

# شبیه‌سازی محیط‌های چند فازی با استفاده از روش ترکیبی BPM-SPH

محسن مظهري<sup>۱</sup>، محمود یزدانی<sup>۲\*</sup>، احمد علی فخریمی<sup>۳</sup>

۱. دانشجوی دکتری، گروه ژئوتکنیک، دانشکده عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس تهران
۲. استادیار گروه ژئوتکنیک، دانشکده عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس تهران
۳. دانشیار گروه ژئوتکنیک، دانشکده عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس تهران

myazdani@modares.ac.ir

تاریخ پذیرش: [۹۸/۴/۱۸]

تاریخ دریافت: [۹۷/۱۲/۱۳]

## چکیده

در مقاله پیش رو نرم‌افزار کوانتا، که توسط نویسندگان در حال توسعه است، معرفی و راستی آزمایی شده است. این نرم افزار با اهداف پژوهشی و به منظور شبیه‌سازی دو بعدی محیط‌های چند فازی جامد و سیال و به زبان Visual C++ نوشته شده است. در این نرم‌افزار محیط جامد با استفاده از روش مبتنی بر ذره Bonded Particle Method و محیط سیال با استفاده از روش مبتنی بر ذره Smoothed Particle Hydrodynamics شبیه‌سازی می‌شوند. رفتار نهایی مدل حاصل اندرکنش ذرات با دیگر ذرات هم‌نوع خود و نیز ذرات متعلق به روش دیگر است. ابتدا درباره تئوری روش‌ها و چگونگی استفاده از آن‌ها در نرم‌افزار توضیح داده شده و در انتها چند مسئله معیار به منظور راستی آزمایی نرم‌افزار مدل‌سازی و تحلیل شده و نتایج شبیه‌سازی با نتایج موجود در مقالات مقایسه شده‌اند. برای راستی آزمایی روش BPM از شبیه‌سازی تغییر شکل یک تیر طره و برای راستی آزمایی روش SPH از شبیه‌سازی مسئله جریان حفره‌ای و نیز جریان پوازی استفاده شده است. برای راستی آزمایی محیط دوفازی و اندرکنش بین ذرات BPM و SPH از مدل‌سازی یک سیلندر جامد در مسیر جریان استفاده شده است. بررسی نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان دهنده هماهنگی مناسب آن‌ها با نتایج تحلیلی و تجربی موجود است.

**کلمات کلیدی:** مدل‌سازی عددی، محیط چند فازی، روش ذره مقید، روش هیدرودینامیک ذرات هموار، Visual C++، کوانتا

پژوهشی شده است. این دقت و سرعت وامدار پیشرفت روش‌های شبیه‌سازی عددی و به موازات آن رشد قابل توجه قابلیت محاسباتی رایانه‌ها است. از میان روش‌های عددی،

## ۱- مقدمه

دقت و سرعت شبیه‌سازی‌های عددی پدیده‌های فیزیکی موجب استفاده روزافزون از آن‌ها در کارهای طراحی و

دلیل نام کوانتا (QUANTA) به معنای ذرات برای نرم‌افزار انتخاب شده است.

در ادامه هر دو روش به صورت مختصر معرفی شده و سپس نتایج راستی آزمایی دو بخش نرم‌افزار و نیز اندرکنش آن دو با یکدیگر ارائه می‌شوند.

## ۲- روش ذره مقید

روش ذره مقید (Bonded Particle Method) که از اینجا به بعد BPM خوانده می‌شود ابتدا برای شبیه‌سازی محیط‌های خاکی و سنگی متشکل از ذرات پیوسته (سیمانته شده) یا گسسته (مجزا) توسط [8] معرفی شد.

شکل ۱. رفتار دانه‌ای و سیمانته شده در روش ذرات مقید

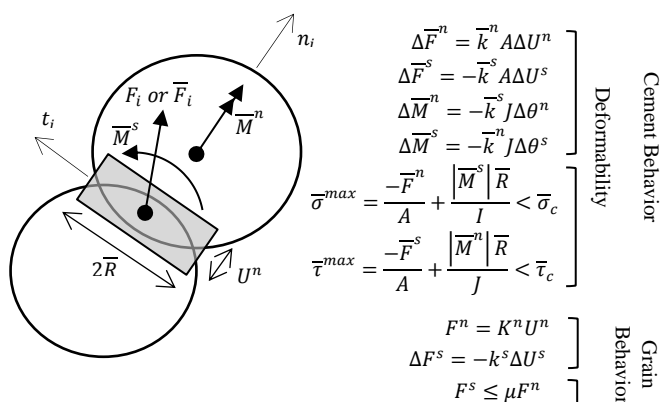


Fig. 1. Grain and Cement behavior in BPM

این روش از کاربرد روش DEM با ذرات دایروی و یا کروی روی یک محیط گسسته ایجاد شده و در حقیقت زیرمجموعه‌ای از این روش است. ایده کلیدی روش این است که خاک و سنگ می‌توانند به وسیله‌ی توده‌ای از ذرات سیمانته شده شبیه‌سازی شوند. دانه‌ها یا ذرات می‌توانند با شکل مدور یا کروی صلب و با یک توزیع غیریکنواخت فرض شوند. ذرات از طریق اتصالاتشان با یکدیگر ارتباط دارند به گونه‌ای که تغییر شکل محیط در اثر جابه‌جایی‌های نسبی بین ذرات ایجاد می‌شود. ترک‌های برشی و کششی محیط زمانی اتفاق می‌افتند که تنش کششی یا برشی بین ذرات به مرز مقاومت کششی یا برشی اتصالات آن‌ها برسد.

روش‌های مبتنی بر ذره (Particle Methods) از روش‌های جوان‌تر هستند که توسعه موثر آن‌ها تا مدت‌ها به دلیل نیاز به تلاش محاسباتی نسبتاً بالا به تاخیر افتاده بود. این روش‌ها زیرمجموعه روش‌های بدون شبکه (Meshless Methods) محسوب می‌شوند. از روش‌های مبتنی بر ذره می‌توان دینامیک مولکولی (Molecular Dynamics, MD)، روش المان مجزا (Discrete Element Method, DEM)، روش هیدرودینامیک ذرات هموار (Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH) و روش شبکه بولتزمن (Lattice Boltzmann Method, LBM) را نام برد.

پژوهش‌ها و نرم‌افزارهای مبتنی بر این روش‌ها در دو دهه گذشته و به ویژه سال‌های اخیر رشد چشمگیری داشته‌اند. از روش‌های شبکه بولتزمن و هیدرودینامیک ذرات هموار بیشتر برای شبیه‌سازی سیالات استفاده شده است مانند شبیه‌سازی جریان گاز در مخازن شیل [1] و شبیه‌سازی جریان در تماس با موانع هندسی در مسیر جریان [2]. از روش المان مجزا عمدتاً برای شبیه‌سازی مصالح جامد مانند جریان متشکل از ذرات [3]، و مدل‌سازی توده‌های تشکیل شده از ذرات چسبیده به هم [4] استفاده می‌شود.

علاوه بر این مدل‌های ترکیبی با هدف شبیه‌سازی اندرکنش سیال و ذرات جامد و یا سیال و سازه نیز استفاده شده است. مانند مدل‌سازی اندرکنش آب و سازه با استفاده از دو الگوریتم SPH برای دو فاز جامد و سیال [5] و [6] از مدل ترکیبی DEM-SPH برای شبیه‌سازی نفوذ گاز درون توده سنگ طی فرآیند انفجار استفاده می‌شود [7].

در این پژوهش یک نرم‌افزار با کاربرد شبیه‌سازی دوبعدی محیط‌های چندفازی متشکل از فاز جامد و فاز سیال معرفی و راستی آزمایی می‌شود. این نرم‌افزار از روش ذره مقید (Bonded Particle Method) که شکل تغییر یافته‌ای از روش DEM است برای مدل‌سازی ذرات و قطعات جامد استفاده می‌کند. همچنین امکان شبیه‌سازی سیالات و نیز اندرکنش آن‌ها با جامدات با استفاده از روش SPH در نرم‌افزار ممکن شده است. هر دو روش بر مبنای ذرات هستند و به همین

بررسی و به روز می‌شود. نیروها و ممان‌های بین ذره‌ای بر اساس جابه‌جایی‌های نسبی بین ذرات و بر اساس ویژگی‌های ذرات و اتصالات به دست می‌آیند. چرخه انجام محاسبات در روش BPM در شکل (۲) نشان داده شده است.

