

علمی- پژوهشی

## محاسبه تضعیف در محیط باران با مدل سازی شکل واقعی قطرات به روش تفاضل محدود حوزه زمان

فاطمه دماوندی کمالی<sup>۱</sup>، عطاالله ابراهیمزاده<sup>۲\*</sup>، محمد یزدی<sup>۳</sup>

۱- کارشناسی ارشد، ۲- استاد، ۳- استادیار، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل  
(دریافت: ۹۸/۰۳/۱۲، پذیرش: ۹۸/۱۰/۱۸)

### چکیده

روش تفاضل محدود در حوزه زمان در سه بعد پیاده سازی و از آن برای محاسبه سطح مقطع کل ناشی از قطرات باران با شکل واقعی استفاده شده است. راستی آزمایی نتایج این روش از طریق شبیه سازی مدل MPP (واقعی) قطره باران با استفاده از روش معادلات انتگرالی حجمی در نرم افزار CST مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین میزان دقت مدل بیضی گون قطره باران از طریق مقایسه نتایج سطح مقطع کل آن با مدل MPP سنجیده و نتایج شبیه سازی ها در فرکانس ۳۰ GHz و به ازای قطبش های عمودی و افقی موج تابشی ارائه شده است. در نهایت از نتایج محاسبات سطح مقطع کل برای محاسبه تضعیف ویژه قطرات باران با مدل توزیع مارشال- پالمر برای قطرات در محیط استفاده شده است. نمودارهای میزان تضعیف ویژه ناشی از محیط باران به ازای شدت بارش های مختلف و در قطبش های عمودی و افقی موج تابشی ارائه شده اند. این نتایج در محاسبات مربوط به انتشار امواج در محیط های بارانی قابل اعمال خواهند بود.

**کلیدواژه ها:** روش تفاضل محدود در حوزه زمان، سطح مقطع کل، مدل MPP قطره باران، تضعیف ویژه، توزیع اندازه قطرات باران

### ۱. مقدمه

مطالعات قطرات باران با شکل تقریبی کره و بیضی گون مدل سازی شده اند. این در حالی است که با افزایش شعاع تدریجی قطره در هنگام ریزش شکل آن از حالت کروی و بیضی گون تخت خارج شده و شکل یک بیضی گون تخت با قسمت تحتانی مقعر را به خود می گیرد [۴]. با توجه به شکل خاص و تقریباً پیچیده قطرات باران در شعاع های بالا، محاسبات مربوط به پراکندگی آن با استفاده از روش های دقیق و تحلیلی ممکن نیست و استفاده از روش های عددی پیشنهاد می گردد [۲]. از جمله روش های عددی که اخیراً در محاسبات مربوط به تضعیف قطرات باران با شکل واقعی آن استفاده شده می توان به روش های معادلات انتگرالی حجمی [۲]، منابع کمکی [۵]، ماتریس-T [۶] و المان محدود [۷] اشاره کرد.

در این مقاله روش تفاضل محدود در حوزه زمان برای محاسبات سطح مقطع کل شکل واقعی قطره، در سه بعد پیاده سازی شده است. راستی آزمایی نتایج روش فوق با استفاده از روش معادلات انتگرالی حجمی از طریق شبیه سازی در نرم افزار CST [۸] و همچنین داده های حاصل از اندازه گیری های انجام شده توسط ITU (سازمان بین المللی مخابرات) [۱۵] مورد بررسی قرار گرفته است. در شبیه سازی های انجام شده فرکانس برابر با ۳۰ GHz و میدان تابشی با دو قطبش عمودی و افقی و

در سال های اخیر تقاضا برای ارتباطات بی سیم رشد روزافزونی داشته است. به همراه این رشد فزاینده مسئله چگونگی دستیابی به نرخ بیت بالاتر مطرح می شود. یکی از راه حل ها استفاده از فرکانس های بالاتر است. اما در فرکانس های بالاتر از ۵ GHz، به خصوص در فرکانس های ریزموج، نزولات جوی (باران، تگرگ، برف، مه و...) سبب تضعیف امواج ارسالی شده که این امر موجب اختلال در کارایی خطوط مخابراتی می شود [۱].

در مطالعات مربوط به انتشار امواج رادیویی، قطرات باران نسبت به سایر پدیده های جوی از اهمیت بیشتری برخوردارند [۲]. از این رو، در این مقاله صرفاً به بررسی تضعیف ناشی از قطرات باران پرداخته می شود. تضعیف ناشی از باران به علت جذب و پراکندگی امواج توسط قطرات رخ می دهد که فرکانس کاری، قطبش امواج انتشاری، توزیع اندازه قطرات در محیط و نرخ ریزش باران از جمله عوامل تأثیرگذار بر روی آن هستند [۳].

