدگی ( $l_m$ ) و شدت میدان ضد‌مغناطیسی آن ( $H_c$ ) رابطه مستقیم دارد:

$$M_k = H_c(\theta)l_{mk} \quad (۶)$$

در رابطه فوق اندیس  $k$  نشانگر قطعه  $k$ ام در راستای مماسی است.

$M_k$  نیروی محرکه مغناطیسی برای قطعه  $k$ ام میباشد.

باتوجه به مطالب ارائه‌شده، به‌منظور استخراج توزیع شار مغناطیسی در بخش‌های مختلف چرخ‌دنده، باید معادلات گره برای مدار فوق که شامل  $\Delta N$  گره و در نتیجه  $\Delta N$  مجهول که بیان‌گر پتانسیل مغناطیسی گره‌ها می‌باشد، حل شود. باتوجه به خطی بودن روابط، برای محاسبه این مجهولات، می‌توان یک دستگاه معادلات خطی تشکیل داد و آن را حل نمود.

### ۳-۳- معادلات حاکم بر مدار معادل مغناطیسی

مدار معادل چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور در شکل (۳) نشان داده شده است که دارای پنج لایه است. باتوجه به شکل (۳-الف)، برای گره ستون  $i$ ام سطر  $j$ ام می‌توان رابطه زیر را نوشت:

$$\varphi_{i-1,j} + \varphi_{i+1,j} + \varphi_{i,j-1} + \varphi_{i,j+1} = 0 \quad (۷)$$

که شار هر یک از شاخه از روابط (۸) الی (۱۱) به‌دست می‌آید.

$$\varphi_{i-1,j} = Q_{i-1,j} \cdot (U_{i-1,j} - U_{i,j}) \quad (۸)$$

$$\varphi_{i+1,j} = Q_{i+1,j} \cdot (U_{i+1,j} - U_{i,j}) \quad (۹)$$

$$\varphi_{i,j-1} = P_{i,j-1} \cdot (U_{i,j-1} - U_{i,j} - M_{i,j-1}) \quad (۱۰)$$

$$\varphi_{i,j+1} = P_{i,j+1} \cdot (U_{i,j+1} - U_{i,j} + M_{i,j+1}) \quad (۱۱)$$

که  $Q$  و  $P$  به ترتیب مولفه‌های شعاعی و مماسی هدایت مغناطیسی هر یک از المان‌ها و  $M$  نیروی محرکه مغناطیسی می‌باشد. با جای‌گذاری روابط (۸) الی (۱۱) در رابطه (۷) و ساده‌سازی آن می‌توان رابطه زیر را نوشت:

$$\begin{aligned} & -(P_{i,j} + Q_{i,j} + P_{i,j-1} + Q_{i,j-1})U_{i,j} - (P_{i,j-1})U_{i,j-1} \\ & + (Q_{i-1,j})U_{i-1,j} + (Q_{i,j})U_{i+1,j} + (P_{i,j})U_{i,j+1} \\ & = P_{i,j-1}M_{i,j-1} - P_{i,j}M_{i,j} \end{aligned} \quad (۱۲)$$

$$i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, 5$$

که در رابطه فوق:

- برای گره‌های واقع بر روی لایه اول ( $j = 1$ )  $P_{i,j-1}$  برابر با صفر است.
- برای گره‌های واقع بر روی لایه آخر ( $j = 5$ )  $P_{i,j}$  برابر با صفر است.
- برای گره‌های المان اول ( $i = 1$ )  $Q_{i-1,j} = Q_{N,j}$  می‌باشد.
- برای گره‌های المان اول ( $i = 1$ )  $Q_{i,j} = Q_{1,j}$  می‌باشد.

$$dR_\theta = \frac{(r+x)\theta}{\mu \times h \times dx} \quad (۲)$$

که در آن

$x$ : متغیر نشان‌دهنده فاصله هر نقطه داخل قطعه از شعاع داخلی آن

$r$ : شعاع داخلی قطعه

$l$ : طول قطعه در راستای شعاعی

$\theta$ : زاویه قطعه

$h$ : ضخامت قطعه یا همان طول استک است.

رلوکتانس یک قطعه از شبکه رلوکتانسی در راستای مماسی، با محاسبه هدایت مغناطیسی آن ( $P_\theta$ ) و سپس معکوس کردن آن، به‌دست می‌آید:

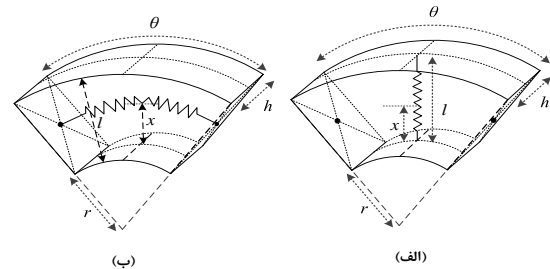
$$P_\theta = \int \frac{1}{dR_\theta} = \frac{\mu_0 \mu_r h}{\theta} \ln \left( 1 + \frac{l}{r} \right) \quad (۳)$$

$$R_\theta = \frac{\theta}{\mu_0 \mu_r h} \frac{1}{\ln \left( 1 + \frac{l}{r} \right)} \quad (۴)$$

رلوکتانس قطعه‌های شعاعی ( $R_r$ ) نیز به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$R_r = \int_0^l \frac{dx}{\mu h \theta (r+x)} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r h \theta} \ln \left( 1 + \frac{l}{r} \right) \quad (۵)$$

رلوکتانس قسمت‌های مختلف مدار معادل شامل، یوغ‌ها، تکه قطب‌ها، مگنت‌ها و فواصل هوایی با استفاده از روابط (۴) و (۵) محاسبه می‌شود که برای حالتی که هوا می‌باشد باید  $\mu_r = 1$  قرار گیرد. لازم به ذکر است که به‌دلیل یکنواخت بودن توزیع میدان در راستای  $Z$  از رلوکتانس مدار در این راستا ( $R_z$ )، صرف‌نظر شده‌است.