### ۳- روش هیدرودینامیک ذرات هموار

قدیمی‌ترین روش شبکه آزاد، روش هیدرودینامیک ذرات هموار (Smoothed Particle Hydrodynamics) است، که از اینجا به بعد SPH خوانده می‌شود. این روش اولین بار برای حل مسائل اختر فیزیک ۳ بعدی، در مراجع [9] و [10] به کار گرفته شد. پس از آن SPH در زمینه‌های مختلفی چون دینامیک سیالات، دینامیک مولکولی، و مکانیک جامدات به شکل وسیعی استفاده شد. در روش SPH سیستم با مجموعه‌ای از ذرات نمایش داده می‌شود که حامل خواص منحصر به فرد ماده هستند. با این ویژگی‌ها، SPH می‌تواند برای حل مسائل گسسته با مکانیسم پیوسته به کار برده شود.

بنیان SPH بر تئوری درونیابی است. به وسیله آن می‌توان معادلات دینامیکی محیط پیوسته به فرم معادلات دیفرانسیل جزئی (PDEs) را با استفاده از یک تابع درون‌یابی، که تقریب کرنل متغیرها را در یک نقطه دلخواه به دست می‌دهد، به معادلات دیفرانسیل معمولی (ODEs) و در نهایت معادلات انتگرالی تبدیل نمود. از نظر محاسباتی، اطلاعات فقط در نقطه‌های مجزا مشخص هستند. بنابراین انتگرال‌ها به صورت جمع روی ذرات همجوار محاسبه می‌شوند. در این حالت نیازی به شبکه زیرین نیست زیرا این توابع با استفاده از مقادیرشان در نقاط همجوار و یک درونیابی کرنل معین شده‌اند. چرخه انجام محاسبات در روش SPH در شکل (۳) قابل مشاهده است. در نرم افزار کوانتا از روش SPH برای حل عددی معادلات ناویه-استوکس استفاده شده است. سه معادله محوری استفاده شده برای شبیه‌سازی رفتار سیال در نرم‌افزار به شکل معادلات ۱ تا ۳ هستند. این معادلات به ترتیب معادلات بقای جرم، بقای اندازه حرکت، و بقای انرژی نامیده می‌شوند. معادله سوم با فرض تراکم ناپذیر بودن سیال در شرایط وجود لزجت به دست آمده است. در این معادلات،

پس از شکستن قیدها رفتار ذرات مجاور به صورت دانه‌ای خواهد بود. نمونه‌ای از روابط توصیف کننده این رفتار، برای دو ذره در تماس با یکدیگر، در شکل (۱) قابل مشاهده است. در این روابط، پارامترهای خط‌دار مربوط به قید هستند و  $F$  نیرو،  $M$  گشتاور،  $U$  در هم رفتگی دو ذره،  $\theta$  تفاوت زاویه چرخش دو ذره به رادیان،  $K$  سختی سکانتی،  $k$  سختی تانژانتی،  $A$  مساحت قید،  $I$  ممان اینرسی قید،  $J$  ممان اینرسی دورانی قید،  $\bar{R}$  شعاع قید، و  $\bar{\sigma}_c$  و  $\bar{\tau}_c$  به ترتیب تنش مقاوم محوری و تنش مقاوم برشی قید هستند.

شکل ۲. چرخه محاسباتی الگوریتم BPM

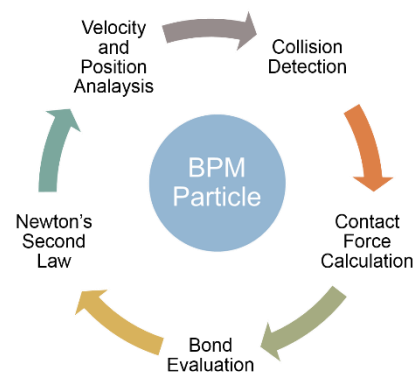


Fig. 2. Calculation Cycle for BPM Algorithm

حل یک مسئله با بارگذاری دینامیکی یا استاتیکی به صورت افزایش پله‌ای بار با گام‌های زمانی بسیار کوچک انجام می‌شود. در بارگذاری استاتیکی، زمان یک متغیر کمکی وابسته به افزایش بار در هر گام است. در این روش، مانند روش DEM، تغییر مکان و سرعت هر ذره با قرار دادن بزرگی نیروها برابر با مقدار آن‌ها در انتهای گام قبل محاسبه می‌شوند. از تغییر مکان‌های مطلق، جابه‌جایی‌های نسبی بین ذرات مماس به دست می‌آیند، که به نوبه خود برای تعیین بزرگی نیروها و ممان‌های وارد شده بین ذرات استفاده می‌شوند. بارهای جدید سپس برای محاسبه‌ی حرکت‌ها برای گام زمانی بعدی استفاده می‌شوند. این فرآیند، تا زمان رسیدن به حل کامل مسئله تکرار می‌شود. در حین این پروسه ممکن است تماس‌های جدید شکل گیرند یا تماس‌های قدیمی با شکسته شدن اتصالات بین ذرات تخریب شوند. بنابراین در هر گام تماس بین ذرات

انتخاب شده است. برای اندرکنش بین ذرات BPM و SPH بسته به نوع مسئله از معادلات مبتنی بر اندازه حرکت یا فشار استفاده می‌شود. بخشی از الگوریتم‌های استفاده شده در نرم‌افزار برای بخش‌های BPM و SPH در جدول‌های (۱) و (۲) قابل مشاهده است.

جدول ۱. اصلاحات استفاده شده در الگوریتم BPM

Sub-Part	Modification
Material Genesis	Multi-level dynamic technique [8]
	Poly-disperses ball size distribution
Bond Initialization	Arithmetic mean for radii of bond for bond stiffness
	Minimum particle radius for bond for bond strength
Bond Model	Contact bond
	Parallel bond with 8 parameters [8]

Table 1. Modifications added to the BPM algorithm

جدول ۲. اصلاحات استفاده شده در الگوریتم SPH

Sub-Part	Modification
Kernel Functions	W4 Cubic Spline [12]
	Gaussian [13]
	Piecewise Quintic [14]
Density	Summation density with normalization [15]
	Continuous Density [16]
Find Interactions	Linked-List Method [17]
Equation of State	Weakly Compressible [18]
	Weakly Compressible [14]
Other	Smoothing Length Evolution [19]
	XSPH [12]
	Artificial Heat [12]
	Artificial Heat [20]
	Artificial Viscosity [21]
	Virtual Particle [18]
Virtual Particle [14]	
Virtual Particle [22]	

Table 2. Modifications used in the SPH algorithm

$\rho$  چگالی،  $t$  زمان،  $u$  سرعت،  $p$  فشار،  $g$  شتاب جاذبه،  $e$  انرژی داخلی،  $\mu$  لزجت دینامیکی،  $\varepsilon$  نرخ کرنش برشی، و  $\alpha$  و  $\beta$  جهت‌های محور مختصات هستند.

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho\nabla u \quad (1)$$

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{\mu}{\rho}\nabla^2 u + g \quad (2)$$

$$\frac{De}{Dt} = -\frac{p}{\rho}\nabla u + \frac{\mu}{2\rho}\varepsilon^{\alpha\beta}\varepsilon^{\alpha\beta} \quad (3)$$

برای مطالعه در مورد روش SPH و اصلاحات پیشنهادی آن می‌توان به مرجع [11] مراجعه نمود.

