

# مدل سازی گسیختگی پیش رونده در شیروانی های خاکی با استفاده از روش درونیابی نقطه ای با توابع شعاعی تصادفی

سعید هاشمی<sup>۱</sup>، رضا نادری<sup>۲\*</sup>

۱. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود

۲. دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود

\*R\_naderi@shahroodut.ac.ir

تاریخ پذیرش: [۹۸/۴/۱۸]

تاریخ دریافت: [۹۷/۷/۲۶]

## چکیده

در تحلیل های مرسوم گسیختگی شیب های خاکی، پارامترهای مقاومتی حتی در کرنش های بزرگ بدون تغییر و به صورت قطعی فرض می شوند. این در حالی است که در حین گسیختگی، مقاومت خاک مقادیر بیشینه و پسماند از خود نشان داده و استحکام آن به صورت پیش رونده با افزایش کرنش خمیری کاهش می یابد. علاوه بر تغییرات پارامترهای مقاومتی خاک در سازوکار پیش رونده، ماهیت غیریکنواخت خاک نیز سبب ایجاد تغییرات مکانی این پارامترها می شود. از این رو سیستم های ژئوتکنیکی باید با لحاظ عدم قطعیت مقادیر پارامترهای خاک به صورت غیرقطعی و با استفاده از مفاهیم آمار و احتمالات بررسی شوند. شبیه سازی گسیختگی پیش رونده<sup>۱</sup> به صورت قطعی یا غیرقطعی تنها با بکارگیری تکنیک های عددی مانند روش اجزاء محدود که قادر به شبیه سازی توسعه کرنش خمیری انحرافی<sup>۲</sup> هستند، ممکن می شود. اگر چه روش اجزاء محدود به طور گسترده در تحلیل مسائل پایداری مورد استفاده قرار می گیرد، با این حال این روش با مشکلاتی که اساسا به شبکه بندی مربوط می شود، روبرو است. در این پژوهش از روش درونیابی نقطه ای با توابع شعاعی در ترکیب با میدان تصادفی برای مدل سازی تغییرات مکانی ویژگی مقاومت خاک و تحلیل ناپایداری شیب استفاده شده است. به منظور در نظر گرفتن گسیختگی پیش رونده خاک، روش حل الاستوپلاستیک با مدل رفتاری مور کولمب توسعه داده شده برای لحاظ قابلیت نرم شوندگی کرنش بکارگرفته شده است. برای انجام تحلیل احتمالاتی نیز میدان تصادفی پارامترهای چسبندگی و زاویه اصطکاک و همچنین کرنش خمیری حد آستانه بر اساس مقادیر میانگین و انحراف معیار آنها تولید می شوند. به منظور بررسی کاربرد روش درونیابی نقطه ای با توابع شعاعی تصادفی، یک شیروانی خاکی با هندسه مشخص به صورت قطعی و غیرقطعی مورد تحلیل قرار گرفته و ضریب اطمینان مربوط به آن بررسی شده است. براساس تحلیل بواسطه مدل سازی گسیختگی پیش رونده، نتیجه می شود که گسیختگی واقعی خاک و وقوع جابه جایی های ادامه دار به طور همزمان با شکل گیری سازوکار پیش رونده زوال خاک و رسیدن مسیر لغزش به سطح زمین به وقوع می پیوندد. در ادامه با انجام تحلیل احتمالاتی و تولید میدان های تصادفی، توابع توزیع احتمالاتی ضریب اطمینان تعیین شده و پس از آن پارامترهای آماری محاسبه شده اند.

**واژگان کلیدی:** پایداری شیروانی، روش درونیابی نقطه ای با توابع شعاعی، تحلیل احتمالاتی، گسیختگی پیش رونده.

1 Progressive failure  
2 Deviatoric plastic strain

## 1- مقدمه

تحلیل ناپایداری شیروانی‌های خاکی همواره به عنوان یکی از مسائل چالش برانگیز در مهندسی ژئوتکنیک باقیمانده و طی سال‌ها موضوع پژوهش‌های متعددی به آن اختصاص داده شده است. در این قبیل مسائل وقوع گسیختگی خاک و شکست طراحی می‌تواند ناشی از عدم توجه به تغییرات مکانی موجود در ویژگی‌های خاک، پیچیدگی سازوکار زوال و یا به دلیل مشکلات و محدودیت‌های ابزار مدل‌سازی مسئله مورد بررسی باشد که منجر به ایجاد خسارت مالی و تلفات جانی در پروژه‌های مهندسی می‌شود.

مطالعات متعددی در زمینه مدل‌سازی عددی رفتار خاک در حین گسیختگی و تحلیل سازوکار زوال آن انجام شده است. با این حال، مفهوم واقعی سازوکار گسیختگی خاک به طور کامل درک نشده و مدل‌سازی آن همواره با ابهامات و عدم قطعیت‌هایی همراه است. در بیشتر مطالعات انجام شده، فرض شده است که گسیختگی به صورت همزمان در امتداد سطح لغزش در توده خاک شکل می‌گیرد. این در حالی است که کرنش‌های خمیری ناشی از افزایش بارگذاری یا کاهش مقاومت در خاک غیریکنواخت بوده، و بنابراین روند گسیختگی به صورت پیش‌رونده خواهد بود. علاوه بر این، در بیشتر مطالعات انجام شده فرض می‌شود که پارامترهای مقاومتی خاک حتی در کرنش‌های بزرگ ایجاد شده نیز بدون تغییر باقی می‌ماند. در نظر گرفتن این فرض در مسائلی مانند تحلیل ناپایداری شیب‌های خاکی امری غیر صحیح است. چرا که در این گونه مسائل پارامترهای مقاومتی خاک مقادیر بیشینه و پسماند از خود نشان داده و استحکام خاک به صورت پیش‌رونده با افزایش کرنش خمیری، کاهش می‌یابد. با توجه به این مفهوم، تا به امروز تحلیل‌های عددی گسیختگی پیش‌رونده در مسائل ژئوتکنیکی متعددی بکار گرفته شده است [1-3].

علاوه بر تغییرات پارامترهای مقاومتی خاک در سازوکار پیش‌رونده، ماهیت غیریکنواخت خاک نیز سبب ایجاد تغییرات مکانی این پارامترها می‌شود. همواره خاک به عنوان مصالحی ناهمگن شناخته شده و تغییرات فضایی ویژگی‌های

آن نقش مهمی در رفتار خاک دارد. از این رو سیستم‌های ژئوتکنیکی باید با لحاظ عدم قطعیت مقادیر پارامترهای خاک به صورت غیرقطعی و با استفاده از مفاهیم آمار و احتمالات بررسی شوند. به منظور بررسی تاثیر تغییرات مکانی پارامترهای مقاومتی بر رفتار خاک، مدل‌سازی خاک به صورت یک روند چند بعدی به همراه چند پارامتر تصادفی در تحلیل احتمالاتی انجام می‌گیرد. تئوری میدان تصادفی اساس تشکیل چنین مدلی را فراهم می‌سازد. جزئیات تئوری میدان تصادفی و کاربرد آن در مهندسی ژئوتکنیک به طور کامل توسط فنتون و گریفیتس شرح داده شده است [8]. با بکارگیری این تئوری پژوهشگران متعددی به بررسی تاثیر تغییرات فضایی پارامترهای خاک پرداخته‌اند [9,10].

باید به این نکته اشاره شود که تحلیل قطعی یا غیرقطعی روند گسیختگی پیش‌رونده تنها با بکارگیری تکنیک‌های عددی مانند روش اجزاء محدود که قادر به شبیه‌سازی ایجاد و توسعه ناحیه برشی با تمرکز کرنش هستند، ممکن می‌شود. اگر چه روش اجزاء محدود به طور گسترده در تحلیل پایداری شیب مورد استفاده قرار می‌گیرد، با این حال این روش با مشکلاتی مانند ناپیوستگی تنش در المان‌های مرزی، دقت کم در تحلیل تغییر شکل‌های زیاد و یا ضعف همگرایی ناشی از پیچیدگی المان‌ها روبرو است. این دسته از مشکلات روش اجزاء محدود اساساً به شبکه‌بندی مربوط می‌شود. بنابراین یک راه حل مناسب برای رهایی از این مشکلات استفاده از روش‌های بدون شبکه (MFMs) جهت تحلیل مسائل پایداری با دقت کافی است. روش‌های بدون شبکه توسط لوسی با به کارگیری روش ذرات صاف هیدرودینامیکی<sup>3</sup> (SPH) برای مدل‌سازی پدیده‌های فیزیک نجومی توسعه پیدا کرد [4]. امروزه این روش به عنوان یک ابزار عددی موثر برای تحلیل مسائل مختلف مهندسی شناخته شده و مطالعات متعددی در زمینه کاربرد این روش در شاخه‌های مختلف مانند مهندسی ژئوتکنیک انجام شده است [5-7].