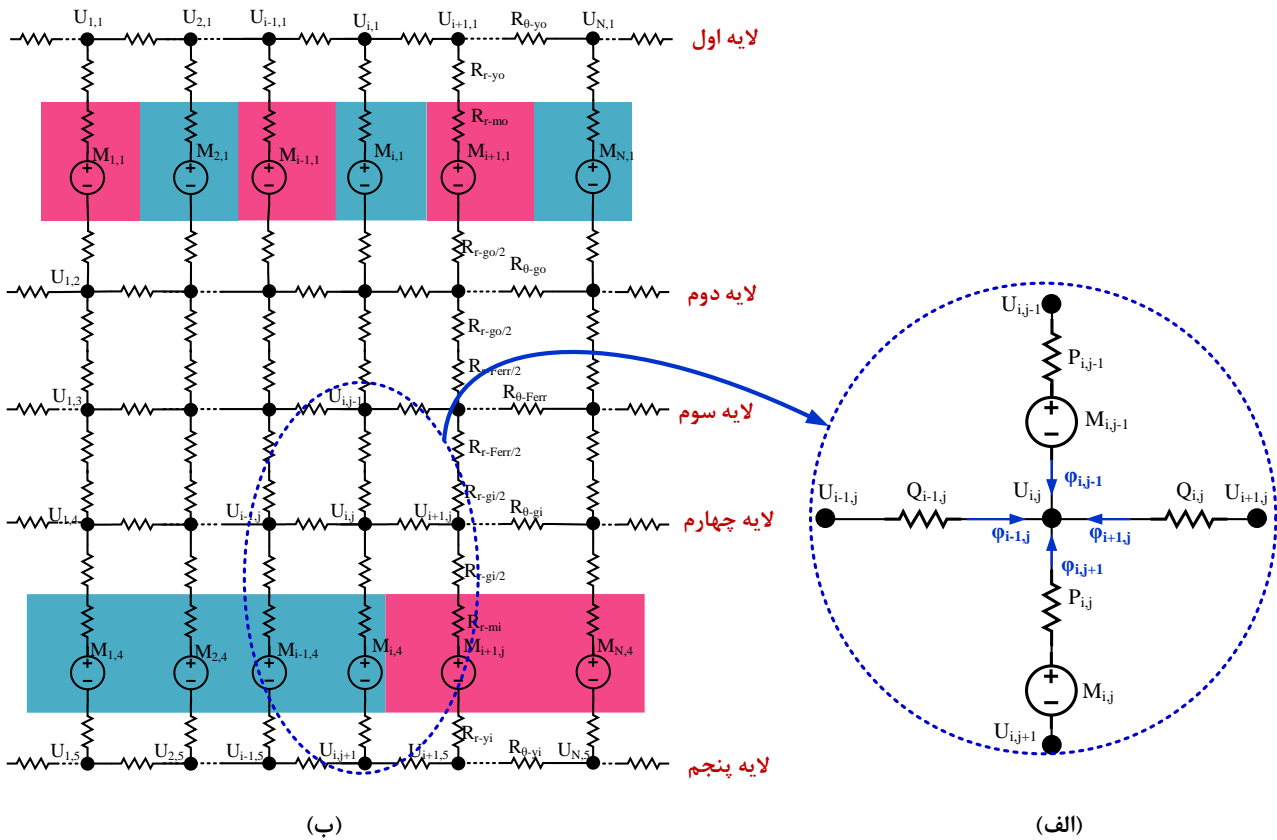


شکل ۲: مقاومت مغناطیسی یک قطعه در مدار معادل مغناطیسی

(الف) در راستای شعاعی (ب) در راستای مماسی

### ۳-۲- مدل‌سازی نیروهای محرکه مغناطیسی مدار معادل

نیروی محرکه مغناطیسی مگنت‌های تعبیه‌شده در دو روتور چرخ‌دنده را می‌توان به‌صورت منابع ولتاژی در هر شاخه مداری مدل کرد. نیروی محرکه مغناطیسی یک مگنت با طول آن در راستای



شکل ۳: مدار معادل چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور و پارامترهای آن

مطابق شکل (۳-ب) پس از تعیین مقاومت‌های مغناطیسی بخش های مختلف بر اساس روابط (۴) و (۵) می‌توان مؤلفه‌های شعاعی (P) و مماسی (Q) هدایت مغناطیسی را به صورت زیر بیان نمود:

پس از نوشتن رابطه (۱۲) برای تک‌تک گره‌ها، می‌توان رابطه بین پتانسیل مغناطیسی با نیروی محرکه مغناطیسی گره‌ها و هدایت مغناطیسی را به فرم ماتریسی به صورت زیر نوشت:

$$[P_{Net}]_{5N \times 5N} \times [U_{Net}]_{5N \times 1} = [F_{Net}]_{5N \times 1} \quad (22)$$

که در آن  $U_{Net}$  بردار پتانسیل مغناطیسی گره‌های مدار بوده و به صورت بردار زیر می‌باشد:

$$U_{Net} = \begin{bmatrix} U_{1,1} \\ U_{1,2} \\ \vdots \\ U_{i,j} \\ \vdots \\ U_{5,N} \end{bmatrix} \quad (23)$$

هم‌چنین ماتریس هدایت مغناطیسی و  $F_{Net}$  ماتریس نیروی محرکه مغناطیسی وارد شونده به گره‌ها می‌باشد. لازم به ذکر است که در روابط فوق، جهت منابع معادل باتوجه به نوع مگنت (S یا N) در هر موقعیت، تعیین می‌شود. با ضرب طرفین رابطه (۲۲) در معکوس ماتریس  $P_{Net}$ ، می‌توان پتانسیل مغناطیسی گره‌ها را به دست آورد:

$$[U_{Net}] = [P_{Net}]^{-1} \times [F_{Net}] \quad (24)$$

- $P_{i,1} = (R_{\theta-yo} + R_{mo} + R_{r-go/2})^{-1} \quad (13)$
- $P_{i,2} = (R_{r-go/2} + R_{r-Ferr/2})^{-1} \quad (14)$
- $P_{i,3} = (R_{r-Ferr/2} + R_{r-gi/2})^{-1} \quad (15)$
- $P_{i,4} = (R_{\theta-yi} + R_{mi} + R_{r-gi/2})^{-1} \quad (16)$
- $Q_{i,1} = (R_{\theta-yo})^{-1} \quad (17)$
- $Q_{i,2} = (R_{\theta-go})^{-1} \quad (18)$
- $Q_{i,3} = (R_{\theta-Ferr})^{-1} \quad (19)$
- $Q_{i,4} = (R_{\theta-gi})^{-1} \quad (20)$
- $Q_{i,5} = (R_{\theta-yi})^{-1} \quad (21)$

در روابط فوق:

- $R_{r-yo}, R_{\theta-yo}$ : رلوکتانس‌های مماسی و شعاعی یوغ بیرونی
- $R_{r-yi}, R_{\theta-yi}$ : رلوکتانس‌های مماسی و شعاعی یوغ بیرونی
- $R_{r-mo}, R_{\theta-mo}$ : رلوکتانس‌های مماسی و شعاعی مگنت روتور بیرونی
- $R_{r-mi}, R_{\theta-mi}$ : رلوکتانس‌های مماسی و شعاعی مگنت روتور درونی
- $R_{r-Fe/2}, R_{\theta-Fe}$ : رلوکتانس مماسی و رلوکتانس شعاعی برای نصف طول حلقه فرومغناطیس (باتوجه به محل قرارگیری تکه‌قطب‌ها از جنس هسته یا هوا خواهند بود)

رابطه انتگرالی گشتاور (۲۹) را می‌توان به یک فضای گسسته به‌صورت زیر منتقل و گشتاور حاصل از روتور درونی (Ti) و گشتاور وارده بر روتور بیرونی (To) را استخراج کرد:

$$T_o = \frac{\pi \cdot h \cdot (R_{p2} + R_{o1})^2}{2 \mu_0 \cdot N} \sum_{j=1}^N B_{\theta o-j} \cdot B_{m-j} \quad (30)$$

$$T_i = \frac{\pi \cdot h \cdot (R_{i2} + R_{p1})^2}{2 \mu_0 \cdot N} \sum_{j=1}^N B_{\theta i-j} \cdot B_{m-j} \quad (31)$$