شکل ۳. چرخه محاسباتی الگوریتم SPH

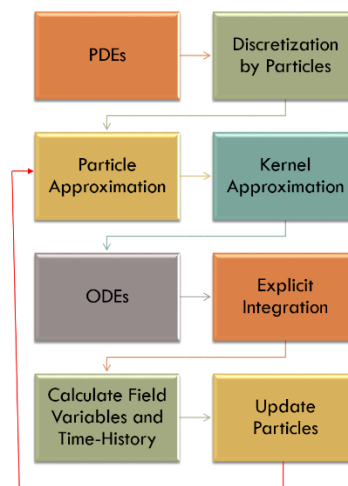


Fig. 3. Calculation cycle for SPH algorithm

#### ۴- معرفی نرم افزار کوانتا

نرم افزار کوانتا (QUANTA) با هدف شبیه‌سازی دو بعدی محیط‌های چند فازی جامد و سیال با استفاده از ترکیب دو روش مبتنی بر ذره BPM و SPH در حال توسعه است. برای نوشتن آن از زبان برنامه‌نویسی Visual C++ استفاده شده است و قابلیت انجام محاسبات به صورت موازی را دارد. بخش BPM نرم‌افزار برای مدل‌سازی قطعات و ذرات جامد و بخش SPH نرم‌افزار برای مدل‌سازی سیالات و حل معادلات ناویه-استوکس استفاده می‌شود. روش SPH استفاده شده، به دلیل کنترل و سرعت بیشتر، از نوع Weakly Compressible

در جدول (۴) جواب‌های تحلیلی و عددی تغییر مکان قائم سر آزاد تیر مقایسه شده اند. همان‌گونه که دیده می‌شود مقدار خطای روش عددی در حد قابل قبول ۶ درصد است. بخشی از این خطا ناشی از وارد شدن بار در مرکز اولین ذره است که با ابتدای تیر مقداری فاصله دارد. بخشی دیگر نیز به دلیل یکنواخت نبودن ابعاد و مشخصات مقطع در محل اتصال ذرات به یکدیگر است.

جدول ۴. مقایسه مقادیر عددی و تحلیلی تغییر مکان سر تیر طره

Load (N)	Deflection in Analytical Solution (mm)	Deflection in BPM Model (mm)	Error (%)
500	0.358	0.336	6.2

Table 4. Comparison of simulation results and analytical results for deflection at the tip of cantilever beam model

## ۶- راستی آزمایشی نرم افزار برای روش SPH

۶-۱- شبیه‌سازی جریان حفره‌ای

مسئله جریان حفره‌ای (Shear Cavity) یکی از مسائل استاندارد برای مدل‌سازی سیالات دارای لزجت است. در این مسئله، سیال نیوتونی درون یک جعبه مکعبی با مرزهای بسته قرار دارد که مرز بالایی با سرعت ثابت در راستای افق حرکت می‌کند. حرکت مرز بالا به دلیل وجود مقاومت برشی ناشی از لزجت به سیال منتقل شده و در سیال حرکت ایجاد می‌شود. با گذشت زمان و با پایدار شدن جریان میتوان حفره‌های برشی را درون سیال مشاهده کرد که در میانه آن‌ها سرعت حرکت سیال نزدیک به صفر است. این حفره‌ها در مدل‌سازی دو بعدی شبیه گردابه به نظر می‌رسند. مسئله جریان حفره‌ای در یک جعبه به ابعاد مقطع ۱ میلی‌متر شبیه سازی شده که درون آن با آب با جرم مخصوص ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب و لزجت  $10^{-3} Pa.s$  پر شده است. دیواره بالایی جعبه با سرعت ۱ میلی‌متر بر ثانیه حرکت می‌کند و عدد رینولدز جریان برابر یک است. برای شبیه سازی آب از یک شبکه  $40 \times 40$  ذره SPH و برای دیواره‌ها از  $320$  ذره مرزی SPH استفاده شده که ذرات مرزی از معادله معرفی شده در

## ۵- راستی آزمایشی نرم‌افزار برای روش BPM با مدل‌سازی تیر طره

برای راستی آزمایشی الگوریتم نرم‌افزار کوانتا برای روش ذره مقید، یک تیر طره مدل‌سازی شده با بار مشخص بر سر آزاد آن مدل‌سازی شده و جابجایی سر تیر با جواب تحلیلی آن مقایسه می‌شود (شکل ۴ و جدول ۳).

مقدار بار در مدل برابر ۵۰۰ نیوتون در نظر گرفته شد و برای گیردار کردن انتهای تیر، ذرات انتهایی به ذراتی از نوع ذره مرزی، که جابجایی آن‌ها به روز نمی‌شود، متصل شدند. بخش پایین شکل (۴) تغییر شکل مقیاس شده و توزیع تنش در مدل را در پایان تحلیل نشان می‌دهد. ذرات بی رنگ انتهای تیر همان ذرات مرزی هستند.

شکل ۴. هندسه مدل در مسئله تیر طره و توزیع تنش در تیر طره در پایان تحلیل

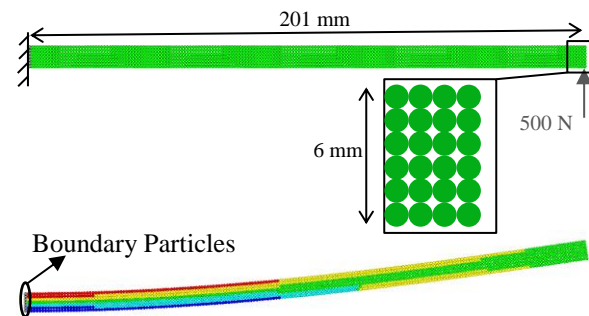


Fig. 4. Geometry of cantilever beam model and Stress distribution in cantilever beam at the end of simulation

جدول ۳. مشخصات ماده و ذرات مقید در مسئله تیر طره

Material Property	Value
Density	$7800 \text{ kg/m}^3$
Maximum Tensile Strength of Bonds	$240 \text{ GPa}$
Young's Modulus	$210 \text{ GPa}$
Poisson's Ratio	0.33
Particle Radius	$0.5 \text{ mm}$
Bond Radius	$0.5 \text{ mm}$
Cantilever Length	$201 \text{ mm}$
Cantilever Height	$6 \text{ mm}$

Table 3. Material and particle properties of beam model

شکل ۵. شبیه‌سازی جریان حفره‌ای با استفاده از نرم افزار کوانتا. رنگ‌ها نمایانگر مولفه عمودی سرعت هستند.

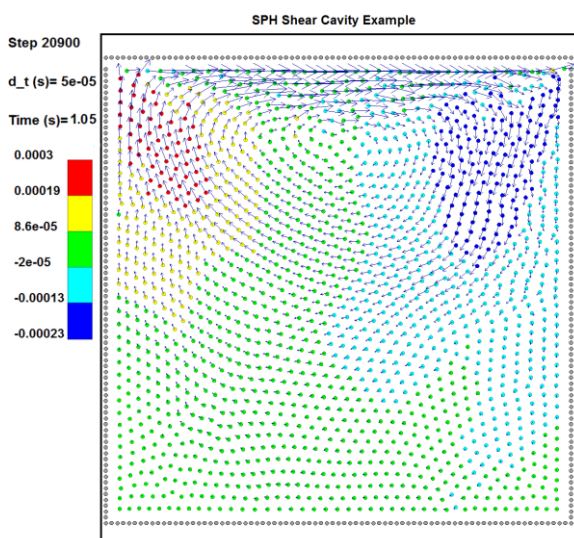


Fig. 5. Simulating the shear cavity problem by QUANTA. Colors represent vertical velocity.

شکل ۶. سرعت قائم بدون بعد در امتداد خط افقی گذرنده از مرکز در شبیه‌سازی SPH و مقایسه آن با نتایج شبیه‌سازی FDM

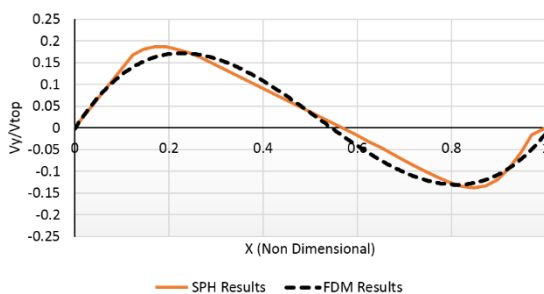


Fig. 6. Non dimensional vertical velocity along central horizontal line in SPH simulation and comparison with FDM simulation

برای مدل‌سازی مسئله فاصله دو صفحه از هم ۱ میلی‌متر در نظر گرفته شد و برای سیال بین دو صفحه از آب با جرم مخصوص ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب و لزجت  $10^{-3} Pa.s$  استفاده شد. چالش مهم در مدل‌سازی جریان پوازی فرض نامحدود بودن صفحه‌هاست که برای تامین نسبی آن نیاز به مدلی با طول زیاد خواهیم داشت که تلاش محاسباتی بالایی طلب می‌کند. برای حل این مشکل، در امتداد عمود بر دیواره‌ها و در ابتدا و انتهای مدل از مرز پررودیک

مرجع [18] استفاده می‌کنند. نتیجه این شبیه‌سازی به همراه گردابه ایجاد شده در نیمه بالایی و مرکز مدل در شکل (۵) قابل مشاهده است. از بردارهای سرعت مشخص است که در مرکز گردابه، به علت تغییر جهت سرعت‌ها، سرعت عمودی و افقی ذرات نزدیک به صفر است.