در این پژوهش از روش درون‌یابی نقطه‌ای با توابع شعاعی در ترکیب با میدان تصادفی برای مدل‌سازی تغییرات

بسیاری برای شناسایی گسترش گسیختگی در توده خاک انجام گرفته است و تا به امروز توزیع غیریکنواخت کرنش به عنوان یکی از اصلی‌ترین عوامل ایجاد کننده گسیختگی پیش-رونده شناخته می‌شود. کاهش مقاومت برشی متناسب با کرنش خمیری برشی، از مقدار بیشینه تا مقدار پسماند، شرایط مناسب را برای ایجاد گسیختگی پیش‌رونده فراهم می‌آورد. تحلیل این گونه مسائل با بکارگیری مدل رفتاری با در نظر گرفتن نرم‌شوندگی کرنش ممکن می‌شود. تحلیل شیب، ظرفیت باربری و سایر مسائل خاکی با در نظر گرفتن رفتار نرم‌شوندگی کرنش، از جمله مسائل پیچیده در مهندسی ژئوتکنیک محسوب می‌شوند. در این دسته مسائل، ویژگی‌های مصالح، در مراحل مختلف بین مقدار بیشینه تا مقدار پسماند تغییر کرده و گسیختگی با بکارگیری تکنیک کاهش مقاومت با افزایش کرنش، ایجاد می‌شود. به طور کلی در این نوع گسیختگی ابتدا بخشی از خاک که در آن ناحیه، کرنش‌ها به صورت محلی شکل گرفته، گسیخته می‌شود. با افزایش کرنش در این ناحیه مقاومت خاک از مقدار بیشینه به مقدار پسماند کاهش می‌یابد. بکارگیری روش بازتوزیع تنش سبب گسترش ناحیه برشی شده و این ناحیه در خاک مجاور رخنه می‌کند. بنابراین سطح لغزش بطور پیش‌رونده در امتداد ناحیه‌ای با مقاومت میانگین مابین مقدار بیشینه و پسماند گسترش می‌یابد.

همواره مدل‌های نرم‌شوندگی کرنش مختلفی به منظور محاسبه پارامترهای مقاومتی خاک در طی تغییرات مقدار کرنش ارائه شده است. در این میان می‌توان به مدل تعمیم یافته مورکولمب که اجازه رفتار با نرم‌شوندگی کرنش را به مصالح می‌دهد، اشاره کرد. در این مدل ویژگی‌ها به صورت توابع خطی قطعه‌ای از کرنش برشی خمیری  $\kappa^{ps}$  تعریف می‌شود. همچنین نمو سخت‌شوندگی کرنشی به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\Delta \kappa^{ps} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\Delta \varepsilon_1^{ps} - \Delta \varepsilon_m^{ps})^2 + (\Delta \varepsilon_m^{ps})^2 + (\Delta \varepsilon_3^{ps} - \Delta \varepsilon_m^{ps})^2} \quad (1)$$

مکانی ویژگی مقاومتی خاک و تحلیل ناپایداری شیب استفاده شده است. به منظور در نظر گرفتن گسیختگی پیش‌رونده خاک، روش حل الاستوپلاستیک با مدل رفتاری مورکولمب توسعه داده شده برای لحاظ قابلیت نرم‌شوندگی کرنش بکارگرفته شده است. برای انجام تحلیل، در گام اول پارامترهای مقاومتی مانند چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی به صورت غیرقطعی با مقادیر میانگین و انحراف معیار در نظر گرفته می‌شود. با توجه قابلیت نرم‌شوندگی کرنش در مدل رفتاری، مقادیر کرنش خمیری حد آستانه نیز می‌توانند به عنوان متغیر تصادفی در تحلیل لحاظ شوند. در مرحله بعد با بررسی همبستگی نقاط دامنه، میدان‌های تصادفی پارامترهای غیرقطعی تولید شده و به همراه مقادیر سایر پارامترها به عنوان ورودی روش درونیابی نقطه‌ای با توابع شعاعی در تحلیل پایداری شیب خاکی بکار گرفته شده است. برای تحلیل احتمالاتی مسئله این روش در ترکیب با شبیه‌سازی مونت کارلو قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر تحلیل مسئله پایداری به تعداد میدان تصادفی ساخته شده تکرار می‌شود. خروجی این روند حل، توزیع‌های احتمالاتی برای پارامتر ضریب اطمینان شیب خاکی است. برای انجام روند شرح داده شده، در ادامه مقاله ابتدا مفاهیم کلی گسیختگی پیش‌رونده، روش درونیابی نقطه‌ای با توابع شعاعی تقویت شده و روش ساخت میدان تصادفی ارائه می‌شود. پس از آن برای بررسی کارایی روش درونیابی نقطه‌ای با توابع شعاعی با فرض گسیختگی پیش‌رونده، تحلیل پایداری یک شیروانی خاکی به صورت قطعی شرح داده می‌شود. در انتها، با لحاظ عدم قطعیت‌های مکانی ویژگی‌های مکانیکی خاک پایداری شیروانی در چارچوب تحلیل احتمالاتی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

## ۲- گسیختگی پیش‌رونده در خاک

گسیختگی ناشی از وقوع جابه‌جایی‌های بزرگ در مسائل خاکی بواسطه گسترش پیش‌رونده باندهای برشی غیر الاستیک ایجاد می‌شود. همواره با گذشت زمان تلاش‌های

استفاده می شود. برای این منظور تابع اسکالر  $u(x,y)$  در فضای دو بعدی که توسط دسته ای از گره های پراکنده ایجاد شده است، در نظر گرفته می شود. رابطه درون یابی نقطه ای تابع  $u(x,y)$  در نقطه مورد نظر  $(x,y)$  به صورت زیر ارائه می شود:

$$u(x, y) = \sum_{i=1}^m B_i a_i \quad (5)$$

در این رابطه  $B_i(x,y)$  تابع پایه ای در مختصات دو بعدی،  $m$  تعداد تابع پایه ای و  $a_i$  ضریب مرتبط با تابع پایه ای است. در روش درون یابی نقطه ای توابع پایه ای می توانند به صورت توابع کثیرال جمله ای انتخاب شوند. در نتیجه مراحل حل مسئله از جمله مشتق گیری توابع شکل به راحتی انجام می شود. سادگی و دقت مناسب نتایج، از جمله ویژگی های شاخص این روش محسوب می شود. این در حالی است که روش درون یابی نقطه ای با توابع پایه ای کثیرال جمله ای همواره از مشکل انفراد ماتریس گشتاور رنج می برد. برای برطرف نمودن این مشکل از روش درون یابی با استفاده از توابع شعاعی استفاده می شود. از طرف دیگر برای بهره گیری از مزیت های توابع کثیرال جمله ای، می توان روش را به وسیله اضافه کردن عبارت های کثیرال جمله ای تا مرتبه دلخواه به عنوان توابع پایه ای، تقویت نمود. در این صورت رابطه درون-یابی نقطه ای با توابع پایه ای شعاعی تقویت شده برای تابع  $u(x,y)$  به صورت زیر نوشته می شود:

$$u(x, y) = \sum_{i=1}^m R_i(x, y) a_i + \sum_{j=1}^n P_j(x, y) b_j = \mathbf{R}^T(x, y) \mathbf{a} + \mathbf{P}^T(x, y) \mathbf{b} \quad (6)$$

در این رابطه،  $\mathbf{R}$  و  $\mathbf{P}$  به ترتیب توابع پایه ای شعاعی و کثیرال جمله ای از تعداد نقاط  $n$  گره ای در دامنه تکیه گاهی محلی نقطه با مختصات  $(x,y)$  بوده و  $m$  تعداد عبارت های کثیرال جمله ای استفاده شده به عنوان توابع پایه ای است. جمله-های توابع کثیرال جمله ای در مختصات فضایی مشخص با استفاده از مثلث پاسکال انتخاب می شوند [13]. برای تعیین مقادیر ضرایب  $a_i$  و  $b_j$  نیاز به تشکیل  $n+m$  معادله است. در این راستا،  $n$  معادله بواسطه اعمال مقادیر گره ای بر تابع  $u(x,y)$  به صورت زیر ایجاد می شود:

که در آن،  $\Delta \varepsilon_1^{ps}$  و  $\Delta \varepsilon_3^{ps}$  نمو کرنش خمیری در امتداد جهت بیشینه و کمینه تنش اصلی هستند.  $\Delta \varepsilon_m^{ps}$  نمو کرنش برشی خمیری حجمی است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$\Delta \varepsilon_m^{ps} = (\Delta \varepsilon_1^{ps} + \Delta \varepsilon_3^{ps})/3 \quad (2)$$

مطابق مطالعات انجام گرفته در مسائل خاکی غالباً از مدلی با تابع خطی سه جزئی با نرم شونده گی کرنش مطابق شکل (1) استفاده می شود [11].

