

# کنترل پرواز مبتنی بر وارون‌دینامیک تطبیقی

مریم مبینی بیدگلی<sup>۱</sup>، سید حسین ساداتی<sup>۲</sup>

۱ دانشجوی دکتری مهندسی هوافضا، دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، m.mobini@aut.ac.ir

۲ دانشیار مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۲/۲۲

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۱۰/۱۵

## چکیده

در این مقاله کنترل پرواز براساس وارون‌دینامیک تطبیقی با جداسازی مقیاس زمانی برای هواپیما ارائه شده است. به دلیل رفتار غیرخطی دینامیک وسیله پرنده، مسئله کنترل پرواز در طراحی اجسام پرنده موضوعی نسبتاً پیچیده و مهم محسوب می‌شود. علاوه بر روش‌های سنتی، روش‌های وارون‌دینامیک، فازی، تطبیقی و روش‌های مبتنی بر شبکه عصبی نیز در این زمینه به کار رفته‌اند. پس از بررسی آنها، روش ترکیبی وارون‌دینامیک تطبیقی برای تعقیب فرمان زاویه‌های حمله، لغزش جانبی و رول در دستگاه باد  $(\mu, \alpha, \beta)$  انتخاب شده است. معادلات حرکت کامل شش درجه آزادی هواپیما جهت تعقیب فرمان‌های ورودی آمده است. چون روش وارون‌دینامیک به مدل کامل و دقیق دینامیک هواپیما نیاز دارد، برای جبران این نقص از کنترل‌کننده تطبیقی استفاده شده است. دینامیک سیستم براساس جداسازی مقیاس زمانی به دو حلقه داخلی سریع و حلقه خارجی کند تقسیم و کنترل تطبیقی تنها در حلقه داخلی و وارون‌دینامیک در حلقه خارجی اعمال شده‌اند. عملکرد روش پیشنهادی با نتایج حاصل از روش وارون‌دینامیک مقایسه شده و نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان‌دهنده تأثیر کنترل‌کننده وارون‌دینامیک تطبیقی است.

## واژگان کلیدی

کنترل‌کننده پرواز، وارون‌دینامیک تطبیقی، وارون‌دینامیک، کنترل‌کننده تطبیقی، جداسازی مقیاس زمانی

### ۱. مقدمه

کنترل پرواز براساس مدل خطی‌شده دینامیک هواپیما در وضعیت‌های متنوع پروازی طراحی می‌شود. جدول‌بندی بهره از جمله روش‌های سنتی طراحی کنترل پرواز است. در عمل اثبات شده است که این روش برای طبیعت غیرخطی هواپیما، وقتی

به دلیل رفتار غیرخطی دینامیک وسایل پرنده، سیستم کنترل پرواز، مسئله‌ای نسبتاً پیچیده و مهم در طراحی است. در سال‌های اخیر تحقیقات گسترده‌ای در زمینه طراحی کنترل پرواز انجام و استفاده از روش‌های غیرخطی متداول شده است [۱]. در روش‌های سنتی،

پارامترهای جدول‌بندی در مقایسه با پاسخ دینامیکی هواپیما کند باشند، مناسب است. اما برای نقاطی که روش سنتی جدول‌بندی بهره‌ عملکرد مناسبی ندارد، کنترل‌کننده دیگری نیاز است. برخی از این روش‌ها بسیار پیچیده‌اند و تعداد زیادی بهره در آنها وجود دارد. جدول‌بندی این بهره‌ها می‌تواند بسیار دشوار باشد. علاوه بر این موارد، چنانچه هواپیما در زاویه حمله بالا باشد یا نرخ زاویه‌ای زیادی داشته باشد، معادلات خطی شده حرکت نمی‌تواند نشان‌دهنده دینامیک آن باشد. در این شرایط روش‌های طراحی کنترل غیرخطی مورد نیاز است [۲].

وارون‌دینامیک<sup>۱</sup> کنترل‌کننده‌ای برای سیستم‌های غیرخطی است که برای بسیاری از سیستم‌های هوافضایی به کار می‌رود [۱]. ایده اصلی وارون‌دینامیک، تبدیل سیستم غیرخطی به سیستم زمان ثابت خطی با ایجاد تغییر در متغیرهاست. سپس طراحی کنترل‌کننده برای استخراج دینامیک انتقال‌یافته خطی از مدل اصلی انجام می‌شود [۳]. استفاده از این کنترل‌کننده غالباً وقتی ممکن است که دینامیک سیستم مشخص باشد [۳-۴]. وارون‌دینامیک روشی ساده است که مشکلات روش‌های متداول نظیر جدول‌بندی بهره را مرتفع کرده است. دینامیک غیرخطی هواپیما با خطی‌سازی فیدبک از بین می‌رود [۴]. در مرجع [۵]، سیستم کنترل پرواز خودکار برای بالگرد کوچک بدون سرنشین با استفاده از روش وارون‌دینامیک طراحی شده است. کنترل‌کننده مبتنی بر وارون‌دینامیک، برای بالگرد یاماها آر. مکس<sup>۲</sup> با معادلات خطی و همچنین در سیستم‌های آزمایشگاهی به کار رفته است [۶-۷]. اما اولین و مهمترین مشکل در به‌کارگیری وارون‌دینامیک در سیستم کنترل پرواز، لزوم وجود مدل کامل و دقیق دینامیک جسم پرنده، از جمله ضرائب اثرودینامیکی است [۸]. در نتیجه برای سیستم‌هایی با مدل‌های غیرخطی تقریبی، عملکرد سیستم محدود می‌شود. در واقع وقتی دینامیک سیستم با نامعینی ساختاری و غیرساختاری همراه است، الگوریتم‌های مبتنی بر وارون‌دینامیک خطا خواهند داشت. به این خطا، خطای معکوس گفته می‌شود [۱، ۸]. چون شیوه وارون‌دینامیک از قابلیت ترکیب با سایر روش‌ها برای کسب نتیجه بهتر برخوردار است، می‌توان برای جلوگیری از افزایش خطای معکوس، ترکیب وارون‌دینامیک و روش‌های کنترل مقاوم، تطبیقی و یا حتی کنترل‌کننده PI را داشت [۱، ۸]. برای مثال، در مرجع [۹] روش وارون‌دینامیک مقاوم براساس کنترل مد لغزشی برای کنترل تعقیب وسیله پرنده

پیشنهاد شده است. در پژوهشی دیگر یاماساکی و همکاران کنترل‌کننده مقاوم برای کنترل تعقیب یک هواپیمای بدون سرنشین را پیشنهاد دادند [۱۰]. در مرجع [۱۱] کنترل‌کننده غیرخطی مقاوم با روش وارون‌دینامیک ترکیب شده و برای مدل غیرخطی هواپیما به کار رفته است. کنترل تطبیقی نیز برای جبران عدم قطعیت‌های ساختاری یا پارامتری با وارون‌دینامیک به کار می‌رود [۳].