اگرچه مسئله تضعیف باران در فرکانس های ریزموج برای چندین دهه مورد تحقیق و بررسی بوده است اما در بیشتر این

\* نویسنده پاسخگو: e\_zadeh@nit.ac.ir

در رابطه (۱) شعاع میانگین (شعاع کره با حجم معادل بیضی گون)،  $a$  و  $b$  به ترتیب شعاع‌های فرعی و اصلی بیضی گون هستند.

Pitter و Pruppacher [۲۱] با استفاده از حل عددی معادله غیرخطی تعادل فشارهای وارد بر قطره، به مدل دقیق‌تری از شکل واقعی قطره باران دست پیدا کردند. Oguchi [۲۲] با تبدیل معادله به دست آمده به صورت بسطی از توابع کسینوسی آن را ساده‌تر کرد و در نهایت  $lie$  و دیگران [۲۳] معادله دیگری برای شکل قطرات باران معرفی کردند که استفاده از آن محاسبات مربوط به تضعیف در محیط باران را ساده‌تر می‌کند. این مدل که به مدل MPP شناخته شده است با استفاده از معادلات زیر ارائه می‌شود [۱۰]:

$$r = a(1 - \nu) \left( 1 + \frac{\nu}{(1 - \nu)} \sin^2 \theta \right), \quad (2)$$

$$a = 1.111582 r_0, \quad (3)$$

$$\nu = -1.375447 \times 10^{-2} + 6.543960 \times 10^{-2} a$$

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi, \quad (4)$$

$$\nu = -7.239211 \times 10^{-2} + 1.827561 \times 10^{-1} a$$

$$\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

در روابط بالا  $r_0$  شعاع میانگین قطره باران بر حسب میلی‌متر است. در این مقاله نیز از مدل MPP برای شبیه‌سازی شکل واقعی قطره باران استفاده شده است.

### ۳. روش تفاضل محدود حوزه زمان

روش FDTD، روشی برای حل مستقیم معادلات ماکسول در حوزه زمان است. در این روش معادلات کرل ماکسول با به کارگیری الگوریتم Yee [۱۱] و با استفاده از تقریب تفاضل مرکزی در مکان و زمان گسسته‌سازی می‌شوند و در نتیجه شش معادله برای نمونه‌برداری میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در مکان‌ها و زمان‌های گسسته حاصل می‌شوند. مقادیر میدان‌ها در سلول‌های Yee در هر گام زمانی ( $n$ ) با استفاده از روابط به‌روزرسانی، محاسبه می‌شوند [۱۲]. به‌عنوان نمونه مخلفه  $x$  میدان الکتریکی پراکنده شده ( $E_{sc,x}$ ) در سلول ( $i, j, k$ ) در گام زمانی ( $n+1$ ) به صورت زیر داده می‌شود:

انتشار آن در جهت عمود بر محور قطره در نظر گرفته شده است. اثر تقعر شکل واقعی قطره از طریق مقایسه نتایج سطح مقطع کل آن با مدل بیضی گون نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. در انتها نیز به محاسبه تضعیف ویژه در محیط شامل قطرات باران با در نظر گرفتن یک توزیع رابج و نرخ بارش ۱۵۰-۱۰ mm/h پرداخته می‌شود.

### ۲. مدل‌سازی قطرات باران

تصویربرداری از قطرات باران با شعاع‌های مختلف نشان می‌دهند که شکل قطرات باران در هنگام ریزش ثابت نبوده و در ارتفاعات مختلف قطرات شکل‌های متفاوتی به خود می‌گیرند. تغییر شکل قطرات باران در ارتفاعات مختلف به واسطه فشارها و نیروهای مختلفی است که از درون و بیرون قطره بر آن وارد می‌گردند. برخی از این نیروها عبارت‌اند از: فشارهای هیدرودینامیک و آیرودینامیک، نیروی گرانش زمین، کشش سطحی قطره و ... در ارتفاعات بالاتر که نیروی کشش سطحی قطره غالب است قطرات شکلی بسیار نزدیک به یک کره دارند. به تدریج و با کاهش ارتفاع اندازه قطره بزرگ‌تر شده و فشارهای بیرونی وارد بر قطره بر نیروی کشش سطحی غلبه می‌کنند. بنابراین، قطره به تدریج شکل یک بیضی گون افقی را به خود می‌گیرد. با بزرگ‌تر شدن اندازه قطره در ارتفاعات پایین‌تر فشار وارد بر قطره افزایش یافته و در نتیجه قطره بیضی گون در قسمت زیرین دچار تقعر می‌گردد [۱۰-۱۷]. سیر تغییرات مقطع عرضی قطره باران هنگام ریزش در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل (۱): مقطع عرضی قطره باران به ترتیب از چپ به راست با شعاع‌های میانگین ۰.۵، ۰.۷۵، ۱.۵، ۲.۲۵، ۳ mm