شکل 1. مدل نرم شونده گی کرنش

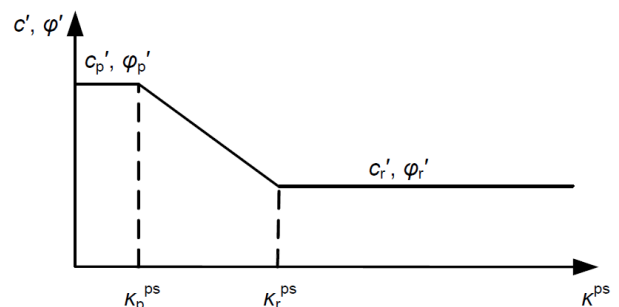


Fig. 1. Strain softening model

ویژگی های این مدل در قالب روابط زیر ارائه می شود:

$$c' = \begin{cases} c_p' & \kappa^{ps} \leq \kappa_p^{ps} \\ c_r' + \frac{\kappa^{ps} - \kappa_r^{ps}}{\kappa_p^{ps} - \kappa_r^{ps}} (c_p' - c_r') & \kappa_p^{ps} \leq \kappa^{ps} \leq \kappa_r^{ps} \\ c_r' & \kappa^{ps} \geq \kappa_r^{ps} \end{cases} \quad (3)$$

$$\phi' = \begin{cases} \phi_p' & \kappa^{ps} \leq \kappa_p^{ps} \\ \phi_r' + \frac{\kappa^{ps} - \kappa_r^{ps}}{\kappa_p^{ps} - \kappa_r^{ps}} (\phi_p' - \phi_r') & \kappa_p^{ps} \leq \kappa^{ps} \leq \kappa_r^{ps} \\ \phi_r' & \kappa^{ps} \geq \kappa_r^{ps} \end{cases} \quad (4)$$

در این روابط  $c_p'$  و  $c_r'$  به ترتیب چسبندگی بیشینه و پسماند و همچنین  $\phi_p'$  و  $\phi_r'$  نیز به ترتیب زاویه اصطکاک داخلی بیشینه و پسماند هستند.  $\kappa_p^{ps}$  و  $\kappa_r^{ps}$  نیز مقادیر کرنش آستانه است. مقادیر این پارامترها بوسیله انجام تست های مرسوم بدست آورده می شود [11,12].

### ۳- روش درون یابی نقطه ای با توابع شعاعی تقویت شده

روش درون یابی نقطه ای از جمله روش های بدون شبکه است که در آن برای نمایش تابع تقریب از فرم سری محدود

$$\sum_{i=1}^n p_j(x_i, y_i) a_i = 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (12)$$

و یا در فرم ماتریسی:

$$\mathbf{P}_m^T \mathbf{a} = \mathbf{0} \quad (13)$$

بنابراین معادله (۸) به فرم زیر نوشته می‌شود:

$$\bar{\mathbf{U}}_s = \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_s \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_Q & \mathbf{P}_m \\ \mathbf{P}_m^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{Bmatrix} = \mathbf{G} \mathbf{a}_0 \quad (14)$$

که در این رابطه:

$$\mathbf{a}_0 = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m] \quad (15)$$

$$\bar{\mathbf{U}}_s = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] \quad (16)$$

بنابراین با توجه به معادله (۱۴) می‌توان نوشت:

$$\mathbf{a}_0 = \begin{Bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{Bmatrix} = \mathbf{G}^{-1} \bar{\mathbf{U}}_s \quad (17)$$

در انتها از ترکیب معادله (۱۷) و (۱۶) داریم:

$$u(x) = \{\mathbf{R}^T(x) \ \mathbf{P}^T(x)\} \mathbf{G}^{-1} \bar{\mathbf{U}}_s = \bar{\Phi}^T(x) \bar{\mathbf{U}}_s \quad (18)$$

که در این رابطه:

$$\bar{\Phi}^T = \{\varphi_1(x) \ \varphi_2(x) \ \dots \ \varphi_n(x) \ \varphi_{n+1}(x) \ \varphi_{n+2}(x) \ \dots \ \varphi_{n+m}(x)\} \quad (19)$$

پس از محاسبه بردار توابع شکل، برای دامنه تکیه‌گاهی مورد نظر با تعداد  $n$  گره موجود در آن، بردار تابع شکل اصلی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\Phi^T = \{\varphi_1(x) \ \varphi_2(x) \ \dots \ \varphi_n(x)\} \quad (20)$$

## ۴- میدان تصادفی

خاک از جمله مصالحی محسوب می‌شود که در آن، خصوصیات به مکان مربوط می‌شود. به عبارت دیگر، ویژگی این مصالح از نقطه‌ای به نقطه دیگر متفاوت بوده به گونه‌ای که نمی‌توان در مورد آن از روش‌های معمول آمار و احتمال که مبتنی بر استقلال مشاهدات فضای نمونه است، استفاده کرد. از طرف دیگر، در عملیات اکتشافی در خاک، مشخصات آن تنها در مکان‌های نمونه‌گیری شده بدست آورده می‌شود.

$$u_k = u(x_k, y_k) = \sum_{i=1}^n R_i(x_k, y_k) a_i + \sum_{j=1}^m p_j(x_k, y_k) b_j \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (V)$$

معادله (V) در فرم ماتریسی به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{R}_Q \mathbf{a} + \mathbf{P}_m \mathbf{b} \quad (8)$$

که در این رابطه  $\mathbf{R}_Q$  و  $\mathbf{P}_m$  به ترتیب از ماتریس‌هایی به فرم زیر در فضای دو بعدی حاصل می‌شوند:

$$\mathbf{R}_Q = \begin{bmatrix} R_1(x_1, y_1) & R_2(x_1, y_1) & \dots & R_n(x_1, y_1) \\ R_1(x_2, y_2) & R_2(x_2, y_2) & \dots & R_n(x_2, y_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_1(x_n, y_n) & R_2(x_n, y_n) & \dots & R_n(x_n, y_n) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_m = \begin{bmatrix} p_1(x_1, y_1) & p_2(x_1, y_1) & \dots & p_m(x_1, y_1) \\ p_1(x_2, y_2) & p_2(x_2, y_2) & \dots & p_m(x_2, y_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_1(x_n, y_n) & p_2(x_n, y_n) & \dots & p_m(x_n, y_n) \end{bmatrix} \quad (10)$$

در توابع شعاعی تنها متغیر موجود فاصله  $\Gamma_i$  فاصله بین دو مختصات فضایی  $(x, y)$  و  $(x_i, y_i)$  است. برای انجام تحلیل، توابع شعاعی مختلفی ارائه شده است. در این پژوهش از تابع شعاعی مولتی کوادراتیکس<sup>۵</sup> با رابطه‌ای به فرم زیر استفاده شده است:

$$R_i(x, y) = (r_i^2 + c^2)^q = [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + c^2]^q \quad (11)$$

در این رابطه  $c$  و  $q$  پارامترهای شکل<sup>۶</sup> هستند. بهترین مقدار انتخابی برای این پارامترها بر اساس نوع مسئله و انجام تست-های عددی حاصل می‌شود. در این پژوهش با توجه به مطالعات انجام گرفته در خصوص پارامترهای شکل در مکانیک جامدات، از مقادیر  $1/42$  و  $0/98$  به ترتیب برای  $c$  و  $q$  استفاده شده است [13]. در ادامه  $m$  معادله باقیمانده از طریق اعمال شرایط یکتایی جواب به صورت زیر بدست می‌آیند:

5 Multiquadratics function  
6 Shape parameters

پس از آن با تولید اعداد تصادفی به صورت نرمال استاندارد با مقادیر میانگین صفر و انحراف معیار یک، مقادیر مورد نظر جهت بکارگیری در ساخت میدان تصادفی از حاصل ضرب ماتریس پایین مثلثی  $L$  و مقادیر تصادفی نرمال استاندارد  $Z$  به صورت زیر حاصل می‌شوند:

$$G = L \times Z \quad (24)$$

در انتها، با استفاده از مقادیر ماتریسی  $G$ ، با بکارگیری رابطه زیر، میدان تصادفی برای متغیر  $X$  بدست آورده می‌شود:

$$X_{R,F} = \mu(X) + G \cdot \sigma(X) \quad (25)$$

در این رابطه،  $\mu(X)$  و  $\sigma(X)$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار میدان تصادفی پارامتر  $X$  است.