کنترل‌کننده تطبیقی، کنترل‌کننده‌ای است که بتواند رفتارش را در پاسخ به تغییرات دینامیک تغییر دهد. در حقیقت، سیستم تطبیقی مدل مرجع برای حل مسائلی که مشخصات مورد نظر در قالب یک مدل مرجع مطرح می‌شود و بیانگر پاسخ ایده‌آل فرایند به سیگنال فرمان است، پیشنهاد شده است. این روش برای مقابله با سیستم‌های نامعلوم یا متغیر با زمان و معمولاً در سیستم‌هایی که دارای ساختار دینامیکی معلوم اما پارامترهای نامعلوم و یا پارامترهایی که آهسته با زمان تغییر می‌کنند، کاربرد دارد. در مرجع [۱۲]، کنترل خطی‌سازی پس‌خورد تطبیقی برای یک فضاییمای انعطاف‌پذیر طراحی شده است. وانگ و همکارش کنترل وارون‌دینامیک تطبیقی<sup>۳</sup> را برای یک پهپاد کوچک استفاده کردند [۱۳]. در مرجع [۱۴]، وارون‌دینامیک در ارتباط با کنترل‌کننده تطبیقی مدل مرجع مبتنی بر شبکه عصبی - فازی استفاده شده است. در مرجع [۱۵]، برای جبران اغتشاشات خارجی و خطای مدل‌سازی، الگوریتم تطبیقی همراه با وارون‌دینامیک برای یک پرنده بدون سرنشین کوچک طراحی شده است.

در بسیاری از تحقیقات روش وارون‌دینامیک تطبیقی به‌طور موفق عدم قطعیت‌های پارامتری را جبران می‌کند و در زمینه جبران عدم قطعیت غیرپارامتری به مشکل برمی‌خورد [۳]. از جمله اهداف طراحی کنترل‌کننده‌های جدید، جبران این عدم قطعیت است. روش وارون‌دینامیک، وارون کامل سیستم را نیاز دارد تا تعداد متغیرهای کنترل با متغیرهای حالت برابر باشند. این موضوع مانع از به‌کارگیری مستقیم روش وارون‌دینامیک برای حالت‌های زوایا و سرعت‌های زاویه‌ای به‌طور همزمان در طراحی کنترل پرواز است. برای رفع این مشکل، روش جداسازی دو مقیاس زمانی مطرح شد که زوایای وضعیت و نرخ زوایای هواپیما به ترتیب به دو دسته متغیرهای کند و سریع تقسیم می‌شوند [۴]. این رویکرد در وارون‌دینامیک تطبیقی به کار رفت. چن و همکاران کنترل‌کننده تطبیقی پرواز براساس وارون‌دینامیک تطبیقی و شبکه عصبی را

$$\dot{q} = \frac{1}{I_y} \left[ m_{aero} + pr(I_z - I_x) \right] \quad (2)$$

$$\dot{r} = \frac{I_{xz} l_{aero} + I_x n_{aero}}{I_x I_z - I_{xz}^2} + \frac{1}{I_x I_z - I_{xz}^2} \times \quad (3)$$

$$[I_x(I_x - I_y) + I_{xz}^2]pq - I_{xz}(I_x - I_y + I_z)qr] \quad (4)$$

$$\dot{\beta} = p \sin \alpha - r \cos \alpha + \frac{1}{MV} [M g \sin \gamma \sin \mu]$$

$$+ \frac{1}{MV} [Y \cos \beta - T \sin \beta \cos \alpha]$$

$$\dot{\alpha} = q - (p \cos \alpha + r \sin \alpha) \tan \beta$$

$$+ \frac{1}{MV \cos \beta} [-L + M g \cos \gamma \cos \mu] \quad (5)$$

$$+ \frac{1}{MV \cos \beta} [-T \sin \alpha]$$

$$\dot{\mu} = \frac{1}{\cos \beta} (p \cos \alpha + r \sin \alpha) - \frac{g}{V} \tan \beta \cos \mu \cos \gamma$$

$$+ \frac{L + T \sin \alpha}{MV} [\tan \gamma \sin \mu + \tan \beta] \quad (6)$$

$$+ \frac{Y}{MV} \tan \gamma \cos \mu \cos \beta$$

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{mV} [L \cos \mu - Mg \cos \gamma - Y \sin \mu \cos \beta]$$

$$+ \frac{T}{MV} [\sin \mu \sin \beta \cos \alpha + \cos \mu \sin \alpha] \quad (7)$$

$$\dot{\chi} = \frac{1}{mV \cos \gamma} \{ [L \sin \mu + Y \cos \mu \cos \beta]$$

$$+ T [\sin \mu \sin \alpha - \cos \mu \sin \beta \cos \alpha] \} \quad (8)$$

$$\dot{V} = \frac{1}{M} [-D + Y \sin \beta - Mg \sin \gamma + T \cos \beta \cos \alpha] \quad (9)$$

سه معادله نخست، معادلات حاکم بر دینامیک چرخش هواپیما شامل  $p$  نرخ پیچ،  $q$  نرخ رول و  $r$  نرخ یاو در مختصات بدنی می‌باشند. سه معادله دوم، معادلات حاکم بر حرکت هواپیما نسبت به بردار سرعت هستند. در اینجا  $\alpha$  زاویه حمله،  $\beta$  زاویه سرش جانبی و  $\mu$  زاویه چرخش حول بردار سرعت است. سه معادله آخر چرخش بردار سرعت نسبت به فضای اینرسی را بیان می‌کند. در اینجا  $\gamma$  زاویه مسیر پرواز،  $\chi$  زاویه سرعت با شمال و  $V$  سرعت هواپیماست.

### ۳. طراحی کنترل کننده

در حال حاضر سیستم کنترل عمومی وجود ندارد و باید برای هر هواپیما کنترل کننده خاصی طراحی شود. از جمله روش‌های مورد

برای هواپیمای بدون سرنشین پیشنهاد دادند، به طوری که براساس اصل جداسازی مقیاس زمانی، کنترل کننده برای مدل غیرخطی طراحی شد. ساختار پیشنهادی آنها سیستم افزایش پایداری و کنترل بوده و تنها بررسی زوایای وضعیت هدف آنها قرار گرفت [۱۶]. در مرجع [۱۷]، کنترل کننده وارون دینامیک تطبیقی با جداسازی مقیاس زمانی پیش‌بین حالت و دینامیک کنترل کننده بیان شده است. قوانین تطبیقی مبتنی بر لیاپانف تضمین می‌کند که سیستم، مدل مرجع را با خطای محدودی دنبال می‌کند. نویسنده تأکید دارد این روش برای معادلات دینامیک سریع کاربرد دارد. در تحقیقی از رینر و همکاران، از روش وارون دینامیک مقاوم با جداسازی مقیاس زمانی بین متغیرهای سریع و کند استفاده شده است. این روش نیز تنها برای برخی متغیرهای حالت پرواز (مود طولی) در یک هواپیما با عملکرد بالا اعمال شده است [۱۸].