شکل (۶) نیز نسبت سرعت قائم نسبت به سرعت افقی دیواره بالایی جعبه، پس از پایدار شدن نسبی جریان در زمان ۰/۱۲۵ ثانیه از شروع شبیه‌سازی، را در امتداد خط افقی که از مرکز مدل عبور می‌کند نشان می‌دهد. نتایج تحلیل در کنار نتایج حاصل از شبیه‌سازی FDM توسط مرجع [11] نشان داده شده‌اند که تطابق خوبی با هم دارند.

در شکل (۷) گردابه‌های ایجاد شده در شبیه‌سازی با اعداد رینولدز برابر ۱۰۰ و ۵۰۰ نیز در کنار نتایج ارائه شده در مرجع [23] برای این مسئله قابل مشاهده است.

#### ۶-۲- شبیه‌سازی جریان پوازی

جریان پوازی (Poiseuille) به حالتی گفته می‌شود که در آن، سیال نیوتونی درون یک لوله دایروی مستقیم با سطح مقطع یکنواخت و یا بین دو صفحه موازی نامحدود به صورت پایا، غیر قابل تراکم و لایه‌ای، جریان دارد. معادلات ناویه-استوکس در این حالت دارای حل دقیق هستند و به همین دلیل از مدل‌سازی این مسئله برای راستی‌آزمایی نرم‌افزارهای شبیه‌سازی رفتار سیال استفاده می‌شود. در این پژوهش جریان پوازی بین دو صفحه موازی مدل‌سازی شده و اطلاعات و نتایج ارائه شده مربوط به این شکل از مسئله است. در جریان پوازی سرعت سیال در مقطع جریان ثابت نیست. این سرعت در نزدیکی دیواره‌ها، که ساکن و بدون حرکت هستند، نزدیک به صفر و در میانه مقطع بیشینه است. مقدار سرعت بیشینه به ضخامت کانال جریان، تغییرات فشار در امتداد جریان، و لزجت سیال وابسته است. مقدار سرعت در هر نقطه از جریان با داشتن فاصله آن نقطه تا مرکز جریان و بر حسب سرعت بیشینه قابل محاسبه است. پروفیل سرعت در جریان پوازی در شکل (۸) نشان داده شده است.

شکل ۸. پروفیل سرعت در جریان پوازی بین دو صفحه موازی

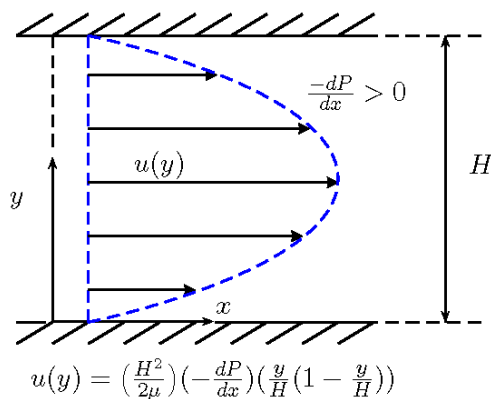


Fig. 8. Velocity profile in Poiseuille flow between two parallel plates

شکل ۹. نتیجه شبیه‌سازی جریان پوازی، ۶/۴ ثانیه پس از برقراری جریان

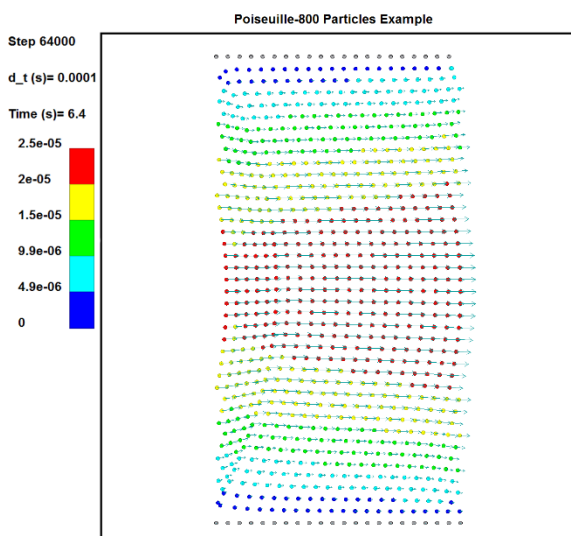


Fig. 9. Simulation result for Poiseuille flow, 6.4 seconds after initiation

با استفاده از مرز پریودیک طول مورد نیاز مدل به ۰/۵ میلی‌متر کاهش یافت. با این ابعاد، سیال با استفاده از ۸۰۰ ذره مدل شد. مرزهای بالا و پایین مدل با استفاده از ذرات مرزی معرفی شده در مرجع [18] بسته شدند. قدرت دافعه این ذرات قابل تنظیم بوده و بر سرعت پیشینه جریان تاثیر دارد. این قدرت دافعه بر اساس فشار اولیه سیال تعیین شد. جریان سیال نیز با اعمال نیروی حجمی ناشی از شتابی برابر با ۰/۰۰۰۲ شتاب جاذبه برقرار شد. بررسی نتایج نشان داد که جریان بعد از ۱/۴ ثانیه به پایداری نسبی می‌رسد. (شکل ۹)

استفاده شد. در این نوع از مرز، یک الگوی تکرار شونده در مدل با تکرار یک جزء محدود از مدل حاصل می‌شود [25].

شکل ۷. شبیه‌سازی جریان حفره‌ای با استفاده از نرم افزار کوانتا برای اعداد رینولدز برابر ۱۰۰ (بالا) و ۵۰۰ (پایین) و مقایسه نتایج به نتایج شبیه‌سازی گزارش شده در [23]. رنگ‌ها نمایانگر مولفه عمودی سرعت هستند.

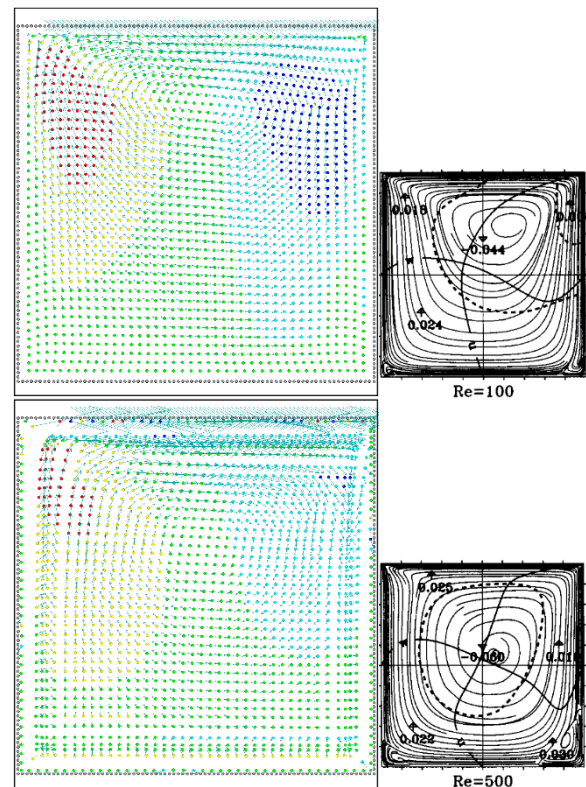


Fig. 7. Simulating the shear cavity problem by QUANTA for Reynolds numbers 100 (top) and 500 (bottom) and comparison with the simulation results of [23] to their right. Colors represent vertical velocity.

برای اجرای این مرز در الگوریتم SPH، هر مرز پریودیک به مرز پریودیک در سمت دیگر مدل و در همان امتداد متصل شده و یک زوج را تشکیل می‌دهند. هر دانه در ابتدا یا انتهای مدل، که همان زوج مرزی هستند، امکان اندرکنش با دانه‌های قرار گرفته در سمت دیگر مدل را دارد. این کار با مرتبط کردن شبکه‌های شناسایی همسایگی در ابتدا و انتهای مدل انجام می‌شود. همچنین در صورتی که یک ذره از یک سمت مدل خارج شود مجدداً با همان سرعت و مشخصات فیزیکی پیشین از سمت دیگر مدل وارد خواهد شد.