## ۵- مدل‌سازی عددی و روش تحلیل

به منظور بررسی کاربرد روش درون‌یابی نقطه‌ای با توابع شعاعی تصادفی، یک شیروانی خاکی با هندسه نشان داده شده در شکل (۲) به صورت قطعی و غیرقطعی مورد تحلیل قرار گرفته است. دامنه مجزا شده شیب نیز در شکل (۳) نشان داده شده است. مشخصات در نظر گرفته شده برای رفتار خاک در حالت بیشینه و پسماند در جدول (۱) آورده شده است. مطابق شکل (۳)، شیب خاکی با ارتفاع ۱۰ متر و زاویه شیب حدود ۶۳ درجه شامل یک لایه خاک با مشخصات پارامترهای مرسوم نشان داده شده در جدول (۲) مورد بررسی قرار گرفته است. در این پژوهش، مسئله شیب خاکی در قالب شرایط کرنش صفحه‌ای بررسی می‌شوند. در این نوع تحلیل، هندسه، ویژگی‌های مسئله و متغیر میدانی در قالب دو مختصات فضایی  $X$  و  $Y$  تعریف می‌شوند. علاوه‌براین، شرایط گیرداری و درجه‌های آزادی بسته شده با توجه به شرایط مرزی مطابق شکل (۲)، شامل بسته بودن جابه‌جایی در جهت  $X$  در امتداد ضلع  $AB$  و  $FE$  و همچنین بسته بودن جابه‌جایی در جهت  $X$  و  $Y$  در امتداد ضلع  $AF$  می‌شوند.

اولین قدم در تحلیل روش درون‌یابی نقطه‌ای با توابع شعاعی، تعریف دامنه مسئله به وسیله توزیع گره در آن است. تعداد و چیدمان گره‌ها به شکلی انتخاب می‌شود که بدنه شبیه‌سازی شده تا حد امکان به واقعیت نزدیک باشد. بیشتر

این در حالی است که مقادیر این مشخصات در سایر نقاط دامنه مسئله مجهول باقی می‌ماند. در این راستا استفاده از تئوری میدان تصادفی برای حصول مقادیر به صورت تصادفی در نقاط مختلف دامنه انتخابی مسئله، به عنوان راهکاری برای مقابله با این عدم اطمینان شناخته می‌شود [14]. تئوری میدان تصادفی می‌تواند به طور موثری تغییرات مکانی ویژگی‌های خاک را توسط تابع همبستگی تشریح کند. در واقع این تئوری یک روش پیش بینی است که بر اساس اطلاعات محدود موجود، مشخصه مورد نظر را برای سایر نقاط پیش‌بینی کند. در این روش یک ویژگی خاص خاک در نقاط بسیار نزدیک به هم تقریباً یکسان بوده و در نقاط دور از هم ارتباطی به هم نخواهند داشت. برای این منظور ابتدا بوسیله تابع همبستگی ارتباط بین نقاط مد نظر در دامنه مسئله تعریف می‌شود. از میان توابع همبستگی موجود می‌توان به تابع همبستگی گوسی، مثلثی و ... اشاره کرد. در این پژوهش از تابع همبستگی نمایی برای ساخت ماتریس همبستگی با رابطه‌ای به فرم زیر استفاده می‌شود:

$$\rho = \exp\left(-\frac{\tau_x}{\theta_x} - \frac{\tau_y}{\theta_y}\right) \quad (21)$$

در این رابطه،  $\tau_x$  و  $\tau_y$  به ترتیب فاصله در راستای  $X$  و  $Y$  بین دو نقطه مورد بررسی و  $\theta_x$  و  $\theta_y$  به ترتیب طول همبستگی در راستای  $X$  و  $Y$  است. طول همبستگی معرف فاصله آستانه‌ای است که تاثیر همبستگی پارامترها را نشان می‌دهد. تابع همبستگی برای تمامی نقاط مورد نظر در ارتباط به سایر نقاط بکار گرفته می‌شود و ماتریس همبستگی برای سیستم با تعداد  $n$  نقطه به فرم زیر حاصل می‌شود:

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \dots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & \rho_{nn} \end{bmatrix} \quad (22)$$

در مرحله بعد با تجزیه این ماتریس با استفاده از روش Cholesky، ماتریس بالا و پایین مثلثی حاصل می‌شود:

$$\rho = LL^T \quad (23)$$

به منظور برآورد ماتریس سختی و ماتریس نیرو احتیاج به انتگرال‌گیری نسبت به سطح یا حجم است. در این راستا، بکارگیری روش انتگرال‌گیری عددی مناسب برای محاسبه روابط در دامنه مسئله امری ضروری است. در این پژوهش، از روش نقطه تنش به دلیل قدرت همگرایی بالا برای انجام انتگرال‌گیری عددی استفاده شده است. برای این منظور ابتدا نقاطی در دامنه مسئله بین گره‌های روش درون‌یابی نقطه‌ای با توابع شعاعی تعریف می‌شود. پس از آن در اطراف این نقاط سلول‌های ورونویی ایجاد شده، به شکلی که مساحت اختصاص یافته هر سلول به نقطه تنش آن، معرف وزن انتگرالی آن نقطه تنش باشد. در شکل (۴) نقاط تنش تعریف شده به همراه سلول ورونویی آن‌ها نشان داده شده است.

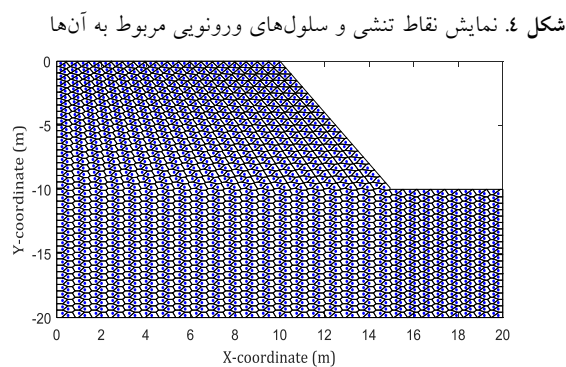


Fig. 4. Display stress points and their associated voronoi cells

نتیجه تحلیل مسئله بررسی پایداری شیب، پارامتر ضریب اطمینان است. این کمیت برابر با ضریبی است که پارامترهای اصلی مقاومتی یعنی  $C$  و  $\phi$  بر آن تقسیم شده و به این ترتیب مقاومت برشی کاهش یافته تحت نیروی وزن ثابت، گسیختگی حاصل می‌شود. برای این منظور، در طی روند تحلیل، بار وزن با انتگرال‌گیری در هر دامنه تکیه‌گاهی و با توجه به مقدار در نظر گرفته شده برای وزن مخصوص مصالح، حاصل شده و در طی یک نمو به مسئله اعمال می‌شود. پس از آن یک حلقه کاهش مقاومت در برنامه در نظر گرفته شده که به صورت تدریجی مقاومت خاک را کم کرده تا با انجام تحلیل الاستو پلاستیک خاک، گسیختگی حاصل شود. بر این اساس پارامترهای مقاومتی ضریب‌دار شده خاک به صورت زیر بیان می‌شوند:

انتخاب آرایش گره‌ها بر اساس هندسه مسئله و تعداد نقاط مستقل لازم برای تعریف دامنه مسئله دیکته می‌شود. به منظور انجام تحلیل مسئله، دامنه شیب مورد بررسی به وسیله تعداد ۱۵۵۰ گره مطابق شکل (۳) با روش درون‌یابی نقطه‌ای با توابع شعاعی مدل‌سازی می‌شود. به منظور افزایش دقت نتایج و کاهش هزینه محاسبات گره‌ها در ناحیه شیب‌دار با تراکم بیشتر و در ناحیه پایین شیب با تراکم کمتر تعریف می‌شوند.