در این مقاله، از رویکرد وارون دینامیک و کنترل کننده تطبیقی با هدف بررسی همزمان دینامیک سریع و کند برای کنترل پارامترهای پروازی استفاده می‌شود. در ابتدا، حلقه کنترل داخلی برای دینامیک سریع ( $x_1 = [p, q, r]$ ) با استفاده از کنترل کننده تطبیقی پیشنهادی به گونه‌ای طراحی می‌شود که  $\gamma$  خروجی فرایند، مدل مرجع را دنبال کند. پایداری حلقه بسته حالت‌های خطا در کنترل کننده تطبیقی و به‌روزرسانی بهره‌های کنترلی با نظریه لیاپانف صورت می‌گیرد. در حلقه خارجی به کمک روش وارون دینامیک برای دینامیک کند ( $x_2 = [\alpha, \beta, \mu]$ ) کنترل کننده تعریف شده است. در این مقاله، ابتدا معادلات حرکت غیرخطی هواپیما توصیف و سپس کنترل کننده وارون دینامیک تطبیقی طراحی می‌شود. در پایان، به منظور اثبات تأثیر قانون کنترل پیشنهادی، نتایج شبیه‌سازی شش درجه آزادی آمده است.

### ۲. مدل هواپیما

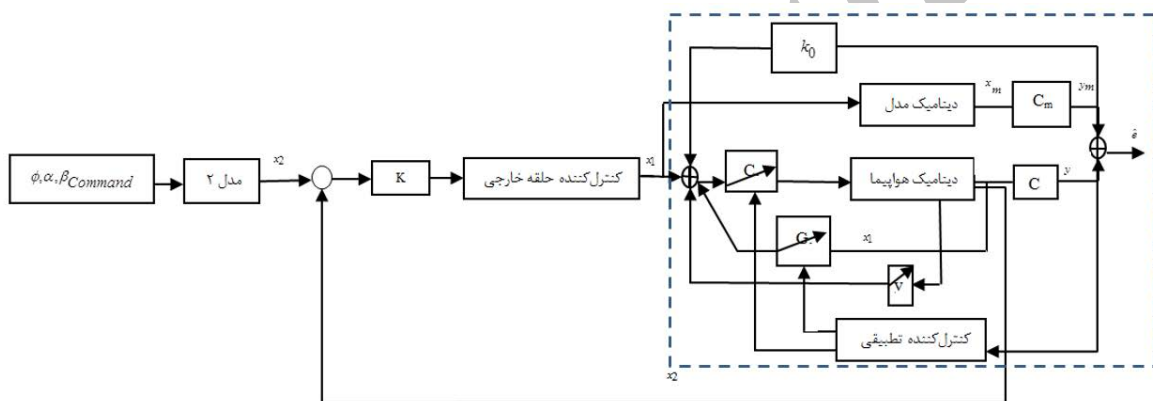
معادلات حرکت هواپیما را می‌توان با استفاده از معادلات دیفرانسیل غیرخطی مرتبه اول بیان کرد [۱۹]:

$$\dot{p} = \frac{I_z l_{aero} + I_{xz} n_{aero}}{I_x I_z - I_{xz}^2} + \frac{1}{I_x I_z - I_{xz}^2} [I_{xz}(I_x - I_y + I_z)pq] \quad (1)$$

$$+ [I_z(I_y - I_x) - I_{xz}^2]qr]$$

خروجی آن شامل سطوح کنترلی  $\delta_r$ ،  $\delta_e$  و  $\delta_a$  است. مزیت کنترل تطبیقی مدل مرجع ایجاد تطبیق سریع با ورودی‌های تعریف‌شده است. در شکل ۱ سیستم کنترل وارون‌دینامیک تطبیقی نمایش داده شده است. قسمت خطچین، بلوک‌دیگرام کنترل حلقه داخلی است و محاسبه سیگنال کنترل تطبیقی در این قسمت انجام می‌شود. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، کنترل‌کننده تطبیقی سیستم را وادار می‌کند تا همانند مدل مرجع رفتار کند. در طرح پیشنهادی، خروجی مطلوب با خروجی حقیقی مقایسه شده و تفاوت آنها برای تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده به کار می‌رود [۲۰]. در حلقه خارجی زوایای  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\mu$  کنترل شده و خروجی آن مقادیر فرمان برای حلقه داخلی هستند.

استفاده برای طراحی سیستم کنترل، روش وارون‌دینامیک است. استفاده از روش وارون‌دینامیک باعث می‌شود طراحی سیستم کنترل براساس مدل غیرخطی انجام شود و نتایج طراحی برای یک هواپیما با تغییرات جزئی به هواپیماهای دیگر نیز قابل اعمال باشد. کنترل‌کننده پیشنهادی شامل دو حلقه داخلی و خارجی است؛ حلقه خارجی با روش وارون‌دینامیک و حلقه داخلی با روش تطبیقی کنترل می‌شود. در حلقه خارجی کنترل‌کننده برای حالت‌های کند  $x_2$  در نظر گرفته شده که خروجی آن حالت‌های سریع حلقه داخلی هستند. برخلاف حلقه داخلی، در حلقه خارجی پاسخ‌گذاری حالت‌های کند چندان مهم نیست. حلقه داخلی کنترل‌کننده به کنترل حالت‌های سریع  $x_1$  اختصاص دارد و



شکل ۱. بلوک‌دیگرام کنترل‌کننده وارون‌دینامیک تطبیقی

$$\dot{x}_1 = f_1(\alpha, \beta) + g_1(\alpha, \beta, \gamma, \mu)x_2 + g_{1a}(\alpha, \beta)x_2 + h_1(\alpha, \beta)u + f_{1g}(\alpha, \beta, \gamma, \mu) \quad (12)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(\alpha, \beta, p, q, r) + f_{2a}(\alpha, \beta)x_2 + g_2(\alpha, \beta)u \quad (13)$$