در روابط فوق، شعاع متوسط فواصل هوایی در نظر گرفته شده‌است. با توجه به تقسیم چرخ‌دنده در راستای مماسی به N قسمت، لذا  $d\theta = 2\pi / N$  در نظر گرفته می‌شود. گشتاور متوسط غیر صفر وارد بر روتور بیرونی چرخ‌دنده در اثر چرخش روتور درونی به‌وجود می‌آید و این گشتاور منجر به حرکت کردن روتور بیرونی می‌شود. روابط حرکت و موقعیت روتور بیرونی را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$J_o \frac{d\omega_o}{dt} = T_o - T_{Load} \quad (32)$$

$$\frac{d\theta_o}{dt} = \omega_o \quad (33)$$

که در آن،  $T_{Load}$  گشتاور بار وارد بر روتور بیرونی و  $\omega_o$ ،  $\theta_o$  و  $J_o$  به‌ترتیب موقعیت، سرعت و ممان اینرسی روتور بیرونی است. از رابطه فوق می‌توان سرعت حرکت روتور بیرونی و در نتیجه موقعیت آن را در هر لحظه به‌دست آورد:

$$\omega_o[k] = \omega_o[k-1] + \frac{T_o - T_{Load}}{J_o} \times dt \quad (34)$$

$$\theta_o[k] = \theta_o[k-1] + \omega_o[k] \times dt \quad (35)$$

که در روابط فوق، اندیس k، نشان‌گر لحظه فعلی و اندیس k-1، نشان‌گر لحظه قبلی با گام زمانی dt است. رابطه حرکت را برای روتور سرعت بالا (درونی) نیز به‌صورت زیر نوشته می‌شود که در آن  $\theta_i$  و  $\omega_i$  به ترتیب موقعیت و سرعت روتور درونی است:

$$\theta_i[k] = \theta_i[k-1] + \omega_i[k] \times dt \quad (36)$$

با مشخص شدن پتانسیل مغناطیسی گره‌ها، شار مغناطیسی شاخه‌ها با استفاده از روابط (۸) الی (۱۱) به‌دست می‌آیند. با توجه به مشخص شدن شار در بخش‌های مختلف، می‌توان چگالی شار در سراسر چرخ‌دنده از جمله مسیرهای شعاعی ( $B_{r-go}$  و  $B_{r-gi}$ ) و مسیرهای مماسی در فواصل هوایی درونی و بیرونی ( $B_{\theta-go}$  و  $B_{\theta-gi}$ ) را به‌صورت روابط (۲۵) الی (۲۸) به‌دست آورد.

$$B_{r-go} = \frac{\phi_{r-go}}{A_{r-go}}, \quad A_{r-go} = \frac{\theta \times h \times (r_{p2} + r_{o1})}{2} \quad (25)$$

$$B_{r-gi} = \frac{\phi_{r-gi}}{A_{r-gi}}, \quad A_{r-gi} = \frac{\theta \times h \times (r_{i2} + r_{p1})}{2} \quad (26)$$

$$B_{\theta-go} = \frac{\phi_{\theta-go}}{A_{\theta-go}}, \quad A_{\theta-go} = h \times (r_{o1} - r_{p2}) \quad (27)$$

$$B_{\theta-gi} = \frac{\phi_{\theta-gi}}{A_{\theta-gi}}, \quad A_{\theta-gi} = h \times (r_{p1} - r_{i2}) \quad (28)$$

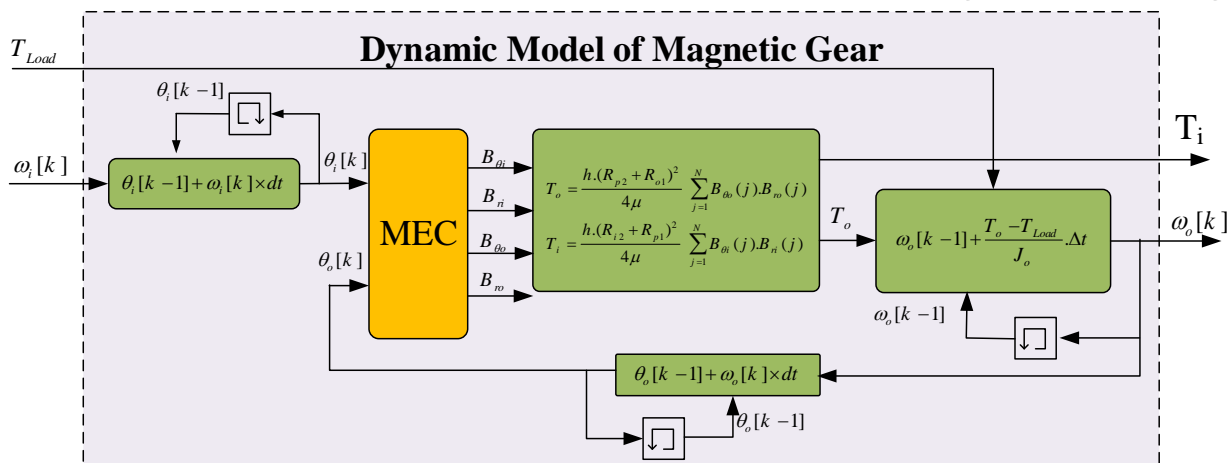
در روابط فوق،  $\theta$  نشان‌دهنده زاویه پوش داده شده در هر المان مدار می‌باشد که با توجه به تقسیم چرخ‌دنده به N المان، مقدار آن برابر با  $\pi/2N$  رادیان می‌باشد. پارامترهای  $r_{o1}$ ،  $r_{p2}$ ،  $r_{p1}$ ،  $r_{i2}$  به‌ترتیب نشان‌دهنده شعاع بیرونی روتور درونی، شعاع داخلی حلقه فرومغناطیس، شعاع بیرونی حلقه فرومغناطیس و شعاع داخلی روتور بیرونی می‌باشد. h طول استک (ضخامت چرخ‌دنده) می‌باشد. پارامتر A نیز سطح مقطع مسیر عبور شار را نشان می‌دهد.

#### ۴- مدل‌سازی دینامیکی چرخ‌دنده

رابطه کلی محاسبه گشتاور برای چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور به‌صورت رابطه زیر بیان می‌شود:

$$T = \frac{h \cdot r^2}{\mu} \int_0^{2\pi} B_{\theta} \cdot B_r \cdot d\theta \quad (29)$$

در این رابطه، مجموع گشتاور وارده بر کلیه المان‌های روتور محاسبه می‌شود. با توجه به این‌که، این انتگرال بر روی سطح روتور اعمال می‌شود، پارامتر  $B_r$  مؤلفه میدان عمود بر سطح المان و  $B_{\theta}$  مؤلفه میدان سطحی عبوری از المان را نشان می‌دهد.