شکل ۱۰. پروفیل سرعت حاصل از قانون مکعب و نتایج شبیه‌سازی در امتداد خط عمودی در مرکز مدل

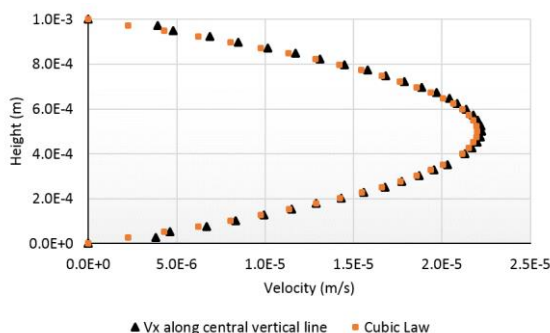


Fig. 10. Velocity profile along a central vertical line produced from the cubic law and simulation results

شکل ۱۱. a و b و c: نتیجه شبیه‌سازی جریان Lock-Exchange در زمان‌های بدون بعد ۰ و ۲/۱ و ۴/۲ پس از شروع شبیه‌سازی؛ d: جبهه‌های سیالات سبک و سنگین در طول زمان در شبیه‌سازی SPH و نتایج آزمایشگاهی ارایه شده در مرجع [26].

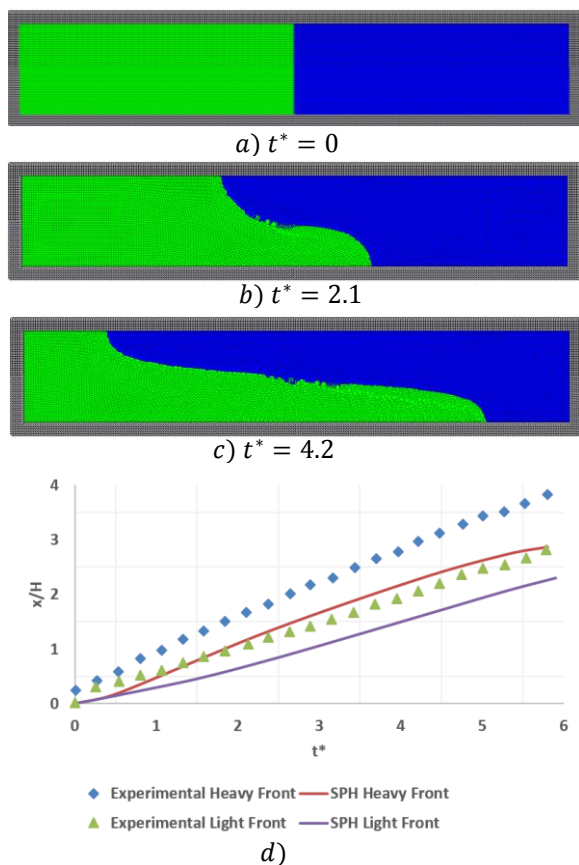


Fig. 11. a, b, c: Simulation results for Lock-Exchange flow, at  $t^*$  s 0, 2.1 and 4.2; d: Heavy and light fronts in time for SPH simulation and experimental results of [26].

تصویری از شبیه‌سازی جریان در زمان ۶/۴ ثانیه پس از برقراری آن را نشان می‌دهد. رنگ ذرات بر اساس سرعت افقی آن‌ها انتخاب شده و پیکان هر ذره نشان دهنده بزرگی و جهت سرعت آن است.

مقایسه پروفیل سرعت جریان حاصل از قانون مکعب حاصل از حل دقیق رابطه ناویه-استوکس با نتایج شبیه‌سازی نرم‌افزار کوانتا نشان دهنده توافق بالای بین نتایج حل دقیق و حل عددی است. شکل (۱۰) پروفیل سرعت حاصل از قانون مکعب در کنار پروفیل سرعت در امتداد خط عمودی گذرنده از مرکز مدل، که از نتایج شبیه‌سازی استخراج شده، را نشان می‌دهد.

### ۳-۶- شبیه‌سازی مسئله Lock-Exchange

آزمایش Lock-Exchange در یک کانال افقی و با دو سیال با چگالی‌های متفاوت، که با یک مانع عمودی از یکدیگر جدا شده‌اند، انجام می‌شود. در این بخش یک مسئله Lock-Exchange مدل‌سازی عددی شده و نتایج آن با نتایج آزمایشگاهی مقایسه می‌شود.

هندسه مسئله در شکل a-۱۱ مشاهده می‌شود. طول و ارتفاع کلی مسئله به ترتیب ۱۰۰ سانتی متر و ۲۰ سانتی متر هستند که با احتساب دیواره‌ها طول مفید کانال ۹۶ سانتی متر و ارتفاع مفید آن ۱۶ سانتی متر خواهند بود. دو سیال با دو رنگ متفاوت نمایش داده شده‌اند و دیواره عمودی بین دو سیال در وسط قرار گرفته است. سیال سمت چپ سیال سبک‌تر با چگالی  $1000 \frac{kg}{m^3}$  و سیال سمت راست سیال سنگین‌تر با چگالی  $1466 \frac{kg}{m^3}$  است. نسبت چگالی دو سیال  $r = 0.68$  است. لزجت کینماتیکی هر دو سیال برابر با  $10^{-6} \frac{m^2}{s}$  است. در مدل‌سازی از روابط لزجت مصنوعی استفاده نشده است. فاصله اولیه ذرات برابر با ۲/۵ میلی‌متر در نظر گرفته شده و در لحظه اولیه هر دو سیال تحت فشار استاتیکی ناشی از وزن خود هستند.



سرعت مافوق صوت در یک تونل گاز حرکت می‌کند. مشخصات گاز درون تونل که بدون حرکت و با مشخصات هوا در نظر گرفته شده، در جدول (۵) قابل مشاهده است.

شکل ۱۲. چرخه محاسباتی برای مسائل ترکیبی BPM-SPH.

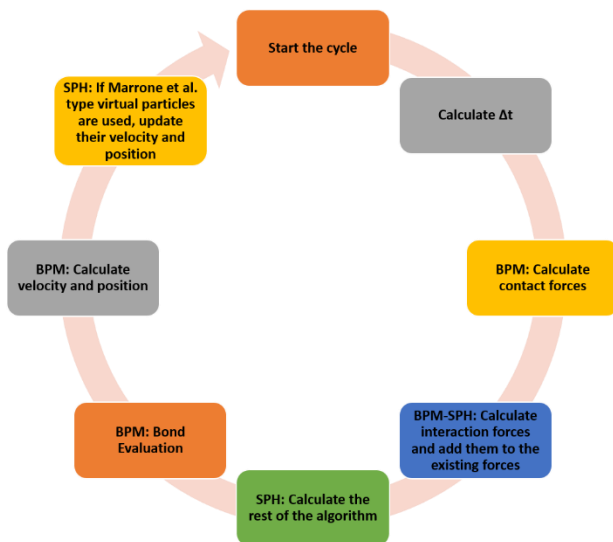


Fig. 12. Calculation cycle for hybrid BPM-SPH problems.

محفظه گاز به صورت دو بعدی با طول ۰/۷ و عرض ۰/۵ متر مدل‌سازی شده و برای شبیه‌سازی گاز از ۲۸۰۰۰ ذره SPH استفاده شده است. دیواره‌های محفظه گاز با استفاده از ذرات مرزی SPH پیشنهاد شده مرجع [18] شبیه‌سازی شده‌اند و با رنگ خاکستری در شکل (۱۳) مشخص شده‌اند. سیلندر نیز با استفاده از یک ذره BPM به شعاع ۰/۱ متر و با مدول الاستیک  $21 \text{ GPa}$  و ضریب پواسون ۰/۱ و چگالی  $2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  مدل شده است.