به طوری که  $f$  و  $g$  و  $h$  به ترتیب ترم‌های معادلات ۱ تا ۹ را نشان می‌دهند. معادلات بیان شده اساساً در طراحی کنترل‌کننده و مراحل آنالیز پایداری استفاده می‌شوند. در این مقاله هدف کنترل‌کننده، ایجاد متغیرهای حالت  $x_1 = [\alpha, \beta, \mu]^T$  برای تعقیب مسیر دلخواه  $x_1^d = [\alpha^d, \beta^d, \mu^d]$  است. معادلات غیرخطی ۱۰ و ۱۱ هواپیما در شرایط پروازی مختلف را می‌توان به فرم زیر در نظر گرفت:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (14)$$

$$y = Cx \quad (15)$$

### ۳-۱. حلقه‌های کنترل داخلی برای متغیرهای $r$ ، $p$ و $q$

در حلقه داخلی برای طراحی کنترل‌کننده، معادله غیرخطی هواپیما را می‌توان به فرم زیر در نظر گرفت:

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (10)$$

$$y = h(x) \quad (11)$$

به طوری که در این روابط  $x$ ،  $u$  و  $y$  به ترتیب متغیرهای حالت، ورودی کنترل و متغیر خروجی می‌باشند. متغیرهای  $x_1, x_2 \in R^3$  و ورودی کنترل  $u \in R^3$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$x_2 = [p, q, r]^T$$

$$x_1 = [\alpha, \beta, \mu]^T$$

$$u = [\delta_e, \delta_a, \delta_r]^T$$

با انتخاب  $x_1, x_2$  و  $u$  معادلات ۱ تا ۹ بدین صورت

بازنویسی می‌شوند:

$$\Delta v = (v_0 - v_0^*) \quad (28)$$

با جایگذاری مقادیر تعریف شده، معادله خطای دینامیک مطلوب به صورت ۲۹ به دست می آید:

$$\dot{e} = A_e e + B_m \Delta G x + B_m \Delta \psi u + B_m \Delta v \quad (29)$$

برای به هنگام کردن قوانین، تابع کاندید لیاپانوف ۳۰ بررسی می شود:

$$V = e^T P e + tr[\Delta G^T \Delta G / \gamma_1] \quad (30)$$

$$+ tr[\Delta \psi^T \Delta \psi / \gamma_2] + \Delta v^T \Delta v / \gamma_3$$

ماتریس  $P$  متقارن و مثبت معینی وجود دارد؛ به طوری که رابطه ۳۱ برقرار باشد:

$$A_e^T P + P A_e = -Q, Q > 0 \quad (31)$$

با مشتق گیری از معادله ۳۰ می توان نوشت:

$$\dot{V} = e^T Q e + 2tr[(1/\gamma_1) \Delta G^T (\Delta \dot{G} + \gamma_1 B_m^T P x^T) + (1/\gamma_2) \Delta \psi^T (\Delta \dot{\psi} + \gamma_2 B_m^T P e u^T)] \quad (32)$$

$$+ (2/\gamma_3) \Delta v^T (\Delta \dot{v} + \gamma_3 B_m^T P e)$$

اگر پارامترها به صورت زیر به هنگام شوند، مشتق تابع  $V$  نسبت به زمان، منفی معین خواهد شد.

$$\dot{G}_0 = -\gamma_1 B_m^T P e x^T \quad (33)$$

$$\dot{C}_0 = -\gamma_2 C_0 B_m^T P e u^T C_0 \quad (34)$$

$$\dot{v}_0 = -\gamma_3 B_m^T P e \quad (35)$$

رابطه  $\dot{C}_0^{-1} = -C_0^{-1} \dot{C}_0 C_0^{-1}$  در محاسبه معادله ۳۴ استفاده شد. غیرمثبت بودن  $\dot{V}$  با جاگذاری سه معادله فوق در معادله ۳۲ اثبات می شود:

$$\dot{V} = -e^T Q e \leq 0 \quad (36)$$

قوانین تطبیقی قبلی اطلاعاتی از پارامترهای سیستم را لازم ندارد. این یک ویژگی خوب روش تطبیقی مستقیم است. قضیه زیر پایداری قانون کنترل پیشنهادی را بیان می کند. اگر برای معادلات ۱۲ و ۱۳ ورودی کنترل محدود شود، قوانین تطبیقی ۳۱ تا ۳۳ با قانون کنترلی ۱۷ همگرایی بردار خطا به سمت صفر تا  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$  را تضمین می کند. از معادله ۳۶ می توان نتیجه گرفت که مقدار تابع لیاپانف غیرافزایشی است؛ یعنی:

$$0 \leq V(t) \leq V(0) \quad (37)$$

بنابراین  $V(t) \in L_\infty$  خواهد بود. با انتگرال گیری از معادله ۳۶ می توان نوشت:

$$\int_0^\infty e^T Q e dt = -\int_0^\infty \dot{V} dt = V(0) - V(\infty) < \infty \quad (38)$$

اگر سیستم کنترل با استفاده از کنترل کننده تطبیقی طراحی شود، کنترلر براساس معادلات ۱۴ و ۱۵ می تواند از طریق قوانین بروز تطبیقی مناسب، به مدل غیرخطی اعمال شوند. در ابتدا ماتریس  $CB$  معکوس پذیر فرض می شود [۲۱]:

$$\det(CB) \neq 0 \quad (16)$$

مدل مرجع به صورت معادله ۱۷ تعریف می شود:

$$\dot{y}_m = A_m y_m + B_m r \quad (17)$$

در این معادله،  $r$  ورودی مرجع،  $A_m$  ماتریس پایدار سیستم و  $B_m$  ماتریس ورودی معکوس پذیر است. هدف از طراحی کنترل کننده، تعقیب مدل مرجع خروجی  $y_m$ ، توسط خروجی هوایما  $y$  است. با استفاده از کنترل کننده تطبیقی پیشنهادی مرجع [۲۰] می توان نوشت:

$$u = C_0 r + C_0 G_0 x + C_0 v \quad (18)$$

در معادله ۱۸،  $C_0$  و  $G_0$  ماتریس های بهره کنترل تطبیقی و  $v$  بردار کنترل تطبیقی است. ترم  $C_0 K_0 y_m$  را به معادله ۱۸ برای مقاوم تر کردن کنترل کننده  $u$  اضافه و در نهایت خواهیم داشت:

$$u = C_0 r + C_0 G_0 x + C_0 v + C_0 K_0 y_m \quad (19)$$

در معادله ۱۹،  $K_0$  یک ماتریس بهره ثابت است. با فرض  $e = y - y_m$ ، دینامیک خطا را می توان به صورت ۲۰ نوشت:

$$\dot{e} = \dot{y} - \dot{y}_m$$

$$CAx + CBu - A_m y_m - B_m r = (CA + CBC_0 G_0)x + \quad (20)$$

$$CBC_0 r + CBC_0 v + CBC_0 K_0 y_m - A_m y_m - B_m r$$

برای تضمین همگرایی مجانبی خطای خروجی، باید روابط ۲۱ تا ۲۴ برقرار شود:

$$CA + CBC_0^* G_0^* = A_e C \quad (21)$$

$$CBC_0^* = B_m \quad (22)$$

$$CBC_0^* v^* = -Cd \quad (23)$$

$$CBC_0^* K_0^* = A_m - A_e \quad (24)$$

در معادلات ۲۱ تا ۲۴ بالانویس ستاره، مقادیر حقیقی یا اسمی نامشخص می باشند. ماتریس بهره  $K_0$  را می توان به کمک معادلات فوق محاسبه کرد.  $A_e$  یک ماتریس دلخواه پایدار است.