برای مدل‌سازی قطرات باران، در ابتدا از مدل‌های بیضی گون استفاده می‌شده است. برای توصیف قطرات بیضی گون معادلات مختلفی برای نسبت محوری آن‌ها ارائه شد [۱۹-۱۷]، که در این مقاله از معادله زیر برای توصیف بیضی گون قطرات استفاده شده است [۹]:

$$\frac{a}{b} = 1, \quad r_0 \leq 0.05 \text{ cm}$$

$$\frac{a}{b} = 1.0048 + 0.0114 r_0 - 10.512 r_0^2$$

$$+ 29.456 r_0^3 - 26.832 r_0^4, \quad 0.05 \leq r_0 \leq 0.45 \text{ cm} \quad (1)$$

پس از به‌روزرسانی میدان‌ها در یک حلقه زمانی معین، میدان‌های پراکنده‌شده در همه فضای شبیه‌سازی به‌دست می‌آیند. با استفاده از میدان‌های پراکنده به‌دست‌آمده، می‌توان به محاسبه میزان توان جذب‌شده ( $P_{ab}$ ) و توان پراکنده‌شده ( $P_{sc}$ ) توسط پراکنده‌گر پرداخت. توان جذب‌شده توسط پراکنده‌گر با استفاده از رابطه زیر به‌دست می‌آید [۲]:

$$P_{ab} = \int_v \frac{1}{2} \delta |\overline{E}|^2 dv, \quad [Watts] \quad (8)$$

که در آن  $\delta$  معرف رسانایی الکتریکی پراکنده‌گر و  $E$  میدان کل (مجموع میدان تابشی و پراکنده‌شده) القاشده در حجم  $v$  پراکنده‌گر است. توان پراکنده‌شده توسط پراکنده‌گر نیز توسط رابطه زیر محاسبه می‌گردد [۲]:

$$P_{sc} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[ \int_s (E_{sc} \times H_{sc}^*) \cdot ds \right], \quad [Watts] \quad (9)$$

Re نمایشگر بخش حقیقی معادله فوق،  $E_{sc}$  میدان الکتریکی پراکنده شده و  $H_{sc}^*$  مزدوج مختلط میدان مغناطیسی پراکنده شده و  $s$  سطح گوسی دربرگیرنده پراکنده‌گر است. با اعمال اصل هایگنس رابطه فوق را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$P_{sc} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[ \int_s (J^* \times M) \cdot ds \right], \quad [Watts] \quad (10)$$

که در آن  $J$  و  $M$  به ترتیب جریان‌های مغناطیسی و الکتریکی روی سطح گوسی هستند. درنهایت سطوح مقطع جذب  $\sigma_{ab}$  و پراکندگی  $\sigma_{sc}$  و همچنین سطح مقطع کل  $\sigma_{ext}$  با استفاده از روابط زیر حاصل می‌شوند [۲]:

$$\sigma_{ab} = \left( \frac{P_{ab}}{P_i} \right) \quad \sigma_{sc} = \left( \frac{P_{sc}}{P_i} \right), \quad [m^2] \quad (11)$$

$$\sigma_{ext} = \sigma_{ab} + \sigma_{sc} \quad [m^2] \quad (12)$$

که  $P_i$  چگالی توان موج تابشی ( $Watts/m^2$ ) است. پس از محاسبه سطح مقطع کل، تضعیف ویژه ( $A$ ) توسط رابطه زیر به‌دست می‌آید [۲]:

$$A = 4.343 \times 10^3 \int_0^{r_0, \max} \sigma_{ext}(r) N(r) dr, \quad (dB/km) \quad (13)$$

که پارامتر  $N(r)$  بیانگر توزیع اندازه قطرات است که تعداد قطرات موجود در یک نرخ ریزش معین ( $R$ ) را تعیین می‌کند. توابع معرف توزیع اندازه قطرات در بیشتر بارش‌ها به‌صورت نمایی

$$E_{sc,x}^{n+1}(i, j, k) = C_{exe}(i, j, k) \times E_{sc,x}^n(i, j, k) + C_{exhz}(i, j, k) \times \begin{bmatrix} H_{sc,z}^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) \\ -H_{sc,z}^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k) \end{bmatrix} + C_{exhy}(i, j, k) \times \begin{bmatrix} H_{sc,y}^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) \\ -H_{sc,y}^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1) \end{bmatrix} + C_{exxc}(i, j, k) \times E_{inc,x}^{n+1}(i, j, k) + C_{exxip}(i, j, k) \times E_{inc,x}^n(i, j, k), \quad (5)$$

سایر مؤلفه‌های میدان الکتریکی و میدان‌های مغناطیسی نیز با روابط مشابه به‌روزرسانی می‌گردند که روابط مربوط به آن‌ها در مرجع [۱۲] آورده شده است.