شکل ۴: مدل دینامیکی چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور



جدول ۱: مشخصات مغناطیسی و ابعاد هندسی چرخ‌دنده مغناطیسی [۵۱]

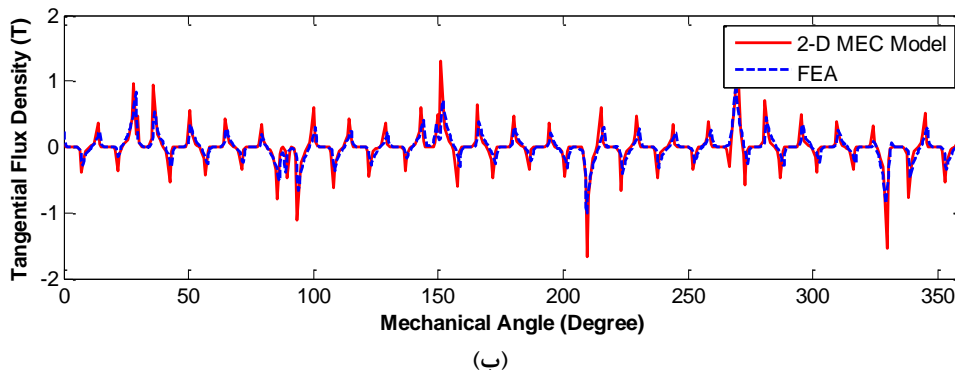
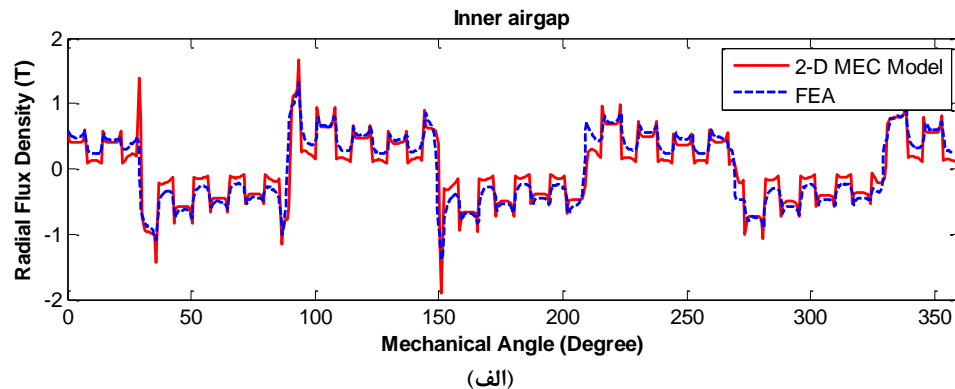
واحد	مقدار	نماد	پارامتر
mm	۱	$g_i$	طول فاصله هوایی درونی
mm	۱	$g_o$	طول فاصله هوایی بیرونی
mm	۱۰	$r_s$	شعاع شفت
mm	۹۲	$r_{ih}$	شعاع داخلی روتور درونی
mm	۹۶	$r_{oh}$	شعاع بیرونی روتور درونی
mm	۹۷	$r_{is}$	شعاع داخلی حلقه مدولاسیون
mm	۱۱۵/۵	$r_{os}$	شعاع بیرونی حلقه مدولاسیون
mm	۱۱۶/۵	$r_{il}$	شعاع داخلی روتور بیرونی
mm	۱۲۰/۵	$r_{ol}$	شعاع بیرونی روتور بیرونی
mm	۱۳۴	$r_{yl}$	شعاع بوغ بیرونی
mm	۱۰	$L$	طول محور (استک)
-	۳	$P_h$	تعداد زوج قطب‌های آهن‌ربای روتور درونی
-	۲۲	$P_l$	تعداد زوج قطب‌های آهن‌ربای روتور بیرونی
-	۲۵	$n_s$	تعداد تکه‌قطب‌ها
T	۱/۱	$B_r$	چگالی شار پسماند
-	۱/۰۴		ضریب نفوذپذیری مغناطیسی نسبی
A/m	۸۳۸,۰۰۰	$H_c$	نیرو محرکه ضد مغناطیسی آهن‌ربا
-	شعاعی	-	جهت مغناطیس‌شدگی
mm	۴	$l_{mh}$	ضخامت آهن‌ربای روتور درونی
mm	۴	$l_{ml}$	ضخامت آهن‌ربای روتور بیرونی
-	NdFeB	-	نوع آهن‌ربا

در شکل (۴) مدل دینامیکی چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور نشان داده شده‌است. در این مدل باتوجه به موقعیت روتورها در هر لحظه، پارامترهای شبکه، شامل رلوکتانس‌ها و منابع محرکه مغناطیسی، استخراج می‌شوند و با حل مدار حاصل، چگالی شار فواصل هوایی و در نتیجه گشتاور وارده بر روتور بیرونی محاسبه می‌شود. در نهایت گشتاور به دست آمده، تعیین‌کننده سرعت حرکت و موقعیت جدید روتور بیرونی خواهد بود. موقعیت روتور درونی نیز در هر لحظه باتوجه به سرعت ورودی چرخ‌دنده تعیین می‌گردد.

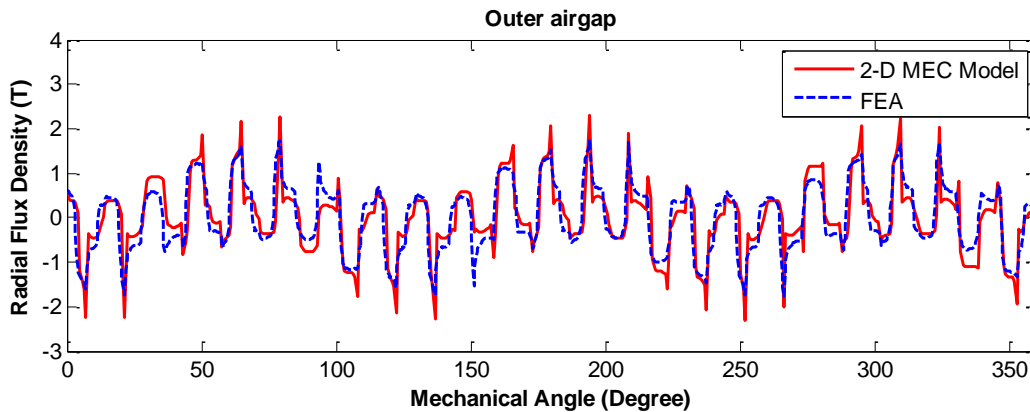
## ۵- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش به ارزیابی عمل‌کرد مدل ارائه‌شده در بخش قبلی پرداخته می‌شود. برای این منظور یک نمونه چرخ‌دنده هم‌محور با مشخصات ارائه‌شده در جدول (۱) توسط مدل پیشنهادی تحلیل شده و میدان‌های مغناطیسی و گشتاور در بخش‌های مختلف تعیین شده‌است. جهت افزایش چگالی شار و هم‌چنین گشتاور انتقالی بالا، از آهن‌ربای NdFeB استفاده شده‌است. در این مدل سازی چرخ‌دنده در راستای مماسی به ۵۴۰ المان ( $N=540$ ) تقسیم شده‌است. هم‌چنین در راستای شعاعی چرخ‌دنده به پنج لایه تقسیم شده‌است که در بخش قبلی توضیح داده شد.