جدول ۵. مشخصات گاز درون تونل گاز

Initial Density	$1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Initial Pressure	$10^5 \text{ Pa}$
Sound Velocity	$374.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Table 5. Material properties for the gas inside the gas tunnel

نتایج شبیه سازی در زمان‌های بدون بعد شده  $t^* = 2/1$  و  $t^* = 4/2$  با استفاده از رابطه (ارتفاع کانال:  $H$ ، شتاب جاذبه:  $g$ )،  $t^* = t \left( \frac{g(1-r)}{H} \right)^{0.5}$  در شکل‌های ۱۱-b و ۱۱-c قابل مشاهده هستند همچنین سرعت جابجایی لبه سیالات سنگین و سبک در شبیه‌سازی عددی و همچنین نتایج آزمایشگاهی گزارش شده توسط مرجع [26] در شکل ۱۱-d قابل مشاهده هستند. مقایسه نتایج نشان دهنده هماهنگی نسبتاً مناسب نتایج مدل SPH با نتایج عملی هستند اگر چه سرعت جابه‌جایی در مدل عددی کوچکتر بوده است.

مدل‌سازی و مقایسه مشابهی در مرجع [27] انجام شده است که در آن پژوهش نویسندگان کندتر بودن سرعت جابه‌جایی سیال در شبیه سازی SPH را به تفاوت دو سیال در مدل عددی و آزمایشگاهی نسبت داده‌اند. چرا که در مدل عددی دو سیال قابلیت انحلال در یکدیگر را ندارند ولی در مدل آزمایشگاهی استفاده شده توسط مرجع [26] دو سیال استفاده شده آب خالص و آب نمک هستند و امکان انحلال در یکدیگر را دارند.

## ۷- راستی آزمایی مسئله ترکیبی BPM-SPH

برای ترکیب دو روش BPM و SPH به سازوکاری برای انتقال نیرو بین ذرات این دو الگوریتم نیاز است. در حال حاضر در نرم افزار کوانتا از دو الگوریتم استفاده می‌شود که یکی از این دو در نمونه اول ارائه شده در این بخش معرفی شده است. روش دوم بر مبنای ذرات مجازی معرفی شده در مرجع [28] است که نویسندگان در حال اصلاح روابط آن برای بهبود در نتایج هستند. شمای کلی چرخه محاسبه و ترتیب محاسبه اندرکنش بین دو روش در شکل (۱۲) نمایش داده شده است.

### ۷-۱- مسئله Gas Cylinder

برای راستی آزمایی ترکیب دو روش ذرات مقید و هیدرودینامیک ذرات هموار از شبیه‌سازی مسئله سیلندر در تونل گاز استفاده شده است. در این مسئله یک استوانه با

نتیجه شبیه‌سازی، در زمان  $5 \times 10^{-5}$  ثانیه، در شکل (۱۳) قابل مشاهده است. در این شکل، رنگ‌ها نماینده چگالی ماده در هر نقطه هستند. شوک کماني (Bow Shock) در جلوی استوانه در حال حرکت به خوبی تشکیل شده است. در پشت استوانه نیز خلأ تشکیل شده و حرکت ذرات گاز برای پر کردن آن مشاهده می‌شود.

در شکل شماره (۱۴) نیز تغییرات ضریب درگ با زمان مشاهده می‌شود. خط چین تیره نشان دهنده مقدار تجربی ضریب درگ برای این مسئله خاص است که برابر با  $1/28$  است. نتایج شبیه‌سازی سازگاری خوبی با نتایج تجربی نشان می‌دهند. با گذشت زمان هماهنگی نتایج با یکدیگر بیشتر شده است. افت ضریب درگ در انتهای نمودار به دلیل نزدیک شدن استوانه به دیواره روبروی محفظه گاز اتفاق افتاده است.

#### ۷-۲- مسئله Viscous Cylinder

در این مسئله اندرکنش ذرات BPM و SPH در حالتی بررسی می‌شود که سیال مدل شده با استفاده از SPH دارای لزجت است. لزجت سیال باعث ایجاد مقاومت برشی در آن می‌شود و به همین دلیل حتی در سرعت‌های کوچک نیز نیروی مقاوم درگ مشاهده خواهد شد.

شکل ۱۳. نتیجه شبیه‌سازی در زمان  $5 \times 10^{-5}$  ثانیه. رنگ‌ها نشان دهنده چگالی در هر نقطه هستند.

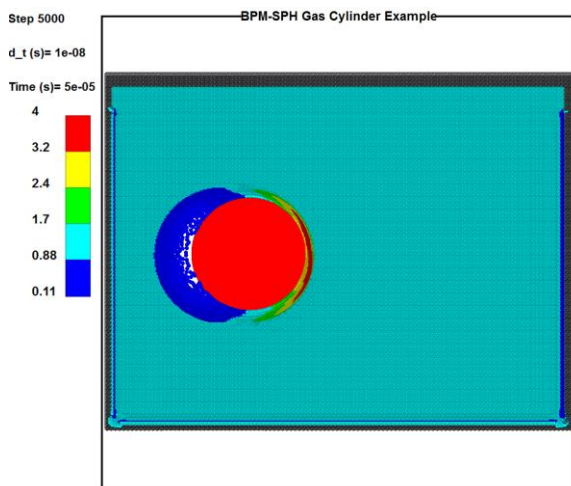


Fig. 13. Simulation result at  $t=5e-5$  seconds. Colors represent density.

سیلندر با سرعت ثابت در محفظه گاز حرکت می‌کند و نیروی مقاوم درگ وارد شده توسط گاز روی سیلندر را اندازه می‌گیریم. سرعت حرکت سیلندر باید بیش از سرعت انتشار موج فیزیکی یا همان سرعت صوت در گاز در نظر گرفته شود در غیر اینصورت به دلیل صفر فرض کردن مقاومت برشی گاز، نیروی مقاوم وارد بر سیلندر نزدیک به صفر خواهد بود. در این مسئله سرعت حرکت سیلندر برابر با  $927/9$  متر بر ثانیه یا  $2/48$  ماخ است.

برای اندرکنش بین ذرات BPM و SPH از انتقال اندازه حرکت از روش پیشنهاد شده در مرجع [7] استفاده شده است. در این روش، در صورت نفوذ ذره SPH درون ذره BPM، نیروی دافعه‌ای در امتداد خط متصل کننده مرکزهای دو ذره به آن‌ها وارد می‌شود. نیروی دافعه  $f_n$  از روابط ۴ تا ۶ محاسبه می‌شود.

$$f_{n1} = \frac{\Delta v_n}{\Delta t \left( \frac{1}{m_{BPM}} + \frac{1}{m_{SPH}} \right)} \quad (4)$$

$$f_{n2} = k_n \Delta \quad (5)$$

$$f_n = \max(f_{n1}, f_{n2}) \quad (6)$$

در این روابط،  $\Delta v_n$  تفاوت سرعت دو ذره در امتداد نرمال،  $m_{SPH}$  و  $m_{BPM}$  به ترتیب جرم ذره BPM و SPH، و  $k_n$  ضریب سختی نرمال مربوط به ذره BPM هستند.

در هنگام شبیه‌سازی، نیروی مقاوم وارد شده روی سیلندر در هر لحظه اندازه‌گیری شده و ضریب درگ (Drag Coefficient) بدون بعد با استفاده از رابطه ۷ محاسبه می‌شود.

$$C_d = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 (2R)} \quad (7)$$

در این رابطه،  $D$  نیروی درگ،  $\rho_{\infty}$  چگالی اولیه سیال،  $V_{\infty}$  سرعت نسبی سیال و استوانه، و  $R$  شعاع سیلندر هستند.

انتخاب می‌شود که گنجاندن چند ستون ذره SPH به صورت یک بلوک در آن ممکن باشد. در زمان اجرای برنامه و در صورتی که محدوده مرز ورودی کاملاً خالی از ذرات باشد، یک بلوک شامل چندین ذره سیال با چینش منظم در محدوده اضافه می‌شود. مشخصات ذرات جدید از ویژگی‌های مرز ورودی بوده و از ورودی‌های نرم‌افزار هستند. ذرات جدید از لحظه اضافه شدن امکان یافتن ذرات همسایه خود و اندرکنش با آنها را دارند. با این حال، تا زمانی که محدوده مرز ورودی را ترک نکرده و وارد فضای درونی مدل نشده‌اند امکان این وجود دارد که سرعت، فشار، یا چگالی ذرات بدون تغییر حفظ شود. با این کار امکان تحمیل مشخصات به بخشی از جریان فراهم می‌شود.