در روابط فوق از روش میدان‌های پراکندگی خالص برای نوشتن معادلات به‌روزرسانی استفاده شده است [۱۲]. در این روش که محیطی از میدان‌های پراکنده شده را در همه فضای شبیه‌سازی در اختیار قرار می‌دهد، میدان‌های تابشی به‌صورت امواج صفحه‌ای ایجاد شده و مستقیماً وارد معادلات می‌شوند.

میدان تابشی ( $E_{inc,x}$ ) در فضای شبیه‌سازی به‌صورت امواج صفحه‌ای با شکل موج گوسی در نظر گرفته شده است:

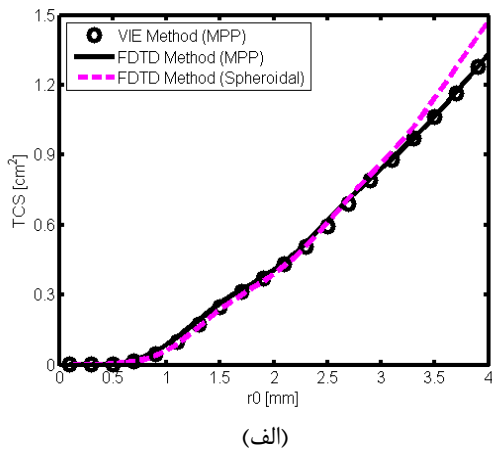
$$E_{inc} = E_0 \frac{-\sqrt{2} \cdot e}{\tau} (t-t_0) \exp\left(\frac{-(t-t_0)^2}{\tau^2}\right), \quad (6)$$

که در آن  $E_0 = 1V/m$ ، عرض پالس گوسی و  $t_0 = 4.5\tau$  قرار داده شده است.

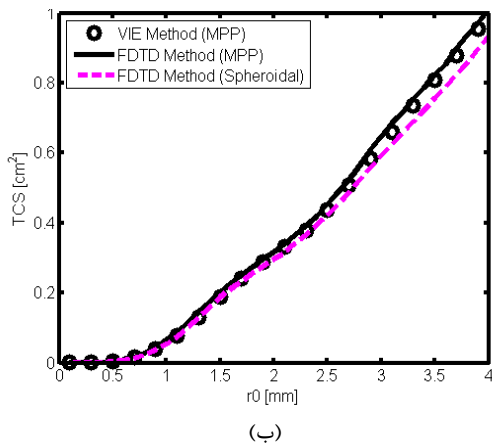
در رابطه (۵) ابعاد هر سلول در راستای  $x, y, z$  با هم برابر و برابر  $\lambda/N$  در نظر گرفته شده است که  $\lambda$  طول موج فرکانس مورد نظر و  $N$  تعداد سلول‌ها در هر طول موج است. به‌منظور تأمین پایداری الگوریتم Yee اندازه هر بعد از سلول  $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$  و اندازه هر گام زمانی  $(\Delta t)$  بر اساس شرط CFL [۱۲] صورت گرفته است:

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}}, \quad (7)$$

در رابطه فوق  $c$  بیانگر سرعت نور در فضای آزاد است. ضرایب  $C$  در رابطه (۵) ضرایبی ثابت وابسته به مشخصات محیط (نفوذپذیری الکتریکی و مغناطیسی، رسانایی الکتریکی و مغناطیسی) هستند روابط مربوط به این ضرایب در مرجع [۱۲] آورده شده‌اند.



(الف)



(ب)

شکل (۳): مقایسه سطح مقطع کل (TCS) مدل های MPP و بیضی گون قطرات باران برحسب تابعی از شعاع میانگین ( $r_0$ ) به دو روش FDTD و VIE در قطبش های (الف) افقی و (ب) عمودی.

مقایسه نتایج روش FDTD و معادلات انتگرالی حجمی برای مدل MPP قطره اعتبار نتایج FDTD را تأیید می کند. نکته دیگر آن که نتایج سطح مقطع کل مدل بیضی گون عدم توانایی این مدل را در مدل سازی تقعر نیمه پایینی شکل واقعی قطره به ازای شعاع های بزرگ تر از ۳ mm نشان می دهد. با مراجعه به شکل (۳) مشاهده می شود با افزایش شعاع قطره دقت این مدل کاهش می یابد. بیشترین اختلاف بین نتایج مدل MPP و بیضی گون در شعاع ۴ mm و برابر  $0.084 \text{ cm}^2$  در قطبش عمودی و  $0.14 \text{ cm}^2$  در قطبش افقی است.