$$K_0 = K_0^* = B_m^{-1} (A_m - A_e) \quad (25)$$

ماتریس ها و بردارهای خطا به فرم زیر تعریف می شوند:

$$\Delta G = (G_0 - G_0^*) \quad (26)$$

$$\Delta \psi = (C_0^{*-1} - C_0^{-1}) \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\mu} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} f_{\beta}(\bar{x}) \\ f_{\alpha}(\bar{x}) \\ f_{\mu}(\bar{x}) \end{bmatrix} + g_{s_1}(\bar{x}_{s_1}) \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (48)$$

قانون کنترلی به صورت ۴۹ تعریف می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}_d \\ \dot{\alpha}_d \\ \dot{\mu}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{\beta} & 0 & 0 \\ 0 & w_{\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & w_{\mu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_c - \beta \\ \alpha_c - \alpha \\ \mu_c - \mu \end{bmatrix} \quad (49)$$

در معادله ۴۹،  $\dot{\alpha}_d$ ،  $\dot{\beta}_d$  و  $\dot{\mu}_d$  در حلقه بسته محاسبه و فرمان‌های  $\alpha_c$ ،  $\beta_c$  و  $\mu_c$  نیز توسط خلبان (یا سیستم هدایت) صادر می‌شوند. برای توابع  $f(\bar{x})$  و  $g_{s_1}(\bar{x}_{s_1})$  داریم:

$$\begin{bmatrix} f_{\beta}(\bar{x}) \\ f_{\alpha}(\bar{x}) \\ f_{\mu}(\bar{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{MV} Y \cos \beta + \\ \frac{1}{MV} [M g \sin \gamma \sin \mu \\ -T \sin \beta \cos \alpha] \\ -L \\ \frac{1}{MV \cos \beta} + \\ \frac{1}{MV \cos \beta} [M g \cos \gamma \cos \mu \\ -T \sin \alpha] \\ -\frac{g}{V} \tan \beta \cos \mu \cos \gamma + \\ \frac{L+T \sin \alpha}{MV} \left[ \frac{\tan \gamma \sin \mu}{\cos \beta} + \tan \beta \right] + \\ \frac{Y}{MV} \tan \gamma \cos \mu \cos \beta \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$g_{s_1}(\bar{x}_{s_1}) = \begin{bmatrix} \sin \alpha & 0 & -\cos \alpha \\ -\tan \beta \cos \alpha & 1 & -\tan \beta \sin \alpha \\ \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} & 0 & \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \end{bmatrix} \quad (51)$$

فرمان حلقه داخلی  $r_c$ ،  $p_c$  و  $q_c$  با معکوس معادله ۴۸ به فرم زیر به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} p_c \\ q_c \\ r_c \end{bmatrix} = g^{-1}_{s_1}(\bar{x}_{s_1}) \begin{bmatrix} \dot{\beta}_d \\ \dot{\alpha}_d \\ \dot{\mu}_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_{\beta}(\bar{x}) \\ f_{\alpha}(\bar{x}) \\ f_{\mu}(\bar{x}) \end{bmatrix} \quad (52)$$

#### ۴. نتایج شبیه‌سازی

در بخش سوم، اصول کلی طراحی کنترل پرواز برای تعقیب فرمان‌های  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\mu$  بیان شد. در این بخش، از مدل هواپیمای جت آموزشی (جدول‌های ۱ و ۲) برای شبیه‌سازی استفاده شده است. هواپیما در پرواز تراز با سرعت ۱۹۰ متر بر ثانیه، ارتفاع ۶۰۰ متر و با نرخ‌های  $p=q=r=0$  و در زاویه‌های ورودی  $\alpha=\beta=\mu=0$  در حال پرواز است. مقادیر فرمان‌های ورودی

پس می‌توان گفت که  $e \in L_{\infty}$  است. چون  $V(t)$  از نظر شعاعی نامحدود می‌شود؛ لذا:

$$\Delta G, \Delta \psi, \Delta v \in L_{\infty} \quad (39)$$

وقتی از معادلات ۲۹ و ۳۹ استفاده می‌شود،  $e \in L_{\infty}$  به دست می‌آید. در نهایت  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$  با در نظر گرفتن  $e, e \in L_2$ ،  $\dot{e} \in L_{\infty}$ ،  $e \in L_{\infty}$ ، مدل مرجع دینامیک حلقه داخلی به صورت معادلات ۴۰ تا ۴۲ انتخاب شده است:

$$\dot{p} = -3p + 3p_c \quad (40)$$

$$\dot{q} = -3q + 3q_c \quad (41)$$

$$\dot{r} = -3r + 3r_c \quad (42)$$

#### ۲-۳. حلقه‌های خارجی برای کنترل متغیرهای $\alpha$ ، $\beta$ و $\mu$

هدف از وارون دینامیک بسط یک قانون کنترل پس‌خورد است که پاسخ سیستم به دستورات را خطی کند. به طور کلی دینامیک غیرخطی هواپیما می‌تواند به فرم ۴۳ نوشته شود [۱۶]:

$$\dot{x} = f(x, u), \quad y = Cx \quad (43)$$

حال از هر خروجی به قدری مشتق گرفته می‌شود که ترم  $u$  در آن ظاهر شود. معادلات خروجی را می‌توان به شکل ۴۴ نوشت:

$$y^{(d)} = h(x) + G(x)u \quad (44)$$

به عبارت دیگر معادله کنترل کننده به صورت ۴۵ است:

$$u = G(x)^{-1}[v - h(x)] \quad (45)$$

به طوری که  $v$  دینامیک مطلوب سیستم حلقه بسته است. با استفاده از این کنترل کننده می‌توان نوشت:

$$y^{(d)} = h(x) + G(x) \{G(x)^{-1}[v - h(x)]\} = v \quad (46)$$

نرخ تغییرات خروجی  $y^{(d)}$  به دلخواه طراح با انتخاب  $v$  تعیین می‌شود که  $v$  به صورت ۴۷ انتخاب می‌شود؛  $k_0$  نیز یک بهره ثابت است.