شکل ۲. هندسه و شرایط مرزی شیب

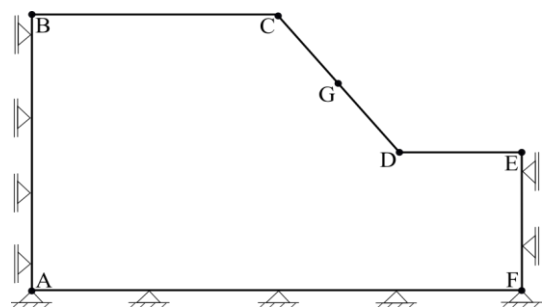


Fig. 2. Slope geometry and boundary conditions

شکل ۳. دامنه مجزا شده بوسیله تعداد ۱۵۵۰ گره

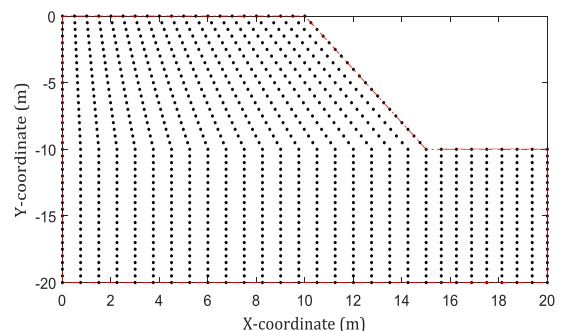


Fig. 3. The domain is separated by 1550 nodes

جدول ۱. مقادیر پارامترهای مقاومتی خاک در حالت بیشینه و پسماند

Parameter	Maximum value	Residual value
Internal friction angle (°)	20	15
Cohesion (kN/m <sup>2</sup> )	35	5
Deviant plastic strain	0.00	0.05

Table 1. Soil strength parameters values at maximum and residual modes

جدول ۲. مقادیر پارامترهای قطعی خاک

Modulus of elasticity (kN/m <sup>2</sup> )	Density (kN/m <sup>3</sup> )	Poisson ratio	Dilation angle(°)
10000	20	0.25	5

Table 2. Definite soil parameter values

جدول ۳. مقایسه مقادیر ضرایب اطمینان حاصل از روش های درون یابی نقطه ای با توابع شعاعی، تعادل حدی و اجزاء محدود

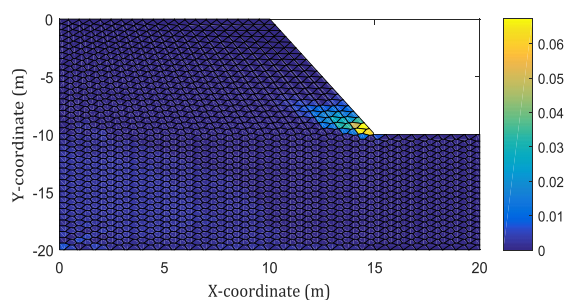
Analysis method	Maximum mode	Residual mode
RPIM	1.25	0.60
Partial equilibrium	1.73	0.61
Finite element	1.32	0.38

**Table 3.** Comparison of the values of factors of safety by radial point interpolation, partial equilibrium and finite element methods

در ادامه تحلیل قطعی مسئله، شیب مورد نظر با لحاظ مدل گسیختگی پیش رونده مورد بررسی قرار می گیرد. با توجه به مدل با قابلیت نرم شوندگی کرنش در شبیه سازی گسیختگی پیش رونده، مقادیر پارامترهای مقاومتی (زاویه اصطکاک و چسبندگی) با استفاده از روابط (۳) و (۴) با مقداری بین مقدار بیشینه و کمینه اصلاح می شوند. شکل های (۶-الف) تا (۶-ی)، پیشروی کرنش خمیری انحرافی را در طی تکرار حل الاستوپلاستیک در دامنه شیب نشان می دهد. مطابق شکل (۶-الف) مشاهده می شود که تقریباً در شماره تکرار ۱۰، کرنش های خمیری در ناحیه پنجه شیب بوجود آمده و با افزایش تکرار در ناحیه شیب خاکی متناسب با سازوکار گسیختگی در مسیر لغزش پیشروی کرده است (اشکال ۶-ب و ۶-ج). کرنش های خمیری مطابق شکل (۶-د) در شماره تکرار کمتر از ۱۰۰ به سطح بالای شیب رسیده و سازوکار گسیختگی تشکیل شده است. پس از آن، مطابق شکل های (۶-ه و ۶-ی) با افزایش تکرار گسیختگی گسترش می یابد، به شکلی که جابه جایی های بزرگی در نقاط مختلف شیب رخ می دهد.

شکل ۶. پیشروی کرنش خمیری برشی در مراحل حل الاستوپلاستیک

الف) ۱۰ تکرار



ب) ۳۰ تکرار

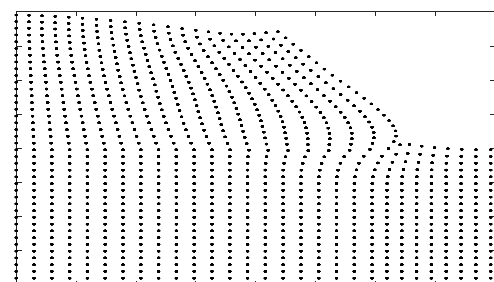
$$\phi_f = \arctan(\tan \phi / srf) \quad (26)$$

$$c_f = c / srf$$

### ۵-۱- تحلیل قطعی پایداری شیروانی خاکی

در این قسمت، شیب مورد نظر به صورت قطعی با استفاده از مقادیر پارامترهای جدول (۲) و همچنین با کارگیری پارامترهای خاک در حالت بیشینه و پسماند ارائه شده در جدول (۱) به طور جداگانه تحلیل شده است. ضرایب اطمینان مربوط به تحلیل شیب مورد نظر با بهره گیری از روش درون یابی نقطه ای با توابع شعاعی و با استفاده از پارامترهای خاک در حالت بیشینه و پسماند به طور جداگانه و بدون در نظر گرفتن گسیختگی پیش رونده صورت گرفته است. برای درستی آزمایی برنامه عددی حل با روش درون-یابی نقطه ای با توابع شعاعی، شیب مورد نظر با روش اجزاء محدود و با استفاده از نرم افزار Plaxis و نیز روش تعادل حدی با استفاده از نرم افزار GeoSlope بررسی شده و نتایج در جدول (۳) ارائه شده است. دامنه تغییر شکل یافته شیب در شکل (۵) با انجام تحلیل روی پارامترهای بیشینه خاک نشان داده شده است. مطابق ضرایب اطمینان ارائه شده در جدول (۳)، مقایسه نتایج روش های گفته شده امکان پذیر است. مطابق نتایج ارائه شده در جدول مشاهده می شود که تغییرات ضریب اطمینان بدست آمده از روش درون یابی نقطه ای با توابع شعاعی در بازه محدودتری نسبت به سایر روش ها قرار می گیرد. همچنین مشخص است که ضریب اطمینان پایداری شیب با تغییر مقادیر پارامترها از حالت بیشینه به پسماند به ترتیب از حالت امن (بزرگتر از یک) به ناحیه ناامن (کوچکتر از یک) منتقل می شود. بنابراین نوع گسیختگی در شیب مورد بررسی به صورت پیش رونده خواهد بود.

شکل ۵. دامنه تغییر شکل یافته شیب



**Fig. 5.** Slope deformed domain



به منظور شناسایی دقیق‌تر گسیختگی پیش‌رونده شیروانی و تعیین ضریب اطمینان آن، نمودار جابه‌جایی گره‌ای ایجاد شده در نقاط خاصی از مسئله نسبت به تکرارهای حل الاستوپلاستیک برای ضرایب کاهنده مختلف تا سقف تکرار مد نظر ضبط می‌شود. زمانی که برای یک ضریب کاهنده جابه‌جایی‌ها تا سقف تکرار همواره افزایش یافته و نمودار سیر فقط صعودی و یا فقط نزولی را طی کند، آن ضریب کاهنده به عنوان ضریب اطمینان شناخته می‌شود. در این مسئله سه نقطه قرار گرفته در قله، پنجه و وجه شیب که به ترتیب با نقاط C، D و G در شکل (۲) نشان داده شده برای بررسی گسیختگی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. نمودار جابه‌جایی گره‌ای نسبت به تعداد ۵۰۰ تکرار (سقف تکرار حل) با لحاظ پارامترهای بیشینه خاک برای نقاط C، D و G در ضریب کاهنده ۰/۹۲ به ترتیب در شکل‌های (۷ تا ۹) نشان داده شده است. مطابق شکل مشخص است که از شماره تکرار بین ۵۰ تا ۱۰۰ با افزایش شماره تکرار حل، جابه‌جایی‌ها همواره افزایش یافته و تا سقف تکرار نیز این روند ادامه پیدا می‌کند. بنابراین با توجه به عدم همگرایی تا سقف تکرار، ضریب کاهنده ۰/۹۲ به عنوان ضریب اطمینان شیب با لحاظ مدل نرم‌شوندگی کرنش تعیین می‌شود.