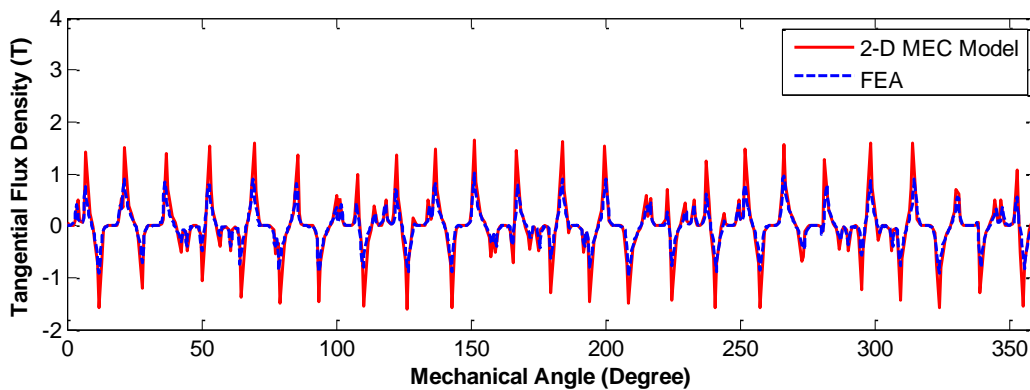
شکل موج مؤلفه‌های مماسی و شعاعی چگالی شار در طول فاصله هوایی درونی و بیرونی برای چرخ‌دنده در شکل‌های (۵) و (۶) نشان داده شده‌است. باتوجه به تعداد قطب‌های روتور درونی و بیرونی، دوره تناوب چگالی شار روتور پرسرعت برابر با ۱۲۰ (۳۶۰/۳) درجه می‌باشد.



شکل ۵: الف) مؤلفه شعاعی (ب) مؤلفه مماسی چگالی شار مغناطیسی در فاصله هوایی درونی به روش MEC و FEA



(الف)



(ب)

شکل ۶: الف) مؤلفه شعاعی (ب) مؤلفه مماسی چگالی شار مغناطیسی در فاصله هوایی بیرونی به روش MEC و FEA

شعاع بیرونی یوغ بسته می‌شود. هم‌چنین در یوغ درونی نیز اکثر خطوط شار در نزدیکی آهن‌ربای روتور درونی بسته می‌شود. توزیع چگالی شار مغناطیسی در چرخ‌دنده در شکل (۸) نشان داده شده‌است. این شکل نشان می‌دهد که در لبه‌های نوک تیز تکه قطب‌ها و گوشه‌های آهن‌ربا، میزان چگالی شار بالا بوده و ممکن است باعث اشباع هسته شود.

یکی از مهم‌ترین مشخصه‌های چرخ‌دنده‌ها، مشخصه گشتاور برحسب زاویه مکانیکی می‌باشد. حداکثر گشتاوی که چرخ‌دنده مغناطیسی می‌تواند به بار انتقال دهد، در یک زاویه مکانیکی خاص روتور درونی نسبت به روتور بیرونی اتفاق می‌افتد.

درواقع تعیین‌کننده گشتاور خروجی چرخ‌دنده، گشتاور بار این سیستم است که منجر به ایجاد یک اختلاف زاویه الکتریکی خاص متناظر با گشتاور موردنیاز، بین دو روتور می‌شود. به‌منظور درک بهتر این موضوع، می‌توان منحنی قابلیت گشتاور چرخ‌دنده را ترسیم نمود. این منحنی، با ثابت‌نگه‌داشتن روتور بیرونی و حرکت دادن روتور درونی

هم‌چنین تعداد ضربان‌های موجود در هر دوره از چگالی شار برابر با تعداد قطب‌های روتور بیرونی می‌باشد که برابر با ۲۲ ضربان در ۳۶۰ درجه مکانیکی می‌باشد.

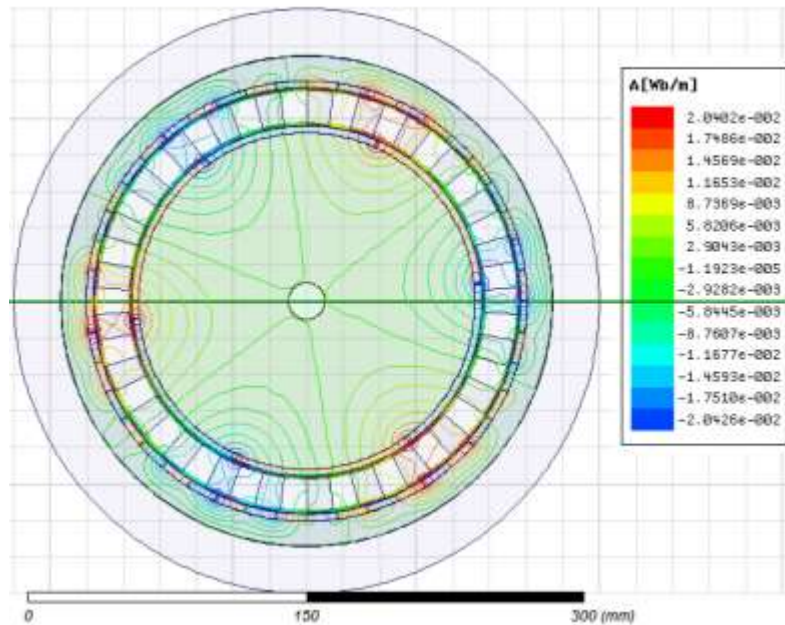
برای مقایسه نتایج به دست آمده از مدل سازی، چرخ‌دنده مذکور با استفاده از روش المان محدود نیز مورد تحلیل قرار گرفته و چگالی شار مغناطیسی در فواصل هوایی درونی و بیرونی به دست آمده‌است که در شکل (۵) و (۶) ترسیم شده‌است.

شکل (۷) توزیع خطوط شار مغناطیسی که توسط آهن‌رباهای موجود در روی هر دو روتور درونی و بیرونی تحریک شده‌است، نشان داده شده‌است. مقایسه نتایج به دست آمده از مدل پیشنهادی و تحلیل المان محدود نشان می‌دهد که نتایج به دست آمده از مدل پیشنهادی به خوبی نتایج FEM را تعقیب می‌کند.

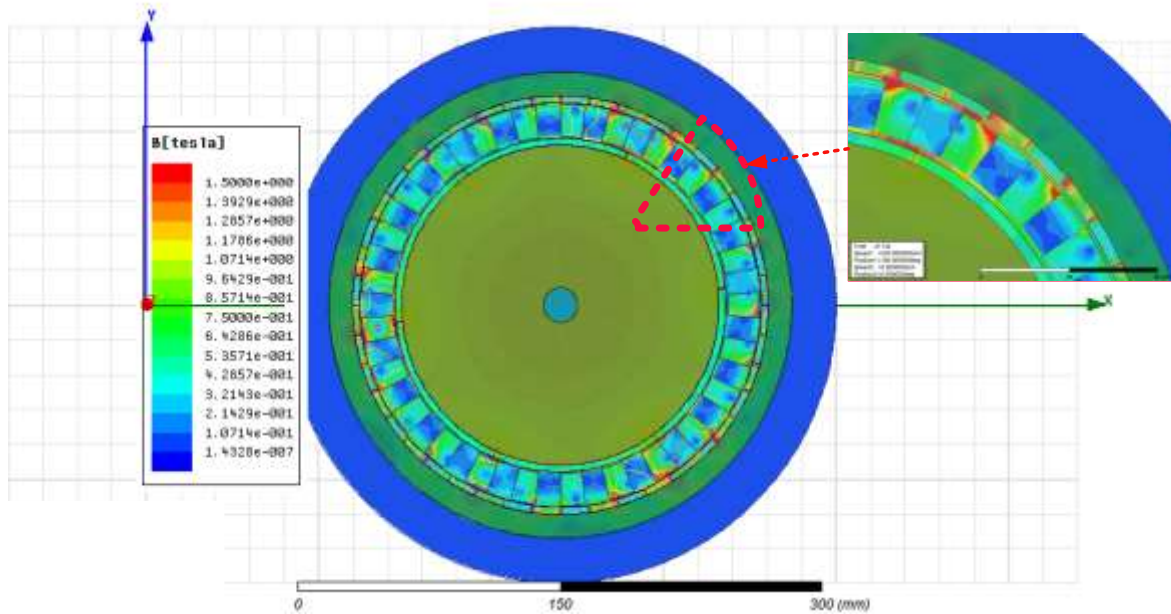
از روی این شکل می‌توان دریافت که تراکم خطوط مغناطیسی در بین دو آهن‌ربای مجاور روتور درونی و بیرونی بیش‌تر است. از طرفی این خطوط نشان می‌دهد که خطوط شار در یوغ بیرونی در فاصله کمتر از