$$v = \dot{x} = k_0(x_c - x) \quad (47)$$

معادله ۴۷ یک قانون کنترل پس‌خور با بهره ثابت می‌باشد که در آن اختلاف متغیر اندازه‌گیری شده و سیگنال فرمان به صورت نمایی به صفر میل می‌کند. در کنترل حلقه خارجی برای متغیرهای  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\mu$  با روش وارون دینامیک می‌توان نوشت:

است. شکل‌های ۲ تا ۴ نرخ زاویه‌ای رول، پیچ و یاو را نشان می‌دهند. همچنین پاسخ زمانی متغیرهای  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\mu$  همراه با مقادیر فرمان ورودی در شکل‌های ۵ تا ۷ نمایش داده شده است. خطوط نقطه‌چین خروجی سیگنال کنترل ترکیبی وارون‌دینامیک تطبیقی و خط پر، کنترل‌کننده وارون‌دینامیک را نشان می‌دهد. در شکل‌های ۸ تا ۱۰ مقادیر سطوح کنترل نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، سطوح کنترل‌کننده وارون‌دینامیک تطبیقی دارای دامنه و زمان نشست کمتری نسبت به کنترل‌کننده وارون‌دینامیک است. مقدار سطوح کنترل اترودینامیکی در کنترل‌کننده پیشنهادی نسبت به وارون‌دینامیک کمتر بوده و نشان دهنده رفتار بهتر کنترل‌کننده وارون‌دینامیک تطبیقی است.

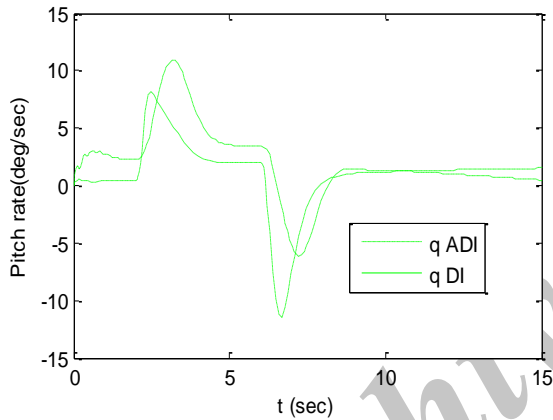
$\alpha$ ،  $\beta$  و  $\mu$  به کار رفته در هواپیما در حالت پرواز دائم به صورت زیر است:

$$\text{for } 0 \leq t < 2.5 \text{ sec}, \alpha_d = 0 \ \& \ \beta_d = 0 \ \& \ \mu_d = 0$$

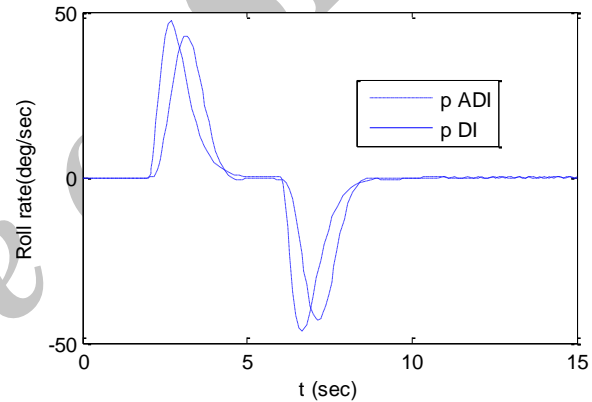
$$\text{for } 2.5 \leq t < 7.5 \text{ sec}, \alpha_d = 10 \ \& \ \beta_d = 0 \ \& \ \mu_d = 50$$

$$\text{for } 7.5 \leq t < 15 \text{ sec}, \alpha_d = 0 \ \& \ \beta_d = 0 \ \& \ \mu_d = 0$$

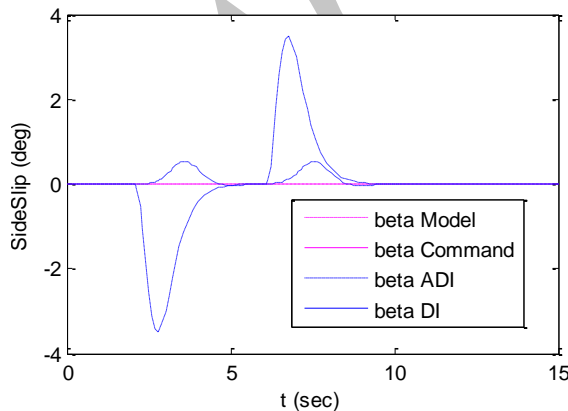
برای دستیابی به فرمان‌های دیفرانسیلی و الزامات کیفیت پروازی فیلتر فرمان خطی درجه دوم براساس MIL-STD-1797A استفاده شد. بهره‌های کنترل‌کننده مدل مرجع برای حلقه‌خارجی برابر با  $k_1 = 2\xi\omega_n = 4.8$  و برای کنترل‌کننده تطبیقی  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 8$  و  $Q = 2I_3$ ،  $A_e = -3I_3$  گرفته شدند. برای ارزیابی و مقایسه عملکرد، نتایج کنترل‌کننده وارون‌دینامیک تطبیقی با روش وارون‌دینامیک تنها مقایسه شده



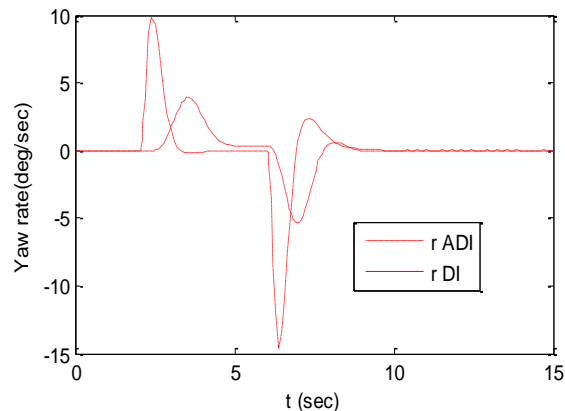
شکل ۳. نمودار مقایسه نرخ تغییرات پیچ در دو کنترلر مورد بررسی



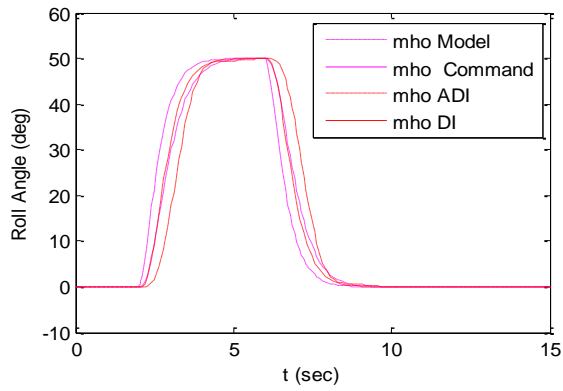
شکل ۲. نمودار نرخ تغییرات رول با هر دو کنترلر مورد بررسی