مرز خروجی نیز در سمت راست مدل قرار گرفته است. مشخصات هر ذره پس از ورود به محدوده این مرز ثابت می‌ماند مگر اینکه همانند مرز ورودی بخواهیم سرعت، فشار، یا چگالی ذره را برابر با مقدار مشخصی بگیریم. هر ذره‌ای که از سمت راست محدوده مرز خارج شود از مجموعه ذرات حذف خواهد شد.

در شبیه‌سازی حاضر، سرعت سیال در هر دو مرز ورودی و خروجی ثابت نگه داشته شده و برابر یک متر بر ثانیه در نظر گرفته می‌شود. به دلیل کوچک بودن سرعت نسبی سیال و استوانه نسبت به یکدیگر، زمان بیشتری نسبت به مسئله پیشین برای رسیدن به تعادل مورد نیاز است.

شکل (۱۵) مقدار سرعت افقی جریان در اطراف سیلندر را نشان می‌دهد که با الگوهای معرفی شده در منابع سازگاری دارد. مشخصات سیال و سرعت جریان به گونه‌ای انتخاب شده که عدد رینولدز جریان برابر ۳۰ باشد.

روابط استفاده شده برای محاسبه نیروی اندرکنش بین دو نوع ذره در مثال پیشین که بر اساس اندازه حرکت بودند در این مسئله نیز استفاده شدند که به دلیل وجود لزجت در سیال دقت کافی از خود نشان نداده و منجر به ضریب درگی بزرگتر از مقدار واقعی می‌شوند. نویسندگان در حال توسعه روابطی جدید برای این منظور خاص هستند.

شکل ۱۴. نمودار تغییرات ضریب درگ با زمان در مدل‌سازی عددی با کوانتا. خط چین تیره رنگ نشان دهنده مقدار تجربی ضریب درگ برای این مسئله خاص است.

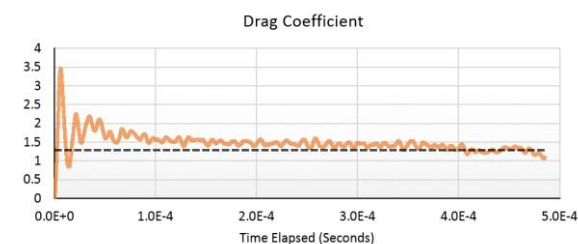


Fig. 14. Drag coefficient during simulation. Dashed line shows the experimental value of drag coefficient.

در این مسئله نیز مانند مورد پیشین، استوانه جامد با خاصیت الاستیک درون محفظه محتوی سیال قرار می‌گیرد با این تفاوت که سیال یک مایع دارای لزجت است. طول محفظه سیال ۰/۷۷ متر و عرض آن ۰/۵۷ متر است. همچنین در این مسئله، به جای استوانه، سیال را حرکت می‌دهیم. زیرا در اینجا شرایط تغییرات سیال در پس و پیش استوانه برای ما مهم است و ترجیح بر این است که استوانه از هیچ جهتی به مرزهای مسئله نزدیک نشود. برای شبیه‌سازی یک محیط نامحدود محتوی سیال دارای سرعت ثابت از دو نوع مرز استفاده شد. حرکت سیال در جهت افقی انجام می‌شود. به همین دلیل در بالا و پایین نمونه و در امتداد جریان از مرز پرودیوم مشابه مرز استفاده شده در مسئله پوازی استفاده شد. با وجود این مرز، ذرات نزدیک به مرز بالا با ذرات نزدیک به مرز پایین همسایه محسوب شده و با یکدیگر اندرکنش دارند و بالعکس. با توجه به تقارن موجود در جریان در امتداد افقی، این مرز شرایط وجود یک کانال با مرزهای لغزش آزاد (Free Slip) با حداقل برگشت موج از مرزها را شبیه‌سازی می‌کند.

مرز دیگر تامین کننده شرایط وجود یک جریان پایدار با مشخصات مورد نظر است. این مرز که مرز ورودی-خروجی (Inflow-Outlet Boundary) نام دارد بر اساس روش معرفی شده در مرجع [29] و با اندکی تغییرات نوشته شده است. مرز ورودی در سمت چپ محل ورود سیال است. این مرز شامل ناحیه‌ای با ارتفاعی برابر با ارتفاع مدل و طولی چند برابر طول هموار اولیه است. طول مرز ورودی به شکلی

باعث شده در بسیاری از مسائل گزینه‌ای منطقی برای شبیه‌سازی محسوب شوند.

در گام‌های بعدی، نویسندگان در حال توسعه روابط اندرکنش و معادلات حالت جدید برای بهبود عملکرد نرم افزار هستند.

## References

## ۹- مراجع

- [1] L. XiangZhe, F. JingCun, Y. Hao, Z. YinBo and W. HengAn, "Lattice Boltzmann method simulations about shale gas flow in contracting nano-channels," International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 122, pp. 1210-1221, 2018.
- [2] A. Colagrossi and M. Landrini, "Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle," Journal of computational physics, vol. 191, pp. 448-475, 2003.
- [3] P. Langston, U. Tüzün and D. Heyes, "Discrete element simulation of granular flow in 2D and 3D hoppers: dependence of discharge rate and wall stress on particle interactions," Chemical Engineering Science, vol. 50, pp. 967-987, 1995.
- [4] M. Yazdani, H. Paseh and M. Sharifzadeh, "Performance comparisons of bonding box-based contact detection algorithms and a new improvement technique based on parallelization," Engineering Computations, vol. 33, no. 1, pp. 7-27, 2016.
- [5] C. Antoci, M. Gallati and S. Sibilla, "Numerical simulation of fluid-structure interaction by SPH," Computers & Structures, vol. 85, pp. 879-890, 2007.
- [6] M. Sarafraz and A. Pak, "An integrated SPH-polyhedral DEM algorithm to investigate hydraulic stability of rock and concrete blocks: Application to cubic armours in breakwaters," Engineering Analysis with Boundary Elements, vol. 84, pp. 1-18, 2017.
- [7] M. Lanari and A. Fakhimi, "Numerical study of contributions of shock wave and gas penetration toward induced rock damage during blasting," Computational Particle Mechanics, vol. 2, no. 2, pp. 197-208, 2015.
- [8] D. O. Potyondy and P. A. Cundall, "A bonded-particle model for rock," International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, vol. 41, no. 8, p. 1329-1364, 2004.
- [9] L. B. Lucy, "Numerical approach to testing the fission hypothesis," Astronomical Journal, vol. 82, pp. 1013-1024, 1977.
- [10] R. A. Gingold and J. J. Monaghan, "Smoothed Particle Hydrodynamics: Theory and Application to Non-spherical stars," Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, vol. 181, pp. 375-

شکل ۱۵. کانتور مولفه افقی سرعت جریان در زمان ۰/۰۲۸ ثانیه. رنگ‌های شکل نشان دهنده مولفه افقی سرعت با واحد متر بر ثانیه هستند.

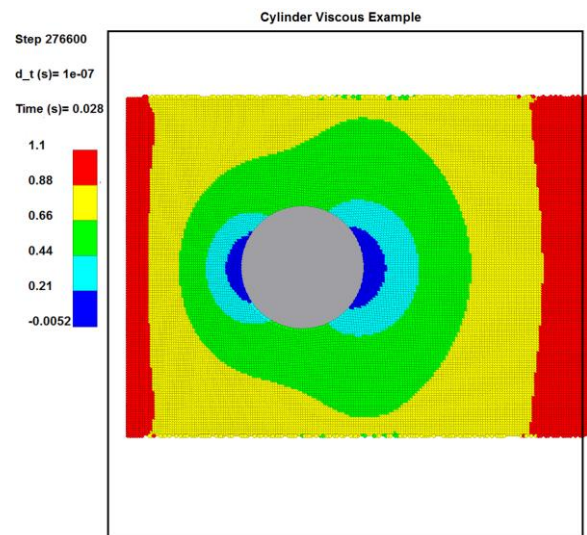


Fig. 15. Simulation result at t=0.028 seconds. Colors show horizontal velocity in m/s.

## ۸- نتیجه‌گیری

هدف اصلی و نهایی نرم‌افزار کوانتا فراهم کردن امکان شبیه‌سازی دو بعدی محیط‌های سیال و جامد و نیز محیط‌های چند فازی جامد و مایع یا گاز با امکان اندرکنش بین بخش‌های مختلف است. در این نرم‌افزار محیط جامد با استفاده از الگوریتم BPM و محیط سیال با استفاده از الگوریتم SPH مدل‌سازی می‌شوند.