به اندازه یک دوره الکتریکی (به اندازه زاویه پهنای یک قطب) به دست می‌آید [۵۲].



شکل ۷: خطوط مغناطیسی در چرخ‌دنده با استفاده از تحلیل المان محدود

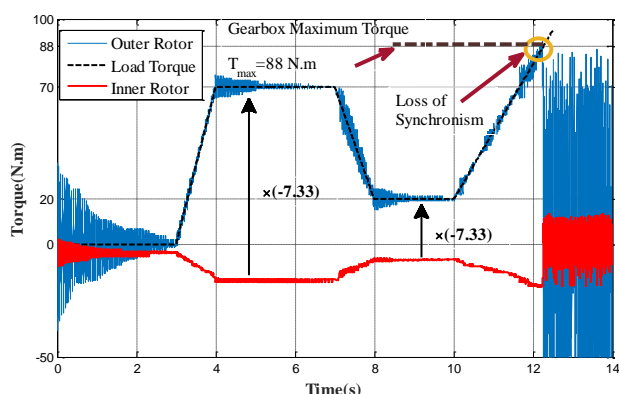


شکل ۸: چگالی شار مغناطیسی در چرخ‌دنده با استفاده از تحلیل المان محدود

۷/۳۳ می‌باشد، مطابقت دارد. میزان حداکثر خطای مدل پیشنهادی در مقایسه با نتایج FEM برای گشتاور شکست روتورهای بیرونی و درونی به ترتیب برابر با ۴/۵٪ و ۴/۲۹٪ می‌باشد.

برای چرخ‌دنده مذکور، این منحنی در شکل (۹) ترسیم شده است که اختلاف اندکی با نتایج FEA دارد. همان‌گونه که از شکل مشخص است، حداکثر گشتاور قابل تولید توسط روتور بیرونی که گشتاور شکست نامیده می‌شود برابر ۸۸ N.m و گشتاور شکست روتور درونی برابر ۱۲/۱ N.m می‌باشد. میزان گشتاور شکست به دست آمده از روش FEM برای روتورهای بیرونی و درونی به ترتیب برابر با برابر با N.m و ۸۴/۲۱ و ۱۱/۶ N.m می‌باشد که با نسبت تبدیل چرخ‌دنده که حدود

چرخ‌دنده به‌خوبی گشتاور بار را تعقیب می‌نماید. در ادامه و برای نشان دادن عمل کرد چرخ‌دنده در حالت کاهش گشتاور، میزان گشتاور خروجی در زمان ۷ s به ۲۰ Nm کاهش یافته و مشاهده می‌شود که گشتاور روتور بیرونی چرخ‌دنده به‌خوبی گشتاور بار را دنبال نموده‌است. در ادامه از زمان ۱۰ s به بعد نیز مجدداً گشتاور افزایش یافته که گشتاور روتور خروجی چرخ‌دنده تا گشتاور ۸۸ Nm (گشتاور شکست چرخ‌دنده) به‌خوبی گشتاور بار را تعقیب نموده اما برای گشتاورهای بیشتر از گشتاور شکست، چرخ‌دنده از حالت سنکرون خود خارج شده و عمل کرد آن مختل می‌شود.



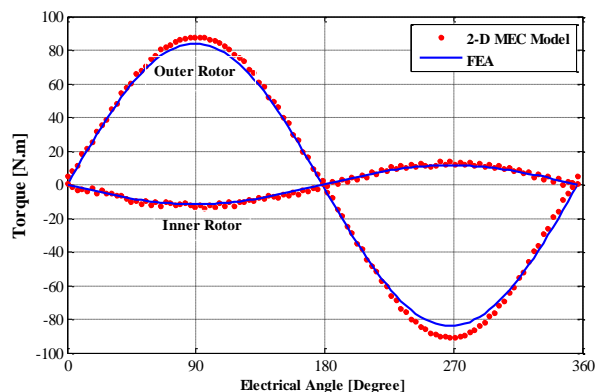
شکل ۱۱: رفتار دینامیکی چرخ‌دنده در اثر تغییرات گشتاور بار خروجی

### ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله مدل‌سازی چرخ‌دنده مغناطیسی هم‌محور بر مبنای روش تحلیل گره ارائه شد و مدل شبکه رلکتانسی آن استخراج گردید. در این روش، کل فضای چرخ‌دنده به تعداد زیادی المان تقسیم شد که هر المان به ۵ لایه تقسیم شد. با اعمال روابط گره بر روی آن‌ها، پتانسیل مغناطیسی محاسبه شد و با استفاده از آن شار مغناطیسی و چگالی آن در کلیه بخش‌ها تعیین و با استفاده از روش تانسور تنش ماکسول در فواصل هوایی، گشتاور وارده بر روتور بیرونی محاسبه و مدل دینامیکی چرخ‌دنده استخراج گردید. اثر تغییرات گشتاور بار و پاسخ دینامیکی چرخ‌دنده به این تغییرات مورد ارزیابی قرار گرفت. با تغییرات افزایشی و کاهش گشتاور با نرخ‌های متفاوت، مشخص گردید که مدل پیشنهادی به‌خوبی می‌تواند برای مدل‌سازی و مطالعات دینامیکی چرخ‌دنده مورد استفاده قرار گیرد. در نهایت چرخ‌دنده مدل سازی شده توسط نرم‌افزار Maxwell تحلیل المان محدود شد و نتایج به‌دست‌آمده نشان دادند که نتایج مدل با دقت بسیار بالایی نتایج FEA را تعقیب می‌کند. باتوجه به زمان‌بر بودن تحلیل المان محدود، طراحی‌های اولیه این مدل می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.