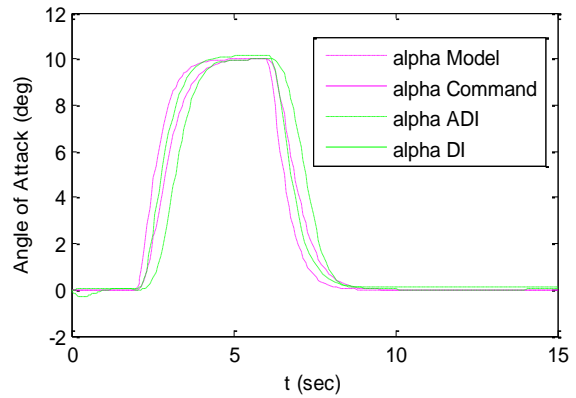
شکل ۵. مقایسه نمودار پاسخ زاویه سرش جانبی به ورودی فرمان



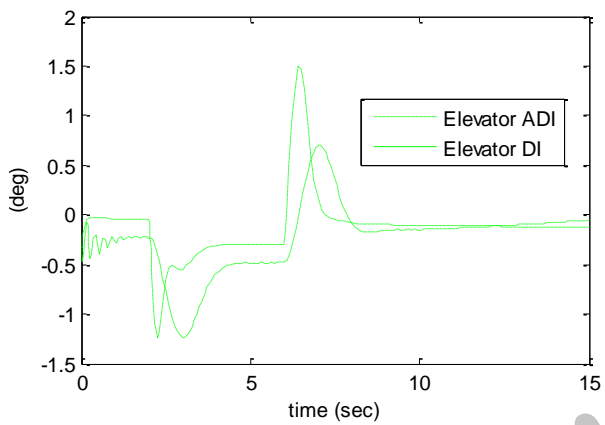
شکل ۴. نمودار مقایسه نرخ تغییرات یاو در دو کنترلر مورد بررسی



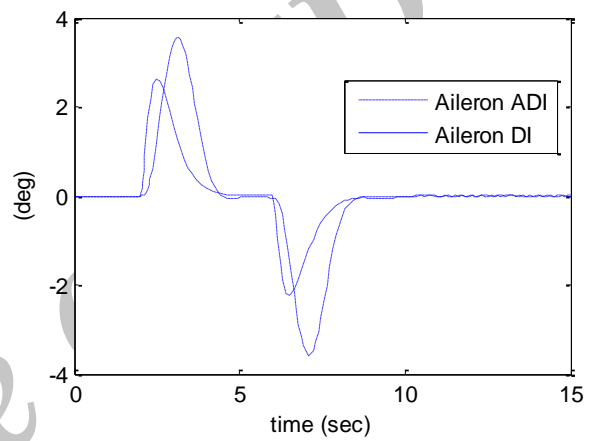
شکل ۷. مقایسه نمودار پاسخ زاویه چرخش حول بردار سرعت به ورودی فرمان



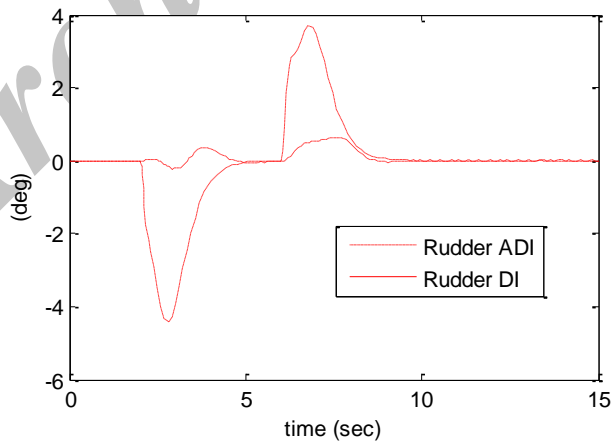
شکل ۶. مقایسه نمودار پاسخ زاویه حمله به ورودی فرمان



شکل ۹. مقایسه تغییرات زاویه الوتور با توجه به فرمانها



شکل ۸. مقایسه تغییرات زاویه ایلران با توجه به فرمانها



شکل ۱۰. مقایسه تغییرات زاویه رادر با توجه به فرمانها

جدول ۱. مقادیر پارامترها

$\bar{c}$	$b$	$s$	$I_x$	$I_y$	$I_z$	$I_{xz}$	$M$	$T$
۲/۳۳ متر	۱۰/۹ متر	۲۴ متر مربع	۲۴۰۰	۱۳۹۰۰	۱۴۵۰۰	۹۱۰	۶۰۰۰ کیلوگرم	۲۴۵۰۰



جدول ۲. ضرائب اثرودینامیک و مشتقات پایداری و کنترل

$C_{D_0}$	۰/۰۱۴	$C_{y_p}$ (1/rad)	-۰/۰۱۷۶
$C_{L_0}$	۰/۲۲۴	$C_{l_p}$ (1/rad)	-۰/۳۸۸
$C_{L_\alpha}$ (1/rad)	۵/۴۸	$C_{l_\beta}$ (1/rad)	-۰/۰۶۸
$C_{L_q}$ (1/rad)	۶/۷	$C_{y_\beta}$ (1/rad)	-۰/۹۶۴
$C_{m_q}$ (1/rad)	-۱۰/۷	$C_{n_\beta}$ (1/rad)	۰/۱۶۲
$C_{m_\alpha}$ (1/rad)	-۰/۰۰۸	$C_{y_{d_r}}$ (1/rad)	۰/۲۵۷
$C_{L_{d_e}}$ (1/rad)	۰/۳۸۲	$C_{n_{d_r}}$ (1/rad)	-۰/۱۲۵
$C_{m_{d_e}}$ (1/rad)	-۰/۶۶	$C_{l_{d_a}}$ (1/rad)	۰/۱۴۲

جدول ۳. علائم و اختصارات

$X, Y, Z$	مؤلفه‌های موقعیت
$I_x, I_y, I_z, I_{xz}$	ممان‌های اینرسی
$p, q, r$	سرعت‌های زاویه‌ای (رول، پیچ، یاو)
$L, M, N$	گشتاورهای رول، پیچ و یاو
$l_{aero}, m_{aero}, n_{aero}$	گشتاورهای اثرودینامیکی
$\alpha, \beta, \mu$	زوایای حمله، سرش جانبی و چرخش حول بردار سرعت
$\gamma, \chi$	زاویه مسیره، زاویه سرعت با شمال
$g$	شتاب گرانش
$M$	جرم
$S$	سطح مرجع
$V$	سرعت
$T$	نیروی تراست

## ۵. نتیجه‌گیری

اعمال شده  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\mu$  را به‌خوبی تعقیب می‌کند. نتایج شبیه‌سازی عددی عملکرد قابل قبول هر دو روش وارون‌دینامیک و وارون‌دینامیک تطبیقی را نشان می‌دهد، اما با اعمال فرمان‌های ورودی، کنترل‌کننده پیشنهادی پاسخ‌های بهتری نسبت به وارون‌دینامیک دارد. این روش با پیشرفت فناوری و افزایش پردازش کامپیوترهای پرواز به‌سادگی قابل پیاده‌سازی است.