اکنون و پس از محاسبه سطح مقطع کل، می توان تضعیف ویژه انتشار امواج صفحه ای در محیط شامل قطرات باران با مدل توزیع M-P و نرخ بارش ۱۵۰-۱۰ mm/h با استفاده از رابطه (۱۵) به دست آورد. نتایج این کمیت برای مدل بیضی گون و MPP در شکل (۴) برای قطبش های افقی و عمودی موج تابشی رسم شده است. نتایج اندازه گیری واقعی توسط ITU (سازمان بین المللی مخابرات) در توصیه نامه ITU-R P.838-3 [۱۵] ارائه

هستند [۳] که در این شبیه سازی از مدل توزیع رایج مارشال-پالم (M-P) طبق رابطه زیر استفاده شده است [۱۳]:

$$N(r) = 1.6 \times 10^4 e^{(-8.2R^{-0.21})r_0}, [m^{-4}] \quad (14)$$

در رابطه بالا  $R$  نرخ بارش برحسب میلی متر بر ساعت و  $r_0$  شعاع میانگین برحسب میلی متر است. رابطه (۱۳) را با تبدیل انتگرال به جمع گسسته از طریق رابطه زیر می توان به صورت عددی محاسبه کرد:

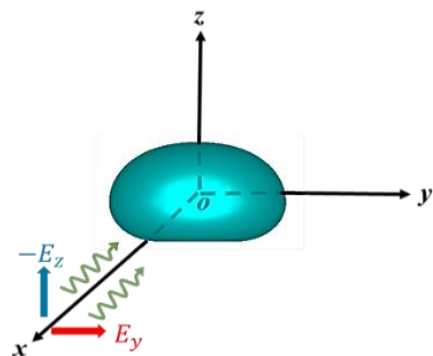
$$A = 4.343 \times 10^3 \sum_1^K \sigma_{ext}(k \Delta r) N(k \Delta r) \Delta r, [dB/km] \quad (15)$$

در رابطه فوق مقدار  $K$  برابر است با  $\frac{r_{0,max}}{\Delta r}$  که  $r_{0,max}$  شعاع بزرگ ترین قطره باران و  $\Delta r$  نرخ افزایش شعاع را نشان می دهند. در شبیه سازی های انجام شده  $r_{0,max} = 4 \text{ mm}$  و  $\Delta r = 0.1 \text{ mm}$  در نظر گرفته شده است.

#### ۴. نتایج شبیه سازی

مدل بیضی گون تخت و MPP قطره باران در فضای FDTD شبیه سازی و امواج صفحه ای با قطبش های عمودی ( $-E_z$ ) و افقی ( $E_y$ ) در راستای  $x$  به آن تابانده شدند. فضای شبیه سازی مسئله در شکل (۲) نشان داده شده است. در مرزهای فضای FDTD برای مدل کردن فضای آزاد از جاذب CPML [۱۲] با ضخامت ۸ سلول استفاده شد. برای ضریب دی الکتریک قطره باران از روابط دبای [۱۴] در دمای  $20^\circ C$  استفاده شد که در فرکانس ۳۰ GHz مقدار آن برابر با  $\epsilon = 23.0354 - j31.7854$  است.

پس از پیاده سازی روش FDTD و محاسبه میدان های پراکنده شده در درون و بیرون قطره، سطح مقطع کل با استفاده از روابط (۱۲) - (۸) در فرکانس ۳۰ GHz محاسبه شد. نتایج این محاسبات برای قطبش افقی و عمودی موج تابشی به ترتیب در شکل (۳) رسم شده است.



شکل (۲): فضای شبیه سازی مسئله.

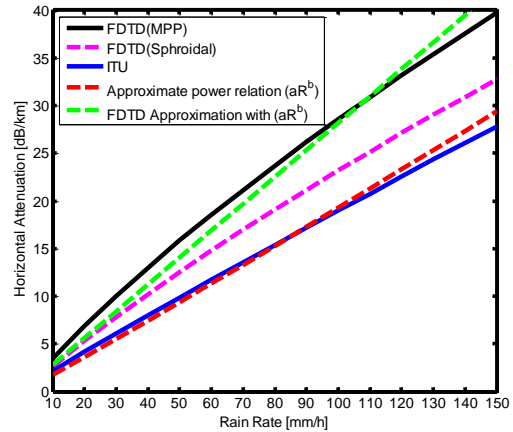
محاسبه شده از روش ITU بر اساس اندازه گیری ها می باشد، بنابراین منطقی است که تضعیف ویژه محاسبه شده ناشی از این روش تقریباً میانگینی از تضعیف ویژه برای DSD های مختلف باشد.