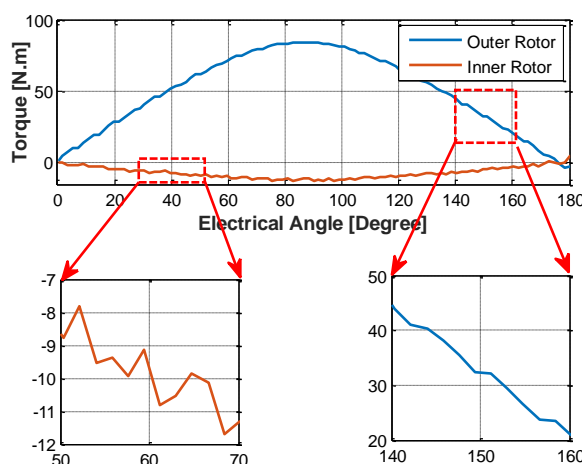
### مراجع

[1] J. Rens, R. Clark, S. Calverley, K. Atallah, and D. Howe, "Design, analysis and realization of a novel magnetic harmonic gear," in 2008 18th International Conference on Electrical Machines, 2008, pp. 1-4.



شکل ۹: مشخصه گشتاور-زوایه الکتریکی برای روتورهای درونی و بیرونی

در شکل (۱۰) مشخصه گشتاور-سرعت برای نیم سیکل از زاویه الکتریکی ترسیم شده‌است. باتوجه به این شکل، ریبیل گشتاور ورودی در حدود ۰/۸۳ N.m می‌باشد که خطایی در حدود ۷/۱٪ دارد. همچنین گشتاور روتور خروجی نیز دارای ریبیل ۰/۵ N.m می‌باشد که خطایی در حدود ۵۸٪ دارد. باتوجه به شکل (۱۰) میزان ریبیل گشتاور ورودی در مقایسه با روتور بیرونی بیشتر می‌باشد.



شکل ۱۰: مشخصه گشتاور-زوایه الکتریکی به همراه ریبیل گشتاور برای روتورهای درونی و بیرونی برای نیم سیکل

### ۵-۱- تحلیل دینامیکی عمل کرد چرخ‌دنده

برای ارزیابی عمل کرد دینامیکی چرخ‌دنده و تأیید کارایی مدل دینامیکی ارائه شده، رفتار چرخ‌دنده به‌ازای تغییرات مختلف گشتاور بار مورد بررسی قرار گرفته‌است. باتوجه به شکل (۱۱)، در ابتدا گشتاور بار برابر با صفر در نظر گرفته شده که گشتاور خروجی و ورودی نیز تقریباً برابر با صفر می‌باشد. سپس در زمان ۳ s، گشتاور بار در مدت یک ثانیه به ۷۰ Nm افزایش یافته‌است که این افزایش باعث افزایش گشتاور روتور خروجی شده‌است. گشتاور روتور درونی نیز در جهت مخالف با نسبت تبدیل چرخ‌دنده (۲۲ به ۳) افزایش یافته‌است. در ادامه گشتاور بار در ۷۰ Nm ثابت شده‌است که در این حالت نیز گشتاور خروجی

- Propulsion Conference, VPPC 2016 - Proceedings, pp. 24-29, 2016.
- [22] J. X. Shen, H. Y. Li, H. Hao, and M. J. Jin, "A coaxial magnetic gear with consequent-pole rotors," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 32, no. 1, pp. 267-275, 2017.
- [23] J. X. Shen, H. Y. Li, H. Hao, M. J. Jin, and Y. C. Wang, "Topologies and performance study of a variety of coaxial magnetic gears," *IET Electric Power Applications*, vol. 11, no. 7, pp. 1160-1168, 2017.
- [24] H. M. Shin and J. H. Chang, "Analytical magnetic field calculation of coaxial magnetic gear with flux concentrating rotor," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, no. 7, pp. 1-4, 2016.
- [25] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug, "Analytical computation of the magnetic field distribution in a magnetic gear," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 7, pp. 2611-2621, 2010.
- [26] Y.-J. Ge, C.-Y. Nie, and Q. Xin, "A three dimensional analytical calculation of the air-gap magnetic field and torque of coaxial magnetic gears," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 131, pp. 391-407, 2012.
- [27] B. Dianati, H. Heydari, and S. A. Afsari, "Analytical computation of air-gap magnetic field in a viable superconductive magnetic gear," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 26, no. 6, pp. 1-12, 2016.
- [28] C.-T. Liu, K.-Y. Hung, and C.-C. Hwang, "Developments of an efficient analytical scheme for optimal composition designs of tubular linear magnetic-g geared machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, no. 7, pp. 1-4, 2016.
- [29] M. Desvaux, B. Traullé, R. L. G. Latimier, S. Sire, B. Multon, and H. B. Ahmed, "Computation time analysis of the magnetic gear analytical model," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 53, no. 5, pp. 1-9, 2017.
- [30] A. Rahideh, A. A. Vahaj, M. Mardaneh, and T. Lubin, "Two-dimensional analytical investigation of the parameters and the effects of magnetisation patterns on the performance of coaxial magnetic gears," *IET Electrical Systems in Transportation*, vol. 7, no. 3, pp. 230-245, 2017.
- [31] A. S. Abdel-Khalik, A. S. Elshebeny, and S. Ahmed, "Design and evaluation of a magnetic planetary gearbox for compact harsh environments," *SPEEDAM 2010 - International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion*, pp. 1178-1182, 2010.
- [32] H. N. Niguchi and K. Howe, "Transmission Torque analysis of a novel magnetic planetary gear employing 3-D FEM" *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 2, pp. 1043-1046, 2012.
- [33] S. Peng, W. N. Fu, and S. L. Ho, "A novel triple-permanent-magnet-excited hybrid-flux magnetic gear and its design method using 3-D finite element method," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no. 11, pp. 3313-3327, 2014.
- [34] K. Nakamura, M. Fukuoka, and O. Ichinokura, "Performance improvement of magnetic gear and efficiency comparison with conventional mechanical gear," *Journal of Applied Physics*, vol. 115, no. 17, pp. 50-53, 2014.
- [35] N. Niguchi, K. Hirata, M. Muramatsu, and Y. Hayakawa, "Eddy current analysis of magnetic gear employing 3-D FEM," *Electromagnetic Field Computation (CEFC)*, 2010 14th Biennial IEEE Conference on, vol. 540, no. 2009, pp. 1-1, 2010.
- [36] M. Fukuoka, K. Nakamura, and O. Ichinokura, "Dynamic analysis of planetary-type magnetic gear based on reluctance network analysis," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 10, pp. 2414-2417, 2011.
- [37] M. Fukuoka, K. Nakamura, and O. Ichinokura, "RNA-based optimum design method for spm type magnetic gears," *Journal of the Magnetics Society of Japan*, vol. 37, no. 3-2, pp. 264-267, 2013.
- [38] Y.-C. Wu and B.-S. Jian, "Magnetic field analysis of a coaxial magnetic gear mechanism by two-dimensional equivalent magnetic circuit network method and finite-element method," [2] D. H. K. Attaallah, J. Rens, and S. Calverly, "a novel magnetic harmonic gear," *IEEE Transactions on Industry Applications Superconductivity*, vol. 46, no. 1, pp. 206-212, 2010.
- [3] K. Atallah, S. D. Calverley, and D. Howe, "High-performance magnetic gears," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 272-276, no. Supplement, pp. E1727-E1729, 2004.
- [4] X. L. Xiaoxu Zhang, Chao Wang and Zhe Chen, "Analysis and design optimization of a coaxial surface-mounted permanent-magnet magnetic gear," *energies*, vol. 7, no. 12, pp. 8535-8553, 2014.
- [5] Y. F. Xin Yin, Xiaoyan Huang, "Analytical modeling of a novel vernier pseudo-direct-drive permanent-magnet machine," *IEEE Transactions on Magnetics* vol. 53, no. 6, 2017.
- [6] S. P. G. Muruganandam, and P. Selvakumar, "Design and implementation of a novel magnetic bevel gear," *Control Engineering and Applied Informatics*, vol. 15, no. 2, pp. 30-37, 2013.
- [7] Y. Liu, S. L. Ho, and W. N. Fu, "A Novel Magnetic Gear With Intersecting Axes," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no. 11, pp. 1-4, 2014.
- [8] S. Gerber, "Evaluation and design aspects of magnetic gears and magnetically geared electrical machines," Department of Electrical and Electronic Engineering Faculty of Engineering, Stellenbosch University, 2015.
- [9] P. M. Tlali, R. J. Wang, and S. Gerber, "Magnetic gear technologies: A review," in 2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM), 2014, pp. 544-550.
- [10] Y. D. Yao, D. R. Huang, C. M. Lee, S. J. Wang, D. Y. Chiang, and T. F. Ying, "Magnetic coupling studies between radial magnetic gears," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 33, no. 5, pp. 4236-4238, 1997.
- [11] Y. D. Yao, D. R. Huang, C. C. Hsieh, D. Y. Chiang, and S. J. Wang, "Simulation study of the magnetic coupling between radial magnetic gears," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 33, no. 2, pp. 2203-2206, 1997.
- [12] S. Kikuchi and K. Tsurumoto, "Design and characteristics of a new magnetic worm gear using permanent magnet," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 29, no. 6, pp. 2923-2925, 1993.
- [13] S. Kikuchi and K. Tsurumoto, "Trial construction of a new magnetic skew gear using permanent magnet," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 30, no. 6, pp. 4767-4769, 1994.
- [14] J. Rens and K. Atallah, "A novel magnetic harmonic gear," *Electric Machines & Drives Conference, 2007. IEMDC '07. IEEE International*, pp. 3-8, 2007.
- [15] K. Davey, L. McDonald, and T. Hutson, "Axial flux cycloidal magnetic gears," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no. 4, 2014.
- [16] Y. Chen and F. Weinong, "A novel hybrid-flux magnetic gear and its performance analysis using the 3-D finite element method," *Energies*, vol. 8, no. 5, pp. 3313-3327, 2015.
- [17] M. Chen, K.-t. Chau, C. H. T. Lee, and C. Liu, "Design and analysis of a new axial-field magnetic variable gear using pole-changing permanent magnets," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 153, no. October, pp. 23-32, 2015.
- [18] K. Atallah and D. Howe, "A novel high-performance magnetic gear," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 37, no. 4, pp. 2844-2846, 2001.
- [19] L. Jian and K. T. Chau, "A coaxial magnetic gear with halbach permanent-magnet arrays," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 25, no. 2, pp. 319-328, 2010.
- [20] L. Jian, K. T. Chau, Y. Gong, J. Z. Jiang, C. Yu, and W. Li, "Comparison of coaxial magnetic gears with different topologies," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 45, no. 10, pp. 4526-4529, 2009.
- [21] H. Y. Li, H. Hao, M. J. Jin, and J. X. Shen, "Analytical calculation of magnetic field distribution in magnetic gears with consequent-pole rotors by subdomain method," 2016 IEEE Vehicle Power and