در این مقاله کنترل‌کننده وارون‌دینامیک تطبیقی برای مدل غیرخطی هواپیما ارائه شد. در طراحی کنترل‌کننده وارون‌دینامیک برای جبران خطا از کنترل‌کننده تطبیقی مدل مرجع استفاده شده است. همچنین متغیرهای حالت‌ها به دو دسته کند و سریع تقسیم شده‌اند. مقایسه عملکرد روش ارائه‌شده با روش وارون‌دینامیک نشان می‌دهد که روش ترکیبی وارون‌دینامیک تطبیقی فرمان‌های

## ۶. مأخذ

[1] Xie, Z., Y. Xia, M. Fu. "Robust trajectory tracking method for UAV using nonlinear dynamic inversion." *Proc. 2011 IEEE 5<sup>th</sup> Int. Conf. Cybern. Intell. Syst. CIS 2011*, pp. 93-98.

[2] Reiner, J., G. J. Balas, W. L. Garrard. "Flight control design using robust dynamic inversion and time-scale separation." *Automatica*, 1996. 32(11): p. 1493-1504.

- [3] Tanyer, I., E. Tatlicioglu, E. Zergeroglu. "A robust adaptive tracking controller for an aircraft with uncertain dynamical terms." 2014, pp. 3202-3207.
- [4] Wang, H., X. Zhang, J. Yi. "Reconfigurable flight control based on nonlinear dynamic inversion and dynamic control allocation." *Int. J. Syst. Control Inf. Process*, vol. 1, No. January 2014, p. 274.
- [5] Zhang, Z., F. Hu, J. Li. "Autonomous flight control system designed for small-scale helicopter based on approximate dynamic inversion." *2011 3<sup>rd</sup> Int. Conf. Adv. Comput. Control*. ICACC 2011, no. August 2015, pp. 185-191.
- [6] D. Enns and T. Keviczky, "Dynamic inversion based flight control for autonomous RMAX helicopter," 2006 Am. Control Conf., pp. 3916–3923, 2006.
- [7] Peng, K., G. Cai, B. M. Chen, M. Dong, K. Y. Lum, T. H. Lee. "Design and implementation of an autonomous flight control law for a UAV helicopter." *Automatica*, vol. 45, No. 10, 2009, pp. 2333-2338.
- [8] Tanyer, I., E. Tatlicioglu, E. Zergeroglu. "A robust dynamic inversion technique for asymptotic tracking control of an aircraft." *9<sup>th</sup> Asian Control Conf.*, 2013, pp. 1-6.
- [9] Liu, Z. L. Z., F. Z. F. Zhou, J. Z. J. Zhou. "Flight Control of Unpowered Flying Vehicle Based on Robust Dynamic Inversion." *Chinese Control Conf.*, vol. 4, No. 4, 2006, pp. 693-698.
- [10] Yamasaki, T., H. Sakaida, K. Enomoto, H. Takano, Y. Babal. "Robust trajectory-tracking method for UAV guidance using proportional navigation." *ICCAS 2007 - Int. Conf. Control. Autom. Syst.*, 2007, pp. 1404-1409.
- [11] Wang, Q., R. F. Stengel. "Robust nonlinear flight control of a high-performance aircraft." *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 13, No. 1, 2005, pp. 15-26.
- [12] Chen, J. C. J., D. L. D. Li, X. J. X. Jiang, X. S. X. Sun. "Adaptive Feedback Linearization Control of a Flexible Spacecraft." *6<sup>th</sup> Int. Conf. Intell. Syst. Des. Appl.*, vol. 2, 2006.
- [13] Wang, S., J. Li, S. Wang. "A dynamic inversion controller design for miniature Unmanned Aerial Vehicles." *Int. Conf. Consum. Electron. Commun. Networks*, 2011, pp. 1916-1921.
- [14] Liu, X. J., F. Lara-Rosano, C. W. Chan. "Model-reference adaptive control based on neurofuzzy networks." *IEEE Trans. Syst. Man Cybern. Part C Appl. Rev.*, vol. 34, No. 3, 2004, pp. 302-309.
- [15] Tandale, M. D. J. Valasek. "Adaptive dynamic inversion control of a linear scalar plant with constrained control inputs." *Proc. 2005, Am. Control Conf.*, No. 2, 2005.
- [16] Lin, Q., Z. Cai, Y. Wang, J. Yang, L. Chen. "Adaptive Flight Control Design for Quadrotor UAV Based on Dynamic Inversion and Neural Networks." *3<sup>rd</sup> Int. Conf. Instrumentation, Meas. Comput. Commun. Control*, 2013, pp. 1461-1466.
- [17] Hovakimyan, N., E. Lavretsky, C. Cao. "Adaptive dynamic inversion via time-scale separation." *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol. 19, No. 10, 2008, pp. 1702-1711.
- [18] Reiner, J., G. J. Balas, W. L. Garrard. "Flight control design using robust dynamic inversion and time-scale separation." *Automatica*, Vol. 32, No. 11, 1996, pp. 1493-1504.
- [۱۹] ساداتی، ح.، م. منہاج، م. سبزه‌پرور. "کنترل تطبیقی کنترل پرواز با استفاده از وارون دینامیک و شبکه عصبی." *امیرکبیر*، س. ۱۸، ش. ۶۶ بهار و تابستان ۱۳۸۶.
- [20] Bodson, M., J. Groszkiewicz. "Multivariable Adaptive Algorithm for Reconfigurable Flight Control." *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, Vol. 5, No. 2, 1997, pp. 217-229.
- [21] Kim, K., K. Lee, Y. Kim. "Reconfigurable Flight Control System Design Using Direct Adaptive Method." Vol. 26, No. 4, 2003.

پی‌نوشت

1. dynamic inversion
2. Yamaha RMAX

3. adaptive dynamic inversion