علاوه بر این نتایج تضعیف با استفاده از رابطه تقریبی توانی  $A=aR^b$  در فرکانس ۳۰ GHz که در [۲۴] ارائه شده است، با نتایج FDTD در شکل (۴) مقایسه شده اند. همان طور که دیده می شود، نتایج در هر دو روش روند یکسانی را نشان می دهند. اختلاف بین نتایج به این علت است که رابطه توانی  $A=aR^b$  در تنها در فرکانس های بسیار پایین ( $f < 1$  GHz) و فرکانس های نزدیک به فرکانس های نوری که در آن ضرایب  $a$  و  $b$  تابع نرخ بارش نیستند، معتبر است [۲۵]. در فرکانس های میانی ضرایب  $a$  و  $b$  به نرخ بارش هم وابسته می شوند و لازم است به طور عددی تعیین بشوند. علاوه بر این اثر غیر کروی بودن قطرات بزرگ تر باران در رابطه  $A=aR^b$  لحاظ نمی شود [۲۵]. از این رو همان طور که در شکل (۴) دیده می شود تفاوتی بین قطبش عمودی و افقی در نتایج تضعیف با استفاده از رابطه  $A=aR^b$  دیده نمی شود. با اصلاح ضرایب  $a$  و  $b$  در رابطه  $A=aR^b$  می توانیم تقریب بهتری برای تضعیف باران در فرکانس ۳۰ GHz به دست آوریم. اصلاح این ضرایب با روش سعی و خطا انجام شده است. همان طور که نتایج شکل (۴) (نمودارهای خط چین سبز رنگ) نیز نشان می دهند، چنانچه در قطبش افقی  $a = 6.9 \times 10^{-5} (30^{2.44})$  و  $b = 2.6 \times (30^{-0.28})$  و در قطبش عمودی  $a = 5.5 \times 10^{-5} (30^{2.44})$  و  $b = 2.6 \times (30^{-0.28})$  در نظر گرفته شوند، با تقریب نسبتاً خوبی می توان از رابطه نمایی  $A=aR^b$  به جای روش FDTD برای محاسبه تضعیف باران در فرکانس ۳۰ GHz استفاده کرد.

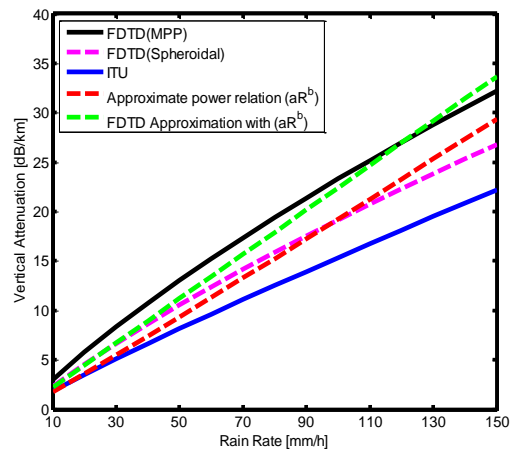
همچنین با توجه به نتایج شکل (۴) مشخص است که با افزایش نرخ بارش باران تضعیف ناشی از قطرات با مدل MPP اختلاف بیشتری با مدل بیضی گون پیدا می کنند که این موضوع با توجه به رابطه تضعیف ویژه و رابطه نمایی نرخ توزیع قابل انتظار نیز بود. بیشترین خطای مدل بیضی گون مربوط به نرخ بارش ۱۵۰ mm/h برابر با ۶/۹۸ dB/km برای قطبش افقی و ۴/۰۱ dB/km برای قطبش عمودی است. این امر عدم توانایی مدل بیضی گون را در تخمین میزان تضعیف در نرخ های بالای بارش نیز تأیید می کند.

تفاوت تضعیف ویژه در دو قطبش افقی و عمودی (شکل (۴)) به واسطه اختلاف سطح مقطع کل (شکل (۳)) در این دو قطبش رخ می دهد. این تفاوت از نامتقارن بودن شکل قطرات باران ناشی

شده است که در شکل (۴) داده های آن در فرکانس ۳۰ GHz با نتایج این مقاله مقایسه شده اند:



(الف)



(ب)

شکل (۴): تضعیف ویژه بر حسب نرخ بارش در فرکانس ۳۰ GHz به روش FDTD، رابطه توانی تقریبی  $(A=aR^b)$  و با استفاده از توصیه نامه ITU در قطبش های (الف) افقی و (ب) عمودی.