نکته قابل توجه در مبحث مدل‌سازی گسیختگی پیش‌رونده این است که در لحظه‌ای که سازوکار زوال شکل گرفته و گسیختگی به سطح زمین پیش‌روی کرده باشد، جابه‌جایی‌های قابل توجه در نقاط حائز اهمیت شیروانی رخ داده که با افزایش تکرار همواره افزایش می‌یابند. در اینجا با مقایسه شکل‌های (۷ تا ۹)، با (۶-ج و ۶-د) مشاهده می‌شود که گسیختگی واقعی خاک و وقوع جابه‌جایی‌های ادامه‌دار همزمان با شکل‌گیری سازوکار پیش‌رونده زوال خاک و رسیدن سطح لغزش به سطح زمین رخ می‌دهد.

#### ۲-۵- تحلیل احتمالاتی پایداری شیروانی خاکی

پارامترهای تاثیرگذار در روند مدل‌سازی مسائل خاکی، دارای عدم قاطعیت‌های ذاتی هستند. از این رو تنها استفاده از یک مقدار، معرف تغییرات موجود در این پارامترها نخواهد

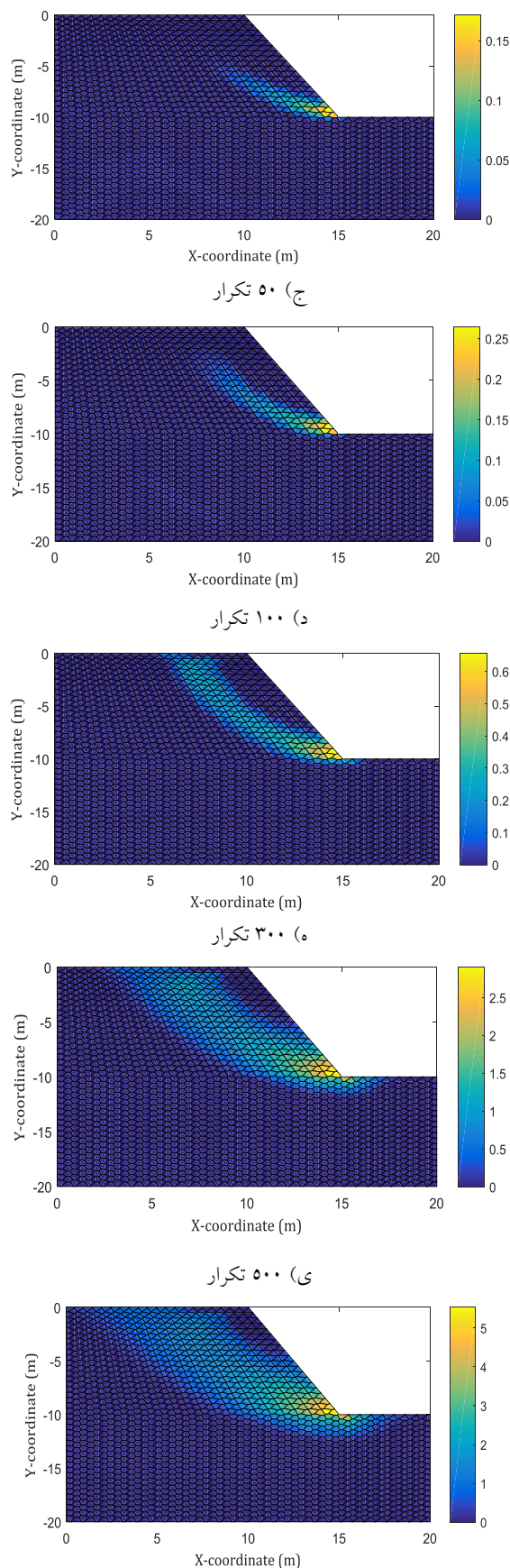


Fig. 6. Progression of shear plastic strain in elastoplastic solving steps

شکل ۹. نمودار جابه‌جایی نسبت به تکرار روش حل در نقطه پنجه شیب

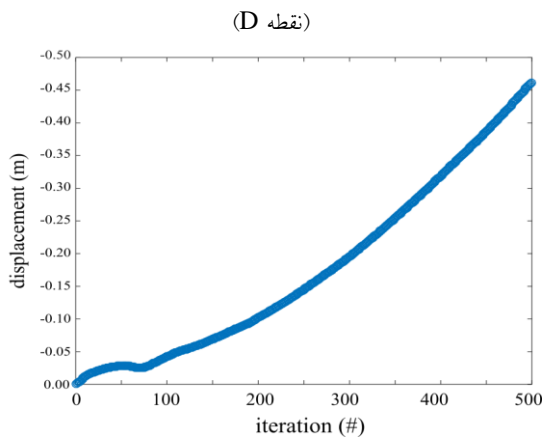


Fig. 9. Chart of displacement relative to the repetition of the solution at the point of the slope toe (point D)

پارامترهای خاکی بیشتر با استفاده از توزیع نرمال محدود شده یا لوگ نرمال تعریف می‌شوند. در جدول (۴) مقادیر میانگین و انحراف معیار پارامترهای احتمالاتی آورده شده است. در این پژوهش، برای تعریف همبستگی نقاط دامنه مورد بررسی از نقاط انتگرال‌گیری یا اصطلاحاً نقاط تنشی در روش درونیابی نقطه‌ای با توابع شعاعی استفاده شده است. قابل ذکر است که این نقاط معرف ناحیه مشخص شده سلول ورونویی مربوط به آنها است. در ادامه با بکارگیری تابع همبستگی مارکوف، ماتریس همبستگی ساخته شده و میدان تصادفی مربوط به هر پارامتر تولید می‌شود.

جدول ۴. مقادیر میانگین و انحراف معیار پارامترهای احتمالاتی خاک

Parameter	Average	Standard deviation
Maximum internal friction angle (°)	20	2
Residual internal friction angle (°)	15	2
Maximum cohesion (kN/m <sup>2</sup> )	35	2
Residual cohesion (kN/m <sup>2</sup> )	5	2

Table 4. Soil probabilistic parameters mean and standard deviation values

شکل‌های (۱۰ تا ۱۳) میدان تصادفی تولید شده در یک تکرار مونت کارلو را به ترتیب برای پارامترهای زاویه اصطکاک بیشینه و پسماند و همچنین چسبندگی بیشینه و پسماند نشان می‌دهند. میدان‌های تصادفی در این تحلیل با لحاظ طول

بود. در این راستا، تولید میدان تصادفی با استفاده از یک توزیع آماری برای هر پارامتر به عنوان ورودی الگوریتم محاسباتی در تحلیل مسئله پایداری، می‌تواند راه حلی برای برطرف کردن این مشکل باشد. بنابراین برای انجام تحلیل احتمالاتی با استفاده از روش درونیابی نقطه‌ای با توابع شعاعی تصادفی، در گام نخست به انتخاب توزیع مناسب برای پارامترهای ورودی پرداخته می‌شود که این امر با در نظر گرفتن مقدار میانگین و انحراف معیار ممکن می‌شود.

شکل ۷. نمودار جابه‌جایی نسبت به تکرار روش حل در نقطه قله شیب

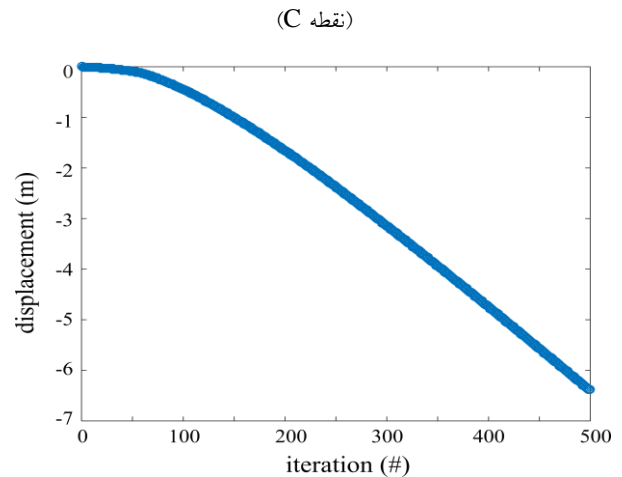


Fig. 7. Chart of displacement relative to the repetition of the solution at the point of the slope peak (point C)