برای راستی‌آزمایی الگوریتم‌ها از نمونه‌های ساده و شناخته شده‌تر استفاده، و توانایی نرم‌افزار در شبیه‌سازی آن‌ها با موفقیت ارزیابی شد.

شبیه‌سازی با این روش‌ها نسبت به روش‌های معمول‌تر مانند اجزای محدود و تفاضل محدود نیازمند تلاش محاسباتی بیشتری است. همچنین برای رسیدن به جواب مناسب نیز به کالیبره کردن با پروسه‌هایی گاهی طولانی دارند. با این حال مبتنی بر ذره و میکرومکانیک بودن این روش‌ها و توانایی آن‌ها در مدل کردن تغییر شکل‌های بزرگ و رفتارهای پیچیده

- [25] H. K. Versteeg and W. Malalasekera, An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method, Longman Scientific & Technical., 1995, p. pp. 192-206.
- [26] R. Lowe, J. Rottman and P. Linden, "The non-Boussinesq lock-exchange problem. Part 1. Theory and experiments," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 537, pp. 101-124, 2005.
- [27] Z. Chen, Z. Zong, M. Liu, L. Zou, H. Li and C. Shua, "An SPH model for multiphase flows with complex interfaces and large density differences," *Journal of Computational Physics*, vol. 283, pp. 169-188, 2015.
- [28] M. S., C. A., A. M., C. G. and G. G., "An accurate SPH modeling of viscous flows around bodies at low and moderate Reynolds numbers," *Journal of Computational Physics journal*, vol. 245, pp. 456-475, 2013.
- [29] I. Federico, S. Marrone, A. Colagrossi, F. Aristodemo and M. Antuono, "mulating 2D open-channel flows through an SPH model," *European Journal of Mechanics B/Fluids*, vol. 34, pp. 35-46, 2012.
- [30] Q. Lin, A. Fakhimi, M. Haggerty and J. F. Labuz, "Initiation of tensile and mixed-mode fracture in sandstone," *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, vol. 46, pp. 489-497, 2009.
- 389, 1977.
- [11] G. Liu and M. Liu, *Smoothed particle hydrodynamics a meshfree particle method*, World Scientific Publishing Company, 2003.
- [12] J. J. Monaghan, "Smoothed particle hydrodynamics," *Annual Review of Astronomical and Astrophysics*, vol. 30, pp. 543-574, 1992.
- [13] R. A. Gingold and J. J. Monaghan, "Kernel estimates as a basis for general particle method in hydrodynamics," *Journal of Computational Physics*, vol. 46, pp. 429-453, 1982.
- [14] P. J. Morris, "A study of the stability properties of SPH," *Publications of the Astronomical Society of Australia*, vol. 13, no. 1, pp. 97-102, 1994.
- [15] J. J. Monaghan, "Why particle methods work (hydrodynamics)," *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, vol. 3, pp. 422-433, 1982.
- [16] L. D. Libersky and A. G. Petscheck, "Smoothed particle hydrodynamics with strength of materials," in H. Trease, J. Fritts and W. Crowley (ed.): *Proceedings of The Next Free Lagrange Conference*, NY, 1991.
- [17] J. J. Monaghan, "Particle methods for hydrodynamics," *Computer Physics Report*, vol. 3, pp. 71-124, 1985.
- [18] J. J. Monaghan, "Simulating Free Surface Flow with SPH," *Journal of Computational Physics*, vol. 110, no. 2, pp. 399-406, 1994.
- [19] J. J. Monaghan, "An introduction to SPH," *Computer Physics Communications*, vol. 48, pp. 89-96, 1988.
- [20] D. Fulk, *A numerical analysis of smoothed particle hydrodynamics*, PhD. Thesis, Air Force Institute of Technology, 1994.
- [21] J. J. Monaghan and R. A. Gingold, "Shock simulation by the particle method of SPH," *Journal of Computational Physics*, vol. 52, pp. 374-381, 1983.
- [22] S. Adami, X. Y. Hu and N. A. Adams, "A generalized wall boundary condition for smoothed particle hydrodynamics," *Journal of Computational Physics*, vol. 231, pp. 7057-7075, 2012.
- [23] T. CHIANG, W. SHEU and R. R. HWANG, "EFFECT OF REYNOLDS NUMBER ON THE EDDY STRUCTURE IN A LID-DRIVEN CAVITY," *INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN FLUIDS*, vol. 26, pp. 557-559, 1998.
- [24] G. McKinley, "MITOPENOURSEWARE," 2013. [Online]. Available: [https://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-25-advanced-fluid-mechanics-fall-2013/equations-of-viscous-flow/MIT2\\_25F13\\_Couet\\_and\\_Pois.pdf](https://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-25-advanced-fluid-mechanics-fall-2013/equations-of-viscous-flow/MIT2_25F13_Couet_and_Pois.pdf). [Accessed 2019].

## Simulation of Multi-Phase Medium Using BPM-SPH Hybrid Method

Mazhary M.<sup>1</sup>, Yazdani M.<sup>2\*</sup>, Fakhimi A.<sup>3</sup>

1 Ph.D. Candidate, Geotechnics Department, Tarbiat Modares University of Tehran, Mohsen.Mazhary@modares.ac.ir

2 Assistant Professor, Geotechnics Department, Tarbiat Modares University of Tehran, MYazdani@modares.ac.ir

3 Associate Professor, Geotechnics Department, Tarbiat Modares University of Tehran, Ali.Fakhimi@modares.ac.ir

### Abstract:

The precision and speed of numerical simulations of physical phenomena has led to their increasing use in designing and research applications. These precision and speed are owed to the improvements in numerical methods and significant advancements in computing power of CPUs and GPUs.

Particle-based methods are some of the most recently developed numerical simulation methods. Development of these methods has been long delayed due to the need for a relatively high computational effort. Particle-based methods can be considered as a subset of Meshless Methods. In nonlinear computational methods, mathematical equations in the problem domain are estimated only by nodes, and contrary to the case about the nodes in FEM and FDM methods, there is no need for these nodes to be connected to each other by a mesh. If the nodes are particles that carry physical properties, such as mass and stiffness, and simulations proceed on the basis of updating trajectory and physical properties of particles, then the method is called a particle-based method. Particle-based methods include molecular dynamics (MD), Discrete Element Method (DEM), Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), and Lattice Boltzmann Method (LBM). The number of studies and computer codes developed based on these methods has grown dramatically over the past two decades. Among particle-based methods, DEM method is mainly used to model solid objects and fractures and in some cases it has been used to model granular materials like soil. While most of the applications of SPH method include numerical solution of the Navier-Stokes equations in fluid dynamic problems. Despite their differences, both DEM and SPH methods are particle-based methods and so there have been successful attempts to integrate them into a single application.

In current study, a computer code called "QUANTA" is introduced. In this software, the researchers have tried to integrate the SPH method with another particle-based method called Bonded Particle Method (BPM). BPM is based on DEM and was originally developed to model rock and soil mechanics phenomena.

QUANTA is being developed with the goal of providing a tool to simulate two-dimensional solid, fluid, and multi-phased interactive environments for research purposes. In this software, the solid environment is modeled using the BPM algorithm and the fluid environment is modeled using the SPH algorithm by solving Navier-Stokes equations. Depending on the problem at hand, BPM and SPH particles interact with each other by equations based on momentum or pressure. The code is developed using Visual C++ programming language and has the ability to perform parallel computations with a remarkable speed.

To verify the software, a few simple and frequently used problems in the literature were chosen. A cantilever beam was modeled and loaded to verify BPM part of the software. Poiseuille and shear cavity problems were used to verify the SPH part. In order to verify the interaction of these two algorithms, a solid cylinder was modeled once in a wind tunnel travelling at supersonic speeds and then against the flow of a viscous fluid. According to the results of these numerical modellings, the software can be deemed successful in simulating the sample problems.

While simulation with particle methods requires more computational effort than common methods such as finite element and finite difference, the particle-based and micromechanical nature of these methods and their ability to model large-scale deformations and complex behaviors has, in many cases, made them logical choices for simulation. As the next steps of this study, the authors are developing new equations for interaction of particles and equations of state to improve the software performance.

**Keywords:** Numerical Modelling, Multi-Phase Medium, Bonded Particle Method, BPM, Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH, Visual C++, QUANTA