همان طور که در شکل (۴) دیده می شود، نتایج اندازه گیری با نتایج FDTD روند یکسانی را نشان می دهند. لازم به ذکر است اختلاف بین نتایج ITU و FDTD از این حقیقت ناشی می شود که در تضعیف ویژه محاسبه شده توسط توصیه نامه ITU امکان تعیین تأثیر نوع بارش و مدل توزیع اندازه قطرات (DSD) وجود ندارد. به عبارت دیگر تضعیف ویژه محاسبه شده با استفاده از روش ITU برای برخی DSD ها کمتر و برای برخی دیگر بیشتر می باشد. نتایج مرجع [۱۶] که از روش ممان برای محاسبه تضعیف ویژه استفاده کرده است نیز نشان می دهند که در فرکانس ۳۰ GHz، تضعیف ویژه با استفاده از توزیع مارشال - پالمر مقادیر بیشتری نسبت به داده های ITU دارند. در واقع از آنجایی که تضعیف ویژه

- 0.6-100 GHz," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 49, no. 3, pp. 494-499, 2001.
- [3] D. P. Lin, H. Y. Chen, "An empirical formula for the prediction of rain attenuation in frequency range 0.6-100 GHz," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 50, no. 4, pp. 545-551, 2002.
- [4] L. W. Li, T. S. Yeo, P. S. Kooi, M. S. Leong, "An efficient calculational approach to evaluation of microwave specific attenuation," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 48, no. 8, pp. 1220-1229, 2000.
- [5] S. A. Kanellopoulos, A. Panagopoulos, J. D. Kanellopoulos, "Calculation of electromagnetic scattering from a pruppacher-pitter raindrop using M.A.S and slant path rain attenuation prediction," International Journal of Infrared and Millimeter Waves, vol. 26, no. 12, pp. 1783-1802, 2005.
- [6] M. Bahrami, J. Rashed-Mohassel, "An exact solution of coherent wave propagation in rain medium with realistic raindrop shapes," PIER, vol. 79, pp. 107-118, 2008.
- [7] R. P. S. Gangwar, "The finite element approach for evaluation of extinction cross-section of realistically distorted raindrops," Indian Journal of Radio Space and Physics, vol. 37, no. 2, pp. 114-120, 2008.
- [8] "Computer Simulation Technology (CST)"; <http://CST.com>
- [9] A. Battaglia, P. Franco and S. Orazio, "Radar and scattering parameters through falling hydrometeors with axisymmetric shapes," Applied optics, vol. 40, no. 18, pp. 3092-3100, 2001.
- [10] L. W. Li, P. S. Kooi, M. S. Leong, T. S. Yeo, M. Z. Gao, "Microwave attenuation by realistically distorted raindrops: part I. theory," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 43, no. 8, pp. 811-822, 1995.
- [11] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 14, pp. 302-307, 1966.
- [12] A. Z. Elsherbeni, V. Demir, "The finite-difference time-domain method for electromagnetics with MATLAB simulations," The Institution of Engineering and Technology, 2016.
- [13] J. S. Marshall, W. M. Palmer, "The distribution of raindrops with size," Journal of Meteorology, vol. 5, pp. 165-106, 1948.
- [14] P. Ray, "Broadband complex refractive indices of ice and water," Applied Optics, vol. 11, no. 8, pp. 1836-1844, 1972.
- [15] ITU-R, "Specific attenuation model for rain for use in prediction methods," Rec. ITU-R P.838-3, 2005.
- [16] M. Bahrami, A. Lotfi, B. mirzapour, "Simulation of rainfall effects on radio wave propagation at Ku and Ka bands," Iranian Journal of Electrical and Computer Engineering, vol. 6, no. 3, pp. 241-246, 2008. (In Persian)
- [17] H. R. Pruppacher, and K.V. Beard, "A wind tunnel investigation of the internal circulation and shape of water drops falling at terminal velocity in air," Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, vol. 96, no. 408, pp. 247-256, 1970.
- [18] J. A. Morrison and M. J Cross, "Scattering of a plane electromagnetic wave by axisymmetric raindrops," Bell Labs Technical Journal, vol. 53, no. 6, pp. 955-1019, 1974.
- [19] K. V. Beard, and C. Chuang, "A new model for the equilibrium shape of raindrops," Journal of the Atmospheric Sciences, vol. 44, no.11, pp. 1509-24, 1987.

می‌شود. همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده است، قطرات باران در راستاهای افقی و عمودی دارای سطح مقطع‌های متفاوتی هستند. هنگام برخورد امواج تابشی افقی ( $E_y$ ) به قطرات (شکل (۲)) سطح مقطع مؤثر در پراکندگی توسط میدان ( $E_y$ ) بیشتر از حالتی است که برخورد امواج به‌صورت عمودی ( $E_z$ ) باشد این حقیقت از قبل نیز قابل انتظار بود چرا که همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده است، اگر از راستای افقی (از پهلو یا  $\theta = 90$ ) به قطرات نگاه کنیم پهنای بیشتری در سمت افقی نسبت به حالت عمودی دارند.