شکل ۸. نمودار جابه‌جایی نسبت به تکرار روش حل در نقطه وجه شیب

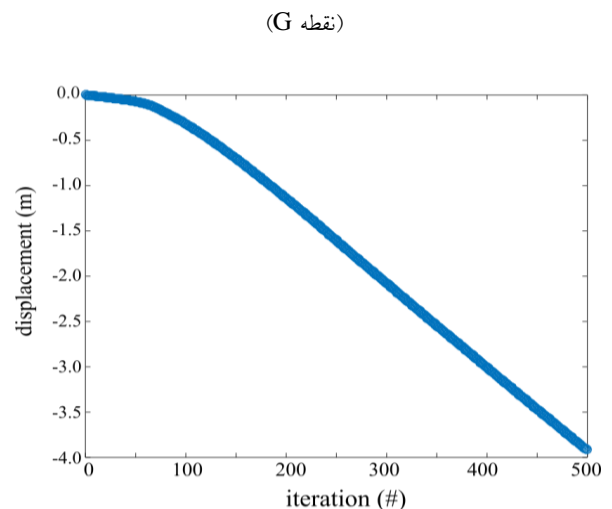


Fig. 8. Chart of displacement relative to the repetition of the solution at the middle of the slope (point G)

شکل ۱۳. میدان تصادفی چسبندگی پسماند ( $\text{kN/m}^2$ )

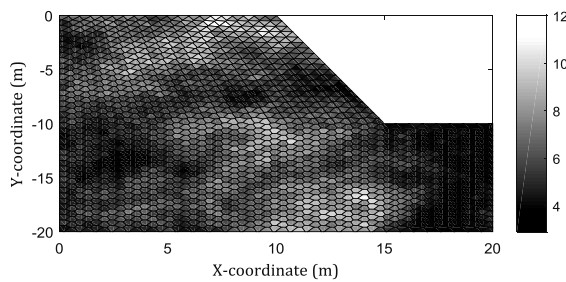


Fig. 13. Random field of residual cohesion ( $\text{kN/m}^2$ )

۵-۲-۱- تعیین قابلیت اعتماد

پس از تکرار مراحل تحلیل پایداری به تعداد ۵۰۰۰ مرتبه، نمودار هیستوگرام مربوط به ۵۰۰۰ عدد ضریب اطمینان بدست آمده مطابق شکل (۱۴) رسم می‌شود. با توجه به اینکه تمامی پارامترهای غیرقطعی با توزیع ورودی لوگ نرمال فرض شده‌اند، متناسب تابع چگالی احتمال<sup>۷</sup> ضریب اطمینان هم از همین نوع توزیع تبعیت کرده و بر نمودار هیستوگرام برازش می‌شود. با تعیین تابع چگالی احتمال می‌توان تابع توزیع تجمعی<sup>۸</sup> را نیز مطابق شکل (۱۵) تعیین کرد. با استفاده از این نمودار می‌توان نتیجه گرفت که احتمال اینکه ضریب اطمینان شیب با لحاظ گسیختگی پیش‌رونده و تغییرات مکانی پارامترهای مقاومتی کمتر از یک باشد، حدود ۶۸ درصد خواهد بود. این عدد در واقع معرف احتمال خرابی شیروانی مورد بررسی است. در ادامه با تعیین توابع توزیع احتمالاتی پارامترهای آماری مسئله نظیر میانگین، انحراف معیار، شاخص قابلیت اعتماد، احتمال خرابی و ضریب تغییرات تعیین شده و در جدول (۵) ارائه شده است.

جدول ۵- پارامترهای احتمالاتی توزیع ضریب اطمینان

Average	Standard deviation	Coefficient of variation	Chance of failure	Reliability
0.96	0.12	0.12	0.68	-0.32

Table 5. Factor of safety distribution probability parameters

همبستگی ۱۰ متر تولید شده است. همانطور که در شکل‌های (۱۰ و ۱۱) مشخص است، مقادیر زاویه اصطکاک در میدان تصادفی حالت بیشینه در بازه بین ۱۶ تا ۲۲ درجه و در میدان تصادفی حالت کمینه در بازه بین ۱۳ تا ۱۹ درجه تغییر می‌کند. اختلاف بین مقادیر میدان‌های تولید شده بین مقادیر حالت بیشینه و کمینه پارامتر چسبندگی مطابق شکل‌های (۱۲ و ۱۳) بیشتر بوده است. این موضوع به کاهش قابل توجه پارامتر چسبندگی در طی گسیختگی پیش‌رونده مربوط می‌شود.

شکل ۱۰. میدان تصادفی زاویه اصطکاک داخلی بیشینه ( $^\circ$ )

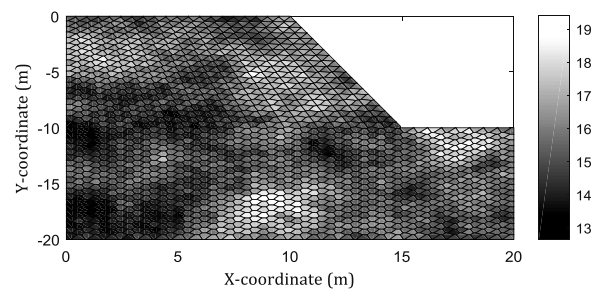


Fig. 10. Random field of maximum friction angle (deg)

شکل ۱۱. میدان تصادفی زاویه اصطکاک داخلی پسماند ( $^\circ$ )

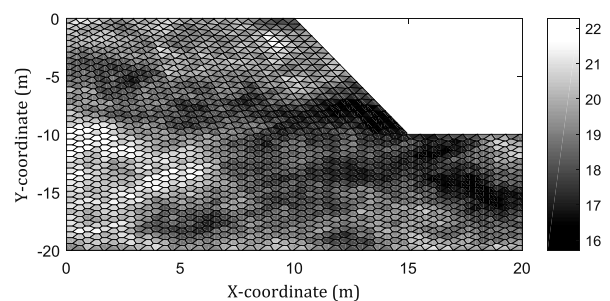


Fig. 11. Random field of residual friction angle (deg)

شکل ۱۲. میدان تصادفی چسبندگی بیشینه ( $\text{kN/m}^2$ )

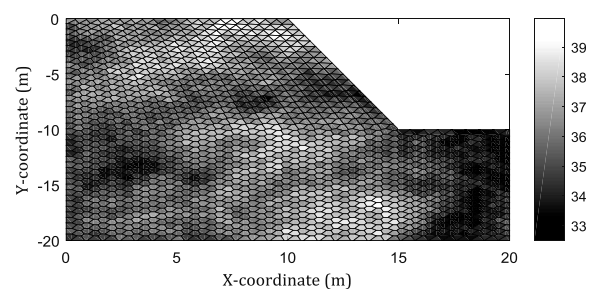


Fig. 12. Random field of maximum cohesion ( $\text{kN/m}^2$ )

7 Probability density function

8 Cumulative distribution function

پیشینه به پسماند به ترتیب از حالت امن (بزرگتر از یک) به ناحیه بحرانی (کوچکتر از یک) منتقل می‌شود. بنابراین نوع گسیختگی در شیب مورد بررسی به صورت پیش‌رونده نتیجه می‌شود. بر اساس نتایج بدست آمده در این نوع گسیختگی، در لحظه‌ای که سازوکار زوال شکل گرفته و گسیختگی به سطح زمین پیش‌روی کرده باشد، جابه‌جایی‌های قابل توجه در نقاط حائز اهمیت شیروانی رخ داده که با افزایش تکرار همواره افزایش می‌یابند. به عبارت دیگر گسیختگی واقعی خاک و وقوع جابه‌جایی‌های ادامه‌دار همزمان با شکل‌گیری سازوکار پیش‌رونده زوال خاک و رسیدن سطح لغزش به سطح زمین رخ می‌دهد. از بررسی تاثیر طول همبستگی بر تحلیل احتمالاتی نیز می‌توان نتیجه‌گیری کرد که با افزایش مقدار این پارامتر، احتمال خرابی شیب مورد بررسی کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر عدم لحاظ پراکندگی مقادیر ویژگی‌های خاک در دامنه مسئله می‌تواند منجر به حصول نتایج محافظه‌کارانه‌ای شود. قابل ذکر است که در این تحلیل طول همبستگی یکسانی برای تمام پارامترهای غیرقطعی لحاظ شده است. بنابراین با توجه به کلیه نتایج بدست آمده، می‌توان از روش درون‌یابی نقطه‌ای با توابع شعاعی تصادفی به عنوان یک ابزار عددی مناسب با قابلیت مدل‌سازی احتمالاتی تغییرات پارامترهای اصلی خاک در مسائل مختلف ژئوتکنیکی استفاده کرد.