- [46] J. Bao, B. Gysen, and E. A. Lomonova, "Hybrid analytical modeling of saturated linear and rotary electrical machines: integration of fourier modeling and magnetic equivalent circuits," IEEE Transactions on Magnetics, no. 99, pp. 1-5, 2018.
- [47] م. دولتشاهی، س. م. سقائیان نژاد، J. W. Ahn و م. معلم، «کاهش نوسانات گشتاور و تلفات اهمی در موتور سوئیچ رلوکتانس با در نظر گرفتن اثر اشباع مغناطیسی»، مجله مهندسی برق تبریز، جلد ۴۴، شماره ۲، صفحه ۲۱-۱۱، تابستان ۱۳۹۳.
- [48] M. Cheng, K. Chau, C. Chan, E. Zhou, and X. M. Huang, "Nonlinear varying-network magnetic circuit analysis for doubly salient permanent-magnet motors," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 36, no. 1, pp. 339-348, 2000.
- [49] R. Ghanaee, A. Darabi, A. Kioumarsi, R. M. Baghayipour, and J. M. Morshed, "A nonlinear equivalent circuit model for flux density calculation of a permanent magnet linear synchronous motor," Serbian Journal of Electrical Engineering, vol. 12, no. 3, pp. 359-373, 2015.
- [50] D. C. Hanselman, Brushless permanent magnet motor design. The Writers' Collective, 2003.
- [51] M. Rahimi, M. Durali, and M. Asghari, "A design approach to coaxial magnetic gear and determination of torque capability," Scientia Iranica B, vol. 25, no. 2, pp. 772-789, 2018.
- [52] S. Mallampalli and V. Rallabandi, "Parametric study of magnetic gear for maximum torque transmission," in 2014 IEEE International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES), 2014, pp. 1-5.
- Applied Mathematical Modelling, vol. 39, no. 19, pp. 5746-5758, 2015.
- [39] M. Johnson, M. C. Gardner, and H. A. Toliyat, "A parameterized linear magnetic equivalent circuit for analysis and design of radial flux magnetic gears—Part I: Implementation," IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 33, no. 12, pp. 784-791, 2017.
- [40] D. Han and J. H. Chang, "Design of electromagnetic linear actuator using the equivalent magnetic circuit method," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 52, no. 3, pp. 1-4, 2016.
- [41] P. Naderi and A. Shiri, "Modeling of ladder-secondary-linear induction machine using magnetic equivalent circuit," IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 67, no. 12, pp. 11411-11419, 2018.
- [42] F. Abolqasemi-Kharanaq, R. Alipour-Sarabi, Z. Nasiri-Gheidari, and F. Tootoonchian, "Magnetic equivalent circuit model for wound rotor resolver without rotary transformer's core," IEEE Sensors Journal, vol. 18, no. 21, pp. 8693-8700, 2018.
- [43] P. Ojaghlu, A. Vahedi, and F. Tootoonchian, "Magnetic equivalent circuit modelling of ring winding axial flux machine," IET Electric Power Applications, vol. 12, no. 3, pp. 293-300, 2017.
- [44] J.-H. Sim, D.-G. Ahn, D.-Y. Kim, and J. P. Hong, "Three-Dimensional equivalent magnetic circuit network method for precise and fast analysis of PM-assisted claw-pole synchronous motor," IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 54, no. 1, pp. 160-171, 2018.
- [45] ن. پیمان، «مدل‌سازی ماشین القایی روتور سیم‌پیچی شده با اثر اشباع از طریق مدار معادل مغناطیسی تعمیم‌یافته»، مجله مهندسی برق تبریز، جلد ۴۷، شماره ۴، صفحه ۱۷۴۳-۱۷۳۳، زمستان ۱۳۹۶.

## زیرنویس‌ها

<sup>3</sup> Pole Pieces

<sup>1</sup> Resolver

<sup>2</sup> Magnetic Equivalent Circuit