لازم به توضیح است که برای انجام شبیه‌سازی‌ها از یک سیستم با حافظه ۴۸ Gb و CPU هفت هسته‌ای با فرکانس ۳.۰۷ GHz استفاده شده‌است. بیشترین زمان CPU برای اجرای برنامه FDTD و محاسبه TCS برای بزرگ‌ترین اندازه قطره (شعاع mm ۴) برابر ۹۵ دقیقه بوده است. در همه شبیه‌سازی‌ها اندازه سلول‌ها  $\Delta x, \Delta y, \Delta z = \lambda / 50$  در فرکانس ۳۰ GHz در نظر گرفته شده است. بدیهی است زمان CPU با کاهش اندازه سلول‌ها و درازای از دست دادن دقت شبیه‌سازی‌ها کاهش می‌یابد.

## ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله از روش FDTD برای محاسبه سطح مقطع کل قطرات باران استفاده شد. شکل واقعی قطره با استفاده از مدل MPP پیاده‌سازی و نتایج سطح مقطع کل آن با روش معادلات انتگرالی حجمی معتبر گردید. همچنین با مقایسه سطح مقطع کل مدل بیضی‌گون و MPP قطره، کاهش دقت مدل بیضی‌گون به ازای افزایش شعاع قطره نشان داده شد. با استفاده از نتایج به‌دست‌آمده، میزان تضعیف ویژه امواج در یک محیط بارانی با مدل توزیع مارشال-پالمر برای مدل بیضی‌گون و MPP قطرات به‌دست آورده شد که نتایج مقایسه کاهش دقت مدل بیضی‌گون را به ازای افزایش نرخ بارش نشان می‌دهد.

نتایج مقایسه‌های مدل MPP و بیضی‌گون قطرات باران میزان تأثیر تقعر نیمه پایینی مدل واقعی را به ازای شعاع‌های بالای قطره، در دو پارامتر سطح مقطع کل و تضعیف ویژه نشان می‌دهند. علاوه بر مدل‌سازی، تأثیر قطبش امواج تابشی به‌عنوان یکی دیگر از عوامل مؤثر بر میزان سطح مقطع کل و تضعیف ویژه نیز نشان داده شده است.

## ۶. مراجع

- [1] T. Oguchi, "Electromagnetic wave propagation and scattering in rain and other hydrometeors," Proc. IEEE, vol. 71, no. 9, pp. 1029-1078, 1983.
- [2] D. P. Lin, H. Y. Chen, "Volume integral equation solution of extinction cross section by raindrops in the range

- [23] L. W. Li, P. S. Kooi, M. S. Leong, and T. S. Yeo, "On the simplified expression of realistic raindrop shapes," *Microwave and Optical Technology Letters* vol.7, no. 4, pp. 201-205, 1994.
- [24] R. E. Collin, "Antennas and radiowave propagation"; McGraw-Hill Higher Education, 1985.
- [25] R. L. Oslen, D. V. Rogers, and D. Hodge, "The aRb relation in the calculation of rain attenuation," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 26, No. 2, pp. 318-329, 1978.
- [20] H. R Pruppacher and J. D. Klett, "Microphysics of clouds and precipitation, Kluwer Acad," Morwell Mass, 1997.
- [21] H. R Pruppacher and R. L. Pitter, "A semi-empirical determination of the shape of cloud and rain drops," *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 28, no. 1, pp. 86-94, 1971.
- [22] T. Oguchi, "Scattering properties of Pruppacher- and-Pitter form raindrops and cross polarization due to rain: Calculations at 11, 13, 19.3, and 34.8 GHz," *Radio Science* vol.12, no. 1, pp.41-51, 1977.

---

## Calculation of Attenuation in the Rain Medium with Realistic Rain Drop Shapes Modeling by the FDTD Method

F. Damavandi Kamali<sup>1</sup>, A. Ebrahimzadeh<sup>2\*</sup>, M. Yazdi<sup>3</sup>

Electrical and Computer Engineering Faculty, Babol Noshirvani University of Technology

(Received: 02/ 06/ 2019; Accepted: 08 /01/2020)

### Abstract

*The total cross section (TCS) of rain drops is calculated by three-dimensional implementation of the finite difference time domain (FDTD) method in which a realistic shape model (Modified Pruppacher Pitter or MPP model) is considered for the rain drops. FDTD Results are validated by the volume integral equation (VIE) method through simulation of the rain drop model in the commercial CST Microwave Design Studio software. The accuracy of oblate spheroidal model as a simpler model for rain drops is also compared with MPP model results. Simulations are performed at the frequency of 30 GHz, in both vertical and horizontal polarizations of the incident wave. TCS results are then used for the calculation of rain specific attenuation with Marshal-Palmer (M-P) rain drop size distribution (DSD). The specific attenuation of spheroidal and MPP rain drop models are calculated and compared for different rain rates in vertical and horizontal polarizations of the incident wave. These results can be applied for calculations related to wave propagation in rainy mediums.*

**Keywords:** FDTD, TCS, MPP rain drop model, specific attenuation, DSD

---

\* Corresponding author E-mail: e\_zadeh@nit.ac.ir