## References

## ۷- منابع

1. Troncone, A., (2005), "Numerical analysis of a landslide in soils with strain-softening behaviour," *Géotechnique*, vol. 55(8), pp. 585-596.
2. Conte, E., Donato, A., and Troncone, A., (2013), "Progressive failure analysis of shallow foundations on soils with strain-softening behaviour," *Computers and Geotechnics*, vol. 54, pp. 117-124.
3. Wang, B., Vardon, P. J., and Hicks, M. A., (2016), "Investigation of retrogressive and progressive slope failure mechanisms using the material point method," *Computers and Geotechnics*, vol. 78, pp. 88-98.
4. Lucy L.B., (1977), "A numerical approach to the testing of the fission hypothesis", *The Astronomical Journal*, vol. 82, no. 12, pp. 1013-1024.

شکل ۱۴. تابع چگالی احتمال ضریب اطمینان

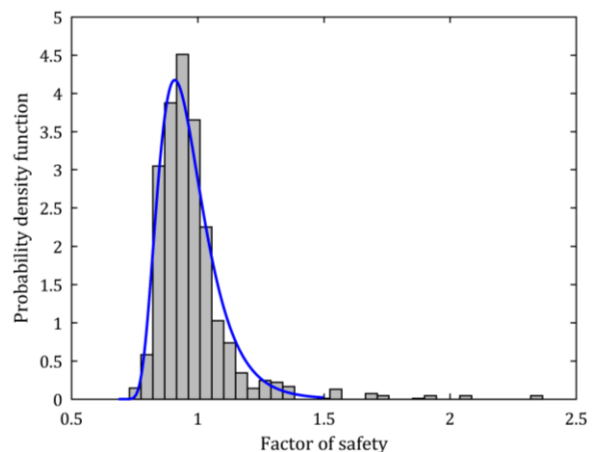


Fig. 14. Factor of safety probability density function

شکل ۱۵. تابع توزیع تجمعی ضریب اطمینان

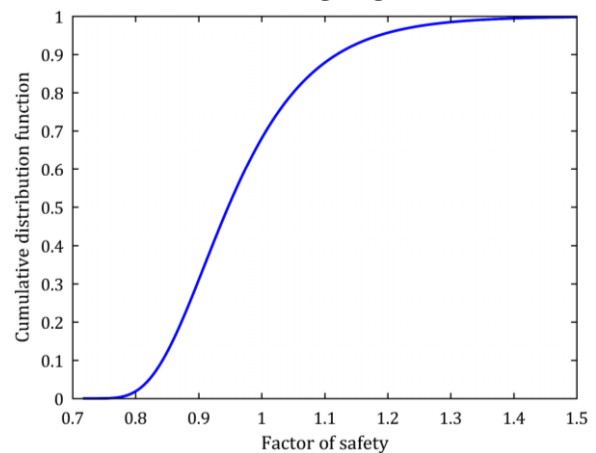


Fig. 15. Factor of safety cumulative distribution function

## ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله از روش درون‌یابی نقطه‌ای با توابع شعاعی تصادفی برای تحلیل ناپایداری شیب بواسطه مدل‌سازی تغییرات مکانی ویژگی‌های مقاومتی خاک با در نظر گرفتن گسیختگی پیش‌رونده استفاده شده است. به منظور بررسی کاربرد این روش، یک شیروانی خاکی با هندسه مشخص به صورت قطعی و غیرقطعی مورد تحلیل قرار گرفته و ضریب اطمینان آن محاسبه شده است. مطابق نتایج ارائه شده مشاهده می‌شود که تغییرات ضریب اطمینان بدست آمده از روش درون‌یابی نقطه‌ای با توابع شعاعی در بازه محدودتری نسبت به سایر روش‌های تحلیل شیروانی قرار می‌گیرد. همچنین مقادیر این ضریب اطمینان با تغییر مقادیر پارامترها از حالت

10. Zhang D. Y., Xie W. C. and Pandey M. D., (2013), "A meshfree-Galerkin method in modelling and synthesizing spatially varying soil properties," Probabilistic Engineering Mechanics, vol. 31, pp. 52-64.
11. Potts, D.M., Zdravkovic, L., (1999), "Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering: theory," Thomas Telford, London, pp.158-160.
12. Conte, E., Silvestri, F., and Troncone, A., (2010), "Stability analysis of slopes in soils with strain-softening behaviour," Computers and Geotechnics, vol. 37(5), pp. 710-722.
13. Liu G.R., (2002), "A point assembly method for stress analysis for two dimensional solids", International Journal of Solids and Structures, vol. 39, pp. 261-276.
14. Vanmarcke E., (1985), "Random fields: analysis and synthesis," MIT.
5. Binesh S. M., Hataf N. and Ghahamani A., (2010), "Elasto-plastic analysis of reinforced soils using mesh-free method", Applies Mathematics and Computation, vol. 215, pp. 4406-4421.
6. Bui H. H., Fukagawa R., Sako K., and Wells J. C., (2011), "Slope stability analysis and discontinuous slope failure simulation by elasto-plastic smoothed particle hydrodynamics (SPH)," Géotechnique, vol. 61(7), pp. 565-574.
7. Nonoyama, H., Moriguchi, S., Sawada, K., and Yashima, A., (2015), "Slope stability analysis using smoothed particle hydrodynamics (SPH) method," Soils and Foundations, vol. 55(2), pp. 458-470.
8. Fenton G. A. and Griffiths D. V., D.M., Zdravkovic, L., (1999), "Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering: theory," Thomas Telford, London, pp.158-160.
9. Griffiths D. V. and Fenton G., (2004), "Probabilistic Slope Stability Analysis by Finite Elements," Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, vol. 130, pp. 507-518.

# Modeling the progressive failure in the slope using random radial point interpolation method

Saeed Hashemi<sup>1</sup>, Reza Naderi<sup>2</sup>

1- Ph.D. student of Shahrood University

2- Associate Professor of Shahrood University

\* rz\_naderi@yahoo.com

## Abstract:

Sustainability studies, from the point of view of regional identification with the potential of failure in the soil, and from the point of view of designing the new engineering structures, are considered as important issues in geotechnical engineering and have always been a significant part of the references in this field. Subject is dedicated. In the meantime, instability analysis in classical geotechnical problems such as the back of the retaining wall, bearing capacity of foundation and slopes and landslides with a progressive failure mechanism, is considered as a challenging topic in this discussion. These issues are in the category of issues with large displacements and have always attracted the attention of many scholars in recent years.

With advances in computer technology and computational techniques, numerical methods such as finite difference, finite element, and boundary components have been widely employed in analyzing engineering issues. In the meantime, the finite element method, due to the ability of that method to control issues with geometry and complex conditions and modeling the behavior of soil shape change, has increased significantly compared to other numerical methods.

In conventional analyzes of soil slopes failure, resistance parameters are assumed to be stable even in large strains without change. However, during the rupture, soil resistance exhibits maximum and residual amounts, and its strength increases prematurely by increasing the plastic strain. In addition to changing soil resistance parameters in the progressive mechanism, the non-uniform nature of the soil also causes spatial variations of these parameters. Therefore, geotechnical systems should be considered in terms of the uncertainty of soil parameters values uncertainly using the concepts of statistics and probabilities. The simulation of a progressive failure is definite or non-deterministic only by applying numerical techniques such as finite element method that are able to simulate the development of deviant plastic strain. Although the finite element method is widely used in the analysis of sustainability issues, however, this approach is based on problems that are essentially related to gridding. In this research, a radial point interpolation method in combination with a random field was used to model the spatial variations of soil resistance properties and slope instability analysis. In order to consider the progressive failure of soil, elastoplastic method has been developed with the Coulomb Moore's behavioral model for applying strain softness. For probabilistic analysis, the random field is also used to determine the cohesion parameters and the friction angle as well as the plastic strain threshold based on their mean values and standard deviation. In order to investigate the application of the point interpolation method with randomized radial functions, a geotechnical earthwork with definite and non-deterministic geometry has been analyzed and its reliability coefficients has been investigated. Based on the analysis of the progressive failure modeling, it is concluded that the actual failure of the soil and the occurrence of continuous displacements occur simultaneously with the formation of a progressive mechanism of soil degradation and the arrival of the slipping path to the ground. In the following, probabilistic distribution functions of the coefficient of reliability were determined by probabilistic analysis and the production of random fields, and then the statistical parameters are calculated.

**Keywords:** Slope stability, Radial point interpolation method, Probabilistic analysis, Progressive failure.